Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas

Instituto de Investigaciones en Administración, Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión (IADCOM)

Centro de Investigación
en Métodos Cuantitativos
Aplicados a la Economía y la Gestión
(CMA)

XII JORNADAS NACIONALES Y LATINOAMERICANAS ACTUARIALES

2011

TOMO II

Editores:
María Teresa Casparri
Alicia Bernardello
Javier García Fronti
Ana Silvia Vilker

XII Jornadas Nacionales y Latinoamericanas Actuariales 2011 / María Teresa Casparri ... [et.al.] ; dirigido por María Teresa Casparri. - 1a ed. - Buenos Aires : Universidad de Buenos Aires, 2012.
239 p. ; 20x15 cm.
ISBN: 978-950-29-1386-5
1. Economía. 2. Actas de Congreso. I. Casparri, María Teresa. II. Casparri, María Teresa, dir.
CDD 330
Fecha de catalogación: 03/08/2011

Presidente de las Jornadas
Prof. Dr. Alberto Edgardo Barbieri
Comité Ejecutivo
María Teresa Casparri
María Alejandra Metelli
Lidia Rosignuolo
José Luis Franza
Angel Trossero
Comité Académico
Enrique Dieulefait
Víctor Hugo Bagnati
Emilio Antonio Machado
Jorge Somoza
Víctor Alvarez
Alberto Sáenz
Comité Organizador
Alicia Blanca Bernardello
Juan Ramón Garnica Hervás
Javier García Fronti
Miguel Ángel Simoes
Liliana Norma Silva
Alejandro Simón
Aldo Omar Vicario
Juan Miguel Massot

Editor Responsable:
Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados
a la Economía y la Gestión (CMA)
Facultad de Cienicias Ecnómicas – (UBA)
Av. Córdoba 2122 2º piso
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina
Tel/Fax 0054 (011) 4370-6139; cma@econ.uba.ar

Índice

TOMO I

7 **Acerca de los autores**

13 **Prólogo**

15 **Una metodología optimizadora para el cálculo de la distribución de sumas de variables aleatorias**
Javier Ernesto Barraza

37 **Principios básicos del seguro de la Internartional Association of Insurance Supervisors (IAIS)**
Patricia Dora García y Eduardo Melinsky

47 **Un modelo "complejo" de inversión**
Esteban Otto Thomasz y Felipe Rearte Kennedy

61 **Análisis de transiciones y del stock de siniestros provenientes de la ley de riesgos de trabajo**
Liliana Silva y Esteban Cervetto

77 **Aplicación de los conjuntos borrosos a la definición de parámetros indicadores de salud**
Luisa L. Lazzari y Patricia I. Moulia

91 **Análisis económico y financiero del mercado asegurador**
Mario Alejandro Wolansky

115 **Intervalo de confianza para la reserva IBNR**
Anabel Aldana y Leonardo Berinstein

141 **El impacto de la inflación en las decisiones financieras**
Gustavo Tapia

157 **Dos herramientas para una regulación macroprudencial eficiente del sistema financiero argentino**
María Teresa Casparri y Pablo M. Herrera

167 **Estimación del valor en riesgo mediante Teoria de Valores Extremos. Aplicación a la determinación de capitales mínimos regulatorios**
Adrián F. Rossignolo y Víctor A. Alvarez

233 **Medición de riesgo de tasa de interés: una aplicación mediante simulación de Monte Carlo**
Laura Josefina Arias, Mauro E. Speranza y Roberto Dario Bacchini

TOMO II

15 **Análisis patrimonial dinámico**
Alfredo Boietti y Eduardo Melinsky

55 **Precios internacionales de *commodities* y ciclo económico: el caso de Latinoamérica**
Verónica Caride, Mauro de Jesús y Ana Silvia Vilker

75 **Teoría de la credibilidad: aplicación a los seguros de vida de saldos deudores**
Pablo Zbinden y Paula Mutchinick

107 **Metodologías tradicionales y las opciones reales en las decisiones de inversión en la industria del turismo**
María Eugenia De Simoni

115 **Solvencia II: Capital basado en riesgos**
Milagros Fernández Villa y Paula Mutchinick

133 **La mortalidad infantil en la Ciudad de Buenos Aires: una aplicación del esquema de Lexis**
Pablo Caviezel

151 **Modelos dinámicos de mortalidad**
María Alejandra Metelli y Paula Mutchinick

175 **Modelización de tarifas en seguros de riesgo de trabajo utilizando metodologías Bayesianas**
Roberto Eugenio Zareba y María Alejandra Metelli

221 **Repensando la modelización, los problemas cualitativos, la investigación de operaciones y la estadística desde la subjetividad y las ideas Zadhianas**
Emilio A. Machado, María Teresa Casparri, Pablo E. García y Juan Ramón Garnica Hervas

233 **Ahorro previsional voluntario: características y situación en Centro y Sudamérica**
Raúl Rodríguez Vidal y Edith Sequeira

ACERCA DE LOS AUTORES

Anabel Aldana
Graduada en la carrera de Actuario en Economía y Auxiliar docente de Cálculo Financiero y Administración Financiera de la Facultad de Ciencias Económicas, UBA. Se desempeña como Actuaria de Seguros Generales en Zurich Argentina.

Víctor Adrián Álvarez
Actuario y Profesor Titular Ordinario de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesor en Matemática del Instituto Superior del Profesorado Dr. Joaquín V. González. Director Orientación Administración de Empresas y Profesor Asociado en la Universidad de San Andrés. Fundador de la cátedra Bases Actuariales de Inversiones y Financiaciones FCE, (UBA).

Laura Josefina Arias
Estudiante de la carrera de Actuario con orientación en Economía y auxiliar docente Ad-Honorem de la materia Bases Actuariales de la Inversión y la Financiación en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Roberto Darío Bacchini
Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA) y Especialista en Finanzas de la Universidad de San Andrés. Docente del Área Actuarial y de la Maestría en Gestión Económica y Financiera del Riesgo e investigador del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión en la FCE, (UBA). Profesor de la Universidad de San Andrés.

Javier Ernesto Barraza
Actuario en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesor en Matemática. Ayudante ad-honorem de "Teoría del Equilibrio Actuarial" (riesgo). Se desempeña como Actuario de Reaseguros de MetLife S.A. Seguros de Vida.

Leonardo Berinstein
Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA), titular de Servicios Actuariales desde el año 2002, dedicado al desarrollo de la Consultoría en Seguros, Reaseguros y Pensiones. Fue Profesor Adjunto en la Cátedra de

Teoría del Equilibrio Actuarial (Reaseguro) y desde 2003 es Profesor Adjunto en la Cátedra de Teoría Actuarial de los Seguros Patrimoniales.

Alfredo Boietti
Actuario – Analista funcional Senior e implementador de sistemas de Front Office para entidades financieras. Auxiliar docente en Teoría del Equilibrio Actuarial, (Teoría del Riesgo). Trabajó en Lumina Americas, actualmente reside en el Distrito Federal (México).

Veronica Caride
Magister en Economía, Doctoranda y Docente de la Facultad de Ciencias Económicas, UBA. Con estudios de posgrados en Buenos Aires y en el exterior (Italia y Holanda) en Finanzas Aplicadas, Desarrollo Local y Economía Espacial. Investigadora del Centro de Investigación en Metodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA), Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

María Teresa Casparri
Doctora en Ciencias Económicas, Actuaria, Licenciada en Economía, Contadora pública de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Profesora Emérita. Directora de la Maestría en Gestión Económica y Financiera de Riesgos, del Instituto de Investigación en Administración, Contabilidad y Matemática y del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión de la FCE (UBA). Integrante de comisiones científicas Piubac y de la comisión académica de la Maestría en Docencia Universitaria.

