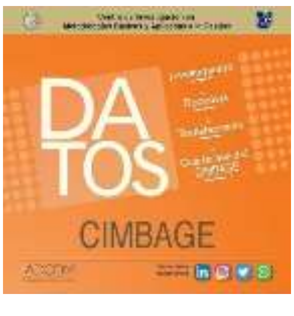
.UBA económicas
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

Ingeniería Financiera

Futuros y Opciones

Roberto D. Bacchini
Daniel F. Miguez
Javier I. García Fronti
Sebastián A. Rey
Ornella Turrini



Ingeniería financiera : futuros y opciones / Roberto Darío Bacchini ... [et al.]. - 1a ed -
Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias
Económicas, 2020.
Libro digital, PDF

Archivo Digital: descarga y online
ISBN 978-950-29-1890-7

1. Finanzas. 2. Análisis de Riesgo. I. Bacchini, Roberto Darío
CDD 330

ISBN 978-950-29-1890-7
9 789502 918907

AUTORIDADES

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

RECTOR: DR. ALBERTO E. BARBIERI

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

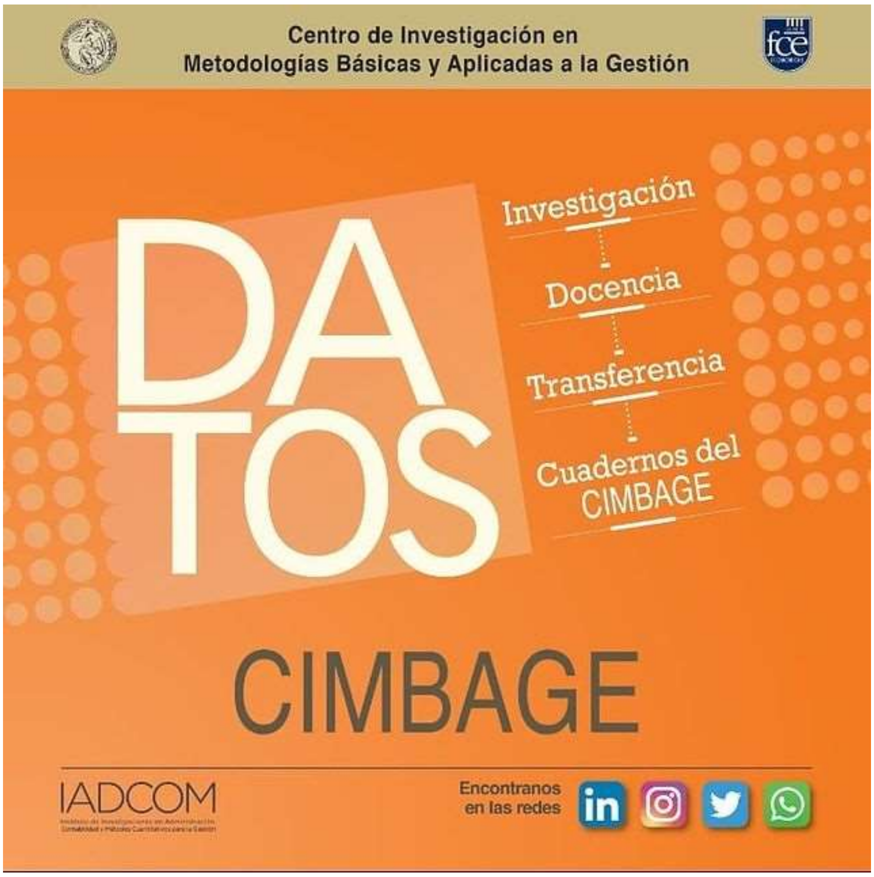
DECANO: DR. RICARDO PAHLEN ACUÑA

INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN ADMINISTRACIÓN, CONTABILIDAD Y MÉTODOS CUANTITATIVOS PARA LA GESTIÓN (IADCOM)

DIRECTORA: DRA. MARÍA TERESA CASPARRI

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN METODOLOGÍAS BÁSICAS Y APLICADAS A LA GESTIÓN (CIMBAGE)

DIRECTOR: DR. JAVIER IGNACIO GARCÍA FRONTI



EMAIL: ccimbage@econ.uba.ar

PÁGINA WEB: http://www.economicas.uba.ar/institutos_y_centros/cimbage/

REDES SOCIALES:

https://www.instagram.com/cimbage/?hl=es-la

https://www.linkedin.com/in/cimbage-iadcom-facultad-ciencias-econ%C3%B3micas-uba-489a44139/

https://twitter.com/cimbage

INDICE

CAPÍTULO 1 .... **6**

1.1. EVOLUCIÓN HISTÓRICA INTERNACIONAL **7**

1.2. PRINCIPALES MERCADOS LATINOAMERICANOS **10**

1.3. OPERATORIA DE LOS MERCADOS A TÉRMINO **16**

CAPÍTULO 2 .... **22**

2.1. CARACTERÍSTICAS DE LOS CONTRATOS DIFERIDOS **23**

2.1.1. FUNCIONAMIENTO DEL MERCADO Y LIQUIDACIÓN DE CONTRATOS 24
2.1.2. FORWARDS. DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS 25
2.1.3. FUTUROS. DEFINICIÓN Y CARACTERÍSTICAS 27
2.1.4. DIFERENCIAS. VENTAJAS Y DESVENTAJAS 28

2.2. VALUACIÓN **29**

2.2.1. CONTRATOS FORWARDS 30
2.2.2. CONTRATOS FUTUROS 59
2.3.1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS 72
2.3.2. SERIES DE PRECIOS 74

CAPITULO 3 .... **81**

3.1. TIPOS DE OPCIONES **82**

3.2. CARACTERÍSTICAS GENERALES: PAY OFF Y VALOR INTRÍNSECO **83**

3.3. MÉTODOS DE VALUACIÓN DE OPCIONES **85**

3.3.1. OPCIONES EUROPEAS LANZADAS SOBRE ACCIONES QUE NO PREVÉN DIVIDENDOS 86
3.3.2. OPCIONES EUROPEAS LANZADAS SOBRE ACTIVOS CON DIVIDENDOS. CORRECCIÓN DEL MODELO DE BLACK & SCHOLES 102
3.3.3. OPCIONES AMERICANAS LANZADAS SOBRE ACTIVOS SIN DIVIDENDOS 105
3.3.4. OPCIONES AMERICANAS LANZADAS SOBRE ACTIVOS CON DIVIDENDOS. UTILIZACIÓN DE ÁRBOLES BINOMIALES 112

3.4. EXTENSIONES **114**

3.4.1. RELACIONES DE NO ARBITRAJE DE OPCIONES DE COMPRA Y DE VENTA 115
3.4.2. ESTRATEGIAS UTILIZANDO OPCIONES 122

REFERENCIAS **129**

APENDICE: INSTRUMENTOS DERIVADOS **131**

CAPÍTULO 1

MERCADOS
A TERMINO

Introducción

El objetivo del presente capitulo es realizar un análisis del desarrollo de los mercados a término desde su concepción como tales para así entender como están conformados en la actualidad.

Para cumplir con este objetivo, en la primera sección se estudia la evolución histórica internacional de estos, y como cada cultura ha ido ampliando sus mercados de derivados, los cuales han tenido un auge en los últimos años gracias a los desarrollos tecnológicos logrados.

En la segunda sección se estudian los principales mercados latinoamericanos, haciendo un especial énfasis en Argentina y en sus dos mercados de derivados de mayor relevancia: MATBA y ROFEX (Actualmente en proceso de unificación).

Finalmente, se estudia la operatoria de estos mercados y quienes son sus principales participantes, así también como su influencia en los precios de los distintos bienes transados.

En el anexo I del presente libro, se presenta una breve introducción a los principales conceptos acerca de los instrumentos derivados, los cuales se consideran de relevancia para entender los contenidos desarrollados a continuación en profundidad.

1.1. Evolución histórica internacional

La actividad comercial, entendida como actividad social desarrollada por el ser humano, se remonta hacia los primeros registros históricos. Las primeras grandes redes de comercialización se pueden hallar con los fenicios, los griegos, los romanos y los bizantinos, convirtiendo a estas civilizaciones en poderosos entes económicos. En virtud de la distribución geográfica y los peligros existentes, el comercio en aquella época se realizaba mediante operaciones de trueque o en efectivo exclusivamente, pudiéndose citar menciones de algunas operaciones con pagos adelantados entre los griegos.

A principios del siglo XII, comienzan a conformarse distintas ferias en los territorios de los Condes de Champagne, las que promueven la actividad comercial. Muy probablemente, sea en estos mercados en donde se celebraron los primeros contratos con entregas a futuro. La existencia de diferencias de idioma, étnicas y culturales entre las partes originaban discrepancias en la interpretación y disputas en el momento de la liquidación de cuentas y, por lo tanto, surgió un código de leyes comerciales llamado “Law Merchant”, cuyas funciones resultan similares a las regulaciones establecidas en las bolsas hoy en día. Este código establecía los términos del contrato, determinaba los métodos de muestreo, de inspección y de verificación de la calidad de las mercancías y sentaba las bases para establecer el lugar y la fecha de entrega de estas. Del mismo modo, en estas ferias surgió la llamada “Lettre de Faire”, instrumento asimilable a un contrato de entrega diferida, con la particularidad de que podía ser transferido a una tercera parte quien, a su vez, podía transferirlo nuevamente o tomar posesión de los bienes.

No obstante, el antecedente de los mercados de futuros más frecuentemente citado es el de arroz de Osaka, Japón, el “cho-ai-mai” (arroz-en-libros) que operó aparentemente desde los años 1600 hasta su desaparición en 1869, que manejaba ya contratos estandarizados y estableció la primera cámara de compensación. Más recientemente, en el siglo XIX y en los Estados Unidos, se pueden encontrar asociaciones de comercialización constituidas a modo de “club” que, posteriormente, se agruparon en bolsas de mercancías. La primera fue el Chicago Board of Trade (CBOT), establecida el 16 de agosto de 1848 con solo 82 miembros. Las operaciones se efectuaban con contratos estandarizados, determinaba sistemas de inspección y de pesaje y contaba con su propia supervisión. Si bien es la bolsa de futuros más antigua en operación, actualmente se encuentra fusionada con el Chicago Mercantile Exchange (CME). Dicha fusión se llevó a cabo en el año 2007, y tuvo como resultado al grupo CME. En 2008, el grupo CME adquirió el New York Mercantile Exchange Holdings Inc. (NYMEX), integrado por la Bolsa Mercantil de Nueva York y el Commodity Exchange Inc. (COMEX). Esta adquisición dio lugar al mercado de derivados más diverso y con mayores volúmenes operados del mundo.

En 2010, el CME Group adquirió una participación mayoritaria (del 90%) en los índices bursátiles y financieros del Dow Jones. Este, que estaba aún afectado por la crisis financiera global de 2008, volvió a arrojar resultados positivos en 2012 gracias a la compra de la Kansas City Board of Trade, ya que esta era la principal comercializadora de un commodity muy importante a nivel mundial, el trigo.

En 2017, la bolsa de Chicago revoluciona el mercado global comenzando a operar futuros sobre Bitcoin. Finalmente, el auge de las cryptomonedas lleva a la firma a ser la primera en ofrecer contratos de opciones de futuros de Bitcoin durante el primer trimestre de 2020.

En la actualidad, el CME Group maneja en promedio 3000 millones de contratos, valuados en mil millones de dólares anuales. Si bien sigue trabajando con el método tradicional de licitaciones públicas, aproximadamente el 80% de las operaciones se realizan electrónicamente a través de su plataforma CME Globex, posicionada en la actualidad como la plataforma líder de operaciones financieras del planeta, ya que opera 6 días a la semana, las 24 horas y en cualquier espacio donde se cuente con conexión a internet.

En el ámbito financiero, los mercados de futuros en Estados Unidos comenzaron a desarrollarse en 1972, cuando el CME crea el International Monetary Market (IMM) que fue el primero en operar contratos sobre el Bono del Tesoro a 10 años.

En la Unión Europea, con excepción de Gran Bretaña que comenzó a desarrollarse financieramente en el siglo XVII y de Francia que lo hizo desde el gobierno de Napoleon, los Mercados de Futuros surgieron recién en los ochenta, en ciudades como Amsterdam, Helsinki, Copenhague, Dublin, Viena y Bruselas. Entre los mercados más importantes se encuentran el MEFF español, el London International Financial Futures and Options Exchange (LIFFE) y el EUREX, surgido de la fusión de los mercados alemanes y suizos en el año 1998.

Como se mencionó anteriormente, el Lejano Oriente tampoco estuvo al margen de este proceso. De hecho, fue uno de los pioneros: el primer contrato moderno de futuros sobre commodities agrícolas es atribuido a un Contrato de Futuros de arroz desarrollado en el Dojima Rice Exchange en 1730. En 1893, se produce una ampliación de los instrumentos a negociar y se incorporan contratos de arroz, algodón, azúcar y seda sin procesar.

Durante la segunda guerra mundial se suspenden las negociaciones y, a partir de 1950, se comienzan a negociar nuevamente futuros en Japón, creándose, por un lado, el TSE (Tokio Sugar Exchange) y, por el otro, el TGE (Tokio Grain Exchange), mercados que se fusionan en 1993. A su vez, este mercado fue adquirido por el Tokio Commodity Exchange (TOCOM) en 2013. Actualmente, este último presenta la mayor plataforma de intercambio de derivados de Japón, ofreciendo contratos en metales preciosos, energía, caucho, índices (Nikkei) y productos agrícolas. Dentro de los mercados asiáticos de importancia, se pueden mencionar también la Bolsa Nacional de Valores de India y la Bolsa de Corea del Sur, que se encuentran en la actualidad dentro de los 10 mercados de derivados más importantes del mundo por su nivel de operatoria.

Muchos de estos mercados han experimentado un gran desarrollo a partir de la década de 1970 y operan en la actualidad un variado menú de derivados sobre activos financieros, moviendo volúmenes aún mayores que los que registran las transacciones sobre commodities. No sólo participantes tradicionales de los sectores productivos y del comercio desempeñan un papel importante en estos mercados, sino que, día a día, un creciente número de operaciones financieras se vuelcan al uso de este tipo de instrumentos convirtiéndolos en una pieza de gran importancia en el globalizado sistema financiero mundial.

En el siguiente cuadro pueden observarse los cuarenta mercados mundiales de derivados de mayor operatoria en 2019, medidos en volúmenes de contratos.

Figura 1

40 mercados de derivados con mayor operatoria mundial

Ranking 2019	Mercado	Volumen Ene-Dic 2019	Volumen Ene-Dic 2018	Variación % en el volumen
1	National Stock Exchange of India	5.960.653.879	3.790.090.142	57,27%
2	CME Group	4.830.045.369	4.844.857.131	-0,31%
3	B3	3.880.624.283	2.574.073.178	50,76%
4	Intercontinental Exchange	2.256.762.531	2.474.223.217	-8,79%
5	Eurex	1.947.144.196	1.951.763.081	-0,24%
6	CBOE Holdings	1.912.075.382	2.050.884.142	-6,77%
7	Nasdaq	1.785.341.204	1.894.713.045	-5,77%
8	Korea Exchange	1.546.717.194	1.408.259.039	9,83%
9	Moscow Exchange	1.455.043.932	1.500.375.257	-3,02%
10	Shanghai Futures Exchange	1.447.597.054	1.201.969.095	20,44%
11	Dalian Commodity Exchange	1.355.584.225	981.927.369	38,05%
12	Zhengzhou Commodity Exchange	1.092.703.580	817.969.982	33,59%
13	BSE	1.026.425.811	1.032.693.325	-0,61%
14	Miami International Holdings [1]	440.049.131	421.320.501	4,45%
15	Hong Kong Exchanges and Clearing	438.690.021	480.966.627	-8,79%
16	Borsa Istanbul	387.996.034	236.393.421	64,13%
17	Japan Exchange Group	361.063.321	411.945.912	-12,35%
18	Multi Commodity Exchange of India	306.592.744	230.339.630	33,10%
19	Taiwan Futures Exchange	260.765.482	308.083.576	-15,36%
20	ASX	260.478.736	248.003.922	5,03%
21	Singapore Exchange	239.867.892	217.387.514	10,34%
22	TMX Group	228.766.070	218.987.586	4,47%
23	MATba ROFEX [6]	210.135.523	193.053.578	8,85%
24	JSE Securities Exchange	156.862.691	190.696.069	-17,74%
25	Euronext	144.081.157	149.254.141	-3,47%
26	Thailand Futures Exchange	104.521.995	104.422.200	0,10%
27	Indian Commodity Exchange	88.194.493	26.881.205	228,09%
28	China Financial Futures Exchange	66.283.413	27.210.053	143,60%
29	MEFF	44.920.848	43.502.218	3,26%
30	London Stock Exchange Group	38.864.708	46.105.494	-15,70%
31	Tel-Aviv Stock Exchange	35.560.572	48.107.098	-26,08%
32	Tokyo Financial Exchange	33.457.924	38.833.350	-13,84%
33	Dubai Gold & Commodities Exchange	23.066.143	22.260.136	3,62%
34	Malaysia Derivatives Exchange	13.510.750	13.726.567	-1,57%
35	Asia Pacific Exchange [8]	12.837.384	8.523.228	50,62%
36	National Commodity & Derivatives Exchange	12.484.098	15.537.378	-19,65%
37	Athens Derivatives Exchange	10.347.962	13.946.112	-25,80%
38	North American Derivative Exchange	10.134.748	12.323.287	-17,76%
39	Oslo Stock Exchange	7.939.543	9.432.118	-15,82%
40	OneChicago	7.369.800	7.066.292	4,30%

Fuente: Elaboración propia con información de la Futures Industry Association (FIA)

Geográficamente, la operatoria y los mercados mundiales de derivados se encuentran distribuidos a lo largo de todos los continentes teniendo una mayor preponderancia los mercados norteamericanos y europeos.

Al analizar el cuadro anterior, se destaca el gran crecimiento de los contratos negociados por la Bolsa Nacional de Valores de India, que aumentó su operatoria en un 58% entre 2018 y 2019, superando así al grupo CME. Este crecimiento puede ser relacionado con el desarrollo que India ha tenido en los últimos años como economía emergente, presentado elevados niveles porcentuales de aumento en su PBI. Otro mercado que se ha expandido de manera importante es la BOVESPA (Bolsa de Valores de San Pablo), que en la actualidad ocupa el tercer puesto del ranking de la Futures Industry Association (FIA). Este es otro ejemplo de mercados emergentes que han alcanzado tasas de crecimiento de contratos negociados record en el año 2019.

En el puesto 23 de este ranking se ubica el mercado MATBA Rofex, y es necesario aclarar que estos se fusionaron a mitad del año 2019. En el año 2018, el mercado a término Rofex también se había ubicado en el puesto 23.

Finalmente, aun cuando la cantidad de contratos es un buen indicador de nivel de operación de las bolsas mundiales, cabe aclarar que, en esta estadística, los valores considerados no involucran montos transados, lo que puede derivar en resultados diferentes según la variable de actividad que se busque medir.

1.2. Principales Mercados Latinoamericanos

En los últimos años, debido al desarrollo relativo alcanzado por las economías emergentes y el aumento de su participación en los mercados financieros internacionales, la negociación de derivados en estas economías ha aumentado. Este aumento puede ser explicado en parte por la obtención de flujos financieros de los mercados de capitales extranjeros, que sirvieron en algunos casos para comenzar un camino de desarrollo interno, y también por el efecto de la crisis financiera mundial 2007-2008, que no afectó de manera directa a las economías emergentes de América Latina, pero que ocasionó que algunas se vieran beneficiadas por la suba de los precios internacionales de las materias primas.

Argentina

El mercado de derivados argentino presenta un nivel de relativo atraso con respecto a los mercados de países desarrollados. Entre las principales causas de esto se encuentran las altas tasas de inflación e interés a las que está sometida la economía del país y las constantes variaciones en el tipo de cambio. Esto último genera que tanto los contratos de futuros como los de opciones sean instrumentos muy utilizados como cobertura ante movimientos cambiarios.

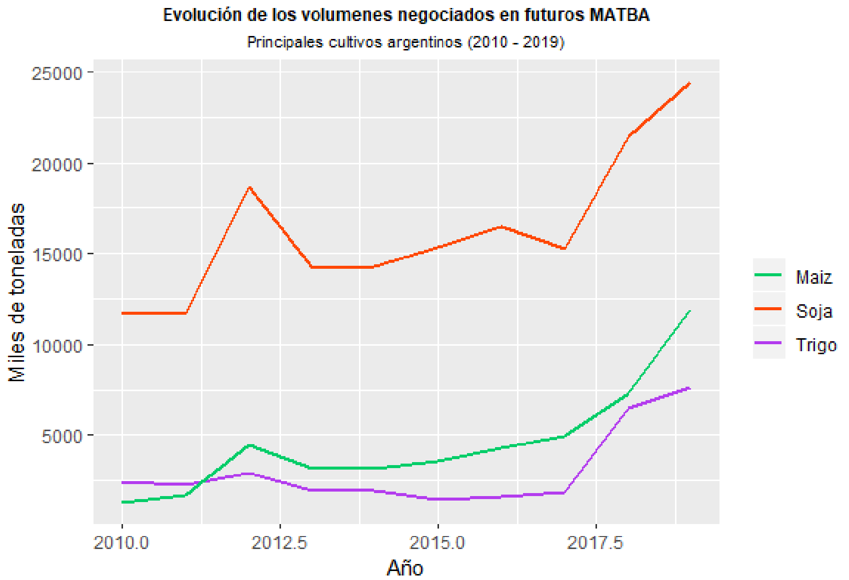
En la actualidad, los mercados más importantes del país son el Mercado a Término de Rosario (ROFEX) y el de Buenos Aires (MATBA), en los cuales se negocian principalmente contratos de futuros y opciones que funcionan como un seguro de cobertura asociados a la volatilidad del precio de los commodities agrícolas (trigo, maíz y soja, entre otros) debido a la influencia que estos bienes tienen en la economía del país.

Estos mercados iniciaron sus operaciones a principios del siglo pasado acompañando el extraordinario desarrollo que al mismo tiempo experimentaron las actividades agrícolas en el país y registraron una gran actividad en las primeras décadas del siglo XX. Dicha actividad llegó a un punto tal que los precios de algunos productos como el lino y el maíz fijados por los mismos eran referencia para los operadores de todo el mundo. En diciembre de 2018, se aprobó la fusión de ambos mercados, creando así el mercado de futuros y opciones más grande del país, que en 2019 negoció más de 53 millones de toneladas.

Los mercados de futuros y opciones de Argentina están regulados por la Comisión Nacional de Valores (CNV). A su vez, cuando los productos subyacentes son de índole agropecuario, también interviene el Ministerio de Agricultura, Ganadería y Pesca. La CNV dicta normas que estos mercados deben cumplir para poder funcionar como entidades autorreguladas. Una vez que están autorizados a funcionar, la CNV se encarga de controlar y fiscalizar su funcionamiento.

En las Figuras 2 y 3 puede observarse la evolución reciente de los volúmenes transados en Futuros y Opciones en el MATBA, uno de los mercados a término especializados en productos agrícolas de la Argentina.

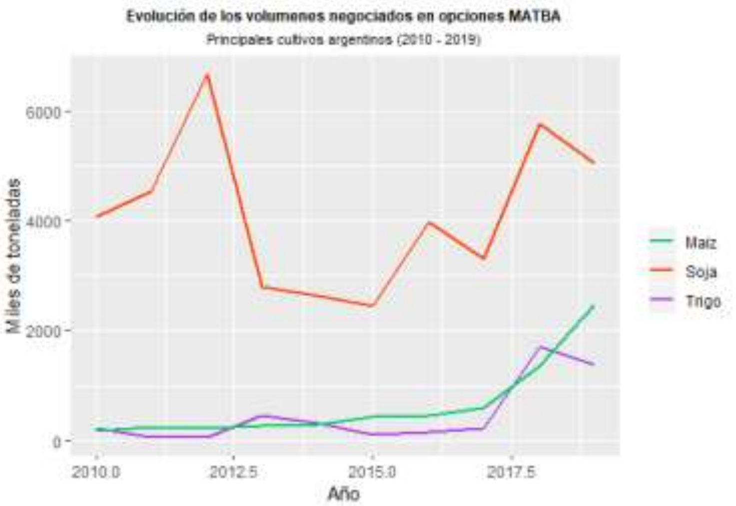
Figura 2



Fuente: Elaboración propia en base a datos del Mercado a Término de Buenos Aires (MATBA)

Es importante recordar que el periodo 2011-2012 estuvo marcado por una abrupta sequía que afectó a toda la zona núcleo del país, por lo que las negociaciones en los diferentes cultivos se vieron perjudicadas por este motivo.

Figura 3



Fuente: Elaboración propia en base a datos del Mercado a Término de Buenos Aires (MATBA)

A pesar de que el mercado de opciones en Argentina no se encuentra ampliamente desarrollado, en los últimos años ha logrado evolucionar. Uno de los cultivos que ha logrado mantener un crecimiento sostenido a lo largo del tiempo en el volumen negociado de opciones es el maíz.

Rosario Futures Exchange (ROFEX)

La Bolsa de Comercio de Rosario fue fundada el 18 de agosto de 1884 como una asociación sin fines de lucro. El auge del modelo agroexportador a principios del siglo XX motivó el perfeccionamiento de los sistemas de comercialización de granos, lo que resultó en la creación del Mercado General de Productos Nacionales del Rosario de Santa Fe en 1909, que luego se transformaría en el Mercado a Término de Rosario (ROFEX). A partir de la década del 30, debido a los sucesivos cambios en las políticas gubernamentales que sufrió el país, la actividad se vio afectada y se redujo a una operatoria marginal. Esto se extendió hasta la década del 90, donde como consecuencia de la desregulación del mercado granario, la comercialización de derivados volvió a ser un negocio redituable.

A partir de 2002, ROFEX comenzó a negociar contratos de futuros y de opciones sobre dólar. En 2018, se ubicó en el séptimo puesto entre los mercados con mayor volumen operado de derivados sobre moneda extranjera, con un total negociado de 189,22 millones de dólares. Además, en la actualidad, los contratos de futuro sobre dólar son los de mayor volumen de operatoria de la entidad.

Con respecto a los contratos agropecuarios, si bien se negocian contratos sobre soja, trigo, maíz y sobre distintos índices, el que se opera en mayor volumen es el Índice Soja Rosadé (ISR).

MATBA

El Mercado a Término de Buenos Aires comenzó a diagramarse en 1907, siguiendo el modelo de la Liverpool Corn Trade Association (esto se debió a la influencia que tenían los capitales británicos en Argentina a principios del siglo XX). Fue el primer mercado de América en garantizar operaciones y el primero de Latinoamérica. En la década del 20 se operaba un volumen anual de futuros de más de 15 millones de toneladas, llegando a superar el volumen anual cosechado.

A partir de la década del 30, la operatoria del mercado disminuyó. Esto se mantuvo hasta que en la década del 90 se lograron introducir ciertos cambios: se comenzó a cotizar y liquidar las operaciones en dólares estadounidenses, se incorporó la operatoria de opciones y comenzó a funcionar el Mercado Electrónico.

En la actualidad, las transacciones se realizan a viva voz o en el Mercado Electrónico. Este último capta más del 80% de las operaciones. La mayor parte de las negociaciones se lleva a cabo entre las 10 y las 17 horas, de lunes a viernes.

En la última década, se negociaron mayormente contratos de soja, trigo y maíz. Sin embargo, a partir de 2018, se comenzaron a negociar también contratos de futuros sobre ganado en pie y leche cruda, entre otros.

En Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA) se encuentran representados los principales actores del mercado de valores del país. Esta entidad se creó en 2017 y absorbió al Mercado de Valores de Buenos Aires, la tradicional bolsa del país, y a la Bolsa de Comercio de Buenos Aires.

El índice de mayor importancia negociado en BYMA es el Merval. Este tiene como función medir el valor en pesos de una cartera accionaria local. Esta cartera está integrada por las Acciones Líderes del mercado, y su conformación se evalúa y se reforma cada tres meses, teniendo en cuenta cuales son las que tienen mejor relación entre volumen negociado y cantidad de operaciones en el mercado. Por lo tanto, se considera que este índice es una medida del valor de las empresas argentina en un periodo determinado.

Chile

En Chile, el desarrollo de los centros bursátiles se vio impulsado por la reforma de la Ley de Mercado de Valores a comienzos de la década del 80. En la actualidad, se encuentran en funcionamiento la Bolsa de Comercio de Santiago, la Bolsa Electrónica y la Bolsa de Corredores, aunque la primera es donde se negocia casi el total del volumen de transacciones del país.

Este país ha tenido un desarrollo irregular de su mercado de derivados: a comienzos de la década del 90 se introdujeron opciones sobre acciones y futuros de índice, los cuales no tuvieron una buena recepción por parte de los inversores. En ese periodo también se introdujeron contratos a plazo sobre dólar y UF, que aún se mantienen vigentes. Las UF (Unidades de Fomento) son unidades de cuenta reajustables de acuerdo con la variación del índice de precios al consumidor (IPC). En el año 2000 se sumaron futuros de bonos soberanos al mercado. Actualmente, también se negocian futuros sobre el Índice de Precios Selectivo de Acciones (IPSA) de la bolsa de Santiago. Este último es considerado el principal índice bursátil del país. A su vez, también se pueden negociar y transar futuras emisiones de acciones de las empresas a través de la opción de suscripción de acciones (OSA).

A pesar de que el mercado chileno comenzó su desarrollo en los 90, el crecimiento sostenido de la bolsa de Chile comenzó en 2011, cuando entró en funcionamiento el Mercado Integrado Latinoamericano (MILA), compuesto desde su inicio por Chile, Colombia y Perú. A estos países, se les sumó México a partir del año 2014. La creación de este mercado impulsó a la bolsa de Santiago a crear la Bolsa de Derivados en 2012. Esta bolsa cuenta con el asesoramiento de la bolsa de derivados BM&FBOVESPA. Actualmente, el MILE es el primer mercado por número de compañías listadas en América Latina y el primero en tamaño de capitalización bursátil.

Brasil

En Brasil, las operaciones a términos remiten sus orígenes a 1917, cuando empresarios paulistas vinculados a la exportación, al comercio y a la agricultura crearon la Bolsa de Mercaderías de São Paulo (BMSP). Esta fue la primera en Brasil en introducir este tipo de operaciones y alcanzó, a lo largo de los años, una posición de referencia en la negociación de contratos agropecuarios, en especial en los de café, ganado en pie y algodón.

En 1968, surgió el índice Bovespa, que aún se negocia en la actualidad y es considerado un referente de la economía brasilera. Este está compuesto por los títulos de las empresas que suponen el 80% del volumen negociado en los últimos 12 meses (aproximadamente 50 compañías). Al igual que el Merval, este índice es revisado trimestralmente.

En 1985, surge la Bolsa Mercantil & de Futuros (BM&F) que comienza a ofrecer la negociación de productos financieros en diversas modalidades operacionales. En 1991, la BM&F y la BMSP unen sus actividades por medio de un acuerdo. De esta manera, surge la Bolsa de Mercaderías & Futuros, la que mantiene la sigla BM&F. Posteriormente, en 1997 se produce nuevo acuerdo operacional, ahora con la Bolsa Brasileira de Futuros (BBF) fundada en 1983, con sede en Río de Janeiro y el objetivo de fortalecer el mercado nacional de commodities.

En 2002, la Clearing de Cambio BM&F inició sus actividades y adquirió a la Companhia Brasileira de Liquidação e Custódia (CBLC) los derechos de gestión y operación de las actividades de la cámara de compensación y liquidación de operaciones con títulos públicos, títulos de renta fija y activos emitidos por instituciones financieras, y los títulos patrimoniales de la Bolsa de Valores do Rio de Janeiro (BVRJ), al igual que los derechos de administración y operación del sistema de negociación de títulos públicos y otros activos, conocidos como Sisbex. Esta fue la mayor bolsa de valores de Brasil hasta que se fusionó con Bovespa en 2008, dando origen al mercado BM&FBOVESPA.

En 2017, las dos entidades líderes en la operatoria de valores negociables y derivados del país, CETIP S.A. Mercados Organizados y BM&FBOVESPA, se fusionaron dando origen al mercado B3. CETIP había sido fundada en 1984 con el fin de proveer servicios de depósito, registración e intercambio para la operatoria de valores negociables e instrumentos financieros en un mercado OTC mutualizado, aunque en 2008 se desmutualizó.

Debido a las restricciones históricas que el país ha implementado para comprar dólares estadounidenses, el mercado de derivados sobre esta divisa se ha desarrollado más que el spot. A su vez, la principal actividad del mercado brasileño son los contratos de futuros y opciones sobre tasa de interés. También se negocian contratos sobre ganado, café, maíz y soja, entre otros.

México

En México, los primeros intentos de desarrollar un mercado de derivados se remontan a los Futuros en la Bolsa Mexicana de Valores (BMV). A partir de 1978, se comenzaron a cotizar Contratos a Futuro sobre el tipo de cambio peso/dólar, los que se suspendieron a raíz del control de cambios decretado en 1982. En 1983 la BMV listó futuros sobre acciones individuales y petrobonos, los cuales registraron operaciones hasta 1986. Fue en 1987 que se suspendió esta negociación debido a problemas de índole prudencial.

Asimismo, el Gobierno Federal ha emitido diversos instrumentos híbridos de deuda que incorporan Contratos Forwards para la valuación de los cupones y principal, lo cual permite indexar estos valores nominales a distintas bases. Estos instrumentos han sido importantes para la constitución de carteras, aunque no han tenido liquidez en los mercados secundarios. Entre los principales destacan:

- Petrobonos (1977 a 1991), indexados al petróleo calidad Istmo.
- Pagafes (1986 a 1991), indexados al tipo de cambio controlado.
- Tesobonos (1989 a la fecha), indexados al tipo de cambio libre.

En la década de los noventa se negociaron Contratos Forward OTC (over the counter) sobre tasas de interés de títulos gubernamentales, pactados en forma interinstitucional, sin un marco operativo formal y que fueron suspendidos a mediados de 1992.

Adicionalmente, a finales de 1992 se inició la negociación de derivados sobre subyacentes mexicanos entre los que se destacan las opciones sobre ADR's de Telmex L en The Chicago Board Options Exchange. A partir de 1994, se operaron diversas opciones sobre acciones mexicanas en CBOE, AMEX, New York Options Exchange (NYOE), NYSE y PLHX, además de las bolsas de Londres y Luxemburgo. Simultáneamente, se celebran Contratos Forward y Swaps sobre tipo de cambio, tasas de interés y commodities entre intermediarios extranjeros y entidades nacionales, sin reconocimiento ni protección jurídica.

A fines de 1994 entraron en vigor las normas de Banco de México para la operación de Contratos Forward sobre la tasa de interés interbancaria promedio (TIIP) y sobre el índice nacional de precios al consumidor (INPC), sujetos a registro ante el banco central y cumpliendo las normas del Grupo de los Treinta para garantizar el control administrativo y de riesgo.

En la actualidad, la operatoria más representativa se realiza a través del Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V., MexDer, que inició operaciones el 15 de diciembre de 1998 al listar Contratos de Futuros sobre subyacentes financieros, siendo constituida como una sociedad anónima de capital variable, autorizada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP).

Sus orígenes se remontan a 1994 cuando la BMV y la S.D. Indeval asumieron el compromiso de crear el Mercado de Derivados listados. La BMV financió el proyecto de crear la bolsa de opciones y futuros que se denomina MexDer, Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V. Por su parte, Indeval tomó la responsabilidad de promover la creación de la cámara de compensación de derivados que se denomina Asigna, Compensación y Liquidación, realizando las erogaciones correspondientes desde 1994 hasta las fechas de constitución de las empresas.

La BMV financió el proyecto de crear la bolsa de opciones y futuros que se denomina MexDer, Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V. Por su parte, Indeval tomó la responsabilidad de promover la creación de la cámara de compensación de derivados que se denomina Asigna, Compensación y Liquidación, realizando las erogaciones correspondientes desde 1994 hasta las fechas de constitución de las empresas.

MexDer y su Cámara de Compensación (Asigna) son entidades autorreguladas que funcionan bajo la supervisión de las Autoridades Financieras (SHCP, Banco de México y la Comisión Nacional Bancaria y de Valores-CNBV). Tiene como objetivo impulsar el crecimiento del Mercado Mexicano de Derivados de acuerdo a las necesidades de las empresas, inversionistas y del Sistema Financiero en general, desarrollando herramientas que faciliten la cobertura, administración de riesgos y eficiencia en el manejo de portafolios de inversión, en un marco de transparencia e igualdad de oportunidades para todos los participantes.

En la actualidad, los contratos de futuros más negociados en México son los realizados sobre los siguientes subyacentes financieros:

- DIVISAS Dólar de los Estados Unidos de América
- TASA DE INTERES
- IPC (Índices de precios y cotizaciones de la BMV)
- UDI (Unidades de Inversión)
- DEUDA Cetes (Certificados de la Tesorería) a 91 días (CE91), TIIE a 28 días (TE28), y Bonos a 3, 10, 20 Y 30 años (M3, M10, M20 Y M30, respectivamente).
- ACCIONES

A su vez, también se negocian contratos de opciones sobre:

- FUTUROS SOBRE IPC
- ACCIONES
- DIVISAS

A pesar de que este mercado ya lleva más de 20 años de funcionamiento, nunca ha logrado crecer de manera significativa. Al compararlo con el tamaño de la economía mexicana, este es relativamente pequeño y su tamaño se encuentra en disminución desde 2010, año en el que comenzaron a caer la cantidad de contratos negociados. Un ejemplo de los resultados negativos de este mercado es la alianza estratégica que se inició en 2010 entre el grupo CME, la Bolsa Mexicana de Valores y el MexDex, la cual incluía un acuerdo de ruteo de órdenes de productos derivados entre los mercados. El principal objetivo de esta alianza era el desarrollo de nuevos productos y la creación de un acuerdo de liquidación para que cada empresa pueda liquidar operaciones de clientes de la otra. Sin embargo, este convenio finalizó en 2017 dado que no se obtuvieron los resultados deseados.

1.3. Operatoria de los Mercados a Término

Los mercados de productos básicos están formados por los mercados de contado, los mercados a término y los mercados de futuros.

En los mercados spot o de contado, se fijan los precios para los productos que se entregarán inmediatamente. Aunque estos mercados permiten el descubrimiento de precios, esto sólo es válido para los precios del día. Así, los mercados spot no proporcionan información de precios para bienes que se entregarán en una fecha posterior, a futuro.

Esta diferencia la cubren los mercados forward o a término, y de futuros. Los mercados a término se definen por la entrega de un bien en una fecha determinada en el futuro. De este modo, el comprador y el vendedor pueden establecer el precio del producto que van a comercializar en la fecha pactada.

Los mercados a término y de futuro agregan la dimensión de tiempo a los mercados de contado, diferenciándose conceptualmente por los siguientes aspectos:

- Están estandarizados.
- Requieren una garantía, llamada margen, para contrarrestar el riesgo de la contraparte.
- Se comercializan en bolsas organizadas bajo reglas establecidas.
- Generalmente los usuarios cierran sus posiciones antes del vencimiento, es decir, no se utilizan para la entrega física de los bienes al vencimiento. Algunos negocian instrumentos que no prevén la entrega física y realizan ajustes por diferencias de dinero (cash settlement).

En los últimos años, los Contratos de Futuros se han desarrollado en prácticamente todas las áreas de la actividad económica mundial. Actualmente, es difícil encontrar un producto o actividad comercial que no esté vinculada con la operatoria en estos mercados.

Existen Contratos de Futuros para trigo, maíz, soja y girasol, para ganado porcino y vacuno, café, azúcar, cacao, algodón, jugo de naranja, metales, madera, petróleo y sus derivados, divisas, tasas de interés, índices bursátiles y hasta para cubrirse ante variaciones climáticas.

Originariamente, los Contratos de Futuros con mayor volumen de operaciones eran los contratos agrícolas. En la actualidad y de la mano del gran desarrollo de los mercados financieros internacionales, la participación de los futuros de activos financieros (dentro de los cuales se destacan los futuros de bonos del tesoro de los Estados Unidos) ha superado con creces a la porción de futuros de commodities.

Aunque ambas categorías de productos difieren en la naturaleza del bien subyacente, comparten algunas características distintivas: precios regidos por las condiciones dinámicas de la oferta y la demanda, gran utilización y capacidad para atraer capital de riesgo especulativo, etc.

Funciones económicas de los mercados de futuros

Los precios cambian constante y rápidamente. Si no tuvieran variaciones con el paso del tiempo, no existiría la necesidad de intentar conocer o descubrir sus valores futuros.

La oferta y la demanda de productos e insumos se caracterizan por variar permanentemente, lo que ocasiona continuos cambios en los precios relativos de los bienes. Estos cambios pueden ser más o menos significativos, dependiendo de las condiciones específicas del funcionamiento del mercado, estabilidad y elasticidad de la oferta y la demanda de tales bienes.

Adicionalmente, se pueden presentar factores generales adicionales que tienen incidencia sobre esa estabilidad como, por ejemplo, las expectativas inflacionarias, los flujos financieros, los fenómenos políticos, la estabilidad y credibilidad de las instituciones, etc.

En este sentido, los mercados a término (y particularmente el uso de futuros y opciones) permiten:

- *Transferir los riesgos de variabilidad en los precios*: posibilitan transferir los riesgos de variación en los precios desde quienes quieren evitarlos hacia aquellos que están dispuestos a asumirlos. Esto es de vital importancia para el productor, ya que el trabajo de todo un año se define sobre el final del período de producción cuando, generalmente debido a necesidades financieras, éstos se ven obligados a vender y es habitual que los precios en esos momentos se encuentren más deprimidos pues, habitualmente, se registra una sobreoferta de la producción en cuestión.

- *Son reveladores de expectativas y por ende de precios futuros, permitiendo tomar decisiones de comercialización*. Esto significa que, a través de los mercados de futuros, se pueden descubrir los precios de los productos un determinado tiempo antes de su realización en el mercado. En el caso de los granos, por ejemplo, durante el mes de agosto en el Hemisferio Sur se puede conocer un precio cierto para el Trigo que se va a cosechar en diciembre de ese año. Este dato es de mucha importancia para la futura decisión de siembra. Los mercados de futuros revelan expectativas o creencias, expectativas sobre la oferta, cómo es la intención de siembra de los productores y también de la demanda, cuánto se estima que se exportará, cuánto se estima que será el consumo para la molienda, etc. Los precios de futuros altos pueden estar revelando una baja intención de siembra y, de esta manera, brindan información relevante a la hora de tomar decisiones de siembra para la próxima temporada.

Asimismo, un mercado a Término ofrece señales transparentes para distribuir la comercialización de una cosecha a lo largo del año. El mecanismo de distribución es el diferencial de precios que se establece para las distintas posiciones (meses) que cotizan. A ese diferencial de precios se lo llama “Spread” y, generalmente, tiende a reflejar los costos de almacenaje y el costo de dinero entre una posición y la siguiente, lo que los operadores evalúan aplicando el modelo del denominado “Cost of Carry”.

La urgencia de los oferentes en desprenderse de la mercadería -productores con necesidades financieras, sin posibilidad de financiamiento alternativo- y la urgencia de los demandantes con capacidad de compra para asegurarse el abastecimiento futuro determinan la magnitud del spread.

Commodities y activos financieros

Por tratarse de bienes “tangibles” o físicos en un caso y bienes “intangibles” o financieros en el otro, se presentan diferencias que se manifiestan visiblemente en los valores de mercado. Los activos físicos, y en especial los de producción agropecuaria, tienen características particulares:

- Diferenciación de calidades según la ubicación geográfica.
- Variabilidad incontrolable de la oferta (influencia de factores climáticos, etc.).
- Producción diseminada en diferentes economías.
- Estacionalidad en la producción, comercialización y consumo.
- Alta incidencia de la evolución de los mercados internacionales.
- Costos de almacenaje y de trasporte, entre otras.

Por su parte, los activos financieros muchas veces no tienen las mismas restricciones físicas en su generación que los commodities, pues dependen de decisiones de agentes financieros y no de las condiciones de la naturaleza.

Usos y participantes

Los usos principales de los futuros dentro de los mercados físicos y, en especial en los mercados agropecuarios, y los participantes involucrados pueden resumirse de la siguiente manera:

- *Productores agropecuarios*: intentan cubrirse ante una caída en las cotizaciones del producto en cuestión -granos, azúcar, café, frutas, ganado, etc.- durante el proceso productivo o teniendo en cuenta los stocks que tienen almacenados y aún no han comercializado. La variabilidad en los precios de los mercados de commodities puede implicar efectos importantes en los ingresos y, por ende, en el manejo financiero de las empresas. Por lo general, este tipo de agentes utiliza coberturas vendedoras con el objetivo de congelar los precios de venta.

- *Acopiadores / Empacadores*: esta figura tiene gran difusión en los mercados granarios. Constituyen un eslabón importante dentro de la cadena de comercialización. Centralizan las compras a los productores primarios y operan como mayoristas dentro del mercado. Su objetivo consiste en acotar los márgenes de almacenaje, buscando protección ante los cambios de precios que pudieran ocurrir entre el momento de acopio y el momento en que venden el producto, por lo cual procuran delinear estrategias de cobertura acordes a esta operatoria.

- *Industriales / Procesadores*: utilizan los productos agropecuarios como insumos en la elaboración industrial, tratando de acotar los márgenes de procesamiento. A través de coberturas compradoras, buscan quedar a reparo de variaciones inesperadas en los precios de las materias primas.

- *Exportadores*: en las economías con un alto perfil exportador de productos básicos, los exportadores constituyen el nexo con el comercio internacional. Generalmente, operan pactando embarques antes de contar con los stocks físicos por lo que procuran acotar los márgenes de comercialización utilizando coberturas compradoras y quedar a resguardo durante el ciclo comercial.

- *Importadores*: en el caso de países dependientes de la importación de productos básicos como granos y otros tipos de producción agropecuaria, así como commodities de origen mineral o energéticos, los importadores que abastecen el mercado interno y la industria se encuentran con el problema de verse afectados por las variaciones de los precios en los mercados internacionales. Para ello, pueden obtener coberturas compradoras utilizando este tipo de instrumento financiero.

- *Especuladores*: intervienen en los mercados de futuros y opciones incentivados por la búsqueda de diferencias en las cotizaciones ya sea por cuestiones temporales o espaciales, anticipándose a los movimientos de mercado.

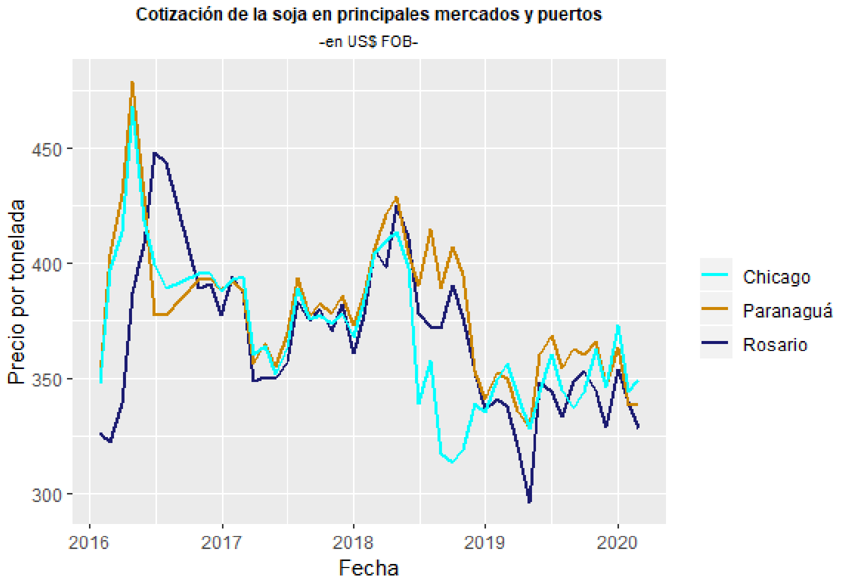
Precios de los subyacentes en América Latina y en los mercados internacionales

En los mercados latinoamericanos se transan volúmenes considerables de commodities: Argentina y Brasil son los principales exportadores mundiales de aceite de soja y se encuentran dentro de los tres de mayor importancia con respecto a la exportación de la oleaginosa; Brasil se encuentra en el tercer puesto de exportación de maíz, siendo solo superada por Estados Unidos y China; y Argentina está dentro de los 5 principales exportadores de trigo.

Sin embargo, la determinación de los precios de los commodities en Argentina y en toda América Latina suele estar afectada por múltiples factores, no solo por las cantidades exportadas. Entre estos factores, se pueden mencionar las condiciones climáticas, las variaciones en el tipo de cambio con respecto al dólar estadounidense y los conflictos geopolíticos. Un claro ejemplo de esto último que es percibido en la actualidad es el conflicto comercial entre China y EE. UU., ya que estos países son dos de los principales jugadores en el mercado internacional de soja. La amenaza de una posible guerra comercial entre ambos generó que los precios de la oleaginosa en el mercado de Chicago se vieran afectados, y como este es un mercado de referencia mundial, las cotizaciones locales también se vieron afectadas.

