Reconsideración de la teoría ricardiana del crecimiento*

Miguel Sidrauski y
Héctor L. Diéguez

Desde el final de la Segunda Guerra Mundial, los problemas del crecimiento económico han pasado a ocupar un puesto preponderante en la teoría económica. Esto es fácil comprobarlo cotejando artículos y libros publicados en los últimos diez o quince años con listas de, por ejemplo, la década de los treintas, en que el predominio correspondía en forma sustancial a temas vinculados con los procesos cíclicos.

Como consecuencia natural de esta preocupación por los problemas del crecimiento, se ha observado no sólo la existencia de nuevos aportes en importante cantidad, especialmente modelos de crecimiento, sino también un activo renacer del interés por los clásicos que, como señala Baumol en su "*Economic Dynamics*", se caracterizaron por ambiciosos intentos de analizar el crecimiento del conjunto de la economía a través de largos períodos. Es bien sabido, por otra parte, que la escuela neoclásica centró su atención en el equilibrio del empleo de recursos dados y los economistas, como también apunta Baumol, se hicieron en general más cautos y menos audaces, con lo que las grandes concepciones sobre el crecimiento económico pasaron a un segundo plano. Todo ello explica que el gran interés actual por los problemas del crecimiento se conecte con el pensamiento clásico, pues, en alguna forma, la actual tendencia representa una "actualización del espíritu inicial" con que surgió en Smith y Ricardo la economía política.

No es casual, entonces, que libros como el citado de Baumol, el de Higgins ("*Economic Development*") y el de Irma Adelman ("*Theories of Economic Growth and Development*") comiencen por un tratamiento de Smith, Ricardo, Marx, etc.

Es lo correcto, nos parece, volver la atención al pensamiento clásico, como punto de partida para un estudio de las teorías del crecimiento, comenzando por un análisis de las teorías clásicas, aceptar todos sus supuestos, verificando si los resultados a los que habían llegado se confirman mediante la utilización de los modernos instrumentos analíticos de la teoría económica; o sea que una primera etapa debe consistir en buscar verificaciones rigurosas de los resultados a los que los escritores clásicos llegaron, partiendo de sus mismos supuestos. Pero, en un segundo paso, deben revisarse y discutirse los supuestos mismos, y aún pueden construirse modelos modificados, cambiando algunos de tales supuestos.

Considerando el alto grado de unidad y coherencia en los distintos economistas clási-

* *Este trabajo es continuación de algunos estudios sobre la teoría clásica de la función de producción, que actualmente estamos preparando; esta reconsideración de la teoría ricardiana del crecimiento constituye una aplicación de los instrumentos de análisis contenidos en dichos trabajos, por cuanto en la economía ricardiana la función de producción desempeña un papel de vital importancia.*

cos, no cabe duda de que es posible presentar un modelo único, por lo que hemos optado por utilizar como representativo al de David Ricardo, a través de su obra principal "Principios de la Economía Política y Tributación". Un tratamiento completo del tema debería, por supuesto, señalar las diferencias con respecto a Ricardo de los otros principales economistas clásicos, sobre todo Adam Smith, como precursor, y Stuart Mill, como el tratamiento más completo entre los continuadores. Pero también debería incluir las principales divergencias planteadas en el "Tratado de Economía Política", de Malthus e incluso la posición marxista, que –aunque disidente– debe ser ubicada en el contexto del pensamiento clásico. En este trabajo, sin embargo, nos limitamos a una presentación del pensamiento ricardiano, que nos parece el eslabón central con respecto al cual todos los demás autores referidos pueden ubicarse con precisión.

II

El sistema ricardiano puede ser analizado considerando la existencia de tres sectores productivos: un sector productor de alimentos, un sector productor de bienes de producción y un sector productor de bienes de consumo que no son alimentos. El primero corresponde al sector agrícola, cuya función de producción se caracteriza por presentar rendimientos decrecientes. Los otros dos –que podrían considerarse conjuntamente como sector manufacturero– tienen en cambio rendimientos crecientes. El primer sector es, por supuesto, el que tiene importancia esencial en el modelo ricardiano, y es, por consiguiente, el que determina las características principales de todo el sistema.

En este trabajo presentaremos un modelo unisectorial en el que se considera como simplificación que la economía en su conjunto produce un solo bien, homogéneo, que es tanto un bien de consumo como un bien de capital. Implícita en este supuesto está la idea de que la función de producción para una unidad de bienes de consumo es la misma, en cualquier punto del tiempo, que la función de producción para una unidad de bienes de capital. Esto es lo que generalmente se conoce como el supuesto de la perfecta sustituibilidad en la producción entre bienes de capital y bienes de consumo (Meade, 1961). Esto no significa una limitación estricta a sólo un bien de consumo y un bien de producción, sino que es válido comprender en el análisis a varios bienes, en tanto que sus precios relativos permanezcan inalterados; en tal caso el capital de la comunidad toma la forma de una acumulación de la mercancía compuesta.

Suponemos que la función de producción ricardiana es

$$Q = Q\,(K, L, T, S) \tag{1}$$

donde Q es la producción total, K el capital utilizado, L la fuerza de trabajo utilizada, T representa la cantidad de tierra empleada y S el nivel de la tecnología aplicada.

Para analizar el crecimiento de la economía, tenemos que derivar esta función respecto al tiempo.

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial K} \cdot \frac{dK}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial L} \cdot \frac{dL}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial S} \cdot \frac{dS}{dt} \tag{2}$$

Consideremos en primer término el factor tierra. Aquí caben dos posibilidades, correspondientes cada una de ellas a un estadio del desarrollo de una economía. La primera consiste en considerar a la tierra como un factor variable en cantidad, pero cuyas unidades no son homogéneas, en el sentido de que a medida que se agregan sucesivas unidades del factor, tales unidades resultan ser cada vez menos productivas, por declinación de la fertilidad. O sea que si a cada una de las unidades de tierra que sucesivamente se van adicionando se les aplica una cantidad igual de capital y trabajo (homogéneos), entonces resulta que la producción experimenta aumentos que resultan cada vez más reducidos. Esto corresponde al concepto ricardiano de que si suponemos ordenar, por orden de fertilidad, las tierras de que dispone una economía, estas tierras se irán habilitando progresivamente, comenzando por las más fértiles.

La segunda posibilidad consiste en considerar un estadio más avanzado del crecimiento, en el cual toda la tierra ha sido ya ocupada y sólo cabe, entonces, una adaptación de intensidad; esto es, que se trabajan más profundamente las tierras disponibles, aplicándose a una misma cantidad de tierra una mayor cantidad de capital y trabajo. Resulta así que, si suponemos la tecnología constante, como haremos luego, estaremos ante el caso típico de la ley de las proporciones variables, según la cual dado un factor fijo, y adicionando sucesivas unidades de un factor variable, las productividades marginales y media de éste declinan a partir de un cierto punto.

Esta distinción entre ambas posibilidades corresponde a un procedimiento metodológico, a los efectos de analizar por separado ambas situaciones. Ello no implica, naturalmente, que el efecto intensivo (más capital y trabajo a una tierra dada) no comenzará a actuar hasta haberse agotado el efecto extensivo (agregación de nuevas unidades del factor tierra, de decreciente fertilidad). Ambos efectos actúan simultáneamente. En adelante vamos a suponer que nos hallamos en la segunda situación, o sea que toda la tierra ha sido ocupada, por lo que los aumentos de producción deberán lograrse intensivamente.