Pablo Caviezel
Actuario de la Unidad de Análisis Demográfico de la Dirección General de Estadística y Censos. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Profesor adjunto de las asignaturas Análisis Numérico y Estadística. Auxiliar docente en Biometría Actuarial, Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Esteban Cervetto
Actuario en la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA. Se desempeña como Actuario en una Aseguradora de Riesgos de Trabajo.

Mauro Andrés De Jesús
Magíster en Finanzas, Universidad Torcuato Di Tella. Licenciado en Finanzas, Facultad de Ciencias Económicas, UADE. Investigador del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA), Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Docente de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA) y de la Universidad Argentina de la Empresa (UADE).

María Eugenia De Simoni
Licenciada en Administración de Empresas, Doctoranda en Administración de Empresas e investigadora del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA) Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Milagros Fernández Villa
Actuaria en economía, estudiante de la maestría en gestión económica y financiera de riesgo y auxiliar docente de Teoría Actuarial de los Seguros Personales, Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Profesora titular de Práctica profesional del actuario II en la Universidad del Salvador.

Patricia Dora García
Actuaria e investigadora del Centro de Investigaciones del Seguro de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Magister en Economía del Gobierno de la Universidad del CEMA.

Pablo E. García
Doctor de la Universidad de Buenos Aires en Filosofía, Investigador Adjunto del CONICET, Profesor Titular de Pensamiento Científico en el Ciclo Básico Común, (UBA), Profesor Asociado en Metodología de las Ciencias Sociales en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Autor de numerosos artículos en publicaciones nacionales e internacionales.

Juan Ramón Garnica Hervás
Profesor Titular de Estadística de Cálculo Financiero y de Estadística para Administradores y Teoría del Caos. Director del Programa de formación docente continua. Subdirector en la carrera de especialización en Docencia Universitaria para Ciencias Económicas. Profesor en el MBA en Administración y del Máster Gestión Actuarial de la Seguridad Social

Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Subdirector del Departamento Pedagógico de Matemáticas de la FCE (UBA).

Pablo Matías Herrera
Licenciado en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Se desempeña como auxiliar docente ad-honorem en la materia Matemática para Economistas y es investigador en formación en el Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA) de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Luisa L.Lazzari
Licenciada en Matemática; Doctora en Economía (Universidad de Valladolid, España); Profesora Titular y Directora de CIMBAGE en la Facultad de Ciencias Económicas, UBA; Directora del Proyecto UBACyT 20020100100025, programación científica 2011-2014.

Emilio A. Machado
Agrimensor y Doctor en Ciencia Físico-Matemáticas de la Universidad Nacional de La Plata. Profesor Emérito y Director del CIMBAGE en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Eduardo Melinsky
Doctor en Ciencias Económicas-Actuariales, Profesor Titular del Área Actuarial y Director del Centro de Investigaciones del Seguro en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Presidente del Instituto Actuarial Argentino y de la Comisión de Actuación Profesional en Entidades Aseguradoras y ART del CPCECABA. Actuario Consultor - Melinsky, Pellegrinelli y Asoc (Corresponsales de Abelica Global)

María Alejandra Metelli
Actuaria de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesora Titular del Grupo de Asignaturas del Área Actuarial, directora del Departamento Pedagógico de Matemática y Coordinadora de la Maestría en Gestión Económica y Financiera de Riesgos en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Patricia I. Moulia
Licenciada en Enseñanza de la Matemática; Profesora Adjunta y subdirectora del CIMBAGE en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Investigadora formada del Proyecto UBACyT 20020100100025, programación científica 2011-2014.

Paula Mutchinick
Actuaria y profesora adjunta de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesora en la Maestría a distancia en Gestión Actuarial de la Seguridad Social, Centro Interamericano de Estudios de Seguridad Social (CIESS) Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Esteban Otto Thomasz
Licenciado en Economía, Magíster en Administración, Doctorando en Ciencias Económicas, profesor adjunto de Cálculo Financiero y Teoría del Caos aplicada a Mercados Financieros e investigador del Centro de investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Felipe Rearte Kennedy
Estudiante de la licenciatura en Economía y auxiliar docente ad-honorem de la materia Teoría del Caos aplicada a Mercados Financieros y Estadística I en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA)

Raúl Rodríguez Vidal
Ingeniero Civil de la Facultad de Ingeniería, (UBA). Profesor Titular Consulto y titular de la Cátedra de Honor de Análisis Matemático II en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Director Gerente de SERVING-Servicios de Ingeniería.

Adrián Fernando Rossignolo
Actuario y docente en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Expositor Invitado en la Universidad de San Andrés, Gerente Actuarial, Suscripciones, Siniestros y Reaseguros de Provincia Seguros de Vida SA, Fellow del Chartered Institute of Bankers y del Institute of Financial Services, London, United Kingdom

Liliana Silva
Actuaria, Profesora adjunta del Grupo de Asignaturas Actuariales y Profesora del Máster en Gestión Actuarial de la Seguridad Social de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Maestrando de la Maestría en Docencia Universitaria de la UBA. Miembro de la Comisión directiva del

Instituto de Estudios de la Seguridad Social "Ricardo Moles" de la Universidad del Museo Social Argentino. Se desempeña como Analista Profesional Actuario en la Dirección General del FGS-ANSES.

Mauro Edgardo Speranza
Estudiante de la carrera de Actuario con orientación en Administración. Ayudante Ad-Honorem de la materia Bases Actuariales de la inversión y la financiación en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Gustavo Tapia
Contador Público, posgrado de especialización en Administración Financiera, magíster en administración, posgrado de formación docente universitaria. Profesor asociado de Administración Financiera, investigador del Centro de investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión y doctorando en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Magíster en Estrategia y Geopolítica de la Escuela Superior de Guerra. Profesor titular en Finanzas en la Universidad de Belgrano.

Ana Silvia Vilker
Licenciada en Economía, profesora adjunta e investigadora del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Mario Alejandro Wolansky
Actuario. de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesional del mercado asegurador de Argentina en compañías líderes. Brinda servicios estadísticos y actuariales en calidad de director de su propia consultora estadística.

Roberto Eugenio Zareba
Auxiliar docente en Teoría Actuarial de los Fondos y Planes de Jubilaciones, Pensiones y Salud Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Pablo Zbinden
Actuario en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA), con certificaciones en los exámenes de la Society of Actuaries (USA) de Financial Mathematics y Probability. Se desempeña en Compañías de Seguros del ramo Vida, en Consultoría Financiera a Entidades Bancarias para la Gestión del Riesgo de Crédito y como analista de Business Intelligence

Prologo

"Hacia el desarrollo de nuevos paradigmas"

El Centro de Investigaciones en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión junto con el Departamento Pedagógico de Matemática han organizado con el mismo ímpetu de siempre estas duodécimas Jornadas que reúnen a estudiantes, docentes de nuestra Casa de Estudios y profesionales del área.

Nuestro Decano, Profesor Dr. Alberto Edgardo Barbieri tuvo a su cargo el acto de inauguración de las mismas, destacando que estas Jornadas permitieron a lo largo de estos doce años y permiten que jóvenes estudiantes y docentes se comprometan con la enseñanza, haciendo hincapié en la investigación y el desarrollo profesional.

Las reuniones científicas se desarrollaron en la sede de nuestra Facultad los días 3 y 4 de noviembre de 2011.

Han participado de las exposiciones y conferencias docentes de nuestra Casa de Estudios como asimismo estudiantes investigadores, alumnos de la Maestría en Gestión Económica y Financiera de Riesgos, autoridades de esta casa de estudio y profesionales.