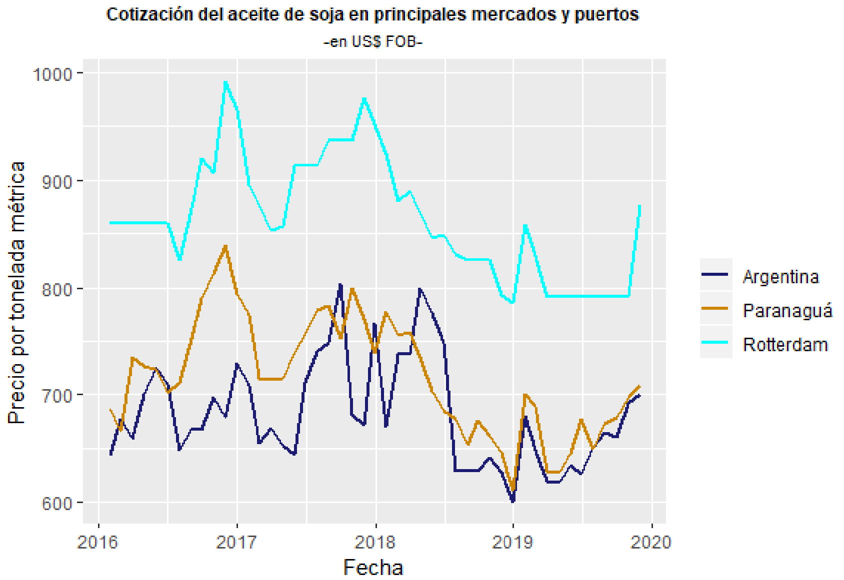
Además, al no encontrarse los mercados de Futuros y Opciones desarrollados en ciertos países de Latinoamérica, las coberturas de precios se hacen a través de las plazas mas importantes a nivel internacional. Esto también sucede en países como Argentina y Brasil que, a pesar de tener sus mercados de derivados más desarrollados, presentan una alta correlación entre los valores determinados en las plazas internacionales de referencia y las cotizaciones locales. Esto se puede observar en el caso de la soja y del aceite producido con esta oleaginosa (ver figuras 4 y 5) que, a pesar del alto nivel de producción que tienen Brasil y Argentina, los precios se ven referenciados por el CBOT, ya que los grandes jugadores a nivel mundial deciden realizar sus transacciones en este último.

Figura 4



Fuente: Elaboración propia en base a datos de Thomson Reuters

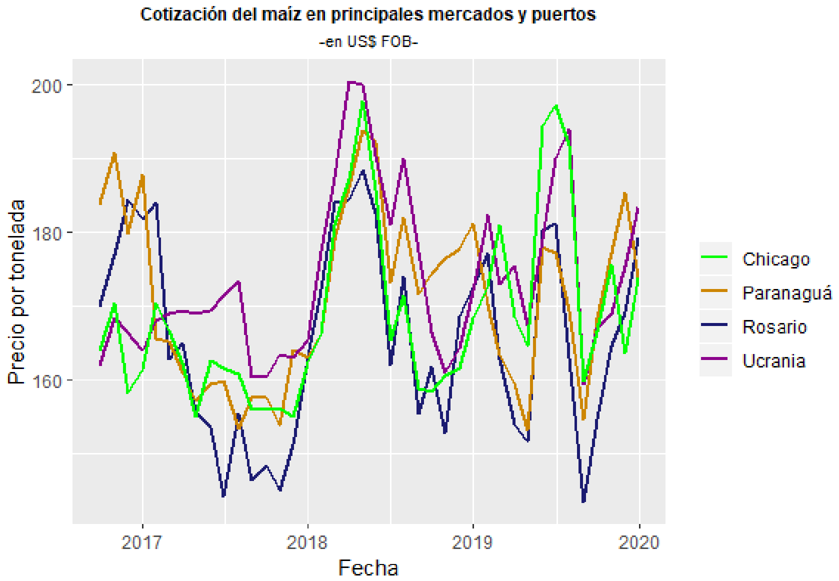
Figura 5



Fuente: Elaboración propia en base a datos de Thomson Reuters

En el caso del maíz, su producción ha recobrado importancia en los últimos años en el país. Sin embargo, Estados Unidos continúa siendo el principal productor y exportador de este cereal, teniendo una fuerte influencia en su precio. Es remarcable en los últimos años la influencia que el mercado ucraniano ha tenido con respecto al maíz, ya que, debido al aumento de las cantidades exportadas a la Unión Europea, hoy en día se encamina a ser otro mercado de referencia.

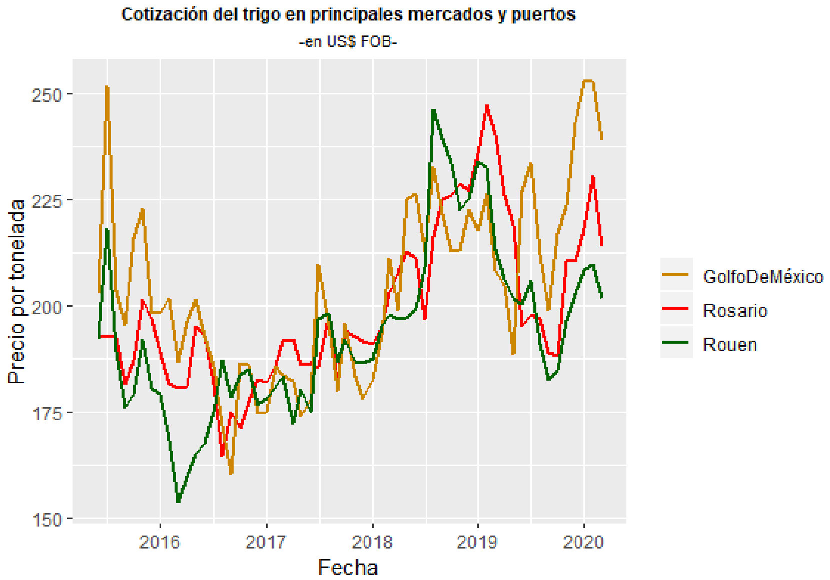
Figura 6



Fuente: Elaboración propia en base a datos de Thomson Reuters

Finalmente, el trigo es otro producto de importancia dentro de los commodities que Argentina produce. En los últimos años ha bajado el consumo a nivel mundial de este cereal debido al aumento en los precios de este, por lo que durante el año 2020 se estima que habrá bajas en los valores que harán que la producción vuelva a aumentar.

Figura 7



Fuente: Elaboración propia en base a datos de Thomson Reuters

CAPÍTULO 2

FUTUROS Y FORWARDS

Introducción

En el presente capítulo se tratan las cuestiones vinculadas con los Contratos Diferidos. En la primera sección se explica el funcionamiento de los mercados en los que se transan dichos contratos. A continuación, se definen las principales características de los mismos y las partes que intervienen, empezando por los Contratos Forward y continuando con los Contratos Futuros. Luego, se analizan las semejanzas y diferencias de los dos tipos de contratos, y cuáles son las ventajas y desventajas de cada uno de ellos.

En la segunda sección, se expone la manera en la cual se determina el precio de entrega de un Contrato Diferido bajo distintas hipótesis: primero, cuando no se prevé un flujo de fondos futuros ocasionado por la tenencia del activo durante la vigencia del contrato, luego suponiendo que existe un flujo de fondos por un monto conocido y, finalmente, asumiendo que el flujo de fondos está expresado como un porcentaje del precio del activo. Posteriormente, se relacionará cada caso expuesto a activos negociados en la práctica cotidiana de los mercados.

A continuación, se analizan ciertas características de los Contratos Futuros y se explica el funcionamiento de la cuenta corriente que generan dichos contratos.

En la tercera sección, se hace referencia a la relación que existe entre los precios de contado y los precios futuros. Este tema es tratado, en primer lugar, de una manera teórica y, luego, mediante ejemplos de mercados latinoamericanos.

En la sección final, se exponen los fundamentos por los cuales los Contratos Diferidos pueden ser utilizados para realizar coberturas y las formas en que las mismas pueden llevarse a cabo.

2.1. Características de los Contratos Diferidos

Un Contrato Diferido es un contrato bilateral en el cual una parte se compromete a comprar un bien en una fecha futura determinada y a un precio establecido de antemano mientras que la otra se compromete a vender el bien bajo las mismas condiciones. De acuerdo con la definición enunciada, los elementos de un Contrato Diferido son los siguientes:

- Activo Subyacente (*underlying asset*): es el bien que se acuerda intercambiar.
- Precio de Entrega (*delivery price*): es el precio, acordado al momento de realizar el contrato, al cual se llevará a cabo la compra-venta en la fecha de vencimiento.
- Fecha de Vencimiento (*maturity*): es la fecha en la cual se va a realizar la transacción.

Las partes que intervienen en el contrato suelen denominarse de la siguiente manera:

- Posición compradora o larga (*long position*): es el individuo que se compromete a comprar el activo subyacente de acuerdo con los términos del contrato. Comúnmente, se dice que la persona “entra en largo” en el contrato.
- Posición vendedora o corta (*short position*): es la parte que acuerda vender el subyacente. Suele decirse que este individuo “entra en corto” en el contrato.

Una transacción mediante un Contrato Diferido se distingue de una operación a través de un Contrato al Contado porque, en esta última, la entrega del bien se realiza en el mismo día en que se formaliza el acuerdo.

2.1.1. Funcionamiento del mercado y liquidación de contratos

El objetivo de esta sección es detallar los requisitos que debe cumplir un inversor para realizar un Contrato Diferido y analizar cómo se concierta el mismo en el mercado y las diversas maneras de liquidación.

El Mercado: requisitos y funcionamiento

Los Contratos Diferidos se negocian tanto en mercado formales, como en mercados informales. En los mercados informales, comúnmente llamados OTC (del inglés *Over the Counter*), se negocian los Contratos Forward. Al tratarse de mercados informales, no hay muchas aclaraciones que realizar, ya que los contratos se pactan libremente entre las partes, lógicamente limitados por las restricciones legales que impone cada país para realizarlos.

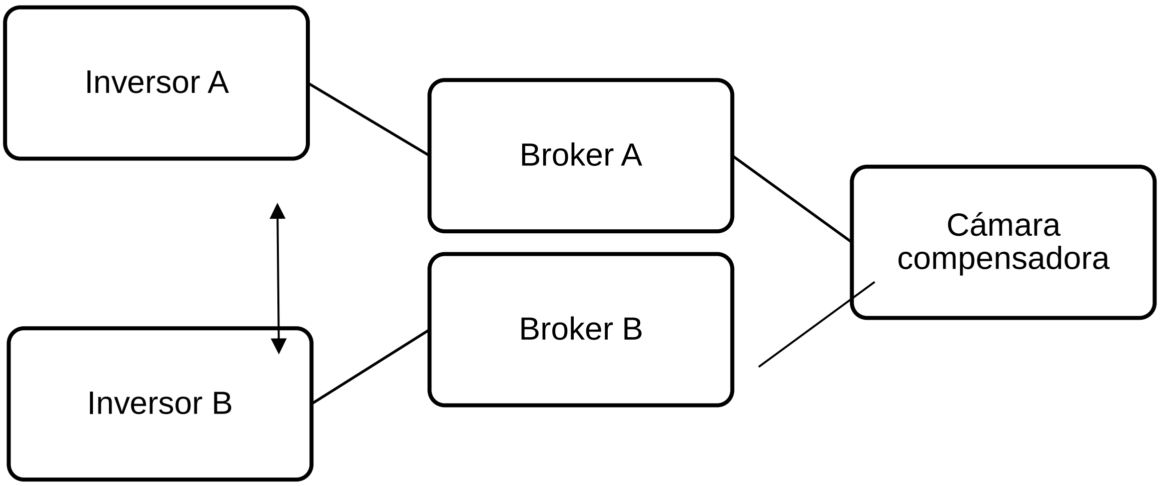
Los Contratos Futuros, en cambio, son negociados en los mercados formales (Mercados de Valores) y, por esta razón, los inversores deben cumplir con ciertos requisitos para tomar parte en un contrato y adecuarse a la reglamentación del mercado.

Para realizar una operación en una Bolsa, un inversor debe contactarse con un broker, con el cual mantendrá una cuenta. En esta cuenta, el inversor deberá realizar un depósito a modo de garantía, que deberá ser ampliado en caso de movimientos adversos en el precio a futuro del bien subyacente en el contrato. Asimismo, cada broker deberá mantener una cuenta con "el mercado" como institución. Generalmente, estas cuentas son llevadas por las "Cámaras de Compensación". Éstas son entidades encargadas de garantizar que todos los negocios que se llevan a cabo en las Bolsas de Valores sean honrados. Así, cada broker deberá tener una cuenta corriente con la Cámara Compensadora, la cual servirá a modo de garantía de que los clientes del broker cumplirán sus obligaciones. El saldo de la cuenta de un broker con la Cámara Compensadora debe ser siempre el Margen Inicial requerido. Es decir que, diariamente, al realizarse los asientos de los resultados, el broker deberá depositar sumas adicionales en caso de movimientos desfavorables en el precio, o retirará la suma ganada a través de de movimientos favorables en el precio futuro del bien.

En la siguiente figura, se observa un esquema del funcionamiento del mercado donde un inversor A desea realizar un negocio con otro inversor B, y los broker y la Cámara Compensadora aparecen como intermediarios:

Figura 8

Funcionamiento de un Mercado Formal



Liquidación de Contratos

En general, las posiciones tomadas en Contratos Futuros son cerradas previamente a la fecha de vencimiento y, por lo tanto, la entrega del activo subyacente no se lleva a cabo. Sin embargo, nada impide que la entrega se materialice. En la Sección 2.2.1 se explicará cómo se realiza el cierre de posiciones.

Mientras tanto, en los Contratos Forward es habitual que la entrega del activo subyacente en la fecha de vencimiento se materialice. Sin embargo, existen ciertos contratos en los que la entrega no se realiza, ya sea por las características mismas del activo subyacente o porque el contrato establece la manera de liquidar.

En los contratos sobre tasas de interés, por ejemplo, la liquidación se realiza mediante una diferencia de tasas en el momento de entrega aplicada sobre un capital de referencia y, en los acuerdos sobre índices bursátiles, se liquida la diferencia entre el valor en la fecha de vencimiento y el precio de entrega acordado. En este último caso, la entrega del subyacente podría efectuarse (comprando el paquete de acciones que conforman el índice) pero, en general, en las condiciones generales de este tipo de contrato se estipula que la liquidación se realice por diferencias en efectivo (cash settlement).

La liquidación por diferencias en efectivo no necesariamente está restringida a los índices bursátiles. De hecho, existen muchos contratos sobre activos, tanto físicos como financieros, en los cuales se establece que la liquidación no se realice mediante la entrega de la especie sino en efectivo: el vendedor deberá pagar al comprador la diferencia entre el precio contado en la fecha de vencimiento ($\boldsymbol{S_T}$) y el precio de entrega ($\boldsymbol{K}$) cuando dicha diferencia sea positiva ($\boldsymbol{S_T - K > 0}$) y, en caso de que $\boldsymbol{S_T - K < 0}$, el comprador pagará $\boldsymbol{K - S_T}$ al vendedor.

Es importante aclarar que, a lo largo de la presente obra, se supone que la liquidación se realiza por diferencias en efectivo. Dicho supuesto no modifica el análisis ya que, en caso de que la entrega se lleve a cabo, la parte compradora puede venderlo de manera inmediata y obtener $\$\boldsymbol{S_T}$, o bien la parte vendedora puede adquirirlo a $\$\boldsymbol{S_T}$ y realizar la entrega.

2.1.2. Forwards. Definición y Características

La primera clase de Contrato Diferido que se estudiará corresponde a los Contratos Forwards o Contratos a Término.

Esta clase de contrato se negocia en los mercados informales OTC (*Over the Counter*) y, usualmente, se realiza entre dos instituciones financieras o entre una institución financiera y uno de sus clientes. Las partes pactan libremente las condiciones bajo las cuales el acuerdo se llevará a cabo y negocian los elementos del mismo de manera que el valor del Contrato Forward para ambas partes sea cero.

Resultado de un Contrato a Término (pay off)

Como se ha mencionado en el capítulo inicial, un individuo puede estar interesado en entrar en un Contrato a Término con fines especulativos o bien para cubrirse de movimientos adversos en el precio de un activo. Así, lógicamente, al entrar en un Contrato a Término, el individuo espera que el precio del subyacente se modifique entre la fecha en que se realiza el acuerdo y la fecha de vencimiento.

Un individuo tomará una posición compradora si espera que el precio del bien suba, ya que estará acordando pagar un precio fijo por un bien que, de acuerdo a sus expectativas, tendrá un valor superior en la fecha de vencimiento. Por lo tanto, al momento de vencimiento, cuando efectivamente se realiza la transacción, paga $\$\boldsymbol{K}$ y recibe un bien cuyo valor de mercado es $\$\boldsymbol{S_T}$, el cual puede ser vendido inmediatamente a ese precio. Así, el pago (pay off) que recibe por su participación en el Contrato Forward es:

$$\boldsymbol{S_T - K}$$

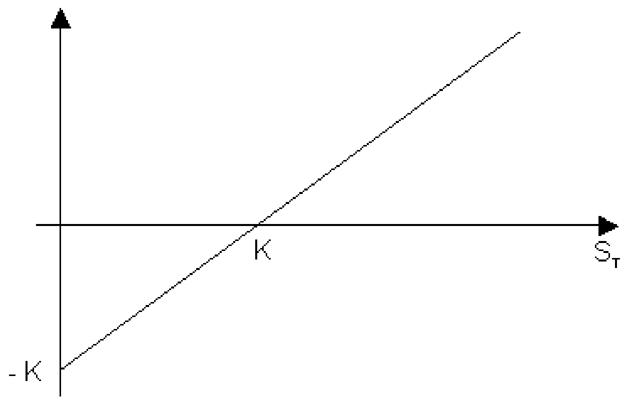
De esta manera, si el precio del subyacente al momento del vencimiento, S_T, es mayor que el precio de entrega, K, el individuo obtendrá una ganancia. En caso contrario, su participación en el contrato le ocasionará una pérdida.

> ***Ejemplo 1*** Dos individuos acuerdan un Contrato a Término con vencimiento en dos meses y con un precio de entrega de \$250. Al momento de vencimiento, el activo subyacente tiene un valor de mercado de \$260. De esta manera, la ganancia obtenida por el individuo que tomó la posición larga es de:
>
> $$\$260 - \$250 = \$10$$

El resultado obtenido por un inversor que toma una posición compradora en un Contrato Forward es una función lineal creciente del precio del subyacente al momento de entrega. La pérdida máxima que se puede llegar a sufrir es de K (en el caso extremo en que el subyacente valga 0), mientras que la ganancia potencial teórica es ilimitada (ver Figura 9).

Figura 9

Pay off de una Posición Compradora en un Contrato a Término



Del otro lado, se encuentra la posición vendedora que espera que el precio del subyacente caiga durante la vida del contrato. Así, al acordar el Contrato a Término, se está asegurando de recibir el precio de entrega por un bien que, de acuerdo con sus expectativas, tendrá un valor de mercado menor en la fecha de vencimiento. Por lo tanto, recibirá \$$K$ y entregará un bien que se puede adquirir en el mercado por \$$S_T$. De esta manera, el pago que recibe por su participación en el Contrato Forward es:

$$K - S_T$$

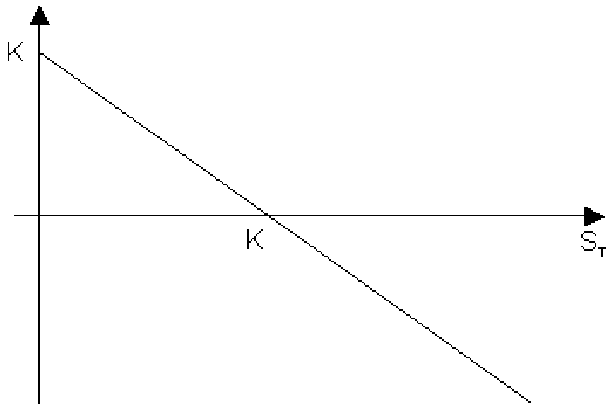
Por consiguiente, si en la fecha de vencimiento el precio del subyacente es menor que el precio de entrega, el individuo obtendrá una ganancia y, en caso contrario, el resultado será una pérdida.

> ***Ejemplo 2*** Se considera un Contrato a Término realizado entre dos instituciones, con vencimiento en tres meses y con un precio de entrega de \$430. Al momento de vencimiento, el activo subyacente cotiza en el mercado a un precio de \$417. Bajo estas condiciones, la institución que tomó la posición vendedora obtuvo una ganancia de:
>
> $$\$430 - \$417 = \$13$$

El resultado que se obtiene al tomar una posición corta en un Contrato a Término es una función lineal decreciente del precio del subyacente al momento de entrega. La ganancia máxima que se puede obtener es K, mientras que la pérdida potencial teórica es ilimitada (Figura 10).

Figura 10

Pay off de una Posición Vendedora en un Contrato a Término



En principio, un Contrato Forward a Término no debería tener valor para ninguna de las personas que participa en el mismo, ya que se trata de un contrato bilateral en el cual ambas partes asumen obligaciones y acuerdan las condiciones bajo las cuales se lleva a cabo el mismo. Sin embargo, en una fecha posterior al momento en que se realiza el acuerdo, las variables que influyen en el contrato se van modificando y, por esta razón, las condiciones iniciales de equidad se ven alteradas.

La evolución del contrato se analizará en la Sección 2.2, donde se determinará cómo se debe acordar el precio de entrega de manera que el valor del contrato en el momento inicial sea cero. Además, en dicha sección se tratan cuestiones relacionadas con la ruptura de la equidad inicial debido a movimientos en el precio del subyacente, cambios en la tasa de interés y la proximidad de la fecha de entrega.

2.1.3. Futuros. Definición y características

En esta sección se analizarán, brevemente, las principales características de los Contratos Futuros. Estos son contratos diferidos y, por lo tanto, mediante ellos se acuerda la transacción de un bien en una fecha futura establecida y por un precio acordado al momento de realizar el contrato. Sin embargo, a diferencia de los Forwards, los Contratos Futuros son negociados en mercados formales, es decir, en Mercados de Valores regulados. Así, un individuo que desea llevar a cabo un Contrato Futuro deberá contactarse con un broker que opere en el mercado e indicarle la posición que desea tomar.

Al tratarse de contratos que son negociados en mercados formales, los Futuros presentan ciertas características estandarizadas. En este caso, los inversores pueden realizar acuerdos únicamente respecto a aquellos productos que son negociados en el mercado futuro. Además, los elementos de los contratos están estipulados por la Bolsa. De esta manera, la fecha de entrega, la calidad del producto a entregar, la cantidad de producto que se negocia en cada contrato, etc. están determinadas por el mercado de acuerdo con las clases y series que se negocian, no pudiendo las partes acordarlas libremente. La clase está integrada por todos los contratos que están referidos a un mismo activo subyacente y la serie está integrada por todos aquellos contratos que pertenecen a la misma clase con diferente fecha de vencimiento

En cuanto a la vigencia, un contrato puede ser negociado a partir de la fecha de emisión o puesta en mercado y definido el último día de negociación por las condiciones generales de contratación para su operación.

A su vez, como se trata de un mercado formal, la intervención en el mismo requiere que los inversores brinden ciertas garantías de que cumplirán con sus obligaciones. De esta manera, para intervenir en un Contrato Futuro un inversor deberá realizar un depósito exigido por el mercado llamado *Margen de Garantía*, con el cual se abrirá una cuenta corriente en la que se irán asentando los resultados obtenidos por la operación.

En la siguiente figura, se puede observar un Contrato de Futuros de soja negociado en MATBA (Mercado a Término de Buenos Aires):

Figura 11

Condiciones de un contrato futuro de soja

Tamaño del contrato	**100 toneladas**
Meses de contratación	**Se opera permanentemente sobre los 18 meses futuros calendario**
Moneda de cotización	**Dólares estadounidenses**
Destinos habilitados	**Rosario (ROS), Quequén (QQ) e Ingeniero White (IW)**
Ultimo día de negociación	**Hasta la rueda previa a las ultimas 5 ruedas del mes pactado para la entrega**
Límite máximo en el precio	**US$11 por encima o por debajo del ajuste del día anterior**
Oferta máxima en rueda	**1000 toneladas**
Márgenes	**US$1100**

Fuente: Mercado a término de Buenos Aires (MATBA)

Es importante destacar que, en general, los Contratos Futuros se “cierran” antes de la fecha de entrega. Esto quiere decir que a las partes no les interesa la adquisición (entrega) del activo subyacente sino, simplemente, la ganancia (pérdida) que se pueda obtener por movimientos en el precio de este.

Para cerrar una posición en un contrato, se toma la posición opuesta. Por ejemplo, si en abril un inversor tomó una posición larga en un contrato con entrega en septiembre, en junio puede cerrar su posición entrando en corto en un contrato sobre el mismo bien y con la misma fecha de entrega.

Otra característica de los Contratos Futuros es que se liquidan diariamente. Si bien en teoría, y por las características de un Contrato Diferido (Futuro o Forward), las ganancias (pérdidas) se materializan al momento de entrega del subyacente, en los Futuros la liquidación se realiza a diario, mediante el asiento en la cuenta corriente de los movimientos en el Precio Futuro del activo subyacente.

El funcionamiento de la cuenta corriente, la liquidación de contratos y el cierre de posiciones se analizarán en detalle más adelante.

2.1.4. Diferencias. Ventajas y Desventajas

De acuerdo con las características de los Contratos a Término y de los Contratos Futuros descritas en las secciones precedentes se analizan, a continuación, las diferencias que presentan las dos maneras de realizar Contratos Diferidos y sus principales ventajas y desventajas.

La principal diferencia entre los dos tipos de Contratos es el Mercado en el cual se transan. Los Contratos a Término se negocian en mercados informales (Over the Counter, OTC), en tanto que los Futuros se negocian en los Mercados de Valores. Esta es la característica distintiva y de la cual se desprenden las siguientes diferencias:

- Garantía:

Al ser negociados en la Bolsa, los Contratos Futuros tienen como respaldo al “Mercado” como institución y, consecuentemente, la posibilidad de incumplimiento de una de las partes se reduce al mínimo. Por ello, saber quién es la contraparte del contrato no es un dato relevante a la hora de entrar en un Futuro. El mercado debe encargarse de que ambas partes respeten lo pactado.

En cambio, en los Contratos a Término, que se negocian en mercados OTC, es de fundamental importancia analizar la solvencia de la contraparte, ya que de ello dependerá el cumplimiento de lo acordado. Aquí el riesgo de crédito (la posibilidad de incumplimiento de un deudor) debe ser tenido en cuenta antes de concertar el acuerdo.

En definitiva, la seguridad que presenta un Contrato Futuro es mayor que la de un Contrato a Término: en el primero, el riesgo de crédito es prácticamente inexistente gracias a la garantía que proporciona el mercado.

- Características del Contrato:

En este aspecto, los Contratos a Término presentan ventajas, ya que son flexibles y se pueden realizar en principio sobre cualquier bien. Cada contrato puede acordarse por la cantidad de subyacente que se desee, la fecha de entrega se puede pactar libremente y la calidad del bien también.

Los Futuros, al ser estandarizados, sólo pueden realizarse sobre aquellos bienes determinados por el mercado. Además, el tamaño de cada contrato y las fechas de entrega están previamente establecidas. Esto generará ciertas dificultades a la hora de utilizar Futuros para coberturas, cuando se deseen cubrir los movimientos adversos en el precio de un bien que no cotiza en el mercado de Futuros.

- Liquidación:

Si bien el resultado de un Contrato Diferido para el comprador, al vencimiento del mismo, es $\boldsymbol{S_T - K}$, aquí surge una diferencia entre los Forward y los Futuros. Los Forwards se liquidan al momento de entrega del bien, con lo cual el pago recibido por el comprador es efectivamente $\boldsymbol{S_T - K}$. Mientras tanto, en los Futuros la liquidación se realiza diariamente y mediante el asiento de los movimientos de precio del activo subyacente en la cuenta corriente que generan dichos contratos, la cual será analizada en secciones posteriores.

2.2. Valuación

Lo primero que se realizará en la presente sección, es definir las variables y la notación que será utilizada aquí y a lo largo de todo el libro:

- $\boldsymbol{m_0}$: es la fecha en la cual se firma un Contrato Diferido.
- $\boldsymbol{m_T}$: es la fecha de vencimiento del Contrato Diferido.
- $\boldsymbol{T = m_T - m_0}$: plazo (en días) entre la realización del contrato y la fecha de entrega.
- $\boldsymbol{S_t = S_m}$: precio del activo subyacente en el momento t (t días luego de concertado el contrato), o bien en la fecha m. La utilización de subíndices expresando plazos o fechas dependerá del contexto.
- $\boldsymbol{K = F_0 = F_{m_0}}$: precio de entrega del Contrato Diferido.
- $\boldsymbol{F_t = F_m}$: Precio Forward (o Futuro) del subyacente en el momento t (o en la fecha m). Es el precio de entrega que debería acordarse si el contrato se lleva a cabo en ese momento.
- $\boldsymbol{\delta_{m;t}}$: tasa de interés anual con capitalización continua, vigente en la fecha m, para tomar o colocar dinero por el plazo t.

Cabe aclarar que el Precio Forward y el Precio Futuro (ambos calculados utilizando argumentos de no-arbitraje) son iguales cuando la tasa de interés libre de riesgo es constante y la misma para todos los vencimientos (o bien una función conocida del tiempo).

2.2.1. Contratos forwards

En secciones anteriores se han analizado las principales características de los Contratos a Término. Aquí se determinará la forma de calcular el Precio Forward de un activo y el Valor de un Contrato Forward, tanto al momento en que se pacta el mismo como luego de iniciada su vigencia y considerando diversas alternativas sobre los beneficios (o costos) que genera la tenencia del activo subyacente. Finalmente, se encuadrarán los activos comerciados en los mercados con las descripciones teóricas desarrolladas.

Supuestos

Con el objetivo de calcular los Precios Forward y el valor de los Contratos Forward, se realizan ciertos supuestos:

– *La tasa de interés libre de riesgo es la misma para tomar y colocar fondos.*

Este supuesto en general no se verifica para todos los inversores debido a que, generalmente, existe una brecha (spread) entre la tasa pasiva y la tasa activa. Sin embargo, si se considera *grandes* instituciones financieras, las cuales toman y colocan *grandes* sumas, la diferencia entre la tasa activa y la pasiva se reduce al mínimo y pueden considerarse iguales.

A los efectos de la valuación se sostiene que, cuando aparecen oportunidades de arbitraje, muchos individuos (o algunas grandes instituciones) las aprovechan, presionando para que los precios se muevan de manera tal que el precio de no-arbitraje sea alcanzado. Así, mientras existan instituciones para las cuales se pueda considerar que las tasas pasiva y activa son iguales, los métodos de valuación son válidos.

– *No existen oportunidades de arbitraje o, cuando surgen, son eliminadas de manera inmediata.*

Un individuo realiza una operación de arbitraje cuando obtiene una ganancia cierta sin realizar ninguna inversión inicial. Las operaciones de arbitraje que se analizan aquí incluyen tanto la compra como la venta de ciertas unidades de activo subyacente, además de una operación financiera que implique la toma o la colocación de fondos a la tasa de interés libre de riesgo.

Cuando una operación de arbitraje aparece, los inversores toman inmediatamente provecho de la misma, haciendo que ésta desaparezca. Entonces, si mediante la venta de un activo sobrevaluado se pueden realizar arbitrajes, muchos individuos venderán dicho activo provocando que su precio caiga, de manera que la oportunidad de arbitraje desaparecerá rápidamente. Lo contrario ocurre cuando un activo está subvaluado.

– *Se pueden hacer ventas en descubierto, o bien el activo es mantenido por un gran número de inversores con fines exclusivos de inversión.*

Como se mencionó anteriormente, hay operaciones de arbitraje que implican la venta de un activo, en cuyo caso se presentas dos alternativas:

a) Si el individuo no posee el activo subyacente, se supone que puede realizar ventas en descubierto. Una venta en descubierto implica vender un bien que no se posee: se “pide prestado” el bien y se realiza la venta del mismo en el Mercado Disponible. Al cabo de un tiempo determinado, se compra el bien nuevamente en el Mercado Disponible con el objeto de devolverlo y cerrar la posición en descubierto.

   En caso de que el activo genere algún tipo de ingreso al poseedor del mismo (cupones cuando se trata de bonos, dividendos de acciones, etc.), quien realice la venta en descubierto deberá pagar dichos ingresos al prestamista del activo.

b) Si las ventas en descubierto no están permitidas, se supondrá que el subyacente es un activo de inversión. Esto implica que la mayoría de los inversores posee el activo subyacente exclusivamente por el rendimiento que genera su tenencia (ganancia de capital y de intereses). Así, en caso de que aparezcan oportunidades de arbitraje realizando ventas del activo, los inversores que posean el bien no tendrán inconvenientes en desprenderse del mismo y realizar la estrategia de arbitraje haciéndose de un beneficio mayor que el que obtendrían por la mera tenencia del activo.

2.2.1.1. Activos sin flujos de Fondos

Los activos sin flujos de fondos son aquellos que no generan ningún flujo de efectivo durante la vida del contrato. En otras palabras, significa que no hay ingresos ni egresos de dinero por la tenencia del activo durante la vigencia del contrato. En la práctica, este no es el caso, ya que los activos financieros generalmente presentan flujos positivos (dividendos de acciones, cupones de bonos, etc.) mientras que los activos físicos generan flujos negativos (gastos de almacenamiento). Más adelante se tratará el cálculo de Precios Forward y el valor de los Contratos a Término cuando se levanta este supuesto.

Todos los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Forward 1.xls

Precio de Entrega

Al realizarse un Contrato a Término, se determinan las características que tendrá el mismo (Fecha de entrega, Precio de entrega, Calidad del bien subyacente, etc.). Se supone que dichas características se establecen de común acuerdo entre las partes, de manera que ninguna de ellas se vea en una situación ventajosa. Así, el valor de un Contrato Forward en el momento 0 es nulo.

El precio de entrega (el precio forward del subyacente al momento inicial) que elimina las posibilidades de arbitraje está dado por:

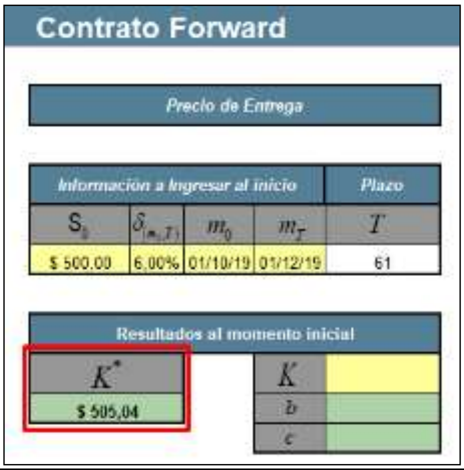
$$\boldsymbol{K = F_0 = S_0 e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

Ejemplo 3 El día 01/10/19 un bien puede adquirirse en el mercado disponible a un precio de \$500. Dos individuos acuerdan realizar un Contrato Forward estipulando, como fecha de entrega, el día 01/12/19. La tasa libre de riesgo es del 6% anual (con capitalización continua).

De acuerdo con ello, el precio de entrega es:

$$\boldsymbol{\$500 e^{0,06 \times \frac{61}{365}} = \$505,04}$$

Figura 12



Si $\boldsymbol{K} > \boldsymbol{S_0 e}^{\delta(m_0;T)\times\frac{T}{365}}$, muchos individuos podrán realizar estrategias de arbitraje tomando posiciones vendedoras a término al precio de entrega $\boldsymbol{K}$ y comprando el bien en el mercado disponible. Al haber gran cantidad de individuos con intenciones de vender a término y comprar en el mercado disponible, el precio a término necesariamente caerá y el precio spot subirá, hasta que se eliminen las posibilidades de arbitraje.

Ejemplo 4 Si se considera el *ejemplo 3* y se supone que el precio de entrega se pactó en \$507, entonces la parte vendedora puede realizar la siguiente operación (ver figura 13):

Momento Inicial: pide un préstamo de \$500 por dos meses y compra el activo subyacente.

Vencimiento: devuelve $\$\boldsymbol{500e}^{0{,}06\times\frac{61}{365}} = \$\boldsymbol{505{,}04}$ por el crédito solicitado al momento inicial y vende el bien por \$507, de acuerdo con el Contrato Forward.

El resultado es una ganancia cierta de \$1,97 sin necesidad de realizar una inversión al inicio.

Figura 13

Ejemplo 4

	$t = 0$	$t = T$
Crédito	**+\$500**	**-\$505,04**
Subyacente	**-\$500**	**+\$507**
Flujo de fondos	**\$0**	**+\$1,96**

En el caso en que $\boldsymbol{K} < \boldsymbol{S_0 e}^{\delta(m_0;T)\times\frac{T}{365}}$, sucederá lo opuesto. Es decir, se podrá realizar un arbitraje tomando posiciones compradoras a término y vendiendo en el mercado disponible. Las fuerzas de oferta y demanda presionarán para que el precio a término ascienda y el precio spot caiga hasta que la desigualdad desaparezca.

Ejemplo 5 Considere el Ejemplo 2.1 y suponga que el precio de entrega se pactó en \$502. Entonces, la parte compradora puede realizar la siguiente estrategia (ver figura 14):

Momento inicial: Vende el bien[1] por $\$\boldsymbol{500}$ y coloca dicha suma al 6% por 2 meses.

Vencimiento: Retira $\$\boldsymbol{500e}^{0{,}06\times\frac{61}{365}} = \$\boldsymbol{505{,}04}$ y compra nuevamente el bien por \$502, de acuerdo a los términos del Contrato Forward.

El resultado es una ganancia cierta de \$3,04 sin realizar inversión alguna.

Figura 14

Ejemplo 5

	$t = 0$	$t = T$
Subyacente	**+\$500**	**-\$502**
Depósito	**-\$500**	**+\$505,04**
Flujo de fondos	**\$0**	**+\$3,04**

[1] **Si no posee el bien realiza la venta en descubierto.**

Precio Forward

A medida que transcurre el tiempo, las variables relevantes en el contrato (la tasa de interés y el precio de mercado del subyacente) se van modificando y, por ello, la equidad del contrato que se logra en el momento inicial se ve quebrada.

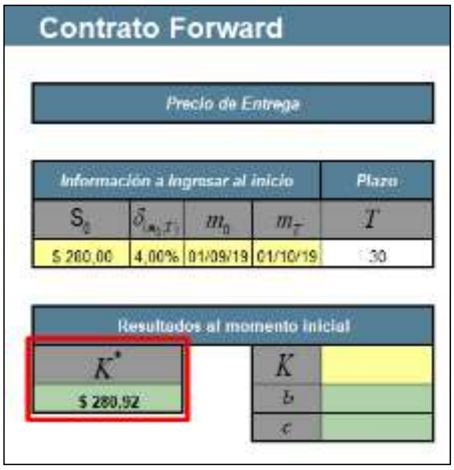
El precio forward de un activo en el momento $\boldsymbol{t}$ $\left(0 < t < T\right)$ es el precio de entrega al cual debería pactarse el contrato en ese momento y está dado por:

$$\boldsymbol{F_t} = \boldsymbol{S_t e}^{\boldsymbol{\delta}_{(m;T-t)} \times \frac{\boldsymbol{T-t}}{\boldsymbol{365}}}$$

Si en un mismo momento se pactan dos Contratos Forward con características similares, excepto en cuanto a su fecha de vencimiento, a menor plazo corresponderá un menor precio de entrega.

Ejemplo 6 El día 01/09/19 se acuerdan dos Contratos Forward sobre un activo cuyo precio de mercado es $280. El primer contrato vence el 01/10/19 y, el segundo, el 01/11/19. La tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea es 4% para ambos vencimientos. Bajo estas condiciones, el precio de entrega del primer contrato será: $\$\boldsymbol{280e}^{\boldsymbol{0,04} \times \frac{\boldsymbol{30}}{\boldsymbol{365}}} = \$\boldsymbol{280,92}$

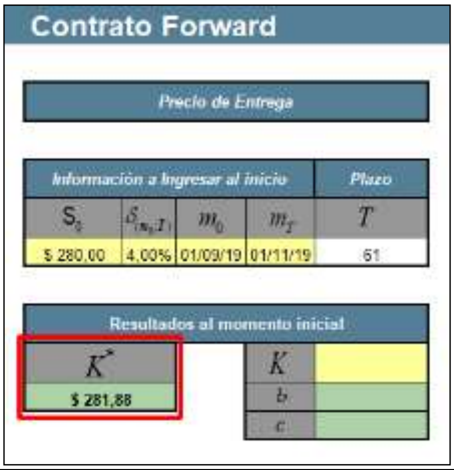
Figura 15



Por el contrario, el precio de entrega del segundo será:

$$\$\boldsymbol{280e}^{\boldsymbol{0,04} \times \frac{\boldsymbol{61}}{\boldsymbol{365}}} = \$\boldsymbol{281,88}$$

Figura 16



Análogamente, si luego de transcurrido un tiempo desde que se acuerda el contrato ninguna de las variables se modifica, entonces el precio forward del activo será menor que el precio de entrega, ya que el primero sería equivalente al precio de entrega de un contrato con las mismas características, pero con un plazo menor.

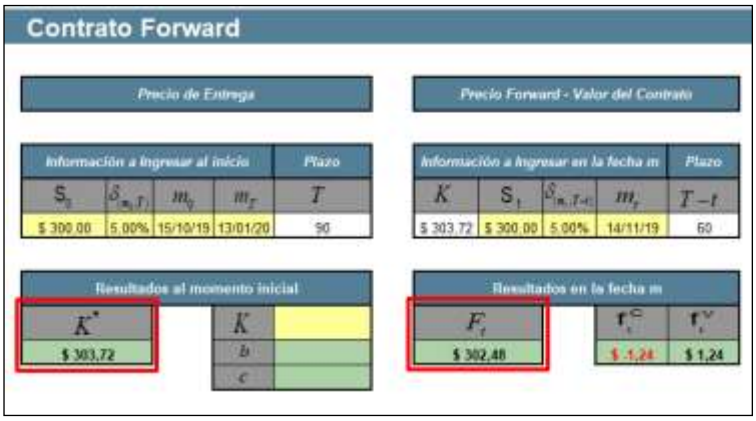
Ejemplo 7 Se asume que un Contrato Forward se acuerda el día 15/10/19 sobre un bien que cotiza a \$300 en el mercado. La fecha de entrega es en 90 días y la tasa de interés libre de riesgo es del 5%. El precio de entrega será de:

$$\$300e^{0,05\times\frac{90}{365}} = \$303,72$$

Si, luego de transcurridos 30 días, el precio de mercado del activo no se modifica y la tasa de interés es la misma, entonces el precio forward es:

$$\$300e^{0,05\times\frac{60}{365}} = \$302,48$$

Figura 17



Sin embargo, suponer que el precio del subyacente no varía es ciertamente irreal. La realidad es que el precio de mercado del subyacente se irá modificando durante la vida del contrato, y es posible que la tasa de interés también se modifique.

Si el precio del subyacente crece a una tasa igual a la tasa libre de riesgo $\boldsymbol{\delta}_{(\boldsymbol{m_0};\boldsymbol{T})}$, el precio forward en cualquier momento coincidirá con el precio de entrega, y la equidad inicial del contrato se mantendrá[2].

Ejemplo 8 Un Contrato Forward se acuerda el día 20/10/19 con fecha de entrega el 20/02/20 sobre un activo cuyo precio es \$200. La tasa de interés libre de riesgo es del 4,5%. El precio de entrega se pacta en \$203,06 (para evitar oportunidades de arbitraje).

Si, luego de transcurrido un mes, el precio de mercado del activo asciende a $\$200e^{0,045\times\frac{31}{365}} = \$200,77$ y la tasa de interés sigue siendo la misma, entonces el precio forward es:

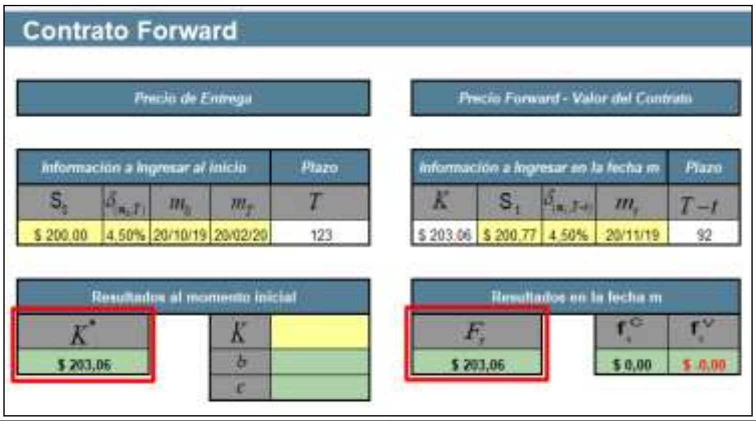
$\$200,77e^{0,045\times\frac{92}{365}} = \$203,06$,

el cual coincide con el precio de entrega.

---

[2] **Asumiendo que $\delta_{(m_0;T)} = \delta_{(m;T-t)}$ para toda m $(m_0 < m < m_T)$ correspondiente al momento $t(0 < t < T)$.**

Figura 18



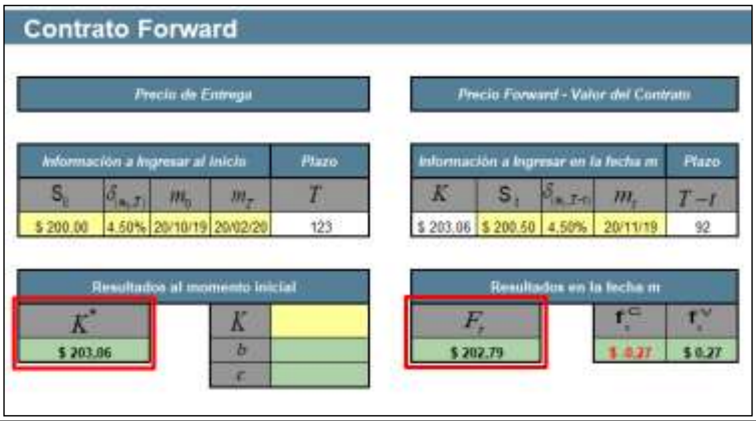
Cuando el precio de mercado del subyacente no se modifica a una tasa igual a la tasa libre de riesgo $\boldsymbol{\delta}_{(m_0;T)}$, la equidad del Contrato Forward se rompe y el precio forward diferirá del precio de entrega. Si el precio del activo crece a una tasa menor que $\boldsymbol{\delta}_{(m_0;T)}$, entonces el precio forward será menor que el precio de entrega, mientras que en el caso contrario el precio forward será mayor que el precio de entrega.

Ejemplo 9 Se considera el contrato del Ejemplo 2.8, y se asume que, luego de un mes, el precio del subyacente es:

(a) $\$\mathbf{200,50}$ ($<$ $\$\ \mathbf{200,77}$), entonces el precio forward es:

$$\$\mathbf{200,50}e^{\mathbf{0,045}\times\frac{\mathbf{92}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{202,79} < \$\mathbf{203,06}$$

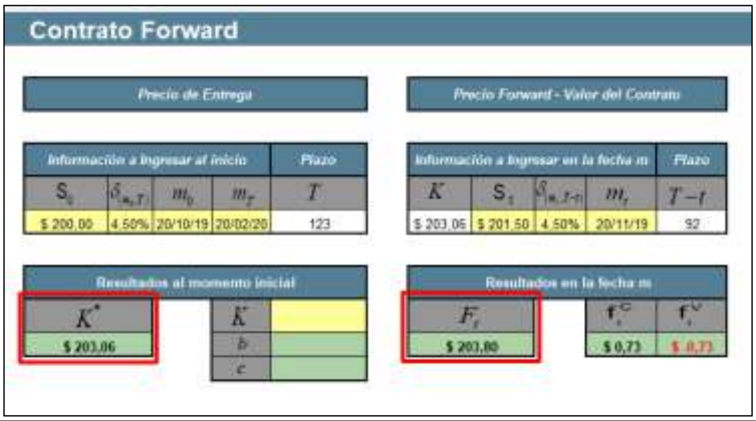
Figura 19



(b) $\$\ \mathbf{201,50}$ ($>$ $\$\ \mathbf{200,77}$), entonces el precio forward es:

$$\$\mathbf{201,50}e^{\mathbf{0,45}\times\frac{\mathbf{92}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{203,8} > \$\mathbf{203,06}$$

Figura 20



Asimismo, aunque el crecimiento en el precio del subyacente haya coincidido con la tasa libre de riesgo vigente al momento inicial, un cambio de dicha tasa en una fecha posterior romperá el equilibrio. Si la tasa vigente en el momento $\boldsymbol{t}$ $(\mathbf{0} < \boldsymbol{t} < \boldsymbol{T})$ es superior a la tasa del momento 0, es decir, si $\boldsymbol{\delta}_{(\boldsymbol{m};\boldsymbol{T}-\boldsymbol{t})} > \boldsymbol{\delta}_{(\boldsymbol{m}_0;\boldsymbol{T})}$, entonces el valor de $\boldsymbol{F_t}$ será mayor que $\boldsymbol{K}$. En caso contrario $\boldsymbol{K}$ será mayor que $\boldsymbol{F_t}$.

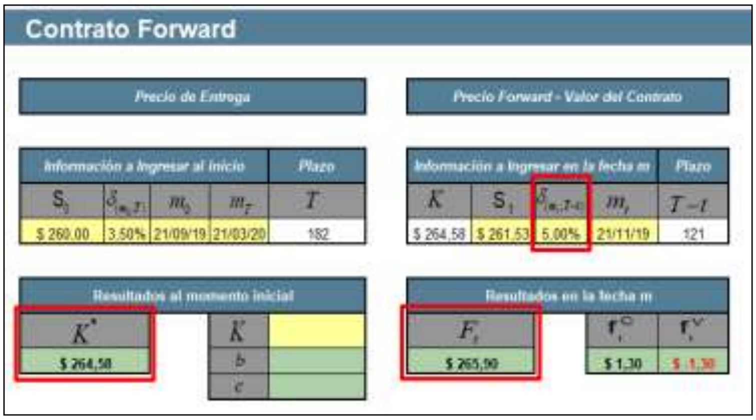
Ejemplo 10 El 21/09/19 se firma un Contrato a Término con vencimiento seis meses después. El precio del activo subyacente en dicho momento es $260 y la tasa libre de riesgo 3,5%. Bajo estas condiciones, se acordó un precio de entrega de $264,58 (precio de no-arbitraje).