Luego, tendremos que

$$\frac{dT}{dt} = 0 \tag{3}$$

Respecto a la tecnología aplicada, supondremos que ésta se mantiene constante:

$$\frac{dS}{dt} = 0 \tag{4}$$

Al término del trabajo hemos de ver en qué medida si consideramos la tecnología como variable, su progreso puede llegar a contrarrestar la ley de los rendimientos decrecientes.

Introducimos ahora, como supuesto simplificatorio, el considerar el capital y el trabajo combinados en proporciones constantes, o sea que suponemos coeficientes fijos de producción; ésta es una interpretación del concepto de "dosis de capital" que utiliza Ricardo en los primeros capítulos de su obra. Luego,

$$\frac{K}{L} = a \tag{5}$$

donde a es un coeficiente positivo que indica la relación capital-trabajo en la economía.

En la tercera edición de los "Principios", se incluyó por Ricardo un nuevo capítulo, denominado "Sobre la maquinaria", donde expresamente se analizan problemas de sustitución de factores de la producción, dejándose así de lado las proporciones fijas entre capital y trabajo que aparecían implícitas en los capítulos anteriores. Por ejemplo, en un pasaje de dicho capítulo se afirma que "con cada aumento del capital y de la población, subirá el precio de las subsistencias, a causa de ser más difícil su producción. La consecuencia de un alza de la subsistencia será una subida de los salarios, y toda subida de salarios origina una tendencia a que el capital ahorrado se destine, en proporción mayor que antes, al empleo de la maquinaria. La maquinaria y el trabajo están en competencia constante, y aquélla no puede emplearse muchas veces hasta que los salarios del trabajo suban"[1]. En nuestra formulación del modelo ricardiano, este capítulo agregado debería ser incluido en el análisis, modificando el supuesto de coeficientes fijo, y revisando de allí en adelante todo el modelo, para verificar si en tales condiciones, siguen siendo válidas las conclusiones a las cuales arribamos. Queda así abierta una nueva dirección de análisis, que sería interesante emprender en otro trabajo.

Al suponer que la tierra y la tecnología no varían, la función de producción incluye como variables únicamente al capital y al trabajo, pero si estos factores se combinan entre sí en proporciones fijas, podemos entonces hacer las variaciones de Q en función de las variaciones de uno de ellos solamente, por ejemplo de K.

$$Q = Q(K)_{T_0, S_0} \tag{6}$$

Ricardo suponía que la economía se hallaba en una etapa en que primero, al incrementarse el factor variable se incrementa el producto total; segundo, que los incrementos son de magnitud decreciente, lo que constituye una de las formas de expresar la ley de los rendimientos decrecientes y tercero, que también son decrecientes los rendimientos medios. Podemos expresar tales características de la siguiente forma

$$\frac{dQ}{dK} > 0 \tag{7}$$

$$\frac{d^2Q}{d\,K^2} < 0 \tag{8}$$

$$\frac{d\left(\frac{Q}{K}\right)}{dK} < 0 \tag{9}$$

Al establecer estas tres características de la función de producción, ya estamos acotando el valor de la elasticidad de producto. Esta elasticidad relaciona los incrementos relativos de la producción con los incrementos relativos del capital, o sea que

$$E_k = \frac{\frac{dQ}{dK}}{\frac{Q}{K}} = \frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{dK}{K}} \tag{10}$$

Esta elasticidad será menor que la unidad, siempre que el valor de la productividad marginal sea menor que el de la media. Como hemos establecido que las productividades media y marginal son decrecientes, entonces el valor marginal es menor que el medio; por lo tanto,

1.Ricardo D., (1959) *"Principios de economía política y tributación", Aguilar, Madrid, Cap. XXXI, p. 322.*

la elasticidad producto será menor que uno, o sea que incrementos relativos del factor variable darán lugar a incrementos relativos menos que proporcionales en la producción.

Con respecto a la ley de los rendimientos decrecientes, existe la posibilidad de una formulación alternativa, basada justamente en dicha elasticidad. Según esta nueva formulación hay rendimientos de crecientes cuando siendo tal elasticidad menor que uno, su valor decrece ante incrementos del factor variable, o sea que

$$\frac{dE_k}{dK} < 0 \tag{11}$$

Así expresada la ley de los rendimientos decrecientes, nos encontramos ante una exigencia mayor, pues en el caso anterior nos limitábamos a exigir de la función de producción que los incrementos absolutos fuesen decrecientes (derivada segunda negativa), en tanto que ahora se ha introducido un requisito adicional: que los incrementos relativos sean decrecientes.

Derivamos E_K respecto de K

$$\frac{d\left(\frac{\frac{dQ}{dK}}{\frac{Q}{K}}\right)}{dK} = \frac{\frac{d\left(\frac{dQ}{dK}\right)}{dK}\cdot\frac{Q}{K} - \frac{d\left(\frac{Q}{K}\right)}{dK}\cdot\frac{dQ}{dK}}{\left(\frac{Q}{K}\right)^2} < 0$$

Para que esta expresión sea menor que cero, debe cumplirse que

$$\left|\frac{d\left(\frac{dQ}{dK}\right)}{dK}\cdot\frac{Q}{K}\right| > \left|\frac{d\left(\frac{Q}{K}\right)}{dK}\cdot\frac{dQ}{dK}\right|$$

o sea que

$$\left|\frac{\frac{d\left(\frac{dQ}{dK}\right)}{dK}}{\frac{dQ}{dK}}\right| > \left|\frac{\frac{d\left(\frac{Q}{K}\right)}{dK}}{\frac{Q}{K}}\right|$$

lo que, expresado de otro modo, indica que

$$\left| E_{mg_K} \right| > \left| E_{me_K} \right| \tag{12}$$

de manera que, para que la elasticidad de producto sea decreciente, el valor absoluto de la elasticidad de la función marginal debe ser mayor que el valor absoluto de la elasticidad de la función media. Si formuláramos una ley de rendimientos decrecientes sobre la base del concepto de la derivada segunda negativa, no necesariamente se verifica esta exigencia adicional, que surge de formular una ley de rendimientos decrecientes más "fuerte", introduciendo el requerimiento de que la elasticidad de producto no sólo sea menor que uno sino también decreciente ante incrementos de K.

Volvamos a la función de producción (6). Repetimos con respecto a esta función el procedimiento de derivación con respecto al tiempo que utilizamos con la (1), pero teniendo en cuenta que, al establecer la existencia de coeficientes fijos, no pueden realizarse las derivadas parciales de Q con respecto a las variables K y L.

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dK} \cdot \frac{dK}{dt} \tag{13}$$

Estudiemos el significado de estas derivadas: dQ/dK es la productividad marginal del factor variable compuesto que, según nuestros supuestos, es positiva. En cuanto a dK/dt esta derivada representa la inversión neta (incremento de capital) por unidad de tiempo. Supondremos que la tasa de inversión, en el sentido de incrementos relativos del capital por unidad de tiempo, es una función del beneficio por unidad de capital que, para simplificar, tomamos como una función lineal. Pero sabemos, además, que el beneficio por unidad de capital que prevalece en la economía está determinado por el beneficio de la última unidad de capital utilizada.

Denominado b a dicho beneficio unitario, entonces

$$\frac{\frac{dK}{dt}}{K} = g(b) = c.b \tag{14}$$

Tal expresión nos indica que habrá acumulación siempre que existan beneficios. Pero, en realidad, b puede significar el beneficio mínimo por unidad de capital necesario para inducir a los capitalista a invertir; o sea que la inversión no se anulará cuando el beneficio es cero, sino en un valor de dicho beneficio por debajo del cual no se alcanzan a compensar los riesgos implicados en la inversión.