Las exposiciones han estado referidas a diversas aplicaciones económicas y financieras de la gestión actuarial del riesgo en las distintas áreas de incumbencia de la profesión. Además, se ha destacado la necesidad de seguir intensificando la investigación, intentando formar de este modo un grupo de jóvenes investigadores en el área.

Las dos conferencias centrales estuvieron a cargo de destacados profesionales expertos en el área de seguros y reaseguros. Las mismas versaron sobre las implicancias en el mercado asegurador del dictado de las nuevas resoluciones de la Superintendencia de Seguros de la Nación respecto al seguro de saldo deudor y al reaseguro, respectivamente.

Es nuestro deber como docentes formar jóvenes talentosos capaces de aplicar el conocimiento adquirido al progreso teniendo como desafío la creación de nuevos paradigmas en el área actuarial.

María Alejandra Metelli

ANÁLISIS PATRIMONIAL DINÁMICO

Alfredo Boietti
Profesor Tutor: Dr. Eduardo Melinsky

1. ¿QUÉ ES UN MODELO DE ANÁLISIS PATRIMONIAL DINÁMICO?

Podemos empezar definiendo a un Análisis de Riesgo Dinámico (DRA por sus siglas en inglés - Dynamic Risk Analysis) como todo modelo destinado a analizar las variaciones e interrelaciones entre los factores que determinan el crecimiento y estabilidad de una determinada compañía, cualquiera sea la industria a la que pertenezca.

La forma compleja de un DRA aplicado específicamente a una compañía de seguros patrimoniales contemplada en su totalidad se denomina DFA: Análisis Patrimonial Dinámico (Dynamic Financial Analysis). Los DFA tienen en cuenta que el funcionamiento del sistema subyacente descansa exclusivamente en la generación de flujos de efectivo futuros y saldos de cuentas patrimoniales, a diferencia de lo que ocurre en otro tipo de negocios.

Adicionalmente, dichos flujos de efectivo del negocio asegurador están afectados por varios procesos que influyen sobre su cuantía y el momento en el tiempo en que se van a erogar: algunos de estos procesos son estocásticos, otros están en alguna medida bajo el control del directorio, mientras que otros pueden ser impuestos por fuerzas del mercado o entes reguladores.

Por todo esto, el núcleo de un DFA reside en el análisis sistemático de los flujos de efectivo de la organización, análisis que permitirá identificar y cuantificar las interrelaciones existentes entre los factores que los generan, a fines de poder tomar decisiones basadas en dicha información.

Un punto muy importante a destacar con respecto a su definición es el hecho de que el objetivo de un DFA no es predecir el futuro: más bien, su objetivo es brindar información a los directores de la compañía para que puedan tomar (idealmente) mejores decisiones con respecto al manejo de las variables patrimoniales que rigen el funcionamiento del negocio. La incertidumbre respecto a la cuantía de las erogaciones como consecuencia del pago de siniestros y gastos asociados, como así también al momento en que se producirán, hacen que las decisiones con respecto a las variables patrimoniales sean tomadas en un entorno cambiante y cuyo

impacto no sea fácilmente predecible a priori. Es en este contexto que el DFA constituye una herramienta de gran utilidad para llevar a cabo decisiones en función a una determinada estrategia, gracias a los resultados que produce el modelo.

En líneas generales, el propósito de un DFA es simular un gran número de posibles resultados a partir de ciertos datos de entrada, hipótesis y elementos de control dinámico. Luego, al analizar los valores esperados de estos resultados y las distribuciones de las variables clave, el usuario del modelo puede determinar si los valores son aceptables. Si lo son, se podrá validar la estrategia operativa de la compañía como aceptable, bajo las hipótesis y parámetros del modelo utilizado. En caso contrario, el directorio podrá realizar cambios en los datos de entrada (cambios de estrategias) y así determinar qué cambios resultan ser efectivos para mejorar los resultados y llevaros hacia un nivel de aceptación.

En términos sencillos, un DFA intenta explicar el funcionamiento integral de una compañía de seguros patrimoniales, a partir de determinar cómo se relacionan entre sí los factores que inciden en dicho funcionamiento. Debido a su complejidad, esa determinación de interrelaciones no puede ser resuelta con métodos analíticos: se recurre entonces a la simulación estocástica.

1.1 ¿Por qué utilizar un DFA?

Los modelos DFA permiten demostrar de qué manera un curso de acción adoptado influye en determinado resultado, por lo tanto es posible analizar la variación en los resultados producto de adoptar tal o cual estrategia. En otras palabras, el modelo acepta la inclusión de decisiones y cuantifica sus impactos en el resultado final.

Esta vinculación directa entre estrategias y resultados obtenidos surge a partir de la interacción de todas las variables patrimoniales que conforman la empresa, interacción muy compleja y prácticamente imposible de abordar analíticamente. Es por eso que, como se mencionó anteriormente, se utilizan métodos de simulación, los cuales nos brindarán luz acerca de la naturaleza de las relaciones entre las variables.

De esta manera, un DFA permite tanto a la gerencia de la empresa como a los reguladores, identificar y comprender los posibles problemas tempranamente, antes de que generen potenciales crisis. Y aún en el caso

de que los problemas finalmente surjan, el modelo ayudará a comprender los cursos de acción que mejor mitiguen sus consecuencias.

Los modelos de DFA permiten considerar a la compañía como un todo integrado, ya que considera y mide las interconexiones que existen entre todas las variables patrimoniales y diversos sectores que conforman la empresa estudiada.

Como ejemplo de lo dicho será posible determinar, por citar algunos casos:

- El efecto que tiene la contratación de reaseguro en la variación de la probabilidad de ruina
- El impacto en la probabilidad de registrar un resultado negativo, originado por un incremento de los gastos fijos
- Cómo se verá afectado el capital esperado a aportar por los accionistas si el rendimiento de las inversiones disminuye un tanto por ciento

Una de las ventajas comparativas de un DFA es que este tipo de análisis de impacto pueden ser realizados de manera sencilla y relativamente rápida: una vez configurado todo el modelo, se modifican las diversas figuras (dichas figuras en nuestro ejemplo son el reaseguro, los gastos fijos y el rendimiento de las inversiones) y con presionar un botón se obtienen las resultados que ayudarán a determinar el impacto que suponen las mencionadas modificaciones.

Como se verá más adelante, esto no hubiera sido posible con un enfoque estático precursor del DFA. Cualquier cambio en las hipótesis hubiera requerido mucho más tiempo en la obtención de conclusiones, ya que hubiera sido necesario un total rearmado del presupuesto.

Es importante aclarar el hecho de que los resultados arrojados por el DFA serán útiles y válidos solamente si los parámetros y supuestos del modelo son correctos: se necesitará una constante revisión y actualización de las variables patrimoniales analizadas y las distribuciones que las modelizan.

Para clarificar este último punto, supongamos que la distribución seleccionada para explicar la cuantía de los siniestros no representa satisfactoriamente la distribución de las cuantías reales. Por más que el resto del modelo sea consistente y la metodología de simulación sea técnicamente correcta, los resultados obtenidos no aportarán valor alguno

a la toma de decisiones, dado que se basan en una modelización errónea del negocio a representar.

En el presente trabajo se considera una empresa genérica teórica, lo cual implica que los parámetros del modelo no corresponden a ninguna compañía en particular. La utilización del modelo en un caso real implicará la adecuación de los parámetros y distribuciones planteadas, lo cual no atenta con el propósito general del trabajo, el cual es brindar un marco general de referencia para, de querer llevarlo a la práctica, poder ser calibrado y adecuado posteriormente en cada caso práctico individual.