Si, al cabo de dos meses de concertado el acuerdo, el precio de mercado del activo es de $\$\mathbf{260}\boldsymbol{e}^{\mathbf{0{,}035}\times\frac{\mathbf{61}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{261{,}53}$ pero la tasa de interés libre de riesgo cambió a:

(a) 5% (> 3,5%), entonces el precio forward es:

$$\$\mathbf{261{,}53}\boldsymbol{e}^{\mathbf{0{,}05}\times\frac{\mathbf{121}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{265{,}90} > \$\mathbf{264{,}55}$$

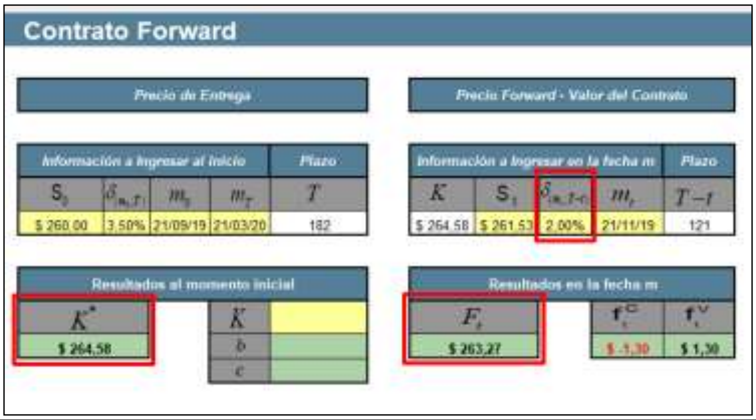
Figura 21



(b) 2% (< 3,5%), entonces el precio forward es:

$$\$\mathbf{261{,}53}\boldsymbol{e}^{\mathbf{0{,}02}\times\frac{\mathbf{121}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{263{,}27} < \$\mathbf{264{,}55}$$

Figura 22



Valor del Contrato Forward

Hasta aquí se han analizado diversos casos en los que el precio forward en un momento cualquiera $\boldsymbol{t}$ $(\mathbf{0} < \boldsymbol{t} < \boldsymbol{T})$ no coincide con el precio de entrega. En tal situación, una de las partes se ve favorecida mientras que, la otra, se ve perjudicada.

Cuando el precio forward $\boldsymbol{F_T}$ es superior al precio de entrega $\boldsymbol{K}$, quien tomó la posición larga se ve favorecido, ya que acordó la compra del subyacente a un precio $(\boldsymbol{K})$ menor al que debería pactarse en ese momento $(\boldsymbol{F_T})$. Por ello, el hecho de haber tomado la posición compradora en el momento 0 tiene un valor que está representado por el valor del contrato.

De esta manera, si el individuo realiza el acuerdo de compra en el momento 0, su pay off al vencimiento será $\boldsymbol{S_T} - \boldsymbol{K}$. En cambio, si realiza el acuerdo en el momento t, su pay off al vencimiento estará dado por $\boldsymbol{S_T} - \boldsymbol{F_t}$. La diferencia entre los pay off, $(\boldsymbol{S_T} - \boldsymbol{K}) - (\boldsymbol{S_T} - \boldsymbol{F_t}) = \boldsymbol{F_t} - \boldsymbol{K} > \mathbf{0}$, es la ganancia que obtendrá el comprador en la fecha de vencimiento por haber tomado la posición en el momento 0 (en lugar de tomarla en el momento t). Al actualizar dicho beneficio se obtiene el valor del contrato para la posición compradora en el momento t:

$$\boldsymbol{f_t^C} = (\boldsymbol{F_t} - \boldsymbol{K})\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{\delta}_{(m;T-t)} \times \frac{\boldsymbol{T-t}}{\mathbf{365}}}$$

Lógicamente, si el precio de entrega es superior al precio forward, el contrato tendrá un valor negativo para el comprador.

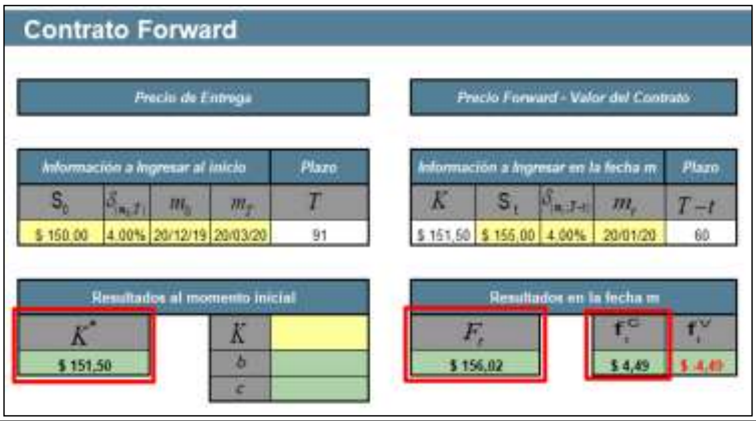
Ejemplo 11 El día 20/12/19 un individuo toma una posición compradora en un contrato con vencimiento en tres meses, sobre un activo que en dicho momento está valuado en $150. Considerando que $\boldsymbol{\delta}_{(\mathbf{20-12-2019;90})} = \mathbf{4}\%$, el precio de entrega de no-arbitraje es $151,50. Si, luego de un mes, el precio del activo subyacente ascendió a $155 y $\boldsymbol{\delta}_{(\mathbf{20-01-2020;59})} = \mathbf{4}\%$, entonces el precio forward es:

$$\$\mathbf{155}\boldsymbol{e}^{\mathbf{0{,}04} \times \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{156{,}02}$$

y el valor del contrato el individuo es:

$$(\$\mathbf{156{,}02} - \$\mathbf{151{,}50})\boldsymbol{e}^{-\mathbf{0{,}04} \times \frac{\mathbf{60}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{4{,}49}$$

Figura 23



Cuando, en momento t durante la vigencia del contrato ($0 < t < T$), se da que $K > F_t$, entonces el contrato tendrá un valor positivo para el vendedor ya que acordó vender, en el momento 0, el activo a un precio (K) superior al que se pactaría en ese momento (F_t). Dicho valor del contrato está dado por la diferencia entre el pay off que se recibe si el Contrato Forward se acuerda en el momento 0 y el pay off que se recibe si el acuerdo se lleva a cabo en el momento t, es decir: $(K - S_T) - (F_T - S_T) = K - F_T > 0$. Sin embargo, como este beneficio se materializa en la fecha de vencimiento, si se pretende calcular el valor del contrato para la posición vendedora en el momento t se debe actualizar dicho beneficio, obteniendo:

$$f_t^V = (K - F_t)e^{-\delta_{(m;T-t)}\times\frac{T-t}{365}}$$

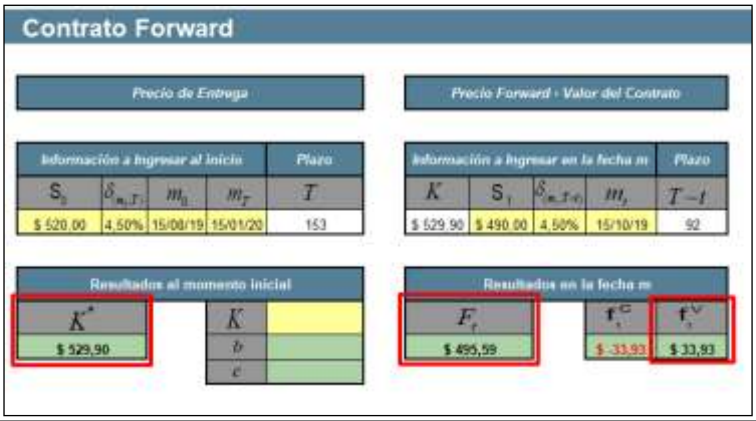
Ejemplo 12 El día 15/08/19 un inversor toma una posición vendedora en un contrato con vencimiento en cinco meses, sobre un activo que actualmente está valuado en \$520. Considerando que $\delta_{(15-08-2019;153)} = 4,5\%$, el precio de entrega de no-arbitraje es \$529,90. Si, luego de dos meses, el precio del activo subyacente descendió a \$490 y $\delta_{(15-11-2019;92)} = 4,5\%$, entonces el precio forward es:

$$\$490e^{0,045\times\frac{92}{365}} = \$495,59$$

y el valor del contrato para el inversor es:

$$(\$529,90 - \$495,59)e^{-0,045\times\frac{92}{365}} = \$33,93$$

Figura 24



Vale la pena mencionar que, al tratarse de un contrato bilateral en el que ambas partes están obligadas a realizar la transacción, la ganancia que obtiene una parte es, necesariamente, la pérdida de la contraparte. Por ello, y dado que el valor del contrato representa el valor actual de la ganancia que se obtendría en la fecha de entrega, siempre se dará que:

$\boldsymbol{f_t^V = -f_t^C}$,

lo cual puede verificarse rápidamente observando las expresiones del valor del contrato para cada parte expuestas más arriba.

Se ha mencionado, anteriormente, que el precio forward es $\boldsymbol{F_t = S_t e^{\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}}$. Si se despeja el precio actual del subyacente, se tiene que $\boldsymbol{S_t = F_t e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}}$. Finalmente, si se remplaza esta expresión en las fórmulas del valor del contrato, se obtiene que, para la posición compradora:

$$\boldsymbol{f_t^C = S_t - K e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}}$$

Mientras que, para la posición vendedora:

$$\boldsymbol{f_t^V = -f_t^C = K e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}} - S_t}$$

2.2.1.2. Activos con Flujo de Fondos

En esta sección se levanta el supuesto realizado en la sección anterior según el cual el activo subyacente en un Contrato Forward no genera flujo de fondos por su tenencia. Aquí se analiza el caso en que el monto de dinero de cada flujo de fondos (ya sea ingreso o egreso) es conocido. Cabe destacar que, a los efectos del Contrato a Término, sólo son relevantes los ingresos y egresos que se producen durante *la vigencia del mismo*.

Todos los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo: *Forward 2.xlsx*

Precio de Entrega

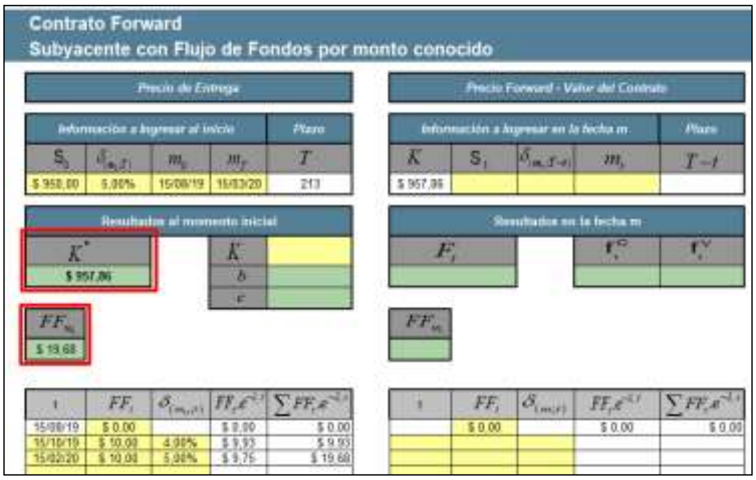
El precio de entrega (precio forward al momento inicial) al cual se eliminan las posibilidades de arbitraje puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$\boldsymbol{K = F_0 = \left(S_0 - FF_{m_0}\right) e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

siendo $\boldsymbol{FF_{m_0}}$ el valor actual del flujo de fondos que se espera durante la vigencia del contrato.

> ***Ejemplo 13*** El día 15/08/19 dos instituciones firman un Contrato Forward con fecha de entrega en siete meses, sobre un bono cuyo valor de mercado es \$950. El bono pagará dos cupones de \$10,00 durante la vigencia del contrato, el primero a los dos meses y el otro a los seis meses, ambos a contar desde la fecha en que se firma el acuerdo. Además, se sabe que $\boldsymbol{\delta_{(15-08-2019;61)} = 4}\%$ y $\boldsymbol{\delta_{(15-08-2019;213)} = \delta_{(15-08-2019;184)} = 5}\%$. De este modo, el valor actual del flujo de fondos futuros es:
>
> $$\$\boldsymbol{10e^{-0,04 \times \frac{61}{365}}} + \$\boldsymbol{10e^{-0,05 \times \frac{184}{365}}} = \$\boldsymbol{19,68}$$
>
> Luego, el precio de entrega de no-arbitraje es:
>
> $$(\$\boldsymbol{950} - \$\boldsymbol{19,68})\boldsymbol{e^{0,05 \times \frac{213}{365}}} = \$\boldsymbol{957,86}$$

Figura 25



Cuando $\boldsymbol{K} < (\boldsymbol{S_0} - \boldsymbol{FF})\boldsymbol{e}^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}$ surgen oportunidades de realizar estrategias de arbitraje comprando en el mercado diferido y vendiendo al contado.

Ejemplo 14 Considere el *ejemplo 13*, y suponga que el precio de entrega se pactó en $950. Entonces, un individuo puede tomar una posición compradora y realizar la siguiente estrategia (ver figura 26).

Figura 26

Ejemplo 14

	$t = 0$	$t = 2$	$t = 6$	$t = 7$
	-$930,32			
OPERACIONES FINANCIERAS	-$9,93	+$10		+$957,73
	-$9,75		+$10	
VENTA DE SUBYACENTE	+$950	-$10	-$10	
LIQUIDACIÓN FORWARD (compra del bono)				-$950
FLUJO DE FONDOS	**$0**	**$0**	**$0**	**+$7,73**

<u>Momento inicial</u>: vende el activo subyacente[3] obteniendo $950,00, y coloca $9,93 por dos meses al 4%, $9,75 por seis meses al 5% y los remanentes $930,32 por un plazo igual a la vigencia del contrato (es decir, siete meses).

<u>En dos meses</u>: retira $\$\boldsymbol{9,93e^{0,04 \times \frac{61}{365}}} = \$\boldsymbol{10}$ de su cuenta, con lo que reemplaza el primer cupón del bono.

<u>En seis meses</u>: retira $\$\boldsymbol{9,75e^{0,05 \times \frac{184}{365}}} = \$\boldsymbol{10}$ de su cuenta, con lo que reemplaza el segundo cupón del bono.

<u>En siete meses:</u> retira $\$\boldsymbol{930,32e^{0,05 \times \frac{212}{365}}} = \$\boldsymbol{957,73}$ de su cuenta y recupera su bono pagando $950 (de acuerdo al Contrato Forward).

El resultado es una ganancia cierta de $7,73 sin haber realizado ninguna inversión en el momento 0.

[3] Al realizar la venta se priva de los cupones, por lo que la estrategia debe contemplar un ingreso que los remplace. Si no posee el bono, realiza la venta en descubierto y deberá pagar los cupones al “dueño” del bono.

En caso de que $K > (S_0 - FF)e^{\delta_{(m_0;T)}\times\frac{T}{365}}$, surgen oportunidades de realizar estrategias de arbitraje mediante ventas en el mercado diferido y compras al contado.

Ejemplo 15 Considere el Ejemplo 13 y suponga que el precio de entrega se pactó en \$960. Entonces, un individuo puede tomar una posición vendedora y realizar la siguiente estrategia (ver figura 27).

Figura 27

Ejemplo 15

	$t = 0$	$t = 2$	$t = 6$	$t = 7$
OPERACIONES FINANCIERAS	**+\$930,32** **+\$9,93** **+\$9,75**	**-\$10**	 **-\$10**	**-\$957,73**
COMPRA DE SUBYACENTE	**-\$950**	**-\$10**	**-\$10**	
LIQUIDACIÓN FORWARD (compra del bono)				**+\$960,00**
FLUJO DE FONDOS	**\$0**	**\$0**	**\$0**	**+\$2,17**

<u>Momento inicial</u>: pide un préstamo de \$950,00 y compra el bono en el mercado disponible. Los \$950 tomados se devolverán de la siguiente manera: \$9,93 en dos meses, \$9,83 en seis meses y los restantes \$930,2 en siete meses.

<u>En dos meses</u>: cobra el primer cupón y paga la primera parte del crédito, la cual asciende a $\$9,93e^{0,04\times\frac{61}{365}} = \$10$.

<u>En seis meses</u>: cobra el segundo cupón y paga la segunda parte del crédito, la cual también asciende, justamente, a $\$10 \left(= \$9,75e^{0,05\times\frac{184}{365}}\right)$.

<u>En siete meses</u>: entrega el bono comprado en el momento inicial y recibe \$960 según lo acordado en el Contrato Forward. Con dicho monto paga $\$930,32e^{0,05\times\frac{212}{365}} = \$957,73$ por la última parte del crédito solicitado.

El resultado es una ganancia cierta de \$2,17 *sin haber realizado ninguna inversión*.

Precio Forward

Como ya se ha mencionado, a medida que transcurre el tiempo las variables del contrato se van modificando. Así, el precio de entrega que se debería pactar en un momento posterior al inicio del contrato está dado por el precio forward del subyacente en dicho momento y, cuando éste difiera del precio de entrega pactado originalmente, el contrato tendrá un valor (positivo para una parte y negativo para la otra). El precio forward, en un momento t $(0 < t < T)$, de un activo que presenta flujo de fondos antes del vencimiento del contrato está dado por:

$$F_t = (S_t - FF_m)e^{\delta_{(m;T-t)}\times\frac{(T-t)}{365}}$$

siendo FF_m el valor actual, *al momento t*, de los flujos que se esperan entre dicho momento y el vencimiento del contrato.

Vale la pena destacar que el flujo de fondos que se produce entre el momento 0 y el momento t no afecta el cálculo del precio forward F_t.

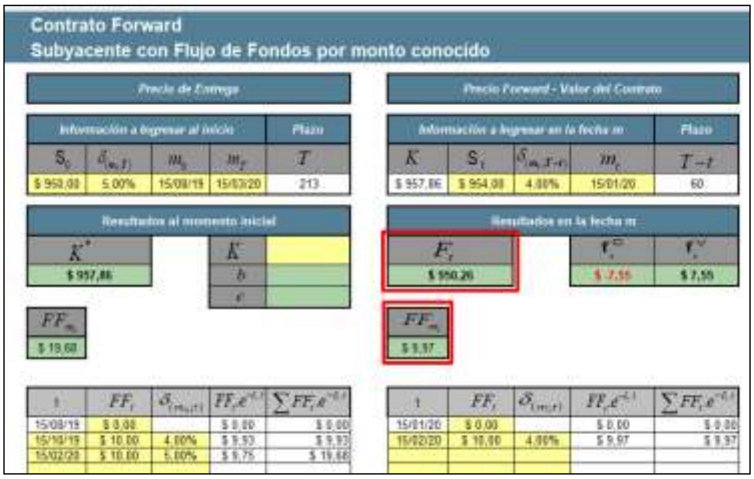
Ejemplo 16 Considere el Ejemplo 13. Luego de cinco meses desde la firma del contrato $\delta_{(15-01-2020;31)} = \delta_{(15-01-2020;59)} = 4\%$. En dicho momento, el primer cupón del bono ya fue cancelado y, por lo tanto, resta únicamente un cupón que vence en un mes, cuyo valor actual está dado por:

$$FF_{15-01-2020} = \$10e^{-0,04\times\frac{31}{365}} = \$9,97$$

Si el precio de mercado del bono en ese momento es de $954, entonces el precio forward es:

$$(\$954 - \$9,97)e^{0,04 \times \frac{60}{365}} = \$950,26$$

Figura 28



Valor del Contrato Forward

Cuando el precio forward F_t en un momento t $(0 < t < T)$ difiere del precio de entrega *K*, el Contrato a Término tiene un valor para cada una de las partes. Dicho valor está dado por el beneficio (pérdida) que obtienen las partes por los movimientos en las variables que afectan al contrato.

Para la posición compradora, el valor del contrato es:

$$f_t^C = (F_t - K)e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}$$

Si el precio forward se remplaza por $F_t = (S_t - FF)e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}$, se obtiene que:

$$f_t^C = S_t - FF - Ke^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}$$

donde *FF* es el valor actual, *al momento t*, de los flujos que se esperan entre dicho momento y el vencimiento del contrato.

Mientras tanto, para la posición vendedora el valor del contrato es:

$$f_t^V = (K - F_t)e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}$$

Y, remplazando la expresión del precio forward F_t, se llega a que:

$$f_t^V = Ke^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}} + FF - S_t$$

Lógicamente, siempre se da que $f_t^V = -f_t^C$.

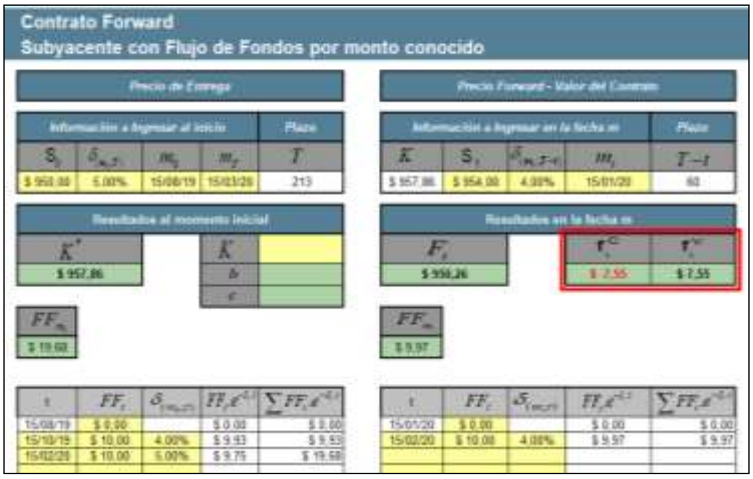
Ejemplo 17 Se continúa con el Ejemplo 16, que señala que el precio de entrega acordado es de $957,86 y el precio del subyacente luego de cinco meses es $954. Siguiendo estos datos, el Contrato Forward para la posición compradora tiene un valor de:

$$\$954 - \$9,97 - \$957,86e^{-0,04 \times \frac{60}{365}} = -\$7,55$$

Mientras tanto, para la posición vendedora el valor es $7,55 (el opuesto al valor para la posición compradora).

Es lógico que el valor sea negativo para la posición compradora y positivo para la vendedora ya que $\boldsymbol{K} > \boldsymbol{F_t}$.

Figura 29



2.2.1.3. Activos con Flujo de Fondos expresados como porcentaje del precio del activo

En la presente sección se analiza el efecto que tiene el hecho de que la tenencia del activo subyacente genere flujo de fondos, expresado como porcentaje de su precio, durante la vigencia del contrato.

Todos los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Forward 3.xlsx

Precio de Entrega

El precio de entrega de un Contrato a Término sobre un activo que presenta flujo de fondos porcentuales está dado por:

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{F_0} = \boldsymbol{S_0} \boldsymbol{e}^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}} [\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_0}]^{-1}$$

Donde

$$\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_0} = \prod_{j=0}^{T} (\mathbf{1} + \boldsymbol{q_j})$$

siendo $\boldsymbol{q_j}$ los porcentajes de flujos esperados en el momento j, durante la vigencia del Contrato Forward ($\mathbf{0} \leq \boldsymbol{j} \leq \boldsymbol{T}$).

Ejemplo 18 Considere un Contrato Forward que se firma el 15/08/19 con entrega en diez meses, sobre una acción que cotiza en la bolsa a un precio de $2,29. Se prevé que la acción pague dos dividendos durante la vigencia del contrato: uno del 10% a los 4 meses y el otro del 5% a los nueve meses, ambos plazos a contar desde la firma del acuerdo. La tasa de interés libre de riesgo (anual con capitalización continua) es del 4,5%.

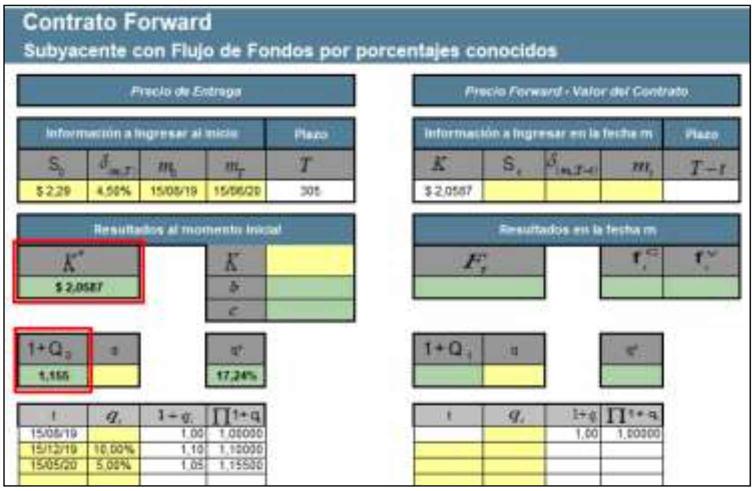
En base a ello,

$$1 + Q_{(15-08-2019)} = (1,05) \times (1,10) = \$1,155$$

y el precio de entrega de no-arbitraje es:

$$K = \$2,29e^{0,045 \times \frac{305}{365}} \left(\frac{1}{1,155} \right) = \$2,0587$$

Figura 30



Cuando el precio de entrega no se pacta de acuerdo con la relación antes enunciada, surgen oportunidades de arbitraje.

En caso de que $K < S_0 e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}} [1 + Q_0]^{-1}$, se podrá realizar arbitraje tomando posiciones compradoras a término y vendiendo en el mercado disponible.

Ejemplo 19 Considere el ejemplo anterior y suponga que el precio de entrega se pactó en $1,80. Entonces, un individuo puede realizar la siguiente estrategia de arbitraje (ver figura 31):

Figura 31

Ejemplo 19

	15/08/19	15/12/19	15/05/20	15/06/20
VENTA DE SUBYACENTE	**+$1,98268**	$+0,8658 \times 0,1 \times \$S_{(15-12-2019)}$	$+0,04762 \times \$S_{(15-05-2020)}$	
COLOCACION A LA TASA LIBRE DE RIESGO	**-$1,98268**			**+$2,0584**
DIVIDENDOS PERDIDOS (o pagados al "dueño")		$-0,8658 \times 0,1 \times \$S_{(15-12-2019)}$	$-0,04762 \times \$S_{(15-05-2020)}$	
LIQUIDACIÓN FORWARD (COMPRA DE LA ACCION)				**-$1,80**
FLUJO DE FONDOS	**$0**	**$0**	**$0**	**+$0,2584**

<u>Momento inicial (15/08/19)</u>: Toma una posición larga en un Contrato Forward para adquirir una unidad de acción al vencimiento y vende $0,8658 = [(1,05) \times (1,10)]^{-1}$

acciones[4] obteniendo $\mathbf{0,8658} \times \$\mathbf{2,29} = \$\mathbf{1,98268}$. Dicho monto se coloca al 4,5% (tasa libre de riesgo) por 10 meses (hasta el vencimiento del contrato).

En cuatro meses (15/12/19): Vende acciones para remplazar el ingreso que hubiera percibido en concepto de dividendos por las acciones vendidas al momento inicial. El monto de los dividendos hubiera sido de $\mathbf{0,8658} \times \mathbf{0,1} \times \$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-12-2019})}$ y, por lo tanto, vende $\mathbf{0,1} \times \mathbf{0,8658} = \mathbf{0,08658}$ unidades de acción, cada una a un precio $\$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-12-2019})}$.

En nueve meses (15/05/20): Realiza una nueva venta para remplazar el dividendo que hubiera recibido por las acciones vendidas previamente. El dividendo hubiese ascendido a $\mathbf{0,05} \times (\mathbf{0,8658} + \mathbf{0,08658}) \times \$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-05-2020})}$, por lo cual vende $\mathbf{0,05} \times (\mathbf{0,8658} + \mathbf{0,08658}) = \mathbf{0,04762}$ unidades de acción.

En diez meses (15/06/20): Retira $\$\mathbf{1,98268}\boldsymbol{e}^{\mathbf{0,045} \times \frac{\mathbf{304}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{2,0584}$ por la colocación efectuada al momento inicial.

Liquida el Contrato Forward comprando una unidad de acción a $1,80.[5]

Obtiene una ganancia de $\$\mathbf{2,0584} - \$\mathbf{1,80} = \$\mathbf{0,2584}$ por la operación, sin realizar ninguna inversión inicial y sin correr riesgo alguno.

Si se da que $\boldsymbol{K} > \boldsymbol{S_0}\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{\delta}(m_0;T) \times \frac{\boldsymbol{T}}{\mathbf{365}}}[\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_0}]^{-\mathbf{1}}$, se podrán realizar estrategias de arbitraje tomando posiciones vendedoras a término y comprando en el mercado disponible.

Ejemplo 20 Considere el *ejemplo 18* y suponga que el precio de entrega se pactó en $2,50. Entonces, un inversor puede realizar la siguiente estrategia (ver figura 32):

Figura 32

Ejemplo 20

	15/08/19	15/12/19	15/05/20	15/06/20
compra DE SUBYACENTE	**-$1,98268**	$-\mathbf{0,8658} \times \mathbf{0,1} \times \$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-12-2019})}$	$-\mathbf{0,04762} \times \$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-05-2020})}$	
prestamo A LA TASA LIBRE DE RIESGO	**+$1,98268**			**-$2,0584**
DIVIDENDOS cobrados		$+\mathbf{0,8658} \times \mathbf{0,1} \times \$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-12-2019})}$	$+\mathbf{0,04762} \times \$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-05-2020})}$	
LIQUIDACIÓN FORWARD (venta DE LA ACCION)				**+2,50**
FLUJO DE FONDOS	**$0**	**$0**	**$0**	**+$0,4416**

Momento inicial (15/08/19): Toma una posición corta en un Contrato Forward para vender una unidad de acción al vencimiento.

Pide un préstamo de $\mathbf{0,8658} \times \$\mathbf{2,29} = \$\mathbf{1,98268}$ al 4,5% (tasa libre de riesgo) por 10 meses (hasta el vencimiento del contrato).

Con el monto recibido, compra $[\mathbf{1,05} \times \mathbf{1,10}]^{-\mathbf{1}} = \mathbf{0,8658}$ acciones.

En cuatro meses (15/12/19): Cobra el primer dividendo, el cual asciende a $\mathbf{0,8658} \times \mathbf{0,10} \times \$\boldsymbol{S}_{(\mathbf{15-12-2019})}$.

[4] Si posee las unidades necesarias de acción, al realizar la venta se priva de los dividendos y, por lo tanto, la estrategia debe contemplar un flujo que los reemplace.
Si no posee la acción y realiza la venta en descubierto, deberá pagar los dividendos al "dueño" de la acción.

[5] Nótese que el individuo había vendido una unidad de acción en total ($\$\mathbf{0,8658} + \mathbf{0,08658} + \$\mathbf{0,04762} = \$\mathbf{1}$).

Reinvierte en acciones el ingreso percibido, comprando $\mathbf{0,10} \times \mathbf{0,8658} = \mathbf{0,08658}$ unidades a un precio de $\$\boldsymbol{S_{15-12-2019}}$ cada una.

<u>En nueve meses (15/05/20)</u>: Cobra el segundo dividendo por las acciones que posee, cuyo monto es de $(\mathbf{0,8658} + \mathbf{0,08658}) \times \mathbf{0,05} \times \$\boldsymbol{S_{(15-05-2020)}}$.

De nuevo reinvierte y compra $(\mathbf{0,8658} + \mathbf{0,08658}) \times \mathbf{0,05} = \mathbf{0,04762}$ unidades de acción a $\$\boldsymbol{S_{15-05-2020}}$ cada una.

<u>En diez meses (15/06/20)</u>: Liquida el Contrato Forward vendiendo la unidad de acción adquirida a \$2,50.[6]

Paga $\$\mathbf{1,98268}\boldsymbol{e}^{\mathbf{0,045}\times\frac{\mathbf{304}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{2,0584}$ por el préstamo solicitado al momento inicial.

Obtiene una ganancia de $\$\mathbf{2,50} - \$\mathbf{2,0584} = \$\mathbf{0,4416}$ por la estrategia realizada, sin haber hecho ninguna inversión inicial y sin correr riesgo alguno.

Las estrategias desarrolladas previamente implican comprar (o vender) $[\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_0}]^{-\mathbf{1}}$ unidades de subyacente en el momento inicial. Luego, en cada momento en que se produce un ingreso (o egreso) de un $\boldsymbol{q_j}$% sobre las unidades vendidas, se reinvierte dicho monto en más unidades de subyacente (o se venden nuevamente unidades por dicho monto). Finalmente, se habrá comprado (vendido) una unidad de subyacente y se podrá liquidar el contrato vendiendo (comprando) esa unidad.

Generalmente, en la práctica se considera una tasa de flujo de fondos continua equivalente a las tasas acordadas. Se define a $\boldsymbol{q}$ como dicha tasa continua, la cual debe cumplir con la relación:

$$\boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{q_0}\times\frac{\boldsymbol{T}}{\mathbf{365}}} = [\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_0}]^{-\mathbf{1}} \rightarrow \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{q_0}\times\frac{\boldsymbol{T}}{\mathbf{365}}} = \mathbf{1} + \boldsymbol{Q_0}$$

de manera que, finalmente, la tasa de flujo de fondos continua está dada por:

$$\boldsymbol{q_0} = \frac{\mathbf{365}}{\boldsymbol{T}} \ln{(\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_0})}$$

Luego, utilizando dicha tasa, el precio de entrega puede calcularse como:

$$\boldsymbol{K} = \boldsymbol{F_0} = \boldsymbol{S_0}\boldsymbol{e}^{\left(\boldsymbol{\delta}_{(\boldsymbol{m_0};\boldsymbol{T})} - \boldsymbol{q_0}\right)\times\frac{\boldsymbol{T}}{\mathbf{365}}}$$

Ejemplo 21 Considere el contrato del *ejemplo 18*. La tasa de flujo de fondos continua equivalente al 10% en cuatro meses y al 5% en diez meses es:

$$\boldsymbol{q_0} = \frac{\mathbf{365}}{\mathbf{305}} \ln(\mathbf{1,05} \times \mathbf{1,10}) = \mathbf{0,1724} = \mathbf{17,24}\%$$

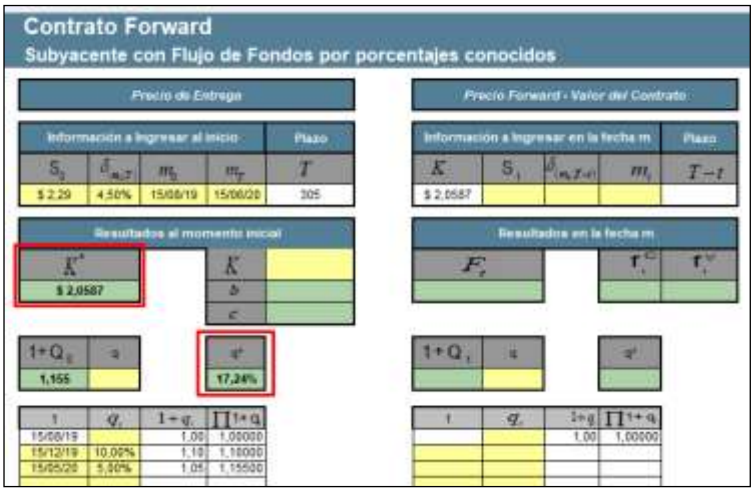
Así, el precio de entrega puede calcularse como:

$$\boldsymbol{K} = \$\mathbf{2,29}\boldsymbol{e}^{(\mathbf{0,045}-\mathbf{0,1724})\times\frac{\mathbf{305}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{2,0587}$$

---

[6] **Nótese que el individuo había comprado en total una unidad de acción (0,8658+0,08658+0,04762=1).**

Figura 33



Precio Forward

Como ya se mencionó en secciones anteriores, el precio forward en un momento cualquiera es el precio de entrega que debería pactarse, justamente, en dicho momento.

En el caso de un Contrato Forward sobre un activo que genera flujo de fondos de un $\boldsymbol{q_j}\%$ sobre precio del activo en el momento $\boldsymbol{j}$ $(\boldsymbol{t} \leq \boldsymbol{j} \leq \boldsymbol{T})$, el precio forward al momento t está dado por:

$$\boldsymbol{F_t} = \boldsymbol{S_t} \boldsymbol{e}^{\delta_{(m;T-t)} \times \frac{\boldsymbol{T-t}}{\boldsymbol{365}}} [\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_t}]^{-\mathbf{1}}$$

donde

$$\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_t} = \prod_{\boldsymbol{j=t}}^{\boldsymbol{T}} (\mathbf{1} + \boldsymbol{q_j})$$

Vale la pena destacar que los porcentajes $\boldsymbol{q_j}\%$ considerados para calcular el factor $\mathbf{1} + \boldsymbol{Q_t}$ son aquellos que se producen, exclusivamente, entre la fecha de cálculo y la fecha de vencimiento del contrato.

Ejemplo 22 Tomando los datos del *ejemplo 18* considere que, luego de seis meses, la tasa de interés libre de riesgo sigue siendo 4,5%.

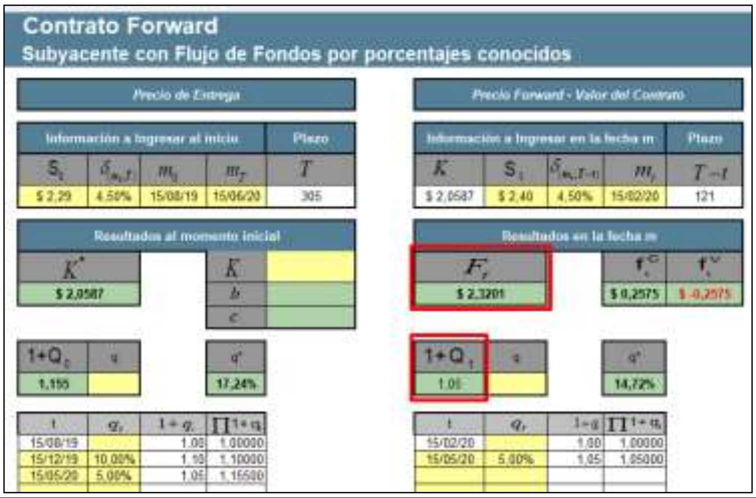
En dicho momento, el dividendo del 10% ya fue pagado y, por lo tanto, resta únicamente un dividendo del 5% a pagar luego de tres meses. Así:

$\mathbf{1} + \boldsymbol{Q}_{\mathbf{15-02-2020}} = \mathbf{1,05}$.

Si el precio de mercado de la acción en ese momento es \$2,40, entonces el precio forward del activo:

$$\$\mathbf{2,40}\boldsymbol{e}^{\mathbf{0,045} \times \frac{\mathbf{121}}{\mathbf{365}}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1,05}} = \$\mathbf{2,3201}$$

Figura 34



Aquí también suele usarse una tasa de flujo de fondos continua equivalente a las q_j% ($t \leq j \leq T$). Dicha tasa debe cumplir la siguiente relación:

$$e^{-q_t \times \frac{T-t}{365}} = [1+Q_t]^{-1} \rightarrow e^{q_t \times \frac{T-t}{365}} = 1+Q_t$$

Y, despejando la tasa continua, se obtiene que:

$$q_t = \frac{365}{T-t} ln(1+Q_t)$$

Utilizando esta tasa, el precio forward se puede calcular directamente mediante la expresión:

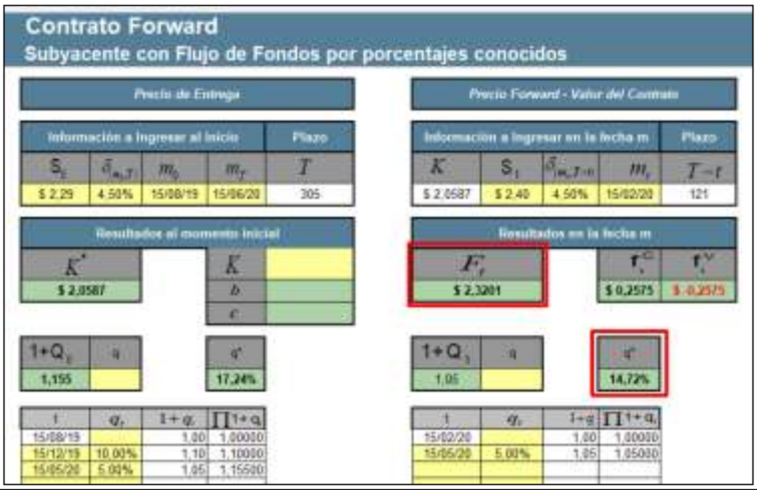
$$F_t = S_t e^{(\delta_{(m;T-t)} - q_t) \times \frac{T-t}{365}}$$

Ejemplo 23 Considere el ejemplo anterior. La tasa continua equivalente al dividendo del 5% que resta pagar es:

$$q_t = \frac{365}{120} ln(1,05) = 0,1472 = 14,72\%$$

Así, el precio forward puede calcularse como: $\$2,40e^{(0,045-0,1472) \times \frac{121}{365}} = \$2,3201$

Figura 35



Valor del Contrato Forward

Sabiendo que la expresión general del valor de un Contrato Forward para una posición compradora es:

$f_t^C = (F_t - K)e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}$.

Cuando el subyacente presenta un flujo de fondos porcentuales, el precio forward está dado por:

$F_t = S_t e^{\left(\delta_{(m;T-t)} - q_t\right) \times \frac{T-t}{365}}$.

Remplazando esta última expresión en el valor del contrato para la posición compradora, se obtiene:

$$f_t^C = S_t e^{-q_t \times \frac{T-t}{365}} - K.e^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}$$

Por otro lado, para la posición vendedora:

$$f_t^V = (K - F_t)e^{-\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T-t}{12}}$$

y remplazando F_t por su expresión equivalente, se llega a que el valor del contrato para la posición vendedora es:

$$f_t^V = Ke^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}} - S_t e^{-q_t \times \frac{T-t}{365}}$$

Ejemplo 24 Considere los ejemplos anteriores de la presente sección. El valor del contrato para la posición compradora es:

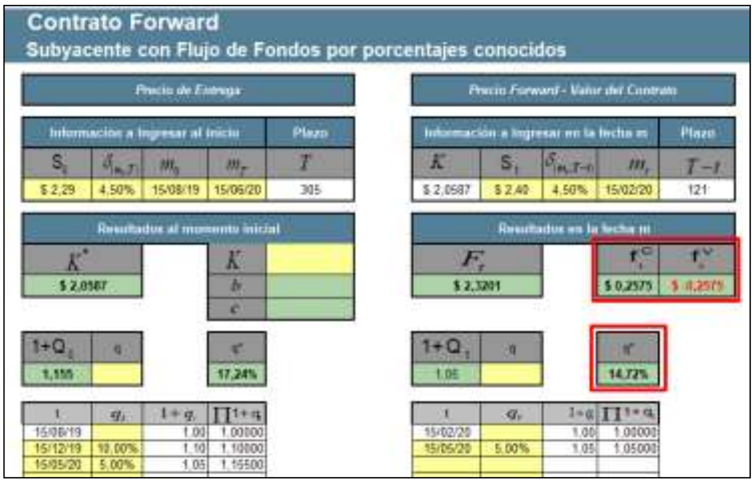
$$f_{15-02-2020}^C = \$2,40e^{-0,1472 \times \frac{121}{365}} - \$2,0587e^{-0,045 \times \frac{121}{365}} = \$0,2575$$

Mientras tanto, para la posición vendedora, el valor es:

$$f_{15-02-2020}^V = \$2,0584e^{-0,045 \times \frac{120}{365}} - \$2,40e^{-0,1484 \times \frac{120}{365}} = -\$0,2575$$

Es lógico que el contrato tenga un valor positivo para la posición compradora y negativo para la vendedora, ya que $K < F_t$.

Figura 36



2.2.1.4. Los beneficios de la tenencia

En la práctica, suelen pactarse precios de entrega que no cumplan a la perfección con las igualdades expuestas más arriba. Esto se debe a que la posesión de ciertos activos puede brindar beneficios a sus tenedores, no necesariamente expresados como un flujo de fondos. Como ejemplos de esto, se pueden mencionar:

– Un activo determinado puede ser utilizado como garantía para realizar ciertas operaciones comerciales, con lo cual la venta del mismo impediría a un inversor el desarrollo de algunas de sus actividades.

– Las acciones brindan a sus poseedores la posibilidad de formar parte del Directorio de la Empresa y participar, así, en la toma de decisiones de esta, etc.

De esta manera, el supuesto de que el activo subyacente es un activo exclusivamente de inversión se levanta, y se considera la posibilidad de que el activo brinde otros beneficios al margen del flujo de fondos monetarios.

Cuando el precio de entrega difiere de las expresiones expuestas en las secciones precedentes, se considera que existe una *tasa de beneficios por tenencia*, la cual está implícita en el precio de entrega pactado y es la que equilibra la desigualdad.

Activos sin flujo de fondos

En este caso, el precio de entrega que elimina las posibilidades de arbitraje está dado por:

$$\boldsymbol{K^* = S_0 e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

Cuando suceda que:

$$\boldsymbol{K < S_0 e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

el hecho de tener el activo brinda una tasa de beneficio continua implícita $\boldsymbol{b}\% > \mathbf{0}$, la cual está dada por:

$$\boldsymbol{K = S_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)} - b\right) \times \frac{T}{365}}}$$

Despejando, se obtiene que:

$$\boldsymbol{b = \delta_{(m_0;T)} - \frac{365}{T} \ln\left(\frac{K}{S_0}\right)}$$

Ejemplo 25 El día 08/10/19 un bien puede adquirirse en el mercado disponible a un precio de $250. Dos individuos acuerdan realizar un Contrato Forward con fecha de entrega el día 08/12/19. La tasa libre de riesgo es del 5% anual (con capitalización continua). De acuerdo con ello, el precio de entrega de no-arbitraje es $\$\mathbf{252,0978}$.

Sin embargo, se acuerda un precio de entrega de $\$\mathbf{251}$. La parte vendedora acepta dicho precio, ya que considera que mantener el activo en su poder durante la vigencia del contrato le brinda ciertos beneficios. La tasa de beneficio implícita es del:

$$\boldsymbol{b = 0,05 - \frac{365}{61} \ln\left(\frac{\$251}{\$250}\right) = 0,0261 = 2,61\%}$$

Figura 37

Precio de Entrega				
Información a Ingresar al inicio				Plazo
S_0	$\delta_{(m_0;T)}$	m_0	m_T	T
$ 250,00	5,00%	08/10/19	08/12/19	61

Resultados al momento inicial			
K^*		K	$ 251,00
$ 252,0978		b	2,61%
		c	hay beneficio

A su vez, cuando:

$$K > S_0 e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}$$

el hecho de poseer el activo genera una tasa de beneficio continua implícita $c\% > 0$, que está dada por:

$$K = S_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)} + c\right) \times \frac{T}{365}}$$

Al despejar, la tasa de costo implícita es:

$$c = \frac{365}{T} ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \delta_{(m_0;T)}$$

Ejemplo 26 Considere el ejemplo anterior y suponga que se acuerda un precio de entrega de $255. En este caso, la tenencia del activo tiene un costo implícito que está dado por:

$$c = \frac{365}{61} \times ln\left(\frac{\$255}{\$250}\right) - 0,05 = 0,0685 = 6,85\%$$

Figura 38

Precio de Entrega				
Información a Ingresar al inicio				Plazo
S_0	$\delta_{(m_0;T)}$	m_0	m_T	T
$ 250,00	5,00%	08/10/19	08/12/19	61

Resultados al momento inicial			
K^*		K	$ 255,00
$ 252,0978		b	hay costo
		c	6,85%

Activos con flujo de fondos por un monto conocido

En este caso, el precio de entrega al cual se eliminan las posibilidades de arbitraje es:

$$\boldsymbol{K^* = \left(S_0 - FF_{m_0}\right)e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

Cuando suceda que

$$\boldsymbol{K < \left(S_0 - FF_{m_0}\right)e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

la tenencia del activo brinda un beneficio implícito porcentual continuo (además de los flujos monetarios con monto conocido), el cual está dado por la tasa $\boldsymbol{b}\% > \boldsymbol{0}$ que satisface la relación:

$$\boldsymbol{K = \left(S_0 - FF_{m_0}\right)e^{\left(\delta_{(m_0;T)} - b\right) \times \frac{T}{365}}}$$

Al despejar se obtiene que:

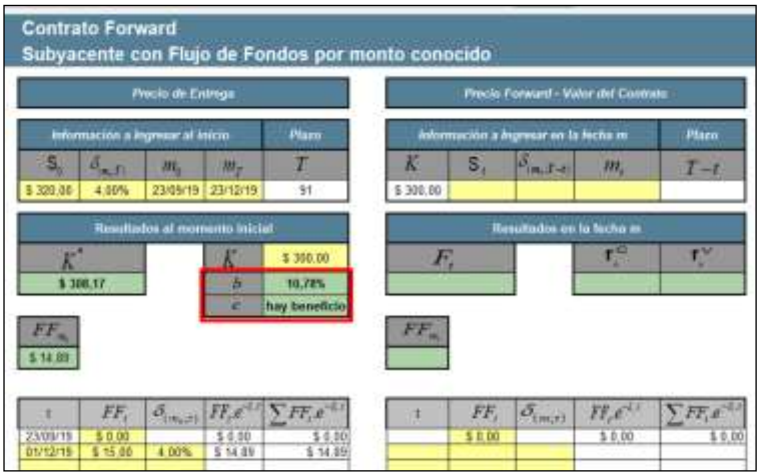
$$\boldsymbol{b = \delta_{(m_0;T)} - \frac{365}{T} ln\left(\frac{K}{S_0 - FF_{m_0}}\right)}$$

Ejemplo 27 El día 23/09/19 dos instituciones firman un Contrato Forward sobre un bien que puede ser comprado en el mercado disponible a un precio de \$320. La fecha de entrega pactada es el 23/12/19, y la tasa libre de riesgo es del 4% anual para todos los vencimientos. A su vez, el día 01/12/19 se pagará a los tenedores del activo la suma de \$15. Bajo estas condiciones, el precio de entrega de no-arbitraje es $\$\boldsymbol{308,17}$.