Haciendo pasaje de términos en la última expresión y denominando B al beneficio total,

$$\frac{dK}{dt} = c.b.K = c.B \tag{15}$$

Se ve que el incremento relativo del capital por unidad de tiempo es función del beneficio unitario, en tanto que el incremento absoluto de capital es función del monto total de beneficios. Suponer que la inversión es una función lineal de los beneficios implica suponer que la función consumo de los capitalistas es también lineal; los beneficios que no alcanzan a inducir inversiones constituyen en este caso su consumo autónomo, término independiente de dicha función y, por encima de dicho término, se consume una proporción constante de los beneficios, o sea que la propensión marginal a consumir es constante[2].

Se observa en la (15) que la inversión sólo tiene origen en los beneficios. En el análisis ricardiano quienes invierten son los capitalistas; la renta de los terratenientes, en cambio, no se orienta hacia nuevas inversiones, suponiéndose en cambio que es totalmente gastada en bienes de lujo[3].

2. Lo expresado es válido si b tiene el sentido de beneficio excedente sobre un cierto mínimo, como se indicó anteriormente. En cambio, si en la (14) b significa el beneficio unitario total, no el excedente sobre un mínimo, entonces la función lineal no tendrá término independiente, será homogénea de grado uno y los capitalistas no tendrán consumo autónomo.

3. Debe recordarse la ubicación de la economía clásica en el contexto social y económico de la Inglaterra de principios de siglo XIX para comprender el sentido de este supuesto. Por otra parte, esto no está muy lejos de supuestos asumidos en algunos análisis modernos, que analizan ciertos estados de subdesarrollo en términos de contraste entre un sector de economía capitalista y vastos sectores de economía no capitalista (explotación agropecuaria). En tanto los terratenientes no se incorporan a la dinámica del capitalismo, es razonable suponer que las inversiones están a cargo de los empresarios capitalistas; los terratenientes no contribuyen a la expansión de la economía con nuevas inversiones, sino que gastan todos sus ingresos en consumos suntuarios.

III

Hemos ya visto que el crecimiento de la economía en el tiempo depende de la productividad del factor compuesto y del incremento del capital en el tiempo; siendo dQ/dK mayor que cero, para que la economía crezca debe verificarse que $dK/dt > 0$, y de las expresiones anteriores surge que, para que tal cosa ocurra, el beneficio total debe ser mayor que cero: siempre que hay beneficios la economía crece.

Al estudiar el crecimiento de la economía en el sistema ricardiano, interesa determinar cuándo la economía crece y cuáles son los elementos determinantes de dicho proceso, y el ritmo a que éste tiene lugar. Para ello, previamente es necesario considerar la distribución del producto entre los factores de la producción y considerar cómo varía dicha distribución en el tiempo, pues tal distribución afecta esencialmente el ritmo de crecimiento. Tenemos que considerar entonces la distribución del producto entre los tres sectores: terratenientes, capitalistas y asalariados.

La retribución al factor variable (compuesto) está determinada por su productividad marginal; así, el ingreso global del factor variable es igual a su productividad marginal multiplicada por la cantidad utilizada del mismo. Por tanto, la retribución al factor constante, será igual al producto total menos la retribución al factor variable.

$$R = f(K) - f'(K).\,K \tag{16}$$

Es importante destacar la relevancia de los rendimientos decrecientes para la creación de la renta. Existe renta sólo en la medida en que existen rendimientos decrecientes. Supongamos, por ejemplo, que hay rendimientos constantes; en tal caso, la productividad marginal es igual a la productividad media, o sea que $f'(K) = Q/K$ y reemplazando en (16) tenemos que

$$R = f(k) - \frac{Q}{K} \cdot K = 0$$

Es que en el concepto ricardiano de renta el elemento central es la ley de rendimientos decrecientes, que actúa, como ya hemos señalado anteriormente, tanto en el caso de explotación intensiva (tierra ya ocupada totalmente) como en el de explotación extensiva (habilitación de nuevas tierras marginales, de menor fertilidad). David Ricardo precisa esto último en su capítulo II, de donde hemos tomado este pasaje. “Si toda la tierra tuviese las mismas propiedades, si fuese ilimitada en cantidad y uniforme en calidad, no se pagaría nada por su uso, a menos que poseyera ventajas peculiares de situación. Es, pues, debido únicamente a que la tierra es limitada en cantidad y diversa en calidad, y también a que la de inferior calidad o menos ventajosamente situada es abierta al cultivo cuando la población aumenta, que se paga renta por el uso de ella. Cuando las tierras de segundo orden, por su fertilidad, se abren al cultivo, a causa del progreso de la sociedad, comienza inmediatamente la renta en las tierras de primera calidad, y el importe de esta renta dependerá de la diferencia de calidad de esos dos terrenos”[4].

Ricardo no hace alusión a la retribución del factor tierra por unidad de éste (por ejemplo, renta por acre o por hectárea). Pero tal retribución por unidad de factor es, en cambio,

4. Ricardo D. (1959), ob. cit., Cap. II, p. 39.

considerada en el caso de los dos componentes del factor variable compuesto.

La participación de la renta en la distribución del ingreso la hemos determinado residualmente, descontando del ingreso la asignación al factor variable, que es remunerado de acuerdo con su productividad marginal; pero para analizar cómo se remuneran el trabajo y el capital, que se combinan en relaciones constantes, no podemos ya recurrir a sus productividades marginales. Como criterio, entonces, Ricardo adopta el de considerar los beneficios residualmente, determinando de manera previa la forma en que se remunera al factor trabajo. Existen en Ricardo dos tasas de salarios. Una, de mercado, determinada por la oferta y demanda de trabajo; y otra, natural, que es aquella a la cual la población se mantiene constante, sin incrementos ni disminuciones. Con respecto al salario natural Ricardo indica (capítulo V) que "es aquél necesario, por término medio, para que los trabajadores subsistan y crean una familia en que se reproduzcan sin aumento ni disminución"[5]. Y en el mismo capítulo, al aludir al salario de mercado, enuncia la ley de población de su esquema, que juega un importante papel en el ajuste. Dice que "el precio de mercado, para el trabajo, es el que se paga realmente por él, formado por la actuación natural de la relación entre la oferta y la demanda; el trabajo es caro cuando escasea y barato cuando abunda. Aunque el precio de mercado puede apartarse mucho del natural, aquél, como el de todas las mercancías, tiene la tendencia a ajustarse a éste. Cuando el trabajo tiene un precio corriente o de mercado que excede su precio natural, la condición del trabajador es próspera y feliz, lo que le permite disponer de una mayor cantidad de cosas necesarias y de satisfacciones y, por tanto, sostener una familia sana y numerosa. Sin embargo, cuando debido al estímulo que los salarios altos dan para el crecimiento de la población, el número de trabajadores aumenta, los salarios descienden nuevamente a su precio natural y, en realidad, a veces debido a una reacción, descienden aún más. Cuando el precio de mercado del trabajo es inferior al natural, la condición de los trabajadores es desdichada; la pobreza entonces les priva de aquellas comodidades que la costumbre ha hecho absolutamente necesarias. Solamente después que las privaciones hayan reducido su número, o se hubiese aumentado la demanda de trabajo, volverá el precio de mercado del mismo hasta su precio natural, con lo que el trabajador tendrá las moderadas satisfacciones que le proporcionará el tipo natural de los salarios"[6].