1.2 Contraste entre modelos DFA y ALM de los seguros de vida

Los enfoques de modelos clásicos ALM (Asset-Liability Management o Gestión de Activos y Pasivos) aplicados a los seguros de vida, consideran que los pasivos son en gran medida determinísticos debido a su baja variabilidad [1]. Sería peligroso el transladar este mismo enfoque a los seguros patrimoniales, en donde nos encontramos con flujos de efectivo altamente volátiles. Las compañías de seguros patrimoniales enfrentan factores como la inflación, cambiantes condiciones macroeconómicas, ciclos de suscripción y resoluciones judiciales, todo lo cual torna más difícil la modelización; al mismo tiempo, dichos factores causan que la modelización de los resultados sea también mucho más complicada. En el rubro de los seguros patrimoniales, tanto la fecha de ocurrencia como el monto del siniestro son inciertos. Mientras que en la mayoría de los planes seguros de vida los costos de las coberturas se fijan en valores estrictamente predeterminados (aún en casos de ajuste por inflación o participación en las utilidades), en los seguros patrimoniales dichos costos están afectados por aspectos relacionados con potenciales litigios en la determinación de la indemnización.

1.3 Antecedentes y evolución

Los modelos DFA surgen como evolución natural de anteriores metodologías, a las cuales se le fueron agregando mejoras que permitían superar las limitaciones que suponía su uso. Dividiremos la historia de esta evolución en cuatro etapas:

1.3.1 Presupuesto financiero (Presupuesto clásico)

En esta primera etapa se consideraba sólo un conjunto de hipotésis respecto a los resultados futuros de la compañía, por lo que estos modelos eran esencialmente estáticos. Por ejemplo, se preguntaba: cuál es el

rendimiento esperado de las inversiones? Cuál será el monto de las primas emitidas, y sus gastos asociados? Qué nivel de inflación se espera? Luego, cada sector de la compañía responsable de tales cuestiones establecía un valor estimado a partir del cual se generaba el clásico presupuesto.

Aún en el caso de que el modelo fuera sometido a rigurosas revisiones y modificaciones para su calibración, los resultados arrojados eran estáticos: se contaba solamente con un "camino" posible en futuro, camino trazado a partir de las hipótesis del modelo.

Con el tiempo, esto demostró no ser suficiente a los efectos de planificación, ya que era necesario despegarse del concepto estático y de resultado único que ofrecía este enfoque: eran necesarios más "caminos" posibles a futuro.

1.3.2 Análisis de sensibilidad (o Stress Testing)

Este tipo de análisis salvaba la limitación anterior introduciendo "caminos alternativos" en las proyecciones, entendiendo por ese concepto a los posibles impactos que se generarán en los resultados como consecuencia de variar los supuestos adoptados. Se identifican dichos supuestos clave para el modelo, y se analizan los efectos que produce variarlos en un determinado rango.

Siguiendo con el ejemplo anterior, y a efectos de aclarar la cuestión, al sector responsable de las inversiones ya no se le pedía solamente una tasa de rendimiento esperada, sino un rango posible; lo mismo sucedía para el caso de las primas, los gastos y la tasa de inflación. Así, el modelo incorporaba esquemas de "mejor" y "peor" escenarios esperados, junto a los resultados que suponía cada caso.

Aunque mejor que su precursor, este tipo de enfoque todavía no consideraba un concepto fundamental en lo que respecta a planificación estratégica: cuantificar cuán probable era cada uno de los escenarios propuestos. La variabilidad de los posibles resultados seguía escapando a las mediciones.

1.3.3 Modelización estocástica

Este es el enfoque inmediato anterior al DFA, y se diferencia de los modelos previos básicamente en el hecho de incorporar al análisis las probabilidades asociadas a los rangos de valores establecidos para cada factor relevante.

Con el modelo configurado y calibrado, se ejecuta un proceso de simulación computacional, recalculando el modelo miles de veces y obteniendo valores para cada iteración. Una vez finalizado este proceso, se analizan todas las salidas que originan cada una de las simulaciones. De esta manera se cuenta con un conjunto de resultados y su correspondiente probabilidad: la variabilidad ya es cuantificada por el modelo.

1.3.4 Modelización dinámica

Este enfoque contiene al DFA, y su evolución radica en la posibilidad de incorporar decisiones en el modelo y de tener en cuenta las interrelaciones entre todos los factores clave analizados. Su denominación de "dinámico" es debido a que si un determinado escenario demuestra arrojar resultados inaceptables, como por ejemplo una probabilidad de ruina superior a la permitida por los reguladores, entonces el modelo asume que la dirección de la empresa decidirá el rumbo a seguir con respecto a las variables claves.

De esta manera es posible evaluar los diferentes resultados a los que se llega en función de adoptar diversas decisiones estratégicas: se reemplaza un conjunto de decisiones por otro y se realiza el proceso de simulación nuevamente, con el modelo configurado con el nuevo conjunto de decisiones. Obtendremos otros resultados, los cuales podremos contrastar con los obtenidos bajo los supuestos anteriores.

1.4 Beneficios de la tecnología versus costos

Anteriormente, una compañía que desarrollaba un modelo patrimonial corporativo por lo general terminaba consiguiendo uno o muy simple y rápido, o complejo pero lento. En este último caso, además los resultados eran por lo general estáticos.

Hoy en día las posibilidades que brinda el poder de cálculo de las computadoras han eliminado, o al menos mitigado, este problema. Ya no es necesario elegir entre simpleza y rapidez o complejidad y lentitud. Las capacidades de los sistemas y equipos actuales permiten desarrollar modelos muy complejos y obtener resultados de forma razonablemente rápida.

Ahora bien, todos estos grandes beneficios que ofrece el uso de la tecnología actual no están exentos de costos. Los DFA por lo general contienen miles, sino millones, de líneas de código o celdas con fórmulas y

datos. Por lo tanto se debe contar con una estructura de equipos que soporten la operatoria de este tipo de modelos, como así también personal capacitado para diseñar y programar un DFA: por lo general, esas habilidades de diseño y programación van por separado.

Además de ser diseñados, validados y verificados, dichos modelos deben ser actualizados constantemente. A estos requerimientos se les debe agregar el costo que suponen los expertos con los que se que deben contar para manejar un DFA, además del costo de obtener información operacional válida que se utilizará para derivar las hipótesis iniciales del modelo.

Como en el análisis fundamental de toda inversión, se deberán estimar los beneficios que se esperan obtener con la implementación y uso de un DFA junto a los costos que representa contar con este tipo de modelos.

1.5 Advertencia sobre su uso

Aunque es una herramienta sumamente útil para brindar información acerca de las interrelaciones entre las variables clave del negocio, y de qué manera ese vínculo impacta en los resultados, además de mostrar las consecuencias de tomar determinadas decisiones estratégicas (todas funcionalidades muy complejas de obtener, sino imposible, sin un DFA), no debe olvidarse que nada reemplaza al juicio, opinión y experiencia de la persona.

Esto es, ningún modelo servirá, por más sofisticado que éste sea, si sus resultados no son adecuadamente interpretados por las personas responsables de tomar decisiones en base a lo que indique el modelo.

La confianza en los resultados de un DFA no debe ser en ningún caso superior a la que se le tiene al analista que maneja esos resultados.

2. MODELO PROPUESTO

2.1 Consideraciones preliminares

En esta parte del trabajo se detallarán conceptos previos a la presentación del modelo propiamente dicho, para poder identificar y comprender sus características principales antes de verlo en acción.

Los detalles acerca de las distribuciones y sus parámetros se exponen en (7).

2.1.1 Análisis modular

Se ha optado por estructurar al modelo DFA bajo la forma de módulos separados e interconectados. Esto obedece a dos razones principales: la primera está relacionada con lograr una mayor claridad respecto a la forma de representar cada uno de los factores que inciden en el funcionamiento de la compañía. Cada módulo tendrá "vida propia" en función de sus propias características, y se interconectará con uno o más módulos. Al desarrollarlos separadamente, se gana en detalle respecto de cada factor a la vez que no se resigna claridad en la exposición del modelo como un todo.