Sin embargo, se acuerda un precio de entrega de $\$\boldsymbol{300}$, ya que el activo genera un beneficio implícito durante la vigencia del contrato, además del pago de \$15. La tasa de beneficio implícito por la tenencia es:

$$\boldsymbol{b = 0,04 - \frac{365}{91} ln\left(\frac{\$300}{\$320 - \$14,89}\right) = 0,1078 = 10,78}\%$$

Figura 39



Asimismo, cuando

$$\boldsymbol{K > \left(S_0 - FF_{m_0}\right)e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

la tenencia del activo tiene un costo implícito de un $c\% > 0$, el cual queda definido por la relación:

$$K = \left(S_0 - FF_{m_0}\right)e^{\left(\delta_{(m_0;T)}+c\right)\times\frac{T}{365}}$$

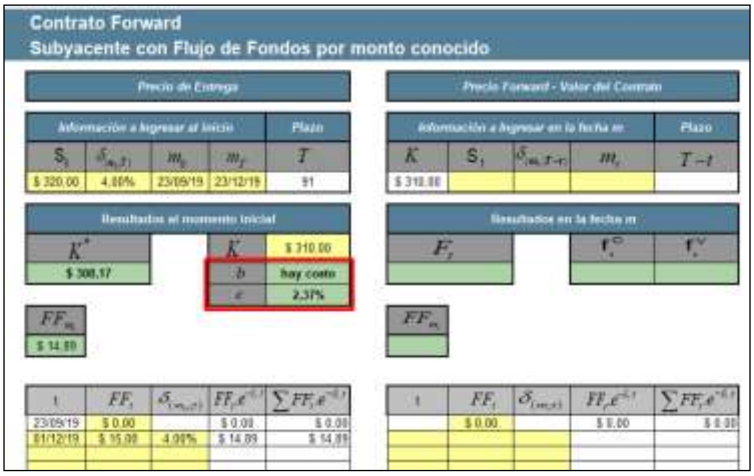
Despejando, se obtiene que la tasa de costo implícita es:

$$c = \frac{365}{T} ln\left(\frac{K}{S_0 - FF_{m_0}}\right) - \delta_{(m_0;T)}$$

Ejemplo 28 Considere el ejemplo anterior y asuma que el precio de entrega fue pactado en $310. La tasa de costo implícita es:

$$c = \frac{365}{91} ln\left(\frac{\$310}{\$320 - \$14,89}\right) - 0,04 = 0,0237 = 2,37\%$$

Figura 40



Activos con flujo de fondos por un porcentaje conocido

Aquí, el precio de entrega que elimina las oportunidades de arbitraje es:

$$K^* = S_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)}-q_0\right)\times\frac{T}{365}}$$

Siguiendo el razonamiento anterior, cuando:

$$K < S_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)}-q_0\right)\times\frac{T}{365}}$$

el beneficio implícito $b\% > 0$ que brinda la tenencia del activo (además de la tasa q), queda definido mediante la relación:

$$K = S_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)}-q_0-b\right)\times\frac{T}{365}}$$

Al despejar, se obtiene que:

$$b = \delta_{(m_0;T)} - q_0 - \frac{365}{T} ln\left(\frac{K}{S_0}\right)$$

Ejemplo 29 El día 01/08/19 se firma un Contrato Forward sobre un bien cuyo precio de contado es $475. La fecha de entrega fue acordada para el día 15/01/20, y la tasa libre de riesgo es del 6% anual para todos los vencimientos. La tenencia del activo genera un flujo de fondos a una tasa continua del 10%. El precio de entrega de no-arbitraje es $466,3859.

Sin embargo, las partes acuerdan un precio de \$450, ya que la tenencia del activo brinda beneficios implícitos (adicionales al 10%) por una tasa de:

$$\boldsymbol{b = 0,06 - 0,10 - \frac{365}{167} ln\left(\frac{\$450}{\$475}\right) = 0,0782 = 7,82\%}$$

Figura 41

Por otro lado, cuando

$$\boldsymbol{K > S_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)} - q_0\right) \times \frac{T}{365}}}$$

hay una tasa de costo por tenencia implícita (que contrarresta la tasa de beneficio q), $\boldsymbol{c}\% > \boldsymbol{0}$, la cual satisface la relación:

$$\boldsymbol{K > S_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)} - q_0 + c\right) \times \frac{T}{365}}}$$

Despejando, se obtiene:

$$\boldsymbol{c = \frac{365}{T} ln\left(\frac{K}{S_0}\right) - \delta_{(m_0;T)} + q_0}$$

Ejemplo 30 Considere el ejemplo anterior y suponga que se pactó un precio de entrega de \$470. La tasa de costo implícita es:

$$\boldsymbol{c = \frac{365}{167} ln\left(\frac{\$470}{\$475}\right) - 0,06 + 0,10 = 0,0169 = 1,69\%}$$

Figura 42

2.2.1.5. Principales Activos

En la presente sección se analizan los Contratos Diferidos más usuales del mercado, y se los encuadra dentro de las categorías teóricas descriptas precedentemente.

Monedas Extranjeras

A esta altura, está claro que los Contratos Diferidos son utilizados para tratar las cuestiones relacionadas con la fluctuación del precio de ciertos activos. Para ciertos países, y principalmente para los emergentes, es de fundamental importancia la fluctuación del tipo de cambio. Nótese que, si un inversor dispone de dólares americanos, nada impide que pueda depositarlos a la tasa libre de riesgo de Estados Unidos (puede comprar letras del tesoro de ese país). Para ello, deberá contactarse con un broker que opere en alguna Bolsa de Estados Unidos y solicitarle que realice la compra. De esta manera, cada dólar invertido puede ser pensado como un activo cuyo precio es el tipo de cambio. Además, de acuerdo a lo mencionado anteriormente, cada dólar genera un flujo de fondos porcentual igual a la tasa libre de riesgo de Estados Unidos (considerando a esta como expresada anualmente con capitalización continua).

Así, para el análisis de los contratos forward sobre monedas extranjeras, se utiliza el desarrollo de la sección 2.1.1.3. La tasa continua de flujo de fondos $\boldsymbol{q}$ se debe remplazar por la tasa libre de riesgo del país extranjero $\boldsymbol{r_e}$; y el precio del activo subyacente en el momento 0, $\boldsymbol{S_0}$, por el tipo de cambio en dicho momento, $\boldsymbol{TC_0}$. Así, se obtiene el precio de entrega de no-arbitraje sobre una unidad de moneda extranjera:

$$K = F_0 = TC_0 e^{\left(\delta_{(m_0;T)} - r_e\right)\times\frac{T}{365}}$$

Ejemplo 31 Considere un Contrato Forward sobre U$S1, con entrega en siete meses. Al momento de efectuar el contrato, el día 01/03/19, cada dólar puede ser adquirido por 40,10 pesos argentinos. Si la tasa libre de riesgo de Argentina es 42% y la de Estados Unidos es 3%, entonces el precio de entrega del contrato debe ser:

$$\$40,10.e^{(0,42-0,03)\times\frac{214}{365}} = \$50,4022$$

Figura 43

Luego de t meses de iniciado el contrato, el precio forward de una unidad de moneda extranjera es:

$$F_t = TC_t e^{\left(\delta_{(m;T-t)} - r_e\right)\times\frac{T-t}{365}}$$

Ejemplo 32 Considere el ejemplo anterior. Si se asume que, luego de tres meses, las tasas siguen siendo las mismas y el tipo de cambio es de $44,69 por cada dólar, entonces el precio forward en dicho momento es:

$$\$44,69e^{(0,42-0,03)\frac{122}{365}} = \$50,9124$$

Figura 44

Finalmente, el valor del contrato en el momento t para la posición compradora está dado por:

$f_t^C = TC_t e^{-r_e \times \frac{T-t}{365}} - Ke^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}$,

mientras que, para la posición vendedora, el valor del contrato está dado por:

$$f_t^V = Ke^{-\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}} - TC_t e^{-r_e \times \frac{T-t}{365}}$$

Ejemplo 33 Considere el ejemplo anterior. El valor del contrato para la posición compradora es:

$$f_t^C = \$44,69e^{-0,03 \times \frac{122}{365}} - \$50,402e^{-0,42 \times \frac{122}{365}} = 0,4434$$

Y, para la posición vendedora, está dado por:

$$f_t^V = \$50,402e^{-0,42 \times \frac{122}{365}} - \$44,69e^{-0,03 \times \frac{122}{365}} = -\$0,4434$$

Figura 45

Activos Físicos

En este caso, se considera que el activo subyacente en un Contrato Diferido es un activo físico (soja, trigo, maíz, girasol, café, azúcar, metales, etc.). A diferencia de los activos financieros que brindan una rentabilidad por su tenencia, estos suelen generar un flujo de fondos negativo relacionado con los costos de almacenamiento.

Cuando se considere que los costos de almacenamiento no dependen del valor de los activos, se podrá utilizar el análisis de la sección 2.1.1.2 con el fin de determinar los precios forward y el valor de los contratos. En dicho análisis, el valor actual del flujo de fondos futuro *“FF”* se debe remplazar por el valor actual de los costos de almacenamiento futuros *“–CA”* (cada uno de los flujos debe considerarse con signo negativo debido a que constituye un egreso para el tenedor el activo). De esta manera, se arriba a que el precio de entrega de un Contrato a Término sobre un activo físico con entrega en T meses está dado por:

$$\boldsymbol{K = F_0 = (S_0 + CA_0)e^{\delta_{(m_0;T)} \times \frac{T}{365}}}$$

siendo $\boldsymbol{CA_0}$ el valor actual, al momento inicial, de los costos de almacenamiento futuros que deban ser pagados durante la vigencia del contrato.

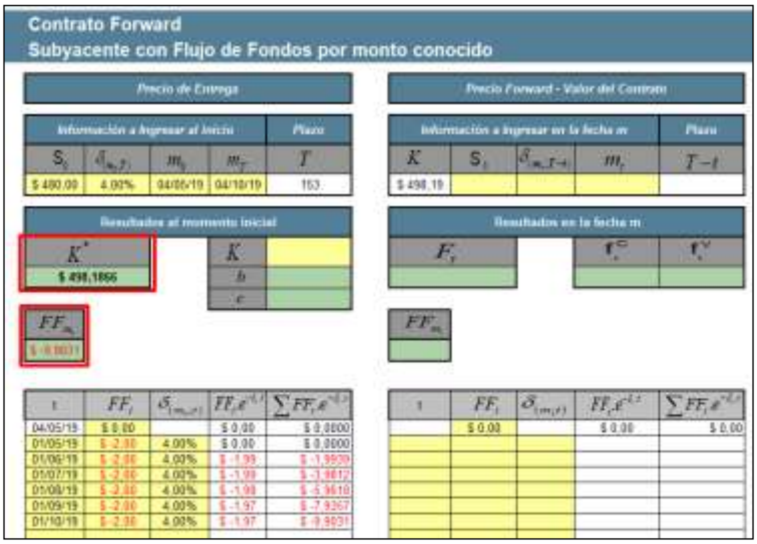
Ejemplo 34 Considere un Contrato Forward firmado el 04/05/19, con vencimiento en cinco meses, sobre una tonelada de granos. El precio en el mercado disponible de cada tonelada es $480 y la tasa de interés libre de riesgo con capitalización continua es 4% (para todos los vencimientos). Si el costo de almacenamiento es de $2 mensuales[7], entonces el valor actual de los costos de almacenamiento durante la vigencia del contrato es:

$$\boldsymbol{CA_0 = \$2\left(e^{-0,04 \times \frac{28}{365}} + e^{-0,04 \times \frac{58}{365}} + e^{-0,04 \times \frac{89}{365}} + e^{-0,04 \times \frac{120}{365}} + e^{-0,04 \times \frac{150}{365}}\right) = \$9,9031}$$

y el precio de entrega de no-arbitraje es:

$$\boldsymbol{(\$480 + \$9,9031)e^{0,04 \times \frac{153}{365}} = \$498,1866}$$

Figura 46



Por otro lado, el precio forward del activo en el momento t, está dado por:

$$\boldsymbol{F_t = (S_t + CA_t)e^{\delta_{(m;T-t)} \times \frac{T-t}{365}}}$$

donde $\boldsymbol{CA_t}$ es el valor actual (al momento t) de los costos de almacenamiento futuros (entre el momento *t* y el vencimiento *T*).

[7] Se asume que se pagan el día 1º de cada mes.

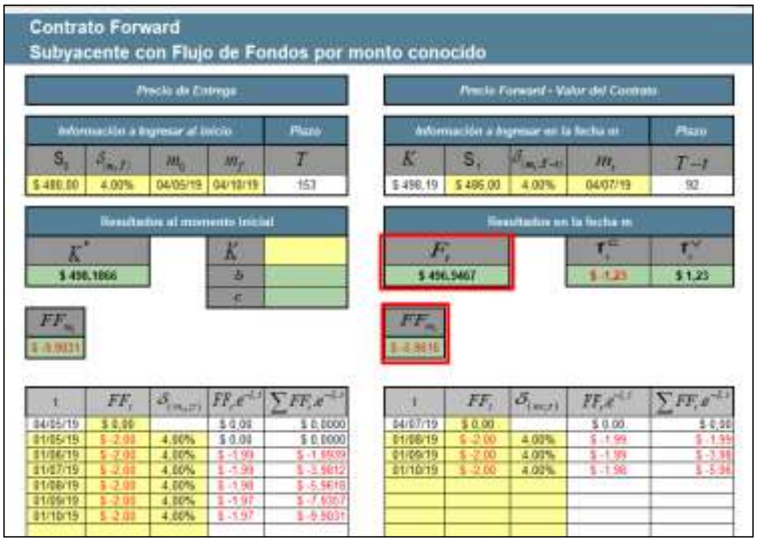
Ejemplo 35 Considere el contrato del ejemplo anterior. Al cabo de dos meses, el precio de la tonelada de granos en el mercado disponible es \$486, y la tasa de interés libre de riesgo sigue siendo 4%. El valor actual de los costos de almacenamiento, en ese momento, es:

$$\boldsymbol{CA_t} = \$\mathbf{2}\left(\boldsymbol{e}^{-\mathbf{0{,}04}\times\frac{\mathbf{28}}{\mathbf{365}}} + \boldsymbol{e}^{-\mathbf{0{,}04}\times\frac{\mathbf{59}}{\mathbf{365}}} + \boldsymbol{e}^{-\mathbf{0{,}04}\times\frac{\mathbf{89}}{\mathbf{365}}}\right) = \$\mathbf{5{,}9616}$$

El precio forward de la tonelada de granos es:

$$(\$\mathbf{486} + \$\mathbf{5{,}9616})\boldsymbol{e}^{\mathbf{0{,}04}\times\frac{\mathbf{92}}{\mathbf{365}}} = \$\mathbf{496{,}9467}$$

Figura 47



Finalmente, el valor del contrato para la posición compradora en el momento t se determina de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{f_t^C} = \boldsymbol{S_t} + \boldsymbol{CA_t} - \boldsymbol{Ke}^{-\boldsymbol{\delta}_{(m;T-t)}\times\frac{\boldsymbol{T-t}}{\mathbf{365}}},$$

mientras que, para la posición vendedora, es:

$$\boldsymbol{f_t^V} = \boldsymbol{Ke}^{-\boldsymbol{\delta}_{(m;T-t)}\times\frac{\boldsymbol{T-t}}{\mathbf{365}}} - \boldsymbol{S_t} - \boldsymbol{CA_t},$$

donde nuevamente $\boldsymbol{CA_t}$ es el valor actual al momento t de los costos de almacenamiento futuros que se deban abonar entre el momento *t* y el vencimiento del contrato *T*.

Ejemplo 36 Considere las condiciones del *ejemplo 35*. El valor del contrato para la posición compradora, luego de dos meses, es:

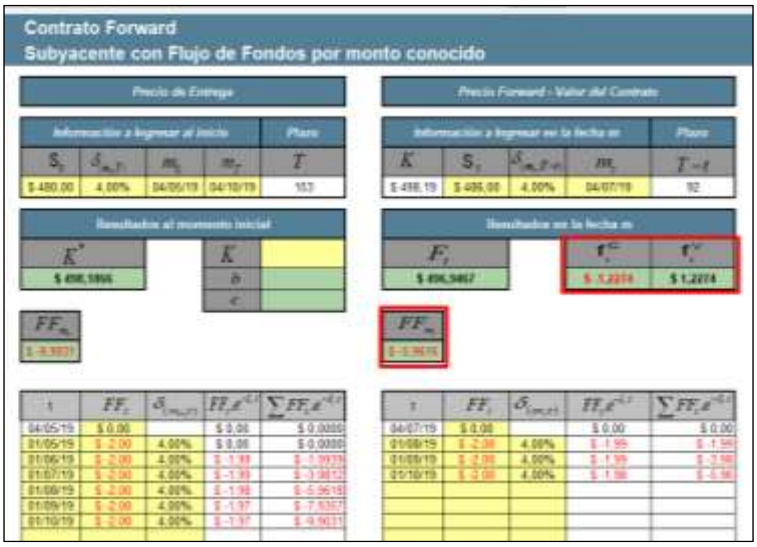
$$\$\mathbf{486} + \$\mathbf{5{,}9616} - \$\mathbf{498{,}1866}\boldsymbol{e}^{-\mathbf{0{,}04}\times\frac{\mathbf{92}}{\mathbf{365}}} = -\$\mathbf{1{,}2274}$$

mientras que, para la posición vendedora:

$$\$\mathbf{498{,}1866}\boldsymbol{e}^{-\mathbf{0{,}04}\times\frac{\mathbf{92}}{\mathbf{365}}} - \$\mathbf{486} - \$\mathbf{5{,}9616} = \$\mathbf{1{,}2274}$$

Como es de esperar, el contrato tiene un valor positivo para el vendedor y negativo para el comprador, ya que el precio forward es menor que el precio de entrega.

Figura 48



2.2.2. Contratos futuros

En la presente sección del libro se analizará la forma en que se asientan los Contratos Futuros en los mercados, se explicarán más detalladamente los requerimientos de garantías solicitados por los mercados y, a través de ejemplos, se verá el funcionamiento de la cuenta corriente.

2.2.2.1. Descripción General

Márgenes de Garantía

El contrato futuro se suele realizar cuando dos individuos, a través de sus corredores, se ponen de acuerdo en la cantidad, la fecha de entrega y el precio del mismo. Sin embargo, a diferencia de los forward, aquí aparece el mercado como mediador de la operación: el mercado compra a la parte que tiene intención de vender, y vende al interesado en comprar. De esta manera, al intervenir el mercado como contraparte de cada operación, al inversor poco (o nada) le importa quién es la parte que realmente está interesada en comprar (o vender). Debido a esta interposición del mercado en cada operación, éste exige ciertas garantías de los inversores cuando los mismos toman posición en un Contrato Futuro.

Al concertar un Contrato Futuro, el inversor debe realizar un depósito inicial en la cuenta que tiene con su corredor, el cual debe efectuar, a su vez, un depósito similar en la Cámara Compensadora. El Mercado requiere que los inversores depositen cierta suma en la cuenta de su broker, sin embrago, éste puede requerir que la garantía sea mayor, pero lo que no puede hacer es solicitar un monto inferior al exigido por el mercado.

A medida que transcurren los días, los resultados obtenidos diariamente son asentados en la cuenta corriente. En caso de que se produzcan movimientos adversos para el inversor, y que el saldo caiga por debajo de un valor establecido por el mercado, el broker exigirá depósitos adicionales para que se restablezca el margen inicial de garantía exigido.

Cierre de Posiciones

Los Contratos Futuros generalmente son utilizados por individuos que no están interesados en la entrega física del bien. La intención es cubrirse de los movimientos adversos en los precios a la hora de comprar (vender) un bien necesario para su actividad económica (hedgers); o anticiparse al movimiento de precios del mercado y obtener, con ello, una rentabilidad (especuladores).

Al no estar interesados en la entrega, los participantes de los mercados de futuros cierran su posición en los contratos previamente a la fecha de entrega. Para cerrar una posición, se debe tomar una posición opuesta en un contrato con las mismas características: si un individuo tomó una posición compradora tomará una posición vendedora.

Ejemplo 37 El día 20/11/18, un individuo “A” entra en largo en un Contrato Futuro sobre 1 tonelada de soja a entregar en mayo de 2019. Como no desea recibir la mercadería, el día 15/04/19 cierra su posición entrando en corto en un Contrato Futuro sobre 1 tonelada de soja con entrega en mayo de 2019. De esta manera, se desvincula de la operación diferida ya que, por un lado, compra la soja y esa misma soja comprada es la que vende.

Con respecto al ejemplo anterior cabe aclarar que, al interponerse el mercado en cada contrato (más allá de quién sea el interesado en comprarle o venderle a “A”), “A” se desvincula totalmente de dicho contrato porque en un momento acordó comprarle al mercado y luego se comprometió a venderle el mismo producto.

Cuando la contraparte del inversor “A”, al tomar la posición compradora (inversor “B”), difiere de la contraparte al cerrar la posición (inversor “C”), la interposición del mercado en ambas operaciones conecta a “B” y a “C” de manera que “A” no participe más en la negociación. En el ejemplo siguiente se clarifica el concepto.

Ejemplo 38 “A” realiza el acuerdo inicial de compra con “B” y cierra su posición mediante un acuerdo de venta con “C” (ver figura 49).

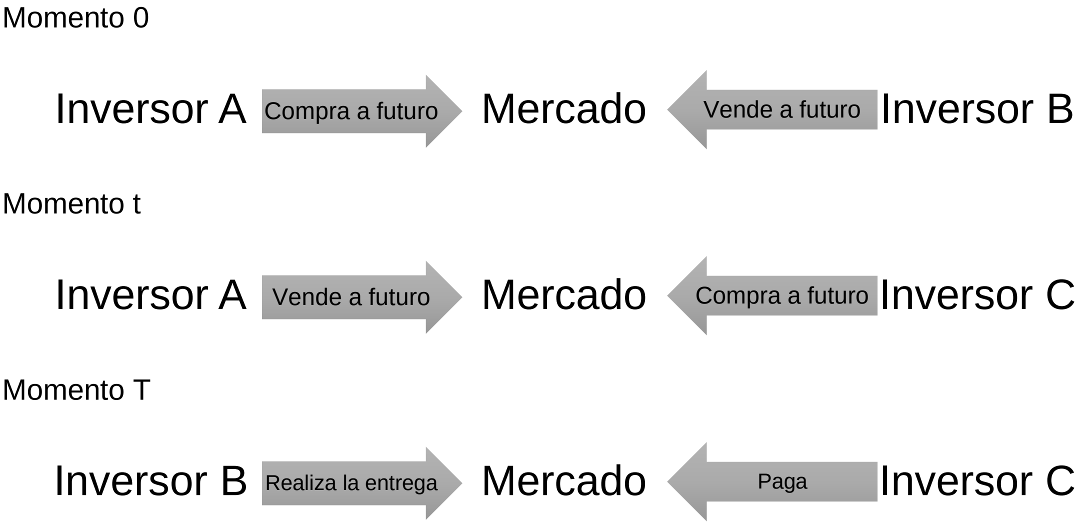
Si “B” está interesado en entregar la mercadería y “C” desea adquirirla, el mercado se encarga de:

- Recibir el dinero que acordó pagar “C” por el activo.
- Pagar a “B” el monto que pactó recibir para entregar el activo.
- Establecer la forma en que “B” entregará a “C” el activo.

Si el dinero que paga “C” difiere del dinero que recibe “B”, la diferencia es cubierta por el resultado que obtuvo “A”.

Figura 49

Cierre de Posición del inversor “A” con anterioridad al vencimiento



Cabe destacar que los inversores “B” y “C” también pueden cerrar su posición antes de la entrega con otros inversores. De hecho, todos los inversores pueden cerrar su posición antes de la fecha de vencimiento y, en tal caso, ninguna entrega se llevaría a cabo.

Resultado de la operación

El resultado de un Contrato Diferido está dado, al momento de entrega, por la diferencia entre el precio del Subyacente en el mercado disponible en dicho momento y el precio de entrega acordado. Sin embargo, siguiendo lo analizado con anterioridad, los Contratos Futuros son “cerrados” antes de la entrega y, por lo tanto, el resultado dependerá de los precios futuros vigentes en dos momentos: al tomar y al cerrar la posición.

El resultado obtenido por un individuo que abre una posición compradora en un momento inicial (acuerda comprar por $\boldsymbol{F_0}$) y cierra su posición en un momento t, anterior al momento de entrega T (acuerda vender a $\boldsymbol{F_t}$), está dado por:

$$\boldsymbol{F_t - F_0}$$

Ejemplo 39 Considere los ejemplos anteriores. Si el 20/11/18, cuando “A” y “B” realizan el acuerdo, el precio futuro es $500 y el 15/04/19, cuando “A” cierra su posición mediante un contrato de venta con “C”, el precio futuro es $450, entonces el resultado del inversor “A” está dado por:

$$\boldsymbol{\$450 - \$500 = -\$50}$$

Esto significa que obtuvo una pérdida porque acordó comprar un bien por un precio superior al que lo vendió posteriormente. Esta pérdida sufrida por “A” compensa la diferencia entre lo que el mercado recibe de “C” y paga a “B”.

Se vuelve a considerar la situación del *ejemplo 39*. Si, al momento inicial, el precio futuro es $500 y, al momento en que “A” cierra su posición es $450, entonces el resultado de dicho inversor es:

$$\boldsymbol{\$450 - \$500 = -\$50}$$

es decir, una pérdida, ya que acordó comprar un bien por un precio superior al que lo vendió posteriormente.

Esta pérdida sufrida por “A” compensa la diferencia entre lo que el mercado recibe de “C” y paga a “B”.

Por otro lado, el resultado para un individuo que abre una posición vendedora, cerrando la misma previamente a la fecha de entrega será:

$$\boldsymbol{F_0 - F_t}$$

Ejemplo 40 Considere los ejemplos anteriores. Si el día 25/04/19 el precio futuro es $445, y el inversor “B” desea cerrar su posición vendedora (acordó vender a $500) mediante un contrato de compra, el resultado de su operación es:

$$\boldsymbol{\$500 - \$445 = \$55}$$

Esto quiere decir que obtuvo una ganancia, ya que acordó vender a un precio superior al que luego pactó la compra.

Si el contrato de compra que realiza “B” para cerrar su posición es llevado a cabo con el inversor “C” (éste acuerda vender a $445 y, previamente, pactó comprar a $450), el resultado de este último es:

$$\boldsymbol{\$445 - \$450 = -\$5}$$

Se puede observar que las pérdidas que sufren "A" y "C" son las ganancias que obtiene "B".

Considerando este ejemplo, si el inversor "B" desea cerrar su posición vendedora mediante un acuerdo de compra, en un momento en que el precio futuro es $445, el resultado de su operación es:

$$\$\mathbf{500} - \$\mathbf{445} = \$\mathbf{55}$$

es decir, una ganancia, ya que acordó vender a un precio superior al que luego pactó la compra.

Si "B" cierra su posición mediante un contrato con "C" (éste vende a $445 algo que previamente compró a $450), el resultado de este último es:

$\$\mathbf{445} - \$\mathbf{45} = -\$\mathbf{5}$.

Se puede observar que las pérdidas que sufren "A" y "C" son las ganancias que obtiene "B".

Liquidación Diaria

Como se vio anteriormente, el resultado de un Contrato Futuro está dado por la diferencia entre los precios futuros al abrir y cerrar la posición en el mismo.

En la práctica, el resultado se calcula diariamente y se asienta en una cuenta corriente. Cada día de negociación, el resultado será:

$\boldsymbol{F_{t+1}} - \boldsymbol{F_t}$ (para un comprador), o

$\boldsymbol{F_t} - \boldsymbol{F_{t+1}}$ (para un vendedor)

Al asentar dicho resultado, es como si se cerrara la posición cada día y al día siguiente se la vuelve a abrir.

En un Forward, los movimientos de las variables relevantes hacen que el contrato adquiera un valor positivo para una parte (y negativo para la otra). En cambio, en un Futuro los beneficios que se producen por dichos movimientos son devengados cada día y no quedan implícitos en la tenencia del contrato. Por esta razón, el valor de un Futuro es siempre nulo para ambas partes. De esta manera, al realizar la liquidación diaria, es como si cada día se lanzara un nuevo Forward (se recuerda que, al momento del lanzamiento, el valor de un Contrato a Término es nulo).

El resultado total de una operación estará dado por la suma de los resultados diarios asentados en la cuenta. De esta manera, para un inversor que tomó una posición larga en el momento 0, y la cierra en el momento t, el resultado es:

$$(\boldsymbol{F_1} - \boldsymbol{F_0}) + (\boldsymbol{F_2} - \boldsymbol{F_1}) + \ldots\ldots\ldots + (\boldsymbol{F_{t-1}} - \boldsymbol{F_{t-2}}) + (\boldsymbol{F_t} - \boldsymbol{F_{t-1}}) = \boldsymbol{F_t} - \boldsymbol{F_0}$$

Mientras tanto, para un inversor que toma una posición vendedora al momento 0, y liquida su posición en el momento t, la suma de los resultados diarios, es decir su resultado total, está dada por:

$$(\boldsymbol{F_0} - \boldsymbol{F_1}) + (\boldsymbol{F_1} - \boldsymbol{F_2}) + \ldots\ldots\ldots + (\boldsymbol{F_{t-2}} - \boldsymbol{F_{t-1}}) + (\boldsymbol{F_{t-1}} - \boldsymbol{F_t}) = \boldsymbol{F_0} - \boldsymbol{F_t}$$

2.2.2.2. Cuenta Corriente

Los Contratos Futuros, como ya se ha mencionado más arriba, se negocian en los Mercados de Valores, se liquidan diariamente y se administran mediante una cuenta corriente, sobre cuyo saldo se pueden pactar intereses con el fin de que no generen un costo financiero para los inversores.

El saldo inicial de la cuenta corriente de un Contrato Futuro está dado por el Margen Inicial exigido por el mercado, el cual se deposita como garantía de que las obligaciones del contrato serán cumplidas. Los saldos diarios posteriores reflejan el movimiento en el precio futuro del activo subyacente.

En la presente sección se analiza el funcionamiento general de la cuenta corriente tanto para una posición compradora como para una posición vendedora. Primero se analiza el caso en que no se pactan intereses sobre el saldo de la cuenta y, luego, se incorpora el pago de una tasa fija sobre dicho saldo, mientras la posición se mantiene abierta.

Cuenta Corriente sin intereses

El saldo de la cuenta corriente de un Contrato Futuro se calcula diariamente, y está dado por:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} + (\text{Resultado diario})_{(\boldsymbol{m-1};\boldsymbol{m})}$$

donde el saldo en el momento inicial es el Margen Inicial exigido por el mercado. Los subíndices $\boldsymbol{m-1}$ y $\boldsymbol{m}$ se refieren a las fechas de dos días consecutivos de negociación.

En la cuenta que un inversor mantiene con un broker, este saldo se calcula a diario. Sin embargo, un inversor puede estar interesado en conocer el saldo en un momento cualquiera, sin necesidad de realizar el seguimiento diario de la cuenta. La expresión previa del saldo sigue siendo válida, pero, en este caso, las fechas *m* y *m–1* se refieren al momento de observación y a la instancia anterior en la que se observó el saldo de la cuenta, respectivamente.

A su vez, se puede arribar al saldo de la cuenta utilizando el resultado acumulado desde la fecha en que se abrió la posición, $\boldsymbol{m_0}$, y la fecha en que se calcula el saldo, $\boldsymbol{m}$. Así, el saldo es:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \text{Margen Inicial} + (\text{Resultados})_{(\boldsymbol{m_0};\boldsymbol{m})}$$

Sin embargo, estas expresiones del saldo son incompletas. Cuando los movimientos en los precios futuros son desfavorables para el inversor, haciendo que el saldo de la cuenta corriente caiga por debajo de un límite establecido por el mercado, se requieren depósitos adicionales a fin de restablecer el Margen Inicial. Si dicho Margen de Restablecimiento no es depositado por el inversor, el broker está autorizado a cerrar la posición.

El Margen de Restablecimiento requerido puede calcularse como:

$$(\text{Margen Adicional})_{\boldsymbol{m}} = \text{Margen Inicial - Saldo}_{\boldsymbol{m}}$$

siempre y cuando el saldo en ese momento sea inferior al mínimo requerido por el mercado, es decir $\text{Saldo}_{\boldsymbol{m}}$<Margen Mínimo. Este Margen es adicionado al saldo del momento siguiente, con lo cual:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} + (\text{Margen Adicional})_{\text{m-1}} + (\text{Resultado diario})_{(\boldsymbol{m-1};\boldsymbol{m})}$$

Finalmente, en función de los valores acumulados de las variables:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \text{Margen Inicial} + (\text{Margenes})_{(\boldsymbol{m_0};\boldsymbol{m})} + (\text{Resultados})_{(\boldsymbol{m_0};\boldsymbol{m})}$$

Comprador

Todos los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Futuro Comprador 1.xlsx

En el caso de un inversor que toma una posición larga en un Contrato Futuro, el resultado diario está dado por $\boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m-1}}$. Si en la fórmula del $\boldsymbol{Saldo_m}$ (sin Márgenes Adicionales) se remplaza el resultado diario por la diferencia de precios futuros, entonces:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} + \boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m-1}}$$

Ejemplo 41 Un individuo decide realizar una inversión por una semana en el mercado de futuros. La operación consiste en tomar una posición compradora en un Contrato Futuro sobre 25 toneladas de trigo, con entrega en enero de 2020. El inversor abre su posición el día 15/04/19 y la cierra el 22/04/19. El Margen Inicial requerido por el mercado es de U$S 200. De acuerdo a los precios futuros de la columna $\boldsymbol{F_t}$ de la siguiente figura, pueden calcularse los saldos de cada día:

Figura 50

Contrato Futuro: Posición Compradora - Cuenta Corriente

Información de Mercado	
Margen Inicial	Margen Mínimo
$ 200,00	

Posición compradora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Ganancia Parcial	Ganancia Acumulada	Cuenta Corriente	
t	F_t				Saldo	Adicional
15/04/19	$ 116,00				$ 200,00	
15/04/19	$ 116,00	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 200,00	$ 0,00
18/04/19	$ 116,50	3	$ 12,50	$ 12,50	$ 212,50	$ 0,00
19/04/19	$ 117,50	1	$ 25,00	$ 37,50	$ 237,50	$ 0,00
20/04/19	$ 116,50	1	$ -25,00	$ 12,50	$ 212,50	$ 0,00
21/04/19	$ 116,00	1	$ -12,50	$ 0,00	$ 200,00	$ 0,00
22/04/19	$ 114,00	1	$ -50,00	$ -50,00	$ 150,00	$ 0,00
						$ 0,00

De acuerdo con lo expresado más arriba, no es necesario realizar el seguimiento diario del saldo. Se puede arribar al saldo de la cuenta utilizando el resultado acumulado. Finalmente, dicho saldo es:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \text{Margen Inicial} + (\text{Resultados})_{(\boldsymbol{m_0};\boldsymbol{m})}$$

Y, dado que el resultado acumulado para la posición compradora es $\boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m_o}}$, la expresión se reduce a:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \text{Margen Inicial} + \text{F}_{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{F_{m_0}}$$

Ejemplo 42 El día 19/04/19 un inversor tomó una posición compradora en un Contrato Futuro por 25 toneladas de trigo con entrega en enero de 2020. El Margen Inicial en concepto de garantía requerido por el mercado es de U$S 750 por contrato. Cuando se tomó la posición, el precio a futuro era U$S 117,50. Si el inversor cierra su posición el día 30/07/19, cuando el precio para enero de 2020 es de U$S 95,80., su resultado es:

$$\boldsymbol{U\$S95,80 - U\$S117,50 = -U\$S21,70}$$

por cada tonelada. El saldo final de la cuenta es:

$$\boldsymbol{U\$S600 + (-U\$S21,70) \times 25 = U\$S57,50}$$

La evolución de los saldos el primer día de cada mes mientras se mantuvo abierta la posición se puede observar en el siguiente cuadro:

Figura 51

Contrato Futuro: Posición Compradora - Cuenta Corriente

Información de Mercado	
Margen Inicial	Margen Mínimo
$ 750,00	

Posición compradora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Ganancia Parcial	Ganancia Acumulada	Cuenta Corriente	
t	F_t				Saldo	Adicional
19/04/19	$ 117,50				$ 750,00	
19/04/19	$ 117,50	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 750,00	$ 0,00
02/05/19	$ 115,00	13	$ -62,50	$ -62,50	$ 687,50	$ 0,00
03/06/19	$ 108,00	32	$ -175,00	$ -237,50	$ 512,50	$ 0,00
01/07/19	$ 102,70	28	$ -132,50	$ -370,00	$ 380,00	$ 0,00
30/07/19	$ 95,80	29	$ -172,50	$ -542,50	$ 207,50	$ 0,00

Sin embargo, ante movimientos en los precios futuros desfavorables para el inversor, se requieren Márgenes Adicionales que deben ser sumados al saldo de la cuenta. Dicho Margen, en una fecha *m* y para una posición compradora, se puede calcular como:

$$(\text{Margen Adicional})_{\boldsymbol{m}}=\text{Margen Inicial - Saldo}_{\boldsymbol{m}}$$

siempre y cuando $\text{Saldo}_{\boldsymbol{m}}<$Margen Mínimo. Siendo, en este caso:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} + (\text{Margen Adicional})_{\text{m-1}} + \boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m-1}}$$

Finalmente, el saldo expresado en función de los márgenes y los resultados acumulados es:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \text{Margen Inicial} + (\text{Margenes})_{(\boldsymbol{m_0;m})} + \boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m_0}}$$

Ejemplo 43 Considere el ejemplo anterior, y suponga que el Margen Mínimo exigido es de U$S 250. Así, cuando el Precio Futuro sea inferior a U$S 97,50 se exigirá un depósito adicional. De acuerdo a la información de mercado, desde que se abrió la posición el precio futuro estuvo por encima del monto mencionado hasta el día 28/07/19. Durante los últimos cuatro días en los que se mantuvo abierta la posición, los precios para enero de 2020 fueron:

27/07/19	28/07/19	29/07/19	30/07/19
U$S 98,30	U$S 95,60	U$S 96,10	U$S 95,80

De acuerdo con el mínimo exigido por el mercado, un depósito adicional de U$S 574,50 fue exigido el día 28/07/19 para restablecer el Margen Inicial (ver figura 52).

Figura 52

Contrato Futuro: Posición Compradora - Cuenta Corriente

Información de Mercado	
Margen Inicial	Margen Mínimo
$ 750,00	$ 250,00

Posición compradora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Ganancia Parcial	Ganancia Acumulada	Cuenta Corriente	
t	F_t				Saldo	Adicional
19/04/19	$ 117,50				$ 750,00	
19/04/19	$ 117,50	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 750,00	$ 0,00
27/07/19	$ 98,30	99	$ -480,00	$ -480,00	$ 270,00	$ 0,00
28/07/19	$ 95,60	1	$ -67,50	$ -547,50	$ 202,50	$ 547,50
29/07/19	$ 96,10	1	$ 12,50	$ -535,00	$ 762,50	$ 0,00
30/07/19	$ 95,80	1	$ -7,50	$ -542,50	$ 755,00	$ 0,00

Vendedor

Todos los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Futuro Comprador 2.xlsx

En el caso de una posición vendedora, su resultado diario está dado por $F_{m-1} - F_m$. Así, el saldo (sin considerar Márgenes Adicionales) es:

$$Saldo_m = Saldo_{m-1} + F_{m-1} - F_m$$

Ejemplo 44 El día 25/06/19 un inversor ordena a su corredor que tome una posición vendedora en un Contrato Futuro sobre 50 toneladas de maíz, con entrega en diciembre del mismo año. El día 28/06/19 ordena a su broker que cierre la posición. El Margen Inicial exigido por el mercado es U$S 10. De acuerdo a los precios vigentes para una tonelada de maíz con entrega en diciembre de 2019, el movimiento de la cuenta corriente es:

Figura 53

Contrato Futuro: Posición Vendedora - Cuenta Corriente

Información de Mercado	
Margen Inicial	Margen Mínimo
$ 500,00	

Posición vendedora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	50

Mercado		Cant. Días	Ganancia Parcial	Ganancia Acumulada	Cuenta Corriente	
t	F_t				Saldo	Adicional
25/06/19	$ 95,60				$ 500,00	
25/06/19	$ 95,60	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 500,00	$ 0,00
26/06/19	$ 97,50	1	$ -95,00	$ -95,00	$ 405,00	$ 0,00
27/06/19	$ 97,00	1	$ 25,00	$ -70,00	$ 430,00	$ 0,00
28/06/19	$ 95,50	1	$ 75,00	$ 5,00	$ 505,00	$ 0,00

Siguiendo el razonamiento que se realizó para la posición compradora, si un inversor que toma una posición vendedora no realiza el seguimiento diario de su cuenta, pero desea conocer el saldo en un momento cualquiera t, entonces el mismo estará dado por:

$$\boldsymbol{Saldo_{m_0}} = \text{Margen Inicial} + \mathrm{F}_{\boldsymbol{m_0}} - \boldsymbol{F_m}$$

donde $\boldsymbol{F_{m_0}} - \boldsymbol{F_m}$ es el resultado acumulado, para una posición corta, desde la fecha en que se tomó la posición, $\boldsymbol{m_0}$, hasta la fecha $\boldsymbol{m}$.

Ejemplo 45 El día 25/06/19 un inversor toma una posición vendedora en un Contrato Futuro sobre 50 toneladas de maíz, con entrega en diciembre del mismo año, y la mantiene abierta hasta el día 30/07/19. De acuerdo a los requisitos del mercado, el Margen Inicial es U$S 500. Si el inversor desea conocer su saldo cada lunes, entonces el movimiento que observará es:

Figura 54

Contrato Futuro: Posición Vendedora - Cuenta Corriente

Información de Mercado	
Margen Inicial	Margen Mínimo
$ 500,00	

Posición vendedora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	50

Mercado		Cant. Días	Ganancia Parcial	Ganancia Acumulada	Cuenta Corriente	
t	F_t				Saldo	Adicional
25/06/19	$ 95,60				$ 500,00	
25/06/19	$ 95,60	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 500,00	$ 0,00
01/07/19	$ 97,50	6	$ -95,00	$ -95,00	$ 405,00	$ 0,00
08/07/19	$ 92,00	7	$ 275,00	$ 180,00	$ 680,00	$ 0,00
15/07/19	$ 88,50	7	$ 175,00	$ 355,00	$ 855,00	$ 0,00
22/07/19	$ 86,70	7	$ 90,00	$ 445,00	$ 945,00	$ 0,00
29/07/19	$ 82,60	7	$ 205,00	$ 650,00	$ 1.150,00	$ 0,00
30/07/19	$ 83,20	1	$ -30,00	$ 620,00	$ 1.120,00	$ 0,00

Nuevamente, las expresiones anteriores son incompletas porque, si los movimientos en el precio futuro del subyacente son adversos para el inversor, el mercado requerirá Márgenes Adicionales. Éstos se deben sumar al saldo del momento siguiente y, en una fecha *m*, están dados por:

$$(\text{Margen Adicional})_{\boldsymbol{m}} = \text{Margen Inicial - Saldo}_{\boldsymbol{m}}$$

siempre y cuando $\text{Saldo}_{\boldsymbol{m}} < \text{Margen Mínimo}$. En este caso:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} + (\text{Margen Adicional})_{\text{m-1}} + \boldsymbol{F_{m-1}} - \boldsymbol{F_m}$$

Finalmente, al considerar valores acumulados:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \text{Margen Inicial} + (\text{Margenes})_{(\boldsymbol{m_0};\boldsymbol{m})} + \mathrm{F}_{\boldsymbol{m_0}} - \boldsymbol{F_m}$$

Ejemplo 46 Un inversor desea vender 50 toneladas de soja en septiembre de 2019. Para ello toma una posición corta en dos Contratos Futuros por 25 toneladas cada uno. La posición en los contratos se toma el día 11/03/19 y, debido a los movimientos desfavorables en el precio, se cierra el día 22/03/19. El Margen Inicial exigido por el mercado es U$S 1000 por contrato, y el Margen Mínimo es U$S 625. De acuerdo a la información de los precios de ajuste del mercado, el movimiento en los saldos de la cuenta se puede observar en el siguiente cuadro:

Figura 55

Contrato Futuro: Posición Vendedora - Cuenta Corriente

Información de Mercado	
Margen Inicial	Margen Mínimo
$ 1.000,00	$ 625,00

Posición vendedora	
Cantidad de Contratos	2
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Ganancia Parcial	Ganancia Acumulada	Cuenta Corriente	
t	F_t				Saldo	Adicional
11/03/19	$ 223,50				$ 2.000,00	
11/03/19	$ 223,50	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 2.000,00	$ 0,00
12/03/19	$ 226,20	1	$ -135,00	$ -135,00	$ 1.865,00	$ 0,00
13/03/19	$ 227,00	1	$ -40,00	$ -175,00	$ 1.825,00	$ 0,00
14/03/19	$ 234,00	1	$ -350,00	$ -525,00	$ 1.475,00	$ 0,00
15/03/19	$ 237,50	1	$ -175,00	$ -700,00	$ 1.300,00	$ 0,00
18/03/19	$ 237,00	3	$ 25,00	$ -675,00	$ 1.325,00	$ 0,00
19/03/19	$ 241,50	1	$ -225,00	$ -900,00	$ 1.100,00	$ 900,00
20/03/19	$ 241,50	1	$ 0,00	$ -900,00	$ 2.000,00	$ 0,00
21/03/19	$ 251,50	1	$ -500,00	$ -1.400,00	$ 1.500,00	$ 0,00
22/03/19	$ 248,40	1	$ 155,00	$ -1.245,00	$ 1.655,00	$ 0,00

Cuenta Corriente con intereses

En este apartado, se realiza un análisis similar al de la sección anterior. La única diferencia radica en que, en esta circunstancia, se considera que el broker paga intereses al inversor sobre el saldo de la cuenta corriente. Es importante destacar que, en este caso, el saldo de la cuenta corriente se debe observar, indefectiblemente, cada día de negociación. Esto se debe a que los intereses son calculados sobre dicho saldo, y éste se modifica día a día.

Cuando se pactan intereses sobre el saldo de la cuenta corriente de un Contrato Futuro a una tasa anual con capitalización instantánea $\boldsymbol{\delta_{cc}}$, dichos intereses se calculan cada día de negociación y están dados por:

$$\boldsymbol{I_{(m-1;m)}} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}e^{\delta_{CC}\times\frac{h}{365}}} - \boldsymbol{Saldo_{m-1}}$$

donde $\boldsymbol{m}$ y $\boldsymbol{m-1}$ se refieren a las fechas de dos días consecutivos de negociación, y *t* es la cantidad de días corridos que hay entre los dos días de negociación mencionados.

El saldo de la cuenta será el saldo del día anterior, más los intereses ganados sobre dicho saldo, más el resultado diario por movimientos en el precio futuro del activo subyacente:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} + \boldsymbol{I_{(m-1;m)}} + (\text{Resultado diario})_{(\boldsymbol{m-1;m})}$$

Finalmente, al remplazar los intereses por la expresión que permite su cálculo, se llega a que el saldo está dado por:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}e^{\delta_{CC}\times\frac{h}{365}}} + (\text{Resultado diario})_{(\boldsymbol{m-1;m})}$$

Cuando se consideran los depósitos de Márgenes Adicionales que se deben realizar en caso de movimientos adversos en el mercado, el razonamiento es el mismo que el desarrollado para el caso en que no se pactaban intereses sobre el saldo: se compara el saldo en cada momento con el requerimiento de Margen Mínimo impuesto por el mercado. La diferencia respecto del análisis anterior radica en la manera de calcular el saldo. Así, el Margen Adicional en una fecha *m* es:

$$(\text{Margen Adicional})_{\boldsymbol{m}} = \text{Margen Inicial - Saldo}_{\boldsymbol{m}}$$

siempre y cuando Saldo$_m$<Margen Mínimo. En caso contrario, el Margen Adicional es nulo. Este Margen adicional debe sumarse al saldo del momento anterior. Así, al considerar los Márgenes Adicionales, el saldo es:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} e^{\delta_{CC}\times\frac{h}{365}} + \text{(Margen Adicional)}_{\text{m-1}} + \text{(Resultado diario)}_{(m-1;m)}$$

Los conceptos desarrollados previamente son válidos tanto para la posición compradora como para la posición vendedora. La diferencia se encuentra en la manera de calcular el resultado diario.

Comprador

Todos los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Futuro Comprador 1.xlsx

Cuando se trata de un inversor que toma una posición compradora, el resultado diario está dado por $\boldsymbol{F_m - F_{m-1}}$. Así, el saldo de la cuenta corriente es:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} + \boldsymbol{I_{(m-1;m)}} + \boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m-1}},$$

y, si se remplaza la expresión de los intereses por la expuesta más arriba, es decir, $\boldsymbol{I_{(m-1;m)}} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} e^{\delta_{CC}\times\frac{h}{365}} - \boldsymbol{Saldo_{m-1}}$, se obtiene que:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} e^{\delta_{CC}\times\frac{h}{365}} + \boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m-1}},$$

donde, nuevamente, *m* y *m–1* se refieren a las fechas de dos días consecutivos de negociación, *t* es la cantidad de días corridos que hay entre los dos días de negociación mencionados, y $\boldsymbol{\delta_{CC}}$ es la tasa de interés anual con capitalización instantánea que se pactó sobre el saldo de la cuenta.