Respecto a la variación de los salarios en el tiempo, la tasa natural (en términos reales) tenderá a crecer, por la variación de los usos y costumbres durante el crecimiento de la economía, en tanto que el mismo salario natural, pero medido en términos monetarios, no sólo habrá de crecer por dicha causa, sino también por el encarecimiento de los medios de subsistencia que componen esencialmente el consumo del sector trabajo, encarecimiento debido a la acción de la ley de los rendimientos decrecientes.

En lo que se refiere al salario de mercado, existen dos posibilidades, correspondientes a distintos momentos del proceso de crecimiento. En una primera etapa, la tasa de salario de mercado, en términos reales, está por encima de la tasa natural, siendo su tendencia a declinar en el tiempo, y tender a la tasa natural. Es aquí conveniente tener en cuenta la salvedad que expresa Ricardo, al decir que "no obstante la tendencia de los salarios a ajustar-

5. *Ricardo D. (1959), ob. cit., Cap. V, p. 61.*
6. *Ricardo D. (1959), ob. cit., Cap. V, p. 62.*

se a su tipo natural, su tipo corriente o de mercado puede estar, en una sociedad que progresa, constantemente por encima de aquél, indefinidamente, pues antes de que sea obedecido el impulso que dé a la demanda de trabajo un aumento de capital, otro aumento de capital puede producir el mismo efecto y, de este modo, si esos aumentos son graduales y constantes, la demanda de trabajo puede ser un estímulo permanente para el crecimiento de la población"[7].

En términos monetarios, según Ricardo, los salarios de mercado pueden crecer o decrecer. En un estado más avanzado, el salario del mercado se ajusta al salario natural. Pero como no ha llegado aún el estado estacionario, pues hay beneficios que inducen inversiones, el crecimiento de la economía tiende a incrementar la demanda de mano de obra y el aumento de salarios impulsa incrementos en la población. En este sentido, entonces, el salario tiende a ajustarse al salario natural y, si nos atenemos a un análisis de largo plazo, sólo nos interesan entonces los puntos de equilibrio donde el salario de mercado se iguala al salario natural.

En adelante, consideraremos al salario de mercado en el estadio avanzado de la economía, ya ajustado al salario natural, sin analizar cómo tal ajuste se realiza. Tomamos entonces al salario natural, en términos reales, como constante; se trata de un supuesto simplificatorio, pero hemos de ver que no afecta la esencia del análisis. Por tanto,

$$w = w_o \tag{17}$$

Establecida así la retribución al trabajo, el remanente corresponde, de acuerdo con lo indicado anteriormente, al capital. La retribución a este factor es referida por Ricardo a una unidad determinada, y tomamos como tal al capital incluido en una dosis compuesta de capital y trabajo. Recordando que b era el beneficio por unidad de capital, y que se determinaba según el beneficio de la unidad marginal, tal retribución será igual a la productividad marginal del factor variable compuesto menos la retribución al trabajo incluido en la dosis marginal.

$$b = f'(K) - a \cdot w \tag{18}$$

Pero así como hemos expuesto un concepto de renta global, interesa también conocer los montos totales de beneficios y salarios.

$$B = b \cdot K = f'(K) \cdot K - a \cdot w \cdot K \tag{19}$$

$$W = a \cdot w \cdot K \tag{20}$$

IV

Pasemos a considerar la variación de estas retribuciones durante el proceso de crecimiento, o sea mientras se acumula capital. Comencemos por la variación de salarios y beneficios unitarios.

$$\frac{dw}{dK} = 0 \tag{21}$$

$$\frac{db}{dK} = f''(K) < 0 \tag{22}$$

7. Ricardo D. (1959), ob. cit., Cap. V, p. 62.

La expresión (21) corresponde a la hipótesis enunciada de salarios constantes. Por otro lado, la (22) indica que los beneficios por unidad decrecerán durante el crecimiento, pues $f''(K)$ fue definida como un valor negativo; siendo tal derivada segunda la variación de la productividad marginal, cuanto más rápidamente disminuyan los rendimientos, con más rapidez decrecerán los beneficios. Como el salario se mantiene ajustado al salario natural, a medida que los beneficios decrezcan disminuirá la tasa de inversión y, finalmente, se llegará al estado estacionario. El supuesto de que $w = w_0$ no afecta lo esencial del análisis, pues si no hubiésemos adoptado tal simplificación y si hubiésemos tomado un salario natural creciente (o sea $w = w(t)$ y $dw/dt > 0$), la única diferencia consistía en que los beneficios decrecerán más rápidamente, anticipándose la llegada del estado estacionario que, en cambio, se retarda con el supuesto de salarios constantes[8].

Con respecto a la variación de las retribuciones totales, tenemos que,

$$dR/dK = f'(K) - f''(K) \cdot K - f'(K) = -f''(K) \cdot K > 0 \tag{23}$$

$$dW/dK = a \cdot w > 0 \tag{24}$$

$$dB/dK = f''(K) \cdot K + f'(K) - a \cdot w \tag{25}$$

Los montos totales de retribución a la tierra y al trabajo crecen, pero no hay en cambio certeza acerca de la variación del monto de los beneficios, pues tal variación depende de los valores que tomen los términos de la (25). Siendo $f''(K).K$ un valor negativo; $f'(K)$ positivo y siendo $a.w$ positivo, no hay garantía de qué valores prevalecerán determinando el signo.

Ricardo supone que "después de que el capital se hubiese acumulado en gran cantidad, mientras que el tipo de beneficio continuase decreciendo, llegará un momento en que el total de los beneficios comenzará a disminuir"[9]. Como demostraremos luego, el ritmo de crecimiento de la economía depende de la variación del monto de beneficios, por lo que interesa determinar para qué valor de K los beneficios alcanzan un máximo, disminuyendo luego. Para hallar dicho valor, igualamos a cero la (25).

$$dB/dK = f''(K) \cdot K + b = 0$$

$$f''(K) \cdot K = -b$$

$$\frac{f''(K) \cdot K}{f'(K)} = -\frac{b}{f'(K)}$$

pero el primer miembro es la elasticidad de la curva marginal, y por tanto la condición necesaria[10] es entonces que

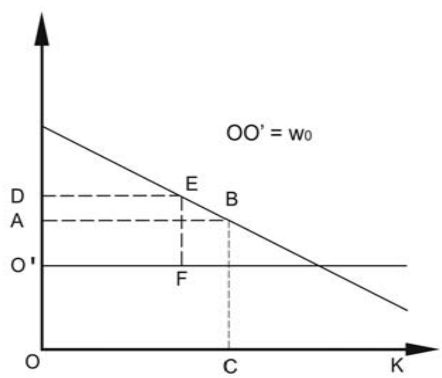
$$E_{mg_K} = -\frac{b}{f'(K)} \tag{26}$$

8. Si hubiéramos considerado $dw/dt>0$, y teniendo presente que $dK/dt>0$, tendríamos que $dw/dK>0$; entonces, $db/dK=f''(K)-a.dw/dk$; resulta que el beneficio no sólo decrece por los rendimientos decrecientes, sino también por el crecimiento de los salarios.