La segunda razón es en vistas a una posible utilización del modelo con fines prácticos, en donde la flexibilidad a la hora de configurarlo y calibrarlo se impone como requisito indispensable. Mediante la estructura de módulos utilizada, el modelo DFA no solamente es fácilmente re-configurable en función de las hipótesis que requiera el usuario, sino que también se puede desactivar la aleatoriedad de varios supuestos y tratarlos como valores determinísticos.

2.1.2 Análisis de los resultados del modelo a través del enfoque de fronteras eficientes

Recordemos que, idealmente, nuestro modelo deberá permitir la comparación de diversas estrategias en función de los resultados que arroje la adopción de cada una de ellas. Esto nos lleva a describir la metodología a adoptar para que el directorio pueda cuantificar económica y financieramente los resultados que arroje el DFA; el marco conceptual bajo el cual se encuentra dicha metodología es el de frontera eficiente, utilizado en la teoría moderna de portafolios [2].

Bajo este enfoque, se seleccionan medidas para el riesgo y el rendimiento, para luego establecer pares "riesgo-rendimiento" que quedarán determinados por los resultados que produzcan las diversas estrategias. Luego, una estrategia será eficiente si no existe alguna otra con mayor nivel de rendimiento para un determinado nivel de riesgo, o menor riesgo para un mismo nivel de rendimiento.

Cabe aclarar que si se seleccionan medidas alternativas para valuar el riesgo o rendimiento, la comparación puede arrojar resultados diferentes a los obtenidos bajo las medidas anteriores. Por ello, un DFA no es un método ideado para obtener estrategias óptimas, sino que es una

herramienta para comparar diversas estrategias en términos de riesgo y rendimiento.

2.1.3 Período de análisis

Lo primero que se debe determinar al realizar proyecciones es el período de tiempo que se analizará. Aquí entran en juego dos fuerzas contrapuestas: por un lado, es deseable contar un período prolongado de tiempo para poder evaluar cada estrategia en el largo plazo. Pero por el otro, cuanto más nos alejemos en el tiempo, menor será la precisión de los valores simulados, debido a la acumulación misma del proceso y al riesgo de parámetro.

Por esta razón he elegido un horizonte de tiempo de cinco años para las proyecciones.

2.1.4 Características de la compañía que utilizará el DFA

El desarrollo del modelo se ha realizado para una compañía de seguros patrimoniales teórica, esto es, no se utilizan datos reales de ninguna compañía del mercado. No obstante, la estructura y armado del DFA permite que se puedan reemplazar fácilmente las hipótesis predeterminadas por aquellas que se ajusten mejor a cada caso particular, si se desea aplicar este modelo a una compañía real.

Esta compañía ficticia posee tres carteras de unidades expuestas a riesgo que corresponden a distintas líneas de negocio. Dichas carteras se analizan por separado, ya que cada una tiene características diferenciadoras en cuanto a frecuencia e intensidad de siniestros se refiere, como para justificar el tratamiento individualizado.

En cuanto a las inversiones, se consideran dos tipos de activos: por un lado, bonos libres de riesgo, entendiendo por este concepto que dichos papeles tienen una probabilidad nula de default. Estos instrumentos de renta fija son cero cupón, o sea que se valúan aplicando directamente una tasa de descuento; por el otro, una canasta de acciones que representa la composición de algún índice de mercado, como podría ser por ejemplo el MERVAL.

También se supone que toda la liquidez es reinvertida, atento a cada estrategia considerada en el apartado 5.

El capital aportado por los accionistas al inicio es igual al 75% del valor esperado de siniestros acumulados para el primer año.

2.1.5 Escenarios de negocio

Para cada año se cuenta con cuatro entornos hipotéticos que determinarán distintos conjuntos de rangos respecto a los niveles de frecuencias, severidad de los siniestros y nivel de gastos semifijos. Estos entornos son identificados con el subíndice j. La idea que se persigue con la implementación de estos escenarios es poder asumir diversos niveles de parámetros en función de las expectativas que se tengan con respecto a las frecuencias y montos para cada año, combinados con diversos niveles de gastos semivariables.

Así, por ejemplo, para una misma iteración es posible tener escenarios que consideren años en los cuales se registren:

- Bajas frecuencias
- Moderados montos
- Altos gastos semifijos

Combinados con años en que las condiciones sean distintas, como por ejemplo:

- Altas frecuencias
- Altos montos
- Bajos gastos semifijos

Estos escenarios se distribuyen según una distribución tabular.

2.2 Número de siniestros

Para las tres carteras de la compañía, se asume que la cantidad de siniestros para cada período sigue una distribución Poisson, con función de probabilidad:

$$P(N=n)=\frac{\lambda_i^n e^{-\lambda_i}}{n!}\ ,i=A,B,C \qquad (2,2,1)$$

Dependiendo de cada cartera particular, el parámetro lambda se distribuye de la siguiente manera:

- Cartera A

$$\lambda_{A,t} \sim Poisson(\lambda_{j,t})\ ,j=1,2,3,4 \quad t=1,...,5$$

• Cartera B

$$\lambda_{B,t} \sim Lognormal(\mu_{j,t}; \sigma_{j,t}) \ , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

• Cartera C

$$\lambda_{C,t} \sim Binomial(p_{j,t}; n_t) \ , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

A su vez, como se mencionó en 2.1.5, el entorno j afectará los parámetros de las distribuciones que modelizan el comportamiento de λ_i para cada cartera. Independientemente al entorno, dichos parámetros son determinados en función a la cantidad de pólizas iniciales de cada año, ya que se expresan como una proporción de éstas. De esta manera se logra consistencia en los valores simulados en cada uno de los años estudiados.

Nota: Obsérvese que el valor de n para la distribución Binomial que modeliza a λ_C no depende del entorno j, ya que se trata de la cantidad de unidades a riesgo de la cartera C. En el primer año será un dato conocido, mientras que para los restantes, el valor de n será el valor realizado de la variable aleatoria que modeliza el comportamiento de la cartera (Ver 2.2.)

2.3 Cuantía del siniestro individual

Se eligió la distribución Gamma para modelizar el monto de cada siniestro individual registrado por las unidades expuestas a riesgo de las tres carteras. Dicha distribución tiene como función de densidad:

$$f(x) = \frac{x^{\alpha_i - 1} e^{-\frac{x}{\beta_i}}}{\Gamma(\alpha_i)\beta_i^{\alpha_i}} \ , i = A, B, C \qquad (2,3,1)$$

La función Gamma se obtiene mediante la siguiente integral definida:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty r^{z-1} e^{-t} dt \qquad (2,3,2)$$

De la misma manera que para las frecuencias, los parámetros α_i y β_i también se distribuirán conforme a distintas funciones de probabilidad. Dichos parámetros se obtienen mediante las siguientes relaciones:

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\mu} \qquad (2,3,3)$$

$$\alpha = \frac{\mu}{\beta} \qquad (2,3,4)$$

Siendo μ y σ^2 el valor esperado y la varianza de la función Gamma, respectivamente. Por razones de practicidad y mayor facilidad de configuración, en lugar de β y α se optó por modelizar cada valor esperado μ y desvío σ; de esta manera tenemos:

• Cartera A

$$\mu_{A,t} \sim Triangular(min_{j,t}, mode_{j,t}, max_{j,t}) \; , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

$$\sigma_{A,t} \sim BetaPERT(min_{j,t}, mode_{j,t}, max_{j,t}) \; j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

• Cartera B

$$\mu_{B,t} \sim Logística(a_j; b_j) \; , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

$$\sigma_{B,t} \sim Lognormal(\mu_j; \sigma_j) \; , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

• Cartera C

$$\mu_{C,t} \sim Weibull(a_{j,t}; b_{j,t}; c_{j,t}) \; , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

$$\sigma_{C,t} \sim Beta(min_{j,t}, \alpha_{j,t}, \beta_{j,t}, max_{j,t}) \; j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$$

Como se puede apreciar, los valores que determinan las distribuciones que modelan cada parámetro de la función Gamma también estarán influenciados por el entorno j.

