



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas



**Instituto de Investigaciones en Administración,
Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión
(IADCOM)**

Centro de Investigación
en Métodos Cuantitativos
Aplicados a la Economía y la Gestión
(CMA)

XII JORNADAS NACIONALES Y LATINOAMERICANAS ACTUARIALES

2011

TOMO I

Editores:

María Teresa Casparri
Alicia Bernardello
Javier García Fronti
Ana Silvia Vilker

XII Jornadas Nacionales y Latinoamericanas Actuariales 2011 / María Teresa Casparri ... [et.al.] ; dirigido por María Teresa Casparri. - 1a ed. - Buenos Aires : Universidad de Buenos Aires, 2012.

256 p. ; 20x15 cm.

ISBN: 978-950-29-1386-5

1. Economía. 2. Actas de Congreso. I. Casparri, María Teresa. II. Casparri, María Teresa, dir. CDD 330

Fecha de catalogación: 03/08/2011

Presidente de las Jornadas

Prof. Dr. Alberto Edgardo Barbieri

Comité Ejecutivo

María Teresa Casparri

María Alejandra Metelli

Lidia Rosignuolo

José Luis Franza

Angel Trossero

Comité Académico

Enrique Dieulefait

Víctor Hugo Bagnati

Emilio Antonio Machado

Jorge Somoza

Víctor Alvarez

Alberto Sáenz

Comité Organizador

Alicia Blanca Bernardello

Juan Ramón Garnica Hervás

Javier García Fronti

Miguel Ángel Simoes

Liliana Norma Silva

Alejandro Simón

Aldo Omar Vicario

Juan Miguel Massot

Editor Responsable:

Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados
a la Economía y la Gestión (CMA)

Facultad de Ciencias Económicas – (UBA)

Av. Córdoba 2122 2º piso

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina

Tel/Fax 0054 (011) 4370-6139; cma@econ.uba.ar

Índice

TOMO I

- 7 **Acerca de los autores**
- 13 **Prólogo**
- 15 **Una metodología optimizadora para el cálculo de la distribución de sumas de variables aleatorias**
Javier Ernesto Barraza
- 37 **Principios básicos del seguro de la International Association of Insurance Supervisors (IAIS)**
Patricia Dora García y Eduardo Melinsky
- 47 **Un modelo “complejo” de inversión**
Esteban Otto Thomasz y Felipe Rearte Kennedy
- 61 **Análisis de transiciones y del stock de siniestros provenientes de la ley de riesgos de trabajo**
Liliana Silva y Esteban Cervetto
- 77 **Aplicación de los conjuntos borrosos a la definición de parámetros indicadores de salud**
Luisa L. Lazzari y Patricia I. Moulia
- 91 **Análisis económico y financiero del mercado asegurador**
Mario Alejandro Wolansky
- 115 **Intervalo de confianza para la reserva IBNR**
Anabel Aldana y Leonardo Berinstein
- 141 **El impacto de la inflación en las decisiones financieras**
Gustavo Tapia

- 157 **Dos herramientas para una regulación macroprudencial eficiente del sistema financiero argentino**
María Teresa Casparri y Pablo M. Herrera
- 167 **Estimación del valor en riesgo mediante teoría de valores extremos. Aplicación a la determinación de capitales mínimos regulatorios**
Adrián F. Rossignolo y Víctor A. Alvarez
- 233 **Medición de riesgo de tasa de interés: una aplicación mediante simulación de Monte Carlo**
Laura Josefina Arias, Mauro E. Speranza y Roberto Dario Bacchini

TOMO II

- 15 **Análisis patrimonial dinámico**
Alfredo Boietti y Eduardo Melinsky
- 55 **Precios internacionales de *commodities* y ciclo económico: el caso de Latinoamérica**
Verónica Caride, Mauro de Jesús y Ana Silvia Vilker
- 75 **Teoría de la credibilidad: aplicación a los seguros de vida de saldos deudores**
Pablo Zbinden y Paula Mutchinick
- 107 **Metodologías tradicionales y las opciones reales en las decisiones de inversión en la industria del turismo**
María Eugenia De Simoni
- 115 **Solvencia II: Capital basado en riesgos**
Milagros Fernández Villa y Paula Mutchinick
- 133 **La mortalidad infantil en la Ciudad de Buenos Aires: una aplicación del esquema de Lexis**
Pablo Caviezel

- 151 **Modelos dinámicos de mortalidad**
María Alejandra Metelli y Paula Mutchinick
- 175 **Modelización de tarifas en seguros de riesgo de trabajo utilizando metodologías Bayesianas**
Roberto Eugenio Zareba y María Alejandra Metelli
- 221 **Repensando la modelización, los problemas cualitativos, la investigación de operaciones y la estadística desde la subjetividad y las ideas Zadhianas**
Emilio A. Machado, María Teresa Casparri, Pablo E. García y Juan Ramón Garnica Hervas
- 233 **Ahorro previsional voluntario: características y situación en Centro y Sudamérica**
Raúl Rodríguez Vidal y Edith Sequeira

ACERCA DE LOS AUTORES

Anabel Aldana

Graduada en la carrera de Actuario en Economía y Auxiliar docente de Cálculo Financiero y Administración Financiera de la Facultad de Ciencias Económicas, UBA. Se desempeña como Actuarial de Seguros Generales en Zurich Argentina.

Víctor Adrián Álvarez

Actuario y Profesor Titular Ordinario de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesor en Matemática del Instituto Superior del Profesorado Dr. Joaquín V. González. Director Orientación Administración de Empresas y Profesor Asociado en la Universidad de San Andrés. Fundador de la cátedra Bases Actuariales de Inversiones y Financiaciones FCE, (UBA).

Laura Josefina Arias

Estudiante de la carrera de Actuario con orientación en Economía y auxiliar docente Ad-Honorem de la materia Bases Actuariales de la Inversión y la Financiación en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Roberto Darío Bacchini

Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA) y Especialista en Finanzas de la Universidad de San Andrés. Docente del Área Actuarial y de la Maestría en Gestión Económica y Financiera del Riesgo e investigador del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión en la FCE, (UBA). Profesor de la Universidad de San Andrés.

Javier Ernesto Barraza

Actuario en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesor en Matemática. Ayudante ad-honorem de "Teoría del Equilibrio Actuarial" (riesgo). Se desempeña como Actuario de Reaseguros de MetLife S.A. Seguros de Vida.

Leonardo Berinstein

Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA), titular de Servicios Actuariales desde el año 2002, dedicado al desarrollo de la Consultoría en Seguros, Reaseguros y Pensiones. Fue Profesor Adjunto en la Cátedra de

Teoría del Equilibrio Actuarial (Reaseguro) y desde 2003 es Profesor Adjunto en la Cátedra de Teoría Actuarial de los Seguros Patrimoniales.

Alfredo Boietti

Actuario – Analista funcional Senior e implementador de sistemas de Front Office para entidades financieras. Auxiliar docente en Teoría del Equilibrio Actuarial, (Teoría del Riesgo). Trabajó en Lumina Americas, actualmente reside en el Distrito Federal (México).

Veronica Caride

Magister en Economía, Doctoranda y Docente de la Facultad de Ciencias Económicas, UBA. Con estudios de posgrados en Buenos Aires y en el exterior (Italia y Holanda) en Finanzas Aplicadas, Desarrollo Local y Economía Espacial. Investigadora del Centro de Investigación en Metodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA), Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

María Teresa Casparri

Doctora en Ciencias Económicas, Actuarial, Licenciada en Economía, Contadora pública de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Profesora Emérita. Directora de la Maestría en Gestión Económica y Financiera de Riesgos, del Instituto de Investigación en Administración, Contabilidad y Matemática y del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión de la FCE (UBA). Integrante de comisiones científicas Piubac y de la comisión académica de la Maestría en Docencia Universitaria.

Pablo Caviezel

Actuario de la Unidad de Análisis Demográfico de la Dirección General de Estadística y Censos. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Profesor adjunto de las asignaturas Análisis Numérico y Estadística. Auxiliar docente en Biometría Actuarial, Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Esteban Cervetto

Actuario en la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA. Se desempeña como Actuario en una Aseguradora de Riesgos de Trabajo.

Mauro Andrés De Jesús

Magíster en Finanzas, Universidad Torcuato Di Tella. Licenciado en Finanzas, Facultad de Ciencias Económicas, UADE. Investigador del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA), Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Docente de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA) y de la Universidad Argentina de la Empresa (UADE).

María Eugenia De Simoni

Licenciada en Administración de Empresas, Doctoranda en Administración de Empresas e investigadora del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA) Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Milagros Fernández Villa

Actuaria en economía, estudiante de la maestría en gestión económica y financiera de riesgo y auxiliar docente de Teoría Actuarial de los Seguros Personales, Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Profesora titular de Práctica profesional del actuario II en la Universidad del Salvador.

Patricia Dora García

Actuaria e investigadora del Centro de Investigaciones del Seguro de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Magister en Economía del Gobierno de la Universidad del CEMA.

Pablo E. García

Doctor de la Universidad de Buenos Aires en Filosofía, Investigador Adjunto del CONICET, Profesor Titular de Pensamiento Científico en el Ciclo Básico Común, (UBA), Profesor Asociado en Metodología de las Ciencias Sociales en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Autor de numerosos artículos en publicaciones nacionales e internacionales.

Juan Ramón Garnica Hervás

Profesor Titular de Estadística de Cálculo Financiero y de Estadística para Administradores y Teoría del Caos. Director del Programa de formación docente continua. Subdirector en la carrera de especialización en Docencia Universitaria para Ciencias Económicas. Profesor en el MBA en Administración y del Máster Gestión Actuarial de la Seguridad Social

Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Subdirector del Departamento Pedagógico de Matemáticas de la FCE (UBA).

Pablo Matías Herrera

Licenciado en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Se desempeña como auxiliar docente ad-honorem en la materia Matemática para Economistas y es investigador en formación en el Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA) de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Luisa L.Lazzari

Licenciada en Matemática; Doctora en Economía (Universidad de Valladolid, España); Profesora Titular y Directora de CIMBAGE en la Facultad de Ciencias Económicas, UBA; Directora del Proyecto UBACyT 20020100100025, programación científica 2011-2014.

Emilio A. Machado

Agrimensor y Doctor en Ciencia Físico-Matemáticas de la Universidad Nacional de La Plata. Profesor Emérito y Director del CIMBAGE en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Eduardo Melinsky

Doctor en Ciencias Económicas-Actuariales, Profesor Titular del Área Actuarial y Director del Centro de Investigaciones del Seguro en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Presidente del Instituto Actuarial Argentino y de la Comisión de Actuación Profesional en Entidades Aseguradoras y ART del CPCECABA. Actuario Consultor - Melinsky, Pellegrinelli y Asoc (Corresponsales de Abelica Global)

María Alejandra Metelli

Actuaria de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesora Titular del Grupo de Asignaturas del Área Actuarial, directora del Departamento Pedagógico de Matemática y Coordinadora de la Maestría en Gestión Económica y Financiera de Riesgos en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Patricia I. Moulia

Licenciada en Enseñanza de la Matemática; Profesora Adjunta y subdirectora del CIMBAGE en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Investigadora formada del Proyecto UBACyT 20020100100025, programación científica 2011-2014.

Paula Mutchinick

Actuaria y profesora adjunta de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesora en la Maestría a distancia en Gestión Actuarial de la Seguridad Social, Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social (CIESS) Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Esteban Otto Thomasz

Licenciado en Economía, Magíster en Administración, Doctorando en Ciencias Económicas, profesor adjunto de Cálculo Financiero y Teoría del Caos aplicada a Mercados Financieros e investigador del Centro de investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Felipe Rearte Kennedy

Estudiante de la licenciatura en Economía y auxiliar docente ad-honorem de la materia Teoría del Caos aplicada a Mercados Financieros y Estadística I en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA)

Raúl Rodríguez Vidal

Ingeniero Civil de la Facultad de Ingeniería, (UBA). Profesor Titular Consulto y titular de la Cátedra de Honor de Análisis Matemático II en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Director Gerente de SERVING-Servicios de Ingeniería.

Adrián Fernando Rossignolo

Actuario y docente en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Expositor Invitado en la Universidad de San Andrés, Gerente Actuarial, Suscripciones, Siniestros y Reaseguros de Provincia Seguros de Vida SA, Fellow del Chartered Institute of Bankers y del Institute of Financial Services, London, United Kingdom

Liliana Silva

Actuaria, Profesora adjunta del Grupo de Asignaturas Actuariales y Profesora del Máster en Gestión Actuarial de la Seguridad Social de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Maestrando de la Maestría en Docencia Universitaria de la UBA. Miembro de la Comisión directiva del

Instituto de Estudios de la Seguridad Social "Ricardo Moles" de la Universidad del Museo Social Argentino. Se desempeña como Analista Profesional Actuario en la Dirección General del FGS-ANSES.

Mauro Edgardo Speranza

Estudiante de la carrera de Actuario con orientación en Administración. Ayudante Ad-Honorem de la materia Bases Actuariales de la inversión y la financiación en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Gustavo Tapia

Contador Público, posgrado de especialización en Administración Financiera, magíster en administración, posgrado de formación docente universitaria. Profesor asociado de Administración Financiera, investigador del Centro de investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión y doctorando en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Magíster en Estrategia y Geopolítica de la Escuela Superior de Guerra. Profesor titular en Finanzas en la Universidad de Belgrano.

Ana Silvia Vilker

Licenciada en Economía, profesora adjunta e investigadora del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Mario Alejandro Wolansky

Actuario. de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesional del mercado asegurador de Argentina en compañías líderes. Brinda servicios estadísticos y actuariales en calidad de director de su propia consultora estadística.

Roberto Eugenio Zareba

Auxiliar docente en Teoría Actuarial de los Fondos y Planes de Jubilaciones, Pensiones y Salud Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Pablo Zbinden

Actuario en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA), con certificaciones en los exámenes de la Society of Actuaries (USA) de Financial Mathematics y Probability. Se desempeña en Compañías de Seguros del ramo Vida, en Consultoría Financiera a Entidades Bancarias para la Gestión del Riesgo de Crédito y como analista de Business Intelligence

Prologo

“Hacia el desarrollo de nuevos paradigmas”

El Centro de Investigaciones en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión junto con el Departamento Pedagógico de Matemática han organizado con el mismo ímpetu de siempre estas duodécimas Jornadas que reúnen a estudiantes, docentes de nuestra Casa de Estudios y profesionales del área.

Nuestro Decano, Profesor Dr. Alberto Edgardo Barbieri tuvo a su cargo el acto de inauguración de las mismas, destacando que estas Jornadas permitieron a lo largo de estos doce años y permiten que jóvenes estudiantes y docentes se comprometan con la enseñanza, haciendo hincapié en la investigación y el desarrollo profesional.

Las reuniones científicas se desarrollaron en la sede de nuestra Facultad los días 3 y 4 de noviembre de 2011.

Han participado de las exposiciones y conferencias docentes de nuestra Casa de Estudios como asimismo estudiantes investigadores, alumnos de la Maestría en Gestión Económica y Financiera de Riesgos, autoridades de esta casa de estudio y profesionales.

Las exposiciones han estado referidas a diversas aplicaciones económicas y financieras de la gestión actuarial del riesgo en las distintas áreas de incumbencia de la profesión. Además, se ha destacado la necesidad de seguir intensificando la investigación, intentando formar de este modo un grupo de jóvenes investigadores en el área.

Las dos conferencias centrales estuvieron a cargo de destacados profesionales expertos en el área de seguros y reaseguros. Las mismas versaron sobre las implicancias en el mercado asegurador del dictado de las nuevas resoluciones de la Superintendencia de Seguros de la Nación respecto al seguro de saldo deudor y al reaseguro, respectivamente.

Es nuestro deber como docentes formar jóvenes talentosos capaces de aplicar el conocimiento adquirido al progreso teniendo como desafío la creación de nuevos paradigmas en el área actuarial.

María Alejandra Metelli

UNA METODOLOGÍA OPTIMIZADORA PARA EL CÁLCULO DE LA DISTRIBUCIÓN DE SUMAS DE VARIABLES ALEATORIAS

Javier Ernesto Barraza

INTRODUCCIÓN

Las propiedades de la suma de variables aleatorias independientes son de particular interés para diversas aplicaciones actuariales. Por ejemplo, es de utilidad conocer la distribución que sigue una cartera de seguros compuesta de distintas subcarteras y éstas a su vez compuestas por riesgos individuales mensurables en términos de distribución de probabilidad. En otras palabras, estamos refiriéndonos a la construcción de la cartera total en función de sus componentes, bajo el supuesto de independencia.

Existen propiedades simples para obtener tanto el valor esperado, la varianza y en particular la Función Generatriz de Momentos de la suma de variables aleatorias independientes.

Para conocer la distribución de probabilidad de la suma de variables aleatorias independientes, dado el conocimiento de la distribución de cada componente de la suma, se sigue habitualmente un proceso iterativo denominado convolución. Presentaremos ejemplos y plantearemos las limitaciones prácticas de esta metodología.

Surge la pregunta de si existe alguna alternativa para acelerar el proceso, que permita explotar alguna propiedad similar a las que poseen las Funciones Generatrices de Momentos.

En este trabajo, que retoma los conceptos de la Tesina Final de Juan José Salvatore, se presenta una metodología alternativa para el cálculo de la distribución de probabilidad de la suma de variables aleatorias independientes, que involucra la utilización de números complejos y la Transformada Discreta de Fourier. Esta metodología debería permitir calcular los valores de probabilidad de una manera más rápida y eficiente, utilizando una herramienta disponible y entendible.

1. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD INDIVIDUALES

Diversas aplicaciones actuariales se nutren de supuestos sobre el comportamiento de variables aleatorias.

En la Teoría del Riesgo Individual, los supuestos se realizan sobre la distribución de probabilidad de una variable aleatoria que puede representar la indemnización a afrontar en una póliza de seguros. La compañía de seguros estará interesada en conocer en el conjunto de pólizas, cuál será la indemnización total a ser asumida y el margen de resguardo con el cual debería manejarse con el objetivo de garantizar la suficiencia de fondos para afrontar siniestros. De otra manera:

- Cada unidad asegurada es una unidad a riesgo, es decir sujeta al riesgo de generar siniestros.
- Cada unidad asegurada es independiente de las otras.
- El importe acumulado de siniestros se obtiene por la suma de los siniestros generados por cada unidad.

De esta manera, los supuestos más usuales sobre las variables individuales se pueden clasificar en:

- **Variables aleatorias discretas:** Bernoulli o dicotómica, Binomial, Binomial negativa, representaciones tabulares.
- **Variables aleatorias continuas:** Uniforme, Normal, Exponencial, Log-Normal, Gamma, Pareto.
- **Variables aleatorias combinadas**

Dependiendo de los supuestos utilizados y de las propiedades de las variables aleatorias individuales, se podrá obtener con mayor o menor dificultad la distribución de la suma de dichas variables.

Este trabajo se centrará en variables aleatorias discretas, puntualmente en las representaciones tabulares, que tienen la ventaja de poder aproximar con buen grado a variables continuas, discretas y combinadas.

Presentaremos un ejemplo sencillo para avanzar.

1.1 Representaciones tabulares y vectoriales

Supongamos que una cartera se compone de dos pólizas A y B independientes. La póliza A puede generar un siniestro de \$100 con probabilidad 25% o no generar siniestro alguno. La póliza B puede generar un siniestro de \$100 con probabilidad 25%, generar un siniestro máximo de \$200 con probabilidad 15% o no generar siniestro alguno.

De esta manera, la representación tabular de las variables aleatorias U (monto del siniestro de la póliza A) y V (monto del siniestro de la póliza B) respectivamente, es:

Tabla 1

| u | P(u) |
|----------|-------------|
| 0 | 0,75 |
| 100 | 0,25 |

Tabla 2

| v | P(v) |
|----------|-------------|
| 0 | 0,60 |
| 100 | 0,25 |
| 200 | 0,15 |

$$U = 0,75 \quad 0,25 \quad 0 \quad 0$$

Donde $P(u)$ es la probabilidad de que la variable aleatoria U tome el valor u .

Para utilidad en la metodología a proponer, presentaremos también la representación vectorial de las variables aleatorias, que se puede realizar cuando los valores discretos de las mismas están equiespaciados y es adaptable cuando no se cumple dicha condición. De esta manera, los vectores son:

$$U = 0,75 \quad 0,25 \quad 0 \quad 0$$

$$V = 0,60 \quad 0,25 \quad 0,15 \quad 0$$

Como se puede observar, se omiten los valores de las variables dado que los mismos son equiespaciados y se utiliza el primer componente del vector para la probabilidad de no siniestro, y los siguientes para las probabilidades sucesivas.

El problema que afrontaremos es el de hallar la distribución de probabilidad de $U+V$, es decir, el importe acumulado de siniestros. Esto lo desarrollaremos en la siguiente sección.

2. DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LA SUMA DE VARIABLES ALEATORIAS INDEPENDIENTES

En nuestro ejemplo sencillo, existen dos situaciones extremas:

- Que ninguna póliza sufra siniestros.
- Que ambas pólizas sufran el siniestro máximo.

Dado que las variables aleatorias son independientes, para calcular las probabilidades de estas dos situaciones se puede utilizar la probabilidad conjunta y multiplicar las probabilidades individuales. Esto es, para el caso de no siniestros:

$$\begin{aligned} P U+V=0 &= P U=0 \wedge V=0 = P U=0 \cdot P V=0 \\ &= 0,75 \cdot 0,60 = 0,45 \end{aligned}$$

Y para el caso de que ambas sufran el siniestro máximo:

$$\begin{aligned} P U+V=300 &= P U=100 \wedge V=200 \\ &= P U=100 \cdot P V=200 \\ &= 0,25 \cdot 0,15 = 0,0375 \end{aligned}$$

2.1 Método de convolución

Para obtener las probabilidades intermedias, se utiliza el proceso denominado *convolución*, que se nutre de las propiedades de independencia, probabilidad conjunta y probabilidad total.

Así, para que $U+V$ valga 100, existen dos posibilidades:

- Que en la póliza A no haya siniestro y en la póliza B un siniestro de 100.
- Que en la póliza A ocurra el siniestro máximo y en la póliza B no ocurra siniestro.

La expresión en términos de probabilidades es:

$$\begin{aligned}
P(U+V=100) &= P(U=0 \wedge V=100) \vee P(U=100 \wedge V=0) \\
&= P(U=0 \wedge V=100) + P(U=100 \wedge V=0) \\
&= P(U=0) \cdot P(V=100) + P(U=100) \cdot P(V=0) \\
&= 0,75 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 0,60
\end{aligned}$$

En el primer paso de la expresión se aplicó la propiedad de la probabilidad total asociada con el "o" y en el segundo paso se aplicó la probabilidad conjunta utilizada anteriormente.

De manera análoga se trabaja para conseguir la probabilidad de que los siniestros totales sean 200.

Se presenta en el siguiente cuadro un resumen de los cálculos realizados:

Tabla 3

| u+v | Combinaciones (u;v) | Probabilidad total y conjunta P(u+v) |
|-----|---------------------|--------------------------------------|
| 0 | (0;0) | 0,45 = 0,75x0,60 |
| 100 | (0;100) o (100;0) | 0,3375 = 0,75x0,25 + 0,25x0,60 |
| 200 | (0;200) o (100;100) | 0,175 = 0,75x0,15 + 0,25x0,25 |
| 300 | (100;200) | 0,0375 = 0,25x0,15 |

Como ya lo mencionamos, el proceso descrito se denomina convolución, y la formula de convolución aplicada a este caso es:

$$P(U+V=y) = \sum_{x=0}^{100} P(U=x) \cdot P(V=y-x)$$

En dicho proceso, como lo mostramos en el cuadro y en la explicación, se deben evaluar una cantidad de sumas y multiplicaciones, como así también la forma de agruparlas para obtener la tabla de probabilidades.

En nuestro caso, se trató de 6 multiplicaciones de probabilidades y sumas de valores, ya que una variable aleatoria tenía dos valores tabulados, y la otra 3 valores. En general, cuando las variables aleatorias sean más complejas, el número de operaciones a evaluar crecerá en forma considerable. Ésta es la gran desventaja del método de convolución, ya que el tiempo de proceso de las probabilidades irá creciendo considerablemente a medida que se complejicen las variables o se quieran encontrar convoluciones de orden superior. Ejemplo de esto último puede ser si la cartera tiene 200 pólizas que se comportan como la variable U y otras 500 pólizas que se comportan como la variable V. Esto requerirá hacer 199 convoluciones de U que son cada vez más complejas, 499 convoluciones de V, y luego convolucionar nuevamente ambos resultados.

2.2 Función generatriz de momentos (FGM)

Otro posible enfoque para conocer la distribución de la variable aleatoria U+V es el de la Función Generatriz de Momentos. El procedimiento permitirá conocer no valores de probabilidad puntual como en la convolución, sino una forma funcional que luego de evaluaciones sucesivas arrojará todos los momentos absolutos de la variable aleatoria.

La Función Generatriz de Momentos (FGM) de la variable aleatoria U es la siguiente esperanza, siendo t una variable auxiliar:

$$FGM(U;t) = E e^{U \cdot t} = \sum_{x=0}^{100} e^{x \cdot t} \cdot P U = x$$

Esta expresión llevada a los valores numéricos del ejemplo es:

$$FGM(U;t) = e^{0t} \cdot 0,75 + e^{100t} \cdot 0,25$$

De manera similar, dado que conocemos los valores de probabilidad, las funciones generatrices de momentos para V y U+V son:

$$FGM(V;t) = e^{0t} \cdot 0,60 + e^{100t} \cdot 0,25 + e^{200t} \cdot 0,15$$

$$FGM(U+V;t) = e^{0t} \cdot 0,45 + e^{100t} \cdot 0,3375 + e^{200t} \cdot 0,175 + e^{300t} \cdot 0,0375$$

2.3 Propiedades de la FGM

La principal propiedad de las FGM que deja en evidencia su utilidad es que con una evaluación de las derivadas sucesivas de la función, se obtienen los momentos absolutos de la variable aleatoria en cuestión. La expresión que resume esta propiedad es:

$$\left. \frac{\partial^k FGM(U;t)}{\partial t^k} \right|_{t=0} = E(U^k)$$

Para obtener, por ejemplo, la media de la variable aleatoria, bastará con obtener la primer derivada de la FGM y evaluarla en $t=0$. De manera similar, la segunda derivada evaluada en $t=0$ será el insumo para obtener la varianza; la tercer derivada servirá para obtener la medida de asimetría; y así sucesivamente.

Esta propiedad nos resume la utilidad de la FGM para conocer la distribución de una variable aleatoria, ya que la FGM resume entonces todos los momentos de la variable aleatoria y es una forma exacta de conocer la misma. Por otro lado, hasta el momento para conocer la FGM hemos utilizado los valores de probabilidad puntual, es decir, ya conocíamos la variable aleatoria y simplemente la transformamos para mostrar la FGM. La siguiente propiedad que será muy útil para el propósito de este trabajo, permite conocer la FGM de una suma de variables aleatorias sin necesidad de conocer los valores de probabilidad puntual.

Como señaláramos, la siguiente propiedad está vinculada a la suma de variables aleatorias independientes y se resume con esta expresión:

$$FGM(U + V;t) = FGM(U;t) \cdot FGM(V;t)$$

La expresión indica que para conocer la FGM (y por consiguiente todos los momentos absolutos de $U+V$) no hace falta conocer los valores de probabilidad de $U+V$ sino solamente las FGM individuales y multiplicarlas.

En nuestro caso se podrá comprobar la propiedad dado que calculamos todas las FGM.

2.4 Ventajas y desventajas de la FGM

Podemos resumir las ventajas de la utilización de las FGM en las siguientes:

- Representan unívocamente a la distribución de la variable aleatoria.
- La propiedad para la suma de variables aleatorias independientes es simple.
- Permite obtener todos los momentos absolutos de la variable aleatoria, es decir, caracteriza a la variable aleatoria.

Podemos resumir las desventajas de la utilización de las FGM en las siguientes:

- Al tratarse de una forma funcional, el proceso de cálculo, evaluación y derivadas puede ser tedioso.
- Si bien es simple obtener las FGM a partir de las distribuciones de probabilidades, el proceso inverso es más complejo y requiere de habilidades adicionales que son objeto de este trabajo.

Esta segunda desventaja es la más limitante en nuestro ejemplo y para el propósito del trabajo. Nos deja una parte del conocimiento de la variable aleatoria $U+V$ inconcluso, es decir, una vez conocida la FGM podemos potencialmente conocer todos los momentos, pero los valores de probabilidad van a seguir siendo una incógnita. Aunque para construir la FGM individual se pueden utilizar las probabilidades, la operatoria inversa de convertir una FGM en probabilidades es más complejo.

La pregunta que surge ahora es la siguiente: *¿Existirá alguna metodología aplicable que permita explotar alguna propiedad similar a la de las FGM pero tenga una operatoria para obtener probabilidades?*

La respuesta es el eje de este trabajo, y la metodología es la Transformada de Fourier. La presentamos y desarrollamos en la siguiente sección.

3. LA TRANSFORMADA DE FOURIER

Esta herramienta que vamos a presentar se nutre de desarrollos de ciencias físicas que son aplicables a la probabilidad. Utiliza teoría de números complejos, vectores y teoremas específicos.

No se pretende realizar todos los cálculos y mucho menos demostrar los teoremas que subyacen el modelo. El propósito será partir del ejemplo inicial, que fue elegido para ser un instrumento simplificador en la

exhibición de la metodología, y mostrar paso por paso cómo se aplican los fundamentos de la técnica.

Por último, se presentará una herramienta que realiza todos los pasos en Microsoft Excel, dando una ventaja notable para la aplicación actuarial de la metodología de Fourier.

3.1 La raíz imaginaria unitaria H

Lo primero que se va a determinar es el número de componentes de los vectores a trabajar, que definen la Raíz Imaginaria Unitaria.

El número de componentes de los vectores debe ser uniforme para U, V y U+V. Intencionalmente se tomaron longitudes de vector 4 y escalón 100, ya que de la primera y segunda sección los vectores son:

$$U = 0,75 \quad 0,25 \quad 0 \quad 0$$

$$V = 0,60 \quad 0,25 \quad 0,15 \quad 0$$

$$U + V = 0,45 \quad 0,3375 \quad 0,175 \quad 0,0375$$

La raíz imaginaria unitaria se define como el valor de H tal que:

$$H^4 = 1$$

Esta ecuación tiene 4 soluciones y se elige la primera de ellas con componente imaginaria. Entonces el valor de H es la unidad imaginaria i , ya que

$$i^4 = 1$$

Cabe señalar que la ecuación genérica para H es $H^n = 1$, donde n es el número de componentes uniforme de los tres vectores. En el ejemplo se podría haber utilizado otro n mayor cambiando la forma de la transformación pero sin perder exactitud para el propósito que es calcular las probabilidades de U+V.

El siguiente paso consiste en armar una matriz de transformación de los vectores, la matriz F.

3.2 La Matriz de transformación F

Se formará una matriz de $n \times n$ componentes, que tiene la siguiente forma:

$$F_{j,k} = H^{-j-1 \cdot k-1}$$

Es decir, los componentes de F serán la raíz imaginaria unitaria elevada a distintos exponentes según la ubicación.

Esta matriz multiplicará a los vectores U y V, convirtiéndolos en sus Transformados Discretos de Fourier.

El lector podrá comprobar que, en este caso, la matriz es:

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{bmatrix}$$

3.3 Transformación de los vectores

Como se indicó, la matriz de transformación F multiplicará a los vectores para obtener sus transformados.

El transformado del vector U será entonces:

$$\begin{aligned} T U &= U \cdot F \\ &= 0,75 \quad 0,25 \quad 0 \quad 0 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{bmatrix} \\ &= 1 \quad 0,75 - 0,25i \quad 0,5 \quad 0,75 + 0,25i \end{aligned}$$

El lector podrá comprobar los resultados ya que los valores elegidos hacen el cálculo simple.

De manera análoga para V:

$$\begin{aligned}
T V &= V \cdot F \\
&= 0,60 \quad 0,25 \quad 0,15 \quad 0 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{bmatrix} \\
&= 1 \quad 0,45 - 0,25i \quad 0,5 \quad 0,45 + 0,25i
\end{aligned}$$

Podemos comentar sobre estos transformados que si bien a simple vista no tienen utilidad alguna, son vectores que están directamente asociados a las probabilidades originales y que constituyen una representación de las distribuciones en el espacio vectorial imaginario.

La utilidad la vamos a ver en la siguiente sección, y tiene que ver con el Teorema de Convulación que asemeja estos transformados a las FGM.

3.4 Teorema de la convolución

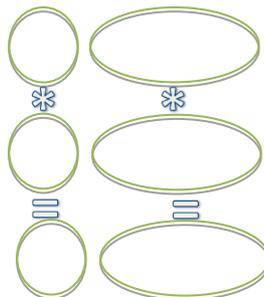
Este teorema constituye la bisagra clave para relacionar los transformados de cada vector con el transformado de la convolución de las distribuciones. Básicamente lo que establece es que el transformado de la convolución de los vectores (que representan probabilidades) se calculará con una operación multiplicativa particular.

Si se entiende $U+V$ como el vector que contiene las probabilidades de $U+V$ (convolución), se tiene que:

$$T U + V = T U * T V$$

donde $*$ es una operación que se denomina *producto punto a punto*, y consiste en multiplicar los componentes ordenados de los vectores imaginarios.

En el ejemplo que estamos trabajando, el producto punto a punto se obtiene así:



$$T U = 1 \quad 0,75 - 0,25i \quad 0,5 \quad 0,75 + 0,25i$$

$$T V = 1 \quad 0,45 - 0,25i \quad 0,5 \quad 0,45 + 0,25i$$

$$T U + V = 1 \quad 0,275 - 0,3i \quad 0,25 \quad 0,275 + 0,3i$$

Donde los valores resaltados se han multiplicado, en el caso del tercer componente es una multiplicación de números reales y en el último componente se multiplican números complejos.

Se puede inferir que el Teorema de la Convolución arroja una propiedad que hace semejantes a la FGM y la Transformada: ambas aplican un paso multiplicativo para encontrar una representación de la suma de variables aleatorias:

- Por el lado de la FGM, habíamos observado que se puede obtener, conociendo las FGM individuales, la FGM de la suma de variables aleatorias. Pero no existía una propiedad inversa que permitiese obtener con la FGM de la suma, las probabilidades.
- Por el lado de la Transformada de Fourier, si se conocen los transformados de cada vector de probabilidades, el Teorema de la Convolución permite obtener el transformado de la suma. Surge la pregunta entonces de si existirá una propiedad inversa que permitiese obtener con la Transformada de la suma, las probabilidades. Responderemos esta inquietud en la siguiente sección.

3.5 La transformada inversa de Fourier

La Transformada Inversa de Fourier para un vector surge de volver a transformar el mismo y dividirlo por el número de componentes del mismo (n).

$$T^{inversa} A = T A / n$$

En particular, para el caso que estamos trabajando:

$$T^{inversa} U + V = T U + V \cdot F / 4$$

$$T^{inversa} U+V = 1 \quad 0,275-0,3i \quad 0,25 \quad 0,275+0,3i$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{bmatrix} /4 \\
 & = 1,8 \quad 1,35 \quad 0,7 \quad 0,15 /4 \\
 & = 0,45 \quad 0,3375 \quad 0,175 \quad 0,0375
 \end{aligned}$$

El lector podrá observar que la interpretación de este vector en términos de probabilidades cierra el sistema, es decir, este vector representa a las probabilidades previamente encontradas de la variable aleatoria U+V. Y entonces queda respondida la inquietud, i.e., con la Transformada de Fourier se puede obtener la distribución en términos de probabilidades, de la suma de variables aleatorias independientes.

Ahora bien, la aplicación del método es conveniente siempre y cuando el proceso de transformación – producto punto a punto – transformación inversa sea más sencillo que el cómputo de la convolución. Probablemente el ejemplo explicado no sea el caso. Y no están disponibles para el público en general muchas herramientas computacionales que trabajen con números complejos. Sin embargo, la transformación y transformación inversa se deben realizar solo una vez. Y el provecho se ve cuando se quieren realizar convoluciones de orden superior (por ejemplo, 300 variables U + 100 variables V) porque el producto punto a punto se transforma en una única operación que es la potenciación.

Por lo explicado, la principal limitación de la Metodología de Fourier pasará por la herramienta informática a utilizar para este propósito. En Microsoft Excel existe una herramienta llamada "Análisis de Fourier", que permite diseñar una planilla donde fácilmente se puede realizar el cálculo de convoluciones de orden superior en segundos. En la siguiente sección explicaremos cómo se aplica a nuestro ejemplo.

4. APLICACIÓN EN MICROSOFT EXCEL

El programa tiene una herramienta para obtener la transformada directa y la inversa.

Se expresa cada vector con 2^n elementos, con n natural.

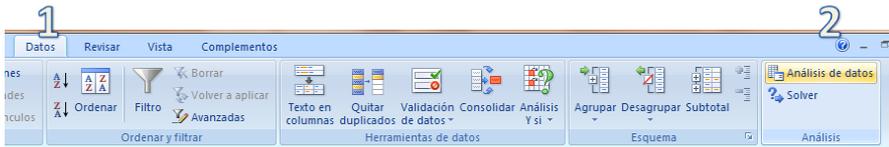
Tabla 4

| |
|------|
| U |
| 0,75 |
| 0,25 |
| 0 |
| 0 |

En la versión 2007 del programa, se deben seguir los siguientes pasos:

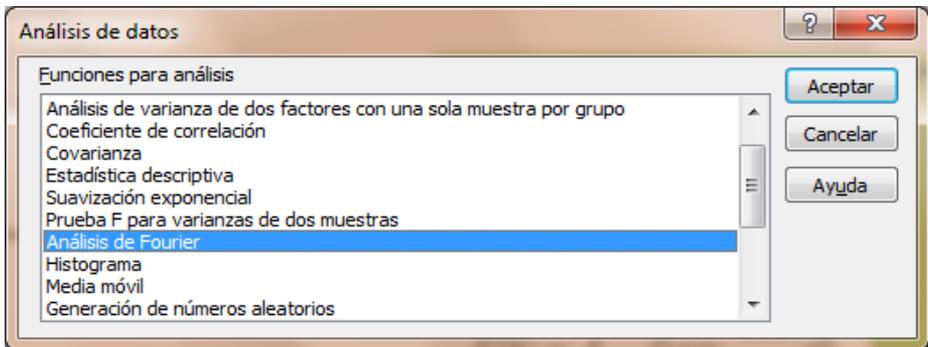
- (1) Ir a Datos
- (2) Ir a Análisis de datos. Si no está disponible la herramienta, se la debe instalar.

Figura 1



- (3) Seleccionar la herramienta Análisis de Fourier

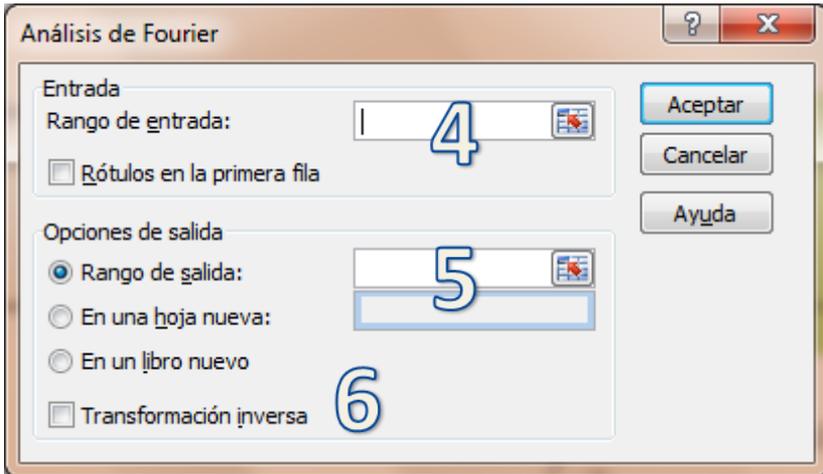
Figura 2



- (4) Elegir el rango de entrada donde está el vector U.
- (5) Elegir el rango de salida donde se ubicará la transformada.

(6) Chequear que no esté seleccionada la opción Transformación Inversa.

Figura 3



Luego de aceptar, en el rango de salida aparece la transformación directa.

Tabla 5

| T(U) |
|--------------|
| 1 |
| $0,75-0,25i$ |
| 0,5 |
| $0,75+0,25i$ |

(7) Repetir los pasos **(1)** a **(6)** para el vector V y obtener su transformado.

Tabla 6

| $T(V)$ |
|--------------|
| 1 |
| $0,45-0,25i$ |
| 0,5 |
| $0,45+0,25i$ |

(8) Se multiplican los vectores punto a punto utilizando la función de multiplicación de números complejos IM.PRODUCT.

Asimismo, si se quieren hacer convoluciones de orden superior, dentro del argumento de la función IM.PRODUCT se puede utilizar IM.POT, que eleva cada componente del vector a una potencia a elegir por el usuario.

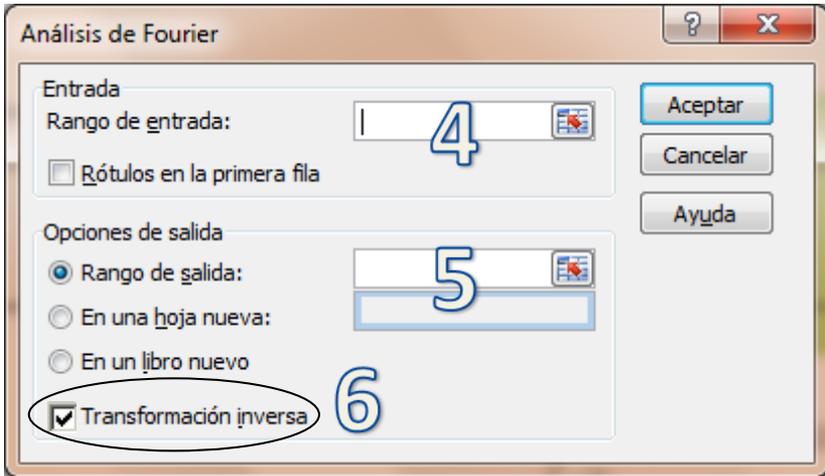
Tabla 7

| $T(U+V)=T(U)*T(V)$ |
|--------------------|
| 1 |
| $0,275-0,3i$ |
| 0,25 |
| $0,275+0,3i$ |

Se puede observar que el resultado es el mismo que obtuvimos con el procedimiento de matrices del capítulo 3.

(9) Por último obtenemos la Transformada Inversa de $T(U+V)$, con el procedimiento descrito en los pasos **(1)** a **(6)**, pero activando la Opción Transformación Inversa.

Figura 4



El resultado es:

Tabla 8

| $T^{inversa}(U+V)$ |
|--------------------|
| 0,45 |
| 0,3375 |
| 0,175 |
| 3,75E-002 |

El lector podrá observar que el resultado es el mismo que con:

- El procedimiento de convoluciones.
- El procedimiento de matrices, con la salvedad que en el Excel no hizo falta dividir por 4.

Las principales limitaciones de esta herramienta radican en que:

- Deben computarse siempre vectores de longitud 2^n .
- Como máximo se admite una longitud de 4096.
- Las variables aleatorias deben ser discretas y equiespaciadas.

5. RESUMEN Y CONCLUSIONES

El eje transversal de este trabajo se basó en la pregunta *¿Cómo conocer la distribución de probabilidad de $U+V$, donde ambas son variables aleatorias independientes?* Y hemos descrito y esbozado 2 metodologías con sus ventajas y desventajas, y propuesto una metodología alternativa y optimizadora.

5.1 Convoluciones

La convolución permite combinar las distribuciones de probabilidad individuales para obtener la distribución de probabilidad de la suma.

Distribución de probabilidad de U

Distribución de probabilidad de V

CONVOLUCIÓN

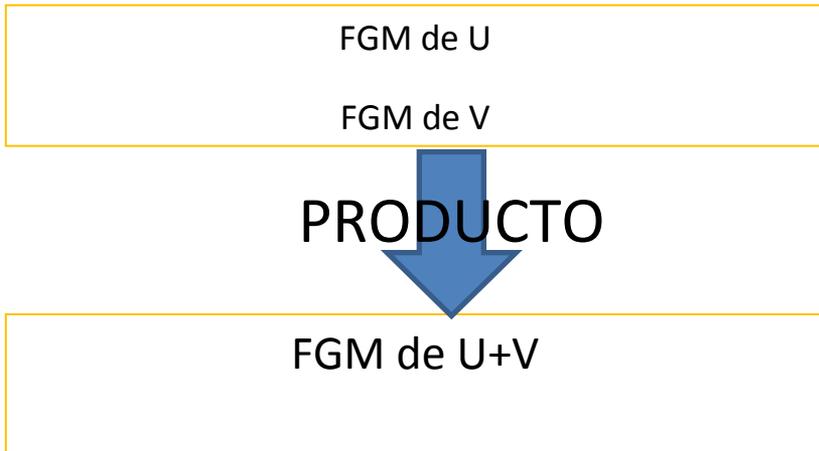


Distribución de probabilidad de $U+V$

La principal ventaja es que se obtiene finalmente la distribución exacta de la suma. Sin embargo, computacionalmente puede insumir mucho tiempo ya que se tienen que evaluar y agrupar una gran cantidad de sumas y multiplicaciones.

5.2 Función generatriz de momentos

La FGM permite combinar FGM's individuales para obtener la FGM de la suma.



La principal ventaja es que el cómputo operacional es sencillo, ya que se trata de un producto de funciones. Sin embargo, no se obtienen los valores de probabilidad, ya que la FGM no tiene inversa.

5.3 La optimización de la transformada discreta de Fourier

La transformada discreta de Fourier permite transformar las distribuciones de probabilidad individuales para obtener la distribución de probabilidad de la suma.

La principal ventaja radica en que se puede realizar en Excel con la herramienta "Análisis de Fourier", y además el procedimiento sirve para hallar convoluciones de orden superior (por ejemplo, 300 variables u + 100 variables v) sin agregar pasos. El tiempo de cómputo, en comparación con el procedimiento de convolución, se va haciendo cada vez más eficiente a medida que se quieren obtener convoluciones de orden superior, ya que la transformación, potenciación y antitransformación se tiene que realizar solamente una vez dados los parámetros.

Distribución de probabilidad de U

TRANSFORMADA DIRECTA DE FOURIER

Vectores transformados U ; V

PRODUCTO PUNTO A PUNTO

Transformada de Fourier de U+V

TRANSFORMADA INVERSA

Distribución de probabilidad de U+V

Quedan aún muchos interrogantes por resolver. Entre ellos:

- Cómo trabajar con el caso continuo.
- Cómo salvar las limitaciones de Microsoft Excel.

Sin embargo, esperamos que este trabajo pueda ser de utilidad para diversas aplicaciones, y en algún futuro, continuado, para aplicar sus fundamentos en búsqueda de una forma superadora de obtener distribuciones de probabilidad de un amplio rango de casos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bowers N., Gerber H., Hickman J., Nesbitt C. (1986): "Actuarial Mathematics". Society of Actuaries.

Daykin C.D., Pertikäinen T., Personen M. (1994): "Practical Risk Theory for Actuaries". London, UK. Chapman & Hall.

Kaas, Rob; Goovaerts, Marc; Dhaene, Jan; and Denuit, Michel. (2002): "Modern Actuarial Risk Theory" Kluwer Academic Publishers.

Klugmann, Stuart A.; Panjer, Harry h.; Willmot, Gordon E. (2004): "Loss models: From Data to Decisions" Wiley-Interscience, Second Edition.

Ross, S. M. (2002): "Simulation" Tercera Edición, San Diego. Academia Press.

Salvatore, Juan José. (2005): "Cálculo de convoluciones aplicando Transformadas de Fourier". Buenos Aires. FCE-UBA.

PRINCIPIOS BÁSICOS DEL SEGURO DE LA INTERNATIONAL ASSOCIATION OF INSURANCE SUPERVISORS (IAIS)

*Dora Patricia García
Eduardo Melinsky*

1. MARCO ACTUAL DE REGULACIÓN EN EL MERCADO DE SEGUROS

La crisis financiera del 2007-2009 puso a la economía mundial al borde de una segunda Gran Depresión. Existe un amplio consenso en que una supervisión regulatoria laxa y/o una normativa blanda contribuyeron a la crisis, por lo que actualmente, hay en marcha cambios sustanciales en el entorno regulatorio que van dirigidos, principalmente, al sector bancario, pero en aras de lograr una mayor coherencia, se están extendiendo al sector de seguros.

Durante la crisis, la normativa de seguros fue razonablemente adecuada, no obstante, han surgido algunas áreas donde cabe y debe mejorarse el grado de supervisión y regulación. En primer lugar, la casi quiebra de AIG ha resaltado la importancia de una supervisión eficaz de los grupos aseguradores que abarque todos los elementos económicamente relevantes del grupo, ya sean aseguradoras, otras empresas de servicios financieros o entidades no reguladas, que requerirá una colaboración más estrecha entre los órganos supervisores de las distintas jurisdicciones.

En segundo lugar, la crisis puso de manifiesto la necesidad de una mayor gestión del riesgo de liquidez. Mientras que el grueso del negocio tradicional de seguros no da lugar a riesgos de liquidez, durante las recientes fases de grave crisis de mercado algunas actividades no centrales requirieron liquidez adicional repentinamente. Tanto las aseguradoras como los órganos supervisores deberían reforzar el control y el conocimiento de los riesgos de liquidez.

En tercer lugar, la crisis puso de relieve algunos elementos procíclicos de los requisitos regulatorios y contables que se basan en valores de mercado. Es preciso introducir mecanismos atenuantes que impidan a las aseguradoras amplificar los altibajos de los mercados financieros.

Por último, todas las opiniones coinciden en que el negocio asegurador tradicional difícilmente puede convertirse en una fuente de riesgos sistémicos. La participación de las entidades de seguro en los mercados de capitales podría dar lugar a un aumento del riesgo de liquidez, creando una mayor interconexión con el sector bancario, pero estos riesgos se pueden atajar eficazmente, por ejemplo, creando cámaras de compensación centrales para determinados productos e incrementando la transparencia.

El modelo de negocio de las entidades de seguros es básicamente distinto al de los bancos, lo que tiene consecuencias importantes para la estructura de la nueva normativa. La normativa bancaria es fundamentalmente macro prudencial, es decir, busca proteger la economía y el sistema financiero de un fuerte estrés o un colapso de la actividad prestamista, que podrían provocar un fallo sistémico.

El objetivo final de la normativa de seguros es proteger a los asegurados garantizando que la compañía de seguros podrá pagar en caso de que el titular presente una reclamación, es decir, la normativa regula la solvencia por las reservas de capital suficientes para hacer frente a las obligaciones.

Este aspecto tiene especial relevancia en las pólizas del seguro de vida o de Responsabilidad Civil, en las que generalmente transcurre un largo plazo de tiempo desde la adquisición de la protección y el pago completo del siniestro. La necesidad de control regulatorio surge debido a que los servicios aseguradores solo se producen y se entregan una vez que han sido adquiridos y pagados por los titulares de las pólizas. Los titulares, en cambio, suelen carecer de los conocimientos expertos y la información necesarios para supervisar la solidez financiera de sus aseguradoras.

2. NORMATIVA IAIS

Los principios internacionales son una normativa de regulación y supervisión del mercado asegurador consensuada en la International Association of Insurance Supervisor (IAIS), para ser implementada internacionalmente para promover una supervisión efectiva y globalmente consistente, para desarrollar y mantener un mercado de seguros equitativo, confiable y estable para la protección de los asegurados, y de esta manera mejorar la eficiencia y la estabilidad sistémica mundial del Sector Financiero.

Los Principios Básicos de Seguros (PBS) proveen un marco de regulación y supervisión de la actividad aseguradora globalmente aceptados, que se utilizan como Criterios de Referencia para la supervisión de la actividad aseguradora, se aplican a los aseguradores y reaseguradores, pero no se aplican, salvo indicación en contrario, a los intermediarios de seguros.

Los PBS se pensaron para ser utilizados en el establecimiento de nuevos regímenes de regulación, en el mejoramiento de los regímenes de regulación existentes, y en la evaluación de la supervisión de los regímenes de regulación incluidos dentro del Programa de Evaluación del Sector Financiero (FSAPs), creado conjuntamente por el Banco Mundial y el Fondo Monetario Internacional.

Los PBS están jerarquizados en base a la Obligatoriedad de Cumplimiento en los regímenes de supervisión. En la punta de la pirámide se encuentran los Principios Básicos de Seguros, luego las Notas Explicativas (NE) y en la base están los Criterios.

Los PBS son los **elementos esenciales** que deben estar presentes en un régimen de supervisión para promover un sector de seguros con solidez financiera y con un nivel adecuado de protección al consumidor. **Todos los supervisores de seguros deben adherirse**, sin considerar el nivel de desarrollo de sus mercados de seguros, ni de la regulación del tipo de productos o servicios de seguros ofrecidos. Constituyen las características bases que las notas explicativas desarrollan.

Las NE **establecen los requerimientos de alto nivel** que son fundamentales para la implementación de los principios básicos de seguros, que deben ser cumplidos por la autoridad supervisora para demostrar la observancia de los principios básicos. Deben ser suscriptos como **obligaciones del supervisor**. Están conectados con cada PBS.

Los Criterios **son los pilares que sostienen a los PBS y a las NE**, que proveen un mayor grado de detalle sobre cómo cumplir o implementar cada PBS ó NE. **No crean requerimientos nuevos**, pero sí describen qué es lo que se pide en cada requerimiento. Frecuentemente **proveen ejemplos** de diferentes maneras de implementar los requerimientos.

Las áreas de la actividad aseguradora reguladas son,

1. El Sistema de Supervisión

2. La Entidad Supervisada
3. La Supervisión Continua
4. Requerimientos Prudenciales
5. Mercados y Consumidores
6. Combate al Lavado de Dinero y al Financiamiento al Terrorismo

Estas áreas generaron los siguientes PBS

| PRINCIPIOS BÁSICOS DE SEGUROS - OCTUBRE 2011 | |
|---|--|
| 1. El Sistema de Supervisión | PBS 1 - Objetivos, Poderes y Responsabilidades del Supervisor PBS 2 - Supervisor PBS 3 - Intercambio de Información y Requerimientos de Confidencialidad PBS 25 - Cooperación y Coordinación en la Supervisión PBS 26 - Cooperación y Coordinación Fronteriza para el Manejo de las Crisis |
| 2. La Entidad Supervisada | PBS 4 - Licencia PBS 5 - Idoneidad de Personas PBS 6 - Cambios en el Control Accionario y Transferencia de Cartera PBS 7 - Gobierno Corporativo PBS 8 - Administración de Riesgos y Control Interno |
| 3. Supervisión Continua | PBS 9 - Inspección e Informes a los Supervisores PBS 10 - Medidas Preventivas y Correctivas PBS 11 - Medidas de Cumplimiento o Sanciones PBS 12 - Liquidaciones y Salidas del Mercado PBS 23 - Supervisión de Grupo PBS 24 - Vigilancia Macropudencial y Supervisión de los Mercados de Seguros |
| 4. Requerimientos Prudenciales | PBS 13 - Reaseguro y Otras Formas de Transferencia de Riesgo PBS 14 - Valuación PBS 15 - Inversión PBS 16 - Administración de Riesgos Empresarios para Propósitos de Solvencia PBS 17 - Suficiencia de Capital |
| 5. Mercado y Consumidores | PBS 18 - Intermediarios PBS 19 - Conducta Comercial PBS 20 - Información Pública PBS 21 - Neutralización del Fraude en el Mercado de Seguros |
| 6. Combate al Lavado de Dinero y al Financiamiento del Terrorismo | PBS 22 - Combate al Lavado del Dinero y al Financiamiento al Terrorismo |

La metodología de implementación de los PBS en los regímenes de supervisión y regulación en las distintas jurisdicciones, considera los siguientes aspectos:

- ❖ Políticas macroeconómicas y financieras sólidas y sostenibles
- ❖ Una Infraestructura bien desarrollada en los siguientes aspectos: legal, judicial, actividad bancaria, sistemas de pagos y de clearings, actividad empresarial, normas de contabilidad y de auditoría, recursos humanos competentes, independientes y experimentados
- ❖ Mercados financieros con una disciplina de normas de mercado efectivas
- ❖ Mecanismos para crear un nivel apropiado de protección (o una red de seguridad pública)
- ❖ Mercados financieros eficientes

El uso de los PBS como criterios de evaluación de los sistemas regulatorios y de supervisión permite

- ❖ La identificación del alcance y la naturaleza de las debilidades del sistema regulatorio
- ❖ Recomendaciones de posibles soluciones
- ❖ Preparación de los informes de seguimiento del Programa de Evaluación del Sector Financiero

La evaluación de los regímenes de supervisión y regulación de las jurisdicciones usando los criterios de los PBS produce las siguientes calificaciones: **Observado, Ampliamente Observado, Parcialmente Observado, No Observado y No Aplicable.**

| CATEGORÍAS DE EVALUACIÓN | NOTAS EXPLICATIVAS | PRINCIPIOS BÁSICOS DEL SEGURO |
|---------------------------------|---|---|
| Observado | El Supervisor tiene la autoridad legal para realizar su tarea y ejercerla a un nivel satisfactorio | <p>Cuando todas las Notas Explicativas son observadas ó si por excepción, todas las NE son observadas existen algunas que se consideran no aplicables.</p> <p>Pueden existir casos, donde una jurisdicción puede demostrar que la observancia de un PBS ha sido alcanzada a través de diferentes medios, distintos de las NE.</p> |
| Ampliamente Observado | Existen sólo pequeñas deficiencias pero no hay preocupaciones sobre la habilidad del Supervisor para lograr cumplir con la total observancia. | Existen sólo pequeñas deficiencias pero no hay preocupaciones sobre la habilidad del Supervisor para lograr cumplir con la total observancia del PBS. |
| Parcialmente Observado | Aunque existe progreso, las deficiencias son suficientes como para dudar sobre la habilidad del supervisor para alcanzar la observancia | Aunque existe progreso, las deficiencias son suficientes como para dudar sobre la habilidad del supervisor para alcanzar la observancia |
| No Observado | Cuando no existe un progreso sustantivo hacia lograr la observancia | Cuando no existe un progreso sustantivo hacia lograr la observancia |
| No Aplicable | Cuando las características estructurales, legales e institucionales no permiten la aplicación | Cuando las características estructurales, legales e institucionales no permiten la aplicación |

3. EL ROL DEL ACTUARIO

Las autoridades de supervisoras de seguros están muy interesadas en la participación del actuario en este modelo de regulación, porque el actuario es un profesional entrenado en evaluar las implicancias financieras de los eventos aleatorios y en el uso de los modelos estadísticos. La alta calidad del trabajo actuarial contribuye a la solidez operacional de los aseguradores y a la confiabilidad de sus informes financieros, aspectos que son altamente estimados por las autoridades supervisoras.