9. Ricardo D. (1959), ob. cit., Cap. V, p. 87.

10. Falta considerar la condición de suficiencia, o sea que $d^2B/dK^2 < 0$; derivando la (25), tenemos $d^2B/dK^2 = f'''(K)K + 2f''(K) < 0$. Si $f'''(K)$ es menor o igual a cero, la desigualdad se cumple, o sea el beneficio tiene un máximo. Pero si $f'''(K)$ es positiva, para que la desigualdad se siga verificando es entonces necesario que $|f'''(K)K| < |2f''(K)|$. Sólo con esta restricción adicional tendremos seguridad de que a partir de un cierto punto los beneficios totales comenzarán a disminuir, una vez alcanzado el máximo. Si tal restricción no se agrega, pueden encontrarse funciones de producción que cumplan con todos los requisitos hasta aquí enunciados y, sin embargo, los beneficios totales no declinarán a partir de un cierto valor de K.

Es conveniente aclarar el significado económico de esta condición. Si en un diagrama dibujamos la función marginal y tratamos de maximizar el ingreso del factor variable compuesto, entonces tendremos que ubicar un punto en la curva en que la elasticidad sea unitaria. Pero como lo que estamos tratando es la maximización del ingreso de uno de los factores variables (el capital), lo que se debe maximizar es el área del rectángulo *O'DEF*, no la del rectángulo *OABC*, pues debe descontarse de este último la participación del otro factor variable, lo que geométricamente equivale a una traslación de ejes, pues se busca un punto de elasticidad unitaria, pero respecto al nuevo sistema de ejes.



Hasta aquí llevamos examinado lo referente a las retribuciones unitarias y totales de los factores, ahora pasamos a considerar las participaciones relativas en el producto total. Para ello, bastará con dividir los respectivos montos globales por el producto total y luego, para estudiar su variación durante el proceso de crecimiento, derivamos cada expresión con respecto al capital.

$$\frac{R}{Q} = \frac{f\,(K) - f'(K)\cdot K}{f(K)} = 1 - \frac{f'(K)\cdot K}{f(K)} \tag{27}$$

$$\frac{d\left(\frac{R}{Q}\right)}{dK} = -\left\{ \frac{[\,f''(K)\cdot K + f'(K)] \cdot f\,(K) - f'(K)\cdot K \cdot f'(K)}{[\,f\,(K)\,]^2} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{f\,(K)}\left\{ f''(K)\cdot K + f'(K) - \frac{f'(K) f'(K)\cdot K}{f\,(K)} \right\} =$$

$$= -\frac{1}{f\,(K)}\left\{ f''(K)\cdot K - f'(K)\left[\frac{f'(K)\,K}{f(K)} - 1 \right]\right\} =$$

$$= -\frac{1}{f\,(K)}\ \{\ f''(K)\cdot K - f'(K)\ \ (E_K - 1\ )\ \}$$

Pero E_K es la elasticidad de la curva de producto total y, por una propiedad de las elasticidades, sabemos que la elasticidad de una función total menos la unidad nos da la elasticidad de la función media correspondiente.

$$\frac{d\left(\frac{R}{Q}\right)}{dK} = -\frac{1}{f\,(K)}\ [\ f''(K)\cdot K - f'(K) \cdot E_{me_K}\ ] \tag{28}$$

Puesto que, de acuerdo con los supuestos sobre la función producción, los rendimientos medios son decrecientes, entonces la elasticidad de la curva media ha de ser negativa. Como en la expresión última tal elasticidad se halla multiplicada por un valor positivo, el término, al estar precedido de un signo negativo, se hace pues positivo; siendo *f"(K)* negativa no existen garantías acerca de qué signo prevalecerá en la expresión. La condición para que la renta como participación del ingreso crezca es que

$$| f''(K) \cdot K \mid \; > \; \mid f'(K) \cdot E_{me_K} \mid$$

pasando términos

$$\left| \frac{f''(K) \cdot K}{f'(K)} \right| > \mid E_{me_K} \mid$$

luego

$$\mid E_{mg_K} \mid > \mid E_{me_K} \mid \tag{29}$$

Es preciso destacar que, si hubiéramos formulado una ley de rendimientos decrecientes, exigiendo simplemente que la derivada segunda fuese negativa, tal como se hace en algunas presentaciones del sistema ricardiano[11], no habría seguridad de que la renta como participación del ingreso crezca. En cambio, habiendo formulado una ley de rendimientos más fuerte, en términos de elasticidad decreciente, hay sí certeza de que tal participación crecerá, pues si la función de producción tiene elasticidad decreciente, entonces la elasticidad de la función marginal es mayor, en valor absoluto, que la elasticidad de la función media.

Pasamos a considerar ahora la participación del total de los salarios en el ingreso. Es obvio que si existen rendimientos decrecientes, y una retribución unitaria constante para el trabajo, y, por otro lado, si hay coeficientes fijos, la participación de los salarios en el ingreso debe crecer.

$$\frac{W}{Q} = \frac{a \cdot w \cdot K}{f\,(K)} \tag{30}$$

$$\frac{d\left(\frac{W}{Q}\right)}{dK} = \frac{a \cdot w \cdot f\,(K) - a \cdot w \cdot f'(K) \cdot K}{[\; f\,(K) \;]^2} = \frac{a\,w}{f(K)} \left[1 - \frac{f'(K) \cdot K}{f\,(K)} \right]$$

$$\frac{d\left(\frac{W}{Q}\right)}{dK} = \frac{a \cdot w}{f\,(K)} \left(1 - E_K \right) > 0 \tag{31}$$

Se ve que siendo E_K menor que la unidad, toda la expresión resulta positiva, confirmándose así que la participación del trabajo en el ingreso va creciendo con la acumulación del capital.

Consideremos la última de las participaciones relativas, la del beneficio total. En realidad, habiéndose demostrado ya que las dos participaciones anteriores crecen, queda automáticamente demostrado que el beneficio decrece en cuanto a participación relativa en el ingreso. Pero igual es conveniente demostrarlo de manera analítica.

11. *"Ricardo on Factor Prices and Income Distribution in a Growing Economy", H. Barkai (Economica, 1959) artículo del que hemos extraído la forma de presentación de algunas de las expresiones que hacen a la distribución del producto en el sistema ricardiano.*

$$\frac{B}{Q} = \frac{f'(K) \cdot K - a \cdot w \cdot K}{f(K)} \tag{32}$$

$$\frac{d\left(\frac{B}{Q}\right)}{dK} = \frac{\left[\frac{df'(K)}{dK} \cdot K + f'(K) - a \cdot w\right] f(K) - [f'(K) \cdot K - a \cdot w \cdot K]\, f'(K)}{[\ f(K)\ ]^2}$$

$$\frac{d\left(\frac{B}{Q}\right)}{dK} = \frac{1}{f(K)}\left[\frac{df'(K)}{dK} \cdot K + f'(K) - aw - \frac{f'(K) \cdot K \cdot f'(K)}{f(K)} + aw \cdot \frac{Kf'(K)}{f(K)}\right] =$$

$$= \frac{1}{f(K)}\left\{\frac{d\,f'(K)}{dK} \cdot K - [\ f'(K) - aw\ ]\ [\ E_K - 1\ ]\right\} \tag{33}$$

Nuevamente, si hubiésemos formulado la ley de rendimientos decrecientes exigiendo sólo que la derivada segunda fuese negativa, no tendríamos certeza de que la última expresión resultase negativa. Para que tal cosa se verifique, debe cumplirse que

$$\left|\ \frac{d\,f'(K)}{dK} \cdot K\ \right| > |\ [\ f'(K) - aw\ ]\ (\ E_K - 1\ )\ |$$