2.4 Módulo cartera

En este módulo se configura el comportamiento del número de unidades a riesgo de la compañía durante los cinco años, para las carteras A, B y C. En otras palabras, lo que hacemos es modelizar las cantidades de contratos de cada cartera año a año, mediante el siguiente esquema:

$$Q_i^{Totales}(t) = Q_i^{Totales}(t-1) + Q_i^{Nuevas}(t-1;t) - Q_i^{Canceladas}(t-1;t) \qquad (2,4,1)$$

$$Q_i^{Renovadas}(t-1;t) = Q_i^{Nuevas}(t-1;t) - Q_i^{Canceladas}(t-1;t) \qquad (2,4,2)$$

Reemplazando (2.4.2) en (2.4.1):

$$Q_i^{Totales}(t) = Q_i^{Totales}(t-1) + Q_i^{Renovadas}(t-1;t) \qquad (2,4,3)$$

Definimos:

$$Q_i^{Totales}(1) = Dato\ inicial \qquad (2,4,5)$$

para i = A, B, C y t = 1,2,3,4,5.

Como se puede observar, simulando las pólizas nuevas y canceladas en cada período, quedan determinadas las totales y renovadas de cada período inmediato posterior. Para las nuevas se ha elegido una distribución Gamma mientras que las cancelaciones siguen una distribución Beta. Con el objetivo de mantener la consistencia de estas distribuciones Gamma y Beta, sus parámetros son función de la cantidad de pólizas iniciales de cada año, como una proporción de éstas.

2.5 Módulo tasas de interés

El módulo se basa en la modelización de la tasa instantánea de interés de corto plazo, variable a partir de la cual se determinará la estructura temporal de la tasa de interés, estructura que se denomina curva cero cupón.

Es con esta curva de rendimientos que se valuarán los bonos que se incluyen en alguno de los planes de inversión de la compañía. Dichos

instrumentos se suponen con riesgo crediticio nulo y de plazo anual para todos los períodos de análisis.

Existen modelos alternativos que construyen dicha estructura a partir de diversos datos de entrada (como tasas de diversos instrumentos financieros operados en el mercado para los distintos plazos, convenciones de cálculo de días, métodos de interpolación, entre otros) las cuales no aplican a un modelo DFA dada la naturaleza estática de los parámetros necesarios para la construcción.

Por lo tanto necesitamos un modelo generador de tasas de interés de corto plazo, para simular la curva cero cupón a partir de aquél.

En la literatura existen varios modelos para esta variable, como ejemplos podemos citar los que encontramos en Ahlgrim, D'Arcy and Gorvett [3], Musiela and Rutkowski [4, páginas 281–302] y Bjork [5].

Para la elección final del modelo a adoptar, se tuvieron en cuenta algunos aspectos de los movimientos de la tasa de interés, tales como:

1. La volatilidad varía según el plazo de la tasa

2. Es un proceso reversible a la media (mean-reverting process en inglés)

3. Las tasas de diferentes plazos están positivamente correlacionadas

4. No permiten que las tasas se vuelvan negativas

También se tuvo en cuenta la practicidad de implementación, es por ello que se optó por el modelo de Cox–Ingersoll–Ross (CIR) de un factor, el cual pertenece a la clase de modelos donde la tasa instantánea es modelada como un caso especial del proceso de Ornstein - Uhlenbeck:

$$dr = k\,(\theta - r)\,dt + \sigma r^{\gamma} dZ \qquad (2{,}5{,}1)$$

Definiendo γ =0.5 tenemos el CIR, también conocido en la literatura como *square root process*:

$$dr_t = a\,(b - r_t)\,dt + s\,\sqrt{r_t}\,dZ_t \qquad (2{,}5{,}2)$$

donde

r_t = tasa instantánea de corto plazo
b = media de largo plazo
a = constante que determina la velocidad de la reversión de la tasa de interés a su media de largo plazo b
s = volatilidad del proceso
(Z_t) es un movimiento Browniano estándar

Nos interesa modelizar la dinámica de la tasa de corto plazo en los años de análisis, por ello discretizamos (2.5.2) para llegar a:

$$dr_t = r_{t-1} + a\,(b - r_{t-1}) + s\,\sqrt{r_{t-1}}\,Z_t \qquad (2{,}5{,}3)$$

donde

r_t = tasa instantánea de corto plazo al inicio del año t

$(Z_t) \backsim N(0;1), Z_1, Z_2, \ldots i.i.d$

b, a, s = igual que en $(2{,}5{,}2)$

2.5.1 Estructura temporal de la tasa de interés

A partir de (2.5.2), calculamos los precios $F(t,T,(r_t))$ a cada momento t de los bonos cero cupón que pagan 1 unidad monetaria en el vencimiento t+T, como:

$$F(t,T,(r_t)) = E[e^{-\int r_{t+s}ds}] = e^{A_T - r_t B_T} \qquad (2{,}5{,}1{,}1)$$

donde

$$A_{t,T} = \left(\frac{2Ge^{(a+G)(T-t)/2}}{(a+G)(e^{G(T-t)}-1)+2G}\right)^{2ab/s^2},$$

$$B_{t,T} = \frac{2(e^{G(T-t)}-1)}{(a+G)(e^{G(T-t)}-1)+2G},$$

$$G = \sqrt{a^2+2s^2}.$$

La demostración de este resultado puede encontrarse en [6]. Las tasas con capitalización continua derivadas de (2.5.1.1) determinan la estructura temporal de las tasas cero cupón de cada período t:

$$R_{t,T} = -\frac{ln\, F(t,T,(r_t))}{T} = \frac{r_t B_{t,T} - ln\, A_{t,T}}{T}, \qquad (2{,}5{,}1{,}2)$$

en donde T es el tiempo al vencimiento.

2.6 Módulo inflación

La inflación desempeña un rol muy importante en el modelo, ya que al modificar el monto final de los siniestros como así también los gastos, influye de manera directa en las estimaciones realizadas para calcular las primas futuras.

En el modelo suponemos que conocemos cada siniestro desde la base, esto es, desde el primer peso. Esto significa que no son datos de siniestros a los cuales se les haya aplicado previamente franquicias o deducibles. En caso contrario, como la inflación aumenta el valor monetario del siniestro, existiría la posibilidad de que haya siniestros que no superen la franquicia o deducible antes de considerar la inflación, y sí lo hagan una vez aplicada aquélla. De esta manera habría "inflación de frecuencia", toda vez que habrá más siniestros que se registren en las diversas coberturas. De nuevo, al considerar cada siniestro desde la base, la inflación no afectará la cantidad de siniestros en el modelo.

El enfoque elegido es en base a datos históricos del IPC, aplicando a la serie un ajuste de modelo autoregresivo de orden uno [AR(1)]. Esta elección tiene como fundamento un hecho relevante: la demostración que dicho modelo de orden uno ajusta los datos al menos igual que los de orden superior (principio de parsimonia) [7]. Asimismo, la simpleza en su manejo e implementación es un plus a la hora de la elección. En (7.4) se puede apreciar gráficamente la calidad del ajuste.