En algunas jurisdicciones, los actuarios tienen roles formales dentro del proceso de supervisión como: informar al Consejo de Dirección del asegurador, ó la autoridad supervisora de las condiciones financieras de la entidad aseguradora, informar a la autoridad de supervisión sobre la rentabilidad de los nuevos productos de seguros de vida, la realización de pruebas de stress para evaluar la solvencia del asegurador, certificar la imparcialidad de las escalas de dividendos de los tenedores de pólizas antes de ser aprobadas por el Consejo de Dirección del asegurador, avisar a la autoridad supervisora sobre cualquier circunstancia que el actuario considere que pueda dañar la condición financiera del asegurador, etc.

Además, es muy importante que las autoridades supervisoras tengan acceso al conocimiento actuarial, porque la experiencia actuarial es esencial en la formulación de requerimientos regulatorios aplicables sobre el trabajo del actuario y sobre la operatoria de los aseguradores. Los actuarios pueden ayudar a interpretar la información provista por los actuarios de las compañías de seguros, y de esta forma evaluar la calidad del trabajo.

4. CONCLUSIONES

La reciente crisis financiera ha instigado un análisis exhaustivo de la normativa reguladora de los bancos y las entidades de seguros. Es por ello, que la Asociación Internacional de Supervisores de Seguros (IAIS) ha desarrollado un nuevo conjunto de normas para el mercado asegurador presentadas en octubre 2011 con la intención de promover una supervisión efectiva y globalmente consistente para desarrollar y mantener un mercado de seguros equitativo, confiable y estable para la protección de los asegurados, y por consiguiente mejorar la eficiencia y la estabilidad sistémica del Sector Financiero Mundial.

La normativa propuesta regula todos los aspectos de la actividad aseguradora necesarios para crear una regulación y supervisión efectiva y eficaz, proponiendo normas para el establecimiento y/o mejoramiento de los **Sistemas de Supervisión** localmente y al estímulo de la colaboración y cooperación a nivel mundial entre “colegios de supervisores”, normas que definen las características legales que debe poseer la **Entidad Supervisada** para comenzar a operar, normas para desarrollar una **Supervisión Continua** de la actividad aseguradora para evitar problemas de solvencia a nivel microprudencial, para evitar riesgos sistémicos a nivel macroprudencial. Normas que definen los elementos necesarios para implementar los **Requerimientos Prudenciales**, normas dirigidas al **Mercado y a los Consumidores** que tienen por fin que ningún cliente reciba un trato desfavorable, promover una mayor transparencia, eficiencia y competitividad de los mercados. Y por último, se proponen normas de **Combate al Lavado de Dinero y Financiamiento del Terrorismo**, que proveen criterios específicos para que los supervisores de seguros eviten que los servicios financieros del sector a través de los seguros de vida y de los seguros que respaldan actividades de inversión, sean utilizados para lavar dinero y financiar actividades de terrorismo.

La normativa propuesta es un incentivo para que las compañías de seguros aumenten su eficiencia operativa, porque imponen los principios de la gestión de riesgos empresariales, para lograr que las aseguradoras sean conscientes de la exposición al riesgo de sus operaciones globales para evitar la exposición excesiva a un tipo de riesgo, como puede ser el riesgo de crédito.

La nueva normativa propone un supervisión eficaz de los grupos aseguradores que abarque todos los elementos económicamente relevantes del grupo, lo que requerirá una colaboración más estrecha entre los órganos supervisores a nivel internacional.

Las autoridades de supervisoras de seguros están muy interesadas en la participación del actuario en este modelo de regulación, porque el actuario es un profesional entrenado en evaluar las implicancias financieras de los eventos aleatorios y en el uso de los modelos estadísticos. La alta calidad del trabajo actuarial contribuye a la solidez operacional de los aseguradores y a la confiabilidad de sus informes financieros, son altamente estimados por las autoridades de supervisoras.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Frey, Astrid (Julio 2010): "Desafíos Regulatorios en Materia de Seguros", *Sigma Re*, Número 3, 2010, Julio 2010, *Compañía Suiza de Reaseguros S.A.*, www.swissre.com/sigma.

Hafeman, Michael (Mayo 2009): "The Role of the Actuary in Insurance", *Primer Series On Insurance*, Issue 4, May 2009, *Non-Bank Financial Institutions Group, Global Capital Markets Development Department, Financial and Private Sector Development vice Presidency, The World Bank*, www.worldbank.org/nbfi

Iais (2011): "Insurance Core Principles, Standards, Guidance and Assessment Methodology, October 2011", International Association of Insurance Supervisors, www.iaisweb.org

Iais (2003): "The Use of Actuaries as Part of a Supervisory Model. Guidance Paper. October 2003", International Association of Insurance Supervisors, www.iaisweb.org

UN MODELO "COMPLEJO" DE INVERSIÓN MACROECONÓMICA¹

*Esteban Otto Thomasz
Felipe Rearte Kennedy*

*"The dark side of the moon is harder to see;
beaming light on it costs energy. In the same way,
beaming light on the unseen is costly in both
computational and mental effort".*

Nassim Nicholas Taleb, *The Black Swan* (2007)

*"And if your head explodes with dark forebodings
too, I'll see you on the dark side of the moon".*

Roger Waters [Pink Floyd], *Brain Damage,
The dark side of the moon* (1973).

La complejidad en la ciencia económica está vinculada a la modelización de sistemas con supuestos distintos a los utilizados por el "Mainstream" de la ciencia económica.

Siguiendo a Morin (1997), Rolando García (2000) y Schuchny (2001), podríamos expresar la complejidad de un sistema dadas las siguientes características:

1. Son no descomponibles, es decir, sus partes no pueden ser analizadas de forma independiente del conjunto del cual forman parte.
2. Los componentes del sistema pueden ser, también, unidades complejas o subsistemas.
3. La estructura del sistema está dada por las relaciones entre los subsistemas y no por sus elementos constitutivos. Según Shuchny (2001), *"Vistos en forma agregada, estos comportamientos no pueden ser atribuibles a la acción aislada de cada elemento por separado sino que son el resultado de su acción colectiva"*.
4. Una forma de representar modelos complejos es mediante *agent based models (ABM)* o modelos de agente.

¹ Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

La estructura que lo define es *bottom-top* (de abajo hacia arriba), definiendo los agentes, sus características, emulándose su comportamiento a través del ensayo de iteraciones, para determinar el estado global del sistema.

En este modelo de determinación de la Inversión se utilizan tres de las seis características enumeradas por Holland (1988):

1. No existe controlador o planificador central. El sistema no es Walrasiano.
2. Adaptación continua.
3. Dinámica fuera del equilibrio.

El modelo representa los posibles resultados, a través de la simulación computarizada, que podría arrojar la Inversión Total (o agregada), en un contexto con (y sin) shock de demanda, donde tres tipos de agentes económicos (inversores) componen la Inversión Total, a saber:

1. Agentes sub-informados.
2. Agentes informados optimistas.
3. Agentes informados pesimistas.

Todos los agentes toman sus decisiones de inversión basados en la Demanda "Efectiva", o sea la proyección futura de sus ventas. Sostiene Keynes (1936), en *La teoría general de la ocupación, el interés y el dinero*.

Además, la demanda efectiva es simplemente el ingreso global (o importe de ventas) que los empresarios esperan recibir, incluyendo los ingresos que hacen pasar a manos de los otros factores de la producción por medio del volumen de ocupación que deciden conceder. La función de demanda global relaciona varias cantidades hipotéticas de ocupación con los rendimientos que se espera obtener de su producto; y la demanda efectiva es el punto en que la función de demanda global llega a hacerse efectiva porque, considerado en conjunción con las condiciones de la oferta, corresponde al nivel de ocupación que lleva al máximo la expectativa de ganancias del empresario.

Keynes expresa, de esta manera, que la Demanda Efectiva no es la demanda "realizada" (*ex-post*), sino la demanda que esperan los empresarios (*ex-ante*) en un contexto de incertidumbre, la cual supone un nivel de producción, para el cual las empresas demandan un nivel de empleo, concepto del cual se deduce (a grandes rasgos) que el nivel de empleo depende de la inversión y no del ocio y horas de trabajo, como

microfundamento único de los modelos macroeconómicos de la corriente principal. Es posible, en este punto, que la Demanda Efectiva es definida así por Keynes porque da nacimiento a un nivel de empleo efectivo, para denominarlo, sin ambigüedades, en términos contables como "realizado".

El consumo, al cual Keynes refiere como variable de la cual depende, también, el nivel de empleo, se encuentra "escondido" dentro de la demanda efectiva, en este modelo; esto es así pues tan solo se pretende una simulación de la Inversión y no del nivel de empleo, el cual puede fluctuar en caso de una variación negativa del consumo.

La evolución de la humanidad permite apreciar con meridiana claridad, el desacierto de una concepción racional o adaptativa como conceptos opuestos. No es lo mismo un pequeño empresario con un título de la Universidad de Harvard, que su equivalente en los negocios, quien ha recibido una educación que no supera el secundario completo: ambos poseen información asimétrica y, sin embargo, ambos son racionales. El mundo no es Euclidiano. Es imperfecto.

Claramente, la diferencia en su forma de ver el contexto de negocios de estos agentes está en la información (junto a la pluralidad cognitiva) que poseen y no en la racionalidad, en el sentido de Muth, motivo por el cual, en este trabajo, se divide a los agentes según la información con la que cuentan, la cual, además, puede variar, pudiendo cambiar (mejorando o empeorando) su análisis del contexto, transformando su conducta respecto de las decisiones de inversión.

1. CARACTERÍSTICAS Y FUNCIONES DE LOS AGENTES ECONÓMICOS

Agentes sub-informados: estos agentes representan inversores que basan su nivel de inversión solamente en las ventas (demanda) del período anterior. Al no poseer información actual respecto del futuro, esperan que sus ventas sean iguales (como mínimo) a las del período anterior.

La función de inversión de estos agentes queda definida de la siguiente manera:

$$I_{(t)SI} = \Phi \cdot [Ve_{(t-1)}]$$

siendo Φ un coeficiente que recoge el peso, la "fuerza", ponderación o influencia de este tipo de agentes en la función de Inversión Total y $\mathbf{Ve}_{(t-1)}$ las ventas o Demanda Efectiva del período anterior.

Agentes informados optimistas: las decisiones de inversión se justifican por la información que poseen respecto de las condiciones de los negocios actuales y futuros (al poseer más información). El optimismo es justificado, también, por la acción de los "animal spirits" ("*a spontaneous urge to action rather than inaction*", The General Theory, ed. Inglés –en español, traducido por Eduardo Hornedo como "*fogosidad*"–).

La función de inversión de estos agentes queda así definida:

$$\mathbf{I}_{(t)IO} = \dot{\alpha} \cdot [\mathbf{Ve}_{(t-1)} + \mathbf{Ve}_{(t)}]$$

siendo $\dot{\alpha}$ un coeficiente que recoge la influencia de este tipo de agentes en la función de Inversión Total y $[\mathbf{Ve}_{(t-1)} + \mathbf{Ve}_{(t)}]$ la suma de las ventas (o Demanda Efectiva) del período anterior y las del período actual.

Agentes informados pesimistas: toman sus decisiones en base a la información actual y sus expectativas de acontecimientos económicos futuros, pero su "espíritu animal" se encuentra deprimido por, como mínimo, uno de dos motivos:

1. Señales poco claras de mercado que lo conducen a tomar decisiones demasiado prudentes y los inducen a fallas de información y, o, coordinación.
2. Señal clara de un cambio del sistema (producto de las relaciones entre los subsistemas) que pretende visualizar y que perjudicará su industria.

Su expresión funcional de inversión es la siguiente:

$$\mathbf{I}_{(t)IP} = \beta \cdot [\mathbf{Ve}_{(t-1)} - \mathbf{Ve}_{(t)}]$$

siendo β un coeficiente que recoge la influencia de este tipo de agentes en la función de Inversión Total y $[\mathbf{Ve}_{(t-1)} - \mathbf{Ve}_{(t)}]$ la diferencia entre las ventas (o Demanda Efectiva) del período anterior y las del período actual.

De esta manera queda conformada la **Inversión Total**, cuya forma funcional es la siguiente:

$$\mathbf{IT}_{(t)} = \Phi \cdot [\mathbf{Ve}_{(t-1)}] + \dot{\alpha} \cdot [\mathbf{Ve}_{(t-1)} + \mathbf{Ve}_{(t)}] + \beta \cdot [\mathbf{Ve}_{(t-1)} - \mathbf{Ve}_{(t)}]$$

Los agentes se enfrentarán, en un momento del tiempo, a un shock de demanda persistente a través de períodos ulteriores, cuyo impacto sobre la Inversión Total podrá apreciarse en la trayectoria de la función resultante en *n períodos*, o sea, en *n iteraciones*, a través de la siguiente ecuación explicativa del shock de demanda que implica una caída de la Inversión Total:

$$\frac{IT_{(t)}}{IT_{(t-1)}} = [\Phi \cdot [Ve_{(t-1)}] + \alpha \cdot [Ve_{(t-1)} + Ve_{(t)}] + \beta \cdot [Ve_{(t-1)} - Ve_{(t)}]] /$$

siendo $IT_{(t-1)}$ el monto de la Inversión Total del período anterior y

$$IT_{(t)} = [\Phi \cdot [Ve_{(t-1)}] + \alpha \cdot [Ve_{(t-1)} + Ve_{(t)}] + \beta \cdot [Ve_{(t-1)} - Ve_{(t)}]] /$$

el monto de la Inversión Total del período anterior, por unidad de Inversión del período.

Las simulaciones serán de tres tipos:

- A.** Variación de la composición de los agentes que influyen en el modelo (fuerza de los agentes en el resultado de la Inversión Total).
- B.** Variación de la influencia (composición) de los agentes en el modelo y, en un momento del tiempo, shock de demanda a la vez que se varía, nuevamente, la composición de la influencia de los agentes en el modelo.
- C.** Shock de demanda, variando a posteriori en sucesivos momentos del tiempo, de forma persistente, la composición de los agentes, para apreciar como varía la inversión, ante cambios en la información que perciben, pudiendo los agentes cambiar su conducta para situarse en una categoría distinta (v.g., pasando de ser pesimistas a optimistas).

Simulación A

$$\Phi = 1; V(et-1) = 1;$$
$$\alpha = 0,5; V(et) = 0,1;$$
$$\beta = 0,5$$

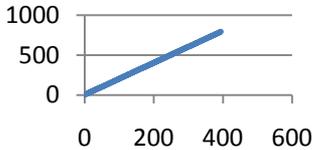


Gráfico 1

Parece absolutamente lógico que la función de Inversión Total sea representada por una recta de pendiente positiva, siendo que la influencia de los coeficientes alfa y beta es de igual peso, mostrando una evolución creciente de la Inversión Total.

$$\Phi = 1; V(et-1) = 0,1; \alpha =$$
$$0,1; V(et) = 1; \beta = 0,5$$

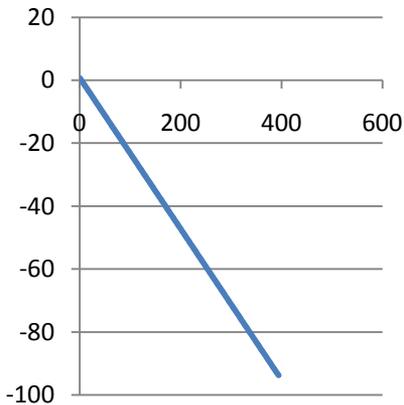


Gráfico 2

En concordancia con lo expresado por la simulación anterior, el mayor peso o ponderación de beta demuestra, de forma coherente con lo planteado en la ecuación de Inversión Total, que es perfectamente lógico que, para este caso, la pendiente de la recta sea negativa, denotando la caída de la inversión cuando la fuerza en la composición es mayor para los agentes denominados Informados Pesimistas.

$\Phi = 1; V(et-1) = 1; \acute{\alpha} = 0,1; V(et) = 0,1; \beta = 0,5$

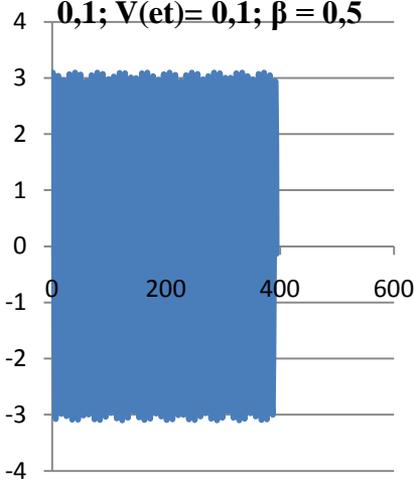


Gráfico 3

Este caso nos deja como enseñanza que no siempre la intuición nos ayuda a la hora de dilucidar una predicción posible: las fluctuaciones no reflejan la importancia del peso del coeficiente beta, como en la simulación anterior, así como tampoco la baja ponderación de alfa. Respecto a Phi, no incide en el comportamiento fluctuante, aunque si lo hace respecto a los límites entre los cuales varía la función: a menor valor de Phi, menores son los valores que acotan la función.

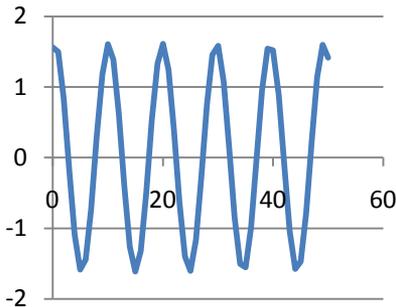


Gráfico 4

Realizando un gráfico de menos iteraciones de la misma simulación encontramos muy claramente que la dinámica nos muestra una fluctuación periódica propia de un atractor del ciclo límite.

$\Phi = 1$; $V(et-1) = 1$; $\acute{\alpha} = 0,5$; $V(et) = 0,8$; $\beta = 0,5$ y SHOCK de DEMANDA en iteraci3n n^o 13

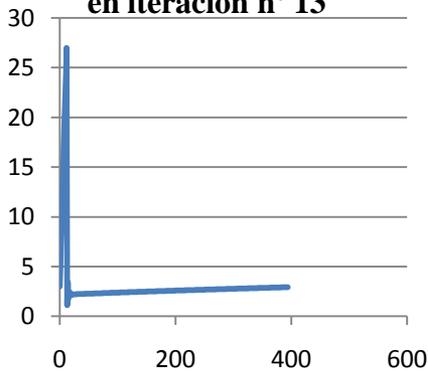


Gráfico 5

A partir de la iteraci3n n^o 13 una ca3da de la demanda impacta sobre la Inversi3n Total, la cual llegado a un cierto l3mite no logra, a trav3s de las 400 iteraciones (tiempo), siquiera llegar a tocar el "piso" num3rico del que parti3 en el per3odo inicial.

La funci3n parece tender a un "punto fijo" inicial, aunque en su l3mite, sin llegar a alcanzarlo, pues la trayectoria se eleva levemente, a trav3s de las 400 iteraciones realizadas.

$\Phi = 1; V(et-1) = 1; \acute{\alpha} = 0,5; V(et) = 0,8; \beta = 0,5.$
En iteraciòn n° 13, shock de demanda y variaciòn simultànea de $\acute{\alpha} = 0,1$ y $\beta = 0,9$

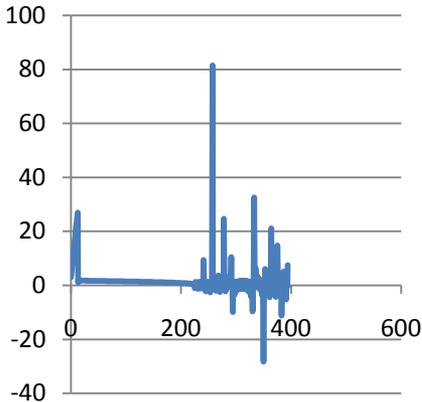


Gráfico 6

Esta simulaciòn se inicia con los mismos valores que la anterior, pero, en la iteraciòn n° 10, a la vez que se realiza el shock de demanda (negativo), se pondera con mayor importancia a beta, para verificar si la mayor fuerza pesimista, evaluada con la menor demanda, haría descender la Inversiòn total.

La funciòn proyectada no tiene ningùn tipo de patròn predecible a "simple vista". Fluctúa imprevisiblemente entre las iteraciones 240 y 400. El crecimiento de la inversiòn por encima de su valor mäs alto, para luego descender abruptamente no permite realizar conclusiones, aunque en el largo plazo, tiende a oscilar entre valores cercanos a cero, con períodos que podrían calificarse como aleatorios, por no contar con una explicaciòn causal.

Simulaciòn B.

$\Phi = 0; V(et-1) = 1; \acute{\alpha} = 0,5;$
 $V(et) = 0,1; \beta = 0,2$

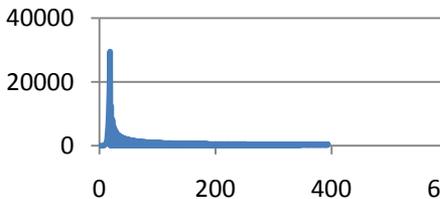
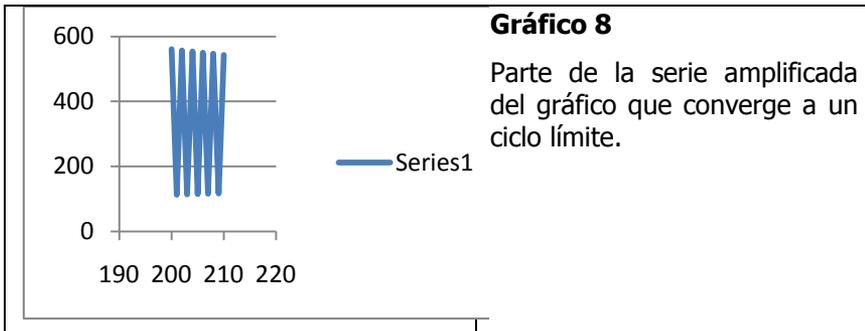


Gráfico 7

El impacto de la caída de la demanda converge, en el largo plazo, como se puede apreciar en el cuadro de mayor cercanía (el cual denota, al menos plásticamente, una mayor amplitud entre las trayectorias) a un ciclo límite.



En ambos gráficos se puede observar que siendo imprevisibles ciertas trayectorias, debido a la abrupta divergencia, la oscilación que se produce en la mayor parte de las iteraciones es cercana a cero.

Gráfico 9

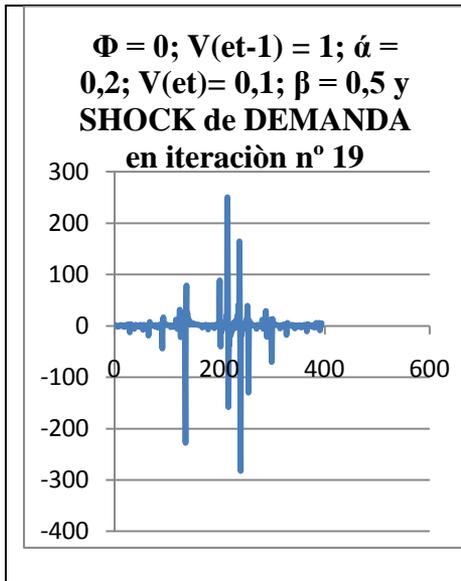
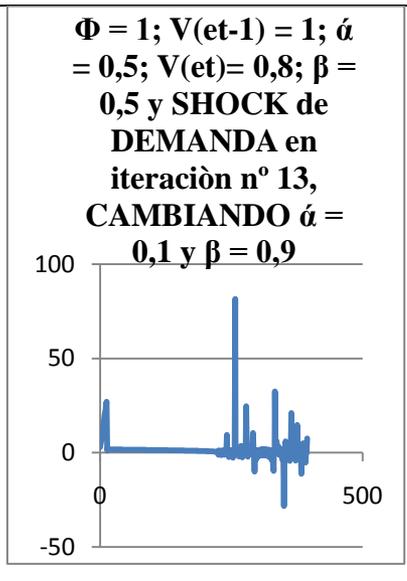


Gráfico 10



Simulación C

$\Phi = 1$; $V(et-1) = 1$; $\alpha = 0,5$; $V(et) = 0,8$; $\beta = 0,5$ y SHOCK de DEMANDA, CAMBIANDO α y β , en iteraciones 13, 30, 45, 60 y 80

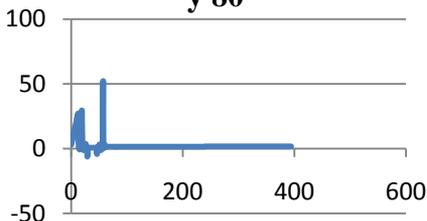


Gráfico 11

Se puede apreciar que cuando a través de la ponderación cambia la importancia de los agentes, en sus decisiones de inversión, cambian las trayectorias de la Inversión Total, evidenciando, en el plano teórico, cuán volátil puede ser la inversión, si los agentes económicos perciben información distinta respecto del ambiente económico de negocios. Luego de las perturbaciones puntuales, la trayectoria tiende a un punto fijo.

2. APRECIACIÓN GENERAL

A través de las diferentes simulaciones no se ha encontrado evidencia de comportamiento caótico, aunque sí se halla dinámica atractora simple en las trayectorias convergentes a un punto fijo y ciclo límite (incluso por períodos).

Las divergencias debidas a shocks o cambios en la ponderación de los distintos tipos de inversores muestran como en épocas de crisis la recuperación a los valores de tendencia inicial se dificultan, puesto que se opera en un contexto de insuficiencia de Demanda Efectiva, lo cual ha sido señalado por Michal Kalecki (1945) en *Full Employment by Stimulating Private Investment?*, artículo en el cual el autor explica la inhabilidad del inversor privado para cumplir su parte en un régimen de pleno empleo, presentando como solución el aumento del gasto del gobierno, lo cual permite vencer la inhabilidad del empresario privado, lo cual constituye una contradicción capitalista. El aumento del gasto, por parte del gobierno, debe ser a justa escala: "*dos puentes sobre un estrecho rio puede ser apropiado, pero, tres o cuatro, puede ser absurdo*", Kalecki (1945).

Como autocrítica, se deja sentado que la función de Inversión Total carece de una función (similar a la función de pérdida utilizada en la determinación de los precios del modelo de Interacción de los Agentes en Mercado de Capitales) que cambie las trayectorias funcionales a medida que los valores de la Demanda Efectiva se encuentran más allá de cierto límite, cuestión que quedará para futuros tests.

Axel Leijonhufvud (1993), en *Towards a not too rational macroeconomics*, explica con mayor profundidad este sentido (auto)crítico.

Studying dynamical systems with the aid of the computer means doing a form of inductive mathematics. This is not what we are used to and the foundations are also to be found in branches of mathematics other than those we require of our graduate students today, i.e., in computability theory, complexity theory, and algorithmic information theory.

Semejantemente, Leijonhufvud, expresa la constancia de su apoyo al uso de sistemas computacionales para modelizar la economía con un algoritmo artificial de estructura "bottom-up", lo cual sirvió, en segunda instancia, para definir la elección de realizar este trabajo.

Where do computers come in, you may ask? So far, I have been trying to persuade you that, in economics, we have gotten the relationship between the system and its elements - that is, between the economy and its individual agents - backwards.

A sideways glance at what is going on in other fields can sometimes help one's perspective. The field of Artificial Intelligence is in the grips of a controversy between those who advocate a "top down" and those who favor a "bottom up" approach. The "top down" approach relies on the sheer crunching power of a centralized processor eventually to replicate whatever human intelligence can do. The "bottom up" approach, or "distributed AI", relies on interacting networks of relatively simple processors and attempts to make neural nets evolve that, by parallel processing, will handle tasks far beyond the capacities of the components.

Neoclassical general equilibrium theory is, in these terms, quintessentially "top down". That is why, in the absence of externalities, it reduces to the optimal solution of a social planner's problem. There is little purpose to economists choosing sides and doing battle as if these two approaches were mutually exclusive across the entire discipline. But to get a handle on such ill-coordinated processes as high inflations or deep

depressions, for instance, we may do better to view the system from the "bottom up." I propose the following conjecture: The economy is best conceived of as a network of interacting processors, each one with less capability to process information than would be required of a central processor set to solve the overall allocation problem for the entire system.

El espíritu de este trabajo se enmarca dentro del propósito, la inquietud común en toda la humanidad, de buscar respuestas, soluciones a los problemas que nos aquejan, mediante distintos métodos. Este trabajo se enmarcó en el enfoque de resolución de sistemas simples por simulación para observar si generan dinámica compleja.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Fernández Díaz, Andrés. *Dinámica Caótica en Economía (Teoría y aplicaciones)*, Segunda edición.

Kalecki, M., (1945): *Full employment by stimulating private investment?*, Oxford Economic Papers, No. 7 pp. 83-92.

Keynes, J. M., (2001): *Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero*, Tercera edición, Fondo de Cultura Económica, p.63.

Keynes, J. M. *The General Theory of Employment, Interest and Money*, eBook No.: 0300071h.html, Edition: 1.

Leijonhufvud, A., (1993): *Towards a not-too-rational macroeconomics*, Southern Economic Journal. Recuperado el 30 de Mayo de 2011, de <http://www.allbusiness.com/specialty-businesses/391968-1.html>

Nassim Nicholas Taleb, (2007): *The Black Swan: the impact of the highly improbable*, Random House, p. 132.

ANÁLISIS DE TRANSICIONES Y DEL STOCK DE SINIESTROS PROVENIENTES DE LA LEY DE RIESGOS DE TRABAJO

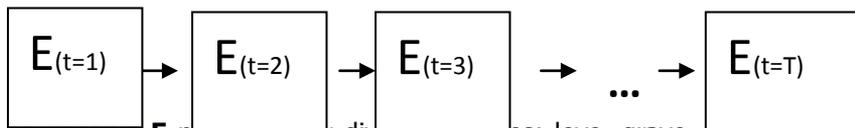
*Esteban Cervetto
Liliana Silva*

1. OBJETIVO

El objetivo de este trabajo es estudiar el movimiento de los accidentes del trabajo por distintos estados (leve, grave, rechazado, cerrado, etc.) durante su maduración. Los resultados que se obtengan se utilizarán para conseguir dos resultados deseados: la distribución definitiva de siniestros por estado y la proyección del stock de siniestros en cartera.

2. DESARROLLO TEÓRICO

La evolución del estado de un siniestro puede abstraerse en el valor de una variable discreta E que capta el estado del siniestro en períodos equiespaciados $t=0,1,2,\dots,T-1$, siendo T la maduración al cierre del siniestro.



La variable E puede tomar diversos valores: leve, grave, fallecimiento, rechazado, cerrado, teniendo cada uno de estos estados una distribución de probabilidad de transición.

Definimos como **probabilidad de transición** a la probabilidad de que un siniestro pase del estado "a" al estado "b" en un momento t de la siguiente forma:

Si decimos que existen k estados posibles en cada momento, definimos las reglas de cierre de la función de probabilidad de transición así:

para todo estado inicial $x = a, b, \dots, k$.

Como puede observarse, las probabilidades de transición dependen del estado inicial del siniestro.

Si se repitiera la misma ley de probabilidad para todo valor de t , estaríamos observando una **cadena de Markov multiestado**.

Estados posibles

Los estados de la variable **E** que se configuraron para riesgos de trabajo son los que se enumeran a continuación:

- **C**: El siniestro está cerrado. Se interpreta como fin de las prestaciones.
- **R**: El siniestro se encuentra rechazado. No percibe beneficios
- **L**: El siniestro es leve y se encuentra en gestión
- **G 0-5**: El siniestro es grave con incapacidad entre 0%-5% y se encuentra en gestión.
- **G 5-10**: El siniestro es grave con incapacidad entre 5%-10% y se encuentra en gestión.
- **G 10-15**: El siniestro es grave con incapacidad entre 10%-15% y se encuentra en gestión.
- **G 15-20**: El siniestro es grave con incapacidad entre 15%-20% y se encuentra en gestión.
- **G 20-50**: El siniestro es grave con incapacidad entre 20%-50% y se encuentra en gestión.
- **G 50-66**: El siniestro es grave con incapacidad entre 50%-66% y se encuentra en gestión.
- **G T**: El siniestro es grave con incapacidad total y se encuentra en gestión.
- **GI** : El siniestro es grave con gran Invalidez y se encuentra en gestión.
- **F**: El siniestro es un fallecimiento y se encuentra en gestión.
- **Z**: El siniestro es aún desconocido para la compañía (IBNR).

- **A:** El siniestro está anulado (error de sistema, se borra el siniestro).

La cantidad de estados a configurar depende mucho de su propio comportamiento, así como de los objetivos perseguidos. En el caso particular de este trabajo, se procuró mantener los estados de gravedad según el tipo de indemnización percibida por la ley de riesgos de trabajo, y también se decidió abrir el estado de siniestro grave de 0% a 50% de incapacidad en más estados debido a que la gravedad del daño hace que la maduración y probabilidad de transición a otros estados sean diferentes.

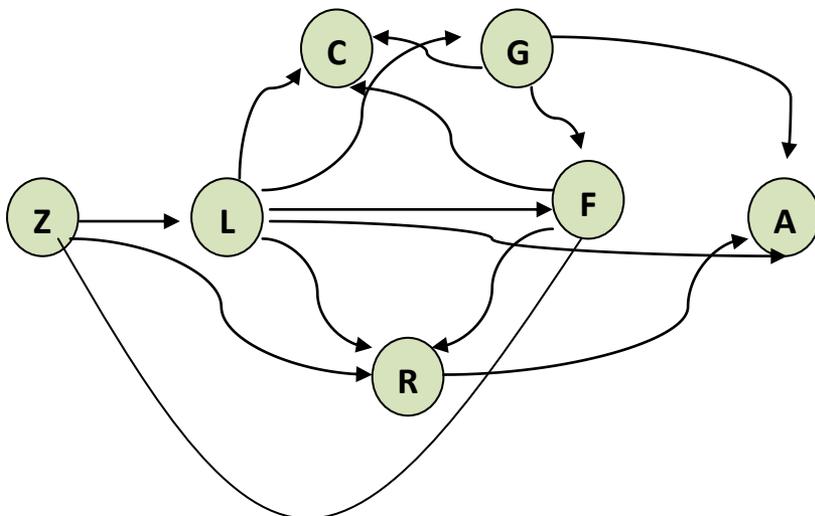
La cantidad de estados y longitud de los períodos de observación también es recomendable configurarlos según sea la cantidad de la muestra que se retiene por estado, tratando de minimizar la cantidad de estados vacíos o poco poblados que se puedan generar. Por ejemplo, hubiera sido interesante agrupar las incapacidades mayores al 50% en un estado común.

Representación

La matriz de transición puede representarse de dos formas:

a) mediante un diagrama de nodos. Los estados se representan mediante globos ("nodos") y las transiciones posibles con flechas. No es muy útil para realizar cálculos pero permite visualizar el flujo de los cambios. Su representación es la siguiente¹:

¹ No se graficaron todos los estados ni relaciones. Es sólo ilustrativo.



b) mediante una matriz. Cada celda cuantifica la probabilidad de transición, siendo la fila que intersecta el estado inicial y la columna el estado final. Esta representación es la que se utiliza para la realización del cálculo matricial.

Tabla 1

| | anulado | cerrado | rechazado | leve | grave | fallecido |
|---------------------|---------|---------|-----------|------|-------|-----------|
| estado | A | C | R | L | G | F |
| Z: IBNR | | | | | | |
| C: cerrado | | | | | | |
| R: rechazo | | | | | | |
| L: leve | | | | | | |
| G: grave | | | | | | |
| F: fallecido | | | | | | |

Estimación

La estimación empírica y más sencilla de la probabilidad consiste en observar qué proporción de siniestros pasan al estado b, siendo que estaban en el estado a. Asimismo este estimador resulta ser uno de los más eficientes².

Formalmente:

Siendo n_{ab} el número de transiciones observadas del estado "a" al "b" y n_a el número de siniestros en el estado inicial "a" al momento t.

Puede que se tenga la posibilidad en el proceso analizado que el siniestro entre en un estado de anulación (Z), el cual representa un error de carga en la base de datos (por lo tanto nunca fue un siniestro), o el extravío de registración del estado del siniestro en alguno de los momentos t. La manera más sencilla de tratarlos es como un estado más, y debido a que no se hallará registro del mismo en el momento t+1, se estimará dicha probabilidad como el complemento de las demás probabilidades de transición a estados válidos a fin de cumplir con la ley de cierre de probabilidad:

Para estimar el IBNR, al no existir estado previo, no es posible tomar la fórmula anterior. Es necesario tomar otro punto de observación inicial. Estimamos la probabilidad de la siguiente manera

siendo N por ejemplo: la cantidad de siniestros en el mismo estado inicial n_{aa} , la cantidad de siniestros en el estado inicial independiente de su estado n_{ab} , la cantidad de siniestros en el momento t=0 n_a , la cantidad de trabajadores expuestos, etc...Para este trabajo, se tomó la tasa de ingresos nuevos sobre el número de siniestros al inicio $\frac{n_{aa}}{n_a}$:

²Es el estimador de máxima verosimilitud.

Con estos estimadores se arman las **matrices de transición**:

| | | |
|---------------|-----------|---------------|
| | Z:anulado | Demás estados |
| Z:IBNR | 0 | |
| Demás estados | | |

Son muy útiles las matrices de transición acumuladas, es decir, aquellas que brinden la probabilidad de transición a través de varios períodos, especialmente desde el inicio $t=0$.

Lamentablemente no se trata de una matriz estocástica y no se pueden multiplicar directamente, debido a que el estado de IBNR no cumple con la ley de cierre (se trata de una tasa) y su base inicial de siniestros expuestos es diferente que para los otros estados. Para poder multiplicar una matriz por otra, se organizan los cálculos anteriores de la siguiente manera matricial:

| | | |
|---------------|-----------|---------------|
| | Z:anulado | Demás estados |
| Z:IBNR | 0 | ³ |
| Demás estados | | |

Nótese que el modo de cálculo es recursivo y que la submatriz es una multiplicación matricial.

3. MATRICES OBTENIDAS

Se presenta el siguiente ejemplo ilustrativo a partir de una muestra de siniestros observados mensualmente.

³La forma de tomar la probabilidad de IBNR dependerá de cual haya sido la base de exposición.

Matriz de Transición. 1 mes de maduración

Las observaciones de siniestros con 1 mes de duración produjo la siguiente matriz de transición:

Tabla 2

| | Z | G 0-5 | G 5-10 | G 10-15 | G 15-20 | G 20-50 | G 50-66 | GT | F | % Muestra |
|---------|---------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|-------|-------|-----------|
| Z: | ,00 | ,0472 | ,1117 | ,0010 | ,0003 | ,0000 | ,0001 | ,0001 | ,0000 | 0,140 |
| IBNR | ,0261,0 | | | | | | | | | 0,000 |
| C | | ,9974 | ,0026 | | | | | | | 0,032 |
| R | | ,0141 | ,9737 | ,0044 | ,0029 | ,0010 | ,0002 | ,0003 | ,0001 | 0,815 |
| L | ,0014 | ,0018 | ,0076 | ,3359 | ,6336 | ,0153 | ,0076 | | | 0,005 |
| G 0-5 | | ,0139 | ,1111 | ,8611 | | ,0139 | | | | 0,003 |
| G 5-10 | | | ,0952 | | ,9048 | | | | | 0,001 |
| G 10-15 | | | ,0455 | | ,9545 | | | | | 0,001 |
| G 15-20 | | | | | | ,80 | | | ,200 | 0,000 |
| G 20-50 | | | | | | | 1,0 | | | 0,000 |
| G 50-66 | | | | | | | | 1,0 | | 0,000 |
| GT | | | | | | | | | 1,0 | 0,000 |
| GI | | | | | | | | | 1,0 | 0,000 |
| F | | ,0930 | | | | | | | ,907 | 0,002 |

3.1 Matriz de transición P (0;1)

Leves: Lo primero que se puede observar es que, lógicamente, la mayoría de las transiciones se observan en siniestros leves porque casi todos los siniestros son leves; el 97,37 % de ellos permanecen en el mismo estado, un 0,89 % pasan a ser graves y un 1,8 % se cierra como leve (entiéndase como "curado"). **Se denota que un 1,41 % son rechazados a los 30 días.**

Graves 0-5 %: Con sólo 30 días de maduración, se destaca que los casos ingresados con una baja incapacidad estimada, pasan al estado "leve" en un 33,59 %, un 63,36 % mantienen su estado y un 2,29 % empeora. La probabilidad de un rechazo en este estado es baja (0,76 %).

Graves 5-10 %: También se observa una alta probabilidad de pasar de grave a leve (11,11 %). Es dable destacar que las probabilidades de recuperación son más bajas que para un incapacitado del 0-5 %.

Fallecimientos: El dato que más se destaca en este estado inicial (los fallecidos también evolucionan) es que antes de terminar el mes **el 9,30% son rechazados, que es por diferencia la tasa de rechazos más alta.**

IBNR: se aprecia una probabilidad del 16,31 % de registrar un siniestro por IBNR.

Una consideración a tener en cuenta es que esta matriz expuesta es puramente empírica y aún le falta incorporar el "estado del arte" del actuario para rellenar celdas vacías y suavizar probabilidades. A fines de simplificar la exposición no se aplicarán correcciones.

Matriz de Transición. 2 meses de maduración

En base a otras transiciones entre $t=1$ y $t=2$ meses, se obtiene la siguiente matriz:

Tabla 3

| | Z | C | R | L | G 0-5 | G 5-10 | G 10-15 | G 15-20 | G 20-50 | G 50-66 | GT | GI | F | |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|------|------|-------|-------|
| Z: | ,0000 | ,0046 | ,0024 | ,0067 | ,0002 | ,0000 | | | | | | | | 0,014 |
| IBNR | | | | | | | | | | | | | | |
| C | | ,9767 | | ,0233 | | | | | | | | | | 0,002 |
| R | | ,0153 | ,9775 | ,0058 | ,0007 | ,0007 | | | | | | | | 0,058 |
| L | ,0003 | ,4914 | ,0010 | ,4977 | ,0047 | ,0033 | ,0010 | ,0003 | ,0002 | | | | | 0,910 |
| G 0-5 | | ,0476 | | ,2679 | ,6310 | ,0417 | ,0119 | | | | | | | 0,007 |
| G 5-10 | | ,0265 | | ,1593 | ,0354 | ,7434 | ,0265 | | ,0088 | | | | | 0,005 |
| G 10-15 | | ,0278 | | | | ,0278 | ,9444 | | | | | | | 0,002 |
| G 15-20 | | | | ,0769 | | | | ,9231 | | | | | | 0,001 |
| G 20-50 | | | | | | | | | 1,00 | | | | | 0,001 |
| G 50-66 | | | | | | | | | | 1,00 | | | | 0,000 |
| GT | | | | | | | | | | | 1,00 | | | 0,000 |
| GI | | | | | | | | | | | | 1,00 | | 0,000 |
| F | | ,0930 | | | | | | | | | | | ,9070 | 0,002 |

3.2 Matriz de transición P (1;2)

A los fines de proyección, interesa tener construida la matriz acumulada $P(0;2) = P(0;1)*P(1;2)$:

Tabla 4

| | Z | C | R | L | G 0-5 | G 5-10 | G 10-15 | G 15-20 | G 20-50 | G 50-66 | GT | GI | F |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|---------|---------|------|------|-------|
| Z: | ,0000 | ,0078 | ,0499 | ,1193 | ,0012 | ,0003 | ,0000 | ,0001 | ,0001 | | | | ,0000 |
| IBNR | | | | | | | | | | | | | |
| C | | ,9767 | | ,0233 | | | | | | | | | |
| R | ,0000 | ,0165 | ,9749 | ,0071 | ,0007 | ,0007 | ,0000 | ,0000 | ,0000 | | | | |
| L | ,0017 | ,4809 | ,0148 | ,4864 | ,0075 | ,0055 | ,0021 | ,0005 | ,0005 | | | | ,0001 |
| G 0-5 | ,0001 | ,1960 | ,0078 | ,3394 | ,4019 | ,0391 | ,0155 | ,0001 | ,0002 | | | | |
| G 5-10 | ,0000 | ,0910 | ,0001 | ,1939 | ,0310 | ,6405 | ,0230 | ,0129 | ,0076 | | | | |
| G 10-15 | ,0000 | ,0719 | ,0001 | ,0474 | ,0005 | ,0254 | ,8546 | ,0000 | ,0000 | | | | |
| G 15-20 | ,0000 | ,0223 | ,0000 | ,0961 | ,0002 | ,0001 | ,0000 | ,8811 | ,0000 | | | | |
| G 20-50 | | ,0186 | | | | | | | ,8000 | | | | ,1814 |
| G 50-66 | | | | | | | | | | 1,00 | | | |
| GT | | | | | | | | | | | 1,00 | | |
| GI | | | | | | | | | | | | 1,00 | |
| F | | ,0858 | ,0909 | ,0005 | ,0001 | ,0001 | | | | | | | ,8226 |

3.3 Matriz de transición P (0;2)

La columna de cierres comienza a mostrar valores más elevados, indicando que muchos siniestros están llegando a su maduración. Otros aspectos que pueden analizarse en la matriz son:

Leves: La tasa de cierre de un leve a los 2 meses es de un 48,09 %; permanecen abiertos como leves un 48,64 % y un 1,62 % pasan a ser graves. Se mantiene un 1,48 % de rechazos, indicando que se han agotado las posibilidades de rechazo.

Graves 0-5 %: Un 19,60% de estos siniestros ya fue cerrado. El 5,49% pasa a un estado más grave, otro 33,94 % pasa a estado leve y la tasa de rechazos se ubica en un 0,78 %.

Graves 5-10, 10-15 y 15-20 %: Las conclusiones son similares para estos tres grupos: la probabilidad de cierre aumenta respecto a P(0;1) y las posibilidades de un caso grave a leve también son importantes (5-10%: 19,39 %; 10-15%: 4,74 % y 15-20 %: 9,71 %).

Fallecimientos: El 8,58% de los fallecimientos se ha cerrado y la tasa de rechazos continúa en un 9,09%.⁴

Cierres: Existe una posibilidad de un 2,33 % de reabrir un caso.

Matriz de transición. 17 meses de maduración

Esta es la última matriz disponible. Es momento de comenzar a considerar por qué se tiene aún ciertos siniestros en gestión. Para ello se tomaron algunos supuestos sobre los grupos menos numerosos:

- Se cerraron los siniestros leves, fallecidos e incapacidades menores al 50%

- **Incapacidades mayores al 50 %, Incapacidad Total y Gran Invalidez:** Ante la baja cantidad muestral, se ignoraron las transiciones a rechazos y fallecimientos, asumiendo que su estado no puede cambiar hasta alcanzar los períodos reglamentarios de indemnización.

- Se cerró la entrada de IBNR.

- Tanto los siniestros rechazados como cerrados mantienen su estado.

La matriz ***P(16;17)*** queda así:

⁴Es de destacar que en la matriz anterior la probabilidad de rechazar un fallecido era mayor (9,30%). En efecto, no debería haber disminuído. Lo que sucede es que los estados "rechazado" y "fallecido" no están funcionando como estados absorbentes. Del 9,30 % de fallecidos que se rechazan en la primer transición, un 97,75% permanece en estado "rechazado" (o sea un 9,09%) y un $(0,058 + ,0007 + ,0007) * 9,30 \% = 0,067\%$ "revive". Este problema puede evitarse con un mejor diseño de la matriz de transición.

Tabla 5

| | Z | C | R | L | G 0-5 | G 5-10 | G 10-15 | G 15-20 | G 20-50 | G 50-66 | GT | GI | F |
|---------|-----|------|------|-----|-------|--------|---------|---------|---------|---------|-----|-----|-----|
| Z: IBNR | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 | ,00 |
| C | | 1,00 | | | | | | | | | | | |
| R | | | 1,00 | | | | | | | | | | |
| L | | 1,00 | | ,00 | | | | | | | | | |
| G 0-5 | | 1,00 | | | ,00 | | | | | | | | |
| G 5-10 | | 1,00 | | | | ,00 | | | | | | | |
| G 10-15 | | 1,00 | | | | | ,00 | | | | | | |
| G 15-20 | | 1,00 | | | | | | ,00 | | | | | |
| G 20-50 | | 1,00 | | | | | | | ,00 | | | | |
| G 50-66 | | | | | | | | | | 1,0 | | | |
| GT | | | | | | | | | | | 1,0 | | |
| GI | | | | | | | | | | | | 1,0 | |
| F | | 1,00 | | | | | | | | | | | ,00 |

3.4 Matriz de transición P (16;17)

El estudio meticuloso de las matrices, como se ha tratado de ejemplificar, lleva necesariamente hacia el entendimiento del proceso siniestral de un accidente de trabajo.

4. PROYECCIÓN DE LA POBLACIÓN DE SINIESTROS

Con dichas matrices también puede proyectarse una población de siniestros inicial a un horizonte de tiempo **h** determinado.

Para ello se necesita clasificar el stock de siniestros **Stk** según su maduración **t**. El Stock se conforma de un conjunto de poblaciones de siniestros N con maduraciones **t** diferentes:

Luego, si se quisiera llevar el stock de siniestros **h** períodos hacia adelante, cada población de siniestros se proyecta con la matriz de transición que le corresponda

Cada elemento de la sumatoria de arriba es la proyección de un conjunto de siniestros con una maduración en particular. Dicha proyección se realiza con un producto matricial entre la cantidad de siniestros y la matriz de transición P que lleva la maduración t a $t+h$.

Ejemplo de proyección de una población de siniestros

A fin de presentar un ejemplo, se simuló un stock de siniestros con la siguiente estructura de siniestros inicial:

Tabla 6. Estructura de siniestros inicial $N(0)$

| Estado | Siniestros al inicio ($t=0$) |
|-------------------|--------------------------------|
| Z: anulado | 0 |
| C | 0 |
| R | 80 |
| L | 1.600 |
| G 0-5 | 17 |
| G 5-10 | 7 |
| G 10-15 | 6 |
| G 15-20 | 4 |
| G 20-50 | 3 |
| G 50-66 | 1 |
| G T | 1 |
| GI | 1 |
| F | 2 |

Asumiendo que el comportamiento de las matrices de transición no cambia con el correr del tiempo y que a partir de $t=17$ la población de siniestros se mantiene invariante (), se obtiene la siguiente proyección de una cohorte de siniestros con edad 0:

Tabla 7

| Estado | t=0 | t=1 | t=2 | t=3 | t=4 | t=8 | t=12 | t=15 | t=17 | t>17 |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Anulados | 0 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Cerrado | 0 | 7 | 886 | 1.4 57 | 1.6 12 | 1.7 83 | 1.8 39 | 1.8 68 | 1.9 01 | 1.9 01 |
| Rechazo | 80 | 184 | 187 | 189 | 189 | 187 | 188 | 191 | 192 | 192 |
| Leve | 1.6 00 | 1.7 58 | 899 | 326 | 177 | 51 | 19 | 5 | 0 | 0 |
| 0%-5% | 17 | 19 | 22 | 28 | 28 | 14 | 9 | 5 | 0 | 0 |
| 5%-10% | 7 | 11 | 15 | 22 | 27 | 17 | 8 | 5 | 0 | 0 |
| 10%-15% | 6 | 7 | 9 | 12 | 12 | 11 | 8 | 3 | 0 | 0 |
| 15%-20% | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 7 | 7 | 5 | 0 | 0 |
| 20%-50% | 3 | 3 | 4 | 4 | 4 | 4 | 8 | 7 | 0 | 0 |
| 50%-66% | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 | 6 | 6 |
| >66% | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 |
| GI | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Fallecidos | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Total (sin anulados) | 1.7 22 | 1.9 99 | 2.0 33 | 2.0 49 | 2.0 63 | 2.0 79 | 2.0 92 | 2.0 98 | 2.1 02 | 2.1 02 |
| Total Leves | 1.6 00 | 1.7 58 | 899 | 326 | 177 | 51 | 19 | 5 | 0 | 0 |
| Total Graves | 42 | 50 | 61 | 77 | 85 | 58 | 46 | 34 | 9 | 9 |

Pueden realizarse varios comentarios sobre lo observado:

- La cantidad total de siniestros se ha incrementado en un neto 22,06 % debido a incrementos por IBNR y decrementos por anulaciones de siniestros.
- Los rechazos son un estado que atrae varios siniestros hasta $t=1$. Luego de allí, su movimiento es ínfimo.
- Los siniestros leves se cierran en su gran mayoría en el período que llega hasta $t=3$.
- Los siniestros graves aumentan su participación, sobre todo los tramos de 0 % a 15 % de incapacidad.

Ejemplo de proyección de un stock de siniestros

Un stock está formado por varias poblaciones siniestros.

Su proyección h períodos consiste en realizar el mismo ejercicio anterior con cada una de las cohortes.

Supongamos un ejemplo con $h=3$.

Asumimos nuevamente que las matrices de transición son invariantes en el tiempo y que a partir de $t=17$ no hay más cambios de estado. A partir de $t > T$, la población de siniestros se mantiene invariante:

El stock ejemplar de inicio estará formado por la estructura de siniestros inicial multiplicada por la matriz de transición y 0 siniestros con más de 17 meses de antigüedad:

La proyección resultante es la siguiente:

Tabla 8

| Estado | t=0 | t=1 | t=2 | t=3 | t=4 | t=8 | t=1 2 | t=1 5 | t=1 7 | t>1 7 |
|----------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Anulados | 0 | 5 | 8 | 10 | 12 | 19 | 22 | 23 | 23 | 23 |
| Cerrado | 27.5 55 | 29. 456 | 31. 349 | 32. 364 | 32. 808 | 33. 620 | 33. 995 | 34.1 56 | 34.2 15 | 34.2 15 |
| Rechazo | 3.2 81 | 3.3 92 | 3.4 00 | 3.4 04 | 3.4 07 | 3.4 20 | 3.4 40 | 3.4 47 | 3.4 48 | 3.4 48 |
| Leve | 5.2 24 | 3.6 24 | 1.8 67 | 968 | 641 | 200 | 49 | 11 | 0 | 0 |
| 0%-5% | 252 | 235 | 215 | 194 | 165 | 79 | 29 | 7 | 0 | 0 |
| 5%-10% | 233 | 226 | 215 | 200 | 177 | 83 | 31 | 10 | 0 | 0 |
| 10%-15% | 152 | 146 | 139 | 130 | 118 | 68 | 27 | 6 | 0 | 0 |
| 15%-20% | 103 | 99 | 94 | 89 | 83 | 56 | 31 | 8 | 0 | 0 |
| 20%-50% | 88 | 85 | 82 | 79 | 75 | 57 | 38 | 13 | 0 | 0 |
| 50%-66% | 47 | 52 | 56 | 61 | 66 | 82 | 97 | 102 | 103 | 103 |
| >66% | 21 | 21 | 22 | 22 | 23 | 25 | 27 | 27 | 27 | 27 |
| GI | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 | 18 |
| Fallecidos | 29 | 26 | 23 | 21 | 18 | 12 | 7 | 3 | 0 | 0 |
| Total (sin anulados) | 37.0 02 | 37.3 81 | 37.4 80 | 37.5 49 | 37.5 99 | 37.7 20 | 37.7 89 | 37.8 09 | 37.8 11 | 37.8 11 |
| Total Leves | 5.2 24 | 3.6 24 | 1.8 67 | 968 | 641 | 200 | 49 | 11 | 0 | 0 |
| Total Graves | 943 | 908 | 865 | 813 | 743 | 480 | 305 | 195 | 141 | 141 |

El Stock de siniestros graves tiende a perdurar más tiempo debido a su mayor duración de tratamiento y a los cambios de estado leve a grave⁵.

Es importante seguir la evolución del stock de siniestros para el estudio de la reserva de casos y la proyección del flujo de fondos operativo.

5. CONCLUSIONES

El estudio de las transiciones entre siniestros ha permitido profundizar el análisis de la composición y evolución del stock.

También se han obtenido resultados secundarios de un valor muy apreciable. Las matrices de transición, de resultar estables en el tiempo, servirán para la confección del presupuesto, la proyección de la siniestralidad y el análisis de solvencia de la compañía.

Es dable destacar que las matrices de transición podrían utilizarse también para la construcción de tarifas, ya que con las mismas se puede tomar información más reciente de siniestros, evitando utilizar muestras de siniestros cerrados y por ende más desactualizadas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Decreto 1694/09.