Reemplazando E_K - *1* por su equivalente, o sea la elasticidad de la respectiva curva media, E_{me} , y dividiendo ambos miembros de la desigualdad por *f'(K)*, tenemos que

$$\left|\ \frac{\frac{d\,f'(K)}{dK} \cdot K}{f'(K)}\ \right| > \left|\ \frac{b}{f'(K)} \cdot E_{me_K}\ \right|$$

luego

$$\left|\ \frac{E_{mg_K}}{E_{me_K}}\ \right| > \left|\ \frac{b}{f'(K)}\ \right| \tag{34}$$

El cociente *b/f'(K)* es menor que la unidad, pues es un coeficiente que indica la proporción, en la unidad compuesta marginal, de la retribución en concepto de beneficio con respecto a la retribución del factor variable compuesto. Y como hemos formulado la ley de rendimientos decrecientes en términos de la elasticidad decreciente de producto, entonces tendremos que E_{mgK} en valor absoluto, será mayor que E_{meK} , y por lo tanto el cociente E_{mgK} / E_{meK} > *1* , cumpliéndose entonces la desigualdad anterior. Hay así certeza de que la participación relativa de los beneficios en el ingreso decrecerá durante el proceso de acumulación de capital.

V

Una vez analizada la distribución del ingreso, veamos ahora cómo crece una economía que funciona de conformidad con las hipótesis ricardianas. Vimos ya que mientras exista acumulación de capital la economía crecerá, pero nos interesa conocer a qué ritmo se verifica tal crecimiento. Tal ritmo puede expresarse por la aceleración del producto en el tiempo, o sea por d^2Q / dt^2 , en cuyo caso nos interesa saber cómo varían los incrementos absolutos del producto en el tiempo; pero también podemos expresar el ritmo de crecimiento por los incrementos relativos del producto en el tiempo, o sea por $d[(dQ/dT)/Q]/dt$. Es importante precisar que ambas formulaciones no son equivalentes; una economía puede estar creciendo con incrementos absolutos crecientes, pero puede ocurrir que los incrementos relativos sean decrecientes. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que cuando una economía crece con incrementos absolutos decrecientes, necesariamente los incrementos relativos también lo serán.

Generalmente se afirma que una economía que responde a las hipótesis ricardianas crece a un ritmo decreciente. Pero suele haber una falta de rigor en cuanto a qué ritmo se refiere tal afirmación. Vamos a estudiar en qué medida es cierta tal afirmación del ritmo decreciente, y para qué valores de K comienzan a decrecer cada una de las tasas.

Partimos nuevamente de la expresión:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dK} \cdot \frac{dK}{dt}$$

y dividimos ambos miembros de la igualdad por Q, y al segundo miembro lo multiplicamos y dividimos por K, teniendo en consecuencia

$$\frac{\frac{dQ}{dt}}{Q} = \frac{dQ}{dK} \cdot \frac{K}{Q} \cdot \frac{\frac{dK}{dt}}{K} = E_K \cdot \frac{\frac{dK}{dt}}{K} \tag{35}$$

y derivando con respecto al tiempo,

$$\frac{d\left(\frac{\frac{dQ}{dt}}{Q}\right)}{dt} = \frac{d\,E_K}{dt} \cdot \frac{\frac{dK}{dt}}{K} + E_K \cdot \frac{d\left(\frac{\frac{dK}{dt}}{K}\right)}{dt} \tag{36}$$

Tenemos que considerar el signo de cada uno de los términos del segundo miembro para verificar si la economía crece a un ritmo creciente o decreciente.

a) E_K es positiva y $(dK/dt) / K$ también lo será mientras haya beneficios.

b) $[(dK/dt)/K]/dt = [(dK/dt)/K]/db \,.\, db/dt$ donde $[(dK/dt)/K]/dt > 0$ pues cuanto mayor es la tasa de beneficio, mayor será la tasa de acumulación; por otro lado, $db/dt = db/dK \,.\, dK/dt < 0$, pues ya hemos demostrado que db/dK es menor que cero, y como suponemos que aún no hemos llegado al estado estacionario (o sea, b es positivo), entonces dK/dt será positiva. De las expresiones anteriores surge entonces que de

$$\frac{\left[\frac{dK/dt}{K}\right]}{dt} < 0$$

c) $dE_K/dt = dE_K/dK \,.\, dK/dt$ habiendo formulado la ley de los rendimientos decrecientes en términos de la elasticidad, dE_K/dK es menor que cero, y como dK/dt es mayor que cero, entonces toda la formulación resulta negativa.

Verificados ya los signos de cada uno de los términos, podemos afirmar que –siempre de acuerdo con nuestra formulación de la ley de los rendimientos decrecientes– la economía decrecerá a una tasa relativa decreciente.

Analizaremos ahora la tasa absoluta de crecimiento, o sea la aceleración del ingreso:

$$\frac{d^2Q}{dt^2} = \frac{d\left(\frac{dQ}{dK}\right)}{dt} \cdot \frac{dK}{dt} + \frac{dQ}{dK} \cdot \frac{d^2K}{dt^2} \tag{37}$$

y consideremos el signo de cada uno de los términos del segundo miembro:

a) dK/dt y dQ/dt son valores positivos;

b) $d\,(dQ/dK)\,/\,dt \;=\; d\,(dQ/dK)\,/\,dK\,.\,dK\,/\,dt \;<0$ puesto que $d\,(dQ/\,dK)\,/\,dK<0$ y $dK\,/\,dt>0$

c) de la (15) tenemos que

$$\frac{d^2K}{dt^2} = a\cdot\frac{dB}{dt} \tag{38}$$

y entonces el signo de la derivada segunda depende de dB/dt.

Si $d^2\,K\,/\,dt^2$ es menor o igual a cero, la expresión (37) se hace negativa, o sea que el crecimiento del ingreso se estará desacelerando. De manera que, a partir del punto en que los beneficios globales son máximos, tenemos seguridad de que la economía crece con incrementos absolutos decrecientes.

Pero aún siendo $d^2\,K\,/\,dt^2$ positiva, esto es mientras los beneficios crecen, la economía puede ya estar creciendo a un ritmo absoluto decreciente, siempre que se verifique la condición de que

$$\left|\frac{d\left(\frac{dQ}{dK}\right)}{dt}\cdot\frac{dK}{dt}\right| > \left|\frac{dQ}{dK}\cdot\frac{d^2K}{dt^2}\right|$$

Haciendo pasaje de términos, reemplazando $dK\,/\,dt$ por I (inversión neta) y dividiendo ambos miembros de la desigualdad por t, tenemos

$$\left|\frac{\frac{d\,[\,f'(K)\,]}{f'(K)}}{\frac{dt}{t}}\right| > \left|\frac{\frac{dI}{I}}{\frac{dt}{t}}\right| \tag{39}$$

Se comprueba de tal modo que aún siendo crecientes los beneficios globales, la economía puede crecer desaceleradamente siempre que la elasticidad de la productividad marginal respecto al tiempo, en valor absoluto, sea mayor que la elasticidad de la función de inversión respecto al tiempo; en otras palabras, si la desaceleración causada al producto por la productividad marginal decreciente es mayor que la aceleración causada por las nuevas inversiones que se van realizando.