El modelo es:

$$\pi_t = \alpha\pi_{t-1} + \sigma\epsilon_t \qquad (2{,}6{,}1)$$

donde

π_t= tasa de inflación del año t

α= coeficiente de autoregresión de orden 1

σ= desvío del término de ruido del modelo AR(1)

ϵ_t= término de ruido (*white noise process*). Variable aleatoria de media = 0 y desvío = 1; el proceso tiene autocovarianza = 0.

El término de ruido está idénticamente distribuido en cada punto t del modelo, lo cual asegura el cumplimiento de la hipótesis de homocedasticidad; esto es, la varianza de los residuos no varía en los diferentes niveles del factor.

2.7 Módulo rendimiento de acciones

El conjunto de activos en el que invierten por lo general las compañías de seguros patrimoniales está compuesto por instrumentos de renta fija (2.5) y acciones. Este módulo se enfoca en la modelización del comportamiento de éstas últimas, teniendo en cuenta rendimientos en lugar de precios, para poder utilizar el modelo CAPM (Capital Asset Pricing Model), el cual relaciona el nivel de la tasa de interés libre de riesgo y el rendimiento de las acciones [8].

La aplicación de este modelo supone considerar los rendimientos de un portafolio de acciones que represente al mercado, conocido como market portfolio en la literatura. Asumiendo una significativa correlación entre ambos rendimientos, he seleccionado un modelo lineal para representar los rendimientos anuales del *market portfolio* r_t^M condicionados a la tasa $R_{t,1}$:

$$E[r_t^M|R_{t,1}] = a^M + b^M(e^{R_{t,1}} - 1) \qquad (2{,}7{,}1),$$

donde

$e^{R_{t,1}} - 1$ = rendimiento libre de riesgo, ver $(2{,}5{,}1{,}2)$

a^M = parámetro de rendimiento independiente de la tasa $R_{t,1}$

b^M = parámetro que mide la sensibilidad entre el rendimiento del *market portfolio* y el rendimiento libre de riesgo.

Es importante aclarar que no debemos confundir la tasa de rendimiento r_t^M con la tasa instantánea de interés de corto plazo de nuestro modelo CIR. También cabe destacar que valores negativos de b^M significarán una disminución en el valor esperado del precio de los acciones. Aplicamos la fórmula del modelo CAPM para obtener el rendimiento condicional esperado de la inversión en una acción S:

$$E[r_t^S|R_{t,1}] = (e^{R_{t,1}} - 1) + \beta^S \left(E[r_t^M|R_{t,1}] - (e^{R_{t,1}} - 1)\right) \qquad (2{,}7{,}2)$$

donde

$e^{R_{t,1}} - 1$ = rendimiento libre de riesgo

r_t^M = rendimiento del *market portfolio*

β^S = coeficiente Beta de la acción S

$= \frac{Cov(r_t^S, r_t^M)}{Var(r_t^M)}$

2.8 Importe acumulado de siniestros anuales sin considerar reaseguro

El enfoque colectivo de la Teoría del Riesgo considera un proceso estocástico que genera siniestros en una cartera; esto es, se considera la cartera en su conjunto en lugar de cada unidad a riesgo que la compone. El análisis se basa en el número de siniestros, y luego para cada siniestro, cuál es su importe.

Habiendo ya cubierto los módulos correspondientes al número de siniestros (2.2) y el importe del siniestro individual (2.3), aplicamos la teoría del riesgo colectivo para obtener la distribución del importe acumulado de siniestros, bruto de reaseguros:

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i \qquad (2{,}8{,}1)$$

donde

N = variable aleatoria que representa al número de siniestros

X_i = variable aleatoria que representa el importe del siniestro número i

S = importe acumulado de siniestros, bruto de reaseguros

Cada siniestro individual a cargo del asegurador se obtiene teniendo en cuenta el deducible, la franquicia y el límite, quedando:

$$X_i^* = min\ [max\,(X_i(1-d) - F; 0)\,; L] \qquad (2{,}8{,}2)$$

donde

X_i^* = importe del siniestro número i a cargo del asegurador

d = porcentaje correspondiente al deducible aplicado

F = importe de la franquicia aplicada

L = monto máximo hasta el cual responde el asegurador por siniestro indemnizable

Finalmente el importe acumuado de siniestros bruto de reaseguros en el año t a cargo del asegurador es:

$$S_t = \sum_{i=1}^{N} X_i^* \qquad (2{,}8{,}3)$$

Cabe aclarar que a todos los valores involucrados en este módulo (siniestro individual, franquicia y límite) se les aplica el efecto inflacionario

del período correspondiente. Para brindarle mayor flexibilidad al modelo, se simula mediante una variable aleatoria uniforme discreta el mes en que se produce el siniestro, y luego se proporciona la tasa anual de inflación para hallar el monto indexado a ese momento.

2.8.1 Siniestros pagados en el período

Se supone que nuestra base de imputación de siniestros es la de ocurrencia, con lo cual cada siniestro será registrado contablemente en el período en el que ocurre, coincida o no con el período en el que se denuncie, se pague o en el que esté vigente la póliza que registre el siniestro.

El monto de los siniestros no se caracteriza solamente por su valor final sino que también debemos considerar el desarrollo de los pagos a través del tiempo, lo cual añade incertidumbre al proceso siniestral. Tanto el valor del dinero en el tiempo como la inflación tendrán relevancia aquí. Como consecuencia, no basta con modelar las frecuencias y severidades sino también las incertidumbres relacionadas con el proceso de pago.

Para hallar el monto de los siniestros pagados en cada año, debemos generar un patrón de pagos; esto es, simular qué porcentaje del monto ocurrido se paga o difiere en cada período. Según la cartera, se han elegido distintas distribuciones según se detalla más adelante.

$$S_t^{'} = S_t\,\zeta_{t,i} \qquad i = A,B,C \qquad (2,8,1,1)$$

$$S_{t+1}^{'} = S_t^{'}\,(1-\zeta_{t,i}) + S_{t+1}\,\zeta_{t+1,i} \qquad i = A,B,C \qquad (2,8,1,2)$$

donde

$S_t^{'}$ = monto de siniestros pagados en el período t

S_t = monto de siniestros incurridos en el período t

$\zeta_{t,i}$= variable aleatoria que modeliza el porcentaje de siniestros pagados en la cartera i en t , con:

- Cartera A

$$\zeta_{t,A} \sim Triangular(min, mode, max)$$

- Cartera B

$$\zeta_{t,B} \sim BetaPERT(min, mode, max)$$

- Cartera C

$$\zeta_{t,C} \sim Beta(min, \alpha, \beta, max)$$

Como se puede apreciar a partir de (2.8.1.1) y (2.8.1.2), asumimos que el monto remanente del siniestro se paga íntegramente en el año siguiente a su ocurrencia, a mitad de año en promedio. Esto, como simplificación en la implementación del modelo.

2.9 Módulo primas

2.9.1 Prima pura

Se calcula la prima pura anual hallando la esperanza matemática del importe del siniestro en dicho período. Nuestro modelo calcula la misma para cada cartera y cada año particular haciendo el promedio de M simulaciones para $S_t/Q_t^{Totales}$, o sea la media muestral como estimador insesgado de la mencionada esperanza. Cabe mencionar que aquí también se considera el efecto inflacionario a la hora de calcular montos.