Ley 24.557.

Norris J.R., Harkov Chains. Cambridge Series in *Statistical And Probabilistic Mathematics*. Cambridge University Press. 1997.

Winston Wayne L., (1994): *Investigación de Operaciones*, Grupo Editorial Iberoamerica S.A., México, ISBN 970-625-029-8.

⁵Este efecto debe estudiarse observando las matrices de transición. Una buena idea para captar el efecto bruto de transiciones de leves a graves es construir una matriz de transición sin estado "cerrado".

APLICACIÓN DE LOS CONJUNTOS BORROSOS A LA DEFINICIÓN DE PARÁMETROS INDICADORES DE SALUD

Luisa Lazzari
Patricia Mouliá

INTRODUCCIÓN

Lotfi A. Zadeh introdujo el concepto de subconjunto borroso en su artículo *Fuzzy Sets* (1965), a los efectos de proveer una herramienta para describir predicados o clases vagas, de fronteras imprecisas y que permita realizar un cálculo no aditivo de la incertidumbre, basado en operadores *soft*.

Un *predicado* o propiedad es un adjetivo que califica a ciertos objetos de los que se tiene un conocimiento. Un predicado enuncia lingüísticamente determinada propiedad de los objetos.

Se denomina *predicado nítido* a una propiedad precisa de los elementos de un conjunto que estos verifican o no, como por ejemplo "par" en el conjunto de los números naturales. Permite clasificar los objetos del ámbito de discurso en dos conjuntos nítidos y no admite modificadores lingüísticos.

Se llama *predicado vago* a una propiedad imprecisa de los elementos de un conjunto que admite diferentes grados de verdad. Por ejemplo el predicado "alto", puede emplearse en diferentes ámbitos de discurso "el precio de un artículo es alto", "la presión sanguínea de Pedro es alta", y admite modificadores lingüísticos, como en el caso de "el rendimiento de un producto es muy alto", "el colesterol de un individuo es demasiado alto" o "el peso de Juan es bastante alto". Dado que las propiedades expresadas por predicados vagos no son únicamente verdaderas o falsas, sino que admiten grados de verdad, no clasifican a los objetos del ámbito de discurso en dos grupos (Trillas, 1998).

Zadeh amplió la teoría clásica de conjuntos para poder operar con clases definidas por predicados vagos, generalizando el concepto de pertenencia a un conjunto, para el que solo existían dos posibilidades: pertenece o no pertenece. La pertenencia dejó de ser dicotómica para ser graduada. Los objetos pertenecen a varias clases con distinto grado de pertenencia a cada una de ellas.

El cálculo de Zadeh facilita una vía para representar y gestionar el razonamiento con predicados vagos y contiene como caso particular el cálculo con predicados nítidos, los cuales definen conjuntos clásicos. La nitidez o precisión aparecen como un caso límite de la vaguedad o imprecisión (Trillas, 1998).

Zadeh reconoce que las técnicas cuantitativas convencionales de análisis de sistemas son intrínsecamente inapropiadas para tratar con sistemas humanísticos.

Los modelos borrosos han resultado ser una herramienta adecuada para el tratamiento de la incertidumbre en diferentes ámbitos. Uno de ellos es el campo de la medicina debido a que la imprecisión y la incertidumbre ocupan un amplio espacio en el mismo. Un problema que se presenta es la determinación del rango admisible de variabilidad de ciertos parámetros indicadores del estado de salud de un individuo.

Los parámetros básicos de salud son simples, accesibles y buenos indicadores del funcionamiento del organismo.

Algunos parámetros básicos de salud son:

- Parámetros de peso y volumen: IMC (Índice de Masa Corporal), ICC (Índice Cintura Cadera) y cintura.
- Presión arterial sistólica (máxima) y presión arterial diastólica (mínima).
- Frecuencia cardíaca y ritmo cardíaco.
- Glucosa.
- Colesterol total, colesterol LDL ("malo"), colesterol HDL ("bueno") y triglicéridos.
- Parámetros respiratorios: VC (Capacidad Vital) y FEV1 (Volumen Espiratorio Forzado en el primer segundo).

Uno o varios parámetros básicos alterados aumentan el riesgo de padecer enfermedades crónicas y la probabilidad de muerte de un individuo.

Toda persona debe conocer y vigilar sus parámetros básicos. La medición de los mismos ha ido simplificándose con las nuevas técnicas y

actualmente son de fácil acceso, y aporta datos muy útiles para facilitar la labor del médico.

Los usuarios del sistema de salud deben tomar conciencia de que al cumplir con sencillos procedimientos de rutina optimizan la utilización de los recursos disponibles y multiplican sus beneficios personales en términos de calidad de vida.

En este trabajo se incorporan conceptos de conjuntos borrosos y se los aplica para definir ciertos parámetros indicadores del estado de salud de un individuo, para permitir la flexibilización de los límites del rango de variabilidad de los mismos.

1. ELEMENTOS DE CONJUNTOS BORROSOS

Definición 1. Sea un universo X continuo o discreto. Un *subconjunto borroso*¹ A es una función $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$ que asigna a cada elemento del conjunto X un valor $\mu_A(x)$ perteneciente al intervalo $[0, 1]$, llamado *grado o nivel de pertenencia* de x a A .

Los conjuntos nítidos pueden expresarse como un caso particular de subconjunto borroso. Por ejemplo la función de pertenencia de un intervalo cerrado $[a, b]$ de números reales, es:

$$\forall x \in \mathfrak{R} : \mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{en todo otro caso} \end{cases}$$

Un número real cualquiera, a , puede ser expresado del siguiente modo:

$$\forall x \in \mathfrak{R} : \mu_a(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x = a \\ 0 & \text{en todo otro caso} \end{cases}$$

Definición 2. Se llama *soporte* de un subconjunto borroso A de X al conjunto nítido que contiene todos los elementos del referencial cuya función de pertenencia es no nula:

$$\text{supp}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$$

¹ En inglés *fuzzy set*.

Definición 3. A está incluido en B o A es un subconjunto de B si y sólo si todos los valores de la función de pertenencia de A son respectivamente menores o iguales que los correspondientes de B .

Simbólicamente:
$$A, B \subseteq X, A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x \in X : \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$$

Definición 4. Sea un subconjunto borroso A del referencial X . Se llama α -corte o conjunto de nivel α de A al conjunto nítido $A_\alpha = \{x \in X / \mu_A(x) \geq \alpha\}$ para todo $\alpha \in (0, 1]$ (Kaufmann, 1982). Es decir, que un α -corte de un conjunto borroso es el conjunto nítido que contiene todos los elementos del conjunto referencial cuyos grados de pertenencia al conjunto borroso son mayores o iguales que el valor especificado de α (Klir y Yuan, 1995). Se define el α -corte para $\alpha = 0$, como la clausura² de la unión de los A_α , con $0 < \alpha \leq 1$ (Buckley y Qu, 1991).

1.1 Algunos operadores entre subconjuntos borrosos

Definición 5. Dados los subconjuntos borrosos A y B de X , su *unión* es el subconjunto borroso de X , denotado $A \cup B$ cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \forall x \in X$$

donde \max es el operador *máximo* que suele representarse por “ \vee ” (Kaufmann y Gil Aluja, 1987; Lazzari, 2010).

Definición 6. Dados los subconjuntos borrosos A y B de X , su *intersección* es el subconjunto borroso de X , denotado $A \cap B$ cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \forall x \in X$$

donde \min es el operador *mínimo* que suele representarse por “ \wedge ” (Kaufmann y Gil Aluja, 1987; Lazzari, 2010).

² La clausura de un conjunto A es el menor subconjunto cerrado que contiene a A , es decir que es la intersección de todos los subconjuntos cerrados que contienen a A , y se denota A^- . El conjunto A^- es un conjunto cerrado (Ying-Ming y Mao-Kang, 1997, p.43).

Definición 7. Dado el subconjunto borroso A de X , su *complemento* es el subconjunto borroso de X , denotado \bar{A} cuya función de pertenencia es: $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \forall x \in X$.

Estas definiciones de unión, intersección y complemento son una generalización de las estándar de la teoría de conjuntos clásica.

Definición 8. Dados los subconjuntos borrosos A y B de X , su *producto algebraico* es el subconjunto borroso de X , denotado $A.B$ cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{A.B}(x) = \mu_A(x) \cdot \mu_B(x), \forall x \in X$$

Definición 9. Dados los subconjuntos borrosos A y B de X , su *diferencia acotada* es el subconjunto borroso de X , denotado $A \ominus B$ cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{A \ominus B}(x) = \max\{\mu_A(x) - \mu_B(x), 0\}, \forall x \in X$$

Definición 10. Dado el subconjunto borroso A de X , su *concentración* es el subconjunto borroso de X , denotado $Con(A)$ cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{Con(A)}(x) = \mu_A(x)^a, \forall x \in X, a > 1$$

Definición 11. Dado el subconjunto borroso A de X , su *expansión* es el subconjunto borroso de X , denotado $Dil(A)$ cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{Exp(A)}(x) = \mu_A(x)^b, \forall x \in X, b < 1$$

a y b se denominan potencia de la operación.

Las operaciones de *concentración* y *expansión* tienen un efecto aproximado a los modificadores lingüísticos *muuy* y *más o menos*.

1.2 Algunas propiedades de los operadores

Las siguientes propiedades pueden ser satisfechas por un operador.

Propiedad 1: Conmutatividad

$$\mu_{A*B}(x) = \mu_{B*A}(x), \forall x \in X$$

Propiedad 2: *Asociatividad*

$$\mu_{(A*B)*C}(x) = \mu_{A*(B*C)}(x) \quad \forall x \in X$$

Propiedad 3: *Efectos acumulativos*

Dos incumplimientos son más que uno

$$\mu_{A*B}(x) < \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} \quad \text{si} \quad \mu_A(x) < 1 \quad \text{y} \quad \mu_B(x) < 1$$

Propiedad 4: *Interacción*

Se asume que $\mu_A(x) > \mu_B(x) < 1$. Luego los efectos de un decremento de $\mu_A(x)$ sobre $\mu_{A*B}(x)$ puede depender de $\mu_B(x)$.

Propiedad 5: *Compensación*

Si $\mu_A(x)$ y $\mu_B(x)$ son menores que 1, el efecto de un decremento de $\mu_A(x)$ sobre $\mu_{A*B}(x)$ puede ser compensado con un crecimiento de $\mu_B(x)$ (a menos que $\mu_B(x)$ o $\mu_A(x)$ lleguen a tomar valor 1).

Los operadores *unión* (definición 5), *intersección* (definición 6), *producto algebraico* (definición 8) y *diferencia acotada* (definición 9) satisfacen las propiedades 1 y 2.

Se puede observar que la *intersección* no satisface las propiedades 3, 4 y 5, mientras que el *producto algebraico* (definición 8) satisface las tres. La *diferencia acotada* (definición 9) satisface únicamente las propiedades 3 y 5.

La selección de un operador para combinar los conjuntos considerados en un problema a resolver dependerá de las propiedades y de los criterios elegidos.

2. APLICACIÓN A LA DEFINICIÓN DE PARÁMETROS INDICADORES DEL RIESGO CARDIOVASCULAR DE UN INDIVIDUO

A los efectos de implementar los conceptos de conjuntos borrosos dados en el apartado 2, se desarrollará un caso simplificado para analizar el riesgo cardiovascular de un individuo no fumador. Se considerarán los

valores que toman los tres parámetros básicos siguientes: colesterol total, presión arterial sistólica e índice de masa corporal (IMC³).

Desde el punto de vista de un enfoque clásico, un individuo que no fuma es considerado "saludable" si su colesterol total no es mayor que 200mg/dl, su presión arterial sistólica no excede 13 mmHg y su IMC se encuentra entre 20 y 25 $\frac{kg}{m^2}$. ¿Cómo se considera un individuo cuyo colesterol es 208? ¿Es lo mismo que aquel con 260 de colesterol y presión 14?

Una manera de flexibilizar esta definición para adaptarla a los casos reales consiste en emplear un enfoque *fuzzy*, en cuyo caso la función de pertenencia será definida de acuerdo con otros criterios.

2.1. Funciones de pertenencia de los parámetros

Actualmente si bien se recomiendan valores del colesterol total por debajo de 200mg/dl, entre 200 y 240mg/dl se considera *borderline*. Luego el conjunto borroso A de las personas con bajo nivel de colesterol puede ser definido por la función de pertenencia dada en (I) (Figura 1).

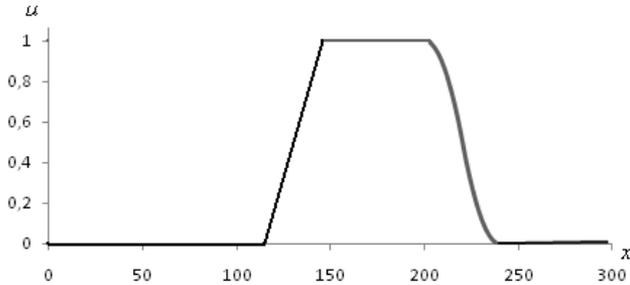
$$\forall x \in \mathfrak{R}^+$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 120 \\ \frac{x-120}{20} & \text{si } 120 < x \leq 140 \\ 1 & \text{si } 140 < x \leq 200 \\ 1 - 2\left(\frac{x-200}{40}\right)^2 & \text{si } 200 < x \leq 220 \\ 2\left(\frac{240-x}{40}\right)^2 & \text{si } 220 < x \leq 240 \\ 0 & \text{si } x > 240 \end{cases} \quad (I)$$

³ El índice de masa corporal $\left(\text{IMC} = \frac{\text{peso (kg)}}{\text{estatura}^2 (m)} \right)$ es una medida de asociación entre

el peso y la talla de un individuo. Ideado por el estadístico belga L. A. J. Quetelet, por lo que también se conoce como índice de Quetelet.

Figura 1. Nivel de colesterol saludable



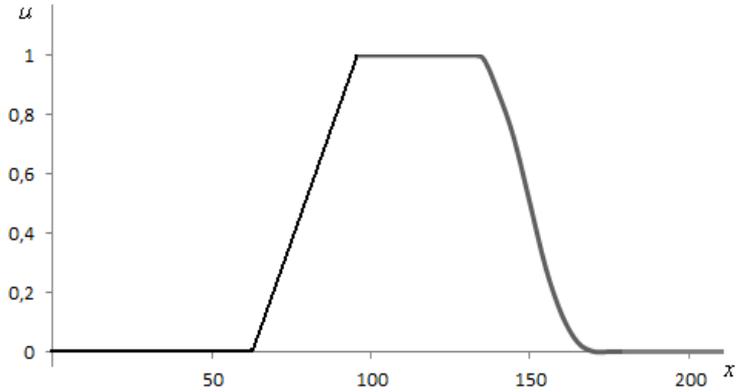
La presión arterial sistólica normal es de aproximadamente 13 mmHg. Las personas con presión mayor a 17 mmHG tienen mayores riesgos de sufrir un ataque cardíaco que las de presión normal.

Luego el conjunto borroso B de las personas con un aceptable nivel de presión arterial sistólica podría definirse por medio de la función de pertenencia dada en (II) (Figura 2).

$$\forall x \in \mathbb{R}^+$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 60 \\ \frac{x-60}{30} & \text{si } 60 \leq x < 90 \\ 1 & \text{si } 90 \leq x \leq 130 \\ 1 - 2\left(\frac{x-130}{40}\right)^2 & \text{si } 130 < x \leq 150 \\ 2\left(\frac{170-x}{40}\right)^2 & \text{si } 150 < x \leq 170 \\ 0 & \text{si } x > 170 \end{cases} \quad \text{(II)}$$

Figura 2. Presión arterial sistólica normal

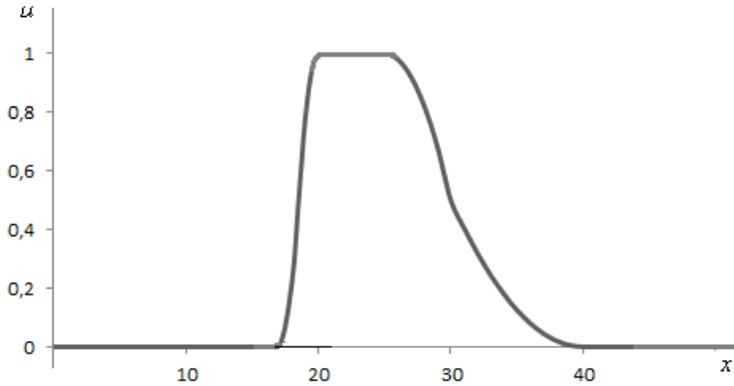


Como el bajo y el alto peso son peligrosos para la salud de una persona, la función de pertenencia del conjunto borroso C de los individuos con un IMC adecuado se representa por la función de pertenencia dada en (III) (Figura 3).

$$\forall x \in \mathfrak{R}^+$$

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq 17 \\ 2\left(\frac{x-17}{3}\right)^2 & \text{si } 17 < x \leq 18.5 \\ 1 - 2\left(\frac{20-x}{3}\right)^2 & \text{si } 18.5 < x \leq 20 \\ 1 & \text{si } 20 < x \leq 25 \\ 1 - 2\left(\frac{x-25}{10}\right)^2 & \text{si } 25 < x \leq 30 \\ 2\left(\frac{40-x}{20}\right)^2 & \text{si } 30 < x \leq 40 \\ 0 & \text{si } x > 40 \end{cases} \quad \text{(III)}$$

Figura 3. IMC normal



Estas definiciones son arbitrarias, podrían tomarse otras formas de representación, como por ejemplo funciones lineales, pero siempre interpretan mejor la realidad que las abruptas funciones nítidas, donde un individuo solo pertenece o no a un conjunto.

2.2. Selección de un operador de agregación

Luego de definir las funciones de pertenencia de los parámetros a utilizar es necesario seleccionar el operador más adecuado que permita determinar rangos de valores que ayuden a formular un diagnóstico del riesgo cardiovascular de un individuo. Su elección dependerá de las propiedades deseadas, como por ejemplo que se acumulen los efectos, que interactúen y que se compensen.

Dado un conjunto de individuos (referencial) se definen tantos subconjuntos borrosos del mismo como parámetros se consideren. En el ejemplo que desarrollaremos son 5 pacientes y los 3 parámetros presentados en el apartado 3.1.

$$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5\}$$

Colesterol

$$P_A = \langle \mu_{P_A} \rangle \forall t_i \in T; i = 1, \dots, 5$$

Presión

$$P_B = \langle \mu_{P_B} \rangle \forall t_i \in T; i = 1, \dots, 5$$

IMC

$$P_C = \langle \mu_{P_C} \rangle \forall t_i \in T; i = 1, \dots, 5$$

El subconjunto P_A de T indica para cada individuo el valor que toma la función de pertenencia del conjunto A para su nivel de colesterol; P_B indica, para cada individuo, el valor que toma la función de pertenencia del conjunto B para su nivel de presión sanguínea y P_C el valor que toma la función de pertenencia del conjunto C para su IMC.

Analizaremos el efecto del empleo de diferentes operadores de agregación.

1. El operador intersección (min) asigna un grado de pertenencia que corresponde al mayor incumplimiento de los parámetros considerados. No se tienen en cuenta efectos acumulativos, compensaciones ni interacciones entre los diferentes valores, que no parece estar de acuerdo con lo que en la realidad sucede.

En este caso el conjunto S de individuos con los valores agregados de los parámetros está dado por la intersección de los tres subconjuntos: $S = P_A \cap P_B \cap P_C$ y su función de pertenencia es $\mu_S(x) = \min\{\mu_{P_A}(x), \mu_{P_B}(x), \mu_{P_C}(x)\}$.

2. Si se emplea el operador *producto algebraico* el grado de pertenencia que se asigna es el producto de los valores que toma cada variable considerada, por lo tanto será menor que todos ellos. En este caso los valores de los parámetros interactúan entre si, se acumulan y se compensan.

El conjunto de individuos saludables está dado por: $S = P_A \cdot P_B \cdot P_C$ y su función de pertenencia $\mu_S(x) = \mu_{P_A}(x) \cdot \mu_{P_B}(x) \cdot \mu_{P_C}(x)$.

3. Al emplear la *diferencia acotada* el conjunto S es $S = P_A \oplus P_B \oplus P_C$ y su función de pertenencia $\mu_S(x) = \max\{\mu_{P_A}(x), \mu_{P_B}(x), \mu_{P_C}(x)\} - 2 \cdot \min\{\mu_{P_A}(x), \mu_{P_B}(x), \mu_{P_C}(x)\}$. Los valores de los distintos parámetros se acumulan y se compensan.

Si los parámetros tienen distinta importancia, pueden usarse ponderadores, por ejemplo los operadores de concentración o expansión.

Para determinar qué valores de los parámetros corresponden a individuos considerados saludables se debe fijar un α -corte, que puede diferir de un operador a otro.

2.3. Caso de estudio

Sean cinco individuos no fumadores cuyas edades oscilan entre 40 y 50 años. Sus niveles de colesterol total, presión arterial sistólica e índice de masa corporal figuran en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores de los parámetros

| | t_1 | t_2 | t_3 | t_4 | t_5 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Colesterol | 190 | 210 | 209 | 214 | 265 |
| Presión | 139 | 120 | 143 | 136 | 130 |
| IMC | 27.40 | 19.33 | 27.70 | 28.00 | 26.40 |

El grado de pertenencia a la función (I) de nivel de colesterol saludable de cada individuo está dado por el subconjunto borroso siguiente:

$$P_A = \langle \mu_1, 1.00 \rangle, \langle \mu_2, 0.88 \rangle, \langle \mu_3, 0.90 \rangle, \langle \mu_4, 0.76 \rangle, \langle \mu_5, 0.00 \rangle$$

El grado de pertenencia a la función (II) de presión sistólica normal está dado por el subconjunto siguiente:

$$P_B = \langle \mu_1, 0.90 \rangle, \langle \mu_2, 1.00 \rangle, \langle \mu_3, 0.79 \rangle, \langle \mu_4, 0.96 \rangle, \langle \mu_5, 1.00 \rangle$$

El grado de pertenencia a la función (III) del IMC adecuado de cada individuo está dado por el subconjunto P_C .

$$P_C = \langle \mu_1, 0.88 \rangle, \langle \mu_2, 0.90 \rangle, \langle \mu_3, 0.85 \rangle, \langle \mu_4, 0.82 \rangle, \langle \mu_5, 0.96 \rangle$$

Para agregar la información correspondiente a los tres parámetros se aplican tres operadores distintos.

Si el operador elegido es la intersección, se obtiene:

$$P_A \cap P_B \cap P_C = \langle \mu_1, 1.88 \rangle, \langle \mu_2, 0.88 \rangle, \langle \mu_3, 0.79 \rangle, \langle \mu_4, 0.76 \rangle, \langle \mu_5, 0.00 \rangle$$

Si se fija $\alpha = 0.75$, solo el paciente t_5 se considera con riesgo cardiovascular.

Si se emplea el producto algebraico, se obtiene:

$$P_A \cdot P_B \cdot P_C = \langle \mu_1, 0.79 \rangle \cdot \langle \mu_2, 0.79 \rangle \cdot \langle \mu_3, 0.60 \rangle \cdot \langle \mu_4, 0.59 \rangle \cdot \langle \mu_5, 0.00 \rangle$$

Si $\alpha = 0.60$, dado que este operador permite que los valores se acumulen, interactúen y se compensen, los individuos t_4 y t_5 tienen riesgo cardiovascular.

Por último, al emplear la diferencia acotada, la información agregada resulta:

$$P_A \ominus P_B \ominus P_C = \langle \mu_1, 0.78 \rangle \cdot \langle \mu_2, 0.78 \rangle \cdot \langle \mu_3, 0.54 \rangle \cdot \langle \mu_4, 0.54 \rangle \cdot \langle \mu_5, 0.00 \rangle$$

Si se fija un $\alpha = 0.55$ para la diferencia se observa que los individuos t_3 , t_4 y t_5 son considerados con riesgo cardiovascular, debido a que no existe interacción entre los valores.

4. CONCLUSIONES

Las funciones de pertenencia representan los valores de los parámetros indicadores del estado de salud de un individuo de una manera más acorde con la realidad y pueden ayudar a obtener un diagnóstico mejor.

Estos resultados permitirán determinar aquellos α -cortes que indiquen el estado de salud cardiovascular de un individuo a los efectos de categorizar o clasificar clientes de un seguro de vida o bien de un plan de medicina prepaga.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Buckley, J.J.; QU, Y. (1991): Solving fuzzy equations: A new concept. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 39, pp.291-301.
- Kaufmann, A. (1982): *Introducción a la teoría de los subconjuntos borrosos*, México. CECSA.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1987): *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*, Barcelona. Editorial Hispano Europea.
- Klir, G.; Yuan; B. (1995): *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Applications*, New Jersey. Prentice-Hall PTR.
- Lazzari, L. (2010): *El comportamiento del consumidor desde una perspectiva fuzzy. Una aplicación a turism*, Buenos Aires. EDICON.
- Lemaire, J. (1990): Fuzzy insurance. *Astin Bulletin*, Vol. 20, N° 1. pp.33-55.

Mordeson, J.N.; Malik, D. S.; Cheng, S-CH. (2000) *Fuzzy Mathematics in Medicine*, Germany. Physic –Verlag.

Trillas, E. (1998): *La inteligencia artificial*, Madrid. Editorial Debate, S.A.

Ying-Ming, L.; Mao-Kang, L. (1997): *Fuzzy Topology*. World Scientific, Singapur.

Zadeh, L. A. (1975): The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. Part I, *Information Sciences*, vol. 8, pp.199-249. Part II, *Information Sciences*, vol. 8, pp.301-357. Part III, *Information Sciences*, vol. 9, pp.43-80.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, vol. 8, pp.338-353.

ANÁLISIS ECONÓMICO Y FINANCIERO DEL MERCADO ASEGURADOR. CLUSTER ANALYSIS

Mario Alejandro Wolansky

1. METODOLOGÍA

El análisis de conglomerados es la denominación de un grupo de técnicas multivariantes cuyo principal objetivo es agrupar objetos basándose en las características que poseen. Los objetos son entonces clasificados de tal forma que cada objeto sea muy parecido a los que hay en el conglomerado ("cluster") con respecto a algún criterio de selección predeterminado. Los conglomerados de objetos resultantes deben mostrar un alto grado de homogeneidad interna (dentro del conglomerado) y un alto grado de heterogeneidad externa (entre conglomerados).

A los efectos de la aplicación de este análisis estadístico se consideraron los siguientes indicadores:

- **Indicador de créditos sobre activo:** expresa la proporción del activo que está en manos de terceros. Se compone de importes adeudados a la compañía por asegurados, reaseguradores, coaseguradores y otros créditos y cuentas a cobrar.
- **Indicador de liquidez:** representa la capacidad de respuesta de la aseguradora con sus bienes líquidos y cuasi líquidos, ante los siniestros pendientes de pago y posibles reclamos de asegurados y terceros damnificados.
- **Indicador de cobertura:** representa el respaldo con que cuenta la aseguradora para afrontar los riesgos y obligaciones con los asegurados y terceros damnificados.
- **Superávit de capital:** indica el excedente de capital acreditado por la aseguradora con relación al capital requerido.
- **Ratio siniestral:** calculado como el cociente entre los siniestros netos valuados en pesos y las primas devengadas.
- **Ratio de gastos:** calculado como el cociente entre los gastos totales y las primas emitidas.

- **Resultado técnico sobre primas:** calculado como el cociente entre el resultado técnico y las primas devengadas.
- **Resultado financiero sobre primas:** calculado como el cociente entre el resultado financiero y las primas devengadas.
- **Rentabilidad sobre patrimonio neto:** calculado como el resultado neto sobre el patrimonio neto.

La realización de una investigación previa sobre los datos de las aseguradoras a marzo de 2.010 permitió establecer tres atributos sobre los cuales aplicar el análisis estadístico de conglomerados. Cada uno de dichos atributos se obtuvo iterativamente a través de todas las combinaciones posibles de los indicadores mencionados más arriba, haciendo énfasis en la afinidad conceptual y la significación estadística de dichos indicadores. Los atributos obtenidos fueron los siguientes.

- a) **Patrimoniales:** indicadores de liquidez y de cobertura.
- b) **Técnicos:** ratio siniestral y resultado técnico sobre primas.
- c) **Financieros:** indicador de créditos sobre activo y resultado financiero sobre primas.

Luego de la realización del análisis previo de los datos se consideró conveniente para cada uno de los tres atributos mencionados la generación de 10 conglomerados, esencialmente por las siguientes dos razones: optimización del algoritmo y detección de aseguradoras que con respecto al resto presenten una significativa singularidad en sus indicadores.

2. SOFTWARE EMPLEADO

IBM SPSS Statistics 19.0.

3. RESULTADOS

La salida del software IBM SPSS 19.0 en lo que concierne al procedimiento empleado denominado "Quick Cluster" se adjunta en el archivo en formato PDF ("Anexo1") proporcionado como material visual de apoyo.

Las clasificaciones obtenidas se adjuntan en el archivo en formato PDF ("Anexo2") proporcionado como material visual de apoyo.

a) Indicadores Patrimoniales.

Se destacan los siguientes conglomerados, enumerados en orden de importancia y con indicación del centro de cada uno de ellos (se define como centro del conglomerado al promedio del indicador para las compañías que lo componen).

1) Cluster 4.

Cantidad de aseguradoras: 36.

Centro Indicador de liquidez: 129.

Centro Indicador de cobertura: 104.

2) Cluster 2.

Cantidad de aseguradoras: 18.

Centro Indicador de liquidez: 71.

Centro Indicador de cobertura: 74.

3) Cluster 7.

Cantidad de aseguradoras: 10.

Centro Indicador de liquidez: 231.

Centro Indicador de cobertura: 185.

4) Cluster 10.

Cantidad de aseguradoras: 7.

Centro Indicador de liquidez: 316.

Centro Indicador de cobertura: 321.

5) Cluster 8.

Cantidad de aseguradoras: 5.

Centro Indicador de liquidez: 212.

Centro Indicador de cobertura: 122.

b) Indicadores Técnicos.

Se destacan los siguientes conglomerados, enumerados en orden de importancia y con indicación del centro de cada uno de ellos.

1) Cluster 10.

Cantidad de aseguradoras: 44.

Centro Indicador de Ratio Siniestral: 54,4%.

Centro Indicador de Resultado Técnico sobre Primas: -3,6%.

2) Cluster 7.

Cantidad de aseguradoras: 20.

Centro Indicador de Ratio Siniestral: 24,1%.

Centro Indicador de Resultado Técnico sobre Primas: 7,5%.

3) Cluster 9.

Cantidad de aseguradoras: 8.

Centro Indicador de Ratio Siniestral: 19,6%.

Centro Indicador de Resultado Técnico sobre Primas: 48,1%.

4) Cluster 8.

Cantidad de aseguradoras: 7

Centro Indicador de Ratio Siniestral: 70,0%.

Centro Indicador de Resultado Técnico sobre Primas: -29,0%.

c) Indicadores Financieros.

Se destacan los siguientes conglomerados, enumerados en orden de importancia y con indicación del centro de cada uno de ellos.

1) Cluster 7.

Cantidad de aseguradoras: 20.

Centro Indicador de Créditos sobre Activo: 38%.

Centro Indicador de Resultado Financiero sobre Primas: 21,3%.

2) Cluster 2.

Cantidad de aseguradoras: 20.

Centro Indicador de Créditos sobre Activo: 57%.

Centro Indicador de Resultado Financiero sobre Primas: 5,1%.

3) Cluster 4.

Cantidad de aseguradoras: 19.

Centro Indicador de Créditos sobre Activo: 38%.

Centro Indicador de Resultado Financiero sobre Primas: 4,3%.

4) Cluster 1.

Cantidad de aseguradoras: 18.

Centro Indicador de Créditos sobre Activo: 22%.

Centro Indicador de Resultado Financiero sobre Primas: 12,2%.

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

a) Indicadores Patrimoniales:

Mediante el procedimiento estadístico fue posible agrupar a las compañías de seguros generales de acuerdo con sus indicadores de liquidez y de cobertura.

El cluster más numeroso (el número 4) se compone de aseguradoras con buenos indicadores de liquidez e indicadores de cobertura en general aceptables.

El siguiente cluster en cuanto a la cantidad de aseguradoras que componen cada cluster (en este caso el número 2) se compone de aseguradoras que (en general) cuentan con indicadores de liquidez y de cobertura por debajo de los que presentan las aseguradoras clasificadas en el cluster número 4.

A continuación en los clusters 7 y 10 se ubicaron aseguradoras con indicadores de liquidez y de cobertura bien por encima de las anteriores aseguradoras, presentando el segundo cluster (el número 10) indicadores aún más elevados que el primero (el número 7). El cluster número 8 permitió separar a las compañías que teniendo indicadores de liquidez similares a las del 7 sus indicadores de cobertura se encuentran por debajo del promedio de este último cluster.

Del cluster número 1 cabe destacar que presentando con respecto al cluster 10 indicadores de liquidez aún más elevados, sus indicadores de cobertura se encuentran significativamente por debajo del promedio del cluster 10.

En los restantes clusters se pueden apreciar compañías con indicadores patrimoniales caracterizados por una especial singularidad con respecto a las empresas aseguradoras clasificadas, en general las compañías que componen estos clusters (3, 9, 5 y 6) presentan indicadores de liquidez muy elevados.

b) Indicadores Técnicos:

Mediante el procedimiento estadístico fue posible agrupar a las compañías de seguros generales de acuerdo a sus ratios de siniestralidad y al resultado técnico obtenido sobre primas devengadas.

El cluster más numeroso (el número 10) se compone en general de aseguradoras con ratios de siniestralidad y resultado técnico sobre primas devengadas acordes con el promedio observado en las aseguradoras de seguros generales (ratio siniestral 54% y resultado técnico sobre primas devengadas -3,5%) .

El siguiente cluster (el número 7) se compone de aseguradoras con ratios de siniestralidad por debajo del promedio y resultado técnico en general positivo (salvo tres excepciones en dicho sentido), vale decir se trata de compañías de seguros que se destacaron por buenos ratios de siniestralidad y en general un superior resultado técnico comparadas con las empresas que componen el cluster más numeroso representativo del promedio, como se ha mencionado en el párrafo anterior.

En el cluster 9 se ubicaron aseguradoras con ratios siniestrales bajos y resultados técnicos sobre primas devengadas positivos muy superiores a los observados en las compañías pertenecientes al cluster 7, en tanto que en el cluster 8 se ubicaron aseguradoras con ratios de siniestralidad elevados, bien por encima del promedio de las compañías de seguros generales en el período observado con un resultado técnico negativo también muy superior al promedio.

En los restantes clusters se pueden apreciar compañías con indicadores técnicos caracterizados por una significativa singularidad con respecto a las otras empresas aseguradoras. Eventualmente, en forma posterior a la clasificación realizada por el algoritmo estadístico se podría conformar un cluster que agrupe a las compañías de seguros de Transporte Público de Pasajeros (con excepción de una) las cuales presentan todas indicadores muy elevados de siniestralidad y un notable resultado técnico negativo sobre primas devengadas.

c) *Indicadores financieros:*

Mediante el procedimiento estadístico fue posible agrupar a las compañías de seguros generales de acuerdo al resultado financiero sobre primas devengadas y al indicador de créditos sobre activo.

El cluster más numeroso (el número 7) se compone de aseguradoras con buenos indicadores de créditos sobre activo y un resultado financiero sobre primas devengadas por encima del promedio observado a marzo de 2.010 en seguros generales (10,1%).

El siguiente cluster (el número 2) se compone de aseguradoras con elevados créditos sobre activo y un resultado financiero sobre primas devengadas en general por debajo del mencionado promedio.

En el cluster 4 se ubicaron aseguradoras con buenos indicadores de créditos sobre activo (como en el cluster número 7) pero con un resultado financiero sobre primas devengadas también por debajo del promedio y en algunos casos negativo.

En el cluster 1 se ubicaron aseguradoras con muy buenos indicadores de créditos sobre activo.

En los restantes clusters se pueden apreciar compañías con indicadores financieros caracterizados por una significativa singularidad con respecto a las otras empresas aseguradoras. Cabe aquí destacar el excelente resultado financiero sobre primas devengadas observado en algunas compañías de seguros que cubren el riesgo de Transporte Público de Pasajeros (clusters 5 y 3) y la presencia en el cluster 6 de dos empresas aseguradoras con un elevado resultado financiero negativo.

5. CONCLUSIONES

La utilidad de este análisis reside en contar con la posibilidad de brindar a los diferentes protagonistas del mercado asegurador una herramienta basada en el empleo de la técnica estadística denominada "cluster analysis" a los efectos de evaluar a cada aseguradora según la clasificación obtenida en cada uno de los atributos considerados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Hair, A., Tatham, B. (1999): *Análisis multivariante*, Madrid. Quinta edición. Editorial Prentice Hall Iberia.

(1993): SPSS Professional Statistics 6.1 – Marija Norusis/SPSS Inc. United States of America.

ANEXO I

```

QUICK CLUSTER IF IC
/MISSING=LISTWISE
/CRITERIA=CLUSTER(10) MXITER(40) CONVERGE(0.001)
/METHOD=KMEANS(NOUPDATE)
/SAVE CLUSTER
/PRINT ID(Aseguradora) ANOVA.
    
```

1.1 ANÁLISIS DE CONGLOMERADOS DE K MEDIAS

Historial de iteraciones^a
Cambio en los centros de los conglomerados

| Iteración | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| Iteración | | | | | | | | | | |
| 1 | 57,183 | 50,843 | 7,071 | 32,026 | ,000 | ,000 | 16,803 | 43,098 | 17,007 | 77,821 |
| 2 | 19,007 | 5,231 | ,000 | 1,265 | ,000 | ,000 | 15,549 | 11,606 | ,000 | ,000 |
| 3 | ,000 | 1,936 | ,000 | ,877 | ,000 | ,000 | 7,681 | 10,288 | ,000 | 14,039 |
| 4 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | 9,055 | ,000 | ,000 | 10,525 |
| 5 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 |

a. Se ha logrado la convergencia debido a que los centros de los conglomerados no presentan ningún cambio o éste es pequeño. El cambio máximo de coordenadas absolutas para cualquier centro es de ,000. La iteración actual es 5. La distancia mínima entre los centros iniciales es de 128,456.

Centros de los conglomerados finales
Conglomerado

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| IF | 410 | 71 | 659 | 129 | 827 | 822 | 185 | 212 | 472 | 316 |
| IC | 191 | 74 | 258 | 104 | 753 | 140 | 231 | 122 | 387 | 321 |

1.2 ANOVA

| | Conglomerado | | Error | | F | Sig. |
|----|------------------|----|------------------|----|---------|------|
| | Media cuadrática | gl | Media cuadrática | gl | | |
| IF | 234244,333 | 9 | 702,924 | 76 | 333,243 | ,000 |
| IC | 100580,518 | 9 | 560,523 | 76 | 179,440 | ,000 |

Las pruebas F sólo se deben utilizar con una finalidad descriptiva puesto que los conglomerados han sido elegidos para maximizar las diferencias entre los casos en diferentes conglomerados. Los niveles críticos no son corregidos, por lo que no pueden interpretarse como pruebas de la hipótesis de que los centros de los conglomerados son iguales.

Número de casos en cada conglomerado

| | | |
|--------------|----|--------|
| Conglomerado | 1 | 4,000 |
| | 2 | 18,000 |
| | 3 | 2,000 |
| | 4 | 36,000 |
| | 5 | 1,000 |
| | 6 | 1,000 |
| | 7 | 10,000 |
| | 8 | 5,000 |
| | 9 | 2,000 |
| | 10 | 7,000 |
| Válidos | | 86,000 |
| Perdidos | | ,000 |

```

QUICK CLUSTER LR RTPrimas
/MISSING=LISTWISE
/CRITERIA=CLUSTER(10) MXITER(40) CONVERGE(0.001)
/METHOD=KMEANS(NOUPDATE)
/SAVE CLUSTER
/PRINT ID(Aseguradora) ANOVA.

```

2.1 ANÁLISIS DE CONGLOMERADOS DE K MEDIAS

Historial de iteraciones^a
Cambio en los centros de los conglomerados

| Iteración | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------|------|------|------|--------|------|------|--------|--------|--------|--------|
| Iteración | | | | | | | | | | |
| 1 | ,000 | ,000 | ,000 | 10,773 | ,000 | ,000 | 14,883 | 17,140 | 27,485 | 23,295 |
| 2 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | 2,790 | 4,960 | 6,981 | 1,218 |
| 3 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | 3,015 | ,000 | ,259 |
| 4 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 | ,000 |

a. Se ha logrado la convergencia debido a que los centros de los conglomerados no presentan ningún cambio o éste es pequeño. El cambio máximo de coordenadas absolutas para cualquier centro es de ,000. La iteración actual es 4. La distancia mínima entre los centros iniciales es de 42,967.

Centros de los conglomerados finales
Conglomerado

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----------|--------|--------|-------|--------|--------|--------|------|-------|------|------|
| LR | 123,5 | 237,1 | 60,9 | 216,8 | 180,6 | 221,6 | 24,1 | 70,0 | 19,6 | 54,4 |
| RTPrimas | -114,2 | -195,9 | -83,7 | -128,6 | -142,2 | -241,3 | 7,5 | -29,0 | 48,1 | -3,6 |

2.2 ANOVA

| | Conglomerado | | Error | | F | Sig. |
|----------|------------------|----|------------------|----|---------|------|
| | Media cuadrática | gl | Media cuadrática | gl | | |
| LR | 18268,580 | 9 | 102,197 | 76 | 178,758 | ,000 |
| RTPrimas | 20825,344 | 9 | 81,866 | 76 | 254,382 | ,000 |

Las pruebas F sólo se deben utilizar con una finalidad descriptiva puesto que los conglomerados han sido elegidos para maximizar las diferencias entre los casos en diferentes conglomerados. Los niveles críticos no son corregidos, por lo que no pueden interpretarse como pruebas de la hipótesis de que los centros de los conglomerados son iguales.

Número de casos en cada conglomerado

| | | |
|--------------|----|--------|
| Conglomerado | 1 | 1,000 |
| | 2 | 1,000 |
| | 3 | 1,000 |
| | 4 | 2,000 |
| | 5 | 1,000 |
| | 6 | 1,000 |
| | 7 | 20,000 |
| | 8 | 7,000 |
| | 9 | 8,000 |
| | 10 | 44,000 |
| Válidos | | 86,000 |
| Perdidos | | ,000 |

QUICK CLUSTER RFPrimas C_A

/MISSING=LISTWISE

/CRITERIA=CLUSTER(10) MXITER(40) CONVERGE(0.001)

/METHOD=KMEANS(NOUPDATE)

/SAVE CLUSTER

/PRINT ID(Aseguradora) ANOVA.

3.1 ANÁLISIS DE CONGLOMERADOS DE K MEDIAS

[Conjunto_de_datos2]

Historial de iteraciones^a

Cambio en los centros de los conglomerados

| Iteración | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------|--------|--------|-----|-------|-------|-------|-------|-----|-----|-----|
| Iteración | | | | | | | | | | |
| 1 | 10,144 | 10,433 | ,00 | 8,458 | 9,202 | 8,362 | 9,770 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 2 | 1,768 | 1,440 | ,00 | 5,812 | ,00 | ,000 | ,351 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 3 | ,661 | ,576 | ,00 | 3,146 | ,00 | ,000 | ,209 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 4 | ,314 | ,537 | ,00 | 2,627 | ,00 | ,000 | ,707 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 5 | ,480 | ,533 | ,00 | 1,999 | ,00 | ,000 | ,491 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 6 | 1,034 | ,000 | ,00 | 3,507 | ,00 | ,000 | ,514 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 7 | 1,346 | 1,114 | ,00 | 2,488 | ,00 | ,000 | ,504 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 8 | ,595 | ,000 | ,00 | 3,658 | ,00 | 8,506 | 1,984 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 9 | ,000 | ,000 | ,00 | ,343 | ,00 | ,000 | ,571 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 10 | ,795 | ,000 | ,00 | ,000 | ,00 | ,000 | ,709 | ,00 | ,00 | ,00 |
| 11 | ,000 | ,000 | ,00 | ,000 | ,00 | ,000 | ,000 | ,00 | ,00 | ,00 |

a. Se ha logrado la convergencia debido a que los centros de los conglomerados no presentan ningún cambio o éste es pequeño. El cambio

máximo de coordenadas absolutas para cualquier centro es de ,000. La iteración actual es 11. La distancia mínima entre los centros iniciales es de 23,711.

Centros de los conglomerados finales

| | Conglomerado | | | | | | | | | |
|----------|--------------|-----|-------|-----|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| RFPrimas | 12,2 | 5,1 | 231,1 | 4,3 | 198,1 | -19,2 | 21,3 | 147,3 | 230,4 | 345,4 |
| C_A | 22 | 57 | 6 | 38 | 17 | 55 | 38 | 9 | 92 | 36 |

3.2 ANOVA

| | Conglomerado | | Error | | F | Sig. |
|----------|------------------|----|------------------|----|---------|------|
| | Media cuadrática | gl | Media cuadrática | gl | | |
| RFPrimas | 31928,039 | 9 | 43,728 | 76 | 730,144 | ,000 |
| C_A | 2075,300 | 9 | 41,921 | 76 | 49,505 | ,000 |

Las pruebas F sólo se deben utilizar con una finalidad descriptiva puesto que los conglomerados han sido elegidos para maximizar las diferencias entre los casos en diferentes conglomerados. Los niveles críticos no son corregidos, por lo que no pueden interpretarse como pruebas de la hipótesis de que los centros de los conglomerados son iguales.

Número de casos en cada conglomerado

| | | |
|--------------|----|--------|
| Conglomerado | 1 | 18,000 |
| | 2 | 20,000 |
| | 3 | 1,000 |
| | 4 | 19,000 |
| | 5 | 2,000 |
| | 6 | 3,000 |
| | 7 | 20,000 |
| | 8 | 1,000 |
| | 9 | 1,000 |
| | 10 | 1,000 |
| Válidos | | 86,000 |
| Perdidos | | 1,000 |

ANEXO 2

| Cluster_1 | Aseguradora | Financiero | Cobertura |
|---------------------|-----------------------|-------------------|------------------|
| 4 | Ace Seguros | 125 | 75 |
| | Aseg.Cred.Y Garantias | 145 | 109 |
| | Aseg.De Caucciones | 143 | 122 |
| | Coop. Mutual Patronal | 160 | 105 |
| | Copan | 102 | 92 |
| | Equitativa Del Plat | 114 | 101 |
| | Escudo | 116 | 102 |
| | Federacion Patron | 137 | 105 |
| | Holando Sudamericana | 118 | 91 |
| | Horizonte | 119 | 91 |
| | Hsbc Seguros | 125 | 93 |
| | Latitud Sur | 137 | 135 |
| | Liberty | 104 | 83 |
| | Liderar | 106 | 97 |
| | Mapfre Argentina | 119 | 60 |
| | Meridional | 119 | 77 |
| | Metropol | 165 | 121 |
| | Metropol M.T.P.P. | 131 | 138 |
| | Nativa | 164 | 127 |
| | Nivel Seguros | 105 | 96 |
| | Noble Resp. Prof. | 113 | 83 |
| | Norte | 134 | 111 |
| Nueva | 119 | 104 | |
| Proteccion M.T.P.P. | 112 | 126 | |

| Cluster_1 | Aseguradora | Financiero | Cobertura |
|------------------|----------------------|-------------------|------------------|
| | Provincia | 118 | 100 |
| | Prudencia | 105 | 110 |
| | Rsa Group | 128 | 73 |
| | San Cristobal | 141 | 109 |
| | Sancor | 134 | 117 |
| | Segunda C.S.L. | 105 | 92 |
| | Segurometal | 132 | 109 |
| | Seguros Medicos | 130 | 120 |
| | Tpc | 156 | 97 |
| | Triunfo | 153 | 137 |
| | Victoria | 150 | 114 |
| | Zurich Argentina | 164 | 119 |
| 2 | Agrosalta | 31 | 33 |
| | Antartida | 47 | 90 |
| | Argos | 74 | 68 |
| | Aseg. Federal Arg. | 55 | 53 |
| | Bernardino Rivadavia | 102 | 79 |
| | Boston | 84 | 72 |
| | Caja Seguros | 92 | 100 |
| | Comercio | 97 | 71 |
| | Inst.Prov.Entre Rios | 79 | 84 |
| | Luz Y Fuerza | 75 | 105 |
| | Mercantil Andina | 77 | 75 |
| | Orbis | 75 | 76 |

| Cluster_1 | Aseguradora | Financiero | Cobertura |
|------------------|-----------------------|-------------------|------------------|
| | Parana | 67 | 69 |
| | Perseverancia | 75 | 88 |
| | Progreso Seguros | 60 | 81 |
| | Rio Uruguay | 71 | 70 |
| | Rivadavia M.T.P.P. | 58 | 53 |
| | Smg Seguros | 66 | 71 |
| 7 | Alba | 244 | 217 |
| | Berkley International | 276 | 203 |
| | C.P.A. Tucuman | 220 | 194 |
| | Construccion | 175 | 185 |
| | Instituto Misiones | 201 | 191 |
| | Instituto Seguros | 215 | 192 |
| | L'union De Paris | 223 | 163 |
| | Productores Frutas | 231 | 180 |
| | Segurcoop | 299 | 167 |
| | Surco | 227 | 161 |
| 10 | Argos M.T.P.P. | 270 | 277 |
| | Cardif Seguros | 354 | 311 |
| | Garantia M.T.P.P. | 317 | 326 |
| | Hanseatica Seguros | 361 | 374 |
| | Interaccion Seguros | 276 | 276 |
| | Santander Rio | 359 | 292 |
| | Warranty Insurance | 273 | 388 |
| 8 | Allianz Argentina | 193 | 138 |

| Cluster_1 | Aseguradora | Financiero | Cobertura |
|------------------|---------------------|-------------------|------------------|
| | Generali Argentina | 211 | 101 |
| | Hamburgo | 175 | 140 |
| | Inst.Aseg.Mercantil | 269 | 91 |
| | Nacion Seguros | 213 | 142 |
| 1 | 389 | 359 | 129 |
| | Chubb | 359 | 216 |
| | Coface | 484 | 175 |
| | Consolidar Seguros | 409 | 244 |
| | Cosena | 652 | 257 |
| | Galicia Seguros | 666 | 259 |
| | Assekuransa | 471 | 370 |
| | Caruso | 472 | 404 |
| | XI Insurance | 827 | 753 |
| | Assurant Argentina | 822 | 140 |

| Cluster_2 | Aseguradora | Ratio Siniestral | RT sobre Primas |
|------------------|-----------------------|-------------------------|------------------------|
| 10 | Allianz Argentina | 57.2 | 3.9 |
| | Antartida | 40.9 | 0.9 |
| | Aseg. Federal Arg | 45.5 | -9.0 |
| | Assekuransa | 36.5 | -6.5 |
| | Berkley International | 54.0 | 0.6 |
| | Bernardino Rivadavia | 65.0 | -11.7 |
| | C.P.A. Tucuman | 63.5 | 6.4 |
| | Caja Seguros | 56.8 | -5.6 |

| Cluster_2 | Aseguradora | Ratio Siniestral | RT sobre Primas |
|------------------|----------------------|-------------------------|------------------------|
| | Comercio | 53.6 | -2.8 |
| | Construcción | 45.2 | -26.7 |
| | Coop.Mutual Patronal | 48.1 | -12.4 |
| | Equitativa Del Plata | 62.4 | -12.4 |
| | Federacion Patronal | 70.8 | -5.7 |
| | Generali Argentina | 46.6 | -7.1 |
| | Hamburgo | 55.6 | 13.8 |
| | Holando Sudamericana | 58.0 | -14.9 |
| | Horizonte | 48.6 | 7.8 |
| | Hsbc Seguros | 48.8 | 2.4 |
| | Inst.Prov.Entre Rios | 67.8 | -4.2 |
| | Latitud Sur | 79.1 | 5.6 |
| | Liberty | 60.9 | -5.8 |
| | Liderar | 39.5 | -1.2 |
| | Luz Y Fuerza | 45.9 | 11.2 |
| | Mapfre Argentina | 58.7 | 0.8 |
| | Mercantil Andina | 50.4 | -0.3 |
| | Meridional | 49.3 | -5.8 |
| | Nacion Seguros | 47.2 | -5.0 |
| | Nivel Seguros | 57.2 | -16.6 |
| | Noble Resp. Prof. | 41.7 | 1.9 |
| | Norte | 58.5 | -6.3 |
| | Nueva | 50.8 | -13.8 |
| | Orbis | 62.4 | -2.3 |

| Cluster_2 | Aseguradora | Ratio Siniestral | RT sobre Primas |
|--------------------|--------------------|-------------------------|------------------------|
| | Parana | 54.8 | -3.5 |
| | Perseverancia | 56.8 | -10.6 |
| | Provincia | 66.5 | -10.0 |
| | Rio Uruguay | 39.6 | -3.3 |
| | Rsa Group | 50.4 | 3.4 |
| | San Cristobal | 54.3 | -3.3 |
| | Sancor | 58.6 | -5.0 |
| | Segurometal | 61.9 | -4.2 |
| | Seguros Medicos | 58.7 | 0.2 |
| | Smg Seguros | 55.9 | -2.0 |
| | Victoria | 51.3 | 3.9 |
| | Zurich Argentina | 59.5 | -4.2 |
| 7 | Ace Seguros | 29.2 | 1.6 |
| | Alba | 30.2 | 3.2 |
| | Aseg.De Caucciones | 11.9 | 0.4 |
| | Assurant Argentina | 12.9 | 7.6 |
| | Boston | 35.7 | 15.1 |
| | Cardif Seguros | 16.7 | 1.0 |
| | Caruso | 37.7 | 15.1 |
| | Consolidar Seguros | 14.9 | -5.4 |
| | Cosena | 17.3 | 15.7 |
| | Escudo | 31.3 | 10.6 |
| | Galicia Seguros | 12.2 | 8.1 |
| Hanseatica Seguros | 6.5 | 21.0 | |

| Cluster_2 | Aseguradora | Ratio Siniestral | RT sobre Primas |
|------------------|-----------------------|-------------------------|------------------------|
| | Inst.Aseg.Mercantil | 22.7 | 7.6 |
| | Interaccion Seguros | 39.4 | 9.2 |
| | L'union De Paris | 31.7 | -1.4 |
| | Nativa | 37.7 | 10.1 |
| | Prudencia | 28.7 | -6.7 |
| | Santander Rio | 24.6 | 23.5 |
| | Segurcoop | 24.9 | 16.9 |
| | Tpc | 15.4 | 15.1 |
| 9 | Afianzadora Lat. | 5.4 | 35.7 |
| | Aseg.Cred.Y Garantias | 18.8 | 43.1 |
| | Chubb | 39.6 | 43.5 |
| | Coface | 8.0 | 52.2 |
| | Instituto Seguros | 24.5 | 53.5 |
| | Surco | 33.5 | 41.1 |
| | Warranty Insurance | -0.2 | 36.2 |
| | XI Insurance | 27.5 | 79.6 |
| 8 | Argos | 90.1 | -37.6 |
| | Copan | 65.7 | -45.1 |
| | Metropol | 68.2 | -15.8 |
| | Productores Frutas | 63.5 | -21.8 |
| | Progreso Seguros | 52.0 | -27.3 |
| | Segunda C.S.L. | 75.5 | -16.9 |
| | Triunfo | 75.1 | -38.3 |
| 4 | Argos M.T.P.P. | 207.6 | -122.9 |

| Cluster_2 | Aseguradora | Ratio Siniestral | RT sobre Primas |
|------------------|---------------------|-------------------------|------------------------|
| | Rivadavia M.T.P.P. | 225.9 | -134.3 |
| 1 | Garantia M.T.P.P. | 123.5 | -114.2 |
| 2 | Agrosalta | 237.1 | -195.9 |
| 3 | Instituto Misiones | 60.9 | -83.7 |
| 5 | Proteccion M.T.P.P. | 180.6 | -142.2 |
| 6 | Metropol M.T.P.P. | 221.6 | -241.3 |

| Cluster_3 | Aseguradora | Créditos/ Activos | RF sobre Primas |
|---------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------|
| 7 | Alba | 47 | 22.5 |
| | Allianz Argentina | 46 | 16.1 |
| | Argos | 37 | 22.4 |
| | Chubb | 42 | 24.5 |
| | Construccion | 29 | 42.6 |
| | Coop. Mutual Patronal | 37 | 13.4 |
| | Copan | 32 | 14.2 |
| | Equitativa Del Plata | 38 | 17.2 |
| | Holando Sudamericana | 46 | 16.0 |
| | Inst.Prov.Entre Rios | 40 | 18.5 |
| | Latitud Sur | 47 | 14.1 |
| | L'union De Paris | 36 | 15.7 |
| | Norte | 26 | 26.7 |
| | Progreso Seguros | 34 | 27.4 |
| Proteccion M.T.P.P. | 40 | 42.6 | |

| Cluster_3 | Aseguradora | Créditos/ Activos | RF sobre Primas |
|------------------|----------------------|------------------------------|----------------------------|
| | San Cristobal | 33 | 15.5 |
| | Segunda C.S.L. | 38 | 17.3 |
| | Segurcoop | 42 | 20.1 |
| | Victoria | 38 | 15.2 |
| | Zurich Argentina | 39 | 23.9 |
| 2 | Ace Seguros | 66 | -0.3 |
| | Afianzadora Lat. | 68 | 0.0 |
| | Antartida | 50 | -1.8 |
| | Aseg. Federal Arg. | 60 | 7.4 |
| | seg.Cred.Y Garantias | 54 | 4.1 |
| | Aseg.De Caucciones | 52 | 7.8 |
| | Bernardino Rivadavia | 51 | 14.2 |
| | Boston | 60 | 2.8 |
| | Comercio | 48 | 9.4 |
| | Escudo | 62 | 3.0 |
| | Generali Argentina | 54 | 10.1 |
| | Horizonte | 60 | 3.6 |
| | Mapfre Argentina | 66 | 2.7 |
| | Meridional | 53 | 6.0 |
| | Parana | 53 | 6.8 |
| | Rio Uruguay | 56 | 3.5 |
| | Rivadavia M.T.P.P. | 67 | 9.8 |
| | Rsa Group | 53 | 1.9 |
| Smg Seguros | 53 | 6.0 | |

| Cluster_3 | Aseguradora | Créditos/ Activos | RF sobre Primas |
|------------------|-----------------------|------------------------------|----------------------------|
| | Tpc | 59 | 4.7 |
| 4 | Assurant Argentina | 35 | 5.6 |
| | Cardif Seguros | 33 | 2.9 |
| | Consolidar Seguros | 32 | 6.6 |
| | Galicia Seguros | 30 | 3.3 |
| | Hamburgo | 32 | 4.7 |
| | Hanseatica Seguros | 35 | -10.4 |
| | Hsbc Seguros | 38 | 8.3 |
| | Inst.Aseg.Mercantil | 43 | -1.0 |
| | Instituto Seguros | 34 | 3.3 |
| | Liberty | 40 | -1.2 |
| | Liderar | 45 | 4.0 |
| | Mercantil Andina | 41 | 3.3 |
| | Metropol | 41 | 9.8 |
| | Noble Resp. Prof. | 40 | 8.4 |
| | Orbis | 39 | 5.3 |
| | Prudencia | 37 | 8.9 |
| | Sancor | 42 | 8.6 |
| | Segurometal | 45 | 6.1 |
| | Surco | 41 | 6.1 |
| 1 | Assekuransa | 20 | 6.2 |
| | Berkley International | 28 | 19.5 |
| | C.P.A. Tucuman | 9 | 31.4 |
| | Caja Seguros | 24 | 5.9 |

| Cluster_3 | Aseguradora | Créditos/ Activos | RF sobre Primas |
|------------------|---------------------|------------------------------|----------------------------|
| | Caruso | 8 | 16.8 |
| | Coface | 28 | 10.6 |
| | Cosena | 20 | 0.6 |
| | Federacion Patronal | 27 | 13.5 |
| | Interaccion Seguros | 6 | 4.3 |
| | Nacion Seguros | 26 | 10.2 |
| | Nativa | 27 | 6.7 |
| | Nivel Seguros | 26 | 17.5 |
| | Nueva | 27 | 14.5 |
| | Perseverancia | 29 | 14.0 |
| | Productores Frutas | 19 | 21.8 |
| | Provincia | 30 | 14.7 |
| | Santander Rio | 24 | 7.0 |
| | Seguros Medicos | 13 | 4.3 |
| 6 | Luz Y Fuerza | 57 | -9.7 |
| | Triunfo | 40 | -26.5 |
| | Warranty Insurance | 69 | -21.3 |
| 5 | Garantia M.T.P.P. | 13 | 189.6 |
| | Metropol M.T.P.P. | 20 | 206.6 |
| 3 | Argos M.T.P.P. | 6 | 231.1 |
| 8 | XI Insurance | 9 | 147.3 |
| 9 | Agrosalta | 92 | 230.4 |
| 10 | Instituto Misiones | 36 | 345.4 |

INTERVALO DE CONFIANZA PARA LA RESERVA IBNR

*Anabel Aldana
Leonardo Berinstein*

INTRODUCCIÓN

Una de las funciones del actuario es brindar información en escenarios inciertos. Para ello se utilizan herramientas técnicas que en general arrojan un único resultado en función de un conjunto de información. Se sabe de antemano que este resultado no será el real, sino que se espera que el verdadero valor se aproxime lo suficiente al resultado estimado.