VI

Para una mejor comprensión del funcionamiento del sistema ricardiano, es conveniente una presentación geométrica. Utilizamos una función de producción de segundo grado, de la forma $Q = -aK^2 + bK$ hemos representado en el *gráfico* 5. Supongamos que la economía posee un capital K_0; entonces, dada la función de producción, conocemos el nivel de producción, Q_0. Como la mano de obra se combina con el capital en proporción fija (relación dada por el ángulo a del *gráfico* 3), tenemos determinada en dicho gráfico la población ocupada, L_0. Siendo el supuesto simplificatorio de nuestra presentación un salario constante, entonces en el *gráfico* 2 tal salario queda representado por el segmento O_1-$\bar{w}$. Conocido el salario y el nivel de ocupación, queda determinada la retribución total al sector trabajo, representada por el rectángulo $O_1\bar{w}L_0A$.

En el *gráfico 1* hemos representado las funciones de productividad media y marginal. Como la renta es igual a la diferencia entre la productividad media y marginal, multiplicada por el capital utilizado, dibujamos una función que muestre tal diferencia, y determinado K_0 , queda establecido el monto total de renta, representado por el área del rectángulo O_1K_0DC. En el *gráfico 7*, hemos trasladado las funciones de beneficio unitario y global. Dado K_0 , quedan establecidos b_0 y B_0 . Además, los incrementos absolutos de capital por unidad de tiempo son una función de los beneficios, función que suponemos lineal y dibujamos en el *gráfico* 6. Dado B_0 , el incremento en el capital será de O_6G .

El *gráfico* 4 es auxiliar y sólo es utilizado para facilitar las proyecciones del diagrama 6 al 5.

En el *gráfico* 5 trazamos una recta de 45° de inclinación, con origen en K_0 , para llevar al mismo gráfico el resultado del incremento de capital. De modo tal que en el período siguiente el capital será K_1. Dado este capital, se vuelven a establecer las mismas relaciones ya indicadas, con el resultado de que como el capital K_1 es mayor que el K_0 , la población ocupada aumentará de L_0 a L_1, aumentando la retribución total de los asalariados, que ahora es $O_2\bar{w}JL_1$.

Por otro lado, en el *gráfico* 1, al haber aumentado el capital, y por tanto haber aumentado la diferencia entre la productividad media y la marginal, la renta total habrá aumentado, siendo ahora O_1K_1FE. Como la función de beneficios unitarios es decreciente, el beneficio en K_1 es menor que el de K_0. En nuestro ejemplo, aunque el beneficio unitario disminuye, el beneficio total aumenta, si bien se observa que a partir de K_3, los posteriores aumentos de capital también harán disminuir el beneficio total.

Obtenido B_1, y repitiendo el proceso anteriormente expuesto, se determina la nueva acumulación de capital, que sumada al capital K_1, determina el nuevo nivel K_2, para el período siguiente.

VII

En lo anterior se han hecho frecuentemente referencias a las condiciones que debe cumplir la función de producción ricardiana para que se verifiquen las conclusiones acerca de la distribución del producto entre asalariados, capitalistas y terratenientes; el ritmo de crecimiento de la economía y del estado estacionario.

Si sólo se exige de la función de producción que la derivada segunda del producto respecto al capital sea decreciente, o sea si se formula la ley de rendimientos decrecientes en términos de incrementos absolutos decrecientes del producto ante incrementos unitarios del capital, sólo una parte de las aseveraciones ricardianas quedan debidamente verificadas, por ejemplo que la tasa unitaria de beneficio disminuirá y que la renta global crecerá. Si, en cambio, se exige de la función de producción que la elasticidad de producto además de menor que la unidad sea también decreciente respecto a incrementos en el capital utilizado, no sólo se cumplen las afirmaciones antes mencionadas, sino también otra serie de aseveraciones ricardianas, las que no necesariamente se cumplen si la ley de rendimientos es formulada en su forma “débil”. Por ejemplo, podemos citar las conclusiones de que los beneficios globales decrecen como participación del producto total, y que la renta global crece como participación del producto total.