Ejemplo 47 El día 10/06/19 un inversor toma una posición compradora en un Contrato Futuro con un broker que acuerda pagar el 10% de interés sobre el saldo de su cuenta. El contrato es sobre 25 toneladas de soja con entrega en mayo de 2020 y el Margen Inicial requerido por el mercado es de U$S 20. La posición se cierra el día 21/06/19. El movimiento de la cuenta de acuerdo con la información de mercado es:

Figura 56

Contrato Futuro: Posición compradora - Cuenta Corriente con intereses

Información de Mercado			
δ (anual)	δ (diario)	Margen Inicial	Margen Mínimo
10,00%	0,03%	$ 20,00	

Posición compradora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Resultado Parcial	Resultado Acumulado	Cuenta Corriente		
t	F_t				Saldo	Adicional	Interés
10/06/19	$ 165,50				$ 20,00		
10/06/19	$ 165,50	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 20,00	$ 0,00	$ 0,00
11/06/19	$ 165,50	1	$ 0,00	$ 0,00	$ 20,01	$ 0,00	$ 0,01
12/06/19	$ 168,10	1	$ 65,00	$ 65,00	$ 85,01	$ 0,00	$ 0,01
13/06/19	$ 167,40	1	$ -17,50	$ 47,50	$ 67,53	$ 0,00	$ 0,02
14/06/19	$ 167,50	1	$ 2,50	$ 50,00	$ 70,05	$ 0,00	$ 0,02
17/06/19	$ 166,00	3	$ -37,50	$ 12,50	$ 32,61	$ 0,00	$ 0,06
18/06/19	$ 166,00	1	$ 0,00	$ 12,50	$ 32,62	$ 0,00	$ 0,01
19/06/19	$ 168,00	1	$ 50,00	$ 62,50	$ 82,63	$ 0,00	$ 0,01
21/06/19	$ 169,70	2	$ 42,50	$ 105,00	$ 125,17	$ 0,00	$ 0,05

Cuando se consideran los requerimientos de Márgenes Adicionales se obtiene que:

$$\text{(Margen Adicional)}_m = \text{Margen Inicial} - \boldsymbol{Saldo_m}$$

siempre y cuando S$\boldsymbol{aldo_m}$<Margen Mínimo. En caso contrario, el Margen Adicional es nulo. En esta circunstancia, el saldo en cada fecha se calculada como:

$$\boldsymbol{Saldo_m} = \boldsymbol{Saldo_{m-1}} \boldsymbol{e}^{\delta_{CC} \times \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{365}}} + (\text{Margen Adicional})_{\text{m-1}} + \boldsymbol{F_m} - \boldsymbol{F_{m-1}}$$

Ejemplo 48 Para participar de un Contrato Futuro sobre 50 toneladas de girasol, el mercado requiere de los inversores un Margen Inicial de U$S 1000, y el Margen Mínimo está establecido en U$S 700. El 03/02/20 un inversor se contacta con su bróker para tomar una posición compradora en un contrato con entrega en marzo y acuerda recibir un 15% de interés sobre el saldo de su cuenta. Si cierra su posición el día 11/02/20, el movimiento de la cuenta es:

Figura 57

Contrato Futuro: Posición compradora - Cuenta Corriente con intereses

Información de Mercado			
δ (anual)	δ (diaria)	Margen Inicial	Margen Mínimo
15,00%	0,04%	$ 1.000,00	$ 700,00

Posición compradora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	50

Mercado		Cant. Días	Resultado Parcial	Resultado Acumulado	Cuenta Corriente		
t	F_t				Saldo	Adicional	Interés
03/02/20	$ 204,00				$ 1.000,00		
03/02/20	$ 204,00	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 1.000,00	$ 0,00	$ 0,00
04/02/20	$ 207,50	1	$ 175,00	$ 175,00	$ 1.175,41	$ 0,00	$ 0,41
05/02/20	$ 207,50	1	$ 0,00	$ 175,00	$ 1.175,89	$ 0,00	$ 0,48
06/02/20	$ 208,00	1	$ 25,00	$ 200,00	$ 1.201,38	$ 0,00	$ 0,48
07/02/20	$ 210,00	1	$ 100,00	$ 300,00	$ 1.301,87	$ 0,00	$ 0,49
10/02/20	$ 213,10	3	$ 155,00	$ 455,00	$ 1.458,48	$ 0,00	$ 1,61
11/02/20	$ 211,00	1	$ -105,00	$ 350,00	$ 1.354,08	$ 0,00	$ 0,60

Es importante destacar que, si la posición se mantiene abierta un tiempo relativamente largo, es posible que los intereses devengados acumulados en la cuenta eviten la necesidad de un Margen Adicional.

Ejemplo 49 Considere un inversor que el día 01/01/19 toma una posición compradora en un Contrato Futuro con entrega en mayo de 2020. El bróker acuerda pagar el 10% de interés sobre el saldo de su cuenta. El Margen Inicial requerido por el mercado es de U$S 500 y el Margen Mínimo es de U$15 por tonelada negociada. Si la posición se mantiene abierta hasta el 30/08/19, y asumiendo que el precio no varió hasta el 29/08/19, el movimiento de la cuenta es:

Figura 58

Contrato Futuro: Posición compradora - Cuenta Corriente con intereses

Información de Mercado			
δ (anual)	δ (diaria)	Margen Inicial	Margen Mínimo
10,00%	0,03%	$ 500,00	$ 375,00

Posición compradora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Resultado Parcial	Resultado Acumulado	Cuenta Corriente		
t	F_t				Saldo	Adicional	Interés
01/01/19	$ 204,00				$ 500,00		
01/01/19	$ 204,00	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 500,00	$ 0,00	$ 0,00
29/08/19	$ 207,50	240	$ 87,50	$ 87,50	$ 621,48	$ 0,00	$ 33,98
30/08/19	$ 207,50	1	$ 0,00	$ 87,50	$ 621,65	$ 0,00	$ 0,17

Nótese que, si los intereses no son tenidos en cuenta, un Margen Adicional debería ser depositado el 30/08/19:

Figura 59

Contrato Futuro: Posición compradora - Cuenta Corriente con intereses

Información de Mercado			
$\delta\,(anual)$	$\delta\,(diaria)$	Margen Inicial	Margen Mínimo
0,00%	0,00%	$ 500,00	$ 375,00

Posición compradora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Resultado Parcial	Resultado Acumulado	Cuenta Corriente		
t	F_t				Saldo	Adicional	Interés
01/01/19	$ 175,80				$ 500,00		
01/01/19	$ 175,80	0	$ 0,00	$ 0,00	$ 500,00	$ 0,00	$ 0,00
29/08/19	$ 175,80	240	$ 0,00	$ 0,00	$ 500,00	$ 0,00	$ 0,00
30/08/19	$ 170,00	1	$ -145,00	$ -145,00	$ 355,00	$ 145,00	$ 0,00

Vendedor

Todos los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Futuro Vendedor 2.xlsx

Para una posición vendedora, el resultado diario es $F_{m-1} - F_m$. Así, el saldo de la cuenta corriente es:

$$Saldo_m = Saldo_{m-1} + I_{(m-1;m)} + F_{m-1} - F_m,$$

y, al remplazar $I_{(m-1;m)}$, se obtiene que:

$$Saldo_m = Saldo_{m-1} e^{\delta_{CC} \times \frac{h}{365}} + F_{m-1} - F_m,$$

donde, una vez más, m y $m-1$ son las fechas de dos días consecutivos de negociación, *t* la cantidad de días corridos que hay entre los dos días de negociación mencionados, y δ_{CC} la tasa de interés anual con capitalización continua que se pactó sobre el saldo de la cuenta.

A su vez, si el saldo cae por debajo del Margen Mínimo exigido por el mercado, se requerirán depósitos de Márgenes Adicionales. Cada vez que $Saldo_m$<Margen Mínimo, se exigirá un depósito adicional que restablezca el Margen Inicial, cuyo monto asciende a:

$$(\text{Margen Adicional})_m = \text{Margen Inicial} - Saldo_m$$

Obviamente, cuando $Saldo_m$>Margen Mínimo el Margen Adicional es nulo.

Al considerar los Márgenes Adicionales, el saldo debe calcularse como:

$$Saldo_m = Saldo_{m-1} e^{\delta_{CC} \times \frac{h}{365}} + (\text{Margen Adicional})_{m-1} + F_{m-1} - F_m$$

Una vez más se aclara que, al comparar el saldo con el Margen Mínimo, se deben considerar los intereses. Esto se debe a que la inclusión de éstos en el saldo puede evitar el requerimiento de un Margen Adicional.

Ejemplo 50 Un inversor toma una posición vendedora en un Contrato Futuro, con entrega en septiembre de 2019, sobre 25 toneladas de trigo. El Margen Inicial exigido por el mercado es de U$S 400, y el Margen Mínimo es U$S 300. El interés pactado sobre el saldo de la cuenta corriente es 12%.

Si la posición es abierta el día 01/07/19 y es cerrada el día 15/07/19, la cuenta corriente puede observarse en el siguiente cuadro:

Figura 60

Contrato Futuro: Posición Vendedora - Cuenta Corriente con Intereses

Información de Mercado			
δ (anual)	δ (diaria)	Margen Inicial	Margen Mínimo
12.00%	0.03%	$ 400.00	$ 300.00

Posición Vendedora	
Cantidad de Contratos	1
Cantidad de Subyacente por contrato	25

Mercado		Cant. Días	Resultado Parcial	Resultado Acumulado	Cuenta Corriente		
t	F_t				Saldo	Adicional	Interés
01/07/19	$ 110.20				$ 400.00		
01/07/19	$ 110.20	0	$ 0.00	$ 0.00	$ 400.00	$ 0.00	$ 0.00
02/07/19	$ 110.30	1	$ -2.50	$ -2.50	$ 397.63	$ 0.00	$ 0.13
03/07/19	$ 110.30	1	$ 0.00	$ -2.50	$ 397.76	$ 0.00	$ 0.13
04/07/19	$ 110.90	1	$ -15.00	$ -17.50	$ 382.89	$ 0.00	$ 0.13
05/07/19	$ 112.50	1	$ -40.00	$ -57.50	$ 343.02	$ 0.00	$ 0.13
08/07/19	$ 111.30	3	$ 30.00	$ -27.50	$ 373.36	$ 0.00	$ 0.34
10/07/19	$ 112.90	2	$ -40.00	$ -67.50	$ 333.60	$ 0.00	$ 0.25
11/07/19	$ 113.30	1	$ -10.00	$ -77.50	$ 323.71	$ 0.00	$ 0.11
12/07/19	$ 115.80	1	$ -62.50	$ -140.00	$ 261.32	$ 138.68	$ 0.11
15/07/19	$ 115.00	3	$ 20.00	$ -120.00	$ 420.26	$ 0.00	$ 0.26

2.3. Precio Futuro y Precio Contado. Relación y convergencia

2.3.1. Fundamentos Teóricos

A medida que el mes de entrega se aproxima, la diferencia entre el Precio Futuro y el Precio Contado de un determinado bien se hace cada vez más pequeña. Esto necesariamente debe ser así ya que, en caso contrario, surgen obvias posibilidades de arbitraje.

Se supone, primero, que el Precio Futuro en el mes de entrega está por encima del Precio Contado ($\boldsymbol{F_t} > \boldsymbol{S_t}$). En este caso, un individuo puede tomar una posición vendedora en futuros, comprar el bien al contado y realizar la entrega en el contrato. Así, desembolsa $\boldsymbol{S_t}$ y recibe $\boldsymbol{F_t}$, obteniendo una ganancia libre de riesgo de $\boldsymbol{F_t - S_t > 0}$.

De esta manera, muchos individuos venderán en el mercado de futuros y, consecuentemente, el precio futuro caerá hasta que finalmente alcance el precio contado.

En el caso en que, durante el mes de entrega, el Precio Futuro esté por debajo del Precio Contado ($\boldsymbol{F_t} < \boldsymbol{S_t}$), los individuos que deseen adquirir el bien tomarán posiciones compradoras en el mercado de futuro en lugar de comprar al contado y aguardarán la entrega. Esto hará que el precio futuro suba hasta que equipare al precio contado.

En general, para eliminar las posibilidades de arbitraje, se debe dar que:

$$\lim_{t \to T} \boldsymbol{F_t} = \boldsymbol{S_T}$$

pudiendo producirse la convergencia por encima (ver Figura 61) o por debajo del precio contado (ver Figura 62).

Figura 61

Convergencia del Precio Futuro al Precio Contado

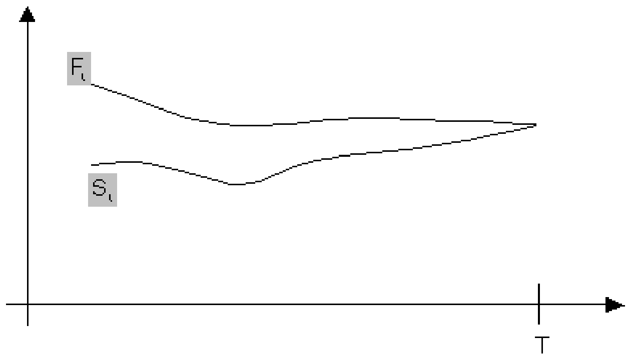
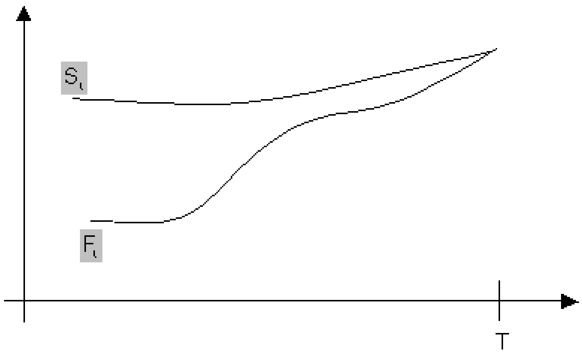


Figura 62

Convergencia del Precio Futuro al Precio Contado



Nada impide que la curva de precios futuros cruce la curva de precios contado antes del vencimiento.

En lugar de analizar la convergencia de $\boldsymbol{S_t}$ y $\boldsymbol{F_t}$, es útil también trabajar con la relación que existe entre los precios de ambos mercados (contado y futuro), es decir, con la serie:

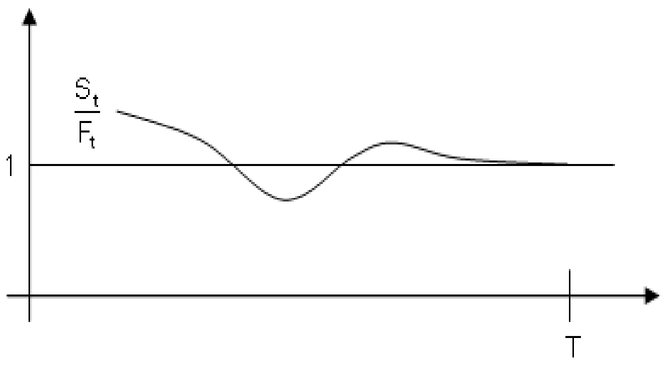
$$\frac{\boldsymbol{S_t}}{\boldsymbol{F_t}}$$

la cual debe converger, cuando se acerca el momento de entrega, a la unidad (ver Figura 3):

$$\lim_{t \to T} \frac{\boldsymbol{S_t}}{\boldsymbol{F_t}} = \boldsymbol{1}$$

Figura 63

Convergencia del Cociente



El análisis de dicha serie es particularmente útil a la hora de comparar diversos activos porque permite visualizar, de manera inmediata, el porcentaje en que el precio de contado supera al (o está por debajo del) precio futuro.

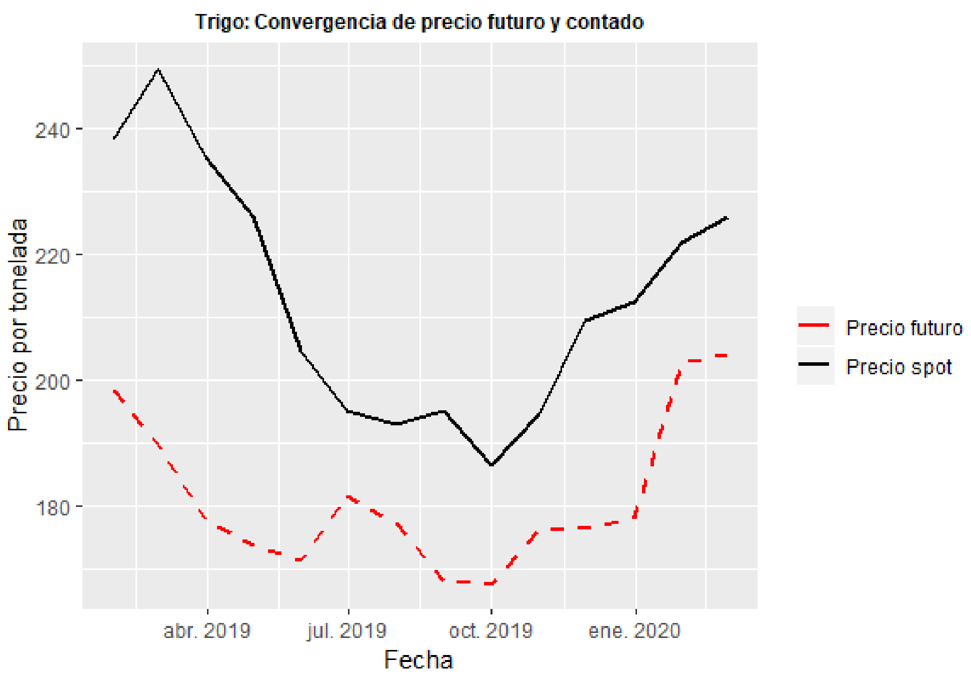
2.3.2. Series de Precios

Convergencia en el Mercado de Granos Argentino

En la Figura 64 se observan los precios mensuales promedio por tonelada de Trigo, durante el periodo febrero 2019 a febrero 2020, en el mercado disponible y en el mercado futuro para la posición marzo 2019.

El hecho de que ambos precios no sean exactamente iguales en el mes de febrero 2020 se debe a que los valores están expresados mensualmente, realizando un promedio de los valores diarios. Además, al momento de realizar el gráfico, se debe esperar un mes más para el cierre de posiciones. Igualmente, se destaca que, al comenzar el análisis, la diferencia era de aproximadamente 40 dólares por tonelada y luego esa diferencia se fue reduciendo progresivamente.

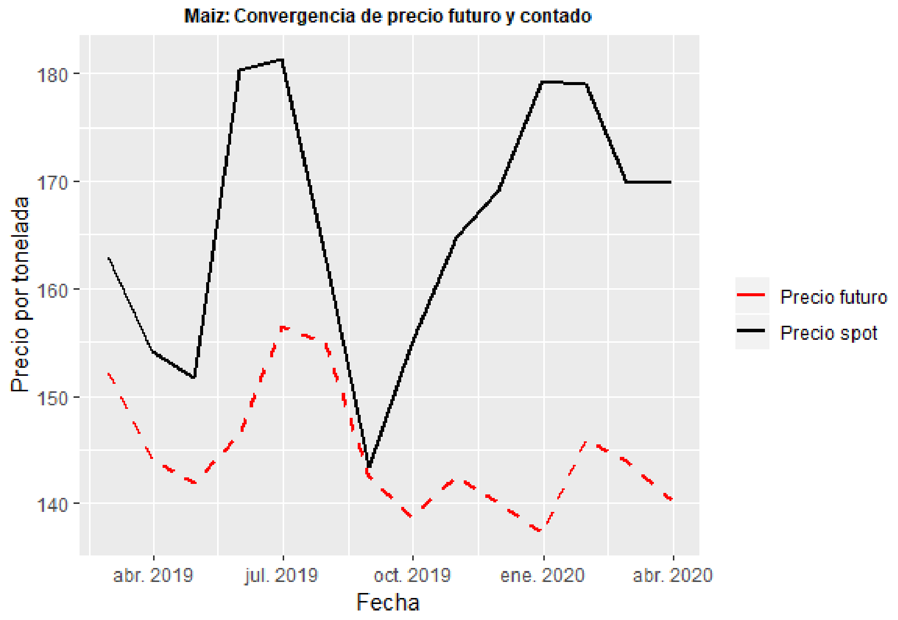
Figura 64



Fuente: Elaboración propia en base a datos del Mercado a Término de Buenos Aires (MATBA)

La Figura 65 tiene las mismas características que la Figura 64, pero se considera el precio de la tonelada de maíz en el mercado disponible y el precio futuro para la posición abril 2020.

Figura 65



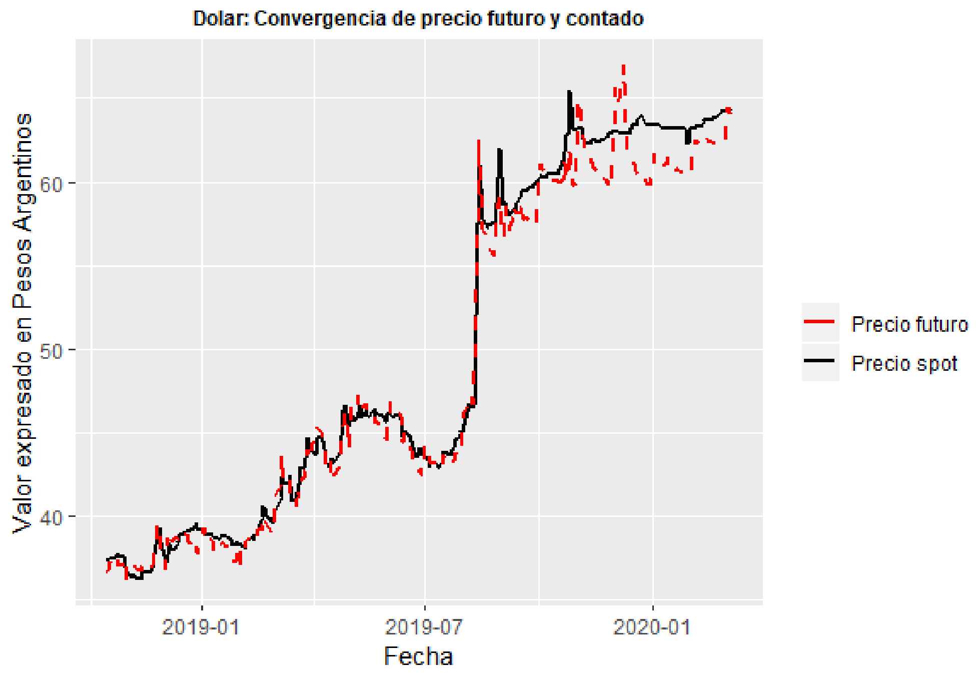
Fuente: Elaboración propia en base a datos del Mercado a Término de Buenos Aires (MATBA)

Convergencia en el Mercado del Dólar

Como puede observarse en el siguiente gráfico, el precio futuro del dólar presenta el mismo comportamiento que el precio de contado. Puede apreciarse, al comparar con las series del mercado de granos, que la volatilidad es mucho menor en este caso.

En el caso del dólar, la diferencia entre el precio spot y el precio futuro (marzo 2020) es mínima y mucho menor que en el caso de los commodities.

Figura 66



Fuente: Elaboración propia en base a datos de Thomson Reuters

2.4. Utilización de Forwards y Futuros para coberturas

En el primer capítulo se ha descrito brevemente la utilización de los Contratos Diferidos con fines de coberturas. Ahora que se ha analizado la manera de funcionar de dichos contratos, se hará un breve análisis del uso para cobertura y de la diferencia de cada contrato.

Forwards

Los Contratos Forward pueden ser utilizados por diversos agentes económicos con el objetivo de cubrirse del riesgo que afrontan cuando deben realizar una compra (venta) en el futuro. Este riesgo, llamado *Riesgo de Precio*, está constituido por la posibilidad de que el precio del bien que se desea transar se mueva de una manera desfavorable. Los Contratos a Término pueden ser utilizados por diversos agentes de la economía a fin de evitar el riesgo de movimientos adversos en el precio de determinados bienes de interés para su actividad.

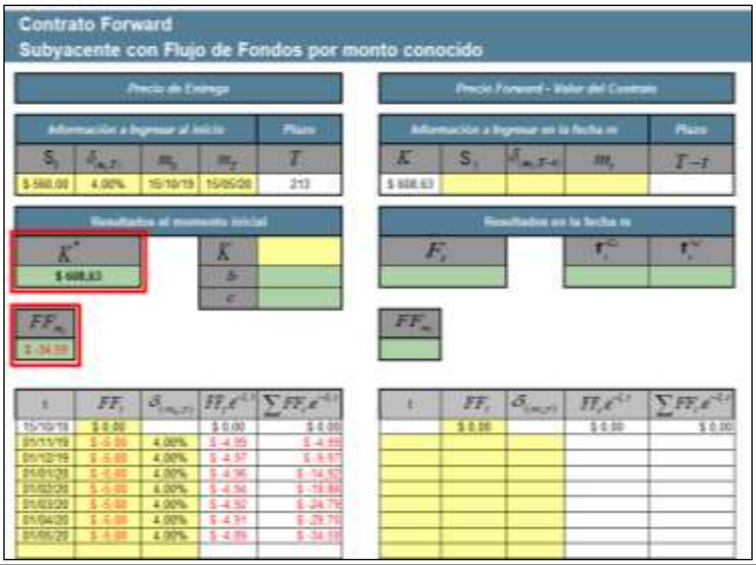
Así, un productor agrícola puede estar interesado en fijar, en el tiempo en que se efectúa la siembra, el precio al cual venderá su producción en el futuro, es decir, al momento de realizar la cosecha. Esto lo puede hacer tomando una posición vendedora en un Forward.

A su vez, una industria puede necesitar como insumos para su producción determinados productos agrícolas. Para evitar el riesgo de que el precio de sus insumos crezca más de allá de ciertos límites, puede tomar una posición compradora en un Contrato Forward.

De este modo, el productor agrícola y la industria pueden acordar un Contrato Forward para evitar el riesgo que corre cada uno debido a los movimientos adversos en el precio de la producción agrícola. Desde ya que, si los movimientos en el precio son favorables para una de las partes (y, obviamente, desfavorables para la otra), al haber concertado un Contrato Forward la parte perjudicada por el movimiento adverso del precio contrarresta dicha adversidad mientras que, la parte favorecida, se priva del beneficio.

> ***Ejemplo 51*** El 15/10/19, una industria y un pequeño productor agrícola acuerdan un Contrato Forward con entrega en mayo de 2020 sobre 25 toneladas de Soja. El precio en el mercado disponible al momento de concertar el acuerdo es de $560 por tonelada, y el costo de almacenamiento de cada tonelada es de $5 por mes. La tasa de interés libre de riesgo (con capitalización continua) para todos los vencimientos es del 4%. De este modo, utilizando el aplicativo correspondiente (ver figura), se pacta un precio de entrega de $608,63 por cada tonelada.

Figura 67



Si al momento de entrega, en mayo de 2020, el precio disponible es de $580, la industria se privará de beneficios adicionales que podría haber obtenido por la reducción en el costo de sus insumos (paga $608,93 en lugar de $580) mientras que el productor agrícola venderá su producto a un precio superior al que podría haberlo hecho, evitando de esta manera la pérdida consecuente.

Al acordar el precio de entrega se está fijando el precio de venta (o compra) del producto en cuestión. Por esta razón, dicho precio debe tener en cuenta, indefectiblemente, los costos de la producción y ser acordado de manera de superar dichos costos. En caso contrario, si se acuerda un precio que alcance apenas a cubrir los costos, se estaría relegando toda ganancia ya que, si bien el productor se asegura no tener pérdidas, también se está asegurando no tener ganancias.

Ejemplo 52 Un productor agrícola tiene unos costos que ascienden a $250 por cada tonelada de soja. Si estima que en mayo de 2020 llevará a cabo la cosecha de 250 toneladas, para cubrirse de los movimientos adversos en la fluctuación del precio deberá tomar posición en un contrato por un precio superior a $250 ya que, en caso contrario, estaría relegando toda posible ganancia. Si se supone que se tomó la posición vendedora por dicho precio y el precio de contado en mayo de 2020 es:

a. $240, entonces el productor obtiene una ganancia de $10 por su participación en Contrato Forward, y vende su producción por $240 con lo cual llega a cubrir sus costos.
b. $290, entonces el productor vende se producción por $290 y pierde $40 por su participación en el Contrato Forward. En síntesis, el resultado final le alcanza apenas para cubrir sus costos.

Puede observarse que tanto en el caso a (movimiento desfavorable del precio) como en el caso b (movimiento favorable), el productor simplemente logra cubrir sus costos, porque el precio de entrega acordado no era adecuado.

Futuros

De acuerdo con lo que se ha mencionado al definir las características de los Contratos Futuros, éstos son negociados en los mercados de valores y sus características son establecidas por dicho mercado. Por ello, la flexibilidad de estos contratos a la hora de ser utilizados con fines de cobertura es limitada. Sin embargo, mediante posiciones adecuadas se pueden paliar las insuficiencias de mercado.

Cuando un inversor participa en un Contrato Futuro con fines de cobertura, el objetivo es que las ganancias obtenidas por la participación en el contrato contrarresten las pérdidas que se sufren por el movimiento adverso en el precio de contado del activo de interés. Por ello, deben analizarse cuidadosamente las posiciones a tomar para que dicho objetivo sea cumplido.

Al momento de analizar los Forwards, se observó que el precio de entrega acordado debía superar a los costos porque, en caso contrario, se estaría relegando toda ganancia. En el ejemplo de los Futuros, debido a que el precio se determina por las fuerzas de la oferta y la demanda, lo que hace el productor (o la industria) es remitir las órdenes a los corredores especificando el precio mínimo (o máximo) al cual debe llevarse a cabo la operación, y que debe contemplar, lógicamente, los costos (tanto de producción como de transacción).

Por otro lado, como los contratos son estandarizados, las fechas de entrega están establecidas. Si un inversor sabe que deberá llevar a cabo una operación determinada en un mes en el cual no hay Contratos Futuros negociándose, deberá tomar la posición en el siguiente vencimiento. Así, cuando tenga que realizar su operación, cerrará su posición en el mercado de futuros y, con la ganancia (o pérdida) obtenida en dicho mercado, contrarrestará los perjuicios (o beneficios) de los movimientos en el precio de contado. Cuando esto sucede, la cobertura no funciona de manera perfecta, ya que el precio futuro, al cerrar la posición, difiere el precio de contado. En el caso en que el mes de la operación a cubrir coincida con un mes de negociación, la cobertura funciona con mucha más precisión debido a la convergencia de los precios futuros y de contado analizada en la sección precedente.

Ejemplo 53 En diciembre de 2018, una pequeña industria sabe que necesitará, en el mes de junio de 2019, 50 toneladas de trigo para llevar a cabo su producción. El precio máximo que puede pagar por cada tonelada para que su negocio sea rentable, es $150 (de acuerdo con su análisis de costos). Por ello, ordena a su corredor de bolsa que tome una posición para dicho mes a un precio inferior al mencionado.

Sin embargo, como no existen contratos con tal vencimiento, el corredor toma la posición compradora para el mes de julio de 2019, siendo el precio futuro al momento de tomar la posición de $147 (el 15/12/18).

El día 01/06/19, cuando se cierra la posición en el contrato, el precio futuro para la posición julio es $123,50. El precio de contado en dicho momento es $123. De esta manera, la participación en el mercado futuro le significó una pérdida de $\$\mathbf{1175}\ (= (\$\mathbf{123,50} - \$\mathbf{147}) \times \mathbf{50})$. Finalmente, deberá desembolsar un total de $\$\mathbf{7325}\ (= \$\mathbf{123} \times \mathbf{50} + \$\mathbf{1175})$ por las 50 toneladas.

De acuerdo con la cobertura realizada, debería pagar $\$\mathbf{7350}\ (= \mathbf{50} \times \$\mathbf{147})$, ya que fijó el precio en $147 por tonelada. La diferencia entre dichos montos se debe a la discrepancia entre el precio futuro y disponible al momento de realizar la compra, surgido por el descalce en las fechas.

En general, por cada unidad de activo subyacente, el comprador deberá desembolsar:

$$\boldsymbol{S_t + F_0 - F_t}$$

para adquirir un activo valuado en $\boldsymbol{S_t}$, con lo cual el resultado obtenido al realizar la cobertura es:

$$+\underbrace{\boldsymbol{S_t}}_{\text{valor del activo adquirido}} - \underbrace{(\boldsymbol{S_t + F_t - F_0})}_{\text{desembolso efectuado para adquirirlo}} = \boldsymbol{F_t - F_0}$$

precisamente el resultado del Contrato Futuro.

Este resultado no coincide con la idea intuitiva de pagar $\boldsymbol{F_0}$ por un bien que vale $\boldsymbol{S_t}$ debido al descalce en las fechas. Esto se debe a que, generalmente, $\boldsymbol{F_t \neq S_t}$.

Nótese que, en caso de que el vencimiento del contrato coincida con la fecha de cobertura, la expresión anterior se reduce a:

$$\boldsymbol{S_T - F_0}$$

ya que, para la fecha de vencimiento del contrato, $\boldsymbol{F_T \cong S_T}$.

La expresión $\boldsymbol{S_t - F_t}$ se denomina, comúnmente, riesgo básico. Éste es el factor de incertidumbre en el precio que se deberá pagar (o que se cobrará) para adquirir el bien cuando se utilicen Futuros con fines de cobertura. El riesgo básico es justamente el riesgo asociado a la cobertura.

Nótese que, a medida que el riesgo básico aumenta, el precio que pagará la posición compradora será mayor, con lo cual la posición vendedora se verá favorecida.

Ejemplo 54 Considere el ejemplo anterior. El riesgo básico ascendió a:

$$\$\mathbf{123} - \$\mathbf{123,50} = -\$\mathbf{0,50}$$

Al sumar éste al precio futuro en el momento de tomar la posición, se obtiene el precio realmente pagado por cada tonelada:

$$\$\mathbf{146,50} = \$\mathbf{147} + (-\$\mathbf{0,50})$$

Por otro lado, se considera otro problema que surge en cuanto al descalce entre la fecha de cobertura y la fecha de vencimiento de los contratos que se negocian. Cuando el interés recaiga en una operación cuya fecha es posterior al vencimiento más lejano de los Contratos Futuros, lo que se hace es “Rodar hacia adelante la cobertura” (*Rolling hedge)*: se van abriendo y cerrado posiciones sucesivas de manera que se alcance la fecha deseada. Así, se toma una posición con el vencimiento más lejano posible, cuando llega el vencimiento se cierra la posición y se toma una nueva con vencimiento posterior y así sucesivamente hasta alcanzar la fecha de la operación.

> ***Ejemplo 55*** En julio de 2019, una pequeña industria sabe que necesitará 50 toneladas de maíz en el mes de julio de 2020. El Contrato Futuro con vencimiento más lejano es en abril de 2020. De esta manera, si desea cubrirse utilizando futuros, lo mejor que puede hacer es tomar una posición con vencimiento en abril de 2020 y cerrarla antes del vencimiento. En el mismo momento en que se cierra la posición de abril, se abre una posición para julio de 2020.

Desde luego que no es necesario tomar la posición más lejana en un principio y luego extenderla. Quizás sea conveniente dividir el período entre la fecha actual y la fecha de cobertura en intervalos de igual longitud, o bien tomar una posición lo más próxima posible aguardando que se abra la negociación de contratos con vencimiento en la fecha deseada, etc. La elección de la estrategia depende del inversor.

Otro problema relacionado con la utilización de Futuros con fines de cobertura, y el más frecuente, es la selección del activo subyacente. En los ejemplos anteriores se han expuesto casos en los que el activo de interés poseía mercado de futuros. Sin embargo, la gran mayoría de los activos que existen no posee mercado de futuros o posee uno muy poco desarrollado y, para llevar a cabo la cobertura, se debe buscar un activo que se negocie en el mercado futuro y cuyo precio se mueva en concordancia con el precio del activo de interés.

Cuando se utilizan otros activos para realizar coberturas, surgen desajustes debido a la diferencia de precios entre el bien de interés y el activo subyacente en el Contrato Futuro (además de los problemas relacionados con los vencimientos mencionados precedentemente).

Se define a $\boldsymbol{S_t^*}$ y $\boldsymbol{F_t^*}$ como el precio spot y el precio futuro del activo que se utiliza para cubrir los movimientos en el precio de otro activo, $\boldsymbol{S_t}$. El precio que se pagará (o recibirá) por el activo, considerando la cobertura, será:

$$\boldsymbol{S_t + F_0^* - F_t^*}$$

y puede expresarse como:

$$\boldsymbol{F_0^* + (S_t^* - F_t^*) + (S_t - S_t^*)}$$

Así, al realizar la cobertura utilizando otro activo, el riesgo básico se compone de:

- La incertidumbre que existiría si el activo que es cubierto es el mismo activo subyacente en el Contrato Futuro.
- La incertidumbre surgida debido a la diferencia entre el activo cubierto y el activo subyacente en el contrato.

> ***Ejemplo 56*** Considere los ejemplos precedentes y asuma que la posición tomada para comprar trigo tenía como finalidad cubrir el precio de compra de la harina de trigo. El precio de la tonelada harina al momento de la adquisición asciende a \$215. Así, el riesgo básico proveniente del Trigo es de – \$0,50, mientras que la parte proveniente de la diferencia entre el precio del Trigo y el de la Harina es de:
>
> $$\boldsymbol{\$215 - \$123 = \$92}$$
>
> Finalmente, el precio pagado asciende a:
>
> $$\boldsymbol{\$147 + \$92 + (-\$0,50) = \$238,50}$$

Con lo expuesto se dan por concluidas las cuestiones teóricas relacionadas con los Contratos Diferidos. En el próximo capitulo, se tratarán todas las cuestiones teóricas con Contratos de Opciones, para luego poder relacionarlos entre sí.

CAPITULO 3

OPCIONES

Introducción

El objetivo de este capítulo es estudiar un conjunto de instrumentos financieros que es de gran importancia para los mercados financieros: las Opciones. Por lo tanto, a lo largo de las siguientes secciones se buscará analizar su funcionamiento y como se realiza su valuación.

Un derivado es un activo cuyo valor está determinado, de alguna manera, por el valor de otro activo o índice de referencia. Este último activo o índice de referencia se denomina, generalmente, *activo subyacente*. Así, existe una importante relación entre el valor del instrumento que está siendo analizado y el valor del activo subyacente asociado con aquel instrumento. Los métodos de valuación que se describen en este capítulo consideran que el activo subyacente de la Opción es una acción que cotiza en un mercado formal. Las Opciones pueden también ser emitidas sobre granos, aceite, y cualquier otro bien sujeto a fluctuaciones en su precio. Algunos índices financieros pueden ser considerados, también, como activos subyacentes.

En la realidad existen muchos tipos de Opciones, pero, en este capítulo, se analizarán sólo dos: *Opciones de Compra (Calls)* y *Opciones de Venta (Puts)*. Ambas corresponden a contratos entre dos partes: el *tomador* y el *lanzador*. El tomador, en un punto inicial del tiempo, paga al lanzador un monto de dinero y este último toma las obligaciones estipuladas en el contrato. Aquel monto de dinero pagado por el tomador se denomina *prima*.

3.1. Tipos de Opciones

Por un lado, el contrato asociado con un Call da al tomador el *derecho a comprar un activo* (el activo subyacente) al lanzador, a un cierto precio y durante un período de tiempo. Por el otro, el contrato asociado con un Put da al tomador el *derecho a vender un activo* (el activo subyacente) al lanzador, a un cierto precio y durante un período de tiempo. El precio al cual el activo puede ser comprado o vendido recibe el nombre de *precio de ejercicio (strike price)* y la fecha terminal del período de tiempo mencionado determina la *expiración del contrato o vencimiento (maturity)*. Tanto el precio de ejercicio como la fecha de expiración son especificadas en el contrato.

Cabe destacar que el lanzador tiene la obligación de vender (Call) o comprar (Put) el activo al tomador en caso de que este último desee comprarlo o venderlo, bajo las condiciones del contrato. Cuando el tomador compra (vende) el activo bajo dichas condiciones, se dice que *ejerce la Opción.*

La definición de Call y Put que se expuso anteriormente es la definición de un tipo especial de Opciones: *Call Americano* y *Put Americano*. Existe también otro tipo de Call y de Put: *Call Europeo* y *Put Europeo*. Esencialmente, los instrumentos europeos son similares a los americanos. La única diferencia está relacionada con el momento en el cual la Opción puede ser ejercida. Mientras las Opciones americanas pueden ser ejercidas en cualquier momento durante el período de tiempo entre la fecha en que se realiza el acuerdo y la fecha de expiración, las Opciones europeas pueden ser ejercidas únicamente en la fecha de expiración.

3.2. Características Generales: pay off y valor intrínseco

Para los propósitos de valuación, todas las transacciones que están involucradas con la Opción ejercida son simplificadas. Así, el monto de dinero asociado con la transacción es visto en términos del *pay off*. Esto significa que, en el caso del ejercicio de un Call, el pay off del tomador corresponde a la diferencia entre el precio de mercado del activo que se está comprando y el valor del precio de ejercicio que se está pagando por el activo. Es obvio que, si la diferencia es un valor negativo, el tomador no ejercerá la Opción de Compra y, en esa circunstancia, el pay off será cero. En el caso del ejercicio de un Put, el razonamiento es el mismo: el pay off del tomador es la diferencia entre el valor del precio de ejercicio que el lanzador está pagando por el activo y el precio en el mercado del activo que este último está comprando. Nuevamente, si aquella diferencia es un valor negativo, el tomador no ejercerá la Opción y el pay off será cero.

De acuerdo con lo visto, el pay off es el resultado del ejercicio de una Opción. Existe, también, otro concepto que es importante para la valuación de Opciones: el *valor intrínseco*. Éste es definido como el potencial pay off de la Opción en caso de ejercicio. El concepto del valor intrínseco es crucial en los métodos de valuación de Opciones americanas.

Para comprender cómo es el mecanismo de las Opciones europeas y americanas se brindarán, a continuación, cuatro ejemplos:

Ejemplo 57 “A” (el lanzador) acuerda un contrato de Opción de Compra americano con “B” (el tomador). El precio de mercado del activo subyacente en la Opción, al momento del acuerdo, es $10. El precio de ejercicio de la Opción es $10 y la fecha de expiración se produce luego de dos meses. Para realizar el acuerdo, “B” paga a “A” una prima de $0,20. Se asume que un mes ha pasado y el precio del activo subyacente ha fluctuado a $12,50. Si “B” considera que es beneficioso ejercer la Opción de Compra en aquel momento, entonces pagará $10,00 para comprar el activo subyacente a “A”. El pay off de “B” sería:

$$\mathbf{\$12,5 - \$10 = \$2,5}$$

Ejemplo 58 “A” lanza un contrato de Opción de Venta americana con “B”. Al momento del acuerdo, “B” tiene una unidad del activo subyacente, cuyo precio de mercado es $15,00. Las condiciones del contrato son: el precio de ejercicio es $13,00 y la fecha de expiración es en tres meses. La prima que “B” paga a “A” por el acuerdo es de $0,25. Se asume que dos meses han pasado y que el precio del activo subyacente ha fluctuado a $11,00. Si “B” considera ventajoso ejercer la Opción en aquel momento, entonces recibirá $13,00 por vender el activo subyacente a “A”. El pay off de “B” sería:

$$\mathbf{\$13 - \$11 = \$2}$$

Puede observarse en los ejemplos anteriores que ambas Opciones han sido ejercidas antes de la fecha de expiración. Ambas fechas (un mes en el *ejemplo 57* y dos meses en el *ejemplo 58*) fueron arbitrariamente seleccionadas para los propósitos del ejemplo. En otra situación, el tomador podría esperar hasta que llegue la fecha de expiración y recién entonces, si las condiciones fueran favorables, ejercer la Opción.

Ejemplo 59 “A” emite un contrato de Opción de Venta europea con “B”. Al momento del acuerdo, el precio de mercado del activo subyacente es $20,00. El precio de ejercicio de la Opción es $25,00 y la fecha de expiración se produce luego de cuatro meses. Por tal acuerdo, “B” paga a “A” una prima de $0,35. Se asume que en la fecha de expiración el precio del activo subyacente ha fluctuado a $28,50. Como puede apreciarse, es ventajoso ejercer la Opción de Compra y, por lo tanto, “B” pagaría $25,00 para comprar el activo subyacente a “A”. El pay off de “B” sería:

$$\$\mathbf{28,50} - \$\mathbf{25} = \$\mathbf{3,50}$$

Ejemplo 60 “A” emite un contrato de Opción de Venta europea con “B”. Al momento de realizar el acuerdo, “B” tiene una unidad del activo subyacente cuyo precio de mercado es $52,00. Las condiciones del contrato son: el precio de ejercicio es $50,00 y la fecha de expiración es en cinco meses. La prima que “B” paga a “A” por el acuerdo es de $0,45. Si, en la fecha de expiración, el precio del activo subyacente ha fluctuado a $45,50, entonces “B” ejercería la Opción y recibiría $50,00 por vender el activo a “A”. El pay off de “B” sería:

$$\$\mathbf{50} - \$\mathbf{45,50} = \$\mathbf{4,50}$$

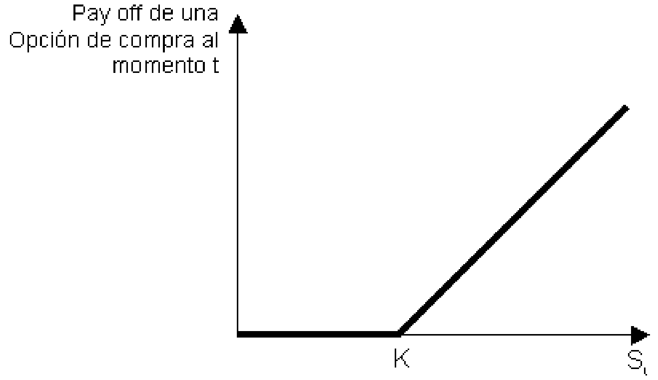
Como puede observarse, las Opciones fueron ejercidas en cada uno de los ejemplos. Vale la pena destacar que, si las condiciones son tales que el ejercicio no es ventajoso para el tomador, éste no ejercerá la Opción. Esto se debe a que el tomador tiene el derecho, pero no la obligación, de realizar la transacción.

Es importante definir el pay off de las Opciones de Compra y de Venta de una manera formal. Para ello, se considera una Opción, lanzada al momento 0 y con vencimiento en T días, en la cual el precio del activo subyacente al momento $\boldsymbol{t}$ ($\boldsymbol{t} \leq \boldsymbol{T}$) es $\boldsymbol{S_t}$, y el precio de ejercicio es K. Si se trata de una Opción de Compra, entonces el pay off, al momento t, está definido como[8]:

$$\boldsymbol{Pay\ off\ de\ un\ Call\ al\ momento\ t} = (\boldsymbol{S_t} - \boldsymbol{K}) = \begin{cases} \boldsymbol{S_t} - \boldsymbol{K} & \boldsymbol{si\ S_t \geq K} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{si\ S_t < K} \end{cases}$$

Figura 68

Pay off de una Opción de Compra



Por otro lado, si una Opción de Venta es considerada, entonces el pay off, al momento t, está definido como:

$$\boldsymbol{Pay}\text{ off de un Put al momento t} = (\boldsymbol{K} - \boldsymbol{S_t})_+ = \begin{cases} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{si\ S_t \geq K} \\ \boldsymbol{K} - \boldsymbol{S_t} & \boldsymbol{si\ S_t < K} \end{cases}$$

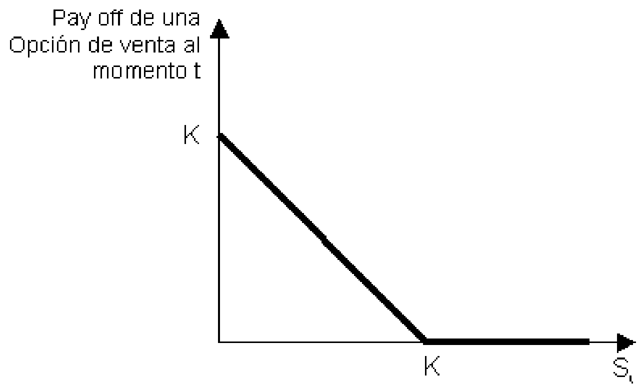
El pay off de una Opción de Compra se ilustra en la Figura 68 y el pay off de una Opción de Venta en la Figura 69:

---

[8] La notación $(\boldsymbol{y})$ indica $\boldsymbol{Max}\ (\boldsymbol{0}; \boldsymbol{y})$, es decir, que se toma el valor de la variable sólo en el caso que sea positiva. En otro caso, se considera el valor 0.

Figura 69

Pay off de una Opción de Venta



Cabe destacar que, en el caso de Opciones americanas, el pay off puede ser analizado en un momento t cualquiera, contenido en el intervalo $\mathbf{0}; \boldsymbol{T}$ y, en el caso de Opciones europeas, el pay off puede ser analizado únicamente en el momento $\boldsymbol{t} = \boldsymbol{T}$, es decir, la fecha de expiración.

3.3. Métodos de valuación de opciones

Los métodos de valuación de Opciones son el resultado de diferentes tipos de modelos ideales que representan algunos hechos del mercado y determinan un valor teórico de la prima de una Opción. Es importante notar que cada tipo de Opción tiene un modelo subyacente diferente y, por esta razón, cuenta con una fórmula de valuación distinta. Aun hablando del mismo tipo de Opción, podría haber más de una técnica para valuar su prima. Esto es posible debido a que los métodos pueden estar basados en diferentes hipótesis. Por esta razón, los supuestos que se llevan a cabo son decisivos para determinar qué método será usado para valuar la Opción.

La valuación de Opciones se fundamenta en la idea de la eliminación de oportunidades de arbitraje. En este sentido, se considera que un conjunto de bienes que replica el mismo patrón que otro tiene que estar valuado de la misma manera que este último. Si tales condiciones no se mantuvieran, entonces un inversor podría realizar un arbitraje y obtener ganancias sin riesgo y sin inversión inicial. En los casos en los que estas ganancias son posibles, las estrategias de arbitraje tienden a estabilizar el mercado, y éstas no vuelven a surgir cuando el mercado se equilibra. Así, es razonable valuar la Opción a un precio tal que elimine las posibilidades de arbitraje.

Supuestos

Los supuestos que están detrás de los métodos de valuación de Opciones se dividen en dos grupos: el primer grupo está compuesto por supuestos generales que afectan a todos los métodos en una manera general y el segundo está compuesto por supuestos específicos que caracterizan a cada modelo en particular. En las técnicas que se desarrollan en este libro, los supuestos del primer grupo están relacionados con algunas características del mercado y aquéllas que pertenecen al segundo grupo están relacionadas con las características de las fluctuaciones en el precio del activo subyacente.