Para la toma de decisiones en una Compañía de Seguros o en cualquier otra empresa, se plantean en general varios escenarios a futuro. Para ello es interesante contar con un rango de resultados viables y saber cuán posible es su realización, es decir lo que se conoce como su probabilidad de ocurrencia.

Lo que se propone en este trabajo es brindar un conjunto de posibles resultados, asignándole probabilidades a cada uno de ellos. Más concretamente se hallará el valor de la Reserva IBNR a través de un método de estimación que arroja un resultado único, y se estimará un Intervalo de Confianza para dicho resultado.

El propósito anterior sería bastante sencillo si se contara con la distribución de la Reserva IBNR y se conocieran sus parámetros. Visto que este no es el caso, la misma será estimada por métodos de Simulación Estocástica partiendo de considerar a los Factores de Desarrollo como las Variables Aleatorias responsables del comportamiento de la Reserva IBNR.

1. ESTIMACIÓN DE LA RESERVA IBNR

Para la estimación de la Reserva IBNR ¹ existen varios métodos actuariales. En este trabajo se utilizará uno de los más extendidos en uso: el llamado Método de Triángulos de Chain Ladder. Este método intenta inferir patrones de desarrollo de los siniestros a partir del comportamiento histórico de los siniestros en la compañía. Se asume entonces que el pasado es suficientemente representativo de lo que sucederá en el futuro.

¹ IBNR: de las siglas en inglés Incurred But Not Reported (incurrido pero no reportado).

Para ello es necesario contar con información de evolución de siniestros², que la información sea homogénea³, que no haya cambios en las políticas de la compañía (suscripción, liquidación y reserva de siniestros, registro de denuncias, etc.) ni existan factores externos a la compañía que modifiquen el comportamiento histórico de los siniestros en estudio.

En primer lugar y siguiendo el método de Chain Ladder, se construye el triángulo de Incurrido⁴ a partir del cual se obtiene el triángulo de Factores de Desarrollo Individual y se procede al cálculo de los Siniestros Últimos y Reserva IBNR.

1.1 Factores de desarrollo individual

En cuanto a la elección del factor de desarrollo individual puede optarse por varias medidas que implican distintos criterios respecto a la ponderación de la información. Puede por ejemplo utilizarse un promedio simple de los factores históricos. Esto implica considerar todos los datos de la historia dentro del triángulo y darles a cada uno la misma credibilidad. Puede utilizarse un promedio de por ejemplo los últimos 3 períodos con lo cual se consideraría sólo la información más reciente. Otro promedio puede calcularse considerando toda la información pero exceptuando el factor más alto y el más pequeño. Así se estarían considerando a estos últimos como valores distorsivos. También puede calcularse un promedio ponderado de todos los datos históricos si quisiera darse mayor peso a la información brindada por la ocurrencia con mayores montos de siniestros.

² La cantidad de períodos históricos y de siniestros depende de la naturaleza del negocio y de cuán representativa sea la información disponible.

³ Los montos por pérdidas de siniestros se valorarán a moneda homogénea. Esto implica que en contextos de inflación o deflación, se deber hallar algún índice que convierta los montos originales a una misma moneda de referencia para evitar así distorsionar la evolución de los siniestros. El índice en cuestión puede variar según la línea de negocios de la que se traten los siniestros. Por ejemplo si el negocio es seguros de Incendio en hogares, se puede aplicar índices en relación al valor de los inmuebles o a la construcción (el Indec -Instituto Nacional de Estadística y Censos- publica el Índice del Costo de la Construcción (ICC)) y si el negocio es seguros de vida cuyo valor de los siniestros estén relacionados con cantidad de sueldos puede aplicarse índices que reflejen la evolución de los salarios (como el Índice de Salarios y el Coeficiente de Variación Salarial (CVS) calculado por el Indec). También pueden aplicarse índices más generales en relación a la economía en su conjunto (como el Índice de Precios al Consumidor (IPC) y los índices disponibles dentro del Sistema de Índices de Precios Mayoristas (SIPM) publicados por el Indec).

⁴ La organización de la información para armar los triángulos estará determinada en función de la cantidad de datos que se necesitan para un ajustamiento robusto de la función de densidad de cada Factor de Desarrollo Individual.

La elección del factor de desarrollo estará ligada a las características de la cartera y de los siniestros.

Otra tendencia es abordar la determinación de los factores de desarrollo desde una perspectiva estocástica. En lo siguiente se desarrollará el tratamiento de los factores de desarrollo considerando los mismos como variables aleatorias.

2. DISTRIBUCIÓN DE LOS FACTORES DE DESARROLLO

Siendo que los Factores de Desarrollo Individuales varían según la evolución de los siniestros, pueden considerarse variables aleatorias que estarían explicadas por alguna distribución. El problema que se presenta es saber cuál será la distribución asignada a cada uno de los desarrollos. Para ello se proponen distribuciones paramétricas, cuyos parámetros se estimarán por el método de máxima verosimilitud. La asignación de la distribución de cada desarrollo se hará mediante el test de Chi cuadrado para evaluar la aceptabilidad del modelo y elegir así la distribución con ranking máximo según este criterio.

El primer paso es tomar cada factor de desarrollo individual como una variable aleatoria independiente para cada desarrollo y asignarle una distribución. Cada uno de los elementos del triángulo de Factores de Desarrollo Individual se considera como una realización histórica de la variable aleatoria⁵. Se cuenta entonces con un valor muestral por cada período de información histórica que serán los datos empíricos con los que se cuenta para realizar el ajustamiento. Se ha optado por el método de estimación máximo verosímil, en contraposición a otros métodos, por brindar estimadores con cualidades de insesgadez, consistencia, eficiencia, normalidad y eficiencias asintóticas, suficiencia e invarianza⁶.

La función de verosimilitud para un vector de parámetros θ y una muestra de n observaciones es⁷:

⁵ Los factores de desarrollos son valores relativizados sin influencias de tamaños de cartera (tendencias) ni de moneda (puesto que se trata de triángulos homogéneos). Por otro lado, podría dárseles el tratamiento de serie de tiempo.

⁶ RUIZ, L.; MARTIN PLIEGO, F. J. y PEREZ, M. *Fundamentos de Inferencia Estadística*. (2001) España, Editorial AC. Capítulo 4. "Métodos de Estimación".

⁷ La función de verosimilitud fue extraída de KLUGMAN, S.; PANJER, H. y WILLMOT, G. (1998) *Loss Models: from data to decisions*. United State of America, Wiley-Interscience Publication. Capítulo 2. "Loss Distributions – Models for the Amount of a Single Payment".

$$L(\hat{\theta}) = \prod_{j=1}^n L_j(\hat{\theta}) \quad (a)$$

donde $L_j(\hat{\theta})$ es la contribución de la j-ésima observación a la verosimilitud, es decir:

$$L_j(\hat{\theta}) = f(\mathbf{x}_j, \hat{\theta}) \quad (b)$$

reemplazando (b) en (a):

$$L(\hat{\theta}) = \prod_{j=1}^n f(\mathbf{x}_j, \hat{\theta}) \quad (c)$$

Luego los parámetros máximo verosímiles serán aquellos que maximicen la función de máximo verosimilitud.

La maximización de la función de máximo verosimilitud se obtiene derivando la misma parcialmente por cada uno de los parámetros de la función de distribución elegida e igualando a cero a cada una de esas derivadas parciales. Facilita la derivación trabajar con una transformación logarítmica de la función de máximo verosimilitud a saber⁸:

$$l(\hat{\theta}) = \ln [L(\hat{\theta})] \quad (d)$$

desarrollando esta última expresión con las fórmulas (a), (b) y (c) se obtiene que:

$$l(\hat{\theta}) = \ln [L(\hat{\theta})] = \ln \left[\prod_{j=1}^n L_j(\hat{\theta}) \right] = \ln \left[\prod_{j=1}^n f(\mathbf{x}_j, \hat{\theta}) \right] = \sum_{j=1}^n \ln [f(\mathbf{x}_j, \hat{\theta})] \quad (e)$$

La estimación de los parámetros resulta de la resolución del sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \frac{\partial l(\hat{\theta})}{\partial \theta} = 0 \right. \quad (f)$$

Se obtienen entonces los parámetros de cada una de las distribuciones propuestas a través del método de máximo verosimilitud. Algunas de las distribuciones que pueden sugerirse como modelos a testear son⁹: un

⁸ Id. Nota anterior sobre la transformación logarítmica de la función de verosimilitud.

⁹ Modelos más complejos pueden encontrarse en: LANDRO, A y GONZALEZ, M. *Actuarios: Vademecum de Distribuciones de Probabilidades*. Ediciones Cooperativas. Argentina, 2006.

parámetro: Exponencial, dos parámetros: Lognormal, Pareto, Gamma, Weibull, tres parámetros: Burr, Pareto Generalizada.

Para la determinación de qué función de distribución ajusta mejor para cada Factor de Desarrollo Individual se seleccionará la distribución mejor rankeada según el test de Chi Cuadrado. Este test es un procedimiento para validar modelos que trata de decidir a la luz de los datos observados si puede considerarse que la distribución poblacional sigue una distribución determinada.

Las hipótesis del test de aceptabilidad del modelo son:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : f_x(x) = f(x, \theta) \text{ Para un determinado vector de parámetros } \theta \\ H_1 : f_x(x) \neq f(x, \theta) \text{ Para cualquier otro } \theta \text{ distinto al de la} \\ \text{hipótesis nula.} \end{array} \right.$$

Donde $f_x(x)$ es la función de distribución de la población y $f(x, \theta)$ es una función de distribución seleccionada de parámetros θ determinados.

El estadístico de prueba para el test chi cuadrado de bondad del ajuste es¹⁰:

$$Q = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} \quad \text{donde } E_j = n * \Pr(x; \theta) \quad (g)$$

Donde n_j es la frecuencia observada y E_j la frecuencia esperada.

La prueba de bondad del ajuste Chi cuadrado compara los resultados de una muestra aleatoria con aquellos valores que se espera observar si la hipótesis nula es correcta. Para un tamaño específico de error de tipo I, la hipótesis nula será rechazada si existe una diferencia suficiente entre los valores observados y esperados.

El tamaño de la muestra debe ser de al menos 5 veces el número de clases para obtener resultados aceptables. Siguiendo además las

¹⁰ El estadístico de Chi Cuadrado fue extraído de RUIZ, L.; MARTIN PLIEGO, F. J. y PEREZ, M. Fundamentos de Inferencia Estadística. (2001) España, Editorial AC. España. Capítulo 9: "Contrastes no paramétricos".

condiciones de Moore¹¹ cada intervalo de clase debe tener una frecuencia esperada de al menos 1 y el 80% de las clases debe tener una frecuencia esperada de al menos 5, y el promedio debe ser de al menos 4 cuando el nivel de significancia es del 1% y de 2 cuando el nivel sea del 5%. La potencia de la prueba tiende a uno conforme el tamaño de la muestra tiene a infinito.

La hipótesis nula es rechazada cuando Q excede $X_{d,\alpha}^2$ con grados de libertad $d=k-r-1$ donde r es la cantidad de parámetros estimados, k la cantidad de clases y α es el nivel de significancia del test.

La ventaja del test de Chi Cuadrado es que asigna un valor numérico a través del cual se pueden ordenar las distribuciones según su grado de explicación de la información, es decir que las distribuciones pueden rankearse con un criterio objetivo. Además tiene en cuenta la cantidad de parámetros estimados "penalizando" con mayor grado de libertad a las distribuciones más complejas.

Para los desarrollos más alejados del momento de la ocurrencia se contará inevitablemente con menos cantidad de información para la estimación de parámetros y validación del modelo. Esto puede resolverse de varias maneras. La primera opción es considerar los factores promedio para los que no se tiene suficiente información como constantes, con lo cual no sería necesario estimar parámetros y someter a evaluación la distribución asignada. La segunda es asignar una distribución uniforme entre los valores observados, lo cual lleva implícito suponer que son valores típicos que van a repetirse en el futuro. Por último siempre podrán reducirse los períodos de ocurrencia hasta obtener la cantidad de observaciones necesarias para realizar el ajustamiento o simplemente agregar datos de la historia previa al inicio del triángulo seleccionado. En caso de incluirse un factor de cola, el mismo será considerado una constante.

Una vez determinadas las distribuciones de cada uno de los Factores de Desarrollo Individual puede procederse a la simulación de la distribución de la Reserva IBNR.

¹¹ KLUGMAN, S.; PANJER, H. y WILLMOT, G. (1998) *Loss Models: from data to decisions*. USA, Wiley-Interscience Publication. Capítulo 2. "Loss Distributions – Models for the Amount of a Single Payment".

3. SIMULACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE LA RESERVA

Considerando a cada Factor de Desarrollo Individual como una variable aleatoria, la Reserva IBNR también será una variable aleatoria. Esto se debe a que si se considera a cada Factor de Desarrollo Individual como una variable aleatoria, el producto de variables aleatorias generará otra variable aleatoria, es decir que cada Factor de Desarrollo Acumulado, también es una variable aleatoria. El costo Incurrido al período N es una constante para cada período de ocurrencia. Luego del producto de una variable aleatoria (Factor de Desarrollo Acumulado) y una constante (Incurrido) resulta otra variable aleatoria (Siniestros Últimos). De sustraer a una variable aleatoria (Siniestros Últimos) una constante (Incurrido Acumulado) se obtiene otra variable aleatoria (IBNR). De la suma de variables aleatorias resulta otra variable aleatoria (IBNR Total).

La idea de la simulación es imitar el evento estudiado dividiéndolo en una cadena de hechos primarios, cada uno de los cuales es relativamente fácil de manejar. Se utiliza un generador de números aleatorios para generar cada variable requerida para una realización particular y el proceso total se repite varias veces. Un generador de números aleatorios es *"un algoritmo (...) que produce secuencias de números que se distribuyen de tal manera que siguen una distribución dada con un grado de precisión suficiente"*¹². El proceso se organiza de tal forma que la probabilidad de extraer un valor determinado es la misma probabilidad que se le asigna a este valor de acuerdo con la distribución dada.

Puede obtenerse entonces la distribución de la variable aleatoria IBNR por medio de Simulación Estocástica.

3.1 Procedimiento para simulación estocástica

1) Se sortea un número entre cero y uno mediante un generador de números aleatorios. Este conjunto de números posibles a sortear se define con ambos extremos abiertos, lo cual implica la imposibilidad de que el cero y el uno salgan sorteados. El objetivo de la exclusión es evitar problemas técnicos que surjan ocasionalmente de estos valores particulares.

$$u \rightarrow (0;1)$$

¹² DAYKIN, C. D.; PENTIKÄINEN, T. y PESONEN, M. I. *Aplicaciones prácticas de la Teoría del Riesgo para Actuarios*. (1996) Argentina, Editorial del Plata. Capítulo 5. "Simulación".

2) Se busca el valor de abscisa correspondiente a una distribución asignada que acumula el número sorteado en 1). Dicho de otra forma, se transforma el número sorteado por la inversa de la función de distribución asignada.

$$FDI_{j-1,j} : \left\{ \begin{array}{l} FDI_{j-1,j} \\ \hline F^{-1}(u) = FDI_{j-1,j} \Rightarrow \int_0^{FDI_{j-1,j}} f(x)dx = u \end{array} \right\}$$

$f(x)$ es la función de densidad asignada al Factor de Desarrollo Individual j , que indica el desarrollo del costo de los siniestros entre el período $j-1$ y j . Nótese que el límite inferior de la integral es cero. Esto se debe a que la función de densidad asignada debe reflejar el hecho de que dadas las condiciones para aplicar el Método de Triángulos¹³ no habría posibilidad de que se generen Factores de Desarrollo negativos.

3) Se repiten (N-1) veces los pasos 1 y 2, para generar una realización de cada $FDI_{j-1,1}$.

4) Se calculan los Factores de Desarrollo Acumulados como el producto de los FDI correspondientes.

5) Se calculan los Siniestros Últimos para cada período de ocurrencia como el producto de los Siniestros Incurridos Acumulados y el Factor de Desarrollo Acumulado correspondiente al desarrollo del Incurrido.

6) Se calcula la Reserva IBNR para cada período de ocurrencia como la diferencia entre los Siniestros Últimos y el Incurrido Acumulado.

7) Se calcula la Reserva IBNR total, sumando las Reservas IBNR de cada período de ocurrencia.

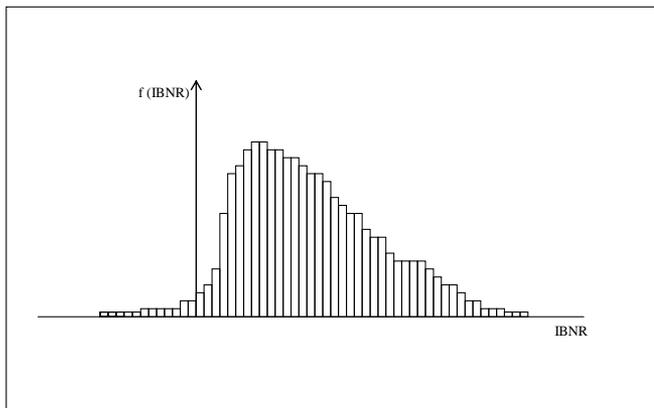
8) Se repiten los pasos 1 a 8 un número lo suficientemente grande de veces.

La colección de resultados de la Simulación Estocástica, ordenados apropiadamente, representa la distribución muestral de la Reserva IBNR.

¹³ Como se observó anteriormente, la información debe representar el comportamiento de los siniestros. Un factor de desarrollo negativo implica que el recupero de algún/os siniestro/s supere el incurrido acumulado de toda la cartera para ese período de ocurrencia lo cual no se trataría de un comportamiento habitual.

No debe perderse de vista que el resultado de la simulación es una muestra de la distribución verdadera y por tanto es sólo una aproximación. El ajuste se puede mejorar incrementando la cantidad de repeticiones de la simulación¹⁴.

Gráfico 1



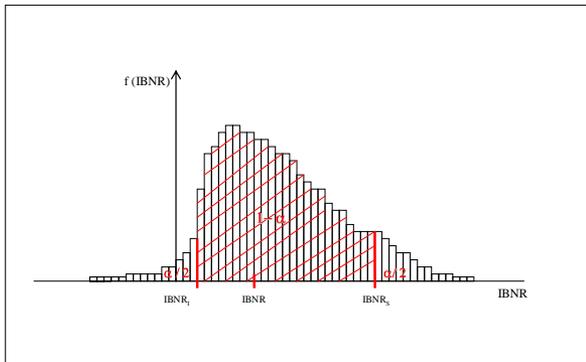
4. INTERVALO DE CONFIANZA

El objetivo del Intervalo de Confianza es definir un rango de valores con un límite Inferior y un límite Superior cuya probabilidad de ocurrencia está delimitada a un nivel de confianza determinado. Una vez obtenida la distribución de la Reserva IBNR puede construirse un Intervalo de Confianza alrededor del valor puntual de Reserva IBNR, para un nivel de confianza α determinado¹⁵.

¹⁴ La imagen es sólo ilustrativa. La forma de la distribución dependerá de la naturaleza de los factores y la evolución de los siniestros que representan.

¹⁵ Id. Nota anterior.

Gráfico 2



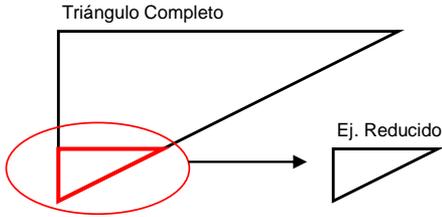
$IBNR_i$ e $IBNR_s$ indican el límite Inferior y Superior del Intervalo de Confianza respectivamente. A la izquierda de $IBNR_i$ se encontrarán los valores de Reserva IBNR hasta acumular un $\alpha/2$ % de probabilidad según la distribución simulada y a la derecha de $IBNR_s$ se encontrarán los valores de Reserva IBNR hasta “desacumular” un $\alpha/2$ % de probabilidad. Con un nivel de Confianza α , la Reserva IBNR se encontrará entre dichos límites.

Como el intervalo se construye sobre una simulación, puede suceder que no se encuentre dentro del conjunto muestral un valor en el cual se acumule o desacumule $\alpha/2$ % de probabilidad sino que este puede encontrarse entre dos elementos de la muestra. Esta situación puede solucionarse fácilmente haciendo una interpolación¹⁶ entre los dos elementos en cuestión.

5. CASO PRÁCTICO

Con el objetivo de entender paso a paso lo que se ha desarrollado teóricamente, se hará un seguimiento de la aplicación de las fórmulas y los cálculos auxiliares de un caso ejemplo. Por cuestiones de practicidad y espacio se mostrarán sólo alguno de los datos utilizados. Los cálculos se expondrán en este capítulo con un ejemplo reducido mientras que los resultados serán trabajados desde un triángulo de información completo.

¹⁶ Una guía de distintos métodos de Interpolación puede encontrarse en ARZOUMANIAN, R P. *Temas de Análisis Numérico*. (2002). Argentina, Sin Editorial. Capítulo 7: “Interpolación”.



5.1 Triángulos de información

Para este ejemplo, el armado de triángulos a aplicar será del formato trimestral-trimestral, es decir que se considerarán ocurrencias agrupadas por trimestres y desarrollos de ocurrencia trimestrales.

Tabla 1. Triángulo de incurridos

| Incurridos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2009 Q1 | 1.694 | 2.238 | 2.625 | 2.819 | 2.913 | 3.025 | 3.097 | 3.148 |
| 2009 Q2 | 2.033 | 2.644 | 2.990 | 3.149 | 3.289 | 3.398 | 3.497 | - |
| 2009 Q3 | 2.081 | 2.761 | 3.042 | 3.295 | 3.438 | 3.543 | - | - |
| 2009 Q4 | 2.282 | 2.803 | 3.365 | 3.617 | 3.792 | - | - | - |
| 2010 Q1 | 1.863 | 2.711 | 3.213 | 3.455 | - | - | - | - |
| 2010 Q2 | 2.356 | 3.249 | 3.785 | - | - | - | - | - |
| 2010 Q3 | 2.257 | 3.031 | - | - | - | - | - | - |
| 2010 Q4 | 2.212 | - | - | - | - | - | - | - |

En el período de ocurrencia "2009 Q1" se puede observar que el costo hasta un trimestre posterior a la ocurrencia de los siniestros es de \$2.238 por los siniestros conocidos por la compañía.

Una vez construido el triángulo de Incurrido, se calculan los Factores de Desarrollo Individual para cada ocurrencia.

Tabla 2. Triángulo de factores de desarrollo individual¹⁷

| Factores | 1-2 | 2-3 | 3-4 | 4-5 | 5-6 | 6-7 | 7-8 | 8-... |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| 2009 Q1 | 1,3212 | 1,1729 | 1,0739 | 1,0333 | 1,0382 | 1,0239 | 1,0164 | |
| 2009 Q2 | 1,3005 | 1,1311 | 1,0530 | 1,0447 | 1,0332 | 1,0289 | | |
| 2009 Q3 | 1,3270 | 1,1015 | 1,0834 | 1,0434 | 1,0305 | | | |
| 2009 Q4 | 1,2281 | 1,2007 | 1,0747 | 1,0485 | | | | |
| 2010 Q1 | 1,4553 | 1,1852 | 1,0753 | | | | | |
| 2010 Q2 | 1,3793 | 1,1648 | | | | | | |
| 2010 Q3 | 1,3430 | | | | | | | |
| 2010 Q4 | | | | | | | | |
| FDI Promedio | 1,2065 | 1,1279 | 1,0654 | 1,0356 | 1,0252 | 1,0224 | 1,0170 | ... |
| FA | 1,9309 | 1,6004 | 1,4189 | 1,3319 | 1,2861 | 1,2546 | 1,2271 | ... |

Por ejemplo el Factor de Desarrollo Individual "2-3" de la ocurrencia "2010 Q2" y el factor "1-2" de la ocurrencia "2010 Q1" se obtiene:

$$F_{2010Q2(2,3)} = 3.785/3.249 = 1,1648 \text{ y } F_{2010Q1(1,2)} = 2.177/1.863 = 1,4553$$

Un Factor de Desarrollo Individual muestra el crecimiento que tuvo el Costo Incurrido por la compañía de un trimestre al siguiente para un período de ocurrencia particular. Por ejemplo el factor $F_{2010Q2(2,3)}$ muestra que el Costo Incurrido de los siniestros ocurridos en el segundo trimestre de 2010 creció en un 16,48% para el período de desarrollo 3, respecto al Costo Incurrido que los mismos representaban para la compañía en el segundo período de desarrollo.

Se advierte que no se contarán con datos para calcular el Factor de Desarrollo Individual correspondiente a la ocurrencia "2010 Q4" como tampoco para el último de los desarrollos.

Las dos filas debajo del triángulo de factores de desarrollo individual indican los resultados del cálculo de los Factores de Desarrollo Promedio Individual y los Factores de Desarrollo Acumulados.

¹⁷ En adelante los resultados obtenidos son redondeados (no truncados) a 4 cifras significativas. Este criterio fue adoptado en función de cometer el mínimo error relativo en las operaciones siguiendo a BURDEN R. y FAIRES, J.D. *Análisis numérico*. (1998) México, International Thomson Editores. Capítulo 1: "Preliminares Matemáticos".

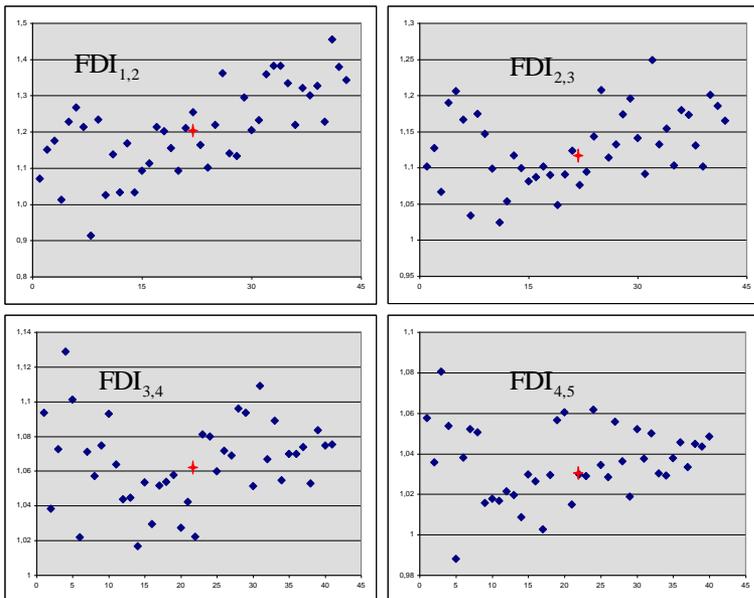
Así Factor de Desarrollo Promedio Individual "1-2" resulta de:

$$FDI_{1,2} = \frac{\sum_{i=1}^{44-1} F_{i(1,2)}}{44-1} = \frac{1,3430+1,3793+1,4553+1,2281+1,3270+1,3005+1,3212+...}{43} = 1,2065$$

La interpretación de este resultado es similar a la del Factor de Desarrollo Individual. La diferencia radica en que este último representa el comportamiento realizado de un período de ocurrencia particular, mientras que el Factor de Desarrollo Promedio Individual es el crecimiento que se espera los siniestros tengan en el futuro en base a la información histórica estudiada.

Siguiendo el mismo cálculo y considerando la totalidad de los datos, se muestran las siguientes nubes de puntos para los valores de los primeros cuatro Factores de Desarrollo Individual. La marca estrella indica en cada caso el promedio simple.

Gráfico 3



Luego el primer Factor de Desarrollo Acumulado resulta del siguiente producto:

$FA_1 = 1,2065 * 1,1279 * 1,0654 * 1,0356 * 1,0252 * 1,0224 * 1,0170 * \dots * 1,0000 = 1,9309$
 Significa que se espera que el comportamiento futuro del Costo Incurrido de los siniestros se desarrolle en un 93% más de lo Incurrido en el primer trimestre de desarrollo.

En este ejemplo el factor de cola es igual a 1, lo cual indica que luego de la cantidad de trimestres considerados, los siniestros se encuentran totalmente desarrollados.

Bajo el mismo procedimiento se obtienen el resto de los Factores de Desarrollo Acumulados.

5.2 Estimación de siniestros últimos y reserva IBNR

El siguiente cuadro organiza los valores anteriormente obtenidos y permite calcular fácilmente los Siniestros Últimos y la Reserva IBNR operando sus columnas.

Tabla 3

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------|-----------|--------|--------------------|--------|
| Período Ocurrencia | Incurrido | FA | Siniestros Últimos | IBNR |
| 2009 Q1 | 3.148 | ... | ... | ... |
| 2009 Q2 | 3.497 | 1,2271 | 4.291 | 794 |
| 2009 Q3 | 3.543 | 1,2546 | 4.445 | 902 |
| 2009 Q4 | 3.792 | 1,2861 | 4.877 | 1.085 |
| 2010 Q1 | 3.455 | 1,3319 | 4.601 | 1.146 |
| 2010 Q2 | 3.785 | 1,4189 | 5.371 | 1.586 |
| 2010 Q3 | 3.031 | 1,6004 | 4.850 | 1.820 |
| 2010 Q4 | 2.212 | 1,9309 | 4.271 | 2.059 |
| IBNR | | | | 14.754 |

Se organizan en las columnas 1 y 2 los montos Incurridos por período de ocurrencia y en la columna 3 los Factores de Desarrollo Acumulados obtenidos. Los Siniestros Últimos resultan de multiplicar la columna 2 por la 3 y el IBNR correspondiente a cada período resulta de restar el Incurrido (columna 2) a los Siniestros Últimos (columna 4).

Los resultados anteriores muestran que el Costo Último de los Siniestros ("Siniestros Últimos") será de \$5.371 para la ocurrencia "2010 Q2". Como el Costo Incurrido al momento del cálculo es de \$3.785, entonces la Reserva IBNR a constituir para ese período de ocurrencia es \$1.586. Luego el IBNR total es la suma de los valores de la columna 5:

$$\text{IBNR} = 2.059 + 1.820 + 1.586 + 1.146 + 1.085 + 902 + 794 + \dots = 14.754$$

Se estima una Reserva IBNR para todas las ocurrencias de \$14.754 para cubrir los siniestros que ocurrieron y serán conocidos en el futuro, las posibles insuficiencias de reserva de casos ya constituidas por los siniestros conocidos y las reaperturas de casos que se consideran cerrados al momento de la estimación.

5.3 Distribución de los factores de desarrollo

Se presenta a continuación un cuadro con los parámetros de las distribuciones lognormal y exponencial estimados para cada factor de desarrollo.

Tabla 4

| Factores | | 1-2 | 2-3 | 3-4 | 4-5 | 5-6 | 6-7 | 7-8 |
|-------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|
| Lognormal | μ | 0,1829 | 0,1193 | 0,0631 | 0,0348 | 0,0247 | 0,0220 | ... |
| | σ | 0,0991 | 0,0452 | 0,0229 | 0,0175 | 0,0167 | 0,0150 | ... |
| exponencial | σ | 1,2065 | 1,1279 | 1,0654 | 1,0356 | 1,0252 | 1,0224 | ... |

A modo de ejemplo se mostrará paso a paso cómo estimar los parámetros por el método de máxima verosimilitud de las funciones de distribución lognormal y exponencial y luego se decidirá cuál de ellas es la más apropiada según el criterio del test Chi cuadrado de bondad del ajuste.

5.4 Estimación de parámetros

De acuerdo con la fórmula (e) aplicada a una función de los parámetros de la distribución lognormal se tiene que:

$$l(\mu, \sigma) = \sum_{j=1}^n \ln f(x_j, \mu, \sigma)$$

Siendo¹⁸:

$$f(x_j, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma x_j \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x_j - \mu}{\sigma} \right)^2}$$

Entonces:

$$l(\mu, \sigma) = \sum_{j=1}^n \ln f(x_j, \mu, \sigma) = \sum_{j=1}^n \ln \left[\frac{1}{\sigma x_j \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x_j - \mu}{\sigma} \right)^2} \right]$$

$$l(\mu, \sigma) = \sum_{j=1}^n \left[\ln(1) - \ln(\sigma x_j \sqrt{2\pi}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\ln x_j - \mu}{\sigma} \right)^2 \ln(e) \right]$$

$$l(\mu, \sigma) = \sum_{j=1}^n \left[-\ln(\sigma x_j \sqrt{2\pi}) - \frac{1}{2} \left(\frac{\ln x_j - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

Luego se deriva parcialmente respecto de los parámetros μ y σ . Se igualan a cero las dos derivadas y se despejan los parámetros en función de los valores muestrales.

$$\frac{\partial l(\mu, \sigma)}{\partial \mu} = 0$$

$$\frac{\partial l(\mu, \sigma)}{\partial \mu} = \sum_{j=1}^n \frac{\ln x_j - \mu}{\sigma^2} = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n (\ln x_j - \mu) = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n \ln x_j = \sum_{j=1}^n \mu$$

$$\Rightarrow \mu = \frac{\sum_{j=1}^n \ln x_j}{n} \quad (h)$$

¹⁸ La distribución lognormal fue extraída de: SARABIA ALEGRÍA, J. M.; GOMEZ DENIZ, E. y VAZQUEZ POLO, F. J. *Estadística actuarial, teoría y aplicaciones*. (2006) España, Editorial Pearson Prentice Hall. Capítulo 7: "Distribuciones de tipo Continuas".

$$\frac{\partial l(\mu, \sigma)}{\partial \sigma} = 0$$

$$\frac{\partial l(\mu, \sigma)}{\partial \sigma} = \sum_{j=1}^n \frac{-1}{\sigma} + \sum_{j=1}^n \frac{-(n x_j - \mu)^2}{\sigma^3} = 0 \Rightarrow -\frac{n}{\sigma} + \sum_{j=1}^n \frac{-(n x_j - \mu)^2}{\sigma^3} = 0 \Rightarrow$$

$$\sum_{j=1}^n \frac{-(n x_j - \mu)^2}{\sigma^3} = \frac{n}{\sigma} \Rightarrow \sum_{j=1}^n (n x_j - \mu)^2 = \frac{n}{\sigma} \sigma^3 \Rightarrow \sum_{j=1}^n \frac{-(n x_j - \mu)^2}{n} = -\sigma^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(n x_j - \mu)^2}{n}} \quad (i)$$

Entonces para el Factor de Desarrollo individual "1-2" se tiene que reemplazando los valores muestrales en las fórmulas (h) y (i), los parámetros de la distribución lognormal son¹⁹:

$$\mu = \frac{\sum_{j=1}^n \ln x_j}{n} = \frac{\sum_{j=1}^7 \ln x_j}{7}$$

$$\mu = \frac{\ln(1,3430) + \ln(1,3793) + \ln(1,4553) + \ln(1,2281) + \ln(1,3270) + \ln(1,3005) + \ln(1,3212) + \dots}{43}$$

$$\Rightarrow \mu = 0,1829$$

$$\sigma = \sqrt{\sum_{j=1}^n \frac{(n x_j - \mu)^2}{n}} = \sqrt{\sum_{j=1}^7 \frac{(n x_j - 0,1829)^2}{7}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\underbrace{(n 1,3430 - 0,1829)^2 + (n 1,3793 - 0,1829)^2 + (n 1,4553 - 0,1829)^2 + (n 1,2281 - 0,1829)^2}_{43} + \dots}{43}}$$

$$\Rightarrow \sigma = 0,0991$$

¹⁹ Nótese que por ser un sistema de ecuaciones, la fórmula de referencia tomará como valor del parámetro el resultado recientemente obtenido.

De acuerdo con la fórmula (e) aplicada a una función de los parámetros de la distribución exponencial se tiene que:

$$l(\hat{\theta}) = \sum_{j=1}^n \ln f(x_j, \sigma)$$

Con²⁰:

$$f(x_j, \sigma) = \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x_j}{\sigma}}$$

Entonces:

$$l(\hat{\theta}) = \sum_{j=1}^n \ln f(x_j, \sigma) = \sum_{j=1}^n \ln \left[\frac{1}{\sigma} e^{-\frac{x_j}{\sigma}} \right] = \sum_{j=1}^n \left[\ln(1) - \ln(\sigma) - \frac{x_j}{\sigma} \ln(e) \right] = \sum_{j=1}^n \left[-\ln(\sigma) - \frac{x_j}{\sigma} \right]$$

Luego se deriva parcialmente respecto al parámetro σ y se iguala a cero. Se despeja el parámetro en función de los valores muestrales.

$$\frac{\partial l(\hat{\theta}, \sigma)}{\partial \sigma} = 0$$

$$\frac{\partial l(\hat{\theta}, \sigma)}{\partial \sigma} = \sum_{j=1}^n \frac{-1}{\sigma} + \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\sigma^2} = 0 \Rightarrow -\frac{n}{\sigma} + \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\sigma^2} = 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{\sigma^2} = \frac{n}{\sigma} \Rightarrow \sum_{j=1}^n x_j = \frac{n}{\sigma} \sigma^2$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \quad (j)$$

Entonces para el Factor de Desarrollo individual "1-2" se tiene que reemplazando los valores muestrales en la fórmula (j), el parámetros de la distribución exponencial es:

$$\sigma = \sum_{j=1}^n \frac{x_j}{n} = \sum_{j=1}^{43} \frac{x_j}{43} = \frac{1,3430 + 1,3793 + 1,4553 + 1,2281 + 1,3270 + 1,3005 + 1,3212 + \dots}{43}$$

$$\Rightarrow \sigma = 1,2065$$

²⁰ La forma de la distribución exponencial fue extraída de: SARABIA ALEGRÍA, J. M.; GOMEZ DENIZ, E. y VAZQUEZ POLO, F. J. *Estadística actuarial, teoría y aplicaciones*. (2006) España, Editorial Pearson Prentice Hall. Capítulo 7: "Distribuciones de tipo Continuas".

5.5 Selección de la distribución

Para la determinación de qué función de distribución ajusta mejor para cada Factor de Desarrollo Individual se seleccionará la distribución mejor rankeada según el test de Chi Cuadrado.

Siguiendo con el ejemplo, las hipótesis del test de aceptabilidad del modelo para el Factor de Desarrollo individual "1-2" en el caso de la distribución lognormal y exponencial respectivamente son:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : f_x(x) = \frac{1}{x\theta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right)^2} = f(x; \mu = 0,1829; \sigma = 0,0991) = \frac{1}{0,0991x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - 0,1829}{0,0991}\right)^2} \\ H_1 : f_x(x) = \frac{1}{x\theta\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\log x - \mu}{\sigma}\right)^2} \neq f(x; \mu = 0,1829; \sigma = 0,0991) = \frac{1}{0,0991x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - 0,1829}{0,0991}\right)^2} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0 : f(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-x/\sigma} = f(x; \sigma = 1,2065) = \frac{1}{1,1790} e^{-x/1,2065} \\ H_1 : f(x) = \frac{1}{\sigma} e^{-x/\sigma} \neq f(x; \sigma = 1,2065) = \frac{1}{1,1790} e^{-x/1,2065} \end{array} \right.$$

Luego deben armarse los intervalos de clases. Los siguientes han sido confeccionados en cortes arbitrarios para formar 6 clases distintas. Nótese que se cumple la condición mencionada anteriormente para obtener resultados confiables de que el tamaño de la muestra sea de al menos de 5 veces el número de clases. En este caso las clases son 6 y el tamaño de la muestra es 43.

Tabla 5

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|--------|----------|-----------------|--------------------------|-----------------------|----------------------------|-----------------------|
| Clases | | Frec. Observada | Frec. Esperada lognormal | $(n_j - E_j)^2 / E_j$ | Frec. Esperada Exponencial | $(n_j - E_j)^2 / E_j$ |
| 0 | 1,00 | 1 | 1,3966 | 0,1126 | 24,2280 | 22,2693 |
| 1,00 | 1,10 | 7 | 6,7051 | 0,0130 | 1,4932 | 20,3096 |
| 1,10 | 1,20 | 10 | 13,3002 | 0,8189 | 1,3744 | 54,1342 |
| 1,20 | 1,30 | 14 | 12,5133 | 0,1766 | 1,2651 | 128,1978 |
| 1,30 | 1,35 | 5 | 3,9921 | 0,2544 | 0,5943 | 32,6618 |
| 1,35 | ∞ | 6 | 4,5617 | 0,4535 | 1,6420 | 11,5668 |
| Total | | 43 | | 1,8291 | | 269,1395 |

Además también se cumplen las condiciones de Moore: en cada una de las clases hay al menos 1 frecuencia observada y al menos el 80% de las clases tienen una frecuencia esperada de 5 (en este caso es el 83,33% de las clases). Se cumple que para un nivel del 5% de significancia el promedio debe ser de al menos 2.

Las columnas 1 y 2 son respectivamente los límites inferior y superior de las clases determinadas, donde el límite inferior se define como cerrado²¹. En la columna 3 se ordenan las frecuencias observadas en la muestra para cada clase. La frecuencia esperada estará determinada por la hipótesis de distribución a testear.

Por ejemplo para la clase (1,00; 1,10) la frecuencia esperada bajo la distribución lognormal se obtiene como:

$$E_j = n * \Pr(x; \theta) = 43 * \int_{1,00}^{1,10} \frac{1}{0,0991x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - 0,1829}{0,0991}\right)^2} dx = 6,7051$$

Y para la distribución exponencial la frecuencia esperada resulta de:

$$E_j = n * \Pr(x; \theta) = 7 * \int_{1,00}^{1,10} \frac{1}{1,2065} e^{-x/1,2065} dx = 1,4932$$

Luego se calcula el estadístico de prueba Q como lo indica la fórmula (g). Cada uno de los sumandos se ubica en las columnas 5 y 7 para las distintas distribuciones. Siguiendo con la misma clase, del resultado de la columna 3 tendremos que:

$$\frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} = \frac{(-6,7551)^2}{6,7551} = 0,0130 \text{ para el caso lognormal y}$$

$$\frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} = \frac{(-1,4932)^2}{1,4932} = 20,3096 \text{ para la distribución exponencial}$$

El estadístico de prueba para la distribución lognormal será el resultado de la suma de los componentes de la columna 5:

²¹ El límite inferior del intervalo no formará parte del intervalo propiamente dicho.

$$Q = \sum_{j=1}^k \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j} = \sum_{j=1}^6 \frac{(n_j - E_j)^2}{E_j}$$

$$Q = 0,1126 + 0,0130 + 0,8189 + 0,1766 + 0,2444 + 0,4535 = 1,8291$$

De la misma manera se calcula el estadístico para la distribución exponencial.

El estadístico se compara con el valor de abscisa de una distribución Chi cuadrado de "d" grados de libertad y α como nivel de significancia. En el caso de la distribución lognormal, cuyos dos parámetros han sido estimados y considerando un nivel de significancia del 5%, se tiene que:

$$X_{d,\alpha}^2 = X_{k-r-1,\alpha}^2 = X_{6-2-1,0,05}^2 = X_{3,0,05}^2 = 7,8147.$$

El siguiente cuadro presenta un resumen de los resultados. Para el primer factor la distribución asignada será la lognormal.

Tabla 6

| Distribución | Lognormal | Exponencial |
|--------------------|-----------|--------------|
| Q | 1,8291 | 269,1395 |
| Grados de libertad | 3 | 4 |
| Chi cuadrado | 7,8147 | 9,4877 |
| Resultado del test | Acepta Ho | No Acepta Ho |

La interpretación de los resultados expuestos es la siguiente: tolerando el 5% de error (nivel de significancia), la máxima suma de errores que puede observarse de la muestra respecto al modelo propuesto para aceptar que el modelo propuesto es el adecuado es de 7,8147 cuando el modelo propuesto es la distribución lognormal. La suma de errores considerando 6 intervalos de clase ha sido de 1,8291. Este valor se encuentra por debajo del máximo aceptado, con lo cual se acepta la hipótesis nula de que la distribución lognormal es un modelo adecuado para representar los valores de los Factores de Desarrollo Individual del período "1-2". La misma interpretación puede darse a los resultados obtenidos para la distribución exponencial, sólo que considerando que la

suma de errores supera la máxima suma de errores tolerada por el test, la hipótesis nula de que la distribución exponencial es un modelo adecuado es rechazada.

Si las dos distribuciones propuestas hubiesen resultado aceptadas por el test, la distribución asignada hubiese sido aquella cuyo estadístico resultara menor, es decir aquel modelo que resulta ser el más próximo a los datos observados y por consiguiente es el que menos errores comete.

5.6 Simulación de la distribución de la reserva IBNR

1) Se sortea un número entre cero y uno mediante un generador de números aleatorios. Por ejemplo: $u \rightarrow (0;1) \Rightarrow u = 0,7147$

2) El primer factor de desarrollo individual se obtiene como el valor de abscisa correspondiente a la distribución lognormal asignada al primer Factor de Desarrollo Individual que acumula una probabilidad del 71,47%.

$$FDI_{1,2} : \left\{ FDI_{1,2} / F^{-1}(0,2) = FDI_{1,2} \Rightarrow \int_0^{FDI_{1,2}} \frac{1}{0,1232x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - 0,1573}{0,1232}\right)^2} = 0,7147 \right\}$$

$$\Rightarrow FDI_{1,2} = 1,2701$$

3) Se repiten (N-1) veces los pasos 1 y 2, para generar una realización de cada $FDI_{j-1,1}$.

4) Se calculan los Factores de Desarrollo Acumulados.

Tabla 7

| Factores | 1-2 | 2-3 | 3-4 | 4-5 | 5-6 | 6-7 | 7-8 | 8-9 |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|
| Número aleatorio | 0,7147 | 0,6311 | 0,5614 | 0,9127 | 0,5057 | 0,5876 | 0,6455 | ... |
| FDI | 1,2701 | 1,1439 | 1,0689 | 1,0603 | 1,0253 | 1,0257 | 1,0212 | ... |
| FA | 2,1644 | 1,7041 | 1,4897 | 1,3937 | 1,3145 | 1,2821 | 1,2500 | ... |

Paso 5), 6) y 7) Se calculan los Siniestros Últimos y la Reserva IBNR para cada período de ocurrencia. Se calcula la Reserva IBNR total, sumando las Reservas IBNR de cada período de ocurrencia.

Tabla 8

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--------------------|-----------|--------|--------------------|-------|
| Período Ocurrencia | Incurrido | FA | Siniestros Ultimos | IBNR |
| 2009 Q1 | 3.148 | - | ... | ... |
| 2009 Q2 | 3.497 | 1,2500 | 4.371 | 874 |
| 2009 Q3 | 3.543 | 1,2821 | 4.543 | 999 |
| 2009 Q4 | 3.792 | 1,3145 | 4.985 | 1.192 |
| 2010 Q1 | 3.455 | 1,3937 | 4.815 | 1.360 |
| 2010 Q2 | 3.785 | 1,4897 | 5.639 | 1.853 |
| 2010 Q3 | 3.031 | 1,7041 | 5.164 | 2.134 |
| 2010 Q4 | 2.212 | 2,1644 | 4.787 | 2.575 |

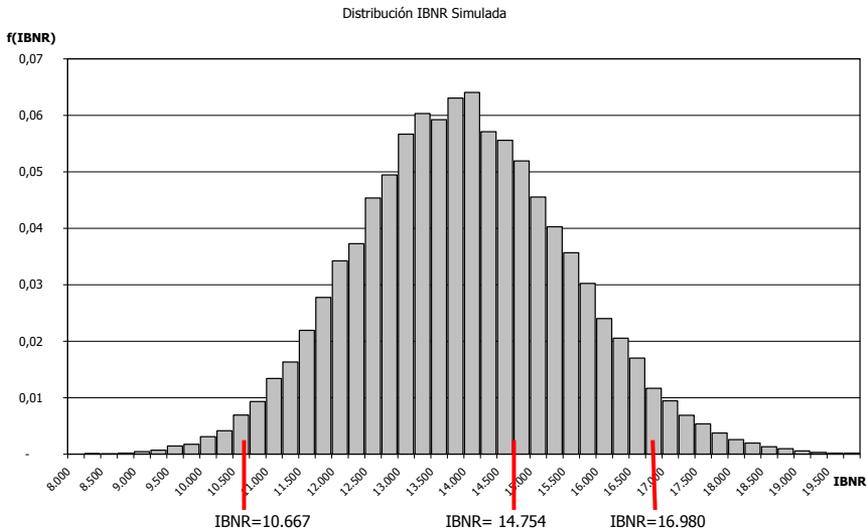
| | |
|------|--------|
| IBNR | 15.497 |
|------|--------|

8) Se repiten los pasos 1 a 8 un número lo suficientemente grande de veces y se ordenan los resultados apropiadamente para representar la distribución muestral de la Reserva IBNR.

5.7 Construcción del intervalo de confianza

Luego de 65.500 simulaciones y de ordenar los resultados en intervalos, se obtiene el gráfico de la distribución muestral de la Reserva IBNR. Entonces puede determinarse el intervalo de confianza.

Gráfico 4



Para un nivel de confiabilidad del 5% los límites del Intervalo de Confianza resultan de: $IBNR_I = 10.667$ e $IBNR_S = 16.980$. Los mismos han sido obtenidos por interpolación lineal entre los valores simulados. Esto implica que con un 95% de confianza, la Reserva IBNR para todos los períodos de ocurrencia se encontrará entre \$10.667 y \$16.980. La Reserva IBNR obtenida bajo el cálculo de Factores de Desarrollo Individual por promedio simple es de \$14.754

6. CONCLUSIONES

Considerando a la Reserva IBNR como una Variable Aleatoria y bajo un escenario de incertidumbre respecto a su distribución, es factible la construcción de un Intervalo de Confianza para esta variable. Se ha desarrollado una metodología práctica que permite testear los modelos utilizados y obtener la distribución de la Reserva IBNR a través de métodos de simulación estocástica. La distribución muestral obtenida puede limitarse para obtener un intervalo con la confianza deseada.

Existen métodos de estimación puntual de la Reserva IBNR. No obstante resulta conveniente tener un rango de datos con probabilidades asociadas para la toma de decisiones en una Compañía de Seguros. Lo desarrollado en el presente trabajo ha validado el uso de Variables

Aleatorias para su cálculo, permitiendo estimar su distribución muestral y la construcción de un Intervalo de Confianza.

Lo interesante de la metodología desarrollada radica en que es aplicable a cualquier línea de negocios que permita el armado de triángulos de información. Además, no hay necesidad de la utilización de programas de avanzada, sino que todo lo expuesto puede desarrollarse completamente a partir de planillas de cálculo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arzoumanian, R. P. (2002): *Temas de Análisis Numérico*. Argentina, Sin Editorial.
- Burden, R. y Faires, J. D. (1998): *Análisis numérico*. México, International Thomson Editores.
- Casualty Actuarial Society (varios autores). (1996): *Foundations of Casualty Actuarial Science*. USA, Editorial Dynagraf.
- Canavos, G. (1988) *Probabilidad y Estadística – Aplicaciones y métodos*. España, Editorial McGraw-Hill.
- Daykin, C. D.; Pentikäinen, T. y Pesinen, M. I. (1996): *Aplicaciones prácticas de la Teoría del Riesgo para Actuarios*. Argentina. Editorial del Plata.
- Klugman, S.; Panjer, H. y Willmot, G. (1998): *Loss Models: from data to decisions*. USA, Wiley-Interscience Publication.
- Kmenta, J. (1977): *Elementos de Econometría*. España, Editorial Vicens Universidad.
- Landro, A. y Gonzalez, M. (2006): *Actuarios: Vademecum de Distribuciones de Probabilidades*. Argentina, Ediciones Cooperativas.
- Mack, T. (2003): *Measuring the Variability of Chain Ladder Reserve Estimates*. USA, Casualty Actuarial Society.
- Ruiz, I.; Martin Pliego, F. J. y Perez, M. (2001): *Fundamentos de Inferencia Estadística*. España, Editorial AC.
- Sarabia Alegría, J. M.; Gomez Deniz, e. y Vazquez Polo, F. J. (2006): *Estadística actuarial, teoría y aplicaciones*. España, Editorial Pearson Prentice Hall.
- Venter, G. y Tampubolon, D. (2008): *Robustifying Reserving*. Casualty Actuarial Society E-Forum.

EL IMPACTO DE LA INFLACIÓN EN LAS DECISIONES FINANCIERAS¹

Gustavo Tapia

INTRODUCCIÓN

Usualmente se analizan los efectos de la inflación bajo las órbitas económicas, sociales y políticas. Así es que en materia económica está directamente vinculada con el nivel de estabilidad, y asociada con el crecimiento y el grado de desarrollo. Desde un punto de vista político, la inflación pone en marcha una serie de instrumentos como la posibilidad de indexación o la validez de convenios, en los que los agentes inexorablemente deben contar con cierto poder relativo para imponer sus intereses particulares resultando de esta puja ganadores y perdedores. En materia social, la inflación incide de manera disímil en la población según la cantidad de riqueza que se posee y la posibilidad de elección de los cursos de acción posibles como alternativa.

Para el estudio del impacto de la inflación en el campo financiero, la implicancia económica es la principal, pero sin desmerecer las consecuencias emanadas de la política y las decisiones emergentes del impacto social que la inflación produce, sobre todo en los aspectos comerciales referidos a negociación de precios y sobre consumo de bienes y servicios ofertados.

Se define la inflación como el aumento continuo, generalizado y sostenido de los precios de los bienes, servicios y factores productivos de una economía a lo largo del tiempo. La consecuencia inmediata emergente de ese aumento es la disminución del poder adquisitivo del dinero. Para medir el efecto inflacionario, se recurre a técnicas estadísticas de índices que calculan las variaciones en los precios, habiendo tablas de índices de mayor o menor generalización o especificidad.