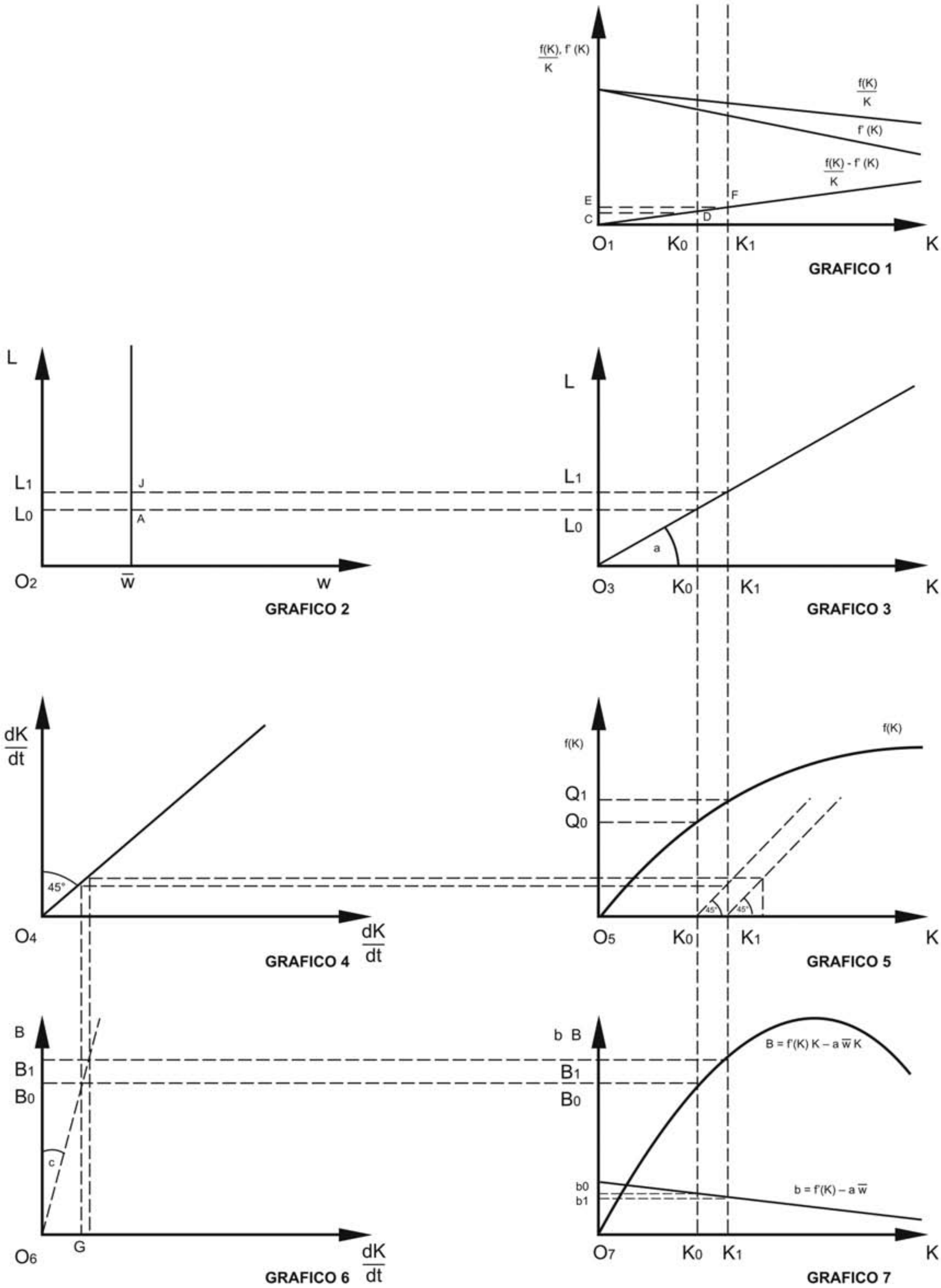


GRAFICO 1

GRAFICO 2

GRAFICO 3

GRAFICO 4

GRAFICO 5

GRAFICO 6

GRAFICO 7

Resta aún examinar un tema de suma importancia. Ricardo sostiene que, a partir de un cierto valor de K, los beneficios globales alcanzan un máximo, y luego comienzan a declinar. Si ello ocurre tendremos la seguridad de que a partir de un cierto momento la economía crece con incrementos absolutos decrecientes. Esta afirmación tiene una importancia esencial en lo que respecta al estado estacionario. Éste se define en los clásicos como aquel estado en el que el salario de mercado permanece sin cambios y ajustado al salario natural (sin variaciones posteriores en la población), y el beneficio ha alcanzado el valor mínimo que no llega a inducir nuevas inversiones, o sea que b se hace cero, con lo que la acumulación de capital queda detenida.

Podemos expresar lo anterior así:

$$w = \varpi$$

$$b = 0$$

con lo cual tendremos que

$\frac{dL_S}{dt} = 0$: donde L_S es la oferta de trabajo.

$$\frac{dK}{dt} = 0$$

Como en nuestra presentación hemos supuesto que el salario de mercado está ajustándose continuamente al salario natural, para que el estado estacionario se alcance es necesario que, a un cierto valor (no infinito) de K, b se anule, lo que significa que B debe también hacerse cero. Si sólo se exige de la función de producción que la derivada segunda sea negativa, no tenemos una condición suficiente para que la economía alcance el estado estacionario. Pueden hallarse funciones de producción cuya derivada segunda sea negativa, pero para las cuales los beneficios totales no alcancen un máximo para los valores finitos de K. Si ello ocurre, entonces la acumulación continuará indefinidamente y el estado estacionario no se alcanzará.

Por ejemplo consideremos la siguiente función

$$Q = K^{1/2} + AK$$

para la cual

$$A = h + aw$$

siendo h una constante tal que

$$h > 0$$

y derivando tendremos que

$$\frac{dQ}{dK} = {}^1\!/_2 K^{-1/2} + A = {}^1\!/_2 K^{-1/2} + h + a \cdot \varpi > 0$$

$$\frac{d^2Q}{dK^2} = -{}^1\!/_4 K^{-3/2} < 0$$

por lo tanto

$$b = {}^1\!/_2 K^{-1/2} + h$$

$$B = bK = {}^1\!/_2 K^{1/2} + hK$$

Veamos ahora cómo varían b y B al crecer K, haciendo tender K a infinito.

$$\lim_{K\to\infty} b = \lim_{K\to\infty}\left(\frac{1}{2}K^{-1/2} + h\right) = h$$

$$\lim_{K\to\infty} B = \lim_{K\to\infty}\left(\frac{1}{2}K^{1/2} + hK\right) = \infty$$

Se comprueba que, a medida que aumenta K, b tiende a un valor constante y los beneficios globales crecen indefinidamente, no se alcanza nunca el estado estacionario.

Si por el contrario la ley de los rendimientos decrecientes se formula en la forma "fuerte" que hemos sugerido, esta función de producción queda descartada, pues su elasticidad no es decreciente.

VIII

Una vez visto el funcionamiento del modelo, es conveniente volver atrás y revisar cuáles son los supuestos básicos que determinan las conclusiones a las que se ha arribado. En nuestra opinión, son sustancialmente dos los supuestos que hay que considerar: la ley de los rendimientos decrecientes y la ley de la población.

Con respecto a la primera, Ricardo consideraba una economía en que era muy grande la importancia del sector productivo primario, afectado por tales rendimientos decrecientes y pensaba, en consecuencia, que tal tendencia iba a predominar en el conjunto de la economía. En nuestra presentación, los conocimientos tecnológicos se supusieron constantes, pero debe tenerse en cuenta que, si tomamos a la técnica como una variable, entonces su progreso puede llevar a contrarrestar los rendimientos decrecientes –y aun superar su efecto–, como efectivamente se ha verificado en el siglo y medio transcurrido desde la aparición de los "Principios…" de Ricardo. Al introducir Ricardo al avance tecnológico en sus consideraciones, creía que este avance iba a ser de una magnitud tal que no alcanzase a contrarrestar los efectos derivados de una tierra limitada y de calidad decreciente; lo único que tal progreso tecnológico conseguiría era atenuar la declinación de los rendimientos, que finalmente iban sin embargo a prevalecer.

En cuanto a la ley de la población, Ricardo creía que la población crecería al aumentar los salarios reales y disminuirá en caso contrario, haciendo tender continuamente el salario de mercado al salario natural, lo que constituye un elemento importante de ajuste en el sistema ricardiano. La validez de esta ley, por supuesto, no parece haber sido confirmada por la realidad, y resulta hoy día muy difícil poder formular una ley de tipo tan simple, pues la complejidad del problema económico obliga a tomar en cuenta varias circunstancias. Señalaremos, a simple título de ejemplo, que en algunos tratamientos modernos sobre criterios de inversión en planes de desarrollo, como ocurre en los trabajos de Galenson y Leibenstein, se analizan los efectos de un alza de ingresos durante un proceso de crecimiento partiendo del supuesto de que durante la consiguiente industrialización y urbanización –después de un período de explosión demográfica– disminuirá la tasa de crecimiento de la población, supuesto que, evidentemente, resulta ser el opuesto al ricardiano.

Por último, cabe señalar que a la luz de la experiencia moderna, resulta por cierto exagerado el énfasis puesto por los clásicos en la acumulación de factores como causa determinante del crecimiento, puesto que en verdad es el progreso tecnológico asociado a las nuevas inversiones la causa más importante de la expansión del nivel de ingreso real.

Referencias

Adelman I. (1961), *Theories of economic growth and development*, Standford, California.

Barkai H. (1959), "Ricardo on factor prices and income distribution in a growing economy", *Económica*, agosto.

Baumol W. J. (1959), *Economic dynamics*, The Mac Millan Co., New York.

Blaug M. (1962), *Economic Theory in restrospect*, R. D. Irwin Inc., Homewood, Illions.

Brems H. (1960), "An attempt at a rigorous restatement of Ricardos's long-run equilibrium", *Canadian Journal of Economics and Political Science*, Feb.

Fellner W. (1960), *Emergence and content of modern economic analysis*, Mc.Graw-Hill, New York.

Higgings B. (1959), *Economic development*, W. W. Norton y Co. Inc. New York.

Meade J.E. (1961), *A neo-classical theory of economic growth*, G. Allen and Unwin, Londres.

Pasinetti L.L. (1960), "A mathematical formulation of Ricardian system", *Review of Economic Studies*, XXVII, 2.

Ricardo D. (1959), *Principios de economía política y tributación*, Aguilar, Madrid.

Samuelson P. (1959), "A modern treatment of the Ricardian economy", *Quarently Journal of Economics*, LXXIV, mayo.

Smith A. (1961), *Indagación acerca de la naturaleza y la causa de la riqueza de las naciones*, Aguilar, Madrid.

Stuart Mill J. (1951), *Principios de economía política*, Fondo de la Cultura Económica, México.