Los supuestos generales detrás de los métodos de valuación de Opciones están relacionados con algunas características del mercado. Ellos son:

(1) La tasa de interés libre de riesgo es considerada conocida y constante. Esto significa que la estructura temporal de la tasa de interés es invariable (*flat*).

(2) No hay costos de transacción en la compra o venta, tanto del activo subyacente como de las Opciones.

(3) Es posible tomar o colocar fondos a la tasa libre de riesgo.

(4) No hay sanciones por ventas en descubierto. Una persona puede vender un activo sin poseerlo. Recibe un monto de dinero del comprador al momento de realizar la venta en descubierto, y acuerda una fecha en la cual el dueño real del activo que fue vendido recibirá un monto igual al precio de mercado del activo en dicha fecha.

Los supuestos mencionados están incluidos en todos los métodos de este capítulo. Existen algunos modelos que están basados en otros supuestos, pero no se incluirán aquí.

3.3.1. Opciones europeas lanzadas sobre acciones que no prevén dividendos

Como fue mencionado anteriormente, una Opción europea es un tipo de derivado que brinda al tomador el derecho a comprar (Call) o vender (Put) el activo subyacente al lanzador, al precio de ejercicio y en la fecha de expiración estipulados en el contrato. Para valuar este tipo de Opción, se desarrollarán dos métodos, cada uno conectado a un supuesto diferente acerca de la conducta del precio del activo subyacente. Los métodos son: *Modelo Binomial de Múltiples Pasos* y *Modelo de Black & Scholes*. Para introducir los dos métodos mencionados, se propondrá primero uno más simple: el *Modelo Binomial de Un Paso*.

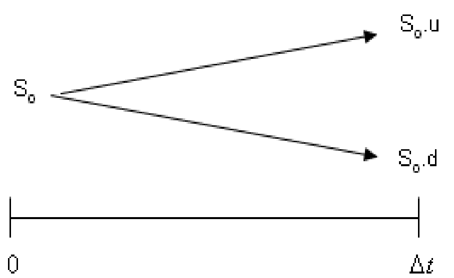
3.3.1.1. Modelo binomial de un paso

En el modelo binomial de un paso, el activo subyacente de la Opción que se desea valuar, en la fecha de vencimiento, puede únicamente tomar dos posibles valores. Este supuesto es muy irreal, pero es el punto de partida de valuaciones más complejas.

Formalmente, si el precio de una acción en el momento 0 es de $\boldsymbol{S_0}$, al momento $\boldsymbol{\Delta t}$ puede tomar, únicamente, dos valores: $\boldsymbol{S_0 u}$ o $\boldsymbol{S_0 d}$. Esto se muestra en la Figura 70. En la misma se observa que $\boldsymbol{S_0 u}$ es el precio de la acción en caso de un movimiento hacia arriba y $\boldsymbol{S_0 d}$ es el precio de la acción que surge debido a un movimiento hacia abajo.

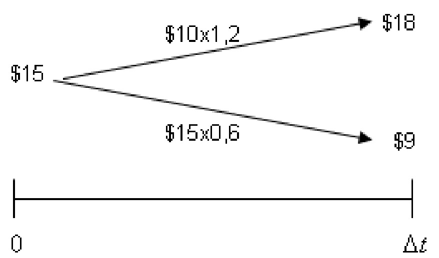
Figura 70

Árbol binomial de un paso



Ejemplo 61 El precio de un activo determinado sigue un modelo binomial de un paso. Si hoy el precio es de \$15 y, al cabo de un período, puede tomar únicamente dos valores: \$9 si se produce una caída (baja un 40%) o \$18 en caso de alza (sube un 20%). Esquemáticamente:

Figura 71



Para el propósito de la valuación se tiene que construir una cartera de inversión capaz de replicar exactamente el camino seguido por la Opción. Si esto es posible, el valor presente de tal cartera tiene que ser el valor de la Opción. De otra manera, se pueden obtener ganancias mediante arbitrajes.

Los elementos de la cartera que replica el comportamiento de la Opción son: una posición que consiste en comprar o vender algunas unidades de la acción (el activo subyacente de la Opción) y una posición que consiste en comprar o emitir algunas unidades de un bono, con un valor facial de $1, que crece a una tasa de $\boldsymbol{\delta}$ (tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea).

Como se ha dicho con anterioridad, si la cartera replica exactamente la conducta de la Opción, entonces el valor de la Opción tiene que ser igual al valor actual de la cartera.

La cartera estará conformada por:

$$\frac{F_{\Delta t}^{u} - F_{\Delta t}^{d}}{S_0(u-d)}$$

unidades de activo subyacente, cada una de las cuales tiene un valor de S_0, y por:

$$e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \times \frac{uF_{\Delta t}^{d} - dF_{\Delta t}^{u}}{u-d}$$

unidades de bono con valor nominal $1; donde $F_{\Delta t}^{u}$ es el pay off de la Opción al vencimiento, en caso de que el precio del subyacente suba, y $F_{\Delta t}^{d}$ es el pay off de la Opción al vencimiento, en caso de una baja en el precio del subyacente.

De esta manera, el valor de la cartera, al momento 0, es:

$V_0 = \frac{F_{\Delta t}^{u} - F_{\Delta t}^{d}}{u-d} + e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \times \frac{uF_{\Delta t}^{d} - dF_{\Delta t}^{u}}{u-d}$,

Tal como se mencionó, y considerando la eliminación de oportunidades de arbitraje, el valor de la prima de la Opción tiene que ser igual a la fórmula enunciada.

Opción de Compra

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:
Call Europeo 1.xlsx

Si el activo subyacente de una Opción de Compra europea, con un precio de ejercicio K y vencimiento en Δt, sigue un modelo binomial de un paso, entonces el valor de la prima al cual se eliminan las posibilidades de arbitraje es:

$V_0 = \frac{S_0 u - K}{u-d} - e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \times \frac{d(S_0 u - K)}{u-d}$ si $S_0 d < K$;

y será: $\quad V_0 = S_0 - Ke^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \quad$ si $S_0 d \geq K$.

En ambas circunstancias se considera que $S_0 u > K$. En caso contrario, ningún inversor estaría interesado en tomar una Opción de Compra ya que su pay off, más allá de que el precio del subyacente suba o baje, sería nulo.

Ejemplo 62 El día 01/04/19 una institución financiera quiere replicar una Opción de Compra europea, con un precio de ejercicio de \$10 y fecha de expiración en 4 meses. El activo subyacente de la Opción cotiza actualmente en el mercado a un precio de \$10. En la fecha de vencimiento, el activo sólo puede tomar uno de dos posibles valores. Si el precio de la acción sube, su valor será \$15 (y el pay off de la Opción \$5) y, si baja, el precio será \$9 (y el pay off de la Opción \$0). La tasa de interés anual con capitalización instantánea es 4%.

Para replicar el comportamiento de la Opción, la institución financiera podría construir una cartera conformada por:

$$\frac{\mathbf{5-0}}{\mathbf{10 \times (1,5-0,9)}} \cong \mathbf{0,833}$$

unidades de acción, y emitir algunas unidades de un bono cuyo vencimiento operaría en 4 meses:

$$\boldsymbol{e^{-0,04 \times \frac{121}{365}}} \times \frac{\mathbf{1,5 \times (0) - 0,9 \times (5)}}{\mathbf{1,5 - 0,9}} \cong \mathbf{-7,401}$$

Si, llegada la fecha de vencimiento, el precio de la acción subiera (es decir, cada acción valdría \$15), las 0,833 unidades de acción adquiridas inicialmente podrían ser vendidas a dicho precio. A su vez, el monto de dinero del bono emitido debería ser pagado en dicho momento. Así, el valor de la cartera sería:

$\mathbf{0,833 \times (15) - 7,401}\boldsymbol{e^{0,04 \times \frac{121}{365}}} \cong \mathbf{5}$, que sería igual al valor de la Opción.

Si, en cambio, el precio de la acción caería hasta \$9, y considerando el mismo razonamiento, la cartera tendría un valor de: $\mathbf{0,833 \times (9) - 7,4}\boldsymbol{e^{0,04 \times \frac{121}{365}}} \cong \mathbf{0}$,

el mismo valor que la Opción.

Esto significa que, en ausencia de oportunidades de arbitraje, al momento 0, la Opción de Compra europea debe tener el mismo valor que la cartera que la réplica, es decir:

$$\mathbf{0,833 \times (10) - 7,401 \cong 0,932}$$

Figura 72

Modelo Binomial: Un Paso

Valuación de una Opción de Compra Europea

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m_0,T)}$	m_0	m_T	T
\$ 10,00	\$ 10,00	4,00%	01/04/19	01/08/19	122

Modelo Binomial: un paso			
u	S_u	d	S_d
1,50	\$ 15,00	0,90	\$ 9,00

Resultados		
Pseudo Probabilidades		Prima
q	$1-q$	c
0,189099399	0,810900601	\$ 0,9329400

Cartera de Réplica	
Subyacente	Bonos
0,833333333	-7,40039337

Opción de Venta

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Put Europeo 1.xlsx

En el caso de una Opción de Venta europea, con un precio de ejercicio K y vencimiento en $\boldsymbol{\Delta t}$, usando el modelo binomial de un paso, el valor de la prima que elimina las posibilidades de arbitraje está dado por:

$$\boldsymbol{V_0 = e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \times \frac{u(K - S_0 d)}{u - d} - \frac{(K - S_0 d)}{u - d}}$$

si $\boldsymbol{S_0 u > K}$; y

$$\boldsymbol{V_0 = K e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} - S_0}$$

si $\boldsymbol{S_0 u \leq K}$.

En ambas circunstancias se considera que $\boldsymbol{K > S_0 d}$. En caso contrario, ningún inversor pagaría por tomar una Opción de Venta, ya que el pay off, sin importar la evolución del precio del subyacente, siempre sería nulo.

Ejemplo 63 El día 14/06/19 un banco desea replicar una Opción europea de Venta, con un precio de ejercicio de \$18 y vencimiento en 2 meses, sobre un activo subyacente que está valorado en \$16. La tasa de interés anual con capitalización instantánea es del 3%. En la fecha de expiración, el activo puede tomar uno de dos valores: si el precio sube, el activo valdrá \$20 (el pay off de la Opción será \$0) y, si el precio del activo cae, el valor será de \$10 (el pay off de la Opción será \$8).

Con el fin de replicar la Opción, el banco podría construir una cartera vendiendo la siguiente cantidad de acciones:

$$\boldsymbol{\frac{0 - 8}{16 \times (1,25 - 0,625)} = -0,8}$$

y comprar bonos con vencimiento en dos meses por un monto de:

$$\boldsymbol{15,92 \cong e^{-0,03 \times \frac{61}{365}} \times \frac{1,25 \times (8) - 0,625 \times (0)}{1,25 - 0,625}}$$

Si, cuando llega la fecha de expiración, el precio del activo es \$20, las 0,8 unidades de acción que fueron vendidas podrían adquirirse nuevamente, y el bono que fue comprado tendría que pagar su valor nominal y sus intereses. Así, el portafolio tendría un valor de:

$$\boldsymbol{15,92 e^{0,03 \times \frac{61}{362}} - 0,8 \times (20) \cong 0}$$

el mismo valor que la Opción.

Por otro lado, si el precio de la acción es de \$9, la cartera tendría un valor de:

$$\boldsymbol{15,92 e^{0,03 \times \frac{61}{365}} - 0,8 \times (10) \cong 8}$$

al igual que la Opción.

Esto significa que, si no hay oportunidades de arbitraje al momento 0, la Opción de Venta europea debería tener el mismo valor que la cartera que la replica:

$$\boldsymbol{15,92 - 0,8 \times (16) = 3,12}$$

Figura 73

Modelo Binomial: Un paso

Valuación de una Opción de Venta Europea

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m_0;T)}$	m_0	m_T	T
$ 16,00	$ 18,00	3,00%	14/06/19	14/08/19	61

Modelo Binomial: un paso			
u	S_u	d	S_d
1,25	$ 20,00	0,625	$ 10,00

Resultados		
Pseudo Probabilidades		Prima
q	1-q	p
0,608042061	0,391957939	$ 3,1199816

Cartera de Réplica	
Subyacente	Bonos
-0,8	15,91998158

Pseudo-probabilidades detrás del Modelo Binomial

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Call Europeo 1.xlsx

Existe una interesante manera de interpretar la fórmula de valuación del modelo binomial de un paso. Esta fórmula, que originalmente fue escrita:

$$V_0 = \frac{F_{\Delta t}^{u} - F_{\Delta t}^{d}}{u - d} + e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \times \frac{uF_{\Delta t}^{d} - dF_{\Delta t}^{u}}{u - d}$$

puede también ser escrita como:

$$V_0 = e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \left[F_{\Delta t}^{u} \left(\frac{e^{\delta \times \frac{\Delta t}{365}} - d}{u - d} \right) + F_{\Delta t}^{d} \left(1 - \frac{e^{\delta \times \frac{\Delta t}{365}} - d}{u - d} \right) \right]$$

Si el factor $\frac{e^{\delta \times \frac{\Delta t}{365}} - d}{u - d}$ es analizado, se puede demostrar que, bajo el supuesto de eliminación de oportunidades de arbitraje, está limitado:

$$0 \leq \frac{e^{\delta \times \frac{\Delta t}{365}} - d}{u - d} \leq 1$$

Este valor es una medida llamada *pseudo-probabilidad*. No refleja un nivel de verosimilitud de un evento (tal como lo hace una medida de probabilidad), pero posee las mismas propiedades que una medida de probabilidad. Si se define:

$$q = \frac{e^{\delta \times \frac{\Delta t}{365}} - d}{u - d}$$

Entonces, la fórmula de valuación puede escribirse:

$$V_0 = e^{-\delta \times \frac{\Delta t}{365}} \left[F_{\Delta t}^{u} q + F_{\Delta t}^{d} (1 - q) \right]$$

Puede observarse que la última expresión es similar a la valuación actuarial de una prima de seguros. La diferencia entre la valuación de una prima de seguros y la fórmula de valuación de una Opción es que la primera es un valor presente esperado bajo una medida de probabilidad (relacionada con la ley de los grandes números) y, la última, es un valor presente esperado bajo una pseudo-probabilidad (relacionada con el punto de vista de la eliminación de oportunidades de arbitraje).

Ejemplo 64 El día 16/08/19 una institución desea calcular el valor de la prima de una Opción de Compra europea, asumiendo que son eliminadas las oportunidades de arbitraje. La Opción tiene un precio de ejercicio de $15 y vence después de un mes. La tasa de interés libre de riesgo es 2,5%. El valor de mercado de la acción en la fecha de valuación es $14, y en un mes puede tomar, únicamente, los valores de $20 o $10.

El valor, usando la pseudo-probabilidad sería:

$$\frac{e^{0,025\times\frac{31}{365}} - 0,71}{1,43 - 0,71} \cong 0,403$$

Entonces, el valor de la Opción podría calcularse como:

$$e^{-0,025\times\frac{1}{12}}[(20-15)+(0,403)+(10-15)+(1-0,403)] \cong 2,01$$

Figura 74

Modelo Binomial: Un Paso

Valuación de una Opción de Compra Europea

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m_0,T)}$	m_0	m_T	T
$ 14,00	$ 15,00	2,50%	16/08/19	16/09/19	31

Modelo Binomial: un paso			
u	S_u	d	S_d
1,43	$ 20,00	0,71	$ 10,00

Resultados		
Pseudo Probabilidades		Prima
q	$1-q$	c
0,402975761	0,597024239	$ 2,0106052

Cartera de Réplica	
Subyacente	Bonos
0,5	-4,98939482

3.3.1.2. Modelo Binomial de múltiples pasos

Otro supuesto para el comportamiento del precio de un activo subyacente en una Opción es la estructura de múltiples pasos del modelo binomial. Esta estructura implica una generalización del modelo binomial de un paso, es una secuencia del mismo.

Para construir el modelo, el período de tiempo entre el acuerdo y la fecha de ejercicio es dividido en "n" intervalos, cada uno de los cuales tiene una longitud de Δt:

$$m_T - m_0 = T \quad \Rightarrow \quad \frac{T}{n} = \Delta t$$

En cada intervalo, se asume un modelo binomial de un paso. Es decir que $S_{j+\Delta t}^{(u)} = S_j u$ y $S_{j+\Delta t}^{(d)} = S_j d$ $(j = 0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t \ldots, (n-1)\Delta t)$, donde el supra-índice "u" indica que se produjo un alza en ese intervalo y "d" que se produjo una baja.

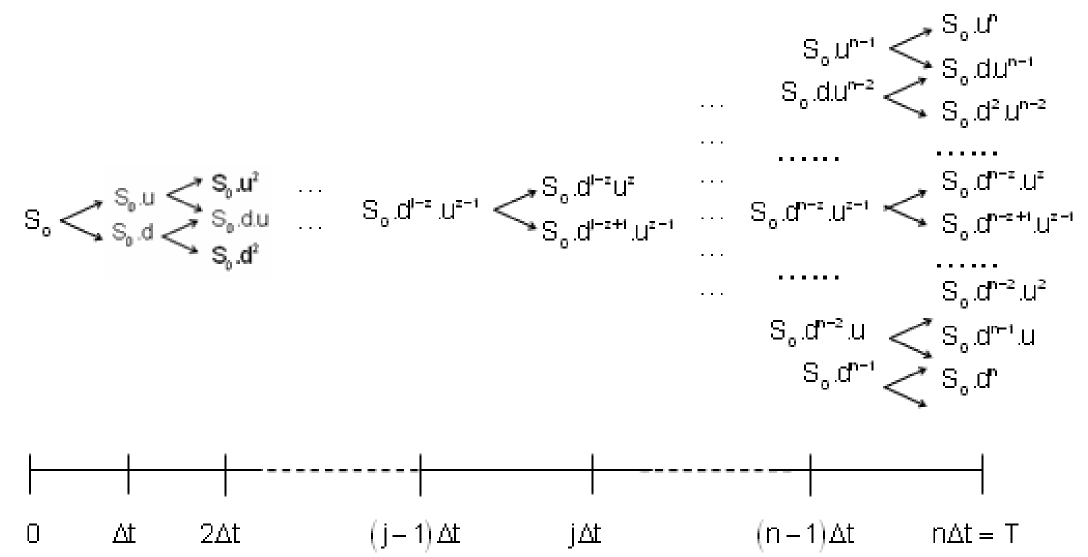
De esta manera, para cada valor de "j" se obtienen los posibles valores del subyacente:

- 0: S_0

- $\boldsymbol{\Delta t}$
  - alza:$\boldsymbol{S_{\Delta t}^{(u)} = S_0 u}$
  - baja: $\boldsymbol{S_{\Delta t}^{(d)} = S_0 d}$
- $\boldsymbol{2\Delta t}$
  - dos alzas: $\boldsymbol{S_{2\Delta t}^{(2u)} = S_{\Delta t}^{u} u = S_0 u^2}$
  - dos bajas: $\boldsymbol{S_{2\Delta t}^{(2d)} = S_{\Delta t}^{d} d = S_0 d^2}$
  - una alza y una baja: $\boldsymbol{S_{2\Delta t}^{(u;d)} = S_{\Delta t}^{u} d = S_{\Delta t}^{d} u = S_0 ud}$
- y así sucesivamente.

La siguiente figura muestra esquemáticamente el modelo:

Figura 75



Vale la pena recalcar que este modelo es más realista que el modelo binomial de un paso. Se puede observar que el precio de la acción puede fluctuar muchas veces entre el momento del acuerdo y la fecha de vencimiento.

El modelo tiene el supuesto implícito de que un alza contrarresta de manera exacta a una baja:

$$\boldsymbol{d \times u = 1 \quad \Rightarrow \quad d = \frac{1}{u}}$$

> ***Ejemplo 65*** Suponga que el precio de una determinada acción sigue un modelo binomial siendo $\boldsymbol{T = 60}$ días y $\boldsymbol{n = 30}$. De acuerdo con ello, cada paso del modelo tiene una longitud de $\boldsymbol{\Delta t = 2}$ días. Se asume que el precio actual de la acción es de \$20 y que, en caso de producirse un alza, será de un 3%.
>
> Si, luego de transcurridos 30 días (15 intervalos de $\boldsymbol{\Delta t}$), se produjeran 12 alzas y 3 bajas, entonces el precio de la acción sería:
>
> $$\boldsymbol{S_{15\Delta t} = S_0 u^{15} d^5 = 20 \times (1,03)^{12} \times \left(\frac{1}{1,03}\right)^3 = 20 \times (1,03)^9}$$

Bajo la conducta enunciada del precio de la acción, es necesario hallar una estrategia capaz de replicar la conducta de la Opción. Las posibles fluctuaciones en el precio de la acción hacen que esta estrategia no sea tan simple como la que se construyó bajo el modelo binomial de un paso. Debido a estas posibles fluctuaciones, la estructura de la cartera tiene que ser re-balanceada en cada uno de los intervalos $\boldsymbol{\Delta t}$.

Para realizar la valuación, se utiliza el método de la pseudo-probabilidad. Resulta interesante notar que un método iterativo deberá ser desarrollado partiendo de los posibles valores que puede asumir el pay off al vencimiento. A continuación, se obtienen los valores de la Opción en cada uno de los intervalos en que se divide la vigencia del contrato. Esta iteración es hacia atrás, ya que comienza desde la fecha de ejercicio y finaliza en el momento de valuación.

Si se puede construir una cartera que replique exactamente la conducta de la Opción, entonces, al momento 0, el valor de la prima (asumiendo eliminación de oportunidades de arbitraje) estaría dado por:

$$\boldsymbol{F_0 = e^{-\delta \times \frac{T}{365}} \sum_{z=0}^{n} F_T^{(n-z)d;z\times u} \binom{n}{z} q^z (1-q)^{n-z}}$$ [9]

donde $\boldsymbol{F_T^{(n-z)d;z\times u}}$ es el pay off de la Opción al vencimiento asociado con el precio del subyacente $\boldsymbol{S_0 d^{n-z} u^z}$, es decir, en el caso en que se hayan producido “z” alzas y “n-z” bajas.

Este valor de la prima tiene la forma de un valor presente esperado bajo una distribución binomial de pseudo-probabilidad. Esta distribución está caracterizada por los parámetros: n (el número de intervalos en que fue dividido el período de tiempo entre el momento 0 y el momento T) y $\boldsymbol{q = \frac{e^{\delta \times \Delta t} - d}{u - d}}$, la medida de pseudo-probabilidad.

Si el valor real de la Opción no es el valor calculado por la aplicación de la fórmula, entonces podrían aparecer oportunidades de arbitrajes. Estas últimas están asociadas con la estrategia dinámica de la cartera de replicación. Si el valor de la prima de la Opción fuera mayor que el valor dado por la fórmula entonces sería ventajoso lanzar una Opción, recibir aquella prima y replicar la Opción mediante la construcción de una cartera re-balanceada periódicamente que brinda un pay off igual al de la Opción en la fecha de vencimiento. De otra forma, si el valor de la Opción fuera menor que el valor dado por la fórmula, la estructura de la estrategia de arbitraje sería igual a la mencionada, pero de manera opuesta (se toma una Opción pagando la prima y se construye una cartera de réplica re-balanceada periódicamente que brinda un pay off igual al de la Opción).

Opción de compra

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:
Call Europeo 2.xlsx

Aplicando el razonamiento expresado más arriba, si el activo subyacente de una Opción de Compra europea, con precio de ejercicio K y vencimiento en T, seguiría un modelo binomial de múltiples pasos, entonces el pay off de la Opción al vencimiento sería:

$$\boldsymbol{F_T^{(n-z)d;z\times u} = Max[0; S_0 u^z d^{n-z} - K]}$$

Así, el valor de la prima (si no existen oportunidades de arbitraje) sería:

$$\boldsymbol{F_0 = e^{-\delta \times \frac{T}{365}} \sum_{z=0}^{n} Max[0; S_0 u^z d^{n-z} - K] \binom{n}{z} q^z (1-q)^{n-z}}$$

[9] $\binom{n}{z} = \frac{n!}{z!(n-z)!}$ es la cantidad de formas distintas en que pueden ocurrir “z” alzas y “n-z” bajas.

Los términos de la suma son distintos de cero a partir de un valor de "z" tal que $\boldsymbol{S_0u^zd^{n-z}} > \boldsymbol{K}$. Despejando "z" de la inecuación, se obtiene que:

$$z > \frac{ln\left(\frac{K}{S_0d^n}\right)}{ln\left(\frac{u}{d}\right)}$$

De esta manera, teniendo en cuenta que “z” debe ser entero, se toma la parte entera del miembro izquierdo de la inecuación y se le suma 1. Así, el primer término de la suma será aquel para el cual “z” asuma el valor:

$$a = \left[\frac{ln\left(\frac{K}{S_0d^n}\right)}{ln\left(\frac{u}{d}\right)}\right] + 1$$ [10]

De acuerdo con lo expuesto, el valor de la prima se reduce a:

$$F_0 = e^{-\delta\times\frac{T}{365}}\sum_{z=a}^{n}(S_0u^zd^{n-z} - K)\binom{n}{z}q^z(1-q)^{n-z}$$

Luego, agrupando términos se llega a que:

$$F_0 = S_0\sum_{z=a}^{n}\binom{n}{z}(q')^z\,(1-q')^{n-z} - Ke^{-\delta\times\frac{T}{365}}\sum_{z=a}^{n}\binom{n}{z}q^z\,(1-q)^{n-z}$$

donde $q' = e^{-\delta\times\frac{\Delta t}{365}} \times u \times q$. Las dos sumas de la fórmula son probabilidades de que una variable aleatoria binomial tome un valor mayor o igual al valor “a”. La primera se refiere a una distribución con parámetros n y q, mientras que, en la segunda, los parámetros son n y q’. Así, la fórmula se reduce a:

$$F_0 = S_0\big(1 - B(a-1; n, q')\big) - Ke^{-\delta\times\frac{T}{365}}\big(1 - B(a-1; n, q)\big)$$

Ejemplo 66 El día 16/08/19 una institución quiere calcular la prima de no-arbitraje de un Call europeo. La Opción tiene un precio de ejercicio de \$21 y vence en 90 días. La tasa de interés libre de riesgo es 3%. El precio actual de la acción es \$20. Para los propósitos de la valuación, el período es dividido en 30 intervalos, cada uno con una longitud de $\frac{90}{30} = 3$ días. En cada intervalo, el precio de la acción puede subir un 10% ($u = 1,10$); o bien decrecer un 9,1% ($d = \frac{1}{1,10} = 90,9\%$). De acuerdo a ello, el valor de la pseudo-probabilidad q sería:

$$\frac{e^{0,03\times\left(\frac{3}{365}\right)} - 0,909}{1,1 - 0,909} \cong 0,477$$

y el valor de q' sería:

$$e^{-0,03\times\left(\frac{3}{365}\right)} \times (1,1) \times (0,477) \cong 0,525$$

Entonces, calculando:

$$\left[\frac{ln\left(\frac{20}{20\times(0,909)^{30}}\right)}{ln\left(\frac{1,1}{0,909}\right)}\right] + 1 = 16$$

---

[10] $[x]$ denota parte entera de x. Así $[15,53] = 15$.

podría obtenerse el valor de la prima:

$$20\sum_{z=16}^{30}\binom{30}{z}0,525^{z}(1-0,525)^{30-z}$$
$$-21e^{-0,03\times\left(\frac{90}{365}\right)}\sum_{z=16}^{30}\binom{30}{z}0,477^{z}(1-0,477)^{30-z}=\$3,8125$$

Figura 76

Modelo Binomial: Múltiples Pasos

Valuación de una Opción de Compra Europea

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m,T)}$	m_0	m_T	T
$ 20,00	$ 21,00	3,00%	16/08/19	14/11/19	90

Modelo Binomial: n pasos		
u	d	n
1,1	0,909090909	30

Resultados			
Pseudo probabilidades			Prima
q	q'	a	c
0,477482221	0,52510095	16	$ 3,8125063

Opción de venta

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Put Europeo 2.xlsx

Si se considera una Opción de Venta con precio de ejercicio K y vencimiento en T días y se asume que el activo subyacente sigue un modelo binomial de múltiples pasos, entonces el pay off al vencimiento sería:

$$F_{T}^{(n-z)d;z\times u}=Max[0;K-S_{0}u^{z}d^{n-z}]$$

Así, la prima estaría dada por:

$$F_{0}=e^{-\delta\times\frac{T}{365}}\sum_{z=0}^{n}Max(0;K-S_{0}u^{z}d^{n-z})\binom{n}{z}q^{z}(1-q)^{n-z}$$

En este caso, se observa que la suma tendrá valores no nulos para todos los valores de “z” tales que $K>S_{0}u^{z}d^{n-z}$, es decir para valores inferiores a:

$$\left[\frac{ln\left(\frac{K}{S_{0}d^{n}}\right)}{ln\left(\frac{u}{d}\right)}\right]+1=a$$

Siguiendo el mismo razonamiento expuesto para las Opciones de Compra, la prima puede calcularse como:

$$F_{0}=Ke^{-\delta\times\frac{T}{365}}B(a-1;n,q)-S_{0}B(a-1;n,q')$$

Donde nuevamente $q'=e^{-\delta\frac{\Delta t}{365}}\times u\times q$.

Ejemplo 67 El día 15/10/19 una institución desea calcular la prima de no-arbitraje de una Opción de Venta europea. Dicha Opción tiene un precio de ejercicio de $18 y vence luego de un mes. La tasa de interés libre de riesgo es de 4%. El precio actual de la acción es de $15. Con la finalidad de la valuación, el tiempo restante hasta el vencimiento es dividido en 31 intervalos, cada uno de los cuales será de $\frac{31}{31} = 1$ día. En cada intervalo, el precio de la acción puede subir un 20% ($u = 1,20$).

El valor de la pseudo-probabilidad q sería:

$$0,4546 \cong \frac{e^{0,04\times\left(\frac{1}{365}\right)} - \frac{1}{1,20}}{1,20 - \frac{1}{1,20}} \cong 0,4546$$

y el valor de q' sería:

$$0,5458 = e^{-0,04\times\left(\frac{1}{365}\right)}(1,20)(0,4546)$$

Entonces, calculando:

$$\left[\frac{ln\left(\frac{18}{15(0,833)^{31}}\right)}{ln\left(\frac{1,20}{0,833}\right)}\right] + 1 = 17$$

podría obtenerse el valor de la prima:

$$18e^{-0,04\times\left(\frac{31}{365}\right)}\sum_{z=0}^{16}\binom{31}{z}0,4546^{z}(1-0,4546)^{31-z}$$
$$- 15\sum_{z=0}^{16}\frac{10!}{z!\times(10-z)!}(0,5458)^{z}(1-0,5458)^{31-z} = \$7,90344$$

Figura 77

Modelo Binomial

Valuación de una Opción de Venta Europea

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m_0,T)}$	m_0	m_T	T
$ 15,00	$ 18,00	4,00%	15/10/19	15/11/19	31

Modelo Binomial: n pasos		
u	d	n
1,2	0,833333333	31

Resultados			
Pseudo probabilidades			Prima
q	q´	a	p
0,45484435	0,545753408	17	$ 7,9034419

Parámetros involucrados en el Modelo Binomial

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Volatilidad.xlsx

La fórmula del modelo binomial enunciada más arriba tiene dos parámetros involucrados: n y q. Los mismos determinan cómo es la fluctuación en el precio de la acción. Específicamente, ambos parámetros reflejan la volatilidad en el retorno del activo. El valor de “n” es elegido de manera que $\boldsymbol{\Delta t}$ sea una cantidad de días relativamente pequeña ya que, si se consideran intervalos muy largos, el modelo se apartaría notoriamente de la realidad.

Para obtener el valor de “q”, es necesario conocer el factor “u” (además del valor de $\boldsymbol{\Delta t}$), que generalmente es calculado como:

$\boldsymbol{u = e^{\sigma \times \sqrt{\frac{\Delta t}{365}}}}$,

donde $\boldsymbol{\sigma}$ es la volatilidad diaria anualizada de los retornos del subyacente. Esta volatilidad se estima de la manera estadística más simple.

Dada una muestra de “m+1” precios diarios consecutivos de la acción $\boldsymbol{S_j}$ $(\boldsymbol{j = 0, 1, 2, \ldots, m})$, entonces el retorno de cada día es calculado mediante:

$\boldsymbol{r_j = ln\left(\frac{S_j}{S_{j-1}}\right)}$,

así, la muestra de precios es transformada en una muestra de “m” retornos. Entonces, puede calcularse la volatilidad anual de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{250\left[\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m} r_j^2 - \frac{1}{m(m-1)}\left(\sum_{j=1}^{m} r_j\right)^2\right]}}$$

Ejemplo 68 Un inversor desea estimar la volatilidad anual del retorno de una acción. Para hacerlo, cuenta con una muestra de precios diarios de la acción, y calcula sus respectivos rendimientos:

j	$\boldsymbol{S_j}$	$\boldsymbol{r_j}$	$\boldsymbol{r_j^2}$
0	10		
1	10,0707136	0,00704647	0,00005
2	9,35531085	-0,0736873	0,00543
3	9,82779988	0,04927091	0,00243
4	9,06399244	-0,0809054	0,00655
5	9,23385216	0,01856662	0,00034
6	9,74890633	0,05427879	0,00295
7	9,1130982	-0,0674423	0,00455
8	9,0643805	-0,0053602	0,00003
9	8,97281515	-0,0101530	0,00010
10	8,36683739	-0,0699235	0,00489

Entonces, la volatilidad anual estimada sería:

$$\sigma = \sqrt{250\left[\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} r_i^2 - \frac{1}{(10)\times(9)}\left(\sum_{i=1}^{10} r_i\right)^2\right]} = 0,8188 = 81,88\%$$

Figura 78

Volatilidad

Estimación de la volatilidad de un activo

Muestra de Precios		
i	r_i	S_i
0		10
1	0,70465%	10,0707136
2	-7,36874%	9,35531085
3	4,92709%	9,82779988
4	-8,09054%	9,06399244
5	1,85666%	9,23385216
6	5,42788%	9,74890633
7	-6,74424%	9,1130982
8	-0,53602%	9,0643805
9	-1,01530%	8,97281515
10	-6,99235%	8,36683739

Resultado	
σ	81,88%

Cabe destacar que, en el ejemplo, el tamaño de la muestra era demasiado pequeño y que, a medida que aumenta el mismo, el nivel de confiabilidad de la estimación crece. En el ejemplo se consideró una muestra pequeña por razones de simplificación.

3.3.1.3. Modelo de Black & Scholes

Otro supuesto para el comportamiento del precio de un activo subyacente de una Opción es el proceso de movimiento geométrico Browniano. Éste corresponde a una clase de proceso estocástico que representa la conducta del precio de una acción de una manera mucho más realista, y fue utilizado por Black y Scholes para arribar a una fórmula de valuación de Opciones. El proceso de movimiento geométrico Browniano puede ser interpretado como el modelo binomial de múltiples pasos cuando el período de tiempo hasta el vencimiento es dividido en un número muy grande de intervalos, de manera que el tamaño de cada intervalo se hace infinitesimal.

$$n \to \infty \quad \Rightarrow \quad \frac{T}{n} = \Delta t \to 0$$

Si se asume la hipótesis de movimiento Browniano para el precio de una acción, entonces las variaciones en el precio (ΔS_t) que se producen en un intervalo de tiempo Δt pueden ser expresadas como:

$$\Delta S_t = S_t \mu \frac{\Delta t}{365} + S_t \sigma \varepsilon \sqrt{\frac{\Delta t}{365}}$$

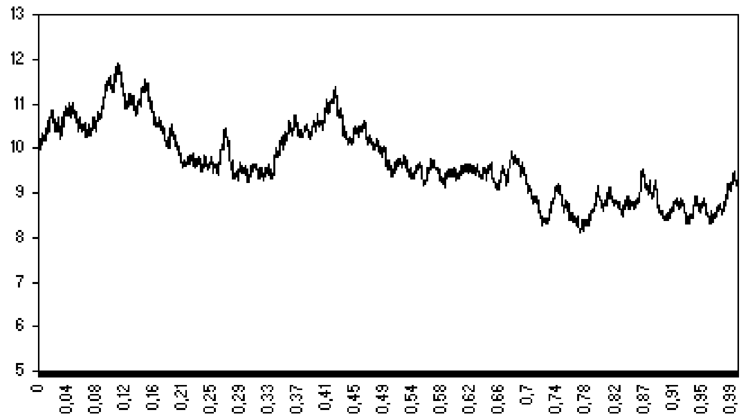
donde S_t es el precio de la acción al momento t; μ es la tasa de crecimiento anual en el precio de la acción; σ es la volatilidad anual; y ε es una variable aleatoria con distribución Normal Estándar (distribución Normal con media 0 y varianza 1).

La última expresión es una ecuación en diferencias estocástica. A medida que Δt se hace infinitamente pequeño, la ecuación se transforma en una ecuación diferencial estocástica. Existe una teoría completa que involucra este tipo de ecuaciones, el “cálculo estocástico”, pero el estudio de la misma está fuera del alcance del presente libro.

Ejemplo 69 Se asume que el precio de una acción sigue un movimiento geométrico Browniano y el precio actual de la acción es \$10. Si la tasa de crecimiento anual es 9% y la volatilidad anual es 30%, entonces una posible trayectoria del precio de la acción, en un intervalo de un año, estaría dada por el gráfico que se muestra en la Figura 79.

Figura 79

Conducta del Precio de una acción bajo un Movimiento Geométrico Browniano



Bajo el comportamiento enunciado del precio de la acción, la cartera que replica la conducta de la Opción tiene que ser re-balanceada continuamente. Si dicha cartera es valuada al momento 0, entonces se obtiene el valor actual de la prima de la Opción mediante el modelo de Black & Scholes (que debe coincidir con el valor de la cartera de réplica para evitar oportunidades de arbitraje):

$$\boldsymbol{F_0 = e^{-\delta \times \frac{T}{365}} \int_0^{\infty} F_T^{S_T} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times \sigma \times S_T} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{ln(S_T)-\delta\times\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{\frac{T}{365}}}\right)^2} dS_T}$$

donde $\boldsymbol{F_T^{S_T}}$ es el pay off de la Opción asociado con el valor de la acción al vencimiento $\boldsymbol{S_T}$. El valor de la prima sin arbitraje tiene la forma de un valor presente esperado bajo una distribución de probabilidad Log-Normal.

De manera similar al caso de valuación bajo el modelo binomial de múltiples pasos, si el valor real de la Opción no fuera el valor calculado por la aplicación de la fórmula, entonces podrían aparecer oportunidades de arbitraje. Las mismas están asociadas con la estrategia dinámica de la cartera de réplica.

Parámetros involucrados en el modelo de Black & Scholes

El modelo de Black & Scholes enunciado anteriormente tiene un parámetro a ser estimado: la volatilidad anual del precio de la acción, $\boldsymbol{\sigma}$. Al igual que en el modelo binomial, este parámetro determina cómo fluctúa el precio del activo.

La estimación de $\boldsymbol{\sigma}$ es la misma que fue hecha bajo el modelo binomial. El Ejemplo 68 expuesto más arriba muestra cómo puede llevarse a cabo la estimación.

Opción de Compra

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Call Europeo 3.xlsx

Si el activo subyacente de una Opción de Compra europea, con un precio de ejercicio K y vencimiento en T, siguiera un movimiento geométrico Browniano, entonces el pay off de la Opción al vencimiento sería $\boldsymbol{F_T^{S_T} = MAX[0; S_T - K]}$. Así, el valor de su prima sin arbitraje sería:

$$\boldsymbol{F_0 = e^{-\delta\times\frac{T}{365}} \int_0^{\infty} Max[0; S-K] \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times\sigma\times S_T}\right) e^{-\frac{1}{2}\times\left(\frac{\ln(S_T)-\delta\times\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{\frac{T}{365}}}\right)^2} dS_T}$$

$$\boldsymbol{= e^{-\delta\times\frac{T}{365}} \int_K^{\infty} (S_T-K) \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\times\sigma\times S_T}\right) e^{-\frac{1}{2}\times\left(\frac{\ln(S_T)-\delta\times\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{\frac{T}{365}}}\right)^2} dS_T}$$

Esta última expresión, luego de hacer transformaciones adecuadas, se reduce a la fórmula de Black & Scholes para la valuación de una Opción de Compra:

$\boldsymbol{F_0 = S_0 N(d_1) - K e^{-\delta\times T} N(d_2)}$,

donde $\boldsymbol{N(d)}$ es la función de distribución Normal estándar acumulada desde $-\infty$ hasta d:

$\boldsymbol{N(d) = \int_{-\infty}^{d} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\times z^2} dz}$;

siendo

$\boldsymbol{d_1 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right)+\left(\delta+\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{T/365}}}$,

y

$\boldsymbol{d_2 = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right)+\left(\delta-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{\frac{T}{365}}}}$.

> ***Ejemplo 70*** El día 08/10/19 una institución está interesada en el cálculo de la prima sin arbitraje de una Opción de Compra europea. La Opción tiene un precio de ejercicio de \$10 y vence en 4 meses. La tasa de interés libre de riesgo es 4,5%. El valor actual de la acción es \$12. La volatilidad del precio de la acción es 30%.
>
> Los elementos del modelo de Black & Scholes son:
>
> $\boldsymbol{d_1 = \frac{ln\left(\frac{12}{10}\right)+\left(0{,}045+\frac{0{,}3^2}{2}\right)\left(\frac{123}{365}\right)}{0{,}3\sqrt{(123/365)}} \cong 1{,}22 \quad \Rightarrow N(1{,}22) = 0{,}88897}$; y
>
> $\boldsymbol{d_2 = \frac{ln\left(\frac{12}{10}\right)+\left(0{,}045-\frac{0{,}3^2}{2}\right)\left(\frac{123}{365}\right)}{0{,}3\sqrt{123/365}} \cong 1{,}05 \quad \Rightarrow N(1{,}05) = 0{,}85243}$.
>
> Así, el valor de la prima sin arbitraje sería:
>
> $$\boldsymbol{\$12 \times (0{,}88897) - \$10 e^{-0{,}045\times\left(\frac{123}{365}\right)}(0{,}85243) = \$2{,}2716}$$
>
> Figura 80

Black & Scholes

Valuación de una Opción de Compra Europea Subyacente con Flujo de Fondos Futuros

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m_0,T)}$	m_0	m_T	T
$ 12,00	$ 10,00	4,50%	8/10/2019	8/2/2020	123

Modelo Black & Scholes	
σ	D
0,3	0

Resultados				
Parámetros calculados		Probabilidades acumuladas		Prima
d(1)	d(2)	N(d1)	N(d2)	c
1,22106468	1,04691312	0,88896923	0,852430175	**$ 2,271620**

Opción de Venta

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Put Europeo 3.xlsx

Utilizando el mismo razonamiento que para la Opción de Compra europea, la Opción de Venta europea puede ser valuada usando el modelo de Black & Scholes. Si se asume que el activo subyacente de una Opción de Venta europea, con precio de ejercicio K y vencimiento en T, sigue un movimiento geométrico Browniano, entonces el pay off al vencimiento sería: $\boldsymbol{F_T^{S_T}} = \boldsymbol{Max}[\mathbf{0}; \boldsymbol{K} - \boldsymbol{S_T}]$. Así, el valor de su prima sin arbitraje sería:

$$\boldsymbol{F_0} = \boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}} \int_0^{\infty} \boldsymbol{Max}[\mathbf{0}; \boldsymbol{K} - \boldsymbol{S_T}] \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{2\pi} \times \sigma \times S_T}\right) \boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}\times\left(\frac{\ln(S_T)-\delta\times\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{\frac{T}{365}}}\right)^2} \boldsymbol{dS_T}$$

$$= \boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}} \int_{-\infty}^{K} (\boldsymbol{K} - \boldsymbol{S_T}) \left(\frac{\mathbf{1}}{\sqrt{2\pi} \times \sigma \times S_T}\right) \boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}\times\left(\frac{\ln(S_T)-\delta\times\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{\frac{T}{365}}}\right)^2} \boldsymbol{dS_T}$$

Esta expresión se reduce a la fórmula de Black & Scholes para la valuación de una Opción de Venta:

$\boldsymbol{F_0} = \boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\delta\times T}\boldsymbol{N}(-\boldsymbol{d_2}) - \boldsymbol{S_0}\boldsymbol{N}(-\boldsymbol{d_1})$,

donde los parámetros son los mismos que en el caso de la Opción de Compra.

$\boldsymbol{N}(-\boldsymbol{d})$ es la función de distribución Normal estándar acumulada desde $-\infty$ hasta – d:

$\boldsymbol{N}(-\boldsymbol{d}) = \int_{-\infty}^{-d} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \boldsymbol{e}^{-\frac{1}{2}\times z^2} \boldsymbol{dz}$;

$\boldsymbol{d_1} = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right)+\left(\delta+\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{T/365}}$; y $\boldsymbol{d_2} = \frac{ln\left(\frac{S_0}{K}\right)+\left(\delta-\frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{T/365}}$.

Ejemplo 71 Una institución financiera desea calcular el valor de la prima de una Opción de Venta europea el día 21/10/19. El precio de ejercicio de la Opción es de \$50 y vence luego de tres meses. La tasa de interés libre de riesgo es 3%. El precio actual de la acción es \$60. La volatilidad en el precio de la acción es 35%.

Los parámetros involucrados en la valuación serían:

$$-\boldsymbol{d_1} = -\frac{\boldsymbol{ln}\left(\frac{60}{50}\right)+\left(\boldsymbol{0{,}03}+\frac{0{,}35^2}{2}\right)\frac{92}{365}}{\boldsymbol{0{,}35}\sqrt{92/365}} \cong -\boldsymbol{1{,}1685} - \boldsymbol{d_2} = \frac{\boldsymbol{ln}\left(\frac{60}{50}\right)+\left(\boldsymbol{0{,}03}-\frac{0{,}35^2}{2}\right)\frac{92}{365}}{\boldsymbol{0{,}35}\sqrt{92/365}} \cong -\boldsymbol{0{,}9928};$$

por lo tanto,

$\boldsymbol{N}(-\boldsymbol{1{,}1685}) \cong \boldsymbol{0{,}1213}$; y $\boldsymbol{N}(-\boldsymbol{0{,}9928}) \cong \boldsymbol{0{,}1604}$.

Así, el valor de la prima sería:

$$\$\boldsymbol{50e}^{-\boldsymbol{0{,}03}\times\frac{92}{365}} \times (\boldsymbol{0{,}1604}) - \$\boldsymbol{60} \times (\boldsymbol{0{,}1213}) = \$\boldsymbol{0{,}6818}$$

Figura 81

Black & Scholes

Valuación de una Opción de Venta Europea
Subyacente con Flujo de Fondos Futuros

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m,T)}$	m_0	m_T	T
\$ 60,00	\$ 50,00	3,00%	21/10/2019	21/1/2020	92

Modelo Black & Scholes	
σ	D
0,35	0

Resultados				
Parámetros calculados		Probabilidades acumuladas		Prima
d(1)	d(2)	N(-d1)	N(-d2)	p
1,168473918	0,992756212	0,121307827	0,160414387	\$ 0,681829

3.3.2. Opciones Europeas lanzadas sobre activos con dividendos. Corrección del modelo de Black & Scholes

Se considera, en esta sección, el caso especial en que el activo subyacente paga dividendos durante el período de vigencia del contrato de Opción. Este hecho afecta, obviamente, el valor de la prima. Bajo este supuesto, se presenta un método de valuación.

Si una acción pagará dividendos en una fecha futura cercana, el precio actual de la misma incluye el valor presente de tales dividendos. Un instante después de que los dividendos son pagados, el precio de la acción cae en una magnitud aproximadamente igual al monto de dichos dividendos. Si esto no ocurriera, podrían aparecer oportunidades de arbitraje.

Si se asume que el precio de la acción sigue un proceso de movimiento geométrico Browniano y los dividendos de la acción son pagados en cierta fecha futura durante la vida de la Opción, entonces el precio de la acción al vencimiento no tendrá incluido el valor de aquellos dividendos. Por consiguiente, el modelo de Black & Scholes debe ser corregido para incluir este hecho. Esto es posible remplazando el precio actual de la acción por la diferencia de dos componentes: primero, el precio real de la acción y, segundo, el valor presente de los dividendos, descontados a la tasa de interés libre de riesgo.

Así, se consideran dividendos por un monto de $\boldsymbol{D_i}$ a ser pagados al momento $\boldsymbol{t_i}$ ($\boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, n; cont_1 \geq 0 \quad y \quad t_n \leq T}$), es decir, “n” dividendos durante la vigencia de la Opción. Luego, se define a “D” como la suma de los valores actuales de cada uno de ellos:

$$\boldsymbol{D = \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-\delta \times \frac{t_i}{365}}}$$

finalmente, el precio de la acción que es tomado en cuenta para valuar la prima de la Opción es:

$\boldsymbol{S_0 - D}$.

Opción de Compra

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Call Europeo 3.xlsx

La fórmula de Black & Scholes para una Opción de Compra europea lanzada sobre un activo que prevé el pago de dividendos durante la vida de la Opción es:

$\boldsymbol{F_0 = (S_0 - D)N(d_1) - Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} N(d_2)}$,

donde $\boldsymbol{N(d)}$, como es usual, es la función de distribución Normal estándar acumulada desde $-\infty$ hasta d, y

$\boldsymbol{d_1 = \dfrac{ln\left(\frac{S_0 - D}{K}\right) + \left(\delta + \frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{T/365}}}$;

$\boldsymbol{d_2 = \dfrac{ln\left(\frac{S_0 - D}{K}\right) + \left(\delta - \frac{\sigma^2}{2}\right)\frac{T}{365}}{\sigma\sqrt{T/365}}}$.