Un factor que repercute en las decisiones financieras es el grado de previsión o de sorpresa de los acontecimientos, los que pueden modificar las expectativas, los objetivos y metas y las estrategias de los negocios. El efecto de decisiones tomadas en el pasado por nosotros o por otros

¹ Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

agentes (Estado, proveedores, clientes, consumidores, entidades financieras, etc.), también pueden contener arrastres que continúen manifestándose en el futuro.

Tendremos así, un tipo de inflación que se estima con anticipación y se incorpora a las expectativas de los agentes económicos, como también otro tipo de inflación no anticipada pero que igualmente afecta los resultados y las decisiones futuras.

La inflación afecta en mayor o menor intensidad los flujos de efectivo provenientes de ingresos por ventas o de egresos por costos de compra. Surge así un combate a la inflación por parte de las organizaciones, que intentan mantener precios competitivos con costos razonablemente bajos.

1. INFLACIÓN EN LOS FLUJOS DE FONDOS

Siendo la inflación generalizada y variaciones rápidas de todos los precios, cuando la velocidad del deterioro de la moneda es alta, pueden usarse indicadores generales para ajustar todas las variables, ya que, si bien las mismas no cambiarán todas al mismo tiempo, la rapidez de los cambios hace que en el plazo normal de presupuestación –el año– las diferencias de temporalidad y magnitud se compensen. Otra posibilidad sería considerar períodos menores al año a efectos del cálculo de las variables clave, y ajustar según alguno de los criterios mencionados más adelante.

Aspectos a considerar:

❖ Variaciones diferentes para ingresos y egresos. Existen factores que provocan variaciones no sincronizadas entre los dos grandes grupos de variables que conforman un flujo de fondos: los ingresos y los egresos. Por ejemplo, restricciones en la fijación de precios, alteraciones de la oferta y la demanda, estacionalidad, importaciones y exportaciones, regulaciones gubernamentales, etc. pueden en forma aislada o en conjunto incidir en las tasas de aumento de precios de manera dispar. En estos casos, se plantea el armado de los flujos de fondos separadamente para ingresos y egresos.

❖ Distintas estructuras de costos frente a la inflación. Suele ocurrir en las empresas que los egresos obedecen a componentes de distinta naturaleza. No ocurre exactamente lo mismo con los ingresos, ya que, aun en los casos de destinarse a diferentes mercados (Vg. mercado local y de

exportación), las variaciones en alguno de ellos presionarán sobre los otros, debido a que la asignación de recursos se realiza dentro de la economía interna de la organización. En el caso de los costos, si bien existen los mismos tipos de presión que se mencionaron para los ingresos, los ajustes se producen en forma más tardía y des-sincronizada. Puede considerarse a tal efecto que los mismos vienen dados. Esto significará que, según la naturaleza del negocio, se pueden considerar diferentes índices de ajuste para materiales, mano de obra y otros. A su vez, dentro de cada rubro pueden existir sub-ítems que ameriten una apertura mayor: tal ocurriría en una empresa industrial que tuviera la mitad de su personal afiliado al sindicato del ramo y la otra mitad abocada a tareas comerciales y por ello perteneciente al sindicato de Comercio.

❖ Ajustes de precios separados para cada variable del cash flow. Llegando al extremo opuesto del aumento rápido y conjunto de todos los precios, podrían estimarse deflatores específicos para cada variable del proyecto, o al menos para las variables críticas.

○ Se sabe que en cualquier época, más allá del momento macroeconómico de una región o país, existe la posibilidad de una variación de precios relativos, relacionada con elementos propios de cada actividad.

○ También es sabido que cualquier valor de un flujo de fondos puede descomponerse en un factor precio y un factor cantidad, y que a su vez cada factor responde a causales de cambio diferentes.

○ Un pronóstico serio y responsable intentará predecir los comportamientos de todas las variables, dividiendo los que correspondan a precios y cantidades, sin importar si el contexto es de estabilidad o de inflación.

○ Por lo tanto, este tipo de modelos ya incluye un desglose de las variaciones de precios separadas por cada elemento, con lo cual la aplicación de índices generales o específicos para cada elemento o grupo dependerá de la información con la que cuente el evaluador o del beneficio en el análisis que pueda surgir de una mayor apertura.

2. INFLACIÓN EN LAS TASAS DE DESCUENTO

El efecto inflacionario no se debe confundir con el valor tiempo del dinero, más allá de que ambos se representen como tasas o porcentajes. En otras palabras, cuando se dice que "un peso hoy vale más que un peso mañana", se está haciendo referencia a la disponibilidad de efectivo, que permite realizar consumos o compras si se lo tiene, pero no hacerlos si no

se lo tiene. En cambio, la inflación como tasa, pretende ajustar las cifras de dinero para que midan unidades del mismo poder adquisitivo; o sea que expresa las mediciones a valores constantes.

Por ello, cuando se descuenta el valor de un flujo de caja estimado, que se supone medido en unidades monetarias corrientes –o sea, del momento en que este flujo de fondos tiene lugar y para lo cual se le hicieron los ajustes-, se lo debe actualizar tanto a la tasa que represente el precio del dinero o su costo de oportunidad como a una tasa que represente su pérdida de poder adquisitivo.

Esto conduce a una re-expresión de la fórmula del VAN, que quedaría configurada como sigue:

... donde:

i son la o las tasas que ajustan los flujos de fondos de acuerdo a lo explicado anteriormente

k es la conocida como tasa *real* de interés, o deflacionada

φ son la o las tasas de inflación promedio general

❖ La tasa i representa la variación relativa de todos los componentes del flujo de fondos, los que seguramente variaron en diferente magnitud unos de otros

❖ Ambas tasas i y φ pueden ser diferentes período a período, con lo que difícilmente coincidan

En definitiva, una expresión más abarcativa del complejo fenómeno de la inflación y su incidencia en la evaluación de proyectos sería:

en la que el flujo de fondos se ha abierto, a modo de ejemplo, en ingresos provenientes de mercado de exportación (exp) y mercado local (il), y los egresos en mano de obra (sal), materiales (mat) y varios (vs).

Es evidente que las diferentes i difícilmente coincidan en un mismo período, y más difícil es que todas ellas coincidan con φ , que representa

un indicador de inflación general y no necesariamente sectorial, como lo son las tasas que afectan los términos del numerador.

Por otra parte, las tasas estimadas de inflación pueden ser diferentes para cada período, fenómeno que también puede aplicarse a la tasa de descuento.

En cuanto al método de la TIR, debe tenerse en cuenta que la tasa obtenida es una tasa nominal, a la cual hay que extraerle el componente inflacionario. Esto se dificulta si las tasas de inflación varían para cada momento, pero tomando como supuesto su uniformidad o considerando que es aplicable un promedio de inflaciones, podría obtenerse la *TIR real* de un proyecto de inversión de la siguiente manera:

3. DISTINGUIENDO SITUACIONES

En la evaluación de inversiones en un contexto de inflación podemos distinguir dos situaciones:

- a) que la inflación no afecte a al flujo de caja generado en el proyecto;
- b) que sí afecte al flujo de caja generado en el proyecto.

En el *primer caso*, se puede calcular la llamada rentabilidad aparente aplicando las tasas de descuento conocidas. Pero si queremos conocer cuál es la rentabilidad real entonces será necesario hacer un ajuste al resultado de la TIR aparente para transformarla en una TIR real.

Veamos un ejemplo para aclarar el concepto:

Vamos a suponer los siguientes resultados de la evaluación de un nuevo hotel de tres estrellas que desea colocar en el mercado 120 nuevas habitaciones, con una inversión estimada a inicio del año 1, de este modo : 100 habitaciones x US\$ 70.000 por habitación, resultan US\$ 7.000.000 de inversión total.

Supongamos igualmente que una vez elaborados todos los estados financieros pro-forma en base a un conjunto de hipótesis de trabajo, se llega a los siguientes valores en efectivo generados para los socios que han hecho la inversión de US\$ 7,0 millones de dólares:

La caja neta generada al final del año 1 = US\$ 1.800.000

La caja neta generada al final del año 2 = US\$ 2.700.000

La caja neta generada al final del año 3 = US\$ 4.500.000

La caja neta generada al final del año 4 = US\$ 4.500.000

La caja neta generada al final del año 5 = US\$ 6.300.000

Supongamos también que como el horizonte de evaluación en este caso es de apenas 5 años y los activos fijos de la edificación se deprecian en 20 años y las maquinarias y equipos en 10 años, al final de ese horizonte de 5 años, debe existir un valor de rescate o valor salvado de esos activos aún no totalmente depreciados e incluso también se rescataría el valor del capital de trabajo por 350.000.

Supongamos que los activos inmovilizados a depreciar son equivalentes a US\$ 5.250.000 (US\$ 3.500.000 en edificaciones y US\$ 1.750.000 en maquinarias y equipos); una depreciación lineal de 175.000 por 20 años para la edificación y una depreciación lineal de 175.000 por 10 años para las maquinarias y equipos.

Así pues, en un horizonte corto de apenas 5 años, aún existe un valor no depreciado o de rescate igual a 2.625.000 para la edificación (15 años x 175.000) y un valor no depreciado igual a 875.000 (5 años x 175.000) para las maquinarias y equipos; e igualmente, se rescataría el capital de trabajo de 350.000. O sea, que al final del año 5 existiría una entrada en caja debido al valor residual igual a: $2.625.000 + 875.000 + 350.000 =$ US\$ 3.850.000.

La caja generada al final de cada uno de los años, se supone que no ha sido afectada, ni en las ventas ni en los costos, por índices de inflación específicos para cada uno de sus rubros; pero, en cambio, el resultado final, en valor monetario del Valor Actualizado Neto (VAN) si se verá erosionado por la inflación general del país (la subida general de precios), informada por la autoridad de aplicación, que fue del 15% anual acumulativo.

Planteamiento del problema: la pregunta entonces que nos debemos hacer es la siguiente: ¿cuál es la rentabilidad aparente y cuál es la rentabilidad real?

La rentabilidad aparente, descontando con la tasa de oportunidad del 30% y tomando en cuenta el valor de rescate, sería como sigue (en miles de US\$):

$$1.800 / (1 + 0,30) + 2.700 / (1 + 0,30)^2 + 4.500 / (1 + 0,30)^3 + 4.500 / (1 + 0,30)^4 + 6.300 / (1 + 0,30)^5 + 3.850 / (1 + 0,30)^5.$$

$$1.800 \times 0,769231 + 2.700 \times 0,591716 + 4.500 \times 0,455166 + 4.500 \times 0,350128 + 6.300 \times 0,269329 + 3.850 \times 0,269329$$

$$1.385 + 1.598 + 2.048 + 1.576 + 1.697 + 1.037$$

US\$ 9.341

Es decir el valor actualizado neto (VAN) es de US\$ 9.341 menos US\$ 7.000 = US\$ 2.341 miles de dólares.

Pero este valor monetario del VAN es un valor aparente, pues como existe en el contexto una inflación o subida general de precios del 15% por año en forma acumulativa, el VAN monetario real (verdadero poder de compra) es igual a :

Vamos a descontar ahora con la tasa del 45%, es decir:

$$1.800 / (1+0,45) + 2.700 / (1+0,45)^2 + 4.500 / (1+0,45)^3 + 4.500 / (1+ 0,45)^4 + 6.300 / (1+0,45)^5 + 3.850 / (1+0,45)^5.$$

$$1.800 \times 0,689655 + 2.700 \times 0,475624 + 4.500 \times 0,328017 + 4.500 \times 0,226218 + 6.300 \times 0,156013 + 3.850 \times 0,156013$$

$$1.241 + 1.284 + 1.476 + 1.018 + 983 + 601$$

US\$ 6.603

Al descontar con la tasa del 45% el VAN resulta negativo, en efecto la caja descontada igual a US\$ 6.603 que es menor que US\$ 7.000 en un valor de menos US\$ 397.

En el *segundo caso*, que es más normal que suceda, es que los factores de caja, tanto el posible precio de venta de las habitaciones y otros servicios, los costos variables estimados y el costo fijo, pueden verse afectados por la inflación específica, diferente de la inflación general del país

Vamos a suponer que estamos evaluando el mismo proyecto hotelero de 100 habitaciones con una inversión total en el año cero de US\$

7.000.000. Supongamos que el precio de venta de las habitaciones en el año cero es de US\$ 70 por habitación alquilada y que esta es la única renta del hotel trabajando a plena capacidad, o sea: 100 habitaciones x US\$ 70 x 365 noches = US\$ 2.555.000. Supongamos que el costo variable de poner a punto estas habitaciones es de US\$ 20 por habitación vendida en el año cero y que el costo fijo en el año cero es de US\$ 520.000. La tasa de oportunidad para el descuento es del 30%.

Se sabe que es posible que la inflación específica del precio de venta de las habitaciones pueda sufrir una inflación del 7% anual; que el índice de inflación del costo variable puede ser del 9% anual y que el índice de inflación del costo fijo puede ser del 10% anual. Las cantidades producidas en un horizonte de 5 años, a los siguientes porcentajes de la capacidad instalada, serían las siguientes:

- Primer año operativo.....16.425 habitaciones año (45% de capacidad)
- Segundo año operativo.... 18.250 habitaciones año (50% de capacidad)
- Tercer año operativo..... 20.075 habitaciones año (55% de capacidad)
- Cuarto año operativo.....21.900 habitaciones año (60% de capacidad)
- Quinto año operativo.....23.725 habitaciones año (65% de capacidad)

La venta a valores constantes de US\$ 70 por habitación sería:

- 16.425 x US\$ 70 = US\$ 1.149,750
- 18.250 x US\$ 70 = US\$ 1.277.500
- 20.075 x US\$ 70 = US\$ 1.405.250
- 21.900 x US\$ 70 = US\$ 1.533.000
- 23.725 x US\$ 70 = US\$ 1.660.750

El valor de rescate o valor residual se estimó en US\$ 3.850.000. El índice de inflación general del 15% al año. La depreciación anual estimada de los inmovilizados igual a US\$ 350.000. El impuesto de sociedades del 35%.

La previsión de venta de habitaciones en cada año:

- | Año | Venta en miles de US\$ cada año |
|-------|---------------------------------|
| 1.150 | $(1+0,07) = 1.231$ |
| 1.278 | $(1+0,07)^2 = 1.463$ |
| 1.405 | $(1+0,07)^3 = 1.721$ |

$$1.533 (1+0,07)^4 = 2.009$$

$$1.660 (1+0,07)^5 = 2.328$$

Los costos variables se calculan de la siguiente manera:

Año Costos variables en miles de US\$ cada año

$$329 (1+0,09) = 359$$

$$365 (1+0,09)^2 = 434$$

$$402 (1+0,09)^3 = 521$$

$$438 (1+0,09)^4 = 618$$

$$475 (1+0,09)^5 = 731$$

Y los costos fijos serán:

Año Costos fijos en miles de US\$ cada año

$$520 (1+0,10) = 572$$

$$520 (1+0,10)^2 = 629$$

$$520 (1+0,10)^3 = 692$$

$$520 (1+0,10)^4 = 761$$

$$520 (1+0,10)^5 = 837$$

El conjunto de la caja generada en cada año será:

Tabla 1

| Año | Ventas | Costos | Depreciación | Beneficio | 35%Imp | Flujo Neto |
|-----|--------|--------|--------------|-----------|--------|------------|
| 1 | 1.231 | 931 | 350 | (50) | 0 | 350 |
| 2 | 1.463 | 1.063 | 350 | 50 | 18 | 382 |
| 3 | 1.721 | 1.213 | 350 | 158 | 55 | 503 |
| 4 | 2.009 | 1.379 | 350 | 280 | 98 | 532 |
| 5 | 2.328 | 1.568 | 350 | 410 | 144 | 616 |

En el año quinto se incluye también la caja del valor de recuperación o valor salvado estimado en unidades monetarias de ese año igual a $3.850(1 + 0,15)^5 = 3.850 \times 2.011357 = 7.744$.

La rentabilidad aparente utilizando las cifras en miles de US\$ sería como sigue:

$$350 / (1+0,30) + 382 / (1+0,30)^2 + 503 / (1+0,30)^3 + 532 / (1+0,30)^4 + 616 / (1+0,30)^5 + 7.744 / (1+0,30)^5 - 350 \times 0,769231 + 382 \times 0,591716 + 503 \times 0,455166 + 532 \times 0,350128 + 616 \times 0,29329 + 7.744 \times 0,29329269 + 226 + 229 + 186 + 181 + 2.271 = 3.362$$

Es decir, la recuperación de la caja arroja un Valor Actualizado en miles de US\$ 3.362 después de haber invertido en el año cero en miles US\$ 7.000, lo cual daría un Valor Actualizado Neto (VAN) negativo aparente igual a US\$ 3.638, en tanto el valor real negativo de ese VAN sería, considerando la inflación promedio anual del 15% del país:

$$\text{VAN real} = 3.638 - 0,15 / 1 + 0,15$$

$$\text{VAN real} = 3.163$$

Llegado a este punto de encontrar un VAN negativo, podría realizarse un análisis de sensibilidad y un análisis de riesgo, a los fines de medir la variación de los resultados del VAN y de la TIR al variar aisladamente algunas de las variables del sistema. Entre las variables principales a considerar tendríamos: el precio de venta de las habitaciones, las cantidades de habitaciones vendidas, los costos fijos y los variables, la cuantía de la inversión diseñando un hotel diferente, los porcentajes de financiamiento propio y ajeno, el tiempo para poner a punto el hotel y comenzar operaciones y la duración económica de la inversión (horizonte de planificación tomando en cuenta no sólo la depreciación de los activos fijos, sino su obsolescencia debido a los cambios tecnológicos).

En cuanto al análisis de riesgo, podría tomar en cuenta la probabilidad de que sucedan o no los cambios en los valores de las variables incluidas en el análisis de sensibilidad y sus efectos en el flujo de caja y en la rentabilidad de la inversión.

4. CASO PROYECTO DE INVERSIÓN

Se considera un proyecto de inversión con una vida económica de 3 años y una inversión inicial de \$ 10.000. El flujo de fondos FF1 estará

formado por el ingreso C1 –cobro 1- y el egreso P1 – pago 1-, y así sucesivamente.

La tasa de crecimiento de los flujos de fondos corrientes para los cobros es c y para los pagos es p ; g es la tasa de inflación y k es el costo de capital, con lo cual queda:

Las cifras de inversión inicial, cobros y pagos de cada momento se indican a continuación:

| Periodo | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| C = Ingresos = Cobros | | \$ 6.000 | \$ 8.000 | \$ 12.000 |
| P = Egresos = Pagos | | \$ -3.000 | \$ -2.800 | \$ -5.200 |
| Inversión inicial | \$ -10.000 | | | |
| Flujo de fondos sin ajustar | \$ -10.000 | \$ 3.000 | \$ 5.200 | \$ 6.800 |

La variación de precios de ingresos se estima en un 2,0% anual, mientras que los egresos aumentarán a un ritmo del 2,5% anual. La inflación esperada para todo el período es del 3,0% anual, y el costo de capital es del 7,0%.

Solución propuesta

Se prepara el flujo de fondos corriente ajustado considerando las tasas de crecimiento c y p .

| Periodo | 0 | 1 | 2 | 3 |
|----------------------------------|------|------|------|------|
| Inflación acumulada ingresos (c) | 0,0% | 2,0% | 4,0% | 6,1% |
| Inflación acumulada egresos (p) | 0,0% | 2,5% | 5,1% | 7,7% |

| Periodo | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| Ingresos ajustados | | \$ 6.120 | \$ 8.323 | \$ 12.734 |
| Egresos ajustados | | \$ -3.075 | \$ -2.942 | \$ -5.600 |
| Inversión inicial | \$ -10.000 | | | |
| Flujo de fondos constante | \$ -10.000 | \$ 3.045 | \$ 5.381 | \$ 7.135 |

Finalmente, se procede a calcular el VAN descontando con la tasa k_0 y la inflación.

| Periodo | 0 | 1 | 2 | 3 | |
|---------------------------|------------|--|-----------|-----------|----------|
| Ingresos ajustados | \$ - | \$ 6.120 | \$ 8.323 | \$ 12.734 | |
| Egresos ajustados | \$ - | \$ -3.075 | \$ -2.942 | \$ -5.600 | |
| Inversión inicial | \$ -10.000 | | | | |
| Flujo de fondos constante | \$ -10.000 | \$ 3.045 | \$ 5.381 | \$ 7.135 | |
| VAN a las tasas del: | 0,0% | 10,2% | 21,5% | 33,9% | |
| | \$ -10.000 | \$ 2.763 | \$ 4.431 | \$ 5.330 | \$ 2.523 |
| TIR sin ajustes | 20,3% | sobre flujo de fondos sin ajustar | | | |
| TIR nominal | 22,2% | sobre flujo de fondos constante | | | |
| TIR real | 18,7% | TIR nominal menos inflación | | | |
| que se compone de: | 10,9% | rentabilidad del flujo que excede al K_0 | | | |
| | 7,0% | costo de capital | | | |

Es aconsejable llevar a cabo el proyecto, fundamentando la decisión en la aplicación de los criterios de VAN y TIR.

La consideración de inflación de precios, costos y a nivel general brinda elementos adicionales para el análisis de inversiones. En el presente caso debe tenerse muy en claro contra qué tasa de corte se comparará la TIR, ya que deben tomarse las mediciones o bien todas en términos reales (lo recomendable) o bien todas en términos nominales.

En el caso del VAN, el descuento de flujos de fondos se hará con la tasa real o nominal, dependiendo de qué flujo se esté descontando.

5. CONSIDERACIONES FINALES

La inflación incentiva las inversiones con recuperación rápida y las que requieren menor inversión de capital. El mantenimiento de altas tasas inflacionarias en una economía desincentiva el ahorro y la puesta en marcha de políticas estructurales a largo plazo.

En las operaciones de mediano y largo plazo, es relevante estimar los márgenes de beneficios, haya o no cierta rigidez en el incremento de precios de venta, frente a cambios en la cantidad ofertada y frente a variaciones en los costos de los insumos. Por ello, en las actividades con controles de precios estrictos, la regla para el mercado interno es la no elección de estrategias con márgenes reducidos o la priorización de mercados externos si fuera posible.

Los flujos de fondos se calculan a valores nominales, razón por la cual habrá que ajustar los ingresos, los costos y los gastos, por la variación estimada de precios para cada caso. Del mismo modo, la tasa interna de retorno que mide la rentabilidad de un flujo de fondos, será ajustada a fin de conocer la tasa de rentabilidad real del proyecto o negocio bajo análisis.

El recupero del capital invertido y el empleo de la técnica de *Pay Back descontado* que primarizan la liquidez de la inversión por sobre la rentabilidad, y que suelen utilizarse en el análisis financiero como instrumentos complementarios de evaluación frente a la repercusión de la alta inflación en la organización, toman mayor relevancia frente al riesgo de insolvencia de clientes. A consecuencia de esto, se produce subinversión de capital y cambios en las mezclas de financiación.

En la gestión de administración del capital de trabajo, es importante determinar el grado de erosión que provoca la inflación sobre los activos que componen el ciclo operativo *dinero – bienes de cambio – créditos – dinero*, dado que se corre el serio riesgo de disminuir la cantidad producida de bienes y servicios, y su posterior venta. Efectivamente, el alargamiento en el ciclo operativo, fundamentalmente a causa de demoras en los pagos de clientes, impactarán en el nuevo ciclo productivo que se iniciará con las compras de materias primas o mercaderías a un valor mayor por efecto de la inflación. Así es que habrá que determinar las

políticas de administración del capital de giro, que se consideren eficaces para mantener el nivel de rentabilidad fijado como meta. En este sentido, la política de precios de venta, los descuentos por pronto pago, la aplicación de intereses compensatorios, son los elementos principales de esta política de mantenimiento físico del capital de trabajo.

En relación al endeudamiento, también es necesario poner en marcha una estrategia específica. En Argentina, en la actualidad, cuando se inicia un proyecto de inversión, es usual buscar financiación en pesos y a tasa de interés fija. Sin embargo, para resguardarse del efecto inflacionario, los financiadores fijan tasas de interés altas para cubrirse de la futura inflación o prestan en otras monedas que tengan menor desvalorización que el peso. Si se obtiene el préstamo en pesos, también habrá que calcular el costo de capital real (al menos el estimado como real), luego de incorporar el efecto de la inflación en el análisis.

En cuanto a la política de stocks, en épocas de alta inflación algunas empresas compran en exceso cantidades, como cobertura de aumentos futuros de precios. Sin embargo, la mayor cantidad adquirida tiene un mayor costo de mantenimiento, por un lado de tipo físico (seguros, espacio depósitos, supervisión, faltantes, etc.), y por otro lado de tipo financiero, al utilizar activos financieros susceptibles de tener una renta (costo de oportunidad). Habrá entonces que lograr un equilibrio entre el mayor costo de mantener capital de trabajo y el menor costo de compra de los bienes de cambio. Es factible emplear las metodologías de Baumol de lotes óptimos, incorporando como nuevo elemento incidente en el cálculo a la inflación sobre los materiales, mercaderías, materias primas e insumos.

Los efectos inflacionarios en los ingresos y los egresos, también impactan en las cantidades ofertadas. Además de las consecuencias comerciales de este hecho, tendrá que ponerse bajo evaluación la tecnología utilizada y el proceso de producción implementado. Los cambios en las cantidades modifican la incidencia de los costos fijos sobre los resultados económicos y financieros. Es cierto que estos costos tienen un grado de fijeza, que suelen ponerse a prueba en situaciones de alta inflación como las aquí presentadas, pero también es posible, y a veces muy recomendable, de acuerdo a la actividad, operar con tecnología y procesos que privilegien los costos variables de producción para soportar menores riesgos productivos por efecto de la menor demanda de bienes.

El afianzamiento de los clientes, en estas épocas de alta inflación, brinda a la empresa una visión de mayor seguridad económica, respecto de los nuevos clientes en los que puede estar en duda la financiación que se negocie.

No hemos mencionado aún la incidencia de la inflación sobre la información contable. En este sentido, la inflación tiene un efecto distorsionador que es necesario reparar con técnicas específicas para una valuación y exposición razonablemente aptas.

Principales efectos de la inflación en las finanzas;

- **Tasa de interés:** el valor en exceso sobre la tasa de inflación se denomina tasa real de interés y se calcula sobre el valor de capital ajustado.

Por ejemplo si una persona se jubila en 5 años y para ese momento desea hacer un viaje, y hoy deposita \$10.000, cómo se calcularía la máxima tasa de inflación promedio anual para lograr una vez y un cuarto el depósito original en términos reales. Las expectativas de tasa de interés efectivas anuales son del 7.5 % para los primeros dos años y del 6 % para los siguientes:

Tasa aparente en 5 años: $((1+0.075)^2 \times (1+0.06)^3) - 1 = 0.376367$

Tasa real: $(12500 / 10000) - 1 = 0.25$

$(1 + \text{aparente}) = (1 + \text{real}) \times (1 + \text{inflación})$

Máxima inflación en cinco años:

$1.376367 = 1.25 \times (1 + \text{inflación}); \text{ despejando } = \text{inflación} = 0.1011$

Resultando un promedio anual equivalente de 1.94 %

- **Dificultadas de planeamiento:** afecta el largo plazo y la explicación integral de las variables económicas de la empresa.
- **Demanda de capital:** la inflación aumenta el monto requerido de financiación que **los negocios requieren**.
- **Información contable:** distorsión.
- **Activos reales:** cambios en los precios relativos de los bienes.

- **Activos financieros:** repercusión en los precios por cambios en las tasas de interés.

La toma de decisiones en las empresas, bajo la influencia de la inflación es sumamente difícil, dependiendo tanto de la pericia interna y la oportunidad de obtención de información, como del contexto de aplicación en el que se genera nuevos hechos y sobre el cual también actúa la organización. Las variables precios, costos de factores, cantidades, calidad, tasas de interés, tipo de cambio, tienen un comportamiento diferente haya o no inflación. Por ende, en este escenario habrá que utilizar las técnicas adecuadas para medir los resultados y el cumplimiento de metas y sobre todo, implementar las políticas que conlleven al éxito de los objetivos planteados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aire, Carlos; Tapia, Gustavo. (2010): *Conducción estratégica para la Evaluación de proyectos de inversión*. Buenos Aires, Edicon.

Suárez Suárez. (1996): *Decisiones óptimas de inversión y financiación de la empresa*. Madrid, Ediciones Pirámide.

WestonJF, Brigham E. (1993): *Fundamentos de administración financiera*. México, Ed. Mc Graw Hill.

Weston J.F., Copeland T.E. (1992): *Finanzas en Administración*. Mexico, Ed. McGraw Hill.

DOS HERRAMIENTAS PARA UNA REGULACIÓN MACROPRUDENCIAL EFICIENTE DEL SISTEMA FINANCIERO ARGENTINO¹

*María Teresa Casparri
Pablo Matías Herrera*

INTRODUCCIÓN

Tras la crisis financiera internacional que se está viviendo en la actualidad, y que tiene su origen desde finales del 2007, los temas relacionados con la estabilidad del sistema financiero y la necesidad de una regulación macroprudencial se encuentran en una etapa de plena producción. A nivel internacional, la implementación práctica de este tipo de regulación se está llevando a cabo mediante las recomendaciones realizadas por Basilea III que surgen como una pronta respuesta a la mencionada crisis que impactó fuertemente en el sector real de la economía, provocando grandes costos sociales. A nivel nacional, la adopción de las recomendaciones realizadas por ese comité se reflejan, en parte, mediante el "Comunicado A5203: Lineamientos para la gestión de riesgos en las entidades financieras" emitido por el Banco Central de la República Argentina (BCRA).

En el presente trabajo, que comienza con un estado actual del conocimiento de las regulaciones financieras que rigen alrededor del mundo, se realiza una propuesta, mediante objetivos y metodologías, para indagar sobre el nivel de capital óptimo que se les debería exigir a las entidades financieras y sobre la manera correcta de diseñar un modelo de pruebas de tensión macro que se adapte a la totalidad del sistema. Teniendo en cuenta estas dos herramientas dentro del sistema financiero argentino, se podría contribuir con la puesta en marcha de una regulación macroprudencial eficiente.

1. ESTADO ACTUAL DEL CONOCIMIENTO

El sistema financiero es una parte fundamental de la economía de un país en cualquier parte del mundo. La principal función del sistema

¹ Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

financiero es la canalización de los ahorros hacia la inversión lo que a su vez estimula el crecimiento económico. Por esta misma razón, la estabilidad del sistema financiero es imprescindible para la prosperidad económica. Es así que a causa de la crisis financiera en la que se encuentran inmersos varios países del mundo desde fines del 2007, la elaboración de trabajos referidos hacia las regulaciones financieras está en pleno auge.

Trabajos como los de Brunnermeier et al (2009) y Hanson et al (2010) aseveran que una regulación microprudencial, es decir, aquella que garantiza la estabilidad de una entidad financiera individual, ya no es suficiente. El fundamento principal de este argumento es la existencia de un riesgo sistémico que se encuentra presente dentro del sistema financiero; la existencia de este tipo de riesgo hace que sea insuficiente asegurar la estabilidad general del sistema a partir de la estabilidad individual de cada una de las entidades. Por esta razón surge la necesidad de implementar una regulación macroprudencial que asegure la estabilidad del sistema financiero en su conjunto².

Siguiendo esta misma línea, en Octubre de 2010, el Comité de Basilea de Supervisión Bancaria (BCBS por sus siglas en inglés) publicó el trabajo "*The Basel Committee's response to the financial crisis: report to the G20*" dando a conocer una serie de recomendaciones bajo el nombre de Basilea III. Estas recomendaciones, a diferencia de las que se proponían en Basilea I y II, tratan de acercarse al plano de la regulación macroprudencial a partir de la gestión de diversos tipos de riesgo, su vinculación con el lado real de la economía y la detección del riesgo sistémico presente dentro de cada entidad financiera en particular. En BCBS (2010a) se brindan las recomendaciones referidas a los niveles mínimos de capital exigidos, y en BCBS (2010b) se hace referencia a los niveles de liquidez con los que debería contar una entidad financiera para poder superar escenarios adversos.

Si bien la estabilidad del sistema financiero es indispensable para el buen desempeño económico en cualquier parte del mundo, hay que saber diferenciar como es la composición de ese mismo sector en cada país.

² En particular el trabajo de Hanson, S. et al (2010), asocia la regulación microprudencial con el concepto de equilibrio parcial, es decir la estabilidad de una entidad financiera individual, y la regulación macroprudencial con el concepto de equilibrio general, haciendo referencia a la estabilidad del sistema financiero en su conjunto.

Como asevera Mishkin (2007) la mayor canalización de los ahorros hacia la inversión se produce mediante un sector particular del sistema financiero, a saber, el sector bancario. A su vez, el peso de este mismo sector dentro del sistema financiero difiere entre distintos países. En particular, en las economías subdesarrolladas el peso del sector bancario es de mayor importancia, y el sector financiero argentino no es la excepción a la regla.

El Banco Central de la República Argentina (BCRA) es el encargado de diseñar, proponer y llevar a cabo las regulaciones que rigen sobre el sistema financiero. Por esta razón, el BCRA históricamente ha ocupado un lugar central a la hora de decidir si dentro del sistema financiero argentino se siguen, o no, los lineamientos internacionales³. Particularmente, en la década de los noventa, siguiendo esos mismos lineamientos, se comenzaron a implementar dentro del sistema financiero argentino las recomendaciones de Basilea I. A causa de la actual crisis financiera, el BCRA mediante la emisión del "*Comunicado A5203: Lineamientos para la gestión de riesgos en las entidades financieras*" se ha alineado con las recomendaciones de Basilea III⁴. Sin embargo, trabajos como el de Shin (2010) afirman que las recomendaciones de Basilea III, y en consecuencia el Comunicado A5203 del BCRA no permiten implementar una regulación macroprudencial eficiente.

Con el objetivo de poder llevar a cabo una regulación macroprudencial eficiente, diversos trabajos indagan sobre uno de sus complementos, a saber, los niveles mínimos de capital requeridos sobre las entidades financieras. En particular, en Miles (2011) se realiza una crítica a las proposiciones de Modigliani y Miller (1958), y argumenta a favor de una mayor proporción de capital sobre activos dentro de las entidades bancarias. Siguiendo esta misma línea, en Marcheggiano et al (2011) se realiza un modelo para poder analizar cuál es el nivel de capital óptimo para el sistema bancario inglés, y en el mismo se evidencia que los niveles recomendados por Basilea III se encuentran por debajo de ese valor óptimo.

³ Una reseña histórica acerca de las regulaciones que rigieron sobre el sistema financiero argentino se puede ver en el trabajo de Golla y Wierzbna (2005).

⁴ Como se menciona en el Apartado 5 del Boletín de Estabilidad Financiera: Segundo semestre de 2011 del BCRA, a nivel local la implementación de Basilea II nunca se hizo efectiva, ya que cuando se comenzaron a poner en práctica esas mismas recomendaciones, sobrevino la crisis internacional y la pronta respuesta del BCBS mediante Basilea III.

Otro complemento para una regulación macroprudencial eficiente se encuentra dado por las pruebas de tensión macro (MST por sus siglas en inglés). En Sorge (2004) se realiza un estado del arte acerca de este tipo de pruebas y se detalla la metodología de implementación de la misma. Básicamente, se distingue de las pruebas de tensión tradicionales en el sentido de que no se interesa por la reacción de una entidad financiera individual a un escenario adverso, sino que el objeto de interés pasa a ser el sistema financiero en su conjunto. Sin embargo, como se afirma en el Apartado 4 del Boletín de Estabilidad Financiera (BEF): Primer Semestre de 2009 del BCRA, la implementación práctica de los MST presenta un gran desafío para los hacedores de políticas.

En cuanto a los datos disponibles de regulación del sector financiero argentino, el BCRA todos los meses publica la "*Información de Entidades Financieras*" en donde presenta varios indicadores que dan cuenta de la salud de las entidades. Además semestralmente publica los BEF en los que se presenta un resumen acerca de la evolución en materia de regulación tanto a nivel nacional como internacional.

2. OBJETIVOS E HIPÓTESIS PROPUESTAS PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE DOS HERRAMIENTAS MACROPRUDENCIALES

El objetivo general sería realizar el análisis de dos herramientas que contribuyan con la implementación de una regulación macroprudencial eficiente sobre el sistema financiero argentino. Estas dos herramientas serían el nivel de capital que se les debe exigir a cada una de las entidades financieras a lo largo del ciclo económico, y las pruebas de tensión macro a las que se debería someter a la totalidad del sistema. En la actualidad el BCRA, siguiendo las recomendaciones de Basilea III, está comenzando a implementar una regulación macroprudencial. Por esta razón, teniendo en cuenta las características del sistema financiero local, sería conveniente analizar de qué manera se pueden llegar a poner en funcionamiento las dos herramientas mencionadas para que este tipo de regulación sea eficiente.

La hipótesis relacionada con el objetivo general sería que existen una serie de herramientas que contribuyen con la implementación de una regulación macroprudencial eficiente. Sin embargo, algunas de estas herramientas son dejadas de lado por parte del BCRA al momento de implementar este tipo de regulación sobre el sistema financiero argentino.

En particular, por el momento no existe ni una metodología que permita establecer el nivel de capital que se le debería exigir a las entidades financieras a lo largo del ciclo económico, ni una metodología para realizar pruebas de tensión macro sobre la totalidad del sistema. Por esta razón un análisis que haga referencia a la correcta utilización de estas dos herramientas específicas, ayudaría a poner en práctica una regulación macroprudencial eficiente dentro del sistema financiero argentino.

Del objetivo general, se depende el primer objetivo específico que sería detectar cuál es el nivel de capital óptimo que se le debería exigir a cada una de las entidades que componen el sistema financiero argentino a lo largo del ciclo económico. Para poder establecer este valor, se analizarían los niveles de apalancamiento de un grupo de entidades del sistema financiero local y se indagará si el mismo es excesivo o exiguo. Un nivel de apalancamiento excesivo se vincula directamente con un nivel de capital mínimo exigido demasiado bajo. A su vez, un nivel de apalancamiento exiguo se vincula directamente con un nivel de capital mínimo exigido demasiado alto. Ambos extremos tienen consecuencias negativas, como lo son una mayor fragilidad del sistema financiero o un mayor recorte de crédito respectivamente. También sería necesario indagar sobre las entidades que presentan un mayor riesgo sistémico, para que el nivel de capital exigido a las mismas tenga un piso superior que el exigido al resto de las entidades que conforman el sistema financiero local.

La hipótesis relacionada con el primer objetivo específico sería que la regulación que rige actualmente sobre el sistema financiero argentino, exige que las entidades conserven un nivel de capital cuyo establecimiento no sigue ningún procedimiento metodológico de optimización que se vincule con las necesidades de una regulación macroprudencial eficiente. El argumento del BCRA para justificar que el nivel mínimo de capital que se le exige a las entidades financieras es el correcto, es simplemente que el mismo se encuentra por encima del recomendado por Basilea III. Sin embargo, esta justificación no tiene en cuenta ni el ciclo económico de la Argentina, ni las particularidades del sistema financiero local (ej.: entidades de mayor riesgo sistémico, interconexiones entre las diferentes entidades financieras, etc.). Pasar por alto estas particularidades locales al momento de implementar una regulación macroprudencial, genera un perjuicio en cuanto a su eficiencia. Por esta razón, indagar sobre la manera de establecer el nivel de capital óptimo con el que deberían contar

cada una de las entidades financieras locales a lo largo del ciclo económico, es un avance en cuanto a la eficiencia de este tipo de regulación.

El segundo objetivo específico sería diseñar un escenario que represente al sistema financiero argentino y que permita realizar un MST sobre el mismo. En particular, este escenario se utilizaría para realizar un MST con una visión integrada, y no particular. Por esta razón, debería tener en cuenta los múltiples riesgos que pueden estar presentes dentro del sistema financiero local, y no cada uno de ellos por separado. También se deberían tener en cuenta los diferentes shocks macroeconómicos que podrían llegar a afectar al sistema financiero. A su vez, el diseño de este tipo de escenarios permitiría analizar tanto las interconexiones que existen entre las diferentes entidades que componen el sistema financiero local, como así también las interconexiones que existen entre el lado real y financiero de la economía argentina.

La hipótesis relacionada con el segundo objetivo específico sería que en la actualidad, dentro del sistema financiero local rige como normativa el “Comunicado A5203: Lineamientos para la gestión de riesgos en las entidades financieras”. En el último apartado de este comunicado, se le exige a cada una de las entidades que realicen las pruebas de tensión tradicionales. Sin embargo, no hace referencia a los MST. El diseño de un escenario que represente a la totalidad del sistema financiero local, que considere los riesgos existentes dentro del mismo, los diferentes shocks macroeconómicos que pueden llegar a afectarlo, las interconexiones que se presentan entre cada una de las entidades que lo componen y las interconexiones con el lado real de la economía, es una buena manera de poder comenzar a poner en práctica los MST. A su vez, se debe tener en cuenta que si el objetivo que persigue el BCRA es poder implementar una regulación macroprudencial que sea eficiente, el diseño de un escenario como el recientemente mencionado, que permita realizar un MST sobre el sistema financiero local, es indispensable.

3. METODOLOGÍAS PROPUESTAS PARA EL CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS

El alcance metodológico del análisis del nivel de capital óptimo y las pruebas de tensión macro, sería descriptivo-explicativo. Esta afirmación se basa en el hecho de que a partir de una descripción del sistema financiero local, se presentaría un análisis explicativo acerca de cómo la puesta en

marcha de estas dos herramientas podría llegar a mejorar la eficiencia de la regulación macroprudencial que se está intentando llevar a cabo en la Argentina. La técnica metodológica para el cumplimiento de este objetivo, consistiría en la elaboración de modelos econométricos. Dentro del análisis, estos modelos serían utilizados como una justificación metodológica, tanto para el establecimiento del nivel de capital óptimo con el que debería contar cada una de las entidades financieras locales, como para el diseño del MST que se adapte al sistema financiero local. A su vez el diseño metodológico, sería de carácter experimental ya que se procedería a la manipulación de ciertas variables (ej.: los niveles de salud de las entidades financiera) para poder evaluar los diferentes escenarios posibles.

Para poder cumplimentar con el primer objetivo específico, en primer lugar sería necesario realizar una aclaración acerca de lo que se considerará como objeto de estudio. Como se mencionó en el *Estado actual del conocimiento*, dentro de los sistemas financieros en general, y el argentino en particular, el sector bancario ocupa la proporción más importante. Por esta razón, se debería considerar como entidades financieras únicamente a las entidades bancarias que componen el sistema financiero local.

El primer objetivo específico, sería poder encontrar el nivel de capital que se le debería exigir a cada entidad financiera a lo largo del ciclo económico. Cómo se aclaró, el nivel de capital debería ser un óptimo, es decir ni excesivo ni exiguo, de manera tal de evitar las consecuencias negativas que podría llegar a tener cada uno de estos extremos. La técnica metodológica para poder cumplimentar con este objetivo específico, sería el diseño de un modelo econométrico que permita relacionar los niveles de apalancamiento de cada una de las entidades con el ciclo económico de la Argentina. Esto permitiría detectar la variación de los niveles de capital conservados por cada una de las entidades a través del ciclo económico. A su vez, observando el nivel de apalancamiento en cada fase del ciclo, también se podría detectar cuál de estas entidades presenta un mayor riesgo sistémico. Las técnicas econométricas a utilizar serían las de corte transversal, serie de tiempo y datos de panel.

Los datos para cumplir con este objetivo específico se obtendrán de la "*Información de Entidades Financieras*" que el BCRA publica mensualmente. En particular se utilizaría un indicador que se encuentra disponible desde enero de 2005, a saber, el C8 que indica el

apalancamiento, definido como el cociente entre el patrimonio neto y los activos de cada una de las entidades financieras locales.

En cuanto a la metodología a implementar para poder cumplir con el segundo objetivo específico, en primer lugar habría que considerar que el diseño del escenario argentino se realizaría mediante una visión integrada. En consecuencia, se tendrían que considerar tanto los múltiples riesgos que se encuentran presentes en el sistema financiero argentino, como así también los múltiples shocks que pueden afectarlo. En cuanto a los riesgos, se considerarían conjuntamente los incluidos dentro del "*Comunicado A5203: Lineamientos para la gestión de riesgos en las entidades financieras*". Estos son el riesgo de crédito, de liquidez, de mercado, de tasa de interés y el operacional. En cuanto a los shocks macroeconómicos, se considerarían, primero de manera individual, y luego de manera conjunta, una variación del tipo de cambio nominal y una variación del nivel de precios de algún bien representativo para la economía local.

Siguiendo el trabajo de Sorge (2004), la técnica metodológica que se utilizaría para cumplimentar este segundo objetivo específico sería el diseño de un modelo econométrico. En particular, considerando como entidades financieras solamente aquellas que componen el sector bancario, se procuraría diseñar un modelo macroeconómico á la Wilson (1997) que permita representar el comportamiento de este grupo en su conjunto frente a un evento adverso pero posible.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anastasi, A. and V. Balzarotti (2011): "Regulatory Solutions to Bank Loans Pro-Cyclicality. Is the cure worse than the illness?", Working Paper 2011 | 54, Banco Central de la República Argentina.

Banco Central de la República Argentina (2009a): "Boletín de Estabilidad Financiera: Primer semestre de 2009".

Banco Central de la República Argentina (2009b): "Boletín de Estabilidad Financiera: Segundo semestre de 2009".

Banco Central de la República Argentina (2010a): "Boletín de Estabilidad Financiera: Primer semestre de 2010".

Banco Central de la República Argentina (2010b): "Boletín de Estabilidad Financiera: Segundo semestre de 2010".

Banco Central de la República Argentina (2011a): "Boletín de Estabilidad Financiera: Segundo semestre de 2011".

Banco Central de la República Argentina (2011b): "Comunicado A 5203: Lineamientos para la gestión de riesgos en las entidades financieras".

Basel Committee on Banking Supervision (2010a): "A global regulatory framework for more resilient Banks and banking system".

Basel Committee on Banking Supervision (2010b): "International Framework for Liquidity Risk Measurement, Standards and Monitoring".

Basel Committee on Banking Supervision (2010c): "The Basel Committee's response to the financial crisis: report to the G20".

Berner, R. and C. Goodhart (2010): "*The Macroprudential Toolkit*".

Brunnermeier, M., A. Crockett, C. Goodhart, A. Persaud, and H. Shin (2009): "*The Fundamental Principles of Financial Regulation*", Geneva Reports on the World Economy 11.

Golla, J. and G. Wierzba (2005): "La regulación Bancaria en Argentina durante la década de los noventa". Centro de Economía y Finanzas para el Desarrollo de la Argentina, Documento de trabajo N° 3.

Hanson, S., A. Kashyap and J. Stein (2010): "A Macroprudential Approach to Financial Regulation", forthcoming Journal of Economic Perspectives.

Kashyap, K, J. Stein and S. Hanson (2010): "An Analysis of the Impact of 'Substantially Heightened' Capital Requirements on Large Financial Institutions", Working Paper.

Marcheggiano, G., D. Miles and J. Yang (2011): "Optimal Bank Capital", Discussion Paper No. 31, Bank of England, External MPC Unit.

Miles, D. (2011): "Monetary policy and banking fragility". Bank of England. London School of Economics.

Miller, M. (1995): "Do the MM propositions apply to banks?", Journal of Banking and Finance, vol. 19: 482-489.

Mishkin, F.S. (2007): "*The economics of Money, Banking and Financial Markets*". Addison Wesley, Eighth Edition.

Modigliani, F. and M. Miller (1958): "*The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment*". American Economic Review 48 (3): 261–297.

Sorge, M. (2004): "Stress-testing financial system: an overview of current methodologies", BIS Working Papers N° 165.

Shin, Hyun Song (2010): "Macroprudential Policies Beyond Basel III".

Wilson, T. C. (1997a): "Portfolio credit risk (I)", Risk, vol 10, issue 9, pp 111-17.

Wilson, T. C. (1997b): "Portfolio credit risk (II)", Risk, vol 10, issue 10, pp 56-61.

ESTIMACIÓN DEL VALOR EN RIESGO MEDIANTE TEORÍA DE VALORES EXTREMOS. APLICACIÓN A LA DETERMINACIÓN DE CAPITALES MÍNIMOS REGULATORIOS

*Víctor Adrián Álvarez
Adrián Fernando Rossignolo*

INTRODUCCIÓN

La crisis financiera de 2007-2008 originó serias críticas a los modelos matemáticos y estadísticos usados por las empresas para administrar sus riesgos. Parece evidente que hubo fallas en las prácticas de gerenciamiento de riesgos, pero no está claro que ellas se originen en defectos de los modelos que pretendieron aplicarse. Así, por ejemplo, en un artículo premonitorio de Danielsson, et al (2001) se afirma entre otras cosas que el Comité de Supervisión Bancaria, en su propuesta de lo que luego se denominó Basilea II, se habría equivocado al considerar la endogeneidad del riesgo, concluyendo que el Valor en Riesgo (VaR) puede desestabilizar una economía e inducir *crashes* que de otra forma no ocurrirían. De este modo, habida cuenta de la inconsistencia y el sesgo que los modelos financieros utilizados para pronosticar el riesgo han mostrado en varios casos, el riesgo conjunto a la baja ha resultado claramente subestimado. Donnelly y Embrechts (2010), por su parte, aportan más críticas a la regulación financiera, calificándola de procíclica al postular la factibilidad de exacerbar los potenciales movimientos del mercado.

A mediados de 2004 el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea publicó el documento "Convergencia internacional de medidas y normas de capital. Marco revisado" ("Basilea II"), disponiendo nuevos criterios para la determinación del capital regulatorio de las entidades financieras. Un tiempo después, para la industria del seguro, el Acuerdo Solvencia II, con raíces en el modelo de Basilea II, buscó mejorar la seguridad en el sistema financiero al enfatizar los controles internos de las instituciones así como los modelos y procesos de administración de riesgos, utilizando principalmente modelos estadísticos elaborados con bases de datos históricas de las empresas, a efectos que cada entidad realice una cobertura de sus posibles pérdidas considerando la calidad histórica de su cartera. En síntesis, Solvencia II representa para las entidades aseguradoras lo que Basilea II representa para los bancos.

Basilea II está organizado sobre la base de tres “pilares”, el primero referido a los requisitos mínimos de capital; el segundo respecto del proceso de revisión del supervisor y el tercero sobre disciplina de mercado. A diferencia de su antecesor, el Acuerdo de 1988 (Basilea I), Basilea II tiene una visión más abarcativa del tratamiento de los riesgos que toman las entidades y a la vez brinda mayor flexibilidad al permitir una variedad de enfoques para la medición del capital regulatorio.

Con relación a los requisitos mínimos de capital contenidos en el pilar I, en el año 2007 el Banco Central de la República Argentina (BCRA) dispuso la adopción del Enfoque Estandarizado Simplificado para riesgo crediticio, cuya implementación efectiva debería regir a partir de enero del año 2010, por lo que es de mucho y actual interés el estudio de las mejores prácticas para su exitosa puesta en funcionamiento.

En el mes de septiembre de 2010 el Banco de Pagos Internacionales (BIS) adoptó nuevas reglas para fortalecer la solidez de los bancos en caso de crisis. El plan aprobado, a ser incluido en el futuro Acuerdo de Basilea III, establece entre otras cosas que los bancos deberán elevar el ratio mínimo de los fondos propios ‘duros’ -la parte más sólida de los fondos propios compuesta de acciones y utilidades retenidas-, del 2% actual al 4,5% de los activos. A esto se añade un amortiguador financiero adicional del 2,5%, que lleva el total de capital ‘duro’ al 7%. Adicionalmente, el coeficiente de fondos propios ‘Tier 1’ será incrementado de 4% a 6%. Este paquete de reformas fue avalado en la reunión de líderes del G20 en noviembre de 2010 en Seúl y entrarán en vigor progresivamente a partir del 1 enero de 2013 para su aplicación en 2015 y su instalación definitiva en 2019. Estas modificaciones, destinadas a evitar un derrumbe del sistema bancario como el ocurrido después de la caída del banco estadounidense Lehman Brothers en 2008, provocaron reacciones en el sector bancario por temor a que estas nuevas directivas le obliguen a constituir sumas muy importantes de capitales suplementarios, evidenciándose una aparente oposición entre el valor para los interesados en la empresa (*stakeholders*) y el del dueño o accionista. Muestra de ello, en el sector del seguro, son las manifestaciones de preocupación por la posibilidad que la futura directiva Basilea III penalice la inversión de la banca en el sector asegurador. En este sentido, una corriente de pensamiento entiende que la banca y el seguro son proclives a evitar un doble uso del capital invertido en los dos sectores, es decir, que un mismo capital sirva para cubrir los dos requerimientos legales, bancarios y

aseguradores. Sin embargo el excedente de capital, una vez computadas las coberturas legales, aparentemente debería tener la misma consideración que cualquier otra inversión, como en renta fija o variable, y no penalizar la inversión en entidades aseguradoras.

En ese marco, surge como valiosa la tarea del desarrollo de modelos que faciliten la interpretación de la dinámica de los riesgos en Argentina comparada con otros países, la proyección de variables y la estimación del impacto de políticas y regulaciones así como la elaboración de documentos de investigación empírica y teórica sobre esos temas vinculando la problemática local con la internacional.

Las directivas emitidas por el Comité de Basilea establecieron el Valor en Riesgo (Value-at-Risk, o simplemente VaR) como la medida estándar para cuantificar el riesgo de mercado y, al parecer, la que se establecerá para otros tipos de riesgos como el asegurador y el establecimiento de requerimientos de capital en el negocio del seguro. Teniendo en cuenta las aplicaciones del VaR a la implementación de requisitos regulatorios de las instituciones financieras, y considerando que las instituciones que regula el citado Comité son libres de desarrollar sus propios métodos de estimación, el desarrollo de técnicas adecuadas para la estimación del VaR se transforma en un tema de suma relevancia. Así es que, dado que se han desarrollado múltiples métodos de estimación, está aún en discusión la eficacia práctica de los mismos; como ejemplo puede mencionarse que los métodos que podrían ser aptos para un escenario normal, probablemente no lo sean en un escenario de crisis.

La mayoría de las técnicas concebidas para la cuantificación del VaR se basan en el supuesto que los retornos financieros siguen una distribución normal. The Economist (2009) menciona que las distribuciones normales ajustan casi perfectamente a los datos empíricos en el medio de la curva (dando cuenta de la mayoría de las ganancias y pérdidas), pero no se desempeñan adecuadamente en las "colas" donde ocurren los eventos extremos: el problema reside en que existe una amplia evidencia que las series temporales financieras son de colas "anchas" y posiblemente "asimétricas" (Rachev, Menn y Fabozzi (2005:1)), confirmando así los hallazgos de Mandelbrot (1963) y Fama (1965). Los eventos extremos son escasos por definición, de allí que sea imposible estimar su frecuencia considerando toda la distribución. En tal sentido, Neftci (2000) afirma que los eventos extremos que producen las colas anchas de la distribución de los retornos tienen, posiblemente, una estructura diferente a la de los

asociados a los retornos generados en las condiciones diarias habituales del mercado.

Manganelli y Engle (2004) clasifican las distintas metodologías que existen para la estimación del VaR en tres grandes categorías: Paramétrica, No-Paramétrica e Híbrida. Cada una abarca distintas técnicas, así por ejemplo *General Autoregressive Conditional Heteroskedastic* (GARCH) pertenece a los modelos paramétricos, mientras que la Simulación Histórica (HS) a los no-paramétricos y la Teoría de Valores Extremos (EVT) a los modelos híbridos. La aplicación de las distintas técnicas para estimar el VaR es un tema muy controversial: así por ejemplo Jackson, Maude y Perraudin (1997) se inclinaron por HS, Bollerslev, Engle y Nelson (1994) recomendaron los modelos GARCH, mientras que Danielsson y de Vries (1997) y McNeil y Frey (1999) avalaron EVT. Sin embargo Beder (1995), aunque no considera EVT, señala que las estimaciones del VaR producidas por distintos métodos pueden presentar enormes diferencias.

El presente documento lleva a cabo una comparación de algunas de las metodologías más difundidas basadas en las diferentes categorías antes mencionadas. El desempeño predictivo de cada modelo está evaluado en diez mercados de capitales (algunos desarrollados y el resto emergentes) y el período de predicción incluye el año 2008 en que comienza la última gran crisis financiera. Las estimaciones del VaR son testeadas siguiendo la metodología de "*backtesting*" recomendada por los Acuerdos de Capital de Basilea así como con el procedimiento "*Unconditional Coverage*" (Christoffersen (2003)), empleando ambas colas de la distribución. El resultado del estudio es cierta evidencia del mejor desempeño de los modelos EVT en este tipo de circunstancias que, en las situaciones de crisis, generalmente se traduce en la suficiencia del capital de las instituciones que emplean este método para calcular el VaR. Surge también que, en oposición a lo que podría esperarse, no aparecen claras diferencias entre mercados desarrollados y emergentes. Sin embargo este trabajo sólo debería ser considerado como exploratorio en lo concerniente al desarrollo del EVT para gestión del riesgo financiero en economías emergentes, ya que la compleja estructura estocástica de los mercados financieros parece justificar una advertencia contra la excesiva confianza en las técnicas de valores extremos (Coles (2001)).

1. MARCO TEÓRICO

1.1 Definición de valor en riesgo (VaR)

En el contexto de este trabajo el término "riesgo" puede interpretarse como la pérdida potencial que puede sufrir el valor de un activo, mientras que la medida del riesgo está vinculada a la probabilidad de sufrir esa pérdida.

El "*Value at Risk*" o Valor en Riesgo, $VaR(\alpha; \Delta t)$, es una medida probabilística del riesgo de mercado que estima la pérdida máxima que puede sufrir el valor de un activo, en un intervalo de tiempo, Δt , especificado y con un nivel de confianza (probabilidad), $1-\alpha$ dado. (J. P. Morgan (1994))

$$\Pr [\text{Pérdida durante } \Delta t > VaR(\alpha; \Delta t)] = \alpha \quad (a)$$

En general el VaR de los retornos, pronosticado en el momento "t" para el momento "t+1", se calcula mediante la fórmula:

$$VaR_{t+1}(\alpha; \Delta t) = \sigma_{t+1} * F^{-1}(\alpha) \quad [1]$$

donde:

σ_{t+1} : predicción de volatilidad derivada de algún modelo, ajustada al período Δt .

$F^{-1}(\alpha)$: inversa de la función de probabilidad acumulativa (función de distribución) de la variable aleatoria retorno estandarizada (α -cuantil de F)

La correspondiente fórmula general en unidades monetarias es:

$$VaR_{t+1}(\alpha; \Delta t) = P_t * \sigma_{t+1} * F^{-1}(\alpha) \quad [1-bis]$$

Puede apreciarse que, supuesto que el agente económico tiene una posición larga en un activo, el VaR es un cambio negativo en el precio tal que α es la probabilidad de una caída mayor a dicha cuantía.

Si el retorno $r_{t+\Delta t}$ es una va iid $D(m;s)$ cuya distribución se supone conocida, entonces el valor esperado, la varianza y el desvío estándar de la variable $r_{t+\Delta t}$ (supuesta normal) para un período cualquiera de amplitud Δt son :

$$E(r_{t+\Delta t}) = m\Delta t \quad \sigma^2(r_{t+\Delta t}) = s^2\Delta t \quad \sigma(r_{t+\Delta t}) = s(\Delta t)^{1/2}$$

Estas fórmulas se usan para adaptar al período del VaR, en el supuesto arriba indicado, los datos expresados en otra periodicidad.

Si al supuesto (que se verifica empíricamente con bastante aproximación para datos diarios) $E(r_{t+\Delta t}) = 0$, se agrega el de normalidad de los retornos $r_{t+\Delta t}$, resulta entonces la siguiente fórmula para la estimación del VaR, cuando z es la correspondiente variable aleatoria estandarizada, el nivel de confianza es $1 - \alpha$ ($y_\alpha = z_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha)$) y el período de tiempo es Δt :

$$\text{VaR}_{t+1}(\alpha; \Delta t) = z_\alpha * P_t * \sigma_{t+1} * \sqrt{\Delta t} \quad [2]$$

1.1.1 Aproximación no-paramétrica: Simulación histórica (HS)

La simulación histórica constituye la manera más simple de estimar el cuantil de la distribución de pérdidas, ya que sólo requiere la distribución empírica de los datos. Es un método incondicionado que sólo supone que la serie temporal de los retornos es estacionaria¹ con una función de distribución F_x , haciendo que la función de distribución empírica de los datos sea consistente con el estimador de F_x .² En términos formales, la estimación del VaR para $t+1$, con un período muestral de longitud n hasta el momento t , está dada por el α -cuantil empírico:

$$\hat{V}aR(\alpha)_{t+1} = -Q(\alpha)(r_t; r_{t-1}; \dots; r_{t-n+1}) \quad [3]$$

Aún considerando la reducción de dimensionalidad a series temporales univariadas y la facilidad de su implementación al no hacer supuestos acerca de la dependencia de la estructura de los factores de riesgo, este esquema es inherentemente inconsistente (Manganelli. y Engle (2004)). Sus defectos son originados principalmente por la ignorancia de la ligera dependencia entre los retornos y por el tamaño de la muestra: no existe una solución sencilla para la dicotomía originada por la necesidad de muestras grandes que permitan una mejor inferencia estadística y muestras más reducidas requeridas para las observaciones dentro y fuera del presente *cluster* de volatilidad. Además, Dowd (2005) y Penza y Bansal

¹ Una serie temporal es **estacionaria** si su valor medio y desvío estándar son constantes (no dependen del tiempo). Informalmente puede decirse que sus propiedades fundamentales no varían a lo largo del tiempo.

² Ignorando en consecuencia eventos que son plausibles pero que no han ocurrido en el período muestral.

(2001) resaltan que es (más que) probable la presencia de efectos *ghost* o *shadow* (fantasma o sombra).

1.1.2. Algunos modelos paramétricos de volatilidad condicionada

Por las razones prácticas que se indican más adelante, esta investigación se desarrolla dentro de los límites de la representación GARCH, definida mediante las siguientes ecuaciones:

$$\text{GARCH}(1;1): \quad r_{t+1} = \sigma_{t+1} z_{t+1}$$
$$\sigma_{t+1}^2 = w + \alpha r_t^2 + \beta \sigma_t^2 \quad [4]$$

con shocks aleatorios o innovaciones $z_{t+1} \sim \text{iid } D(0;1)$ y $w > 0; \alpha, \beta \geq 0$.³

Las motivaciones estrictamente pragmáticas por las que el estudio se restringirá a la aplicación del modelo GARCH de primer orden obedecen a que la mayor precisión obtenida extendiéndolo a órdenes superiores es marginalmente insignificante según documentan McNeil, Frey y Embrechts (2005), quienes además fundamentan en razones de parsimonia la utilización del menor orden posible⁴.

1.1.3. Un modelo híbrido: Teoría de valores extremos

1.1.3.1. Síntesis de sus fundamentos teóricos

Los modelos antes mencionados trabajan sobre los cuantiles de las variables aleatorias utilizando información de todo el conjunto de datos. Sin embargo, debido al hecho que los cuantiles al 1% o 5% son valores extremos de la distribución, resulta natural modelar las colas directamente en lugar de considerar la estructura completa de la distribución. La Teoría de Valores Extremos (EVT) provee una justificación teórica para tales procedimientos, ya que desempeña un rol similar al del Teorema Central del Límite en la modelización de variables aleatorias.

Esta sección aporta algunas nociones básicas indispensables para el resto del artículo.⁵ En términos generales, los valores extremos pueden ser

³ El coeficiente α de la fórmula [4] es distinto y no tiene relación con el nivel de significación α en las fórmulas [1], [2] y [3].

⁴ Ver también Gujarati (1997).

⁵ Para un tratamiento detallado y/o algunos refinamientos teóricos el lector interesado puede consultar a Embrechts, Klüppelberg y Mikosch (1997), McNeil, Frey y Embrechts (2005), o Reiss y Thomas (2007).

modelados siguiendo dos procedimientos básicos: a) Los modelos Block Máxima (BMM - *Block Maxima Models*), que emplean las distribuciones generalizadas de valores extremos (GEV) para ajustar una distribución a partir de los máximos o mínimos de un conjunto de datos muestrales iid agrupados en bloques de similar tamaño, o b) Los modelos *Peaks over Thresholds* (POT), que utilizan las distribuciones generalizadas de Pareto (GPD) para ajustar una distribución a los valores muestrales iid que exceden un umbral especificado.

El primero tiene el inconveniente de retener para el análisis solamente el valor máximo (o el mínimo) de un gran bloque de datos. En consecuencia, evitar el proceso de agrupamiento en bloques muy grandes deriva en una mejor utilización de los datos. Además, en mercados emergentes con series de datos de extensión relativamente corta, es crucial el no tomar en cuenta algunos datos intermedios contenidos en el bloque, ya que podrían llegar a ser extremos si los bloques fueran de diferente tamaño. En consecuencia, por las razones antes enunciadas, en este trabajo se utilizan modelos del tipo POT.

Sea una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas (iid) X_1, X_2, \dots, X_n que tienen la función de distribución $F(y) = \Pr(X < y)$ desconocida; en esas condiciones los eventos extremos serán definidos como aquellos valores de X_t que exceden algún valor u , alto y predeterminado. La variable $X - u$ representa los POT (Excesos Sobre el Umbral u). Sólo se hará referencia a umbrales positivos ($u > 0$), pues los resultados para $u < 0$ emplean un razonamiento similar.

La relación entre la función de distribución F_u de los citados POT y F , la de la variable aleatoria subyacente, está determinada por la probabilidad condicional:

$$F_u(y) = \Pr \left\{ -u \leq y \mid X > u \right\} = \frac{F(u+y) - F(u)}{1 - F(u)} \quad [5]$$

$F_u(y)$ puede interpretarse como la probabilidad de que una pérdida exceda el umbral u por un monto igual o menor a y , supuesto que el umbral u ha sido excedido. La fórmula [5] muestra que si fuera conocida la distribución original F , sería también conocida la distribución de los excedentes F_u ; sin embargo, en las aplicaciones reales sucede lo contrario, obligando entonces a estimar en base a los datos muestrales, la distribución desconocida F para valores altos por encima del umbral. A

continuación se realiza una brevísima descripción de los fundamentos teóricos básicos que permiten tal estimación.

Si se interpreta "valor extremo" como la máxima pérdida en un cierto intervalo de tiempo, entonces puede definírsele como el máximo (o mínimo) de una muestra $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Se trata entonces de determinar la función de distribución H de esos valores extremos. Suponiendo que éstos son valores de una secuencia: X_1, X_2, \dots, X_n de variables aleatorias iid con función de distribución común F , se designa

$M_n = \max \{X_1; X_2; \dots; X_n\}$, y si F cumple con el teorema de Fisher y Tippet (1928), puede probarse que, para valores grandes de n , $\Pr\{M_n \leq z\} \approx H(z)$ con

$$H_{\xi}(z) = \begin{cases} \exp.\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi}\right\} & \text{si } \xi \neq 0 \text{ y} \\ & 1 + \xi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right) > 0 \\ \exp.\left[-e^{-\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)}\right] & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

La expresión anterior es la fórmula de la función de distribución límite de M_n , conocida como "Distribución Generalizada de Valores Extremos" (GEV). H_{ξ} depende de tres parámetros: μ (locación), $\sigma > 0$ (escala) y ξ (índice de cola o de forma). El dominio de z está restringido por la condición $1 + \xi[(z - \mu) / \sigma] > 0$.

Dado que a los efectos de este trabajo interesa estimar F_u , la función de distribución de los excesos sobre el umbral u , se enuncia a grandes rasgos un teorema que vincula las distribuciones H_{ξ} y F_u [Balkema y de Haan (1974) – Pickands (1975)]:

Para un amplio conjunto de funciones de distribución subyacentes F , existe un valor σ que depende de u ,⁶ tal que $F_u(y) \approx G_{\xi, \sigma}(y)$, sí y sólo sí F pertenece al máximo dominio de atracción de la distribución generalizada

⁶ No es necesariamente el desvío estándar.

de valores extremos (GEV) H_ξ , donde $G_{\xi,\sigma}$ representa la "Distribución Generalizada de Pareto" (GPD) dependiente de los parámetros ξ y σ , cuya expresión es

$$G_{\xi,\sigma}(y) = \begin{cases} 1-(1+\xi y/\sigma)^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0 \\ 1-\exp(-y/\sigma) & \text{si } \xi = 0 \end{cases}$$

Al igual que para las distribuciones GEV, mayores valores del índice de cola ξ implican un incremento en el tamaño de las colas.

La precisión de la familia GPD puede ser mejorada si se le agrega un parámetro de localización μ ,⁷ convirtiéndose entonces en $G_{\xi,\sigma}(y - \mu)$. En sentido amplio, los teoremas anteriores significan que si la distribución de los máximos M_n de los bloques de datos es aproximadamente descripta por H , entonces la distribución aproximada de los excesos sobre el umbral está dada por $G_{\xi,\sigma}$, y en consecuencia pertenece a la familia Generalizada de Pareto (GPD). Adicionalmente, los parámetros de la fórmula del modelo GPD están unívocamente determinados por los de la correspondiente distribución GEV asociada de los máximos de los bloques muestrales (Coles (2001)).

Una vez que se ha realizado la elección del umbral u y se han estimado los parámetros del modelo GPD⁸, es necesario obtener la expresión para determinar el cuantil relevante que permitirá calcular el VaR. Así, de la ecuación [5] y teniendo presente que $x = y + u$, una estimación de $F(x)$, para $x > u$ podría ser:

$$F(x) = [1 - F(u)] G_{\xi,\sigma}(y) + F(u) \quad [6]$$

Considerando k como el número de observaciones mayores al umbral u , $F(u)$ puede ser fácilmente aproximada de manera no-paramétrica por medio del simple estimador empírico:

$$\hat{F} \left(\left. \right\} \right) = \frac{n - k}{n} \quad [7]$$

Introduciendo [7] y la fórmula de $G_{\xi,\sigma}$ en [6] es posible encontrar una estimación de $F(x)$:

⁷ No es necesariamente el valor medio.

⁸ Ver la siguiente sección 1.1.3.2

$$\hat{F}(\hat{\xi}) = 1 - \frac{k}{n} \left[1 + \frac{\hat{\xi}(-u)}{\hat{\sigma}} \right]^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \quad \text{si } \xi \neq 0 \quad [8.1]$$

$$\hat{F}(\hat{\xi}) = 1 - \frac{k}{n} e^{-\left(\frac{x-u}{\hat{\sigma}}\right)} \quad \text{si } \xi = 0 \quad [8.2]$$

donde $\hat{\xi}$ y $\hat{\sigma}$ son estimadores de ξ y σ respectivamente. Para un nivel de significación $\alpha > F(u)$ o, lo que es igual, un nivel de confianza $1-\alpha < 1-F(u)$, la expresión del VaR se puede computar determinando la función inversa de $\hat{F}(\hat{\xi})$ y resolviendo para x en las fórmulas [8]:

$$\text{Var}_{t+1}(\alpha) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[\left(\frac{1-\alpha}{k/n} \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right] \quad \text{si } \xi \neq 0 \quad [9.1]$$

$$\text{VaR}_{t+1}(\alpha) = u - \hat{\sigma} \ln \left[\frac{n}{k} (-\alpha) \right] \quad \text{si } \xi = 0 \quad [9.2]$$

1.1.3.2. Identificación del umbral u y ajuste del modelo GPD a los excesos

De acuerdo a Christoffersen (2003), la selección del umbral es el punto débil del método POT. Aún cuando hay numerosas maneras basadas en fórmulas para escoger el umbral u^9 , no existe un fundamento teórico que sustente un procedimiento satisfactorio para este objetivo. Es por ello que el profesional o consultor de finanzas se ve obligado a utilizar una serie de procedimientos ad-hoc para poder determinar u como el punto de partida para la estimación de los parámetros del modelo GPD que ajuste razonablemente a los datos y permita un adecuado pronóstico del VaR. En el presente estudio se utiliza una técnica basada en el análisis de un

⁹ El lector interesado puede recurrir a Reiss and Thomas (2007) o Beirlant, Vynckier and Teugels (1996). Estas fórmulas aparentan funcionar razonablemente bien, pero deben utilizarse con cuidado pues originan frecuentemente la selección de un número demasiado elevado de estadísticos de alto orden. Danielsson and de Vries (1999) y Coronel-Brizio y Fernández Montoya (2004) presentan interesantes análisis vinculados a este problema.

conjunto de elementos tales como el valor muestral de la Función de la Media de los Excesos (MEF), gráficos QQ (Quantile-Quantile ; QQ plots), la función de densidad kernel y la función muestral de cuantiles. La utilización conjunta de las mencionadas técnicas permitiría, en principio, un análisis más profundo de las características relevantes de la serie temporal de los datos a los efectos de tomar una decisión acerca del umbral más adecuado para el ajuste del modelo GPD. Por consiguiente, la idea es llevar a cabo un análisis de los extremos superior e inferior de las series sobre una base individual, en lugar de emplear el conjunto habitual de recetas intentando ganar precisión en la estimación del comportamiento de los extremos.

El estadístico u será aproximado usando la representación gráfica de los valores muestrales de la función MEF, definida como el estimador empírico de la verdadera MEF, expresadas formalmente por:

$$e(u) = E(X - u / X > u) \quad [10 - a]$$

$$\hat{e}(u) = e_n(u) = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - u) I_{\{X_i > u\}}}{\sum_{i=1}^n I_{\{X_i > u\}}} \quad [10 - b]$$

que representa el promedio de los valores que exceden el límite superior u para una muestra de n observaciones. El método gráfico para escoger un umbral adecuado se basa en el hecho que si los excedentes tienen una distribución GPD, entonces la Función de la Media de los Excesos (MEF) es lineal en u . En efecto, se demuestra que

$$\hat{e}(u) = \frac{\sigma + \xi \cdot u}{1 - \xi} \quad [10 - c]$$

Es así que, de acuerdo a la tendencia observada en el gráfico, pueden ser deducidas las siguientes conclusiones:

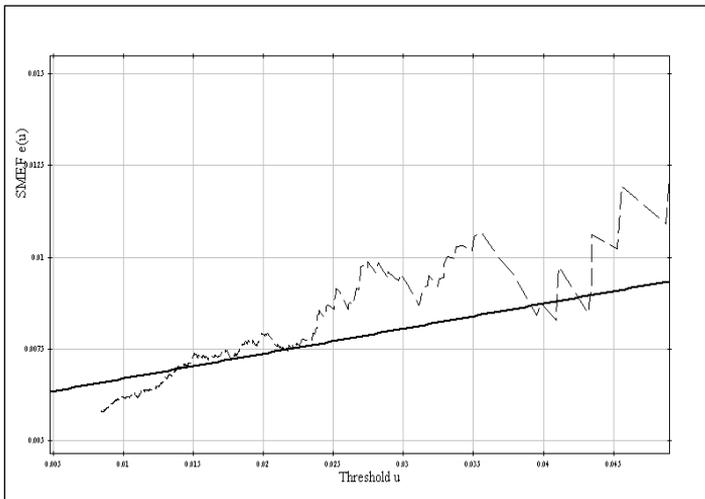
- Tendencia creciente: distribución de cola pesada
- Tendencia decreciente: distribución de cola corta
- Sin tendencia: distribución exponencial

Como señalan McNeil y Saladin (1997), la distribución de los excedentes será del tipo GPD con $\xi > 0$ en el sector de la cola que supera a u , si la representación empírica de la función MEF muestra

aproximadamente una línea recta con pendiente positiva: el umbral u puede ser identificado como el valor de la abscisa correspondiente a la parte del gráfico desde donde comienza a verificarse la pendiente positiva.

Las ideas básicas para la selección del umbral pueden ilustrarse modelando la cola superior de los retornos del índice FTSE100 con datos diarios que van desde el 03/04/84 al 29/12/06 inclusive. En el gráfico de la función MEF muestral puede observarse alguna evidencia del comienzo de una sección con gradiente linealmente positivo en la zona entre 1.50% y 2%, por lo que el umbral u puede ser estimado aproximadamente, por ejemplo, en 1.76%, para intentar encontrar un modelo GPD que provea un ajuste razonable a las pérdidas más grandes.¹⁰ (Gráfico 2.1).

Gráfico 1. Representación de los valores muestrales de la función de la media de los excesos (MEF) de los retornos logarítmicos del índice FTSE100 en función del umbral. La línea continua oscura muestra pendiente positiva



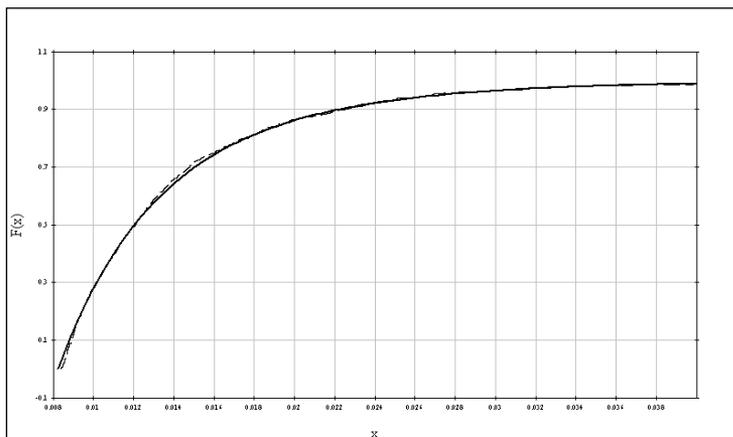
El ajuste por el método de máxima verosimilitud (ML) origina las siguientes estimaciones de los parámetros: índice de cola $\xi = 0.1222$, locación $\mu = -0.0349$ y dispersión $\sigma = 0.0431$. La razonable adecuación del modelo GDP puede evaluarse por medio de varias herramientas

¹⁰ Un procedimiento análogo se utilizó tanto para las colas positivas como negativas de cada índice.

gráficas. Así es que en el Gráfico 2.2 puede verse la función de distribución muestral (línea punteada) con la GPD superpuesta (línea continua): es posible apreciar que sobre el umbral $u = 1.76\%$ ambas líneas se encuentran casi superpuestas. En realidad, existen algunos valores anormales (outliers) más allá del 10%, que pueden convenientemente ser eliminados de la muestra para evitar distorsiones¹¹.

La evidencia que respalda el modelo GPD es reforzada por los Gráficos 2.3 y 2.4, en los que se muestran los valores empíricos con línea punteada mientras que la línea continua representa el modelo GPD ajustado.

Gráfico 2. Funciones de distribución muestrales



¹¹ Véase McNEIL, A. J., FREY, R., and EMBRECHTS, P., (2005)

Gráfico 3. Densidades Kernel

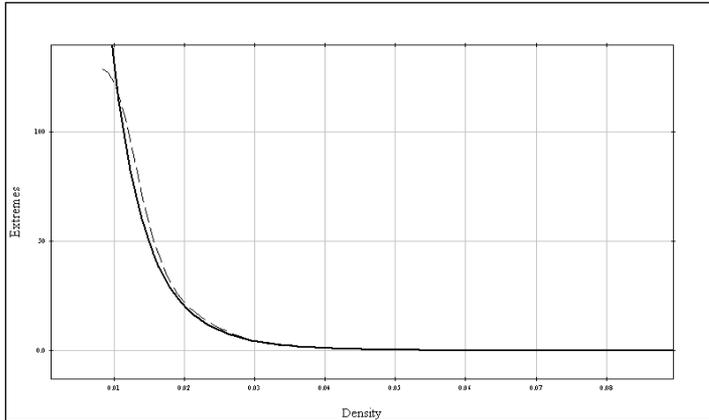
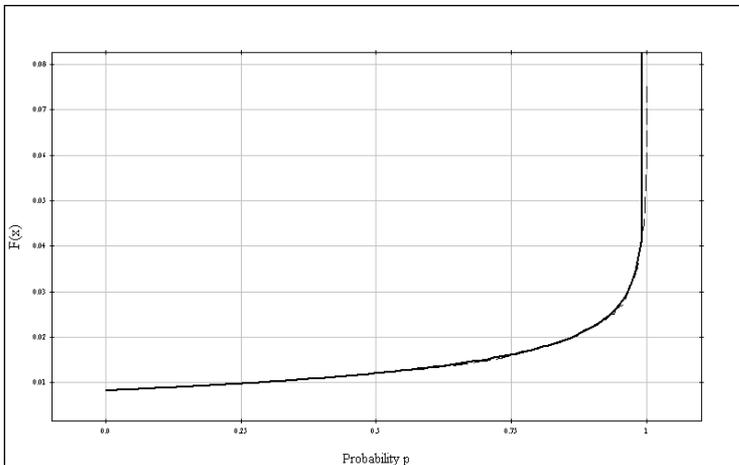
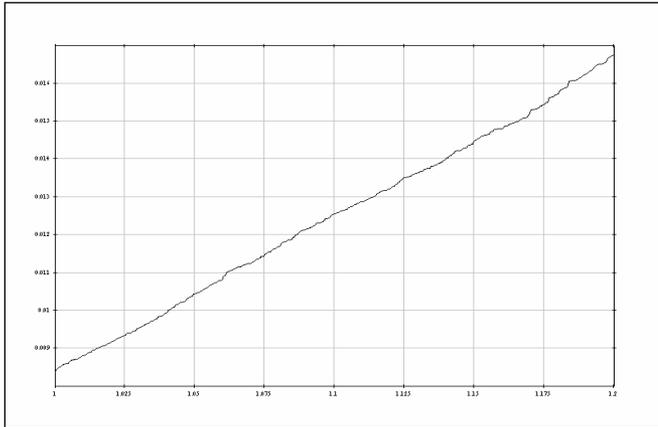


Gráfico 4. Funciones de cuantiles



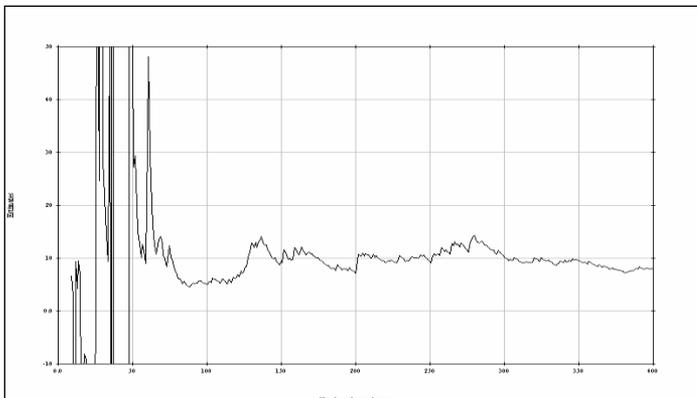
También es útil representar gráficamente los cuantiles empíricos (ordenadas) en función de los cuantiles de la Distribución Generalizada de Pareto (GPD) estimada (abscisas) para controlar que el gráfico resultante es aproximadamente una línea recta. (Gráfico 2.5).

Gráfico 5. Gráfico Cuantil-Cuantil (QQ)



Coles (2001) argumenta que una segunda posibilidad para la selección del umbral en el método POT es el análisis de la estabilidad de los parámetros estimados dentro de un rango del estadístico ordinal u . Sin embargo, idealmente, ambos esquemas deberían ser complementarios: estimadores provenientes del primero necesariamente deben conformar los requerimientos del segundo y viceversa. En este sentido, representar gráficamente las estimaciones de máxima verosimilitud (ML) en función del número de excedentes (Gráfico 2.6) revela que los valores de ξ tienden a estabilizarse aproximadamente desde 200 en adelante, sugiriendo de esta manera $u = 201$.

Gráfico 6. La estabilidad del parámetro ξ



1.1.3.3 EVT Condicionado o dinámico

También puede emplearse un refinamiento del EVT incondicionado o estático (aplicación expuesta en 2.2.3.1.). Como afirman McNeil y Frey (1999) y Dowd (2005), el modelo EVT está vinculado a alguna estructura dinámica que gobierna el comportamiento del proceso original de retornos. En consecuencia, luego de considerar el modelo principal, el EVT es aplicado a los shocks aleatorios o innovaciones que originan el proceso de retornos original. Este ejemplo particular requiere idéntico análisis para la selección del umbral (Sección 2.2.3.2.), pero considerando que las series de datos evaluadas están constituidas por los residuos estandarizados, luego de ajustar el esquema que controla la dinámica básica. Como resultado, la distinción entre los retornos y los factores aleatorios que operan sobre ellos, significa que el modelo EVT es ahora condicionado o dinámico (Dowd 2005).

2. METODOLOGÍA

En esta Sección se tratan aspectos más específicos referidos a los supuestos, provisiones y características del proceso de estimación con el objetivo de realizar la comparación entre diferentes métodos para calcular el VaR a partir de las pérdidas históricas. Adicionalmente, se indaga el efecto que dichos esquemas pueden producir en la constitución del capital regulatorio, entendiéndolo éste en el sentido que le asigna el Comité de Basilea para la Supervisión de Bancos.

Se ha seleccionado una muestra de diez índices de mercados de capitales: seis pertenecen a mercados maduros o desarrollados (Suiza, Reino Unido, Alemania, Francia, Singapur y España) y el resto a mercados emergentes (Indonesia, Israel, México y Turquía). Como en Hansen y Lunde (2005) y Mapa (s/d), las series temporales de los retornos fueron separadas en dos períodos: el primero para la estimación de los parámetros de los modelos y el segundo para la evaluación de los pronósticos realizados en base a ellos:

$$t = -T ; -T + 1; \dots; 0$$

Período de estimación

$$t = 1; 2; \dots; n$$

Período de predicción

Tabla 1

| Indice bursátil Bolsa (País) | Período de estimación | Cantidad de observaciones | Período de pronóstico | Cantidad de observaciones |
|-------------------------------------|------------------------------|----------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| SMI (Suiza) | 09/11/1990 31/12/2006 | 4060 | 01/01/2007 31/12/2008 | 501 |
| DAX (Alemania) | 27/11/1990 31/12/2006 | 4059 | 01/01/2007 31/12/2008 | 507 |
| FTSE100 (Reino Unido) | 02/04/1984 31/12/2006 | 5746 | 01/01/2007 31/12/2008 | 506 |
| CAC40 (Francia) | 10/07/1987 31/12/2006 | 5082 | 01/01/2007 31/12/2008 | 523 |
| IGBM (España) | 04/02/1984 31/12/2006 | 5934 | 01/01/2007 31/12/2008 | 506 |
| STRAIT (Singapur) | 04/01/1988 31/12/2006 | 4749 | 01/01/2007 31/12/2008 | 493 |
| JKSE (Indonesia) | 02/07/1997 31/12/2006 | 2299 | 01/01/2007 31/12/2008 | 492 |
| TAS100 (Israel) | 01/07/1997 31/12/2006 | 1910 | 01/01/2007 31/12/2008 | 471 |
| IPCC (Mexico) | 08/11/1991 31/12/2006 | 3777 | 01/01/2007 31/12/2008 | 502 |
| ISE (Turquía) | 05/01/1988 31/12/2009 | 4954 | 01/01/2007 31/12/2008 | 524 |

Un rápido examen de los períodos seleccionados para el proceso de estimación revela que al menos un evento mundial importante está incluido en cada índice, sin considerar el efecto particular sobre el mismo. Algunos son:

- Derrumbe del Mercado de Capitales o "Lunes Negro" (Octubre 1987)
- "Efecto Tequila" (Diciembre 1994)
- Derrumbe del Mercado de capitales de Asia (Comienzos de Enero 1997)
- Ataques terroristas en Nueva York (Septiembre 2001), Madrid (Marzo 2004) y Londres (Julio 2005).

Por otro lado, el período de pronóstico contiene la crisis financiera mundial que comenzó en Septiembre-Octubre 2008. Este evento constituye una interesante instancia para un test de estrés¹² al evaluar el desempeño del modelo en tiempo real.

Los siguientes factores deben tenerse en cuenta atento a su importancia en la metodología empleada:

- VaR: Se aplica para su estimación un horizonte temporal de un día, en concordancia con la frecuencia de negociación de los instrumentos analizados. Como afirman Rachev, Menn y Fabozzi (2005), las diferencias en las estimaciones del VaR son significativas para los cuantiles superiores; por lo que el nivel de confianza se ha fijado en el 99%, en sintonía con lo establecido por el Comité de Basilea.

Cualquier representación realista del riesgo debería tener en cuenta la asimetría relacionada con resultados negativos (Rachev, Menn y Fabozzi (2005)). Es por ello que las estimaciones son realizadas por separado para las colas superior e inferior de la distribución, representando así el VaR para posiciones cortas y largas.

- Especificaciones del VaR:

Modelos no-paramétricos – Simulación Histórica: los cuantiles empíricos superiores e inferiores son evaluados al 99% con una ventana variable de 1.000 días de negociación.

Modelos paramétricos – Modelos de volatilidad condicionada: los parámetros del GARCH son obtenidos, como es usual, vía ML (Máxima Verosimilitud), usando la distribución de los retornos estandarizados r_t/σ_t y aplicando el supuesto típico de normalidad condicionada. Adicionalmente, el estudio también hace uso de la flexibilidad de la técnica empleando la distribución de la t de Student(d) para “engrosar” las colas donde los grados de libertad son $d > 2$ permitiendo controlar la forma de las mismas. Los cálculos del VaR son realizados empleando el factor $\sqrt{(d-2)/d}$ para expresar una distribución estandarizada t de Student.

¹² Para detalles sobre los tests de estrés puede consultarse: Basel Committee on Banking Supervision (1996, 2004), Jorion (1995), Penza and Bansal (2001), Christoffersen (2003), Dowd (1998, 2005), RiskMetrics Technical Document (1996) y Osterreichische Nationalbank (1999), entre otros.

Las especificaciones precedentes son simétricas: los valores del VaR obtenidos coinciden para ambas colas (aunque con signos opuestos).

-Modelos Semi-paramétricos:

a) Teoría de Valores Extremos incondicionados vía POT: Reiss y Thomas (2007) describen numerosos métodos para obtener los parámetros (del GDP, pero considerando las ventajas sobre sus contrapartes y la confiabilidad de sus resultados, se utilizan las estimaciones por el método de Máxima Verosimilitud (ML)¹³. Para una muestra $\{x_t\}_{t=1}^n$ la función de probabilidad logarítmica $L(\xi; \sigma; \mu/x)$ para GPD está provista por el logaritmo de la densidad conjunta de todas las observaciones.

Se asume que las series analizadas $\{x_t\}_{t=1}^n$ son iid. Más allá del hecho que este supuesto no parezca ser típico para las series de tiempo financieras (Ver Sección 4.1), como señalan Bao, Lee y Saltoglu (2003), las representaciones EVT también pueden ser utilizadas para series débilmente dependientes¹⁴. Jondeau y Rockinger (2003) citando a Smith (1985), agregan que supuesto el índice de cola $\xi > -1/2$, los parámetros ML tienen una distribución normal condicionada. La Teoría asintótica sostiene que, si las submuestras son iid, el proceso subyacente de los retornos no necesita ser iid, implicando entonces que la estimación ML de la distribución GEV originará estimadores consistentes aunque los retornos originales no sean iid.

b) Teoría de Valores Extremos condicionados vía QML y POT: Dowd (2005), McNeil y Frey (1999) y McNeil, Frey y Embrechts (2005) describen el proceso de aplicación de EVT para obtener modelos EV condicionados. Puede ser descrito concisamente en tres pasos. En primer lugar, se estima algún proceso dinámico (por ejemplo, GARCH (1;1)) por el método Cuasi-Máxima Verosimilitud (QML)¹⁵, es decir evitando cualquier supuesto

¹³ Se ha realizado una comparación entre los diversos métodos. Los resultados obtenidos mediante los estimadores de Hill, M(GP1), Moment(GP), L-Moment(GP) y Drees-Pickands(GP), están disponibles para enviar a los interesados.

¹⁴ Algunas soluciones alternativas para tener en cuenta la dependencia en los datos pueden ser el cálculo del índice extremo θ o el filtrado de los datos originales mediante algún modelo de volatilidad condicional para aplicar EVT a la serie de residuos estandarizados e independientes. Véase por ejemplo a Danielsson (1997) y Brooks (2001).

¹⁵ Pueden encontrarse detalles del método QML en McNeil, Frey and Embrechts (2005).

sobre la distribución de las innovaciones aleatorias. Este procedimiento es usualmente denominado "pre-withering" (de los datos). Luego se calculan los residuos estandarizados con lo que en esta etapa deben aparecer características de iid. El GARCH dinámico se emplea para predecir los futuros niveles de volatilidad. En segundo lugar, se aplica EVT a los residuos estandarizados (vía POT para este caso específico). Finalmente, se efectúa el cálculo de los valores del VaR considerando tanto la estructura dinámica del GARCH como el proceso de los residuos modelizado mediante EVT, como se menciona en 2.1, ecuación [2].

- Validación de las estimaciones del VaR:

Backtesting de la distribución de probabilidad modelada:

La idea subyacente consiste en verificar la consistencia entre el VaR estimado mediante una determinada distribución de probabilidad y las pérdidas reales. Por lo tanto, es necesario comparar la pérdida en un día determinado con el VaR estimado para ese mismo día, definiendo una excepción o violación como cada día en que la pérdida realmente ocurrida excede el VaR diario estimado. Este modelo fue generado por el Comité de Basilea en su Acuerdo de Capital de 1996 y mantenido hasta la fecha. Sintéticamente, establece tres zonas ligadas a la cantidad de excepciones registradas en el período de evaluación, supuesto que el período muestral es estadísticamente representativo. Un valor del VaR pertenece a la Zona Verde y por lo tanto es aprobado si el número de violaciones del 1% VaR no excede el cuantil Bernoulli 95% (con $p = 0.01$); corresponde a la Zona Amarilla y es sujeto a un estrecho control con un número de violaciones hasta el cuantil 99.99% de dicha distribución; y se caracteriza como poco confiable y sujeto a reestimación cuando ocurren más violaciones (Zona Roja). Expresando los conceptos previos en términos del tamaño de la muestra, un modelo aprueba estándares regulatorios cuando ocurre un máximo de 8 violaciones (1.67%) y permanece en duda cuando ocurren entre 9 y 14 excepciones (2.93%).

Test de cobertura incondicionada:

De acuerdo a Christoffersen (2003), su propósito reside en determinar si la diferencia entre la fracción de violaciones producidas por un esquema de riesgo y la fracción esperada p es estadísticamente significativa. Esta prueba se lleva a cabo a partir de la razón de verosimilitud, que

asintóticamente sigue una χ_1^2 cuando el número de observaciones $T \rightarrow \infty$:

$$LR_{uc} = -2 \ln \left\{ \left(\frac{p}{1-p} \right)^{T_0} \left(\frac{1-p}{p} \right)^{T_1} \left[\left(\frac{T_1}{T} \right)^{T_0} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{T_1} \right] \right\} \approx \chi_1^2$$

donde T_1 representa la cantidad de excepciones en la muestra (y T_0 lo contrario).

No debe ser olvidada la existencia de otras numerosas pruebas. Sin embargo, este estudio se focaliza en el desempeño real de la estimación regulatoria, enfatizando la propiedad de cobertura incondicionada y dejando de lado connotaciones de eficiencia.¹⁶

3. CONTRASTACIÓN EMPÍRICA

3.1. Datos

Se utilizarán retornos definidos como

$$r_{t+1} = \ln \left(\frac{P_{t+1}}{P_t} \right) = \ln P_{t+1} - \ln P_t$$

donde P_{t+1} es el precio ajustado por flujos de fondos producidos en el período del título en el momento $t+1$ y el horizonte de tiempo Δt es un día.

Las Tablas N° 1 y N° 2 presentan varias estadísticas básicas concernientes a las series de retornos diarios. Pueden apreciarse hechos que son típicos de las series temporales financieras y que tienden a repetirse en distintos activos y mercados. En la Tabla N° 1 puede apreciarse que para cada mercado, tanto desarrollado como emergente, los p-valores determinados muestran que el promedio diario de retornos no es significativamente distinto a cero, de allí que las representaciones GARCH serán supuestas sin tendencia cuando sea considerada la ecuación de retornos (Ver Sección 2.2.2.). La asimetría constituye un indicador para calibrar el comportamiento de los retornos en las colas. Para todos los índices, excepto el JKSE, toma valores negativos, indicando que las colas

¹⁶ Véase Christoffersen (2003) para una referencia a los tests de independencia y de cobertura condicionada.

izquierdas son más prolongadas que las colas derechas. Consecuentemente los valores extremos aparentan estar mayormente concentrados en el lado negativo de la distribución, confirmando en principio la asimetría provocada por los cracks bursátiles. (Jondeau y Rockinger (1999)). El grado conjunto de altura de la curva de densidad y del ancho de la cola es medido por la kurtosis: para todos los índices considerados su valor excede ampliamente a 3 (FTSE100 (a) 11 y STRAIT (a) 12), evidenciando claramente la no normalidad. En la Tabla 2 los correspondientes tests de Jarque-Bera reafirman el rechazo intuitivo de la hipótesis nula de normalidad (p -valores = 0). Además, estandarizando las series de retornos para comparar los percentiles empíricos con los teóricos en el supuesto de normalidad, se determina que para cada serie existe una desviación sustancial de la distribución de Gauss. Dichos hallazgos refuerzan la evidencia de distribuciones leptokúrticas, con colas más “gordas” y centros más estrechos que la distribución de Gauss.

Al estudiar las características de la autocorrelación, los valores del test de Box-Ljung portmanteau $Q(k)$ para $k = 20$ lags (retardos) (téngase presente que $Q(k) \sim \chi^2_k$) indican que para el 95% y el 99% no es posible rechazar la hipótesis nula de independencia serial de los retornos lineales. La evidencia probable de una autocorrelación leve (por lo menos) debería tomarse como una advertencia acerca de la utilización del modelo EVT adoptando el supuesto de iid, aunque (por supuesto) aplican las consideraciones mencionadas en la Sección 3. Resultados análogos se obtienen con retornos al cuadrado, aunque los valores grandes de $Q(k)$ para estos tests sugirieren la presencia de un mayor grado de heterocedasticidad, respaldando en principio la utilización de los modelos de volatilidad condicionada.

Tabla 2.1 Estadísticas básicas – Mercados desarrollados

| Parámetro/Índice | SMI | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT |
|------------------|---------|---------|----------|---------|---------|----------|
| Observaciones | 4060 | 4059 | 5746 | 5081 | 5934 | 4749 |
| Media | 0.00045 | 0.00037 | 0.00030 | 0.00026 | 0.00054 | 0.00027 |
| Mediana | 0.00085 | 0.00079 | 0.00062 | 0.00000 | 0.00018 | 0.00026 |
| Máximo | 0.07462 | 0.07553 | 0.07597 | 0.08225 | 0.06940 | 0.12874 |
| Mínimo | 0.08383 | 0.09871 | -0.13029 | 0.10138 | 0.09734 | -0.10545 |
| Desvío std. | 0.01124 | 0.01400 | 0.01019 | 0.01305 | 0.01135 | 0.01239 |
| Asimetría | 0.21486 | 0.20871 | -0.54654 | 0.28645 | 0.34134 | -0.04900 |

| | | | | | | |
|----------|---------|---------|----------|---------|---------|----------|
| Curtosis | 7.88219 | 6.76466 | 11.13992 | 7.78870 | 8.12294 | 12.96032 |
|----------|---------|---------|----------|---------|---------|----------|

Tabla 2.2 Estadísticas básicas – Mercados emergentes

| Parámetro/Índice | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|------------------|---------|---------|---------|---------|
| Observaciones | 2299 | 1910 | 3777 | 4954 |
| Media | 0.00039 | 0.00061 | 0.00077 | 0.00174 |
| Mediana | 0.00059 | 0.00031 | 0.00074 | 0.00014 |
| Máximo | 0.13128 | 0.07692 | 0.12154 | 0.17774 |
| Mínimo | 0.12732 | 0.10382 | 0.14314 | 0.19979 |
| Desvío std. | 0.01837 | 0.01453 | 0.01636 | 0.02904 |
| Asimetría | 0.01495 | 0.35585 | 0.01223 | 0.05093 |
| Curtosis | 9.76440 | 6.91726 | 8.45403 | 6.52779 |

Tabla 3.1 Comparación con la Distribución Normal – Mercados desarrollados

| Parámetro | SMI | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT |
|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Jarque-Bera | 4051.08 (0.00) | 2418.61 (0.00) | 16117.6 (0.00) | 4916.40 (0.00) | 6596.20 (0.00) | 20548.4 (0.00) |
| Q(20) | 58.6 (0.00) | 45.5 (0.00) | 69.1 (0.00) | 33.3 (0.03) | 137.1 (0.00) | 108.17 (0.00) |
| Q ² (20) | 3000.1 (0.00) | 3830.1 (0.00) | 3345.9 (0.00) | 3548.0 (0.00) | 2706.9 (0.00) | 1539.6 (0.00) |
| q(0.01) | -6.558 | -6.143 | -9.073 | -7.386 | -8.039 | -7.998 |
| q(1.00) | -2.955 | -2.910 | -2.811 | -2.831 | -2.839 | -2.700 |
| q(5.00) | -1.558 | -1.639 | -1.549 | -1.598 | -1.581 | -1.477 |
| q(10.00) | -1.100 | -1.123 | -1.134 | -1.108 | -1.109 | -1.006 |
| q(90.00) | +1.075 | +1.071 | +1.073 | +1.091 | +1.103 | +1.032 |
| q(95.00) | +1.489 | +1.512 | +1.438 | +1.500 | +1.562 | +1.417 |
| q(99.00) | +2.462 | +2.623 | +2.529 | +2.626 | +2.641 | +2.716 |
| q(99.99) | +6.246 | +5.290 | +6.472 | +5.806 | +5.766 | +8.826 |

Nota: p-valores entre paréntesis

Tabla 3.2 Comparación con la Distribución Normal – Mercados emergentes

| Parámetro | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|---------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Jarque-Bera | 4360.83 (0.00) | 1253.11 (0.00) | 4666.33 (0.00) | 2566.52 (0.00) |
| Q(20) | 104.7 (0.00) | 30.7 (0.06) | 82.8 (0.00) | 90.6 (0.00) |
| Q ² (20) | 667.37 (0.00) | 198.3 (0.00) | 934.2 (0.00) | 1370.7 (0.00) |
| q(0.01) | -6.728 | -6.854 | -7.815 | -6.289 |
| q(1.00) | -2.726 | -2.649 | -2.559 | -2.827 |
| q(5.00) | -1.498 | -1.545 | -1.520 | -1.574 |
| q(10.00) | -1.027 | -1.140 | -1.096 | -1.079 |
| q(90.00) | +1.014 | +1.155 | +1.090 | +1.145 |
| q(95.00) | +1.498 | +1.525 | +1.520 | +1.605 |
| q(99.00) | +2.877 | +2.384 | +2.794 | +2.787 |
| q(99.99) | +6.921 | +5.150 | +7.076 | +5.944 |

Nota: p-valores entre paréntesis

3.2 Parámetros del modelo

La Tabla N° 3 -Paneles A y B- muestran los resultados del proceso de estimación, siendo significativos los estadísticos para el nivel de confianza habitual de acuerdo a lo indicado por sus p-valores. Las parametrizaciones del GARCH para todas las series, realizan un trabajo fundamental removiendo la alta dependencia temporal en la varianza. Existe una importante reducción en el estadístico Q^2_{20} para los residuos cuadráticos estandarizados comparados con los retornos cuadráticos puros o brutos, hecho verificado tanto para los mercados maduros como para los emergentes. Por ejemplo, el valor Q^2_{20} para DAX (serie con el mayor nivel de autocorrelación cuadrática) cae de 3830,1 a 2,23 para la especificación normal y a 2.17 para la de la t de Student(d); los mismos valores para STRAIT son 1539.6 contra 3.20 (Normal) y 0.02 (Student-t(d)). El comportamiento del resto de los índices es similar. A efectos de poder aseverar la adecuación de las representaciones GARCH, las series de residuos estandarizados deben conformar un proceso SWN¹⁷. Esto es habitualmente corroborado aplicando el test Ljung-Box portmanteau a los

¹⁷ Strict White Noise. El ruido blanco es un caso particular de proceso estocástico en el cual las variables aleatorias que lo forman no están correlacionadas y su valor esperado es cero.

valores absolutos o cuadrados de las series: los p-valores para todos los índices sugieren la presencia de un proceso SWN.

Los coeficientes GARCH muestran una característica común observada en series de retornos de alta frecuencia: un alto grado de persistencia. Para todas las series en ambos grupos los valores de $\alpha_1 + \beta_1$ son claramente mayores que 0.90, alcanzando 0.99 para DAX, FTSE100 e IGBM (Student - $t(d)$), casi en el punto del modelo IGARCH ($\alpha_1 + \beta_1 = 1$) adecuado para series temporales no estacionarias. La consecuencia es que las varianzas condicionales son procesos con memoria de muy largo plazo dado que los efectos de los shocks sobre la volatilidad declinan suavemente con el tiempo. También surge claramente de los coeficientes del modelo GARCH que la volatilidad está principalmente explicada por los últimos períodos de los pronósticos de la varianza representados por el coeficiente α_1 que mide la extensión de la persistencia del shock: cuanto más cerca de 1 esté, las observaciones pasadas adquieren mayor peso relativo en detrimento de las más recientes, produciendo entonces series muy suaves. La Tabla N° 4 –Paneles A y B- muestra también una reducción sustancial de la kurtosis en los residuos estandarizados, no obstante lo cual puede ser verificada la presencia de kurtosis no capturada. Sin embargo, en los casos SMI, DAX, IGBM y STRAIT los modelos parecen haber fallado en reducir el exceso de kurtosis: podría hallarse una posible solución intentando ajustar un modelo GARCH con más retardos o bien alguna extensión a la clase del GARCH (McNeil, Frey and Embrechts (2005)).

Como fuera mencionado precedentemente, dada la evidencia razonable que los residuos estandarizados se comportan como SWN, la hipótesis SWN no es rechazada y la dinámica del proceso es capturada satisfactoriamente (McNeil, Frey y Embrechts (2005)). Por lo tanto, la adecuada elección de la distribución empleada para el ajuste por ML puede también ser evaluada por medio de los gráficos cuantil-cuantil (QQ plots). En este sentido, el Gráfico N° 4.1 revela que los modelos con las innovaciones distribuidas según la $t(d)$ de Student claramente ajustan mejor a los datos siendo entonces preferidos a los modelos con términos aleatorios distribuidos normalmente, hecho que debería reflejarse en el momento de realizar el *Backtesting*. Sin embargo, pueden advertirse desviaciones de la distribución $t(d)$ de Student para todas las series consideradas, particularmente en la cola inferior.