Ejemplo 72 Dada la Opción valuada en el Ejemplo 70, se asume que el activo subyacente paga dividendos de \$1 el primer día de cada mes par. Así, el valor presente de los dividendos sería:

$$\$\boldsymbol{1e^{-0{,}045 \times \frac{54}{365}}} + \$\boldsymbol{1e^{-0{,}045 \times \frac{116}{365}}} = \$\boldsymbol{1{,}9792}$$

Los elementos del modelo de Black & Scholes serían:

$$\boldsymbol{d_1 = \dfrac{ln\left(\dfrac{12 - 1{,}9792}{10}\right) + \left(0{,}045 + \dfrac{0{,}3^2}{2}\right)\dfrac{123}{365}}{0{,}3\sqrt{\dfrac{123}{365}}} \cong 0{,}1861}$$

$$\boldsymbol{d_2 = \dfrac{ln\left(\dfrac{12 - 1{,}9792}{10}\right) + \left(0{,}045 - \dfrac{0{,}3^2}{2}\right)\dfrac{123}{365}}{0{,}3\sqrt{\dfrac{123}{365}}} \cong 0{,}0128}$$

y $\boldsymbol{N(0{,}1861) = 0{,}5738}$; $\boldsymbol{N(0{,}0128) = 0{,}5048}$.

Entonces, el valor sin arbitraje de la prima sería el siguiente:

$\boldsymbol{(12 - 1{,}9792)(0{,}5738) - 10e^{-0{,}045 \times \frac{123}{365}}(0{,}5048) \cong \$0{,}7784}$.

Figura 82

Black & Scholes

Valuación de una Opción de Compra Europea Subyacente con Flujo de Fondos Futuros

Información de mercado					
S_0	*K*	$\delta_{(m_t,T)}$	m_0	m_t	T
\$ 12,00	\$ 10,00	4,50%	8/10/2019	8/2/2020	123

Modelo Black & Scholes	
σ	*D*
0,3	1,979165

Resultados				
Parámetros calculados		Probabilidades acumuladas		Prima
d(1)	*d(2)*	*N(d1)*	*N(d2)*	c
0,18610283	0,01195127	0,57381794	0,504767754	**\$ 0,778425**

Opción de Venta

El ejemplo de la presente sección se puede resolver utilizando el aplicativo:

Put Europeo 3.xlsx

Siguiendo el mismo razonamiento anterior, la fórmula de Black & Scholes para una Opción de Venta europea sobre un activo que prevé el pago de dividendos es:

$$F_0 = Ke^{-\delta\times\frac{T}{365}}N(-d_2) - (S_0 - D)N(-d_1),$$

siendo los elementos involucrados los mismos que aquellos mencionados para la Opción de Compra.

Ejemplo 73 Considere la situación descrita en el Ejemplo 71. Si el activo subyacente paga dividendos de \$5 el primer día de cada mes, entonces el valor presente de los dividendos sería:

$$\$5\left(e^{-0{,}03\times\frac{12}{365}} + e^{-0{,}03\times\frac{42}{365}} + e^{-0{,}03\times\frac{73}{365}}\right) \cong \$14{,}9479.$$

Los parámetros involucrados serían los siguientes:

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{60-14{,}9479}{50}\right)+\left(0{,}03+\frac{0{,}35^2}{2}\right)\frac{92}{365}}{0{,}35\sqrt{\frac{92}{365}}} = -0{,}4621,$$

$$d_2 = \frac{ln\left(\frac{60-14{,}9479}{50}\right)+\left(0{,}03-\frac{0{,}35^2}{2}\right)\frac{92}{365}}{0{,}35\sqrt{\frac{92}{365}}} = -0{,}6378,$$

y $N(0{,}4621) = 0{,}6780$; $N(0{,}6378) = 0{,}7382.$

Así, el valor de la prima sería:

$$\$50e^{-0{,}03\times\frac{92}{365}}(0{,}7382) - (\$60 - \$14{,}9479)(0{,}6780) = \$6{,}0870$$

Figura 83

Black & Scholes

Valuación de una Opción de Venta Europea Subyacente con Flujo de Fondos Futuros

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m_i,T)}$	m_0	m_T	T
$ 60,00	$ 50,00	3,00%	21/10/2019	21/1/2020	92

Modelo Black & Scholes	
σ	D
0,35	14,94793

Resultados				
Parámetros calculados		Probabilidades acumuladas		Prima
d(1)	d(2)	N(-d1)	N(-d2)	p
-0,462128007	-0,637845714	0,678005237	0,738212941	$ 6,087055

3.3.3. Opciones Americanas lanzadas sobre activos sin dividendos

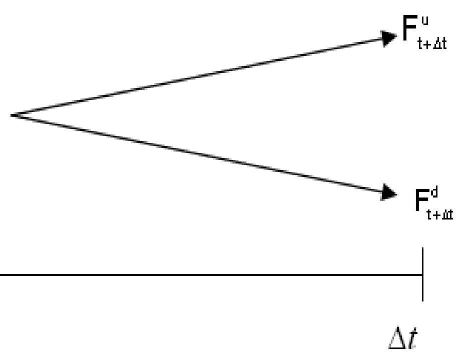
Existen varios métodos que pueden ser usados para valuar una Opción americana. Como en el caso de las Opciones europeas, los métodos pueden dividirse en dos grupos: árboles binomiales y modelos analíticos. El razonamiento de fondo en la valuación de Opciones americanas usando árboles binomiales es similar al usado en la valuación de Opciones europeas. El problema es que, en el caso de las americanas, es más difícil arribar a una fórmula. Por esta razón, la valuación se realiza de una manera iterativa. Es importante señalar que la valuación de Opciones americanas utilizando métodos analíticos es más complicada y está fuera del alcance de este libro.

La característica distintiva de una Opción americana es que puede ser ejercida en cualquier momento hasta su vencimiento. Por esta razón, las consecuencias de un ejercicio anticipado tienen que ser tomadas en cuenta en la valuación. Consecuentemente, el árbol binomial de un paso utilizado para las Opciones europeas tiene que ser modificado.

Si el precio del activo subyacente sigue un modelo binomial de múltiples pasos, entonces el valor de la Opción en cada paso debe ser corregido. En cualquier nodo del árbol, si el valor teórico de la Opción es mayor que su valor intrínseco, el primero será considerado como el valor de la Opción en aquel nodo pero, en caso contrario, el valor intrínseco será el valor de la Opción (ver Figura 97). Este último resultado elimina las oportunidades de arbitraje. Si la modificación no se lleva a cabo, un individuo puede comprar la opción, ejercerla en ese mismo momento y obtener una ganancia.

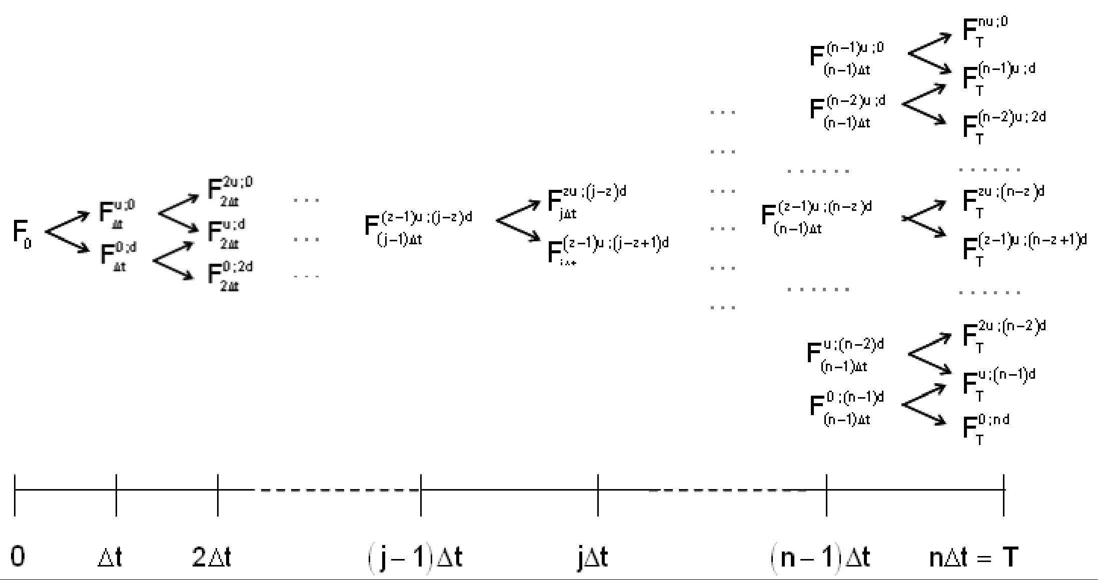
Figura 84

$$F_t = \text{Max}\left[\text{Valor Intrinseco}; e^{-\delta\frac{\Delta t}{365}}\left(F^u_{t+\Delta t}\cdot q + F^d_{t+\Delta t}\cdot(1-q)\right)\right]$$



Debido al uso de la inducción hacia atrás para la valuación de la Opción, el razonamiento descrito anteriormente se aplica en cada paso de la valuación, comenzando desde la fecha de vencimiento (ver Figura 85). El valor dado por este método al momento 0 es el valor de la prima de la Opción que elimina las oportunidades de arbitraje.

Figura 85



Opción de Compra

Los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Call Americano 2.xlsx

Empleando el razonamiento anteriormente descrito, si el activo subyacente de una Opción de Compra americana, con precio de ejercicio K y vencimiento en T, seguiría un modelo binomial de múltiples pasos, y en el momento $\boldsymbol{T = n\Delta t}$ se produjeran “z” alzas y “n-z” bajas, entonces en dicho momento el pay off sería:

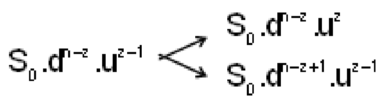
$$\boldsymbol{F_{n\Delta t}^{(n-z)d;z\times u}} = \boldsymbol{Max(0; S_0 u^z d^{n-z} - K)}$$
$$= \boldsymbol{(S_0 u^z d^{n-z} - K)_+}$$

A su vez, se si producen “z-1” alzas y “n-(z-1)” bajas, el pay off sería el siguiente:

$$\boldsymbol{F_{n\Delta t}^{(n-z+1)d;(z-1)u}} = \boldsymbol{Max\left(0; S_0 u^{z-1} d^{n-z+1} - K\right)}$$
$$= \boldsymbol{\left(S_0 u^{z-1} d^{n-z+1} - K\right)_+}$$

Si se considera el momento $\boldsymbol{(n-1)\Delta t}$, puede observarse que en ambos casos se produjeron “z-1” alzas y “n-z” bajas. En el primero se produjo un alza en el último paso (llegando a “z” alzas y “n-z” bajas”) y, en el segundo, una baja en el último paso (totalizando “z-1” alzas y “n-z+1” bajas). Este hecho es considerado en la siguiente figura:

Figura 86



De acuerdo con estos valores, la prima teórica de la Opción en el momento $(\boldsymbol{n}-\mathbf{1})\boldsymbol{\Delta t}$ sería:

$$\boldsymbol{e^{-\delta\times\frac{\Delta t}{365}}\left[qF_{n\Delta t}^{(n-z)d;z\times u}+(1-q)F_{n\Delta t}^{(n-z+1)d;(z-1)u}\right]}$$

donde, como es usual, $\boldsymbol{q}=\frac{\boldsymbol{e^{\delta\times\frac{\Delta t}{365}}-d}}{\boldsymbol{u-d}}$.

Sin embargo, al existir la posibilidad de ejercer la Opción en ese momento, el valor teórico de la misma debería compararse con su valor intrínseco, que estaría dado por:

$\boldsymbol{Max\left(0;S_0u^{z-1}d^{n-z}-K\right)=\left(S_0u^{z-1}d^{n-z}-K\right)_+}$[11]

Así, al momento $(\boldsymbol{n}-\mathbf{1})\boldsymbol{\Delta t}$, el valor de la prima que elimina las posibilidades de arbitraje estaría dado por el máximo entre estos dos valores, es decir:

$$\boldsymbol{F_{(n-1)\Delta t}^{(n-z)d;(z-1)u}=Max\left[\left(S_0u^{z-1}d^{n-z}-K\right)_+;e^{-\delta\times\frac{\Delta t}{365}}\left[qF_{n\Delta t}^{(n-z)d;z\times u}+(1-q)F_{n\Delta t}^{(n-z+1)d;(z-1)u}\right]\right]}$$

Generalizando el razonamiento precedente, el valor de la prima en el momento $\boldsymbol{j.\Delta t}$ ($\boldsymbol{j}=\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{2},\ldots,(\boldsymbol{n}-\mathbf{1})$.), si se asumen que hasta dicho momento se produjeron “z” alzas y “j-z” bajas, estaría dado por:

$$\boldsymbol{F_{j.\Delta t}^{(j-z)d;z.u}=Max\left[\left(S_0u^zd^{j-z}-K\right)_+;e^{-\delta\times\frac{\Delta t}{365}}\left[qF_{(j+1)\Delta t}^{(j-z)d;(z+1)u}+(1-q)F_{(j+1)\Delta t}^{(j-z+1)d;z\times u}\right]\right]}$$

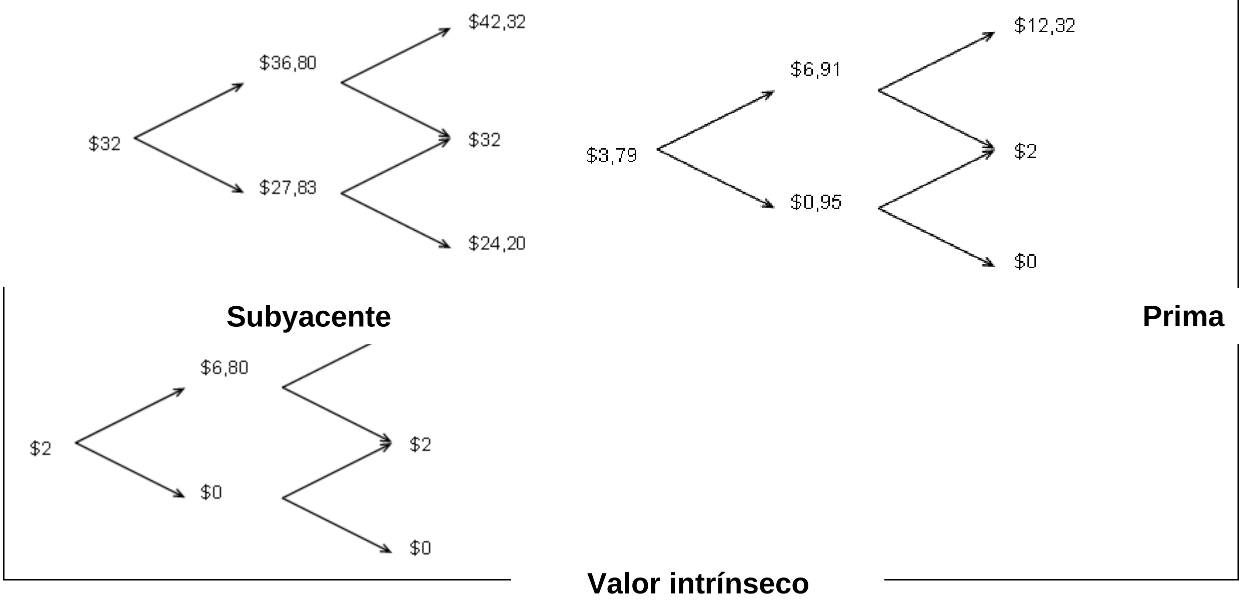
Puede observarse que, para saber el valor de la Opción en un momento determinado, se deben conocer los posibles valores de la misma en el instante siguiente. De esta manera, el procedimiento se inicia en el momento $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{n\Delta t}$, donde se conoce el valor de la Opción en cada posible caso, y luego se realiza una iteración hacia atrás para ir obteniendo los valores en cada nodo, hasta llegar al valor de la Opción en el momento inicial.

> ***Ejemplo 74*** El día 21/10/19 una institución desea calcular el valor de la prima de una Opción de Compra americana. El precio de ejercicio es \$30, el precio de mercado de la acción subyacente es \$32 y la fecha de vencimiento es el 21/12/19. La tasa de interés libre de riesgo es 4,5%. A los efectos de la valuación, el período de que resta hasta el vencimiento es dividido en dos intervalos. En cada intervalo, el precio del subyacente podrá subir 15%.
>
> De acuerdo con esta información, se obtiene que:
>
> $\boldsymbol{K}=\$\mathbf{30}$, $\boldsymbol{S_0}=\$\mathbf{32}$, $\boldsymbol{T}=\mathbf{61}$, $\boldsymbol{\delta}=\mathbf{0{,}045}$, $\boldsymbol{n}=\mathbf{2}$, $\boldsymbol{\Delta t}=\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{n}}=\mathbf{31}$ y $\boldsymbol{u}=\mathbf{1{,}15}$.
>
> El valor de la pseudo-probabilidad de alza en cada intervalo sería:
>
> $$\boldsymbol{q=\frac{e^{\frac{31}{365}}-\frac{1}{1,15}}{1,15-\frac{1}{1,15}}\cong 0,4785}$$

[11] Se recuerda que se habían producido “z-1” alzas y “n-z” bajas.

Los árboles binomiales serían los siguientes:

Figura 87



La resolución utilizando el aplicativo de Microsoft® Excel sería:

Figura 88

Cuando, a los efectos de realizar la valuación, el período de tiempo entre el momento inicial y la fecha de expiración es dividido en un número mayor de intervalos, la complejidad para realizar el cálculo aumenta notablemente. Por ello, resulta imprescindible la utilización de herramientas informáticas para llevar a cabo el cálculo.

Ejemplo 75 Una institución desea calcular, el día 28/10/19, el valor de la prima de una Opción de Compra americana. La Opción tiene un precio de ejercicio de $40 y vence luego de treinta y cinco días. La tasa de interés libre de riesgo es 4%. El precio actual de la acción es $40. Para los fines de la valuación, el período que se extiende hasta el vencimiento es dividido en 5 intervalos, cada uno con una longitud de siete días. En cada intervalo, el precio de la acción puede subir un 10%.

La resolución sería la siguiente:

Figura 89

Árbol Binomial: n pasos

Valuación de una Opción de Compra Americana

Modelo Binomial		
u	d	n
1,1	0,909090909	5

Calcular Prima

Resultados		
q	1-q	c
0,480210283	0,519789717	$ 3,63623

El árbol binomial sería:

Figura 90

5	4	3	2	1	0
$ 64,42040					
$ 24,42000	$ 58,56400				
$ 53,24000	$ 18,59467	$ 53,24000			
$ 13,24000	$ 48,40000	$ 13,30132	$ 48,40000		
$ 44,00000	$ 8,43067	$ 44,00000	$ 9,00146	$ 44,00000	
$ 4,00000	$ 40,00000	$ 5,04229	$ 40,00000	$ 5,82440	$ 40,00000
$ 36,36364	$ 1,91937	$ 36,36364	$ 2,89786	$ 36,36364	$ 3,63623
$ -	$ 33,05785	$ 0,92099	$ 33,05785	$ 1,62005	
$ 30,05259	$ -	$ 30,05259	$ 0,44193		
$ -	$ 27,32054	$ -			
$ 24,83685	$ -				
$ -					

Las celdas blancas del árbol representan los *posibles* precios de la acción y, las celdas sombreadas, los *posibles* valores de la Opción. Así, la prima de la Opción de Compra que elimina las oportunidades de arbitraje sería $3,63623.

Opción de Venta

Los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando el aplicativo:

Put Americano 2.xlsx

El mismo razonamiento utilizado para las Opciones de Compra puede ser aplicado para valuar una Opción de Venta americana. La diferencia radica en los posibles valores del pay off en la fecha de vencimiento y en el valor intrínseco de la Opción en cada nodo del árbol binomial.

Así, el valor de la Opción al vencimiento (momento $\boldsymbol{n.\Delta t}$) en caso de "z" alzas y "n-z" bajas estaría dado por:

$$\boldsymbol{F_{n\Delta t}^{(n-z)d;z\times u} = Max(0; K - S_0 u^z d^{n-z})}$$
$$\boldsymbol{= (K - S_0 u^z d^{n-z})_+}$$

A su vez, si se produjeran "z-1" alzas y "n-(z-1)" bajas, el valor de la Opción sería:

$$F_{n\Delta t}^{(n-z+1)d;(z-1)u} = Max\left(0; K - S_0 u^{z-1} d^{n-z+1}\right)$$
$$= \left(K - S_0 u^{z-1} d^{n-z+1}\right)_+$$

De acuerdo con ello y en el momento anterior, la prima teórica de la Opción sería:

$$e^{-\delta\times\frac{\Delta t}{365}}\left[qF_{n\Delta t}^{(n-z)d;z\times u} + (1-q)F_{n\Delta t}^{(n-z+1)d;(z-1)u}\right]$$

donde, nuevamente, $q = \frac{e^{\delta\times\frac{\Delta t}{365}} - d}{u-d}$.

Mientras tanto, el valor intrínseco de la Opción de Venta al momento $(n-1)\Delta t$, luego de "$z - 1$" alzas y "$n - z$" bajas sería la siguiente:

$$Max\left(0; K - S_0 u^{z-1} d^{n-z}\right) = \left(K - S_0 u^{z-1} d^{n-z}\right)_+$$

Nuevamente, el mayor entre estos dos valores será el valor de la prima al momento $(n-1)\Delta t$:

$$F_{(n-1)\Delta t}^{(n-z)d;(z-1)u} = Max\left[\left(K - S_0 u^{z-1} d^{n-z}\right)_+; e^{-\delta\times\frac{\Delta t}{365}}\left[qF_{n\Delta t}^{(n-z)d;z\times u} + (1-q)F_{n\Delta t}^{(n-z+1)d;(z-1)u}\right]\right]$$

Así, en cualquier momento $j\Delta t$ $(j = 0, 1, 2, \dots, (n-1))$, en caso de que se hayan producido "z" alzas y "j-z" bajas, el valor de la prima de la Opción de Venta americana sería:

$$F_{j\Delta t}^{(j-z)d;z\times u} = Max\left[\left(K - S_0 u^z d^{j-z}\right)_+; e^{-\delta\times\frac{\Delta t}{365}}\left[qF_{(j+1)\Delta t}^{(j-z)d;(z+1)u} + (1-q)F_{(j+1)\Delta t}^{(j-z+1)d;z\times u}\right]\right]$$

Al igual que en el caso de la Opciones de Compra, el procedimiento se empieza por el momento $T = n\Delta t$, en el cual se conoce el valor de la Opción y está dado por el pay off al vencimiento. Luego, se realiza un proceso de iteración hacia atrás para poder determinar el valor de la prima en el momento inicial.

Ejemplo 76 El día 24/09/19 una institución desea calcular el valor de la prima de una Opción de Venta americana. El precio de ejercicio es \$50, el precio de mercado de la acción subyacente al momento de la valuación es \$50 y la fecha de vencimiento es el 01/11/19. La tasa de interés libre de riesgo es 6%. A los efectos de la valuación, el período que resta hasta el vencimiento es dividido en dos intervalos. En cada intervalo, el precio del subyacente podrá subir 20%.

De acuerdo con esta información, se obtiene que:

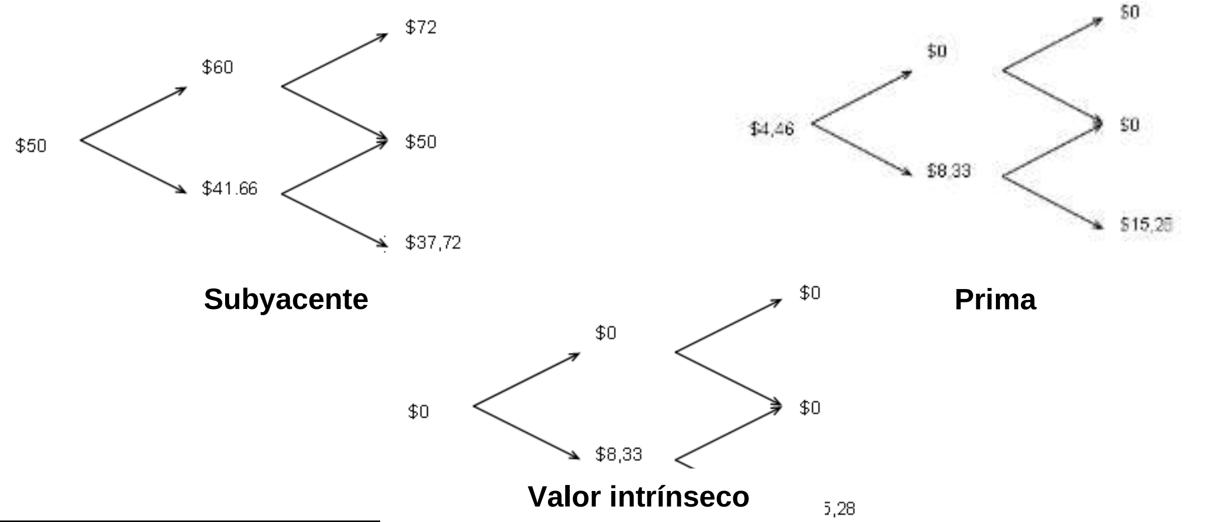
$K = \$50$, $S_0 = \$50$, $T = 38$, $\delta = 0{,}06$, $n = 2$, $\Delta t = \frac{T}{n} = 19$ y $u = 1{,}2$.

El valor de la pseudo-probabilidad de alza en cada intervalo sería:

$$q = \frac{e^{\frac{19}{365}} - \frac{1}{1{,}2}}{1{,}2 - \frac{1}{1{,}2}} \cong 0{,}4631$$

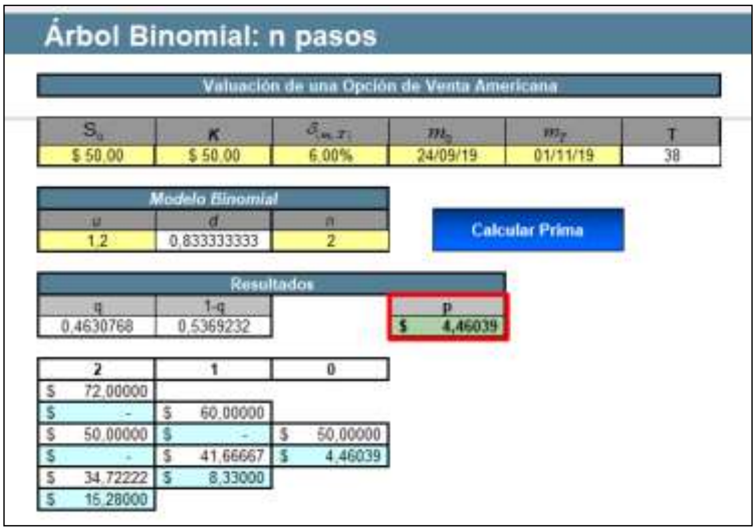
El árbol binomial sería el siguiente:

Figura 91



Se presenta, a continuación, la resolución utilizando el aplicativo correspondiente de Microsoft® Excel es:

Figura 92



Nuevamente se observa que, a medida que el tiempo que resta al vencimiento se divide en intervalos más pequeños, la complejidad en la resolución aumenta. Por ello, es fundamental la utilización de herramientas informáticas y de programación.

Ejemplo 77 El día 14/10/19 una institución quiere calcular la prima de una Opción de Venta americana. La Opción tiene un precio de ejercicio de $50 y vence el 13/12/19. El precio de mercado de la acción subyacente en la fecha de valuación es $51. Con el propósito de la valuación, el período de tiempo hasta el vencimiento (60 días) es dividido en seis intervalos, cada uno de una longitud de 10 días. En cada intervalo, el precio puede subir un 12%, y la tasa de interés libre de riesgo es 7%.

La resolución sería:

Figura 93

Árbol Binomial: n pasos

Valuación de una Opción de Venta Americana

S_0	K	$\delta_{(n,T)}$	m_0	m_T	T
$ 51,00	$ 50,00	7,00%	14/10/19	13/12/19	60

Modelo Binomial

u	d	n
1,12	0,892857143	6

Calcular Prima

Resultados

q	1-q		p
0,4801494	0,5198506		$ 4,74050

El árbol binomial sería el siguiente:

Figura 94

6	5	4	3	2	1	0
$ 100,66496						
$ -	$ 89,87943					
$ 80,24949	$ -	$ 80,24949				
$ -	$ 71,65133	$ -	$ 71,65133			
$ 63,97440	$ -	$ 63,97440	$ -	$ 63,97440		
$ -	$ 57,12000	$ -	$ 57,12000	$ 0,67713	$ 57,12000	
$ 51,00000	$ -	$ 51,00000	$ 1,30505	$ 51,00000	$ 2,29084	$ 51,00000
$ -	$ 45,53571	$ 2,51526	$ 45,53571	$ 3,78978	$ 45,53571	$ 4,74050
$ 40,65689	$ 4,84771	$ 40,65689	$ 6,09873	$ 40,65689	$ 7,02059	
$ 9,34000	$ 36,30079	$ 9,43106	$ 36,30079	$ 10,03059		
$ 32,41142	$ 13,70000	$ 32,41142	$ 13,70000			
$ 17,59000	$ 28,93877	$ 17,59000				
$ 25,83819	$ 21,06000					
$ 24,16000						

Las celdas blancas del árbol representan los posibles precios de la acción y, las celdas sombreadas, los posibles valores de la Opción. Así, la prima de la Opción de Venta que elimina las oportunidades de arbitraje es $ 4,74050.

3.3.4. Opciones Americanas lanzadas sobre activos con dividendos. Utilización de árboles binomiales

Los ejemplos de la presente sección se pueden resolver utilizando los aplicativos:

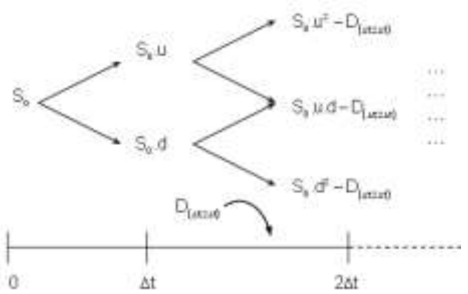
Call Americano 3.xlsx

Put Americano 3.xlsx

Si se asume la hipótesis del modelo binomial de pasos múltiples para el precio del activo subyacente de una Opción americana y el activo paga dividendos durante la vida de la Opción, entonces, con el fin de incluir el efecto de tales dividendos, es posible modificar el método descrito para las opciones americanas lanzadas sobre una acción que no paga dividendos.

Como fue mencionado anteriormente, si la acción otorgará dividendos en una fecha futura cercana, el precio actual de la acción incluiría el valor presente de dichos dividendos. Más aún, un instante después de que los dividendos se paguen, el precio de la acción caería en una magnitud aproximadamente igual al monto de los mismos. Este hecho tiene que ser incluido en el primer paso (nodo del árbol) posterior al pago de dividendos (ver figura 95).

Figura 95



Una vez que el árbol binomial es construido bajo la estructura de dividendos, se aplica el mismo razonamiento para valuar la Opción. En cada nodo del árbol binomial se tiene que comparar el valor intrínseco de la Opción con la prima teórica proporcionada por modelo binomial de un paso clásico: el mayor será el valor de la Opción en dicho nodo. Si se aplica la inducción hacia atrás, al momento 0 se obtiene el valor sin arbitraje de la prima de la Opción.

Ejemplo 78 Dada la opción valuada en el Ejemplo 75, en el cual se valuó una Opción de Compra, se asume que el activo subyacente paga un dividendo de $3 veinte días después del momento de valuación. De acuerdo con ello, la resolución en Microsoft® Excel sería:

Figura 96

Árbol Binomial

Valuación de una Opción de Compra Americana Subyacente con Flujo de Fondos Futuros

Información de mercado					
S_0	*K*	$\delta_{(m_0,T)}$	m_0	m_T	T
$ 40,00	$ 40,00	4,00%	28/10/2019	2/12/2019	35

Modelo Binomial	
u	*d*
1,1	0,909090909

Resultados		
q	*1-q*	c
0,480210283	0,519789717	**$ 2,81527**

Y el árbol binomial tendría la siguiente forma:

Figura 97

			$ 3,00			D
0	1	2	3	4	5	paso n°
0	7	14	21	28	35	t (días)
					$ 60,79040	5
				$ 55,26400	$ 20,79040	4
			$ 50,24000	$ 15,29467	$ 50,24000	3
		$ 48,40000	$ 10,30132	$ 45,67273	$ 10,24000	2
	$ 44,00000	$ 8,40000	$ 41,00000	$ 5,70340	$ 41,52066	1
$ 40,00000	$ 4,90164	$ 40,00000	$ 3,11572	$ 40,00000	$ 1,52066	0
$ 2,81527	$ 36,36364	$ 1,67691	$ 33,36364	$ 0,72968	$ 36,36364	1
	$ 0,89191	$ 33,05785	$ 0,35013	$ 30,33058	$ -	2
		$ 0,16801	$ 27,05259	$ -	$ 27,57325	3
			$ -	$ 24,59327	$ -	4
				$ -	$ 22,35751	5
					$ -	

Tomando en consideración los dividendos, el valor de la prima que elimina las oportunidades de arbitraje sería $2,81527.

Ejemplo 79 Se considera la situación descrita en el Ejemplo 77, en el cual se valuó una Opción de Venta. Si el período hasta el vencimiento se divide en 5 intervalos y el activo subyacente paga un dividendo de $5 veinte días luego del momento de valuación, entonces, la resolución en Microsoft® Excel sería:

Figura 98

Árbol Binomial

Valuación de una Opción de Venta Americana
Subyacente con Flujo de Fondos Futuros

Información de mercado					
S_0	K	$\delta_{(m_i T)}$	m_0	m_T	T
51,00	50,00	7,00%	14/10/2019	13/12/2019	60

Modelo Binomial	
u	d
1,12	0,892857143

Resultados		
q	$1-q$	p
0,481841598	0,518158402	$ 7,02933

Y el árbol binomial presentaría la siguiente forma:

Figura 99

		$ 5,00				D
0	1	2	3	4	5	paso n°
0	12	24	36	48	60	t (días)

					$ 82,85479	5
				$ 73,97749	$ -	4
			$ 66,05133	$ -	$ 66,05133	3
		$ 58,97440	$ -	$ 58,97440	$ -	2
	$ 57,12000	$ 1,23369	$ 52,65571	$ -	$ 52,65571	1
$ 51,00000	$ 3,62066	$ 46,00000	$ 2,38621	$ 46,00000	$ -	0
$ 7,02933	$ 45,53571	$ 5,85653	$ 41,07143	$ 4,61578	$ 41,07143	1
	$ 10,23035	$ 35,65689	$ 9,10966	$ 36,67092	$ 8,92857	2
		$ 14,34311	$ 31,83651	$ 13,32908	$ 32,74189	3
			$ 18,16349	$ 28,42545	$ 17,25811	4
				$ 21,57455	$ 25,37987	5
					$ 24,62013	

Así, cuando se consideran los dividendos, el valor sin arbitraje de la prima de la Opción sería de $7,02933.

3.4. Extensiones

El objetivo de esta sección es mostrar algunas extensiones del análisis de Opciones. Se enuncian aquí las relaciones entre Opciones de Compra y de Venta que eliminan las oportunidades de arbitraje. Además, se presentan estrategias que involucran el uso de Opciones, algunas de las cuales persiguen fines de cobertura mientras que, otras, tienen una finalidad especulativa.

3.4.1. Relaciones de no arbitraje de Opciones de Compra y de Venta

Es interesante ver cómo algunas relaciones que eliminan oportunidades de arbitraje pueden utilizarse para determinar el valor de la prima de una opción. Estas relaciones surgen del supuesto de que las oportunidades de arbitraje no pueden tener lugar en el mercado.

Como ya se ha mencionado, la aparición de una oportunidad de arbitraje significa que se pueden obtener ganancias ciertas mediante la compra y venta de algunos activos en el mercado y sin ninguna inversión inicial. Si las relaciones que se enuncian en esta sección no se mantienen, entonces los inversores pueden realizar arbitrajes y, en la medida en que muchos individuos aprovechen esta situación, se producirá una tendencia a estabilizar el mercado y surgirán, nuevamente, las relaciones de no-arbitraje. Existe una equivalencia llamada paridad Call-Put que determina la ausencia de oportunidades de arbitraje en el mercado.

Paridad de no-arbitraje de opciones europeas

La paridad Call-Put para Opciones europeas lanzadas sobre el mismo activo subyacente, con el mismo precio de ejercicio K y la misma fecha de vencimiento T, es:

$$\boldsymbol{c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} = p + S_0},$$

donde $\boldsymbol{S_0}$ es el precio de la acción al momento 0, *c* y *p* son las primas de la Opción de Compra (Call) y la Opción de Venta (Put), respectivamente, y $\boldsymbol{\delta}$ es la tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea.

Para ver el sentido de esta paridad es importante mostrar qué sucede cuando la relación no se mantiene.

Considere el caso en el cual la relación $\boldsymbol{c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} > p + S_0}$ se mantiene. Entonces, un individuo puede lanzar una Opción de Compra, recibiendo una prima de "$\boldsymbol{c}$" y pedir un préstamo de dinero de $\boldsymbol{Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}}$ por un período de T días. Con estos fondos, puede comprar una Opción de Venta pagando la prima "$\boldsymbol{p}$", y adquirir el activo subyacente a un precio $\boldsymbol{S_0}$.

En la fecha de vencimiento, tiene que pagar el préstamo y sus intereses, es decir, tiene que desembolsar $\boldsymbol{K}$.

Si el precio del subyacente, en aquel momento, es mayor que el precio de ejercicio, entonces el tenedor de la Opción de Compra la ejercerá y el individuo entregará el activo que tenía en su poder y recibirá K, un monto de dinero suficiente como para devolver el préstamo.

De otra manera, si el precio del subyacente es menor que el precio de ejercicio, el individuo ejercerá la Opción de Venta y también recibirá K y entregará el activo que compró al momento inicial.

Así, al momento 0, sin necesidad de ninguna inversión, obtiene una ganancia cierta de $\boldsymbol{c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} - p - S_0 > 0}$.

> ***Ejemplo 80*** La prima de una Opción de Venta europea sobre un activo subyacente que está valuado en \$15, con un precio de ejercicio de \$16 y vencimiento en noventa días, tiene un valor de \$0,20. La prima de una Opción de Compra europea, con las mismas condiciones que la Opción de Venta, tiene un valor de \$0,30. La tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea es 4%. De acuerdo con ello,
>
> $$\boldsymbol{c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} = 0{,}3 + 16e^{-0{,}04 \times \frac{90}{365}} \cong \$16{,}143}$$
>
> $$\boldsymbol{p + S_0 = 0{,}2 + 15 = \$15{,}200}$$
>
> Entonces,

$$c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} > p + S_0$$

Un individuo puede lanzar una Opción de Compra y tomar un crédito de $\$\mathbf{15,843}$ por noventa días. Con estos fondos, puede comprar una Opción de Venta y el activo subyacente de la opción. El resultado de esta operación sería:

$\$\mathbf{16,143} - \$\mathbf{15,200} = \$\mathbf{0,943}$.

El individuo, noventa días después, tendría que pagar $16 por el préstamo recibido. Asumiendo que, en aquel momento, el precio del activo sería:

(a) $18, entonces la Opción de Compra que lanzó será ejercida y recibirá $16 entregando el activo que tenía en su poder.

(b) $10, entonces, ejercerá la Opción de Venta que tomó, entregando el activo que tenía en su poder y recibirá $16.

En ambos casos, el individuo puede usar el monto de dinero recibido para cancelar el préstamo.

Por otro lado, considere el caso en que la relación $p + S_0 > c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}$ se mantiene.

Bajo estas condiciones, un individuo que posee una unidad de acción puede venderla y obtener S_0[12]. A su vez, puede lanzar una Opción de Venta recibiendo una prima de "p". Con estos fondos puede adquirir una Opción de Compra, pagando una prima de *c*, y colocar un monto de $Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}$ a la tasa de interés libre de riesgo, por un período de T días.

En la fecha de vencimiento de las Opciones, el individuo tendrá en su cuenta un monto de K por el depósito realizado.

Si el precio del activo subyacente en aquel momento es mayor que el precio de ejercicio, entonces el individuo ejercerá la Opción de Compra que adquirió, pagando K (el dinero que posee en la cuenta) para tener nuevamente la acción en su poder (o cerrar su posición en descubierto).

De otro modo, si el precio del subyacente está por debajo del precio de ejercicio, la Opción de Venta que lanzó será ejercida y el tendrá que pagar K (el monto que posee en su cuenta) para recuperar la acción.

De esta manera, sin importar cuál sea el movimiento en el precio del subyacente, y sin necesidad de realizar ninguna inversión, obtiene una ganancia cierta, al momento 0, de $p + S_0 - c - Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} > 0$

Ejemplo 81 La prima de una Opción de Compra europea sobre un activo subyacente que está valuado en $10, con precio de ejercicio $9 y vencimiento en 120 días, tiene un valor de $0,25. La prima de una Opción de Venta europea, con las mismas condiciones que la Opción de Compra, tiene un valor de $0,30. La tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea es 3%. De acuerdo con ello:

$$c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} = 0,25 + 9e^{-0,04 \times \frac{90}{365}} \cong \$9,162$$

$$p + S_0 = 0,3 + 10 = \$10,300$$

Entonces,

[12] O bien realizar la venta en descubierto.

$$\boldsymbol{c + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} < p + S_0}$$

Un individuo que posee una unidad de acción podría venderla a \$10 y, al mismo tiempo, lanzar una Opción de Venta, recibiendo \$0,30. Con estos fondos podría tomar una Opción de Compra pagando \$0,25 e invertir \$8,912 a la tasa libre de riesgo por 120 días. El resultado de esta operación sería:

$\$\boldsymbol{10,300} - \$\boldsymbol{9,162} = \$\boldsymbol{1,138}.$

Por la inversión realizada, luego de 120 días, el individuo obtendría \$9. Si se asume que el precio de la acción en aquel momento es:

(a) \$8, entonces, la Opción de Venta que lanzó sería ejercida y debería pagar \$9 para recuperar la acción.

(b) \$13, entonces, ejercería la Opción de Compra que tiene en su poder y recuperaría la acción pagando \$9.

En ambos casos, el dinero acumulado por la inversión le alcanzaría para recuperar su acción.

Existe otra relación de paridad Call-Put para Opciones europeas en la situación en que el activo subyacente paga dividendos durante la vida de la Opción. Si $\boldsymbol{D = \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-\delta \times \frac{t_i}{365}}}$es la suma del valor presente de cada uno de los dividendos, $\boldsymbol{D_i}$, a ser pagados al momento $\boldsymbol{t_i}$ ($\boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, n; con\ t_1 \geq 0\ y\ t_n \leq T}$) al tenedor del activo, entonces la relación de no-arbitraje se expresa como:

$\boldsymbol{c + D + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} = p + S_0}$,

Cuando esta relación no se mantenga, se podrán realizar las estrategias de arbitraje cuyo razonamiento sería similar a los casos en que el activo subyacente no paga dividendos.

Considere el caso en que la relación $\boldsymbol{c + D + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} > p + S_0}$ se mantiene.

Un individuo podría lanzar una Opción de Compra, recibiendo una prima de "$\boldsymbol{c}$" y tomando prestado un monto de dinero de $\boldsymbol{\sum_{i=0}^{n} D_i e^{-\delta \times \frac{t_i}{365}} + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}}$, donde el monto $\boldsymbol{D_i e^{-\delta \times \frac{t_i}{365}}}$ es un préstamo por un período de $\boldsymbol{t_i}$ días y $\boldsymbol{Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}}$ por un período de T días. Con estos fondos, tomaría una Opción de Venta, pagando una prima $\boldsymbol{p}$ y comprando una unidad del activo subyacente a un precio $\boldsymbol{S_0}$.

En cada momento $\boldsymbol{t_i}$ en que debería devolver $\boldsymbol{D_i}$ por el préstamo solicitado, obtendría los dividendos de la acción para cancelar dichos pagos. En la fecha de vencimiento, debería pagar lo que resta del préstamo, es decir, $\boldsymbol{K}$. Este monto sería cubierto con el pay off de la Opción.

Si el precio del subyacente en aquel momento fuera mayor que el precio de ejercicio, entonces el tenedor de la Opción de Compra la ejercería y el individuo entregaría la acción que tiene en su poder y recibiría K, una suma suficiente para cancelar el último pago del préstamo.

De otra manera, en caso de que el precio del subyacente fuera inferior al precio de ejercicio, el individuo ejercería la Opción de Venta que tomó al momento inicial y entregaría la acción recibiendo K.

Así, sin importar el movimiento en el precio del subyacente y sin necesidad de realizar ninguna inversión, el individuo obtiene una ganancia cierta, al momento 0, de $\boldsymbol{c}+\boldsymbol{D}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}}-\boldsymbol{p}-\boldsymbol{S_0}>\mathbf{0}$.

Ejemplo 82 El día 01/10/19 la prima de una Opción de Venta europea, que tiene un precio de ejercicio de $50 y vence en dos meses, tiene un valor de $ 0,90. El precio del activo subyacente es $50, y por la tenencia del mismo se pagan dividendos de $5 el primer día de cada mes. La prima de una Opción de Compra, con las mismas condiciones, tiene un valor de $1. La tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea es del 5%.

De acuerdo con esta información:

$$\boldsymbol{c}+\boldsymbol{D}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}}=\mathbf{1}+\mathbf{5}\boldsymbol{e}^{-\mathbf{0,05}\times\frac{31}{365}}+\mathbf{5}\boldsymbol{e}^{-\mathbf{0,05}\times\frac{61}{365}}+\mathbf{50}\boldsymbol{e}^{-\mathbf{0,05}\times\frac{61}{365}}\cong \$\mathbf{60,521}$$

$$\boldsymbol{p}+\boldsymbol{S_0}=\mathbf{0,90}+\mathbf{50}=\$\mathbf{50,900}$$

Entonces,

$$\boldsymbol{c}+\boldsymbol{D}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}}>\boldsymbol{p}+\boldsymbol{S_0}$$

Un individuo puede lanzar una Opción de Compra, recibiendo una prima de $1, y pedir un préstamo de $4,979 por un mes y $54,542 por dos meses. Con estos fondos puede tomar una Opción de Venta y comprar una unidad del activo subyacente de la opción. El resultado de tal operación sería:

$\$\mathbf{60,521}-\$\mathbf{50,900}=\$\mathbf{9,621}$.

Luego de un mes, el individuo puede usar el primer dividendo para pagar el monto del préstamo que vence en dicho momento, el cual asciende a $5. Al cabo de dos meses, debería devolver $55 por el segundo préstamo. Para ello usaría $5 del segundo dividendo y le restará pagar $ 50. Si se asume que el precio del subyacente en aquel momento sería:

(a) $60, entonces la Opción de Compra que lanzó será ejercida y deberá entregar la acción recibiendo $50,

(b) $40, entonces ejercerá la Opción de Venta que adquirió y recibirá $50 a cambio de entregar el activo que tiene en su poder.

En ambos casos, vendería la acción por $50 y cancelaría la parte del crédito que quedaba pendiente.

Por otro lado, considere que $\boldsymbol{p}+\boldsymbol{S_0}>\boldsymbol{c}+\boldsymbol{D}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}}$ es la relación que se da en el mercado. En este caso, un individuo que posee una unidad del activo subyacente puede venderlo a un precio de $\boldsymbol{S_0}$ (es importante notar que, al vender el activo, perderá los dividendos futuros y, por lo tanto, la estrategia debe brindarle un ingreso equivalente en cada momento de cobro de dividendos)[13] y, simultáneamente, lanzar una opción de venta, recibiendo la prima de "$\boldsymbol{p}$". Con esos fondos, puede tomar una Opción de Compra, pagando por ello una prima de "$\boldsymbol{c}$", e invertir $\sum_{i=0}^{n}\boldsymbol{D_i}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{t_i}{365}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}}$, donde el monto $\boldsymbol{D_i}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{t_i}{365}}$ es invertido por $\boldsymbol{t_i}$ días y $\boldsymbol{K}\boldsymbol{e}^{-\delta\times\frac{T}{365}}$ por un período de T días.

[13] O bien realiza la venta en descubierto, debiendo pagar los dividendos al titular de la acción vendida.

Cada dividendo $\boldsymbol{D_i}$, al momento $\boldsymbol{t_i}$, es remplazado por el monto de dinero colocado $\boldsymbol{D_i e^{-\delta\times\frac{t_i}{365}}}$ al momento 0, que crecerá a $\boldsymbol{D_i}$ en el momento $\boldsymbol{t_i}$.

En la fecha de vencimiento, el individuo también tendrá un monto de $\boldsymbol{K}$ por la inversión realizada. Si el precio de la acción, en aquel momento, es mayor que el precio de ejercicio entonces ejercerá la Opción de Compra que tomó al instante inicial, pagando K (el monto obtenido por la inversión realizada), para recuperar la acción.

Por el contrario, si el precio del activo está por debajo del precio de ejercicio, la Opción de Venta que lanzó será ejercida y tendrá que pagar K para recuperar la acción.

De esta manera, sin importar el comportamiento del precio del subyacente y sin realizar inversión, al momento 0 obtiene una ganancia cierta de: $\boldsymbol{p + S_0 - c - D - Ke^{-\delta\times\frac{T}{365}} > 0}$.

Ejemplo 83 El día 01/06/19 la prima de una Opción de Compra europea, que tiene un precio de ejercicio de \$22 y vence en cinco meses, tiene un valor de \$ 0,50. Dicha Opción tiene una acción subyacente cuyo precio de mercado al momento de valuación es \$ 26, y pagará un dividendo de \$ 3 en cuatro meses. La prima de una Opción de Venta, con las mismas condiciones, tiene un valor de \$ 0,40. La tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea es del 4%.

De acuerdo con ello:

$$\boldsymbol{c + D + Ke^{-\delta\times\frac{T}{365}} = 0,50 + 3e^{-0,04\times\frac{122}{365}} + 22e^{-0,04\times\frac{153}{365}} \cong \$25,094}$$

$$\boldsymbol{p + S_0 = 0,40 + 26 = \$26,400}$$

Entonces,

$$\boldsymbol{c + D + Ke^{-\delta\times\frac{T}{365}} < p + S_0}$$

Un individuo que posee una unidad del activo subyacente puede venderlo por \$26 y lanzar una opción de venta, cobrando una prima de \$0,40. Con dichos fondos puede adquirir una Opción de Compra e invertir al 4% un monto de \$2,960 por cuatro meses y \$21,634 por cinco meses. El resultado de tal operación sería:

$\boldsymbol{\$26,400 - \$25,094 = \$1,306}$.