Tabla 4. Parámetros del Modelo**Tabla 4.1** Panel A: GARCH-Normal

| Parámetro/Índice | c | α | β | $\alpha + \beta$ |
|-------------------------|-------------|----------------------------|---------------------------|------------------------------------|
| SMI | 0.00 (0.00) | 0.12 (0.00) | 0.83 (0.00) | 0.95 |
| DAX | 0.00 (0.00) | 0.08 (0.00) | 0.90 (0.00) | 0.98 |
| FTSE100 | 0.00 (0.00) | 0.09 (0.00) | 0.89 (0.00) | 0.98 |
| CAC40 | 0.00 (0.00) | 0.09 (0.00) | 0.89 (0.00) | 0.98 |
| IGBM | 0.00 (0.00) | 0.09 (0.00) | 0.88 (0.00) | 0.97 |
| JKSE | 0.00 (0.00) | 0.13 (0.00) | 0.85 (0.00) | 0.98 |
| TAS | 0.00 (0.00) | 0.10 (0.00) | 0.83 (0.00) | 0.93 |
| IPCC | 0.00 (0.00) | 0.11 (0.00) | 0.87 (0.00) | 0.98 |
| ISE | 0.00 (0.00) | 0.13 (0.00) | 0.84 (0.00) | 0.97 |
| STRAIT | 0.00 (0.00) | 0.15 (0.00) | 0.81 (0.00) | 0.96 |

Nota: p-valores entre paréntesis

Tabla 4.2 Panel B: GARCH t(d)

| Parámetro/Índice | c | α | β | $\alpha + \beta$ | dof (d) |
|-------------------------|-------------|----------------------------|---------------------------|------------------------------------|----------------|
| SMI | 0.00 (0.00) | 0.10 (0.00) | 0.88 (0.00) | 0.98 | 9.01(0.00) |
| DAX | 0.00 (0.00) | 0.08 (0.00) | 0.91 (0.00) | 0.99 | 9.05(0.00) |
| FTSE100 | 0.00 (0.00) | 0.08 (0.00) | 0.91 (0.00) | 0.99 | 14.99(0.00) |
| CAC40 | 0.00 (0.00) | 0.07 (0.00) | 0.91 (0.00) | 0.98 | 8.84 (0.00) |
| IGBM | 0.00 (0.00) | 0.11 (0.00) | 0.88 (0.00) | 0.99 | 6.24 (0.00) |
| JKSE | 0.00 (0.00) | 0.13 (0.00) | 0.84 (0.00) | 0.97 | 4.51 (0.00) |
| TAS | 0.00 (0.00) | 0.08 (0.00) | 0.88 (0.00) | 0.96 | 5.67 (0.00) |
| IPCC | 0.00 (0.00) | 0.10 (0.00) | 0.88 (0.00) | 0.98 | 6.94 (0.00) |
| ISE | 0.00 (0.00) | 0.18 (0.00) | 0.80 (0.00) | 0.98 | 5.59 (0.00) |
| STRAIT | 0.00 (0.00) | 0.14 (0.00) | 0.83 (0.00) | 0.97 | 5.58 (0.00) |

Nota: p-valores entre paréntesis

Tabla 5. Residuos estandarizados – Estadísticas básicas**5.1** Panel A: GARCH-Normal – Mercados desarrollados

| Parámetro/Índice | SMI | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT |
|-------------------------|-------------------|-------------------|-----------------|------------------|-------------------|-------------------|
| Media | 0.06647 | 0.05792 | 0.05010 | 0.02541 | -0.02275 | -0.02297 |
| Mediana | 0.11276 | 0.08678 | 0.09134 | 0.03689 | -0.05247 | -0.01958 |
| Desvío standard | 1.01700 | 1.00141 | 1.01157 | 0.99973 | 0.99975 | 1.00011 |
| Máximo | 6.14365 | 4.71254 | 6.05533 | 4.45662 | 5.68601 | 7.05121 |
| Mínimo | 12.49220 | 12.89926 | -6.74117 | 9.59223 | 12.46625 | -14.1326 |
| Asimetría | -1.03194 | -1.11132 | -0.29912 | 0.42514 | -0.74225 | -0.70066 |
| Curtosis | 13.94177 | 15.98199 | 4.92428 | 5.71614 | 11.80872 | 14.24543 |
| Jarque-Bera | 11969.4 (0.00) | 16747.3 (0.00) | 392.0 (0.00) | 1715.2 (0.00) | 19729.9 (0.00) | 25417.1 (0.00) |
| Q ² (20) | 3.25 (1.00) | 2.23 (1.00) | 65.30 (0.00) | 13.60 (0.85) | 3.60 (1.00) | 3.20 (1.00) |

Nota: *p*-valores entre paréntesis

5.2 Panel A: GARCH-Normal – Mercados emergentes

| Parámetro/Índice | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|-------------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| Media | 0.02863 | 0.04123 | 0.02800 | 0.00178 |
| Mediana | 0.03936 | 0.02361 | 0.00572 | -0.03684 |
| Desvío standard | 0.99958 | 0.99937 | 1.03673 | 1.00021 |
| Máximo | 5.27746 | 5.49027 | 4.54495 | 5.30486 |
| Mínimo | -6.31898 | -5.42487 | -7.08672 | -6.90307 |
| Asimetría | -0.32284 | -0.30480 | -0.17958 | -0.22602 |
| Curtosis | 6.28364 | 5.54905 | 4.86883 | 5.51778 |
| Jarque-Bera | 1072.8 (0.00) | 546.7 (0.00) | 349.6 (0.00) | 1351.0 (0.00) |
| Q ² (20) | 19.00 (0.52) | 16.60 (0.68) | 41.30 (0.00) | 37.80 (0.01) |

Nota: *p*-valores entre paréntesis

5.3 Panel B: GARCH-t(d) – Mercados desarrollados

| Parámetro/ Índice | SMI | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT |
|------------------------------|------------|------------|----------------|--------------|-------------|---------------|
| Media | 0.06774 | 0.05807 | 0.04987 | -0.03551 | -0.01777 | 0.02279 |
| Mediana | 0.11729 | 0.08851 | 0.09034 | -0.04385 | -0.04605 | 0.01938 |
| Desvío standard | 1.04006 | 1.03180 | 1.01429 | 1.00527 | 1.02456 | 1.02028 |
| áximo | 6.50999 | 5.30759 | 6.17876 | 4.23568 | 6.06986 | 7.24701 |
| Mínimo | -14.14280 | 14.27955 | -6.79766 | -9.91825 | -15.41816 | 14.77342 |
| Asimetría | -1.31237 | -1.34570 | -0.30375 | -0.45700 | -1.11343 | 0.75439 |
| Curtosis | 18.9723 | 20.05780 | 5.05998 | 5.98558 | 18.57719 | 15.08551 |
| Jarque-Bera | 25294.2 | 28789.8 | 445.3 | 2064.5 | 61221.0 | 29358.2 |
| | (0.00) | (0.00) | (0.00) | (0.00) | (0.00) | 00) |
| Q ² (20) | 3.09 | 2.17 | 80.13 | 14.40 | 4.60 | 0.02 |
| | (1.00) | (1.00) | (1.00) | (0.81) | (1.00) | (1.00) |

Nota: *p-valores entre paréntesis*

5.4 Panel B: GARCH-t(d) – Mercados emergentes

| Parámetro/Índice | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|-------------------------|-------------|------------|-------------|------------|
| Media | 0.02690 | 0.03222 | 0.02872 | -0.00605 |
| Mediana | 0.03941 | 0.01351 | 0.00563 | -0.04221 |
| Desvío standard | 0.98667 | 0.99834 | 1.03814 | 0.99824 |
| Máximo | 5.24636 | 5.44713 | 4.48714 | 5.45111 |
| Mínimo | -6.20582 | -5.62360 | -7.38756 | -7.56200 |
| Asimetría | -0.33884 | -0.36453 | -0.19422 | -0.25372 |
| Curtosis | 6.37294 | 5.53795 | 5.01418 | 5.82244 |
| Jarque-Bera | 1133.8 | 673.1 | 406.2 | 1697.8 |
| | (0.00) | (0.00) | (0.00) | (0.00) |
| Q ² (20) | 21.10 | 22.46 | 43.86 | 36.51 |
| | (0.39) | (0.34) | (0.00) | (0.01) |

Nota: *p-valores entre paréntesis*

Gráfico 7. Gráficos QQ–Cuantiles empíricos vs Distribución de Student-t(d) teórica

Gráfico 7.1

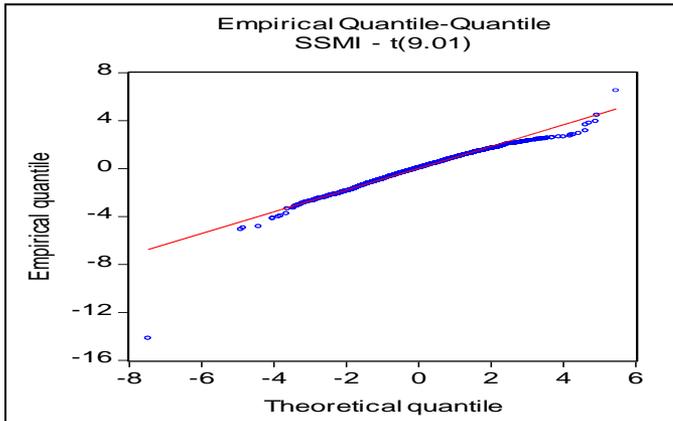


Gráfico 7.2

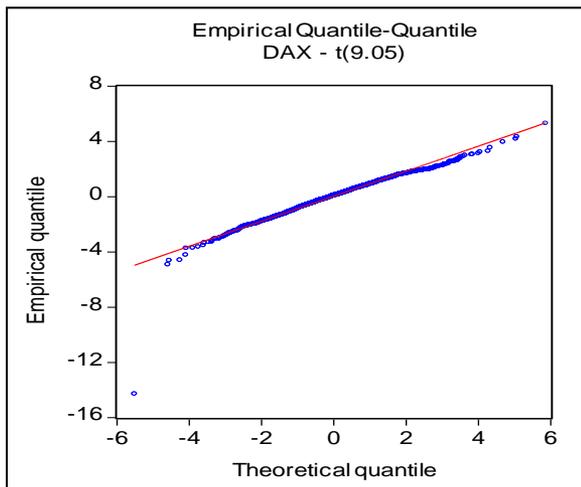


Gráfico 7.3

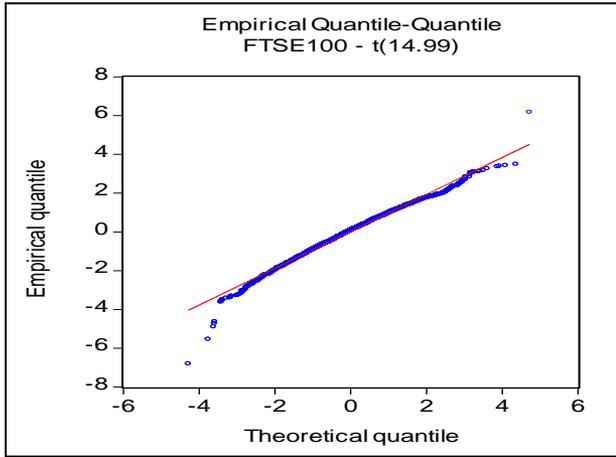


Gráfico 7.4

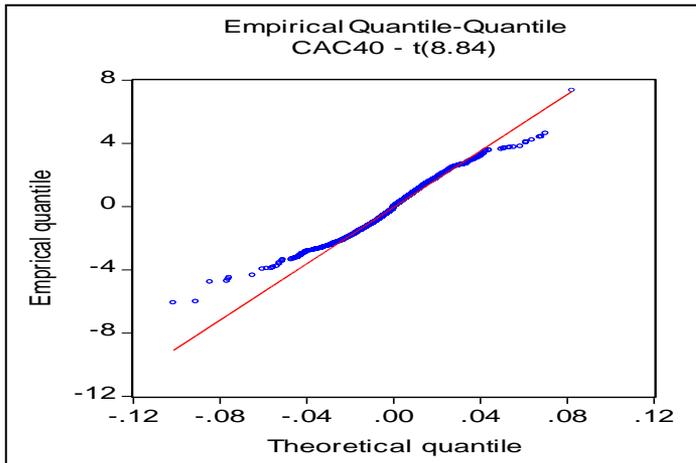


Gráfico 7.5

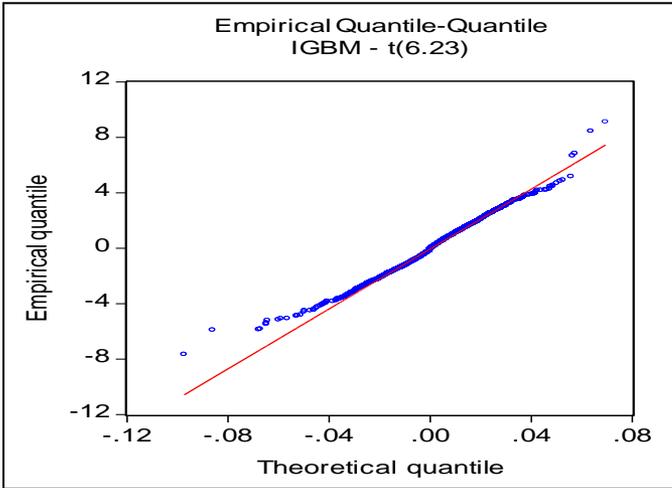


Gráfico 7.6

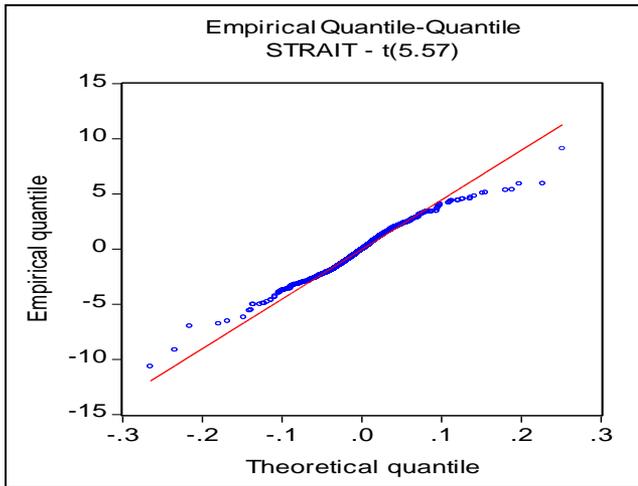


Gráfico 7.7

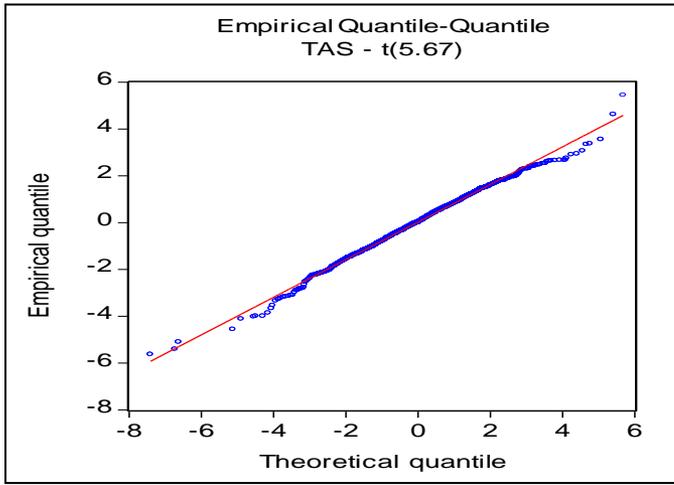


Gráfico 7.8

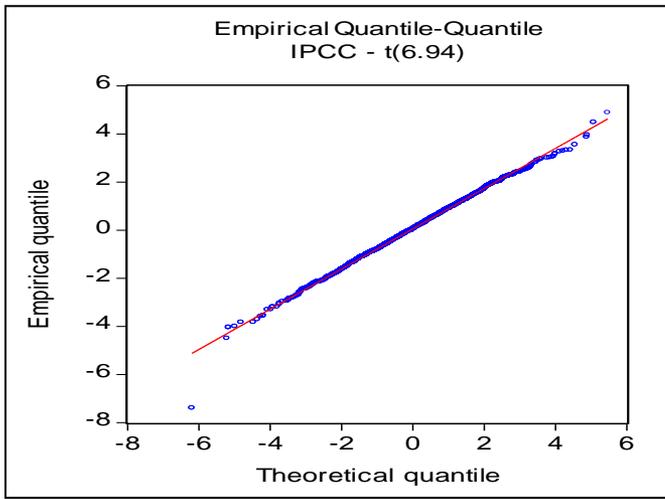


Gráfico 7.9

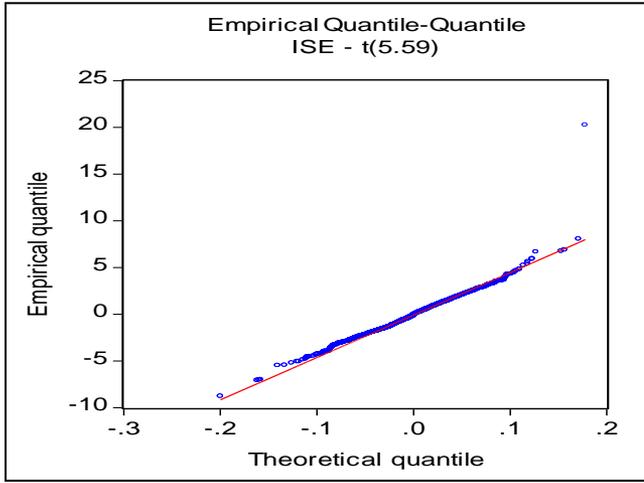
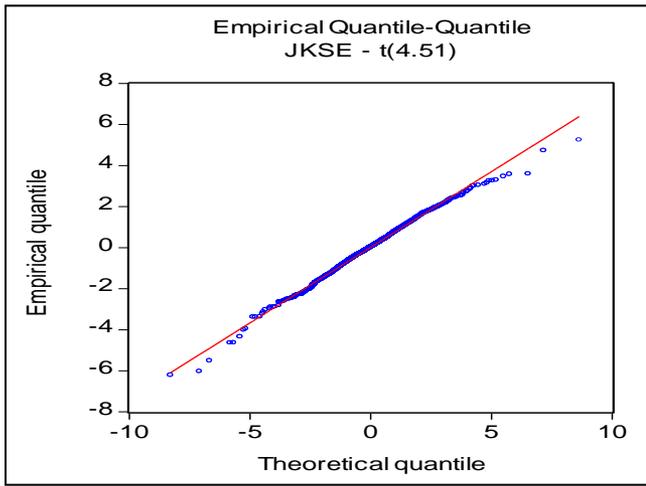


Gráfico 7.10



Los resultados ML para los esquemas EVT-GPD de EVT incondicionado están presentados en la Tabla N° 5 –Paneles A y B-. A pesar de la ausencia de reglas precisas referidas a la cantidad de estadísticos de altos órdenes, se usan menos del 10% de los datos para el análisis de los

extremos, aun considerando ambas colas de la distribución. Desafortunadamente no resulta posible extraer conclusiones generales en base a las estimaciones de locación y de escala; por lo tanto, deben emplearse tanto la inspección visual como los tests formales para determinar diferencias en las colas para los mercados maduros y emergentes. Es dable reconocer que sólo con estos elementos, no se aprecian diferencias claras.

Sin embargo, los valores de μ^+ y σ^+ muestran diferencias con sus contrapartes izquierdas μ^- y σ^- para todos los índices, hecho que, acoplado a las estimaciones del índice de cola ξ , podría indicar la existencia de asimetría entre las colas derecha e izquierda de la distribución. Habiendo señalado la disparidad en términos de locación y escala, debe ser tratado el caso del índice de cola. De los valores obtenidos surge claramente que ambas colas de las distribuciones son anchas para todos los grupos ($\xi > 0$). Registros positivos para ξ^- y ξ^+ significan que las distribuciones son de cola pesada en ambos extremos y en consecuencia pertenecen a la clásica Distribución General de Pareto (GPD), en particular la que corresponde a la familia Fréchet en la Teoría de Valores Extremos (EVT)¹⁸. Además, excepto para el caso del JKSE donde ξ^- y ξ^+ son aproximadamente similares (0.1609 y 0.1586), los valores para los nueve índices restantes sugieren una apreciable diferencia entre las colas izquierda y derecha aunque no es posible hacer afirmaciones más precisas sin realizar tests formales. Para este ejemplo particular, cinco índices muestran $\xi^- < \xi^+$, lo que implica que la cola derecha es menos ancha que la izquierda. Por el contrario, FTSE100, CAC40, IGBM y STRAIT presentan la relación opuesta. Los intervalos de confianza al 95% muestran que, en primera instancia, la mayoría de los valores de ξ aparentan ser positivos, hecho consistente con la idea de distribuciones no acotadas, aunque la existencia de un lado negativo del rango no puede ser ignorada (excepto la cola izquierda del FTSE100, CAC40, IGBM y IPCC y la cola derecha del SMI, IPCC y STRAIT, donde el intervalo está completamente inclinado hacia la derecha). El estudio no es concluyente respecto a este tema dado que existe solamente evidencia débil para excluir valores cero para ξ y consecuentemente rechazar la hipótesis nula $\xi = 0$ (distribución tipo exponencial). Del análisis anterior, no es posible inferir diferencias significativas entre los mercados desarrollados y los emergentes.

¹⁸ Ver la sección 1.1.3.1

Como se expresó en los primeros párrafos, aunque las probabilidades de Gauss y de Student-t tuvieron un razonable buen desempeño modelando la dinámica del proceso, los residuos estandarizados en los gráficos QQ no se comportan como iid normal estándar o Student-t estandarizada, dando lugar al análisis expuesto en 3. Los resultados para EVT aplicados a los datos *pre-whitened* son algo diferentes a aquellos obtenidos con los retornos sin tratar. (Tabla N° 5 – Paneles C y D). Nuevamente, no se registran evidencias concluyentes respecto a la locación izquierda y derecha como así tampoco a parámetros de escala, dificultando consecuentemente las conclusiones sobre diferencias entre grupos de mercados. Las variaciones aparecen en los índices de cola dado que se ha observado en general un aumento de ξ^- . En general, se verifica un aumento de ξ (excepto el descenso en FTSE100 y IPCC), más la disparidad es el común denominador entre los ξ^+ , con intervalos de confianza que reflejan este desplazamiento lateral. McNeil, Frey y Embrechts (2005) ofrecen una explicación plausible sobre la divergencia en los resultados al establecer que el proceso de QML es intrínsecamente más impreciso que el ML porque conlleva dos clases de errores: estimación dinámica (ajuste GARCH) y calibración de GPD de los residuos estandarizados. Agregan que errores en la estimación en QML pueden crecer de tal manera que pueden llegar a ser muy difíciles de rastrear y cuantificar, implicando así en alguna medida valores inexactos de los parámetros.

No obstante las fallas en la etapa de ajuste del modelo, los hechos antes mencionados confirman, en principio, la evidencia de distribuciones asimétricas y leptokúrticas características de las series de retornos financieros, mostrando entonces que la distribución normal es inadecuada para describir el comportamiento del mercado¹⁹. Así es que los modelos basados en EVT tienen la ventaja de tomar en cuenta la asimetría de las distribuciones originando, de esta manera, predicciones más exactas.

¹⁹ Fama (1963) y Mandelbrot (1963) produjeron los primeros estudios acerca de la no normalidad de las series financieras. A pesar que este concepto es corriente en la actualidad, aún algunos analistas continúan usando modelos gaussianos al realizar ajustes como el VaR de Cornish-Fisher o bien otros procedimientos ad-hoc. Al respecto puede consultarse Da Costa Lewis (2002), Christoffersen (2003) o Penza y Bansal (1999).

Tabla 6. Parámetros Distribución Generalizada de Pareto (GPD)
Estimación por Máxima Verosimilitud

Tabla 6.1 Panel A: GPD Incondicional – Valores cola izquierda – Mercados desarrollados

| Parámetro MI / Índice | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT | |
|-----------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| \bar{u} (cantidad) | 156 (3.84%) | 224 (5.20%) | 250 (4.17%) | 152 (2.99%) | 166 (2.80%) | 200 (4.21%) |
| \bar{u} (valor) | -0.02011 | -0.02172 | -0.01632 | -0.02538 | -0.02229 | -0.01939 |
| ξ Int. Confianza | 0.1264 (-0.02;0.27) | 0.0665 (-0.05;0.18) | 0.2001 (0.07;0.33) | 0.1867 (0.03;0.34) | 0.1820 (0.03;0.33) | 0.2218 (-0.11;0.25) |
| μ^- | -0.0446 | -0.1299 | -0.0173 | -0.0444 | -0.0172 | -0.0021 |
| σ^- | 0.0512 | 0.1373 | 0.0255 | 0.0514 | 0.0272 | 0.0284 |

Tabla 6.2 Panel A: GPD Incondicional – Valores cola izquierda – Mercados emergentes

| Parámetro/Índice | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|
| \bar{u} (cantidad) | 139 (6.05%) | 86 (4.50%) | 219 (5.80%) | 62 (1.25%) |
| \bar{u} (valor) | -0.02516 | -0.02331 | -0.02325 | -0.07650 |
| ξ Int. Confianza | 0.1608 (0.00;0.32) | 0.1588 (-0.05;0.36) | 0.1979 (0.06;0.33) | 0.1117 (-0.12;0.34) |
| μ^- | -0.0554 | -0.0383 | -0.0234 | -0.0986 |
| σ^- | 0.0586 | 0.0417 | 0.0345 | 0.1284 |

Tabla 6.3 Panel B: GPD Incondicional – Valores cola derecha – Mercados desarrollados

| Parámetro / Índice | SMI | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT |
|------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|
| \bar{u}^+ (cantidad) | 203 (5.00%) | 93 (2.29%) | 201 (3.50%) | 205 (4.88%) | 131 (3.12%) | 195 (4.64%) |
| \bar{u}^+ (valor) | 0.0172 | 0.0291 | 0.0176 | 0.02130 | 0.02489 | 0.0197 |
| ξ^+ Int. Confianza | 0.2642 (0.08;0.45) | 0.1191 (-0.08;0.32) | 0.1222 (-0.01;0.25) | 0.1289 (0.00;0.26) | 0.0988 (-0.06;0.26) | 0.1918 (0.11;0.56) |
| μ^+ | -0.0516 | -0.0520 | -0.0349 | -0.0450 | -0.050 | -0.0281 |
| σ^+ | 0.0147 | 0.0611 | 0.0431 | 0.0541 | 0.061 | 0.0350 |

Tabla 6.4 Panel B: GPD Incondicional – Valores cola derecha – Mercados emergentes

| Parámetro/ Índice | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|------------------------------|----------------|---------------|---------------|---------------|
| \bar{u}^+ (cantidad) | 100 (4.35%) | 56 (2.60%) | 46 (1.22%) | 86 (2.05%) |
| \bar{u}^+ (valor) | 0.0298 | 0.0285 | 0.0455 | 0.0734 |
| ξ^+ | 0.1586 | 0.2732 | 0.2694 | 0.1540 |
| Int. Confianza | (0.00;0.32) | (-0.05;0.36) | (0.06;0.33) | (-0.05;0.36) |
| μ^+ | -0.0581 | 0.0058 | 0.0106 | -0.0277 |
| σ^+ | 0.0610 | 0.0103 | 0.0152 | 0.0693 |

Tabla 6.5 Panel C: GPD Condicional – Valores cola izquierda – Mercados desarrollados

| Parámetro /Índice | SMI | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT |
|------------------------------|----------------|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| \bar{u} (cantidad) | 124 (3.05%) | 201 (.95%) | 245 (4.26%) | 152 (2.99%) | 171 (2.88%) | 143 (3.01%) |
| \bar{u} (valor) | -1.9781 | -1.6410 | -1.7403 | -1.9841 | -1.9509 | -1.9081 |
| ξ^- | 0.2503 | 0.1758 | 0.1175 | 0.2852 | 0.3100 | 0.3611 |
| Int. Confianza | (0.07;0.43) | (0.04;0.31) | (0.00;0.23) | (0.11;0.46) | (0.14;0.47) | 0.17;0.55) |
| μ^- | 0.2503 | -1.0445 | -2.2707 | 0.5306 | 0.3846 | 0.6394 |
| σ^- | 1.0249 | 2.0258 | 3.4006 | 0.8529 | 0.9067 | 0.6293 |

Tabla 6.6 Panel C: GPD Condicional – Valores cola izquierda – Mercados emergentes

| Parámetro/ Índice | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|------------------------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| \bar{u} (cantidad) | 175 (7.62%) | 150 (7.86%) | 107 (2.83%) | 90 (1.82%) |
| \bar{u} (valor) | -1.3107 | -1.2900 | -2.0211 | -2.2892 |
| ξ^- | 0.1766 | 0.2180 | 0.1702 | 0.1823 |
| Int. Confianza | (0.03;0.32) | (0.05;0.38) | (-0.01;0.36) | (-0.02;0.39) |
| μ^- | -1.9775 | -1.1351 | -0.7949 | -1.1562 |
| σ^- | 2.4176 | 1.6039 | 1.9252 | 2.2226 |

Tabla 6.7 Panel D: GPD Condicional – Valores cola derecha – Mercados desarrollados

| Parámetro /Índice | SMI | DAX | FTSE100 | CAC40 | IGBM | STRAIT |
|-------------------|---------------|----------------|----------------|---------------|---------------|----------------|
| u^+ (cantidad) | 71 (1.75%) | 203 (5.00%) | 258 (4.49%) | 24 (0.47%) | 52 (0.88%) | 129 (2.72%) |
| u^+ (valor) | 2.0441 | 1.6000 | 1.6364 | 2.6337 | 2.4206 | 1.8355 |
| ξ^+ | 0.3773 | 0.1836 | 0.1114 | 0.1840 | 0.3212 | 0.2445 |
| Int. Confianza | (0.11;0.65) | (0.05;0.32) | (0.00;0.22) | (0.21;0.58) | (0.01;0.61) | (0.06;0.42) |
| μ^+ | 1.3544 | -0.2098 | -1.5556 | 1.1025 | 1.3075 | -0.1486 |
| σ^+ | 0.3658 | 1.3058 | 2.4610 | 0.7714 | 0.4430 | 1.2034 |

Tabla 6.8 Panel D: GPD Condicional – Valores cola derecha – Mercados emergentes

| Parámetro/Índice | JKSE | TAS | IPCC | ISE |
|------------------|---------------|---------------|----------------|---------------|
| u^+ (cantidad) | 82 (3.57%) | 69 (3.21%) | 109 (2.89%) | 67 (1.35%) |
| u^+ (valor) | 1.8310 | 1.7700 | 1.9765 | 2.4087 |
| ξ^+ | 0.1416 | 0.0801 | 0.1205 | 0.1034 |
| Int. Confianza | (-0.06;0.35) | (-0.13;0.29) | (-0.06;0.30) | (-0.12;0.33) |
| μ^+ | -1.6124 | -4.6183 | -1.5572 | -1.9546 |
| σ^+ | 1.9977 | 4.8111 | 2.3181 | 3.3007 |

3.3 Pronósticos del VaR

La crisis global que comenzó en septiembre de 2008 y afectó ostensiblemente los mercados financieros constituye un buen test de estrés para evaluar los modelos utilizados. En este sentido, es importante resaltar que en 2008 (segundo año del período de prueba o *backtesting*) la volatilidad (medida por el desvío estándar) se duplica en promedio en comparación con el período de estimación: SMI: 2.21% vs. 1.12%, FTSE100: 2.36% vs. 1.02%, DAX: 2.37% vs. 1.40%, CAC40: 2.51% vs. 1.31%, IGBM: 2.39% vs. 1.13%, STRAIT: 2.20% vs. 1.24%, JKSE: 2.48% vs. 1.84%, TAS: 2.38% vs. 1.45%, IPCC: 2.28% vs. 1.64%, verificándose que el incremento es algo menor para los mercados emergentes por su inherente naturaleza volátil. La única excepción es el índice ISE donde la volatilidad decrece desde 2.90% a 2.67%.²⁰

²⁰ Los valores del período de estimación están influidos por la crisis financiera turca de 2000-2001.

Los resultados mostrados en la tabla N° 6, Columnas 2 y 4, Paneles B a K, revelan que el desempeño varía según los modelos y los supuestos referidos a la distribución. Es evidente que el modelo HS no condicionado tiene un resultado muy pobre, ya que se originan muchas violaciones en ambas colas mientras que el resto provee estimaciones adecuadas para las colas superiores de todas las distribuciones, exceptuando el EVT condicionado para Francia y el GARCH-Normal para IGBM. Al considerar la cola izquierda se verifican serios déficits en el GARCH-Normal ya que el número de violaciones supera el valor esperado (la diferencia es apreciable para GARCH-Normal en FTSE100, IGBM, JKSE, TAS y STRAIT, donde las excepciones aproximadamente triplican la cantidad esperada de 5). GARCH-t aparenta funcionar mejor, alternando resultados notables (STRAIT) con algunos deficientes (FTSE100). Sin embargo, los modelos no hacen distinción entre mercados maduros y emergentes. Los procedimientos basados en el modelo EVT muestran mejoras significativas en ambas versiones: exceptuando las colas derechas en SMI y CAC40 en el EVT condicionado, el modelo (EVT) brinda entre 0 y 5 infracciones (número menor o igual que el esperado), resultando un excelente desempeño al 99% de confianza. Estos métodos son especialmente concebidos para modelar cambios violentos en los mercados: el EVT no condicionado, como toda representación incondicionada, es más adecuado para períodos de pronóstico largos mientras que el EVT condicionado, siendo un método condicional, es capaz de responder a los abruptos cambios en la volatilidad durante el 2008.

Tabla 7. Backtesting de la distribución de probabilidades Modelizada

Tabla 7.1 Panel A: Tabla reescalada para n=471-507 observaciones
Distribución de Bernoulli con p=0.90%

| Excepciones | Zona | Multiplicador k |
|--------------------|-------------|------------------------|
| 0 – 8 | Verde | 0.00 = 0% |
| 9 | Amarilla | 0.13 = 13% |
| 10 | Amarilla | 0.16 = 16% |
| 11 | Amarilla | 0.20 = 20% |
| 12 | Amarilla | 0.23 = 23% |
| 13 | Amarilla | 0.26 = 26% |
| 14 | Amarilla | 0.30 = 30% |
| 15 o mayor | Roja | 0.33 = 33% |

Tabla 7.2 Panel B: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - SMI

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona-Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 22 | Roja – 33% | 23 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 12 | Amarilla – 23% | 7 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 9 | Amarilla – 13% | 3 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 3 | Verde – 0% | 7 | Verde – 0% |

Tabla 7.3 Panel C: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - DAX

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona –Mult. k (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k (5) |
|--------------------------|----------------------------------|---|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 20 | Roja – 33% | 18 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 9 | Amarilla – 13% | 6 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 7 | Verde – 0% | 6 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 3 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 1 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 7.4 Panel D: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – FTSE100

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 26 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 16 | Roja – 33% | 7 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 15 | Roja – 33% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 3 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 7.5 Panel E: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – CAC40

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona Mult. k (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 24 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 8 | Verde – 0% | 7 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 5 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 4 | Verde – 0% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 3 | Verde – 0% | 10 | Amarilla – 16% |

Tabla 7.6 Panel F: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – IGBM

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona-Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 26 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 14 | Amarilla – 30% | 9 | Amarilla – 13% |
| GARCH-Student-t(d) | 7 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 5 | Verde – 0% | 3 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 4 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |

Tabla 7.7 Panel G: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – STRAIT

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. k (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 22 | Roja – 33% | 23 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 13 | Amarilla – 26% | 5 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 9 | Amarilla – 13% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 4 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 5 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 7.8 Panel H: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - TAS

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 22 | Roja – 33% | 23 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 15 | Roja – 33% | 5 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 11 | Amarilla – 20% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 7.9 Panel I: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - IPCC

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona– Mult. k (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|---|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 26 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 8 | Verde – 0% | 5 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 7 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 1 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 7.10 Panel J: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - ISE

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k(5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|-------------------------------------|
| Simulación Histórica | 21 | Roja – 33% | 12 | Amarilla – 23% |
| GARCH-Normal | 5 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 3 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |

Tabla 7.11 Panel K: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - JKSE

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 16 | Roja – 33% | 15 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 17 | Roja – 33% | 6 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 10 | Amarilla – 16% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

3.4 Efectos en la regulación del capital

La evaluación (*backtesting*) de la Distribución de Probabilidad Ajustada muestra la incapacidad de la Simulación Histórica para captar los movimientos ascendentes y descendentes de los índices, ya que sus valores pertenecen claramente a la Zona Roja. Por el otro lado, los modelos GARCH condicionados, con distribuciones de Gauss y t(d) de Student arrojan buenos resultados para todos los extremos positivos, con cantidades de excepciones clasificadas en la Zona Verde, con la única excepción del índice IGBM para GARCH-Normal (Zona Amarilla). En la cola izquierda se observan resultados diversos. GARCH-t tiene resultados ligeramente mejores que el GARCH-Normal, obteniendo uno en la Zona Roja (FTSE100), cinco en la Zona Verde (DAX, CAC40, IGBM, IPCC y ISE) y cuatro en la Zona Amarilla (SMI, JKSE, TAS y STRAIT), mientras que su contraparte provee tres resultados en la Zona Roja (FTSE100, JKSE y TAS), tres en la Zona Verde (CAC40, IPCC y ISE) y cuatro en la Zona Amarilla (SMI, DAX, IGBM y STRAIT). Casi todos los modelos, con excepción del de Simulación Histórica, podrían aprobar los tests regulatorios para posiciones cortas, pero la Simulación Histórica para Turquía, el GARCH-Normal en España y el GARCH-EVT en Francia eventualmente deberían ser inspeccionados. Por el contrario, para las posiciones largas el modelo de la Simulación Histórica siempre sería rechazado, al igual que ambos GARCH para el FTSE100. Las innovaciones basadas en la t(d) de Student tendrían garantizada su aprobación en Alemania, Francia, España, México y Turquía y serían observados en Suiza, Indonesia, Israel y Singapur. Los shocks aleatorios normales podrían ser aprobados en Francia, México y Turquía, estudiados en Suiza, Alemania, España y Singapur y (serían) rechazados en Indonesia e Israel. Los modelos EVT (condicionados o no condicionados) otorgan incuestionables mejores resultados: tanto para posiciones cortas y largas como en mercados emergentes y desarrollados siempre se encuentran ubicados en la Zona Verde, excepto para la cola derecha en Francia donde el EVT condicionado sería puesto bajo análisis.

La importancia de la evaluación (*backtesting*) de la Distribución de Probabilidad Ajustada reside en su uso para la determinación de la Cantidad de Capital Regulatorio que debe constituirse para hacer frente al Riesgo de Mercado. El comité de Basilea prevé la aplicación de un factor (o multiplicador) variable con valores entre 0 y 1, dependiendo la citada cantidad del desempeño del modelo en la prueba (*backtesting*) ya

mencionada. La Tabla N° 6 - Columnas 3 y 5 en Paneles B a K muestra el porcentaje de capital adicional que debe ser aportado para cumplir con las regulaciones: 33% para aquellos valores dentro de la Zona Roja, importes entre el 13% y el 30% para el rango Amarillo y la Zona Verde no requiere aportar capital suplementario.

Para la Simulación Histórica el resultado es el 33% de ajuste y su consecuente invalidez en todos los índices para ambas posiciones (cortas y largas) excepto en ISE (23%). Las posiciones cortas no demandan capital adicional para cualquiera de los otros modelos, con las excepciones del GARCH-Normal en IGBM (13%) y GARCH-EVT en CAC40 (16%). Para inversiones en posiciones largas aparecen algunas diferencias con una leve ventaja para GARCH-t sobre GARCH-Normal que se traduce en un menor ajuste de capital, salvo en los casos del FTSE100 donde ambas especificaciones serán descartadas y subsecuentemente re-estimadas, y del CAC40, IPCC e ISE, en los que ambos modelos superan los tests regulatorios. Para el resto de las series temporales evaluadas, las innovaciones GARCH-t requerirían menores ajustes de capital (valores gaussianos entre paréntesis): SMI, 13% (23%), DAX, 0% (13%), IGBM 0% (30%), JKSE, 16% (33%, necesidad de reformular el modelo), TAS, 20% (33%, necesidad de remodelización) y STRAIT, 13% (26%). Los modelos EVT, tanto el no condicionado como el GARCH-EVT dinámico, aprueban el test convincentemente, evitando consecuentemente la recalibración o el control estricto con la sola excepción de la cola superior del CAC40 en EVT condicionado, donde será requerido un capital suplementario del 16%.

El Comité de Basilea requiere el Test de Cobertura no Condicionada para evaluar las diferencias ente las fracciones de excepciones empíricas y las propuestas, cuyos p-valores se encuentran reproducidos en la tabla N° 7. Los resultados que surgen de las razones de verosimilitud son consistentes con la evaluación (*backtest*) de la Distribución de Probabilidad Ajustada, como era dable esperar.²¹ La hipótesis nula = p , calculada a un nivel de confianza del 90%, es rechazada para todos los casos que caen tanto en la Zona Roja como en la Amarilla. Las estimaciones que

²¹ En la cola superior de SMI para EVT condicional se produce la única discrepancia, ya que la cantidad empírica de 7 violaciones se encuentra casi sobre el umbral de 8. Las autoridades deberían decidir la aplicación de ajustes adicionales en el modelo, no obstante el hecho que no se requiera capital adicional no debe ser descuidado.

pertenecen a la Región Verde coinciden en que la hipótesis nula es aceptada.

Tabla 8. Backtesting de la distribución de probabilidades Modelizada

Tabla 8.1 Panel A: Tabla reescalada para n=471-507 observaciones
Distribución de Bernoulli con p=0.90%

| Excepciones | Zona | Multiplicador k |
|--------------------|-------------|------------------------|
| 0 – 8 | Verde | 0.00 = 0% |
| 9 | Amarilla | 0.13 = 13% |
| 10 | Amarilla | 0.16 = 16% |
| 11 | Amarilla | 0.20 = 20% |
| 12 | Amarilla | 0.23 = 23% |
| 13 | Amarilla | 0.26 = 26% |
| 14 | Amarilla | 0.30 = 30% |
| 15 o mayor | Roja | 0.33 = 33% |

Tabla 8.2 Panel B: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – SMI

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. k(3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|---|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 22 | Roja – 33% | 23 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 12 | Amarilla – 23% | 7 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 9 | Amarilla – 13% | 3 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 3 | Verde – 0% | 7 | Verde – 0% |

Tabla 8.3 Panel C: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – DAX

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. k (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 20 | Roja – 33% | 18 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 9 | Amarilla – 13% | 6 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 7 | Verde – 0% | 6 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 3 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 1 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 8.4 Panel D: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – FTSE100

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 26 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 16 | Roja – 33% | 7 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 15 | Roja – 33% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 3 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 8.5 Panel E: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – CAC40

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona Mult. k(3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 24 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 8 | Verde – 0% | 7 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 5 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 4 | Verde – 0% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 3 | Verde – 0% | 10 | Amarilla – 16% |

Tabla 8.6 Panel F: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – IGBM

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 26 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 14 | Amarilla – 30% | 9 | Amarilla – 13% |
| GARCH-Student-t(d) | 7 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 5 | Verde – 0% | 3 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 4 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |

Tabla 8.7 Panel G: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - STRAIT

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. k (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 22 | Roja – 33% | 23 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 13 | Amarilla – 26% | 5 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 9 | Amarilla – 13% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 4 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 5 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 8.8 Panel H: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – TAS

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona–Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 22 | Roja – 33% | 23 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 15 | Roja – 33% | 5 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 11 | Amarilla – 20% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 8.9 Panel I: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – IPCC

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 26 | Roja – 33% | 26 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 8 | Verde – 0% | 5 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 7 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 1 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 8.10 Panel J: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada – ISE

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. k(3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. K (5) |
|--------------------------|----------------------------------|---|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 21 | Roja – 33% | 12 | Amarilla – 23% |
| GARCH-Normal | 5 | Verde – 0% | 4 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 3 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 2 | Verde – 0% |

Tabla 8.11 Panel K: Backtesting de la distribución de probabilidades modelizada - JKSE

| Modelo / Cola (1) | Cola izquierda Número (2) | Cola izquierda Zona – Mult. K (3) | Cola derecha Número (4) | Cola derecha Zona-Mult. k (5) |
|--------------------------|----------------------------------|--|--------------------------------|--------------------------------------|
| Simulación Histórica | 16 | Roja – 33% | 15 | Roja – 33% |
| GARCH-Normal | 17 | Roja – 33% | 6 | Verde – 0% |
| GARCH-Student-t(d) | 10 | Amarilla – 16% | 1 | Verde – 0% |
| EVT Incondicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |
| EVT Condicional-GPD | 0 | Verde – 0% | 0 | Verde – 0% |

Tabla 9. Prueba de cobertura incondicional – p-valores / $p = 0.10\%$ / $CV(X^2_1) = 2.7055$

| Modelo Índice | SMI Izq. | SMI Der. | DAX Izq. | DAX Der. | FTSE¹ Izq. | FTSE¹ Der. | CAC² Izq. | CAC² Der. | IGBM Izq. | IGBM Der. | STR³ Izq. | STR³ Der. |
|----------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------------------|------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------|------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Simulación | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Histórica | R | R | R | R | R | R | R | R | R | R | R | R |
| GARCH-Normal | 0.00 | 0.02 | 0.07 | 0.00 | 0.02 | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.02 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| GARCH-Student-t(d) | R | R | R | R | R | R | R | R | R | R | R | R |
| EVT | 0.00 | 0.72 | 0.02 | 0.07 | 0.00 | 0.37 | 0.18 | 0.38 | 0.00 | 0.73 | 0.17 | 0.33 |
| Incondicional-GPD | R | NR | R | R | R | NR | NR | NR | R | NR | NR | NR |
| EVT | - | 0.30 | - | 0.81 | 0.79 | 0.37 | 0.42 | 0.28 | 0.17 | 0.77 | 0.39 | - |
| Condional-GPD | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR |
| EVT | 0.78 | 0.02 | 0.29 | - | - | - | 0.81 | 0.00 | 0.40 | 0.39 | 0.17 | - |
| Condional-GPD | NR | R | NR | NR | NR | NR | NR | R | NR | NR | NR | NR |

Notas: (1), (2) y (3) refieren a FTSE100, CAC40 y STRAIT respectivamente. "R" y "NR" significan "Rechazar" y "No Rechazar" la hipótesis nula respectivamente.

Tabla 9 (cont.) Prueba de cobertura incondicional – p-valores / $p = 0.10\%$ / $CV(X^2_1) = 2.7055$

| Modelo Índice | JKSE Izq. | JKSE Der. | TAS Izq. | TAS Der. | IPCC Izq. | IPCC Der. | ISE Izq. | ISE Der. |
|----------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|
| Simulación | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 |
| Histórica | R | R | R | R | R | R | R | R |
| GARCH-Normal | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.00 | 0.16 | 0.57 |
| GARCH-Student-t(d) | R | R | R | R | R | R | NR | NR |
| EVT | 0.00 | 0.24 | 0.00 | 0.85 | 0.01 | 0.43 | 0.38 | 0.93 |
| Incondicional-GPD | R | NR | R | NR | R | NR | NR | NR |
| EVT | - | - | - | 0.33 | - | 0.68 | - | - |
| Condional-GPD | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR |
| EVT | - | - | - | - | 0.31 | - | - | 0.83 |
| Condional-GPD | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR | NR |

Nota: "R" y "NR" significan "Rechazar" y "No Rechazar" la hipótesis nula respectivamente.

3.5 Niveles del VaR

El Gráfico N° 4.2 muestra en tiempo real las estimaciones del VaR para los modelos propuestos, observándose que se encuentran severamente afectadas por las fluctuaciones del año 2008. Es posible apreciar que los modelos basados en la Teoría de Valores Extremos realizan el mejor trabajo para cuantificar el riesgo de mercado, originando así menores pérdidas en comparación con HS o GARCH-Normal y GARCH-t. Sin embargo, como la cantidad de excepciones registradas por cualquier modelo es inversamente proporcional a los montos del VaR, la mayor precisión mostrada por el EVT se consigue a expensas de valores más altos del VaR. Aún cuando éstos pueden inicialmente aparecer algo excesivos, Alexander (2008:60) señala que "...carteras accionarias con volatilidades del 40%-60% pueden tener un VaR de alrededor del 25% del valor del portafolio". Considerando que los reguladores determinan los Requerimientos del Capital (CR) de acuerdo a la fórmula:

$$CR = 3*(1 + \theta)*VaR + C \quad [8]$$

donde:

3 : factor multiplicativo de escala

θ : factor de incremento ($0 \leq \theta \leq 1$)

C : constante

Este estudio concuerda con las reflexiones de Danielsson y de Vries (1997:21), en el sentido que "...el método EV brinda resultados cercanos al valor esperado, sugiriendo que la constante debe ser cercana a uno si es utilizado para el VaR el modelo EV. Mientras que se justificaría un alto factor de escala para la estimación de las colas en el caso normal, el factor multiplicativo puede ser mucho menor si se lo hace con el método EV."

Gráfico 8. Pronósticos del VaR

Gráfico 8.1

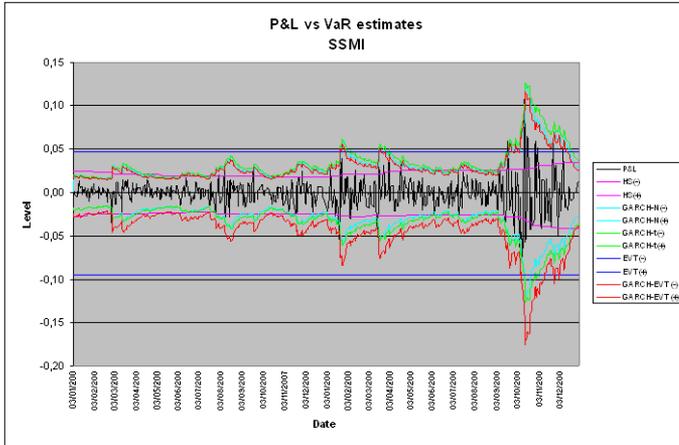


Gráfico 8.2

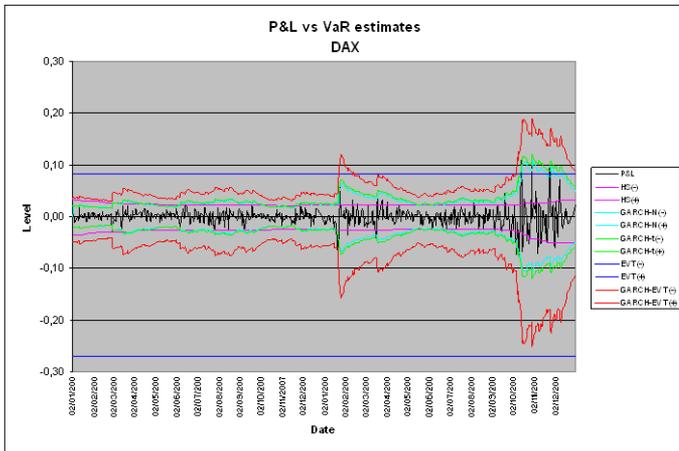


Gráfico 8.3

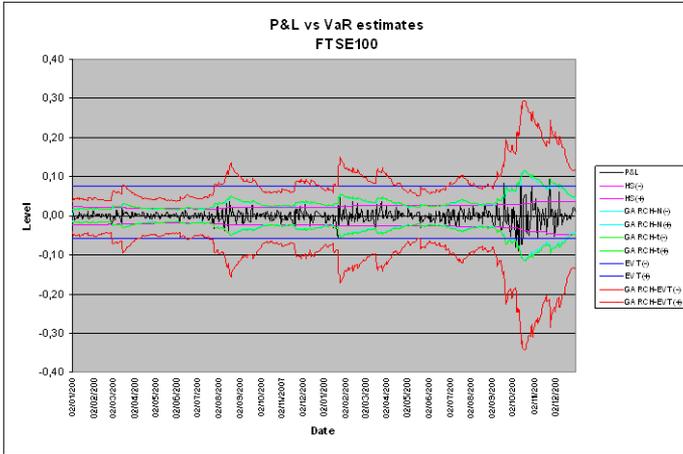


Gráfico 8.4

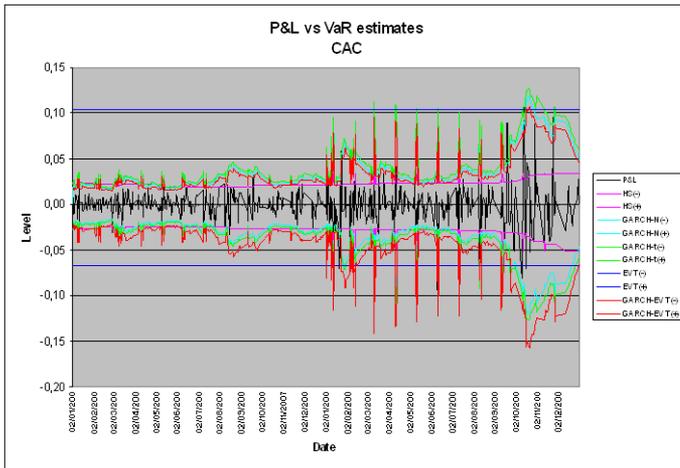


Gráfico 8.5

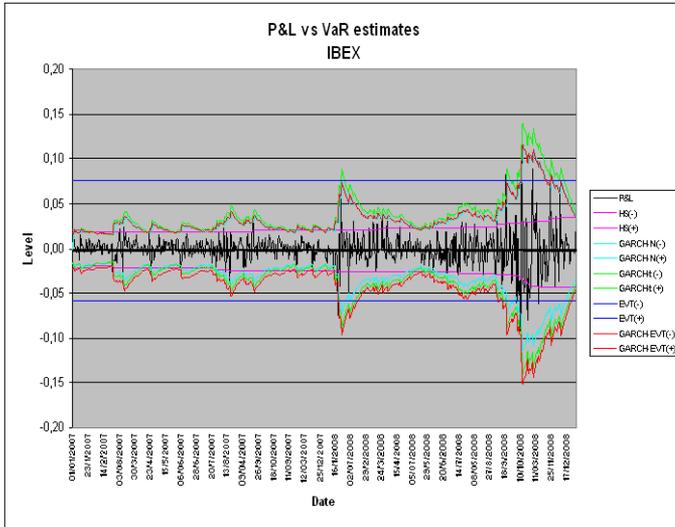


Gráfico 8.6

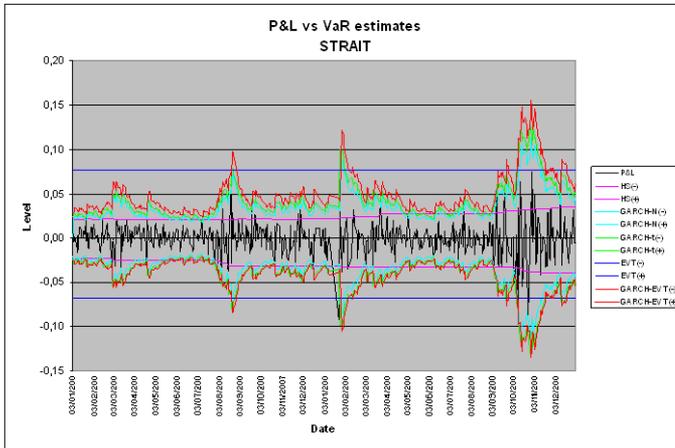


Gráfico 8.7

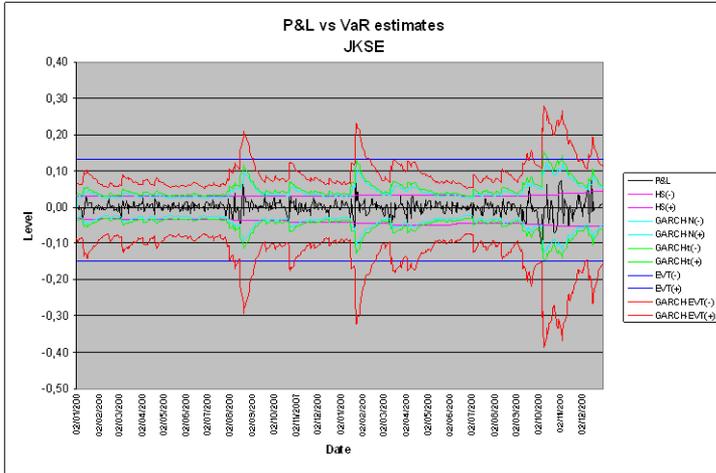


Gráfico 8.8

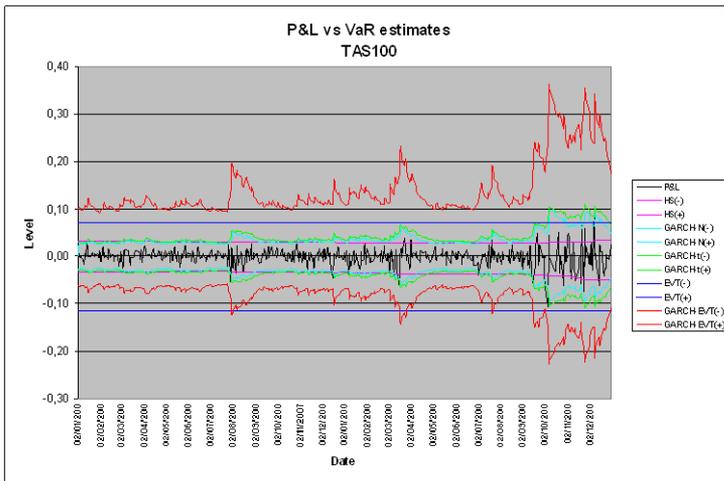


Gráfico 8.9

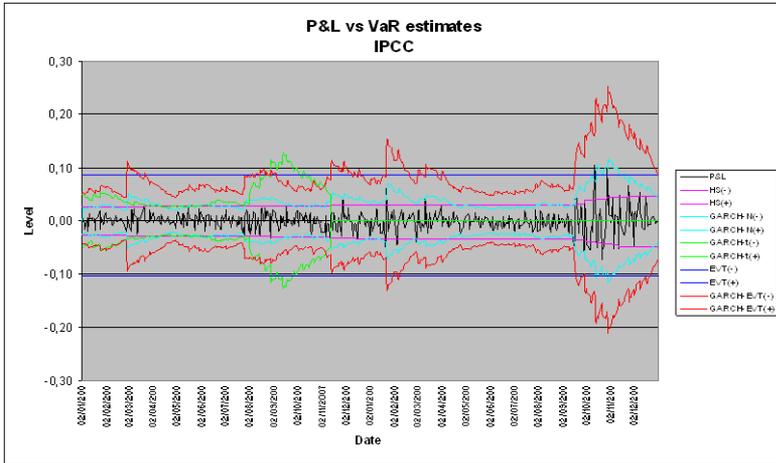
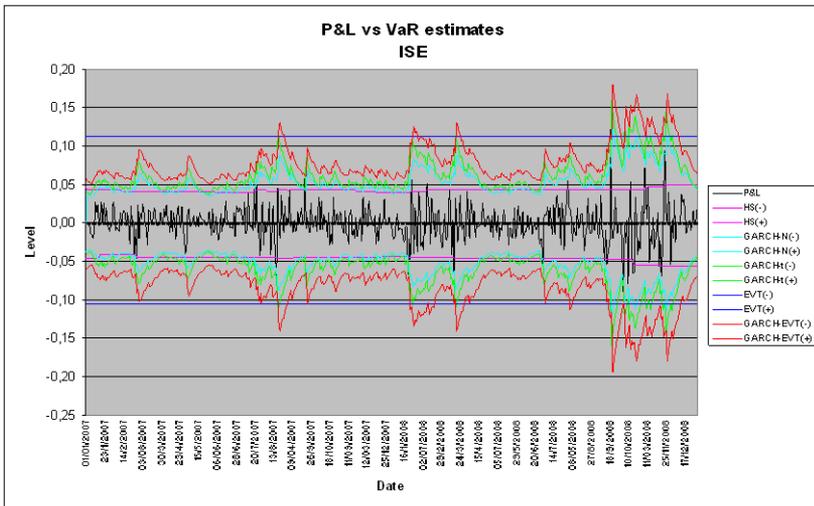


Gráfico 8.10



4. CONCLUSIONES

A pesar de sus fallas teóricas, el VaR es un estándar de la industria. Dentro del rango de sus posibles aplicaciones, el Comité de Basilea permite a las instituciones financieras emplear su propio modelo de estimación del VaR para determinar sus requerimientos de capital. Si las empresas sobreestiman el VaR, sus accionistas probablemente las penalicen, mientras que los reguladores harán lo mismo en caso de una subestimación, de donde se deduce la importancia de la exactitud del cálculo del VaR.

Este estudio explora en algunos mercados tanto desarrollados como emergentes varias técnicas relacionadas con la estimación del VaR para ambas colas de la distribución de Ganancias y Pérdidas (*P&L*). Los eventos ocurridos en el último trimestre de 2008 proveen una excelente posibilidad de evaluación (*backtest*) en tiempo real.

Los típicos modelos no-paramétricos como la Simulación Histórica no han brindado un razonable buen ajuste dado que tienen implícito el supuesto simplificador que la distribución empírica pasada determina la futura, falla que no puede ser enmendada por muestras con ventana móvil. Los modelos de volatilidad condicionada deberían, en principio, reflejar la autocorrelación presente en los cuadrados de los retornos, que es una característica común de la mayoría de las series temporales financieras. Sin embargo, como se afirma en McNeil y Frey (1999), las innovaciones distribuidas normalmente son incapaces de capturar la distribución leptokúrtica de los residuos; las innovaciones de la Student-t(d) funcionan ligeramente mejor pero aún subestiman las verdaderas exposiciones, alertando así sobre las implicancias que pueden traer estos supuestos. Al igual que Jondeau y Rockinger (2003), este estudio no ha sido concluyente acerca de las diferencias entre los parámetros de cola de un mismo índice, y las evidencias de diferencias entre países desarrollados y emergentes no son claras respecto de las estimaciones EVT. Pareciera que los eventos extremos no ocurren con la suficiente frecuencia como para provocar diferencias estadísticamente significativas entre las colas derecha e izquierda. Además, estos autores citan una posible explicación dada por Campbell y Hentschel (1992): dado que los precios de las acciones están influidos por las nuevas informaciones, los valores al alza son suavizados por el incremento en el premio al riesgo demandado por la alta volatilidad; en cambio, el movimiento descendente que tiene lugar cuando los precios de las acciones bajan como resultado de las malas

noticias se ve amplificado por el incremento en el premio al riesgo. A pesar de la aparente imprecisión estadística, el EVT-GPD surge como una importante contribución para calcular el VaR en vista de su reconocimiento de la asimetría (esto es, flexibilidad para modelar las colas derecha e izquierda de las distribución por separado). Las distribuciones Normal y Student-t(d) son capaces de capturar las ganancias pero su desempeño es deficiente en el evento de pérdidas. En consecuencia, cuando la distribución de la muestra es asimétrica, existe alguna evidencia de que no sería apropiado utilizar modelos que tratan la volatilidad como un fenómeno simétrico. Su muy buen desempeño en numerosas pruebas de evaluación (*backtesting*) sugiere que deberían ser empleados los ajustes de cola ancha mediante GPD (condicionado o no) para modelar las colas independientemente del cuerpo de la distribución.

La crisis financiera que comienza en Septiembre de 2008 aparenta haber erosionado algunos fundamentos teóricos: una prueba de evaluación (*backtesting*) de un período parece más un ejercicio de simulación de estrés que un chequeo en tiempo real²². Aún cuando es prematuro efectuar afirmaciones definitivas, resulta factible que se haya producido un cambio en las distribuciones de los retornos puesto que los eventos extremos parecen haberse tornado más probables. Es dable notar que tanto mercados emergentes como desarrollados registren en la actualidad similares movimientos violentos de alzas y bajas, que antes eran característica típica de los primeros (SMI 10.79% y -8.11%, FTSE 9.38% y -9.27%, DAX 10.80% y -7.43%, CAC40 10.59% y -9.47%, IGBM 9.87% y -9.68%, , STRAIT 7.53% y -9.22%, JKSE 7.26% y -10.95%, TAS 9.71% y -10.54%, IPCC 10.44% y -7.27%, ISE 12.13% y -9.01%), resultando que esos saltos parecen contribuir a hacer difusa la distinción estadística entre ambos grupos. En general esa clase de movimiento no está incluida en los períodos de muestra (excepto la crisis de Octubre de 1987 en FTSE100 y IGBM), siendo en consecuencia ignorados por la Simulación Histórica y no contabilizados por las distribuciones Normal y Student-t(d). Las características del EVT, al modelar las colas solamente en forma paramétrica, consiguen la evaluación del riesgo de pérdidas no observadas al permitir, con fundamentos estadísticos firmes, la extrapolación más allá del rango de datos.

²² Véase Osterreichische Nationalbank (1999) para una amplia exposición acerca de los tests de estrés.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acerbi, C., and Tasche, D., (2002): On the Coherence of Expected Shortfall, *Journal of Banking and Finance* 26, pp. 1487-1503.

Alexander, C., (2008): *Market Risk Analysis Volume IV: Value-at-Risk Models*, John Wiley & Sons Ltd., The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex, United Kingdom.

Andersen, T., Bollerslev, T., and Diebold, F. X., (August 2002): Parametric and Nonparametric Volatility Measurement, Technical Working Paper 279, Technical Working Paper Series, National Bureau of Economic Research, Cambridge, Massachusetts, United States.

Balkema, A. A. and De Haan, L., (1974): Residual lifetime at great age, *Annals of Probability* 2, pp. 792-804.

Bao, L., Lee, T-H., and Saltoğlu, B., (November 2004): Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check, available at www.gloriamundi.org.

Basel Committee On Banking Supervision, (1996): Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks, Bank for International Settlements, Basel, Switzerland.