Luego de cuatro meses, habrá acumulado \$3 por la inversión realizada un monto suficiente como para remplazar el dividendo. Al cabo de cinco meses, acumularía \$22 por la otra colocación. Si se asume que, en dicho momento, el valor de la acción es:

(a) \$18, entonces la Opción de Venta que lanzó será ejercida, y deberá pagar \$22 para recuperar la acción.

(b) \$30, entonces ejercerá la Opción de Compra y pagará \$22 para recuperar la acción.

En ambos casos el dinero acumulado por la colocación efectuada al momento inicial es suficiente para recuperar la acción.

Relación de no-arbitraje de opciones americanas

En la sección previa se mostró que existe una paridad que involucra las primas de las Opciones de Compra y de Venta europeas. Con las primas de las Opciones de Compra y de Venta americanas no existe tal paridad, pero algunas relaciones tienen que mantenerse en ausencia de oportunidades de arbitraje.

Si "$\boldsymbol{C}$" es la prima de una Opción de Compra americana y "$\boldsymbol{P}$" es la prima de una Opción de Venta americana (ambas sobre el mismo bien, con igual precio de ejercicio e igual fecha de vencimiento) entonces, si no existen oportunidades de arbitraje, la siguiente relación debe ser mantenida:

$$\boldsymbol{S_0 - K \leq C - P \leq S_0 - Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}},$$

Donde $\boldsymbol{S_0}$ es el precio al momento 0 del activo subyacente, T el tiempo que resta hasta el vencimiento, $\boldsymbol{K}$ el precio de ejercicio y $\boldsymbol{\delta}$ la tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea.

De manera similar a la paridad Call-Put, para ver el sentido de la relación es importante mostrar qué sucede cuando la misma no se mantiene. Para ello se consideran ambos lados de la desigualdad por separado.

En cuanto a la primera parte de la relación, se asume el caso en que $\boldsymbol{S_0 - K > C - P}$, que es lo mismo que $\boldsymbol{S_0 + P > C + K}$.

Un individuo que tiene una unidad de acción puede venderla, recibiendo $\boldsymbol{S_0}$ y, simultáneamente, lanzar una opción de venta, recibiendo por ello una prima de "*P*". Con dichos fondos puede adquirir una opción de compra y mantener un monto de dinero líquido K.

Por un lado, asumiendo que el tenedor de la Opción de Venta que lanzó quiera ejercerla en cualquier momento con anterioridad a la fecha de vencimiento, entonces el individuo tendrá el monto K para comprarle la acción.

Por otro lado, en caso de que la Opción de Venta no sea ejercida hasta la fecha de vencimiento, si en dicho momento el precio de la acción es mayor que el precio de ejercicio, entonces el individuo ejercerá la Opción de Compra pagando K para tener la acción nuevamente en su poder.

De otra manera, el tenedor de la opción de venta la ejercerá y el individuo pagará K para recuperar la acción.

Con esta estrategia, al momento 0, y sin necesidad de invertir suma alguna, se obtiene una ganancia cierta de $\boldsymbol{S_0 + P - C - K > 0}$.

Ejemplo 84 La prima de una Opción de Compra americana, con precio de ejercicio $18 y vencimiento en tres meses, sobre un activo que está valuado en $18, tiene un valor de $0,35. La prima de una Opción de Venta americana, con las mismas condiciones, tiene un valor de $0,40.

De acuerdo con ello:

$$\boldsymbol{C + K = 0,35 + 18 = \$18,350}$$

$$\boldsymbol{P + S_0 = 0,40 + 18 = \$18,400}$$

Entonces,

$$\boldsymbol{P + S_0 > C + K}$$

Un individuo que tiene una unidad del bien puede venderla y lanzar una Opción de Venta americana. Con los fondos obtenidos, puede adquirir una Opción de Compra y retener líquido un monto de dinero de $18. El resultado de la operación es:

$$\boldsymbol{\$18,400 - \$18,3500 = \$0,050}$$

Asumiendo que:

(a) Un mes después el precio del subyacente fluctuara a $15 y el tenedor de la Opción de Venta deseara ejercerla, entonces el individuo pagaría $18 y tendría nuevamente en su poder la acción.

(b) Tres meses después, el precio de la acción fuera de \$24 y la Opción de Venta no fuera ejercida hasta dicho momento, entonces el individuo ejercerá la Opción de Compra, recuperando la acción mediante el pago de los \$18 que mantuvo en su poder.

En ambos casos, el dinero que mantiene líquido le alcanza para recuperar la acción.

Se considera ahora la segunda parte de la relación y se asume que $\boldsymbol{C - P > S_0 - Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}}$ o, lo que es lo mismo, $\boldsymbol{C + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} > S_0 + P}$.

En este caso, un individuo puede lanzar una Opción de Compra, recibiendo una prima de *C*, y pedir un préstamo por un monto de $\boldsymbol{Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}}$ por un período de T días. Con los fondos obtenidos, puede tomar una Opción de Venta, pagando la prima *P*, y comprar el activo subyacente a un precio $\boldsymbol{S_0}$.

Si se considera que el tenedor de la Opción de Compra la ejerce de manera anticipada, entonces el individuo venderá la acción por K, un monto suficiente para pagar su préstamo en el momento T.

En el caso que la fecha de vencimiento sea alcanzada y la Opción de Compra no haya sido ejercida, y si el precio del subyacente es mayor que el precio de ejercicio, entonces la Opción de Compra que lanzó será ejercida en ese momento. El individuo recibirá K por la venta del subyacente que compró en el momento inicial y cancelará su préstamo con dicho monto.

De otra manera, el individuo ejercerá la Opción de Venta recibiendo K por la acción que adquirió al momento 0 y cancelará su préstamo.

Con esta estrategia, sin importar el comportamiento del precio del subyacente y sin necesidad de inversión, al momento inicial se obtiene una ganancia cierta de $\boldsymbol{C + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} - S_0 - P > 0}$.

Ejemplo 85 El día 14/10/19 la prima de una Opción de Compra americana, con precio de ejercicio de \$9 y vencimiento en cuatro meses, sobre un activo que está valuado en \$9, tiene un valor de \$0,45. La prima de una Opción de Venta americana, con las mismas condiciones, tiene un valor de \$0,30. La tasa de interés libre de riesgo con capitalización instantánea es 3%.

Bajo estas condiciones,

$$\boldsymbol{C + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} = 0{,}45 + 9e^{-0{,}03 \times \frac{123}{365}} \cong \$9{,}359}$$

$$\boldsymbol{P + S_0 = 0{,}30 + 9 = \$9{,}300}$$

Entonces,

$$\boldsymbol{C + Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}} > S_0 + P}$$

Un individuo puede lanzar una Opción de Compra y pedir un préstamo de \$8,909 por cuatro meses. Con dichos fondos, puede comprar una Opción de Venta y una unidad del activo subyacente de la Opción. El resultado de la operación es:

$\boldsymbol{\$9{,}359 - \$9{,}350 = \$0{,}059}$.

Asumiendo que:

(a) Dos meses después, el precio de la acción fluctuara hasta \$15 y el poseedor de la Opción de Compra deseara ejercerla, entonces, el individuo recibirá \$9 entregando la acción que había adquirido.

(b) Cuatro meses después el precio de la acción descendió a \$7 y la Opción de Compra lanzada no fuera ejercida hasta ese momento, entonces el individuo ejercería la

Opción de Venta y recibiría $9 por la venta del activo que adquirió en el momento inicial.

En ambos casos la suma recibida por la venta del activo le alcanzará para pagar el préstamo que solicitó en el momento inicial.

Cuando el activo subyacente de la Opción prevé el pago de dividendos, se modifica la relación de no-arbitraje. Si $\boldsymbol{D = \sum_{i=1}^{n} D_i e^{-\delta \times \frac{t_i}{365}}}$ es la suma del valor presente de cada uno de los dividendos, $\boldsymbol{D_i}$, a ser pagados al momento $\boldsymbol{t_i}$ $(\boldsymbol{i = 1, 2, \ldots, n; con\ t_1 \geq 0\ y\ t_n \leq T})$ al tenedor del activo, entonces la relación de no-arbitraje se expresa como:

$$\boldsymbol{S_0 - D - K \leq C - P \leq S_0 - Ke^{-\delta \times \frac{T}{365}}}.$$

El razonamiento de las estrategias que están detrás de esta relación es similar a aquéllas que fueron mencionadas precedentemente.

3.4.2. Estrategias utilizando Opciones

Existen muchas estrategias que involucran la utilización de Opciones de Compra y de Venta. La mayoría de ellas son construidas con ciertos propósitos como, por ejemplo, con fines de cobertura. De esta manera, aquí se presentan algunas estrategias simples con el fin de tener la estructura necesaria para comprender otras más complicadas.

Con las técnicas de valuación de opciones que fueron desarrolladas en las secciones anteriores, la valuación de cada estrategia puede realizarse de manera directa.

Por razones de simplicidad, todas las estrategias son construidas con opciones europeas, pero los razonamientos pueden ser aplicados a estrategias que involucran instrumentos americanos.

Estrategias de una opción y un subyacente

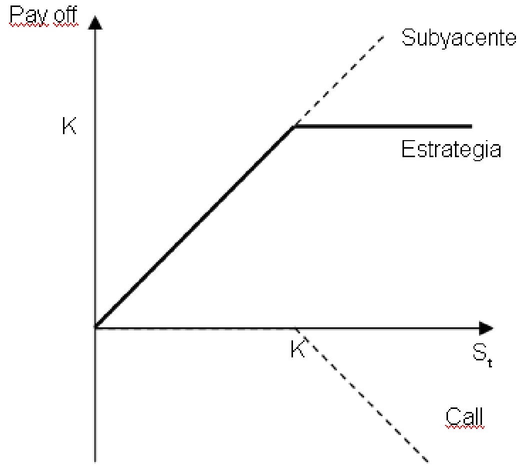
Algunas de las estrategias que involucran la utilización de opciones están compuestas por una unidad de acción y una unidad de opción (de compra o de venta). Estas son las más simples y representan el punto de partida para la comprensión de la construcción de estrategias más complicadas.

La Figura 100 muestra el pay off de una estrategia que consiste en la compra de una unidad de acción y el lanzamiento de una Opción de Compra. Su costo es $\boldsymbol{S_0 - c}$, y el pay off es:

$$\begin{cases} \boldsymbol{K} & \boldsymbol{si\ \ S_T \geq K} \\ \boldsymbol{S_T} & \boldsymbol{si\ \ S_T < K} \end{cases}$$

Esta estrategia puede ser interpretada como un *seguro para el inversor que está lanzando una Opción de Compra*. En este sentido, el seguro limita, al valor K, la obligación del lanzador cuando la opción es ejercida.

Figura 100



Ejemplo 86 Una institución financiera planea lanzar una Opción de Venta sobre un activo cuyo valor es de \$15, con un precio de ejercicio de \$16 y vencimiento en dos meses. El valor de mercado de la prima es de \$0,20. Debido a razones legales, el capital de la institución no es suficiente para habilitarla a asumir tal obligación con el tomador de la Opción. Así, la institución decide comprar el activo subyacente para limitar su riesgo en caso de una subida abrupta en el precio del subyacente. El costo de la estrategia es de $\$\mathbf{14,80} = \$\mathbf{15} - \$\mathbf{0,20}$.

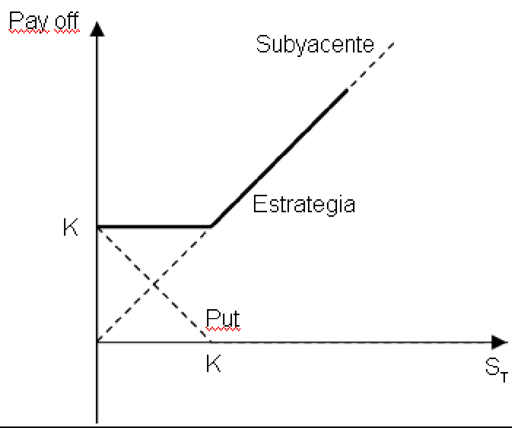
Si la fecha de vencimiento llega y, en aquel momento, el precio de la acción es \$22, quien tomó el Call lo ejercerá y el pay off para la institución será \$16 (recibe dicho monto a cambio de la acción comprada en el momento inicial).

Si se considera el caso en que la institución sólo lanza la Opción de Compra, recibirá \$0,20 al momento inicial. En la fecha de vencimiento el tomador ejercerá el Call y la institución recibirá \$16 por una activo que deberá comprar en el mercado a \$22 (el pay off sería – \$6, es decir una pérdida).

La Figura 101 representa el pay off de una estrategia que es construida lanzando una opción de venta y comprando un activo subyacente. El costo de la estrategia es $\boldsymbol{S_0 - p}$, y el pay off está dado por:

$$\begin{cases} \boldsymbol{S_T} & \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{S_T \geq K} \\ \boldsymbol{K} & \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{S_T < K} \end{cases}$$

Figura 101



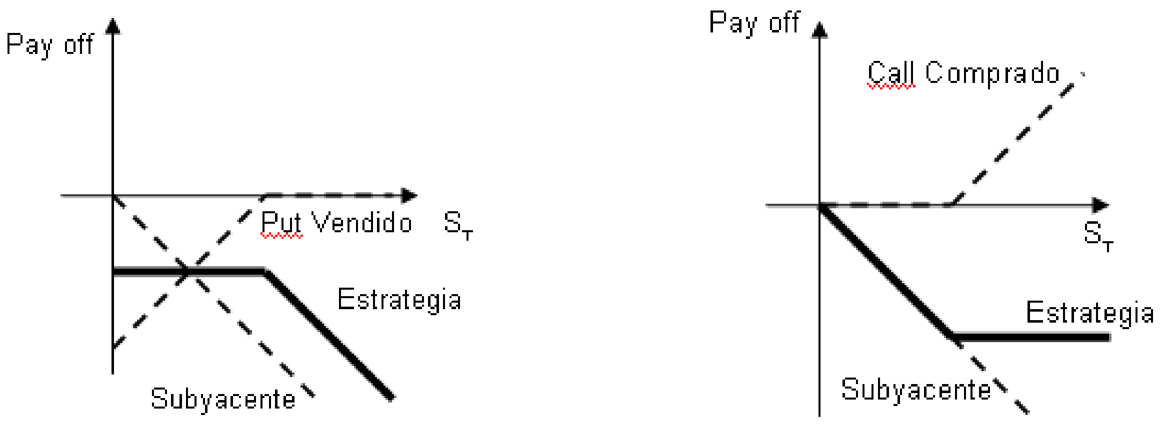
Esta estrategia también puede ser interpretada como un *seguro* pero, en este caso, *para el inversor que posee una unidad de acción*. De esta manera, el seguro se establece un límite inferior de K para el valor de la inversión realizada.

> ***Ejemplo 87*** Un inversor tiene una cartera compuesta por una unidad de una acción que está valuada en $30, y teme una gran pérdida en el valor de su cartera. Para evitarlo, compra una Opción de Venta sobre el activo que posee. Esta opción tiene un precio de ejercicio de $25, un vencimiento en cinco meses, y el valor de su prima es de $0,50. Si se asume que, en la fecha de vencimiento, el precio del activo es de $15, entonces la estrategia tiene un pay off de $ 25, y contrarresta de esa manera al menos una parte de la pérdida que temía.

Otros tipos de estrategias que involucran una unidad de subyacente y una unidad de opción, son los casos opuestos a los mencionados anteriormente. Éstas pueden observarse en la Figura 102. En el gráfico de la parte (a) de la dicha figura se observa el pay off de una estrategia que consiste en vender una acción y comprar una Opción de Venta, mientras que, en la parte (b), la estrategia consiste en vender una acción y lanzar una Opción de Venta.

Para interpretar correctamente estas últimas estrategias debe comprenderse que la venta del activo subyacente al momento inicial implica la compra posterior, con el fin de recuperar el activo.

Figura 102



(a) **(b)**

Estrategias de brecha (Spread strategies)

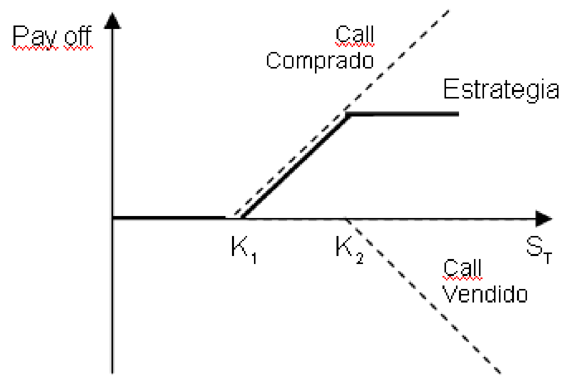
Existe, además, otro grupo de estrategias compuestas sólo por una clase de Opción. Estas estrategias están compuestas, por ejemplo, por diferentes posiciones en Opciones de Compra (o de Venta), con el mismo o diferente precio de ejercicio y con la misma o diferente fecha de vencimiento. Estas estrategias son llamadas “estrategias de brecha”.

En las Figuras 103 y 104 se representan dos estrategias llamadas *bull spread* que consisten en la compra y venta al mismo tiempo de dos Opciones del mismo tipo pero con distinto precio de ejercicio.

La estrategia de la Figura 103 consiste en la adquisición de una Opción de Compra y el lanzamiento de otra. Ambas opciones tienen la misma fecha de vencimiento, y el precio de ejercicio de la Opción que es lanzada, K_2, tiene que ser mayor que el precio de ejercicio de la opción que es tomada, K_1. El costo de esta estrategia es $c_1 - c_2$, y el pay off es:

$$\begin{cases} K_2 - K_1 & si \;\; S_T > K \\ S_T - K_1 & si \;\; K_1 \leq S_T \leq K_2 \\ 0 & si \;\; S_T < K_1 \end{cases}$$

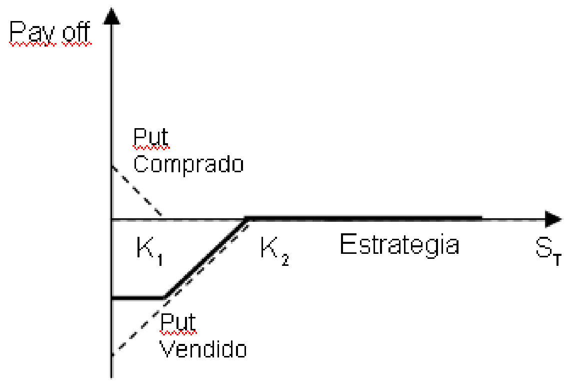
Figura 103



La segunda estrategia (Figura 104) utiliza Opciones de Venta. Ésta consiste en comprar una Opción de Venta y lanzar otra. Al igual que en el caso anterior, ambas Opciones tienen la misma fecha de vencimiento, y el precio de ejercicio de la opción que es lanzada, $\boldsymbol{K_2}$, tiene que ser mayor que el precio de ejercicio de la opción que es comprada, $\boldsymbol{K_1}$. El costo asociado con esta estrategia es $\boldsymbol{p_1} - \boldsymbol{p_2}$, y su pay off es:

$$\begin{cases} \mathbf{0} & \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{S_T} > \boldsymbol{K} \\ -(\boldsymbol{K_2} - \boldsymbol{S_T}) & \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{K_1} \leq \boldsymbol{S_T} \leq \boldsymbol{K_2}. \\ -(\boldsymbol{K_2} - \boldsymbol{K_1}) & \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{S_T} < \boldsymbol{K_1} \end{cases}$$

Figura 104



Ejemplo 88 Un inversor tiene la expectativa de una suba en el precio de una acción que está valorada en $14 y decide invertir en una en una estrategia bull spread usando Opciones de Compra. Así, lanza una Opción de Compra sobre la acción con un precio de ejercicio de $14 pagando una prima de $0,30, y adquiere una Opción de Compra con un precio de ejercicio de $20 pagando una prima de $0,20. Ambas opciones vencen en dos meses. El costo de la estrategia es $\$\mathbf{0,30}$ – $\$\mathbf{0,20} = \$\mathbf{0,10}$.

Si luego de dos meses el precio de la acción ha ascendido a:

(a) $19, el pay off de la estrategia es $\$\mathbf{19}$ – $\$\mathbf{14} = \$\mathbf{5}$.

(b) $23, el pay off de la estrategia es $\$\mathbf{20}$ – $\$\mathbf{14} = \$\mathbf{6}$.

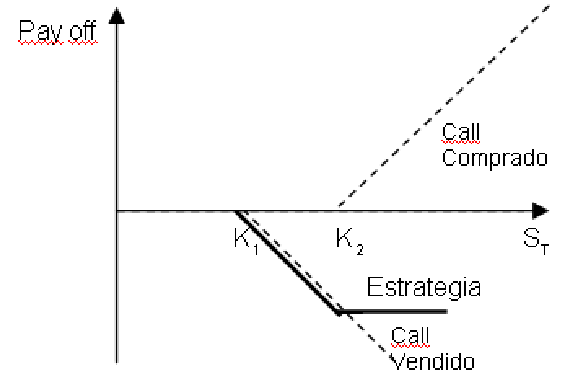
Hay otra estrategia llamada *bear spread*. Esta estrategia, al igual que el bull spread, es construida mediante la compra y venta al mismo tiempo de dos opciones de igual tipo. La diferencia es que, en este caso, el precio de ejercicio de la Opción tomada debe ser mayor que el precio de ejercicio de la Opción lanzada.

Por un lado, el bear spread utilizando Opciones de Compra consiste en adquirir una Opción de Compra y vender otra. Las dos opciones tienen la misma fecha de vencimiento, y el precio de ejercicio de la Opción que es comprada, $\boldsymbol{K_2}$, tiene que ser mayor que el precio de ejercicio de la Opción que es vendida, $\boldsymbol{K_1}$. El costo de esta estrategia es $\boldsymbol{c_2 - c_1}$, y su pay off es:

$$\begin{cases} -(K_2 - K_1) & si \quad S_T > K_2 \\ -(S_T - K_1) & si \quad K_1 \le S_T \le K_2. \\ 0 & si \quad S_T < K_1 \end{cases}$$

En la siguiente figura, se ilustra el pay off de esta estrategia:

Figura 105

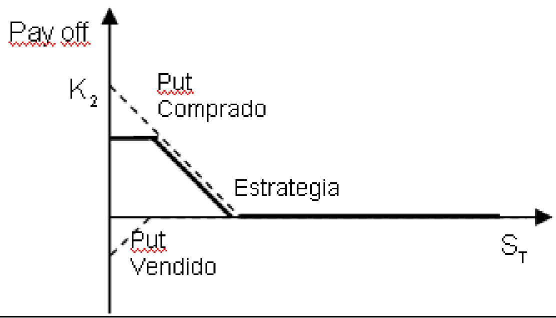


Por otro lado, la estrategia bear spread utilizando Opciones de Venta consiste en el lanzamiento de una y la adquisición de otra. Al igual que en el caso de los Calls, las dos Opciones de Venta vencen en la misma fecha, y el precio de ejercicio de la Opción comprada, $\boldsymbol{K_2}$, debe ser mayor que el precio de ejercicio de la Opción que es lanzada, $\boldsymbol{K_1}$. El costo asociado con esta estrategia es de $\boldsymbol{p_2 - p_1}$, y el pay off está dado por:

$$\begin{cases} 0 & si \quad S_T > K_2 \\ K_2 - S_T & si \quad K_1 \le S_T \le K_2. \\ K_2 - K_1 & si \quad S_T < K_1 \end{cases}$$

En la siguiente figura se ilustra el pay off de un bear spread utilizando Opciones de Venta:

Figura 106



Ejemplo 89 Un inversor tiene la expectativa de que el precio de una acción que está valuada en $20 caerá, y decide invertir en una estrategia bear spread utilizando Opciones de Venta. Así, lanza una Opción de Venta sobre la acción con un precio de ejercicio de $15 recibiendo una prima de $0,30 y compra una Opción de Venta con un precio de ejercicio de $20 pagando una prima de $0,40. Ambas Opciones tienen la misma fecha de vencimiento en tres meses. Esta operación implica un costo de $\$\boldsymbol{0,40}$ – $\$\boldsymbol{0,30} = \$\boldsymbol{0,10}$.

Si en tres meses el precio del activo subyacente ha caído a:

(a) \$16, entonces el pay off de la estrategia es $\$\mathbf{20} - \$\mathbf{16} = \$\mathbf{4}$.

(b) \$13, entonces el pay off será $\$\mathbf{20} - \$\mathbf{15} = \$\mathbf{5}$.

Estrategias Combinadas

Este grupo de estrategias está compuesto por diferentes posiciones en Opciones de Compra y de Venta sobre el mismo activo subyacente, con el mismo o diferentes precios de ejercicio y con la misma o diferente fecha de vencimiento.

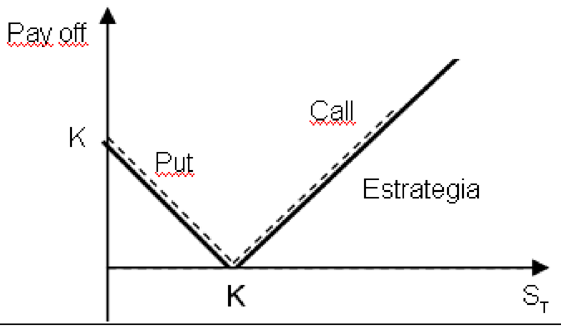
Una de estas estrategias es llamada "*straddle*", y consiste en la adquisición de una Opción de Compra y una Opción de Venta, sobre el mismo subyacente, con el mismo precio de ejercicio y la misma fecha de vencimiento. Esta estrategia es beneficiosa en los casos en que hay expectativas de movimientos en el precio, ya sean movimientos a la suba o movimientos a la baja.

El costo de la estrategia straddle es *c+p*, y el pay off de la misma es:

$$\begin{cases} \boldsymbol{S_T - K} & \boldsymbol{si\ S_T \geq K} \\ \boldsymbol{K - S_T} & \boldsymbol{si\ S_T < K} \end{cases}$$

En la figura siguiente se observa con líneas punteadas los los pay off de las Opciones de Compra y Venta de la estrategia, y con trazo grueso el pay off de la Straddle.

Figura 107



Ejemplo 90 Un inversor, que tiene la expectativa de que el precio de una acción bajará o subirá (pero no permanecerá constante), decide invertir en una estrategia straddle. El precio actual de la acción es de \$10. El inversor toma una Opción de Compra sobre la acción con un precio de ejercicio de \$10 pagando una prima de \$0,20 y una Opción de Venta con el mismo precio de ejercicio, pagando por ella una prima de \$0,25. Ambas opciones vencen, el mismo día, en un mes. El costo de esta estrategia es $\$\mathbf{0,20} + \$\mathbf{0,25} = \$\mathbf{0,45}$.

Si luego de un mes el precio de la acción ha variado a:

(a) \$ 16, entonces el pay off de la estrategia es $\$\mathbf{16} - \$\mathbf{10} = \$\mathbf{6}$.

(b) \$ 5, entonces el pay off será $\$\mathbf{10} - \$\mathbf{5} = \$\mathbf{5}$.

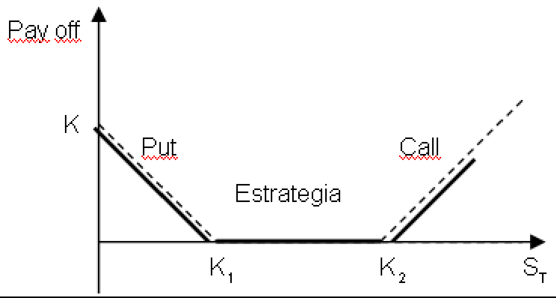
Otro tipo de estrategia combinada es la "*strangle*". Al igual que la straddle, consiste en la adquisición de una Opción de Compra y una de Venta sobre el mismo activo subyacente y con la misma fecha de vencimiento, pero con diferentes precios de ejercicio. El precio de ejercicio de la Opción de Compra debe ser mayor que el precio de ejercicio de la Opción de Venta. Esta estrategia es beneficiosa, al igual que el straddle, cuando se tienen expectativas de movimientos en el precio del subyacente, ya sean a la baja o a la suba. Pero la magnitud en el movimiento del precio que se espera tiene que ser mayor que en el caso del straddle.

El costo de esta estrategia es $\boldsymbol{p + c}$, y su pay off será:

$$\begin{cases} \boldsymbol{S_T - K_2} & \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{S_T > K} \\ \boldsymbol{0} \quad \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{K_1 \leq S_T \leq K_2} & \\ \boldsymbol{-(S_T - K_1)} & \boldsymbol{si} \;\; \boldsymbol{S_T < K_1} \end{cases}$$

En la siguiente figura se observa el pay off de la estrategia:

Figura 108



Ejemplo 91 Un inversor tiene la expectativa de que el precio de una acción se moverá fuertemente dentro de los próximos dos meses, y decide invertir en una estrategia strangle. El precio actual de la acción es de \$10. El inversor toma una Opción de Compra sobre la acción con un precio de ejercicio de \$11 pagando una prima de \$0,10, y una Opción de Venta con precio de ejercicio \$9, pagando por ella una prima de \$0,15. Ambas Opciones vencen el mismo día, dentro de dos meses. El costo de esta estrategia es $\$\mathbf{0,20} + \$\mathbf{0,25} = \$\mathbf{0,45}$.

Si luego de un mes el precio de la acción ha variado a:

(a) \$ 12.-, entonces el pay off de la estrategia es $\$\mathbf{12} - \$\mathbf{11} = \$\mathbf{1}$ (el inversor ejerce el Call).

(b) \$ 7.-, entonces el pay off será $\$\mathbf{9} - \$\mathbf{7} = \$\mathbf{2}$ (el inversor ejerce el Put).

(c) \$9,50.-, entonces el pay off es \$0 (al inversor no le conviene ejercer ninguna de las Opciones adquiridas).

Otras estrategias

Existen muchas estrategias que no fueron desarrolladas en esta sección. Por ejemplo, en el grupo de las estrategias de brecha, puede mencionarse: butterfly spread, calendar spread, diagonal spread. Dentro del grupo de las combinadas, otras estrategias son: strap, strip, etc. Existen, también, algunas estrategias que no son incluidas en ninguno de los grupos mencionados. Puede construirse un gran número de patrones de pay off utilizando opciones. Algunos de ellos pueden jugar el rol de seguros mientras que otros pueden jugar un rol especulativo.

Referencias

ASERCA, 1999. Dirección General de Operaciones Financieras, *La administración de riesgos en el sector agrícola*, presentado en el Taller de Cobertura de Precios de Productos Agrícolas. Universidad Autónoma de Tamaulipas, Ciudad Reynosa, Tamaulipas.

Bolsa de Comercio de Rosario, 2003. *Manual del operador del Mercado de Granos*. Rosario: Ediciones Capacitación & Desarrollo de Mercados.

Chance, D. M., 1998. *An introduction to derivatives*. Fort Worth: Dryden Press.

Chance, D. M., *An introduction to derivatives & risk management*, Mason, Ohio, Thomson South-Western, 2004.

Global Agro Mercados Agrícolas y Financieros, 2003. *Aplicación de coberturas en un caso real*, disponible en http://www.globalagro.com.ar.

Hull, J. C., 2013. *Fundamentals of futures and options markets.* 8va. Edición. Pearson.

Hull, J. C., 2014. Options, Futures and other Derivatives (9ª ed.). Pearson.

Liaw, K. T. & Moy, R. L., 2001. *The Irwin guide to stocks, bonds, futures and options: a comprehensive guide to Wall Street's markets.* New York: McGraw Hill.

Lecturas complementarias:

Alghalith, M. & University of St. Andrews. Dept. of Economics, 2002. *The derived demand with hedging cost uncertainty in the futures markets: note and extensions*. St. Andrews: St. Salvator's College.

Ansbacher, M. G., 2000. *The new options market.* New York.

Battley, N. & European Bond Commission, 2000. *The world's futures & options markets.* Chichester: Wiley.

Bernstein, J., 2000. *How the futures markets work.* New York: New York Institute of Finance.

Bernstein, J., 2004. *An introduction to derivatives & risk management*, Mason, Ohio: Thomson South-Western.

Biolatto, D., 2001. *Historia de los Mercados*. Rosario: Investigación & Desarrollo Bolsa de Comercio de Rosario.

Chance, D. M. & Institute of Chartered Financial Analysts Research Foundation, 2000. *Managed futures and their role in investment portfolios*. Malden, Mass, Oxford: Blackwell.

Fernández, D., 1998. *Análisis técnico de Futuros*. Rosario: Investigación & Desarrollo Bolsa de Comercio de Rosario.

Goss, B. A., 2000. *Models of futures markets.* London: Routledge.

Grignafini, A., 1998. *Estrategias con Futuros y Opciones.* Rosario: Investigación & Desarrollo Bolsa de Comercio de Rosario.

Heywood, J., 1984. *Using the futures, forwards, and options markets.* London.

Malliaris, A. G., 1997. *Futures markets.* Cheltenham: Edward Elgar.

Marlow, J., 2001. *Option pricing: black-scholes made easy: a visual way to understand stock options, option prices, and stock-market volatility.* New York.

Mas, M. S., 2001. *Regulaciones en los mercados de futuros*. Rosario: Investigación & Desarrollo Bolsa de Comercio de Rosario.

Molina, E., 2017. *Los Mercados De Derivados Y Las Economías Emergentes*. La Habana: Centro de Investigaciones de Economía Internacional.

Morgan, C. W. & University of Nottingham Centre for Research in Economic Development and International Trade, 2000. *Commodity futures markets in LDCs: a review and prospects,* Nottingham: Centre for Research in Economic Development and International Trade University of Nottingham.

Morris, K. M. & Morris, V. B., 1999. *The Wall Street journal guide to understanding money & investing*. New York: Lightbulb Press.

Ortolani, L., 2001. *Futuros y opciones y su beneficio en la proyección económica de los productores agropecuarios*. Rosario: Investigación & Desarrollo Bolsa de Comercio de Rosario.

Redhead, K., 1996. *Financial derivatives: an introduction to futures, forwards, options and swaps,* London: Prentice Hall.

Schwager, J. D., 1984. *A complete guide to the futures markets: fundamental analysis, technical analysis, trading, spreads, and options.* New York: J. Wiley.

Securities and Futures Authority & Joint Exchanges Committee, 1991. *The British derivatives markets handbook.* London: Published in association with the Securities and Futures Authority and the Joint Exchanges Committee by Charles Letts & Co.

Taylor, F., 2003. *Mastering foreign exchange & currency options: a practical guide to the new market place.* Harlow: FT Prentice Hall.

Vaillant, C., 1997. *Futures markets for agricultural commodities in developing countries.* Nottingham: Centre for Research in Economic Development and International Trade University of Nottingham.

Vignolo, B., 2001. *Aplicaciones de Futuros Financieros*. Rosario: Investigación & Desarrollo Bolsa de Comercio de Rosario.

Winstone, D., 1995. *Financial derivatives: hedging with futures, forwards, options and swaps*. London: Chapman & Hall.

Otras fuentes consultadas:

http://www.matba.com.ar, Mercado a Término de Buenos Aires, Argentina.

http://www.rofex.com.ar, Rosario Futures Exchange, Argentina.

http://www.byma.com.ar, Bolsas y Mercados Argentinos, Argentina.

http://www.bcr.com.ar, Bolsa de Comercio de Rosario, Argentina.

http://www.bolsadecereales.com, Bolsa de Cereales de Buenos Aires,

Argentina.

http://www.bmfbovespa.com.br, BM&FBOVESPA, Brasil.

http://www.mexder.com.mx, Mexican Derivatives Exchange, México.

http://www.bolsadesantiago.com, Bolsa de Comercio de Santiago, Chile.

http://www.futuresindustry.org, Futures Industry Association.

http://www.cmegroup.com, CME Group.

http://www.bis.org, Bank for International Settlements.

APENDICE: Instrumentos Derivados

Conceptos Generales

En los últimos años, y debido a su gran capacidad para ser utilizados en la gestión del riesgo, los mercados de instrumentos derivados han cobrado relevancia en todo el mundo. Diferentes tipos de contratos forward, swaps, opciones, futuros y otros tipos de derivados son negociados por instituciones financieras y/o diferentes agentes en el mercado over the counter (OTC).

Un *instrumento derivado* es un instrumento financiero cuyo valor depende del precio de otro activo llamado activo subyacente. Los activos subyacentes son diversos y están limitados, exclusivamente, por la imaginación de los agentes económicos. Como ejemplo, podemos citar: activos físicos, activos financieros, tasas de interés e índices económicos y financieros.

Los instrumentos derivados más conocidos y utilizados son los Contratos Diferidos (Futuros y Forwards) y las Opciones.

Contratos Diferidos: Futuros y Forwards

Un Contrato Diferido es un acuerdo entre dos partes que se constituye para realizar una transacción comercial en el futuro. El precio al cual se llevará a cabo dicha transacción, las características del bien que será entregado (el activo subyacente) y la fecha de entrega se acuerdan en el momento inicial en que se realiza el contrato. Al tratarse de un contrato bilateral en el que ambas partes asumen obligaciones, en principio equitativas, el acordar un contrato diferido no debe significar un costo para ninguna de las partes involucradas.

Cuando se trata de un contrato cuyo bien estipulado es una tasa de interés, la entrega del bien no se lleva a cabo. En estos casos, se paga la diferencia de la tasa acordada con la tasa vigente a la fecha de entrega aplicada sobre un capital de referencia establecido en el contrato. Asimismo, cuando se tratan de índices, la liquidación se realiza por diferencias en efectivo (*cash settlement*).

De todas maneras, es necesario señalar que los Futuros y Forwards son dos tipos de Contratos Diferidos que, si bien tienen las características descritas en el párrafo anterior, presentan ciertas diferencias entre sí.

Opciones

Una Opción es un contrato en el que una parte (el lanzador) asume la obligación de llevar a cabo la transacción en caso de que la otra parte (el tomador) desee realizarla.

A diferencia de los Contratos Diferidos, en los que ambas partes están obligadas a efectuar la transacción bajo las condiciones establecidas al realizar el contrato, en las Opciones una parte asume una obligación en tanto que la otra adquiere un derecho. Por lo tanto, el tomador tiene derecho a llevar a cabo la transacción mientras el lanzador tiene la obligación de realizarla si así lo desea el tomador. Debido a esta desigualdad en los compromisos de cada parte, el lanzador recibirá una suma de dinero del tomador para aceptar su obligación. Por el contrario, este último deberá pagar para adquirir su derecho. Este precio, aquel que paga el tomador, recibe el nombre de *Prima.*

Las opciones pueden clasificarse de acuerdo con el derecho que adquiere el tomador y a la fecha en la que el tomador puede ejercer su derecho:

- De acuerdo con el derecho adquirido:
  - Opciones de Compra (Call): el tomador de la Opción, mediante el pago de la prima, adquiere el derecho a comprar el activo subyacente de acuerdo con las condiciones del contrato, en tanto que el lanzador tiene la obligación de venderlo.
  - Opciones de Venta (Put): el tomador tiene el derecho a vender el bien, mientras que el lanzador está obligado a comprarlo.
- De acuerdo con la fecha en que se puede ejercer el derecho:
  - Europeas: el tomador *puede ejercer su derecho exclusivamente en la fecha de vencimiento (fecha de ejercicio)*, la cual está establecida en el contrato.
  - Americanas: el tomador *puede ejercer su derecho en cualquier momento*, desde que adquiere la opción hasta la fecha de vencimiento de esta.

Otros derivados

Los activos subyacentes de un instrumento derivado están limitados exclusivamente por la imaginación de los agentes. Es importante señalar que lo mismo sucede con las características de los derivados en sí. Los Forwards, Futuros y Opciones son los instrumentos derivados más sencillos y utilizados en el mundo. Sin embargo, con el transcurso de los años se han desarrollado otros instrumentos que presentan diversas características. A continuación, se citan algunos ejemplos:

- Bonos emitidos por empresas, que no pagan intereses. De todas maneras, es necesario tener en cuenta que si el precio del producto que comercializa la empresa está por encima de un monto especificado en el contrato se abona, en función de dicho exceso, un monto adicional al Valor Nominal del bono.
- Bonos en los cuales el Valor Nominal a recibir por el tenedor al vencimiento está en función del tipo de cambio.
- Contratos a Término Flexibles en los cuales, en lugar de especificar el precio de entrega, se determina un máximo y un mínimo para el mismo. Si el precio en el mercado disponible está entre el máximo y el mínimo, se paga el precio disponible. Si supera el máximo, o cae por debajo del mínimo, se pagará el límite establecido.

Utilización de Derivados

Los mercados de instrumentos derivados se han desarrollado de manera impresionante a lo largo de los últimos años. Esto se debe a la creciente complejidad que fueron adquiriendo los mercados en general por efecto de la globalización.

Hoy en día, los hechos que suceden en un mercado del mundo repercuten en todos los demás. Ejemplos de este fenómeno son la crisis de México en el año 1995, la crisis de los países asiáticos del año 1999, la crisis argentina del año 2001 y la crisis financiera de Estados Unidos de 2008-2009. Por ello, los riesgos a los que se enfrentan los participantes de los mercados financieros han crecido. Sin embargo, el efecto dominó que produce una crisis no afecta solamente a los participantes del mercado financiero: por el contrario, repercute sobre toda la economía mundial. De esta manera, un pequeño productor agrícola se puede ver afectado por la caída en el precio mundial de su producto, o un importador se puede ver perjudicado ante una devaluación.

Debido a estos riesgos que enfrentan los agentes económicos en general, es atractivo pensar en la utilización de ciertos instrumentos que permitan atenuar el impacto de un suceso económico adverso. Los derivados -como se analizará más adelante- son, justamente, instrumentos que presentan tales virtudes. A su vez, si se pretende que dichos instrumentos puedan ser utilizados para protegerse de movimientos perjudiciales en los precios, deben existir agentes en el mercado que estén dispuestos a asumir el riesgo de dichos movimientos.

Pensemos en un ejemplo para aclarar la explicación: cuando se contrata un seguro no se elimina el riesgo de que el siniestro suceda, sino que se transfieren las consecuencias económicas del siniestro a la compañía aseguradora. Con los derivados pasa algo similar: el pequeño productor no elimina el riesgo de la caída de precio de su producto. Por el contrario, las consecuencias de dicho evento son trasladadas al mercado.

De esta manera surgen los dos principales agentes que utilizan los instrumentos derivados: aquellos que desean cubrirse del riesgo de movimientos en el precio de un producto (*hedgers*) y quienes están dispuestos a asumir dicho riesgo (*especuladores*).

Cobertura

Los Contratos Diferidos y las Opciones pueden ser utilizadas por diversos agentes de la economía a fin de evitar -o al menos atenuar- las consecuencias adversas de los movimientos en el precio.

Si se considera a un productor agrícola, es lógico suponer que éste estará interesado en conocer el precio al cual venderá su producción. Si al momento de la siembra piensa que podrá vender su cosecha a un precio determinado, pero, debido a una superproducción mundial, se produce un exceso de oferta que hace que el precio caiga abruptamente, las consecuencias pueden ser fatales. Para evitarlo, el productor puede tomar una posición vendedora en el mercado diferido y fijar el precio al cual venderá su cosecha. Mediante esta acción, evitará los efectos negativos de una caída en el precio, pero también se privará de los beneficios que podría obtener en caso de que se produzca un alza.

A su vez, si se observa a un importador que necesitará una suma determinada de dólares en el futuro para realizar una compra, éste podrá evitar el riesgo de una trepada en el tipo de cambio tomando posición en un Contrato Diferido. Lógicamente, al igual que en el caso anterior, si el tipo de cambio a la hora de realizar la compra es favorable, no gozará de ello debido a que fijó, con anterioridad, el precio al cual comprará la moneda extranjera.

De esta manera, *los Contratos Diferidos permiten a los agentes fijar el precio* al cual venderán su producción o adquirirán insumos necesarios para llevar a cabo su actividad.

Las Opciones cumplen un rol similar, aunque tienen la ventaja de que los movimientos favorables en el precio del activo de interés pueden ser aprovechados por los inversores. De esta manera, el productor agrícola puede adquirir un Put (Opción de Venta) fijando precio mínimo al que venderá su producción. Si, al momento de la cosecha, el precio al cual puede vender su producto en el mercado disponible es superior al precio acordado en el contrato de opción, el derecho adquirido al tomar la opción no será ejercido. Sin embargo, perderá la prima pagada al lanzador del Put. Por otro lado, el importador estará interesado en tomar un Call (Opción de Compra) sobre dólares, fijando el tipo de cambio máximo que pagará al momento de realizar la compra. Si el tipo de cambio corriente, al momento en el cual el importador debe realizar la compra en el extranjero, está por debajo del tipo de cambio acordado en la Opción, el individuo no ejercerá su derecho y comprará los dólares en el mercado disponible. Nuevamente, la prima abonada al lanzador es perdida.

De acuerdo con lo expuesto, l*as Opciones de Venta (Put) permiten fijar el precio mínimo al cual se venderá un producto* mientras que, *las Opciones de Compra (Call), permiten fijar el precio máximo que se pagará por un bien*.

Especulación

Los especuladores son otros agentes que juegan un rol fundamental en los mercados de derivados. Un especulador es un individuo que participa en el mercado financiero con el objetivo de obtener una rentabilidad por las operaciones realizadas, anticipándose a los movimientos en el precio. Efectúa compras cuando espera que el precio suba y, luego de un período, efectúa la venta quedándose con la diferencia. Hace lo contrario en caso de que espere una caída en el precio de un activo.

Un individuo que desea cobertura podrá tomar una posición vendedora (posición corta) en un Contrato Diferido solamente si encuentra una contraparte que desee situarse en una posición compradora (posición larga). Esta última puede ser una persona que necesite el bien y desee fijar el precio de compra, o bien un especulador que prevé una suba en el precio del activo. Al no interesarle la tenencia del subyacente, al vencimiento del contrato el especulador comprará el bien al precio acordado e inmediatamente lo venderá. Si el precio en el mercado disponible está por encima del acordado en el contrato, tal cual él anticipó, obtendrá como ganancia la diferencia entre el precio disponible y el precio acordado en el Contrato Diferido. Sin embargo, afronta el riesgo de que el precio disponible sea inferior al acordado, en cuyo caso perderá dicha diferencia.

En las Opciones, el caso de la especulación es más notorio que en los Contratos Diferidos. Al lanzar una opción, un individuo recibe una prima y no tiene otro objetivo que quedarse con la misma sin que la opción sea ejercida. Así, un individuo lanzará un Call cuando espere una caída en el precio del subyacente y, en ese caso, el tomador no ejercerá la opción, ya que podrá adquirir el bien a un precio inferior si realiza la compra en el mercado disponible. Por otro lado, lanzará un Put cuando espere una trepada en el precio, ya que el tomador obtendrá una suma mayor si efectúa la venta al contado y no ejercerá la opción.

Cabe destacar que las Opciones también son tomadas por especuladores. Si el agente anticipa una caída en el valor disponible de un activo tomará un Put y, si el precio efectivamente cae, venderá el activo a un precio superior a su costo de mercado. Cuando espere una trepada en el precio disponible, un especulador tomará un Call y, si el precio efectivamente sube, comprará el activo al precio establecido en la Opción y lo venderá inmediatamente en el mercado disponible a un precio superior.

Resulta interesante considerar ciertas clasificaciones que se suelen hacer de los especuladores y que responden a diferentes criterios:

- De acuerdo con la posición tomada, se los puede clasificar en:
  - Compradores.
  - Vendedores.
- Teniendo en cuenta el volumen de las posiciones tomadas, los entes reguladores suelen realizar una clasificación particular.
- Si se considera la forma en que analizan el comportamiento de los precios:
  - Análisis Fundamental.
  - Análisis Técnico.
- Tomando como referencia la manera de operar:
  - Position traders: mantienen su posición durante un determinado tiempo.
  - Day traders: toman posiciones que son cerradas el mismo día en que se abren.
  - Scalpers: operan grandes volúmenes buscando pequeños márgenes de ganancias, generalmente considerando la diferencia entre la cotización compradora y vendedora (bid-ask spread).

- Sreaders: realizan arbitrajes entre diferentes meses de contratación de un producto, entre precios de distintos mercados, entre precios de distintos productos que están relacionados (poroto, harina y aceite de soja) o entre precios de contado o spot y de futuro del mismo producto.

La existencia de este último tipo de especuladores (Sreaders) en el mercado será de fundamental importancia cuando, en el Capítulo 1, se traten las cuestiones relacionas con la determinación de los precios forward y futuro de ciertos activos.

Cobertura y Especulación: coexistencia en el mercado

La coexistencia dentro del mercado de ambos tipos de agentes (hedgers y especuladores) es necesaria para su correcto funcionamiento.

A priori, se tiene una mala imagen de los especuladores, ya que se presume que desean obtener ganancias a costa de las pérdidas del resto de los inversores. Sin embargo, su actividad es fundamental debido a que son ellos quienes asumen los riesgos que desean evitar los hedgers. La ganancia que obtienen, en caso de acertar en sus pronósticos, no es ni más ni menos que el pago por su actividad: asumir los riesgos cedidos por el resto de los agentes.

Finalmente, la convivencia de los especuladores y los hedgers es de suma importancia para que el mercado se desarrolle de manera adecuada y sus funciones económicas, que serán analizadas más adelante, sean aprovechadas al máximo.

Arbitrajistas

Los arbitrajistas son el tercer grupo de importancia dentro del mercado de derivados. Hacer operaciones de arbitraje significa obtener ganancias libres de riesgo a través de las operaciones en dos o más mercados. Estas operaciones pueden ser realizadas en mercados de futuros y/o de opciones. Se debe considerar que las oportunidades de arbitraje están disponibles en el mercado por un lapso corto de tiempo.