Basel Committee On Banking Supervision, (June 2004): International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards, Bank for International Settlements, Basel, Switzerland.

Beder, T. S., (September-October 1995): VaR: Seductive but Dangerous, *Financial Analyst Journal*, pp. 12-24.

beirlant, J., Vynckier, P., and Teugels, J.L., (1996): Tail Index Estimation, Pareto Quantile Plots and Regression Diagnostics, *Journal of the American Statistical Association* 91 (436), pp. 1659-1667.

Bekiros, S. and Georgoutsos, D., (October 2003): Estimation of Value-at-Risk by extreme value and conventional methods: a comparative evaluation of their predictive performance, Department of Accounting and Finance, Athens University of Economics and Business, Athens, Greece.

Bollerslev, T., (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327.

Bollerslev, T., Engle, R. F., and Nelson, D., (1994): ARCH Models, in R. F. Engle and D. L. McFadden Eds., *Handbook of Econometrics*, Vol. 4, pp. 2959-3038, North Holland, Amsterdam, Netherlands.

Brooks, C., Clare, A. D., and Persaud, G., (2000): An EVT Approach to Calculating Risk Capital Requirements, Discussion Papers in Finance 2000-2007, ISMA Centre, University of Reading, Reading, United Kingdom.

Brooks, C., Clare, A. D., Dalla Molle, J. W., and Persaud, G., (December 2003): A Comparison of Extreme Value Theory Approaches for Determining Value at Risk, Forthcoming, *Journal of Empirical Finance*.

Campbell, J. Y., and Hentschel, L., (1992), No News is Good News: An Asymmetric Model of Changing Volatility in Stock Returns, *Journal of Financial Economics*, 312, pp. 281-318.

Christoffersen, P., (2003): *Elements of Financial Risk Management*, Academic Press, New York, United States.

Coles, S., (2001): *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer Series in Statistics, Springer-Verlag London Limited, Berlin, Germany. 42

Coronel-Brinzio, H. F., and Hernandez-Montoya, A. R., (November 2004): *On fitting the Pareto-Levy distribution to stock market index data: selecting a suitable cutoff value*, Facultad de Física e Inteligencia Artificial, Universidad Veracruzana, Xalapa, Veracruz, Mexico.

Da Costa Lewis, N., (2003): *Market Risk Modelling*, RISK Books, Risk Waters Group Ltd., London, United Kingdom.

Danielsson, J. and De Vries, C., (September 1997): Value-at-Risk and Extreme Returns, available at www.gloriamundi.org.

Danielsson, J., Hartmann, P. and De Vries, C., (January 1998): The Cost of Conservatism: Extreme Returns, Value-at-Risk and the Basle 'Multiplication Factor', January 1998 issue of *RISK*, also available at www.gloriamundi.org.

Danielsson, J. and De Vries, C., (August 1999): Using a Bootstrap Method to Choose the Sample Fraction in Tail Index Estimation, available at www.gloriamundi.org.

Danielsson, et al, (2001): An academic response to Basel II, LSE Financial Markets Group, Special Paper Number 130.

Danielsson, J., (2004): The Emperor has no Clothes: Limits to Risk Modelling, in SZEGÖ, G., (ed.), *Risk Measures for the 21st century*, John Wiley & Sons, West Sussex, United Kingdom.

Danielsson, J., and Zigrand, J. P., (July 2005): On time-scaling of risk and the square root-of-time rule, Department of Accounting and Finance and Financial Markets Group, London School of Economics, London, United Kingdom.

Donnelly, C. and Embrechts, P. (2010): The devil is in the tails: actuarial mathematics and the subprime mortgage crisis, *ASTIN Bulletin* 40(1), pp. 1-33

Dowd, K., (1998): *Beyond value at risk: the new science of risk management*, Wiley series in Frontiers in Finance, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, West Sussex, United Kingdom.

Dowd, K. (2005): *Measuring Market Risk*, Second Edition, Wiley series in Frontiers in Finance, John Wiley & Sons Ltd, Chichester, West Sussex, United Kingdom.

Embrechts, P., Klüppelberg, C., and Mikosch, T., (1997): *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Berlin, Germany.

Fama, E. F., (1965): The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business*, 38, pp. 34-105.

Fernandez, V., (s/d, viewed December 2007), Extreme Value Theory and Value at Risk, Department of Industrial Engineering at the University of Chile, available at www.gloriamundi.org.

Fisher, R., and Tippett, L., (1928): Limiting Forms of the Frequency Distribution of the Largest or Smallest Member of a Sample, Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 24, pp. 180-190.

Gujarati, D. N., (1997): *Econometría Básica*, 3ra Edición, McGraw-Hill, New York, United States.

Hansen, P. and Lunde, A., (2005): A Forecast Comparison of Volatility Models: Does anything beat a GARCH(1;1)?, *Journal of Applied Econometrics*, 20, pp. 873-889.

Jackson, P., Maude, D. J., and Perraudin, W., (1998): Bank Capital and Value at Risk, Working Paper, Bank of England, London, United Kingdom.

Jondeau, E., and Rockinger, M., (2003): Testing for differences in the tails of stock-market returns, *Journal of Empirical Finance* 209, pp. 1-23.

Jondeau, E., and Rockinger, M., (April 1999): The Behaviour of Stock Returns: Emerging versus Mature Markets, Paper 66, Banque de France, Paris, France.

Jorion, P., (1999): *Valor en Riesgo*, Editorial Limusa, México DF, Mexico.

Jp morgan (1994): Doc. Técnico RiskMetrics., www.riskmetrics.com

Jp morgan and Reuters, (1996): *RiskMetrics Technical Document*, Fourth Edition, New York, United States.

Kuester, K., Mittnik, S., and Paoella, M. S., (January 2005): Value-at-Risk Prediction: A Comparison of Alternative Strategies, available at www.gloriamundi.org.

Mandelbrot, B., (1963): The Variation of Certain Speculative Prices, *Journal of Business*, 36, pp. 394-419.

Manganelli, S. and Engle, R., (2004): A Comparison of Value-at-Risk Models in Finance, *Risk Measures for the 21st Century* edited by G. Szegö, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, West Sussex, United Kingdom.

Manganelli, S., and Engle, R., (August 2001): Value at Risk Models in Finance, Working Paper N°75, Working Paper Series, European Central Bank.

Mapa, D., (s/d viewed December 2007): A Range-Based Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity Model for Forecasting Financial Volatility, available at www.gloriamundi.org.

Marrison, C., (2002): *The Fundamentals of Risk Measurement*, McGraw Hill, United States.

Mcneil, A. J., and Frey, R., (June 1999): Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach, available at www.gloriamundi.org.

Mcneil, A. J., Frey, R., and Embrechts, P., (2005): *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, United States.

- Mcneil, A., and Saladin, T., (1997): The Peaks Over Thresholds Methods for Estimating High Quantiles for Loss Distributions, Proceedings of the XXVIIIth International ASTIN Colloquium, Cairns, pp. 23-43.
- Neftci, S., (Spring 2000): Value at Risk Calculations, Extreme Events, and Tail Estimation, available at www.gloriamundi.org.
- Nelson, D., B., (1991): Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*, 59, pp. 347-370.
- Oesterreichische Nationalbank (ONB), (September 1999): "Stress Testing", *Guidelines on Market Risk* Volume 5, Vienna, Austria.
- Penza, P., and Bansal, V., (2001): *Measuring Market Risk with Value at Risk*, Financial Engineering Series, John Wiley and Sons, New York, United States.
- Pickands, J., (1975): Statistical Inference Using Extreme Order Statistics, *Annals of Statistics* 3, pp. 119-131.
- Rachev, S., Menn, C. and Fabozzi, F., (2005), *Fat-Tailed and Skewed Asset Return Distributions*, John Wiley & Sons, New Jersey, United States.
- Reiss, R.-D., and Thomas, M., (2007): *Statistical Analysis of Extreme Values with Applications to Insurance, Finance, Hydrology and Other Fields*, Birkhäuser Verlag, AG, Berlin, Germany.
- Schwert, W., (1987): Stock Volatility and Crash of '87, *Review of Financial Studies*, 3, pp. 77-102.
- Stahl, G., (1997): Three Cheers, *Risk*, 10, pp. 67-69.
- Szegö, G., (2004): *Risk Measures for the 21st century*, John Wiley & Sons, Chichester, West Sussex, United Kingdom.
- Taylor, S., (1986): *Modeling Financial Time Series*, John Wiley & Sons, New York, United States.
- (22 January 2009): THE ECONOMIST, In Plato's Cave, Print Edition.

MEDICIÓN DE RIESGO DE TASA DE INTERÉS: UNA APLICACIÓN MEDIANTE SIMULACIÓN DE MONTE CARLO¹

*Laura Josefina Arias
Mauro Edgardo Speranza
Roberto Darío Bacchini*

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene el propósito de analizar la implicancia que tienen los diferentes riesgos que actúan sobre una entidad financiera y, más específicamente, sobre el resultado obtenido por las mismas. Acorde al nivel de exposición existente en cada organización, o en el mercado en general, los escenarios posibles y plausibles serán más variados y requerirán un mayor nivel de atención.

En los últimos tiempos, el tópico sobre la Gestión de Activos y Pasivos de una empresa (*Asset Liability Management, ALM*, por sus iniciales en inglés) ha estado desarrollándose, y conforme a esto, las herramientas utilizadas y la regulación existente en esta materia han ido evolucionando. En sus inicios, las prácticas sobre el análisis del riesgo fueron promovidas por entidades financieras basadas en la necesidad de poder integrar sus procesos naturales de trabajo, siendo éstas pioneras en el tópico de medición de riesgos, incluso antes de que las regulaciones y normativas las forzaran a ello. Su objetivo es la búsqueda de toma de decisiones eficientes, basadas en una metodología estable, pero a la vez flexible a los cambios que se producen continuamente en el contexto donde las entidades se desenvuelven. Serán las prácticas de ALM las encargadas de cumplir con este rol, colaborando al manejo de un negocio de manera que las decisiones y las acciones con respecto a activos y pasivos, se tomen de manera coordinada, buscando que se genere un proceso continuo que incluya desde la formulación hasta la revisión de estrategias relacionadas a los activos y pasivos para poder lograr los objetivos financieros de la entidad, dada su tolerancia al riesgo y otras posibles restricciones (BIS, 2010a).

¹ Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

En la actualidad, ya pensando hacia el horizonte del año 2012, la corriente mundial se encamina a la aplicación de un proceso integral para la gestión de riesgos, que involucre tanto al Directorio como a la Alta Gerencia. Se busca generar un proceso que permita identificar, evaluar, seguir, controlar y mitigar todos los riesgos significativos, teniendo en cuenta que dicho proceso debe ser proporcional a la dimensión e importancia económica de la entidad financiera de que se trate como así también a la naturaleza y complejidad de sus operaciones (BRCA, Com. "A" 5203). Los procedimientos a aplicar deben ser revisados periódicamente conforme a los cambios en el perfil de riesgos tanto de la entidad como del mercado. En este sentido, la última normativa a ser aplicada se diferencia notablemente de la precedente, que regulaba el control individual de cada tipo de riesgo que enfrenta la entidad financiera, en lugar de requerir un control holístico de los riesgos en forma conjunta.

Siguiendo la línea de pensamiento expuesta por Goodhart (2010), la reglamentación financiera global se ve atribuida como una reacción a la última crisis. En el pasado, se buscó mejorar las prácticas de gestión de riesgos, sin embargo, lo que el autor sugiere es que la regulación debe enfocarse primero en externalidades sistémicas (contagios), y luego, en la protección del consumidor (debido a la asimetría de información).

Puesto que el espectro de los riesgos al que está sujeta una entidad financiera es muy amplio, ya se trate del riesgo de crédito y operacional que son propios, particulares e individuales en cada entidad, o del riesgo implícito del mercado donde ellas llevan a cabo sus operaciones, se trabaja para el presente análisis con una individualización de riesgos y una simplificación de una cartera financiera. El objetivo que persigue este trabajo es explorar las consecuencias del riesgo de tasa de interés sobre las organizaciones mencionadas. Así, a partir de la construcción de modelos teóricos individuales, se busca su aplicación a la realidad del mercado. En la segunda sección del presente trabajo se especifican los riesgos a los que se enfrentan las entidades financieras acorde a las buenas prácticas publicadas para el manejo y gestión de la organización.

La regulación existente hasta la fecha surgida del Banco Central de la República Argentina establece una serie de capitales mínimos para las entidades que cumplan con la función de cobertura de los riesgos contingentes. Sin embargo, suelen proponerse herramientas más dinámicas como mecanismos de cobertura contra riesgos, que tengan en cuenta la sensibilidad de la entidad a cambios en la estructura temporal de

tasas de interés, intentando analizar los cambios incorporados por la última normativa local y mundial.

La sección tercera se centra en las causas del surgimiento del riesgo de tasa de interés. Si bien el principal riesgo surge de los movimientos habituales del mercado o alguna externalidad, también existen algunos instrumentos financieros reajustados por indexación u opciones reales sobre los productos ofrecidos que pueden incrementar o disminuir el riesgo o la exposición de la cartera a evaluar. En dicha sección se analizan las fuentes del riesgo de tasa y las secuelas que traen aparejadas las decisiones de la entidad sobre la composición de la cartera expuesta a riesgo.

Por último, en la sección cuarta se utiliza un modelado de la estructura temporal de tasas de interés por medio de herramientas matemáticas, con el objetivo de simular la curva de tasas forward. Mediante el armado de un portafolio bancario hipotético, se analizan las consecuencias de los riesgos a los que están sujetas estas entidades. De esta forma, se pueden manipular los diferentes escenarios posibles, generando una representación que permita visualizar el riesgo. Entonces, se trabaja sobre los distintos instrumentos mediante la conciliación de estos riesgos y generando una estimación de los diferentes cursos de acción a tomar según cada situación.

Finalmente, se presentan las conclusiones a las que se arribó con este trabajo, desde la dificultad de determinar un modelo medianamente preciso que logre simular con cierta adecuación el verdadero comportamiento del portafolio propio, hasta terminar con disparadores para próximos trabajos.

1. GESTIÓN DEL RIESGO EN ENTIDADES FINANCIERAS

1.1 Riesgo de crédito

Al hablar sobre el riesgo de crédito, hacemos referencia o bien a la contingencia de sufrir pérdidas potenciales debido al incumplimiento de la contraparte con sus obligaciones contractuales, o bien a la situación en la que una operación financiera no pueda completarse según lo pactado. La magnitud de la pérdida ocasionada dependerá del monto de la exposición, por un lado, y de los recuperos obtenidos, por el otro. En esta última parte, se hallan las ejecuciones de las garantías destinadas a mitigar este tipo de riesgo.

El proceso de gestión de riesgo involucra diversos procesos que deben realizarse de manera individual en una primera instancia, y en forma conjunta posteriormente, en todas las carteras crediticias que se forman agrupando a deudores de iguales características. La gestión se lleva a cabo mediante estrategias, políticas, prácticas y procedimientos delimitados por los órganos directivos de cada entidad financiera.

Por otra parte, se requiere del establecimiento un nivel de tolerancia al riesgo de crédito apropiado para las estrategias de negocios de la entidad y su rol en el sistema financiero. Es conveniente contar con un plan de acción integral, considerando los dos pilares siguientes:

- i. Establecer los lineamientos generales que guíen la actividad de otorgamiento de créditos, incluyendo objetivos cuantitativos y cualitativos;
- ii. Identificar el tipo de mercado al cual se orientará la actividad crediticia, considerando los aspectos coyunturales de la economía y los cambios resultantes en la composición y calidad de la cartera de crédito, siendo esta evaluada y actualizada periódicamente.

El otorgamiento de los créditos debe desarrollarse en forma clara para garantizar un nivel de información apropiado de la contraparte y su probabilidad de repago. Para ello, previo al otorgamiento, se necesita alcanzar un conocimiento suficiente del cliente debiendo establecer políticas estrictas para no instaurar relaciones con personas, físicas o jurídicas, que se dediquen a actividades fraudulentas. Las entidades deben llevar un legajo de cada deudor de su cartera, en el cual se debe contar con todos los elementos que posibiliten efectuar correctas evaluaciones acerca de sus flujos de ingresos y egresos y que permitan analizar su margen de solvencia. Al mismo tiempo, se necesita detectar aquellos grupos de deudores correlacionados que deban ser considerados como un solo cliente, para agrupar las unidades homogéneas de exposición a riesgo.

Como conclusión del análisis del riesgo de crédito se deben realizar pruebas de tensión capaces de identificar potenciales cambios futuros en las condiciones económicas, caracterizados por un incremento de dicho riesgo y una menor liquidez. Los resultados obtenidos deben ser revisados periódicamente por la Alta Gerencia, quien debe llevar a cabo acciones apropiadas cuando las pérdidas estimadas sean superiores al riesgo tolerado.

1.2 Riesgo de liquidez

Se define al riesgo de liquidez como la posibilidad de las entidades financieras de no tener la capacidad de fondear los aumentos de los activos y cumplir con sus obligaciones a medida que éstas se hacen exigibles, sin incurrir en pérdidas significativas (BCRA, Com. "A" 5203). La mayor o menor eficiencia de la entidad a la hora de hacer frente a los flujos de fondos esperados y contingentes, diarios y futuros, determina su exposición al mencionado riesgo.

Asimismo, se entiende por riesgo de liquidez de mercado al riesgo de que una entidad no pueda abandonar una posición a precio de mercado, debido a que los activos que hacen a la posición no cuentan con suficiente mercado secundario.

La manera de combatir este tipo de riesgo se basa en la administración de los flujos para las diversas bandas temporales, analizando la distribución temporal de los depósitos y créditos. A su vez, es necesario contar con una estructura organizativa adecuada para la gestión de este riesgo, siendo ésta proporcional a la dimensión e importancia económica de la entidad financiera, y a la naturaleza y complejidad de sus operaciones (BCRA, Com. "A" 5203).

1.3 Riesgo de mercado

Una entidad financiera que esté expuesta a sufrir pérdidas en posiciones dentro y fuera de balance debido a fluctuaciones adversas en los precios de mercado de distintos activos está afectada por el riesgo de mercado. Este riesgo se origina por la variación en la cotización de los instrumentos financieros, y al mismo tiempo, por los movimientos en la cotización de las diversas monedas que se tienen en las carteras de mercado.

La valuación prudente de las posiciones que mantiene la entidad, junto con el uso de pruebas de estrés, conforman un marco de gestión del mencionado riesgo de mercado. Asimismo, armar las estrategias, políticas, procedimientos y estructuras organizativas, trabajar para poder identificar la magnitud del riesgo al que están expuestas todas sus sucursales y subsidiarias, con el objetivo de mitigar este riesgo, resulta esencial para el control y seguimiento del mismo. El proceso de auditoría interna debe supervisar regularmente la gestión llevada a cabo por las entidades, de manera que se logre una revisión independiente que evalúe las actividades

de las unidades comerciales y las de la unidad de gestión del riesgo de mercado al mismo tiempo.

Para combatir este riesgo las entidades utilizan modelos que integran todas las operaciones financieras que se llevan a cabo, para tener controlada la exposición al riesgo en cuestión. La comparación de los resultados realizados con los obtenidos en las predicciones de sus modelos permite cotejar si lo proyectado está en línea con lo que ocurre en la realidad, considerando también la funcionalidad de armar un registro de datos históricos de forma que se logre comparar los resultados con períodos anteriores.

El establecimiento de límites que contemplen los factores de riesgo clave, que se adecuen al volumen y complejidad de las operaciones de las entidades, se deben constituir de modo tal que su aplicación sea consistente a lo largo del tiempo. Los mencionados límites tendrán que ser revisados periódicamente para constatar que no se ha sobrepasado la máxima exposición al riesgo de mercado admisible por la entidad. A su vez, la utilización de pruebas para distintos escenarios de estrés en aquellas entidades que tengan posiciones significativas en su cartera de negociación (*trading*), contribuye en la individualización de eventos adversos que pudieran incidir en la entidad.

1.4 Riesgo operacional

La posibilidad de incurrir en pérdidas por la falta de adecuación o fallas en los procedimientos internos, en la actuación del personal, o bien debido a eventos externos, es el riesgo operacional. En esta definición se incluye el riesgo legal y quedan excluidos el riesgo estratégico y de reputación (BCRA, Com. "A" 5203). A los efectos de gestión interna, cada entidad puede adoptar, según su criterio, una definición de riesgo operacional más o menos amplia, modificándola a su contexto y necesidades.

Todos aquellos eventos de pérdida que puedan dificultar el buen desempeño de las entidades, tales como el fraude interno y externo, reclamos de indemnizaciones por parte de los empleados, infracciones a las normas laborales de seguridad e higiene, de discriminación, daños a activos físicos, etc., serán registrados como parte de este riesgo.

Una efectiva gestión del mencionado riesgo contribuye a prevenir futuras pérdidas derivadas de las operaciones cotidianas que hacen a las entidades. Por otra parte, el proceso de su gestión implica el "mapeo de

riesgos” (agrupar por tipo de riesgo a las diferentes unidades de negocio), su control y seguimiento, junto con la utilización de herramientas o programas de coberturas, como pueden ser las pólizas de seguro.

Como en todos los riesgos, los planes de contingencia y de continuidad de la actividad, acordes con el tamaño y complejidad de la entidad, aseguran la prosecución de los objetivos empresariales y su capacidad operativa, junto con la reducción de las pérdidas en caso de interrupción de la actividad.

1.5 Riesgo de tasa de interés

El riesgo de tasa de interés se centra en la posibilidad de que, al producirse variaciones en la tasa vigente en el mercado, la composición de activos y pasivos de una entidad altere negativamente su situación económica. Esta variación, inicialmente, puede llegar a ser beneficiosa o desventajosa para sus ingresos financieros netos, o bien para su valor económico. La exposición a este riesgo surge debido al descalce entre el plazo promedio de los activos y el de los pasivos.

Para ofrecer un ejemplo, comúnmente los depósitos de las entidades financieras se realizan a corto plazo, mientras que los préstamos son a largo plazo: los activos tienen, en promedio, plazos mayores que los pasivos. Entonces se generaría una disminución de los ingresos netos por intereses a causa del aumento en el costo del financiamiento, si se observara un aumento en las tasas de mercado. Si este incremento en las tasas es constante, el valor económico disminuye debido a que cae el valor presente de los ingresos futuros. El efecto negativo que se genera al aumentar las tasas, no queda registrado en el balance de la entidad, salvo por una posible caída en la cuenta de resultados.

En un contexto internacional definido por una volatilidad intrínseca en aumento de las tasas de interés, el uso de herramientas de gestión del mencionado riesgo es una necesidad imperiosa más que una ventaja competitiva. Las políticas aplicadas estarán en pos de mantener el riesgo acotado a niveles soportables, para preservar la continuidad y solvencia de la entidad. La mayor dificultad radicará en la identificación del riesgo y la evaluación de la posición a tomar.

La inclusión de una unidad dentro de la estructura organizacional que se dedique íntegramente a la gestión de este riesgo tendría como principal fin implementar una estrategia que ofrezca herramientas protectivas para

que, ante cada eventualidad, se tomen decisiones empresariales correctas. El sistema interno que adopte cada compañía dependerá de la naturaleza y rango de actividades a las que se dedique. Sin embargo, se debe reflejar el impacto en el margen financiero por cuanto podría resultar en menores ingresos financieros, menor nivel de utilidades, de adecuación de capital y de liquidez. También se debe evaluar el impacto en el Valor Económico del Capital (VEC) para identificar futuros problemas en la rentabilidad y capitalización.

2. FUENTES DEL RIESGO DE TASA DE INTERÉS

Es usual pensar al riesgo de tasa de interés como un peligro abarcativo y homogéneo para el conjunto de instrumentos dentro de la cartera de la entidad, afectando los ingresos netos según su relación con dichas tasas y la sensibilidad del instrumento con las mismas. Forma parte activa de todas las operaciones cotidianas, razón por la cual los controles continuos y exhaustivos se aplican como medio de anticipación de los rendimientos futuros de la entidad.

Al actuar como intermediarios financieros, los bancos se enfrentan al riesgo de tasa de interés de varias maneras. Por la necesidad de control y solvencia que requiere cualquier institución, se suelen aplicar políticas empresariales que medien para llevar a este riesgo a niveles prudentes y manejables; partiendo por recoger la mayor cantidad de información sobre las fuentes que los provocan. Los movimientos adversos en las tasas de interés, el cambio en la forma de la curva de tasas de interés, y los riesgos base y opcionales, entre otros, tienen un efecto sobre el margen financiero y en el valor económico del capital al cambiar el valor presente de los flujos futuros de los activos y pasivos.

2.1 Riesgo de revaluación (o de reseteo de tasas)

Cualquier portafolio de inversiones que maneje una entidad financiera estará compuesto por activos y pasivos que poseen diferencias en sus plazos y vencimientos. Estos desajustes generan riesgos ligados a la tasa de interés que tengan aparejada, es decir, fija por un lado, y variable por el otro.

A pesar de tratarse de la fuente principal de operaciones e ingresos de la compañía, estas transacciones exponen a la empresa a un riesgo producto del cambio de las tasas, pudiendo modificar el resultado esperado para el período en cuestión. En general, cualquier momento en

el cual las tasas de interés sean reseteadas, ya sea debido a vencimientos o bien a tasas variables, implica un *riesgo de revaluación*.

En el presente trabajo se estudia esta fuente de contingencia en profundidad, analizando cómo las variaciones de la tasa de interés modifican los resultados corporativos, a partir de un modelo simplificado de cartera financiera compuesta por una posición en préstamos a largo plazo financiada con depósitos a corto plazo. Entonces, conociendo la tasa fija de los préstamos otorgados, se busca analizar las tendencias en los resultados finales producto de los movimientos de la estructura temporal de tasas de interés. Las variaciones de ingresos y valor económico de las entidades será producto de la asimetría que surge de las distintas posiciones, ya que los flujos de efectivo de los préstamos otorgados son fijos a lo largo de toda su vida en tanto que los intereses pagados sobre el financiamiento son variables a medida que vencen los depósitos a corto plazo.

2.2 Riesgo de la curva de rendimiento

El riesgo de la curva de rendimientos hace referencia a la eventualidad de que, producto de las fluctuaciones del mercado, las curvas de tasa de interés se vean modificadas y producto de ello se origine una variación en los retornos por las posiciones que se tienen en determinados activos y pasivos de la cartera, originando pérdidas y/o complicaciones para poder cumplir con las obligaciones.

Los cambios no anticipados en la forma de la curva tienen efectos adversos en el ingreso de los bancos o en su valor económico subyacente. A diferencia del punto anterior relacionado con el reseteo de las tasas, cuando se habla de riesgo de curva de rendimiento se estudian movimientos no paralelos en la curva de tasa de interés (*twists*).

2.3 Riesgo base

Este riesgo supone la existencia de una correlación imperfecta en el ajuste de las tasas activas y pasivas para producto con plazos similares de reseteo y revaluación.

Surge de la relación entre las tasas a las que la entidad está obligada y las tasas activas que son la fuente de sus ingresos. Al llevar a cabo las operaciones cotidianas, dichas correlaciones llevan a movimientos en los diferenciales de ganancias (o pérdida).

La correlación imperfecta en el ajuste de las tasas cobradas y pagadas con respecto a los diferentes instrumentos financieros de similares características de reasignación de precios genera este tipo de riesgo. Para ejemplificar, un activo de largo plazo por el cual la entidad cobre tasa BADLAR financiado por depósitos a corto plazo no elimina completamente el riesgo de tasa de interés, ya que si bien la tasa de depósitos que paga el banco se movería en sintonía con la tasa BADLAR, la correlación entre ambas tasas no es perfecta.

2.4 Opcionalidad

El riesgo de la opcionalidad surge de dos maneras. En primer lugar, existen instrumentos financieros derivados que tienen tasas de interés como subyacentes: caps, floors, swaptions, son algunos ejemplos de este tipo de productos. Por otro lado, algunos productos contienen opciones embebidas, como son los préstamos con cláusulas de cancelación anticipada, bonos callable, entre otras, que también representan un riesgo de tasa de interés. Estas opciones, implícitas o explícitas, se ofrecen como medio de comercialización de los instrumentos.

Existen varios tipos de bonos y notas que consideran distintas opciones de compra o venta, préstamos que le dan a los prestatarios el derecho de cancelar anticipadamente saldos, y varios tipos de instrumentos de depósitos sin vencimiento que le dan a los depositantes el derecho de retirar sus fondos en cualquier momento del tiempo, que por lo general no son penalizados. Que el tenedor de estas opciones tenga la posibilidad de ejercer su derecho cuando le provoque un beneficio y no hacerlo cuando no le resulte desventajoso, genera dificultades para la valuación y la proyección de negocios, a causa de los pagos asimétricos que tendrán las compañías que las lanzan al mercado. Además, un lanzamiento de opciones en aumento puede involucrar un considerado apalancamiento, lo cual puede generar pasivos o necesidades de liquidez no previstas.

3. GESTIÓN Y RESPONSABILIDADES

De acuerdo con la Com. "A" 5203 del BCRA, *«La gestión del riesgo de tasa de interés es el proceso de identificación, evaluación, seguimiento, control y mitigación de este riesgo, que debe centrar su atención en todos los rubros del balance que se vean afectados por variaciones adversas en las tasas -reflejados a valores de mercado o contabilizados de otra manera-.»*

Con el fin de evitar o corregir irregularidades en las operaciones de las instituciones financieras que puedan poner en peligro los intereses de los depositantes, la estabilidad de las mismas y la solidez del sistema financiero, se impulsa la cultura de la administración de riesgos, estableciendo lineamientos mínimos que se implementen para llevar a cabo la mencionada gestión. De esta forma, realizar un eficiente seguimiento, les permitirá a las instituciones financieras realizar sus actividades con niveles de riesgo acordes a su capacidad operativa y a suficiencia de capital.

El proceso de gestión que implemente la entidad se debe centrar en la búsqueda de herramientas para ser capaces de lidiar con la exposición del riesgo, definiendo políticas a adoptar ante cada escenario posible. La entidad debe identificar qué activos y pasivos son especialmente vulnerables para así poder analizar cada situación individualmente. La eficacia de la administración de riesgo depende en gran medida de un adecuado seguimiento por parte del Directorio y de la Alta Gerencia.

Ya desde las primeras reuniones del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea se revistió la importancia a asignar a este tema, por medio de la emisión de un documento que, entre otros tópicos, informa sobre la necesidad de medir el riesgo de tasa de interés de las entidades financieras. Si bien el primer intento por lograrlo resultó ser una reformulación de regulaciones antes emitidas por la Reserva Federal de Estados Unidos, demostró que era un tópico que ya no podía simplemente regularse individualmente por cada entidad de manera aislada. Este primer trabajo estableció un sistema de medición del riesgo, que buscó poder detectar casos extremos (*outliers*), dejando a cada organización la potestad de decisión sobre las medidas a tomar para entidades gravemente expuestas. Este sistema ha venido evolucionando, hasta la publicación en el año 2010 de un documento que profundiza los mecanismos y normativas a efectuar para combatir los riesgos previstos (BIS, 2010a).

El componente humano es un instrumento fundamental para poder realizar el proceso de gestión de la manera adecuada. Si bien no hay una estructura definida sobre la manera de llevarlo a cabo, el proceso de gestión depende en gran parte de la organización y, más particularmente, de sus procesos internos. Determinados puntos básicos a ser considerados son encomendados por las recientes normas internacionales de Basilea III

(BIS, 2010a; BIS, 2010b), que fueron retomadas por la legislación local, publicadas en la Com. "A" 5203 del BCRA.

La gestión del riesgo de tasa de interés conlleva una serie de procedimientos, que entre los más importantes, vale la pena destacar la administración de los descaldes de la tasa de interés, el estudio de la incertidumbre respecto de la tasa a aplicar a los futuros flujos de fondos y los reseteos de tasa, incluyendo el uso de "escenarios de estrés", así como la consideración del riesgo que resulta de las opciones implícitas en algunos productos bancarios. Por último, el uso de modelos dinámicos que reflejen potenciales negocios futuros, decisiones empresariales, resulta vital para la gestión del mencionado riesgo.

Un correcto análisis del riesgo involucra la aplicación de cuatro elementos primordiales en la administración de activos, pasivos e instrumentos fuera de balance:

- Control y seguimiento oportuno por parte del Directorio y la Alta Gerencia;
- Políticas y procedimientos adecuados de administración de riesgo;
- Funciones apropiadas para la medición, monitoreo y control de riesgos; y
- Vigilancias internas tolerantes y auditorías independientes.

En general, teniendo en cuenta la complejidad y amplitud de las actividades de la entidad a analizar, se debe contar con sistemas de cálculo del riesgo que evalúen la incidencia de los cambios de tasas, tanto en las utilidades como en el valor económico.

El objetivo de toda entidad financiera debe ser acotar su exposición al riesgo de tasa, ya sea determinando los plazos de los préstamos a entregar, las tasas activas, el tipo de tasa (fija o variable) y, en el caso de la variable, la frecuencia del ajuste de la misma y la selección de la tasa de referencia. Asimismo, es fundamental la determinación del nivel de capital óptimo según la conjunción de los riesgos, propios o de mercado, a los que está expuesta. Sin embargo, ninguno de estos procedimientos ofrece garantías sobre los resultados a obtener una vez que el riesgo ha sido tomado.

En primer lugar, en el proceso de gestión se realiza la medición de los niveles vigentes de la exposición al riesgo, identificando los puntos

excesivos que pueden surgir de las posiciones en activos, pasivos y posiciones fuera del balance. Se efectúan simples cálculos o simulaciones estáticas, para luego realizar un análisis más complejo por medio de la realización de modelos dinámicos que orienten hacia potenciales negocios futuros y decisiones empresariales. A su vez, el uso de escenarios múltiples permite la inclusión de la incidencia de cambios relativos entre tasas de interés, como así también los producidos debido a las variaciones en el nivel general de las tasas.

Cuando se analiza la sensibilidad a la tasa de interés de los distintos instrumentos de mercado, resulta importante considerar las posiciones con su respectivo vencimiento, el flujo de fondos esperado, los posibles reajustes de tasa, las fluctuaciones en la curva de rendimientos, el riesgo base, las opciones implícitas y el tratamiento de las posiciones en diferentes monedas, abarcando de esta forma, todos los aspectos más importantes que constituyen el riesgo en cuestión.

El Directorio de cada compañía, definido en la comunicación A5203 del BCRA (2011) como el órgano o autoridad que cumpla funciones de administración conforme al tipo societario que corresponda, será la unidad encargada de fijar límites en forma de un diagrama con pautas claras para la toma de decisiones, con la finalidad de mantener la exposición al riesgo dentro de niveles convenientes, frente a un intervalo de posibles valores en las tasas. También deberá ofrecer un ambiente propicio – eficiente, viable y estable –, y establecer la estrategia de gestión.

Por otro parte, la Alta Gerencia y aquellos gerentes medios que tengan poder decisorio y dependan directamente de ésta o del presidente del Directorio, deben asegurar que las estrategias y procesos de gestión contemplen el perfil de riesgo y el plan de negocios de la entidad.

Los límites de tolerancia de riesgo pueden ser fijados por medio de la utilización de medidas derivadas de distribuciones estadísticas de las tasas de interés. Por ejemplo, utilizando la técnica del Valor a Riesgo (VaR), que busca resumir las peores pérdidas probables durante un horizonte objetivo con un nivel de confianza dado.

Es importante resaltar que la fijación de estos límites debe estar relacionada con situaciones significativas de estrés, considerando las volatilidades históricas y el tiempo requerido para gestionar las exposiciones.

Las pruebas regulares para distintos escenarios de estrés dependen de variables específicas de la entidad o del mercado, tanto de corto como de largo plazo, y la extensión y frecuencia de las mismas deben ser proporcionales a la dimensión de la entidad y su exposición al riesgo, así como a su importancia sistémica en el mercado en el cual opera y a la naturaleza y complejidad de sus operaciones.

A pesar de lo expuesto anteriormente, esporádicamente las instituciones deciden tomar riesgos superiores a los límites preestablecidos. Las razones de estas decisiones varían dependiendo de la entidad en particular, pero en definitiva se otorgan determinadas autorizaciones que permitan estos excesos. Lo crucial es llevar a cabo un seguimiento exhaustivo de la exposición particular, en la mayoría de los casos de horizonte temporal de corto plazo, de manera que se tengan en cuenta las condiciones específicas de cada riesgo tomado.

El uso de informes con mediciones de riesgo periódicos, permite valorar el grado de exposición y comparar los pronósticos obtenidos anteriormente con los actuales, identificando posibles defectos en los modelos de predicción. Una forma de visualizar este accionar es por medio de la realización periódica de *Backtestings* (Jorion, 2001), que implica la implementación de un marco formal estadístico que consiste en comprobar que las pérdidas reales estén alineadas con las pérdidas proyectadas. Su correcta aplicación se efectúa mediante la comparación sistemática de Valores a Riesgo históricos con los estimados de los rendimientos de la cartera asociada. Este tipo de pruebas es típico en la medición de riesgo de mercado (precio) que tiene un horizonte de exposición de corto plazo, pero resulta de difícil implementación en medidas de riesgo de largo plazo, como lo son las medidas de riesgo de tasa de interés.

Los planes de contingencias realizados por las entidades deben establecer claramente una estrategia a seguir ante situaciones inesperadas. Generalmente se trata de políticas que articulen posibles situaciones de estrés y líneas claras de responsabilidad, al mismo tiempo que determinen pasos a seguir ante el nivel de intensidad de cada circunstancia. Se consideran diversos plazos de duración y revisiones periódicas para estos planes (BCRA, Com. "A" 5203).

La ejecución de pruebas de estrés, que consisten en simulaciones de diversos sucesos y escenarios extremos para calcular su efecto en el resultado económico-financiero de las entidades, advierte sobre resultados

imprevistos y provee un indicador sobre la cantidad de capital que eventualmente se requiera para absorber pérdidas. A su vez, contribuye a la capacitación del personal, ya que éste no estaría preparado para atravesar situaciones perjudiciales si nunca antes tuvo que enfrentarlas.

4. MEDICIÓN DEL RIESGO DE TASA

4.1 Enfoques

Durante el desarrollo del presente trabajo se explicó cómo las nuevas regulaciones internacionales y locales, conjuntamente con las técnicas ya antes aplicadas sobre la gestión de activos y pasivos, encontraban su interés en su capacidad de advertir tempranamente los riesgos a los que se encuentra expuesta una entidad financiera.

La normativa presenta dos perspectivas independientes para el análisis y evaluación de los efectos del riesgo de tasa de interés. Por un lado, el modelo de los ingresos financieros netos que propone ver *«la incidencia de un cambio de tasas de interés en los ingresos devengados o previstos»* (BCRA, Com. "A" 5203). Por el otro, el enfoque del valor económico trabaja sobre los flujos de activos y pasivos de la entidad, para ver los cambios producidos en su valor actual producto de los movimientos de las tasas, brindando una visión más integral de los efectos potenciales en el largo plazo.

Desde el punto de vista de la primera de las dos perspectivas, lo que se busca medir es el impacto de los cambios en las tasas de interés sobre utilidades acumuladas o reportadas al momento de ejecutarse. En este sentido, es el componente de utilidades que tradicionalmente ha recibido más atención. Aún tratándose de un análisis básico por no tener en cuenta los diferentes momentos de pago de cada uno de los flujos a considerar, éste es un análisis relevante puesto que las modificaciones en las utilidades o pérdidas pueden ser una verdadera amenaza para la solvencia y estabilidad financiera de la entidad, generando nuevos requisitos para la adecuación de su capital y disminuyendo sensiblemente la confianza que produce en el mercado.

Sin embargo, desde sus inicios hasta la actualidad, las actividades de las empresas financieras se han venido expandiendo y evolucionando en complejidad. Este incremento en la sensibilidad ha llevado tanto a los bancos como a los supervisores a tomar una visión más amplia de los efectos potenciales de cambios en las tasas de interés de mercado sobre

sus utilidades. A medida que este proceso se fue expandiendo, comenzó a tomar mayor relevancia el segundo enfoque propuesto, el del valor económico.

Desde el punto de vista del valor económico, la variación en las tasas de interés puede afectar los activos, pasivos y posiciones fuera de balance de la entidad financiera, siendo este análisis particularmente importante para los accionistas y también para los reguladores. Cuando se habla de valor económico, a lo que se está refiriendo es a la estimación del valor presente de los flujos de caja netos esperados (activos netos de los pasivos). Es por esto que se lo considera un método más certero a la hora de forjar una visión sobre los potenciales efectos a largo plazo de los cambios en las tasas de interés.

4.2 Herramientas

Los cimientos de la estimación y posterior proyección sobre los resultados que se realicen se ven fundados en una correcta proyección de la estructura temporal de tasas de interés. Dicha estructura temporal, es aquella que determina los movimientos de la rentabilidad o interés, producto del paso del tiempo.

Ya sea desde un punto de vista financiero, donde su importancia radica en la valuación de los activos en cartera y la creación de coberturas adecuadas para la misma; económico, donde es indicativo del nivel de actividad e inflación de un sector; o en nuestro caso, en la gestión de riesgos, la curva de tasas es un elemento indispensable para cualquier análisis.

Lo que se pretende es cierto manejo en la capacidad de presagiar la estructura de tasas por medio de una proyección de la misma, a partir de un instante posterior al momento inicial donde la curva es conocida y cierta, y hasta el último momento donde tenga expuestos los activos y pasivos propios. Para ello, se suelen utilizar modelos de tasas, donde suponiendo que el mercado se mueve con cierta estructura y asumiendo un conjunto de parámetros necesarios para el modelo del que se trate, se busca exponer el comportamiento futuro del interés.

Muchos modelos se han instrumentado con el objeto de modelar el comportamiento de las tasas de interés, en algunas ocasiones iniciando por medio de conocimientos a priori y algunas otras por medio del uso de

metodologías que admitan la inferencia o deducción de particularidades propias de dicho proceso.

Para comenzar con el proceso de proyección se asumirán conocidas las correlaciones entre los diferentes vencimientos de cada tasa, es decir, el plazo por el que se pagará o cobrará intereses, y el momento o período de inicio. A partir de la matriz de correlaciones se puede obtener fácilmente la matriz de varianzas y covarianzas, que resulta ser el primer paso a desarrollar.

Es en este punto donde se utilizará un primer instrumento matemático. Para la aplicación de un modelo de estructura de tasas multifactorial, se deberá contar como herramienta con números (pseudos) aleatorios normales multivariados. Dado que en general los programas de computación generan números pseudo-aleatorios independientes, es necesario transformarlos para lograr simulaciones con la estructura de correlaciones deseada. Para ello se utiliza la factorización de Cholesky (ver J.P Morgan, 1996, o Glasserman, 2002). La factorización implica la descomposición de una matriz cuadrada definida positiva (como lo es la matriz de varianzas y covarianzas), Σ , del siguiente modo $\Sigma = AA^T$, siendo A una matriz triangular inferior llamada matriz de Cholesky. Luego, dado un vector de variables aleatorias normales estándar independientes, $Z \sim N(0; I)$, se puede obtener un vector aleatorio con la estructura de covarianzas deseada mediante la siguiente transformación: $X = AZ \sim N(0; AA^T)$.

La descomposición o factorización de Cholesky se suele usar en la aplicación del método de simulación de Monte Carlo para representar sistemas con variables múltiples correlacionadas. La matriz de covarianzas entre variables se descompone con el fin de hallar la matriz triangular inferior A . Entonces, aplicando ésta a un vector de ruidos simulados incorrelacionados, se genera un vector con las propiedades de covarianza del sistema a ser modelado, es decir se obtiene el vector con las covarianzas deseadas.

El siguiente paso es la elección de un modelo que rija el comportamiento de las tasas de interés forward. Para este caso, hemos tomado una versión simplificada de un modelo multifactorial

Este modelo parte de una ecuación diferencial estocástica que explica el comportamiento de la curva de tasas de interés y está compuesta por una tendencia intrínseca propia y una parte que denota la aleatoriedad del modelo, formando, a partir de sus parámetros el modelo de reversión a la media² que se presenta a continuación.

$$df_{(t;T_i)} = \alpha_{T_i} \cdot (m_{T_i} - f_{(t;T_i)}) \cdot dt + \sum_{j=1}^i a_{i;j} \cdot dw_j$$

En esta ecuación, α_{T_i} representa la velocidad de reversión a la media para la tasa de plazo T_i , m_{T_i} será la media de largo plazo a la cual tiende dicha tasa, y el segundo término será el componente estocástico formado por el vector de covarianzas que previamente habíamos modelado. De esta manera, resolviendo la ecuación diferencial por medio de la aplicación del lema de Ito, se obtiene la forma de la estructura de tasas que se aplicará para el modelo. Esta tendrá la siguiente estructura:

$$f_{(t;T_i)} = f_{(0;T_i)} \cdot e^{-\alpha_{T_i} \cdot t} + 1 - e^{-\alpha_{T_i} \cdot t} \cdot m_{T_i} + \sqrt{\frac{1 - e^{-2\alpha_{T_i} \cdot t}}{2 \cdot \alpha_{T_i}}} \underbrace{\sum_{j=1}^i a_{i;j} \mathcal{E}_j}_{X \sim N(0; \Sigma)}$$

De esta manera, nos resta definir los parámetros del modelo para poder utilizarlo. Hemos aplicado, para llevar a cabo la simulación, un valor de media de largo plazo para todos los vencimientos del 14%, a partir de los valores promedios de los últimos años de la serie de la tasa Badlar; y una velocidad de reversión a la media igual a uno, es decir, moderada y conservadora. Finalmente, el último dato necesario para la estimación fue la estructura temporal de tasas de interés al momento de valuación, es decir, los diferentes valores de tasas que se estaban ofreciendo en el mercado para los distintos vencimientos. Para ello, se utilizó la curva de tasas forward del Mercado Abierto Electrónico (MAE).

² También reconocido como proceso AR(1). Un proceso con reversión a la media tiende a cambiar su comportamiento de crecimiento o decrecimiento en el momento en que se alcanzan extremos (históricos).

4.3. Caso de estudio

Partiendo de una institución financiera como modelo, y con el objetivo de lograr la aplicación de los preceptos antes mencionados para poder proyectar los resultados de la misma acorde a las regulaciones vigentes, se inicia construyendo una cartera hipotética. Como todo modelo, el trabajo presentado intenta representar una simplificación de la realidad, mucho más compleja para su tratamiento. Lo que se tomará es una cartera constituida por una combinación de depósitos y préstamos, evitando así otros instrumentos que compliquen su análisis. Hemos tomado préstamos con sistema de amortización francés sobre un nominal que permanece constante y que se ofrece a una tasa del 20% anual, obtenida como referencia del mercado bancario al momento de realizar este trabajo. Entonces, se puede observar que los préstamos entregados serán a tasa fija. Se suele asumir que los préstamos de este tipo se entregan a mediano o largo plazo, a diferencia de los depósitos que generalmente se renuevan mensualmente, o en otras palabras, son de corto plazo.

Además, los valores residuales del capital de préstamos y depósitos se encuentran vinculados de tal manera que la tasa pasiva y activa se aplica, en cada período, a un mismo monto. Si bien esto es un tanto alejado de la realidad del mercado, el objetivo es mostrar, de forma aislada, el riesgo que se genera periódicamente producto de las fluctuaciones de la tasa de interés, para poder así entender las consecuencias y riesgos de decidir prestar dinero a largo plazo y financiarse con depósitos para el corto plazo.

Finalmente, asumiremos que otros tipos de riesgos no afectan a la cartera bajo análisis, para así ver el efecto puro que tendrán las consecuencias del riesgo de tasa de interés sobre el resultado de la entidad. Entre otras cosas, esto significa que no existirá riesgo de liquidez, es decir que siempre se obtiene fondeo para las operaciones necesarias, y además no habrá tampoco riesgo de incumplimiento de la contraparte (riesgo de crédito).

4.4 Simulación de resultados

Trabajaremos con el modelo de Margen de Intermediación Financiera (ingresos financieros netos) para poder obtener las conclusiones sobre los movimientos de los ingresos totales por los intereses producidos durante el período. Es decir que la variable a analizar es la diferencia entre los

intereses pagados por los depósitos y los intereses obtenidos por los préstamos otorgados. En nuestro modelo, como la fuente de incertidumbre surge de la tasa de interés forward, la existencia de una ganancia o pérdida por la operatoria dependerá exclusivamente de la tasa de corto plazo.

Una vez construido el modelo presentado en la sección 4.2, y habiendo estimado la curva de tasas de interés mensuales para cada período, se lleva a cabo el armado de los flujos de fondos, mes a mes, para exponer los intereses que ingresan y egresan en cada uno. Por un lado, los ingresos por intereses serán la parte de la cuota del préstamo que no está destinada a devolver el capital inicial, esto es, la aplicación de la tasa fija activa al valor residual que continúa remanente en el período inmediato anterior. Por otro lado, los pagos por intereses serán los que surjan de la aplicación de la tasa mensual simulada por el modelo de tasas, al mismo valor residual. Finalmente, el ingreso neto resultará de la diferencia entre los intereses ganados por el préstamo otorgado y los intereses pagados acorde a la tasa simulada.

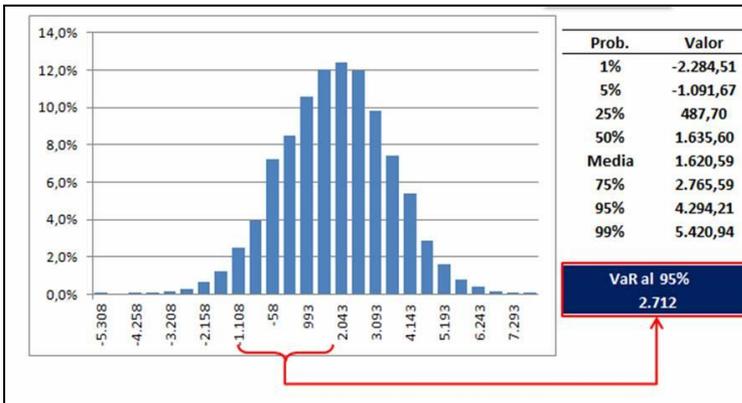
En el siguiente cuadro se ilustra *una* simulación del cálculo del margen de intermediación financiera mensual, trimestral y anual. Se supone que se otorgó un préstamo a 20 años, a una tasa fija del 20% sobre un capital de \$ 100.000. El monto de interés cobrado por este préstamo es decreciente dado que el capital se va reduciendo, pero la tasa se mantiene constante. Dicha operación es financiada por depósitos mensuales, por los cuales la entidad paga la "tasa de mercado", la cual surge del modelo de simulación y está recuadrada en color rojo en la tabla siguiente. Para esa trayectoria particular de las tasas a un mes, el Resultado Financiero anual sería \$2.208. Sin embargo, para tener una idea real del riesgo, es necesario repetir el análisis para distintas posibles trayectorias de la tasa, lo cual se realiza median una Simulación de Monte Carlo.

Tabla 1

| | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Préstamo | 100,000 | | | | | | | | | | | | |
| Tasa | 20.00% | | | | | | | | | | | | |
| Plazo (años) | 20 | | | | | | | | | | | | |
| Cuota | 1,699 | | | | | | | | | | | | |
| Mes: | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Saldo Préstamo | 100,000 | 99,968 | 99,935 | 99,902 | 99,868 | 99,834 | 99,799 | 99,763 | 99,727 | 99,691 | 99,653 | 99,615 | 99,577 |
| Interés Activo | | 1,667 | 1,666 | 1,666 | 1,665 | 1,664 | 1,664 | 1,663 | 1,663 | 1,662 | 1,662 | 1,661 | 1,660 |
| Amort. | | 32 | 33 | 33 | 34 | 34 | 35 | 36 | 36 | 37 | 37 | 38 | 39 |
| Tasa Plazo Fijo | 16.00% | 15.68% | 17.62% | 19.43% | 17.35% | 18.66% | 19.14% | 16.94% | 18.13% | 16.34% | 17.96% | 20.20% | 18.05% |
| Interés Pasivo | | 1,333 | 1,307 | 1,467 | 1,618 | 1,444 | 1,552 | 1,592 | 1,408 | 1,507 | 1,358 | 1,491 | 1,677 |
| Rdo. Fdiero. Mensual | | 333 | 360 | 198 | 47 | 221 | 111 | 71 | 254 | 155 | 304 | 170 | -16 |
| Rdo. Fdiero. Trim. | | | | 891 | | | 379 | | | 481 | | | 457 |
| Rdo. Fdiero. ANUAL | 2,208 | | | | | | | | | | | | |

Para llevar a cabo la simulación de Monte Carlo, se realizan cinco mil escenarios de curva de tasas, para así ver la distribución que seguirán los resultados de la compañía, y por medio de éstos llegar a aplicar alguna herramienta que favorezca la correcta gestión. En la experiencia realizada, obtuvimos la siguiente distribución empírica de resultados. Se puede apreciar que el resultado esperado es una ganancia aproximada de \$ 1.600. Sin embargo, en un escenario desfavorable, con un 5% de probabilidad, el resultado podría ser una pérdida de \$1.100. Esto implica que el riesgo es aproximadamente de \$2.700.

Gráfico 1



Para ver gráficamente el resultado hallado y generar una interpretación del mismo, usamos la herramienta de Ganancias a riesgo, EaR (por sus iniciales en inglés, *Earnings at Risk*) que nos permitirá analizar cómo se comportan los resultados obtenidos partiendo de la distribución de dichas ganancias, con un nivel de confianza $\alpha = 0,05$. Este es el sector de la distribución remarcada, que será el objetivo a mitigar a la hora de efectivizar la aplicación de las herramientas de gestión antes mencionadas, para mantener la exposición al mínimo aceptable y evitar que los resultados obtenidos repercutan excesivamente sobre la solvencia y armonía organizacional.

5. CONCLUSIONES Y CONSIDERACIONES FINALES

En el presente trabajo, se trabajó especialmente con el manejo de activos y pasivos de una institución bancaria a través de una cartera que al estar restringida a dos productos, depósitos a corto plazo y préstamos a largo, permitió realizar un análisis de los riesgos que debe enfrentar la entidad, junto con la simulación de escenarios alternativos probables.

El principal obstáculo que encuentran los gestores y analistas de riesgos es la posibilidad de manejar portafolios con gran diversidad de productos, que traen aparejados distintas tasas de referencia. Esta variedad puede ser representada por medio de créditos hipotecarios, cupones de tarjeta de crédito o cualquier otro tipo de instrumento financiero que la entidad opere. Si se considera que cada elemento representa diferentes tipos de riesgos, existirá una tasa particular que refleje su exposición a riesgo.

Para un análisis ulterior quedará el estudio del riesgo de tasa de interés por medio de un modelo que llegue a una estimación de tasas más sofisticado que el utilizado en este trabajo. Específicamente, se podría haber tomado como caso particular el modelo HJM (Heath, Jarrow y Morton, 1992), que cuenta con la ventaja de brindar un modelo de tasas multifactorial sobre la curva de tasas, y por lo tanto, resultaría más apropiado para describir el comportamiento de la curva de tasas. Su modelado, basado en la eliminación de oportunidades de arbitraje dentro del mercado, parte de una curva considerada como la vigente al momento inicial, y se puede distinguir de otros modelos clásicos (como el de Vasicek, 1977) ya que no parte del contexto económico para describir el comportamiento de las tasas de interés.

Sin embargo, a pesar de proveer una mejor estimación sobre el comportamiento de las tasas, el modelo HJM tiene un inconveniente significativo que radica en el problema de aplicarlo al mercado local. La calibración de los parámetros sería muy compleja en Argentina debido a la insuficiencia de curvas de tasas de mercado de largo plazo, principalmente porque el mercado argentino no cuenta con valores históricos confiables y, al mismo tiempo, posee poca liquidez.

Finalmente, se debe tener en cuenta que, pese a que el presente trabajo se focalizó en el riesgo de tasa de interés, éste es sólo una de las contingencias posibles dentro de una institución bancaria. El enfoque aislado que se le dio al riesgo de tasa se debe integrar al conjunto de riesgos propios de estas organizaciones, como el de crédito, liquidez, etc.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Banco Central de la República Argentina, *Com. "A" 5203*, 23 de Mayo de 2011.

Bessis, Joel. (2002): *Risk Management in banking. 2º Ed.* Chichester, England: John Wiley & Sons Ltd.

BIS (Junio 2006): Bank for International Settlements. Comité de Supervisión Bancaria. "Convergencia internacional de medidas y normas de capital. Marco revisado. Versión integral.

BIS (Diciembre 2010a). Bank for International Settlements. Comité de Supervisión Bancaria. "Basilea III: Marco internacional para la medición, normalización y seguimiento del riesgo de liquidez".

BIS (Diciembre 2010b). Bank for International Settlements. Comité de Supervisión Bancaria. Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios.

Glasserman, Paul. (2003): *Monte Carlo methods in financial engineering.* Berlin: Springer.

Goodhart, Charles (2010): How should we regulate bank capital and financial products? What role for 'living wills?'" en Turner and others, *The Future of Finance: The LSE Report*, London School of Economics and Political Science.

Heath, D., R. Jarrow and A. Morton (1992): Bond pricing and the term structure of interest rates: a new methodology for contingent claim valuation, *Econometrica*, 60: 77--105.

Hull, John. (2009): *Options, futures and other derivatives*. 7^o Ed. New Jersey: Pearson Education.

Jorion, Philippe. (2001): *Value at Risk*. 2nd Ed. McGraw-Hill.

J. P. Morgan & Reuters, (1996): *RiskMetrics – Technical Document*, 4^o edition.

Vasicek, O. (1977): An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of Financial Economics*, 5, 177-1 88.