La prima pura es:

$$PP_t = \frac{\sum_{j=1}^{M} \left(\frac{S_t}{Q_t^{Totales}}\right)}{M} \qquad (2,9,1,1)$$

donde

PP_t = prima pura del año t

M = cantidad de simulaciones realizadas para hallar el promedio como estimador de la esperanza

S_t = igual que en (2.8.3)

$Q_t^{Totales}$ = igual que en (2.4.5)

2.9.2 Prima de tarifa

A partir de la prima pura (2.9.1) y al aplicarle margen de seguridad (o de contingencia ante desvíos siniestrales), margen de utilidad y recargo para gastos, obtenemos la prima de tarifa de la siguiente manera:

$$PT_t = \frac{PP_t(1+\xi)(1+\psi)}{(1-g)} \qquad (2{,}9{,}2{,}1)$$

donde

PT_t = prima de tarifa del año t

ξ = porcentaje sobre prima pura de margen de seguridad

ψ = porcentaje sobre prima pura de margen de utilidad

g = porcentaje sobre prima pura de recargo de gastos

2.9.3 Ventas

Se modeliza el mes promedio de ventas mediante una variable aleatoria uniforme discreta, bajo el supuesto de que la totalidad del monto de ventas se concentra en dicho mes. Este supuesto es a fines prácticos y representa el concepto de ventas uniformes a lo largo de cada año. Otros supuestos adicionales son:

1. No existe riesgo de crédito, en el sentido que las ventas se cobran cuando se producen.

2. No hay correlación entre el nivel de las primas de tarifa y la composición de las carteras.

3. La vigencia de las pólizas es anual y las vigencias coinciden con los años calendario, con lo cual no hay reservas de riesgos en curso.

2.10 Módulo reaseguro

Se cuenta con una cobertura de Stop Loss (S/L) para el conjunto de las tres carteras.

El módulo calcula el monto de primas cedidas al reasegurador por contar con la cobertura, y se asume que dicha cesión se produce en el mes en el que el asegurador cobra las primas, como supuesto simplificador.

De esta manera ya se cuenta con el cálculo de los ingresos por primas netos de reaseguro.

El importe a cargo del reasegurador es:

$$S_t^{S/L} = max\ (S_t - P_t; 0) \qquad (2{,}10{,}1)$$

donde

$S_t^{S/L}$ = monto acumulado de siniestros a cargo del reasegurador del año t

S_t = igual que en (2.8.3)

P_t = importe de la prioridad del año t

La modelización del monto pagado por el reasegurador es análoga al desarrollo en (2.8.1) para el caso del asegurador, pero con el diferimiento como:

$$\Psi_t \sim Lognormal(\mu; \sigma)$$

$$S_t'^{S/L} = S_t^{S/L}\ \Psi_t \qquad (2{,}10{,}2)$$

$$S_{t+1}'^{S/L} = S_t'^{S/L}\ (1 - \Psi_t) + S_{t+1}^{S/L}\ \Psi_{t+1} \qquad (2{,}10{,}3)$$

donde

$S_t'^{S/L}$ = monto de siniestros a cargo del reasegurador pagados en el período t

$S_t^{S/L}$ = monto de siniestros a cargo del reasegurador incurridos en el período t

Ψ_t= variable aleatoria que modeliza el porcentaje de siniestros pagados en t

El importe de la prioridad en cada período de análisis t se fijó en el 150% de la esperanza de la variable aleatoria S(t) (el importe acumulado de siniestros para el año t).

Notar que el diferimiento en el pago (Ψ_t) de los siniestros a cargo del reasegurador no depende de la cartera i, ya que el reaseguro aplica al conjunto de las tres.

2.11 Módulo reservas

Este módulo calcula el importe de la reserva de siniestros pendientes (RSP) a cargo del asegurador, como así también la correspondiente al reasegurador. Con respecto a la reserva de riesgos en curso (o de primas no ganadas), reiteramos que al modelizar la distribución de los siniestros mediante variables aleatorias, estamos asumiendo que conocemos de antemano la distribución de aquéllos, con lo cual esta reserva es nula para todos los años de análisis.

La RSP a cargo del asegurador es:

$$R_t = S_t - S_t^{'} = S_t(1 - \zeta_{t,i}) \qquad i = A, B, C \qquad (2{,}11{,}1)$$

$$\triangle R_t = R_{t+1} - R_t \qquad i = A, B, C \qquad (2{,}11{,}2)$$

Esta reserva a cargo del reasegurador se calcula de manera análoga, teniendo en cuenta los siniestros a su cargo y los diferimientos correspondientes:

$$R_t^{S/L} = S_t^{S/L} - S_t^{'S/L} = S_t^{S/L}(1 - \Psi_t) \qquad (2{,}11{,}3)$$

$$\triangle R_t^{S/L} = R_{t+1}^{S/L} - R_t^{S/L} \qquad (2{,}11{,}4)$$

2.12 Módulo gastos

El modelo contempla cuatro tipos de gastos, que según la naturaleza y características de cada uno son:

• *Gastos de ventas:* Esta categoría contempla todos los gastos en que incurre la compañía para poder llevar a cabo la venta de pólizas. Se calculan como un porcentaje de las primas de tarifa, el cual sigue una

distribución triangular. Se abonan en el mismo mes en que se produce la venta promedio de las pólizas.

• *Gastos de liquidación:* Estos gastos consideran todas las erogaciones relacionadas con el proceso de liquidación final de un siniestro. El cálculo es también un porcentaje pero en este caso es sobre los siniestros pagados, y se asume que se pagan en el mismo momento que éstos. Esto produce que el ajuste por inflación de estos gastos ya venga implícito.

• *Otros gastos semifijos:* Existen otros gastos que son independientes tanto del nivel de primas como de los siniestros pagados. La distribución de los diversos niveles de gastos es uniforme, cuyos parámetros dependerán del entorno j, como se detalla en 2.1.5. Se abonan a mitad de año en promedio, lo cual refleja la uniformidad a lo largo del año en este tipo de gastos.

• *Gastos aleatorios:* Se incluyen en esta categoría todos aquellos gastos que no tienen relación con los conceptos anteriores (nivel de primas, siniestros pagados, semifijos). Esta categoría introduce el ruido al nivel general de gastos incluidos por el modelo, y se modeliza con una distribución Normal para considerar valores negativos, los cuales pueden representar por ejemplo ahorros o recuperos. Se asume que se abonan a final de año.

2.13 Módulo dividendos

Finalmente el modelo contempla el pago de dividendos, los cuales representan una distribución en los beneficios de la compañía entre los accionistas. Estos dividendos se calculan sobre la base de registrar un resultado positivo (3.3) durante el año en análisis, y son iguales al 15% del mencionado resultado.

Este módulo se describe en último lugar, ya que considera en su cálculo todas las variables patrimoniales que surgen como resultado de los módulos anteriores.

3. EL MODELO CONTABLE PARA LA EMPRESA ASEGURADORA

Como mencionamos en (1.1), las operaciones financieras de una compañía aseguradora pueden tratarse en términos de una serie de ingresos y egresos de caja, considerando que la riqueza del asegurador (sus activos) cambie de valor en el tiempo. Este enfoque de la actividad

aseguradora se corresponde con el modelo de flujo de fondos, expresado mediante la ecuación de transición:

$$A_t = A_{t-1} + P'_t + I_t + (Z'_t)^{S/L} + K_t + W_t - Z'_t - E_t - (P'_t)^{S/L} - D_t - R_t \quad (3{,}1)$$

donde

A_t =Valor de los activos en el año t

A_{t-1}= Valor de los activos en el período inmediato anterior

P'_t= Ingreso por primas emitidas

I_t= Ingreso por inversiones

$(Z'_t)^{S/L}$= Recupero de los siniestros de los reaseguradores

K_t= Capital nuevo suscripto por los accionistas

W_t= Endeudamiento emitido

Z'_t= Pago de siniestros

E_t= Gastos, incluyendo impuestos

$(P'_t)^{S/L}$= Prima cedida en reaseguro

D_t= Dividendos pagados a los accionistas y participaciones en los resultados pagados a los asegurados

R_t = Reserva de siniestros pendientes de pago a cargo del asegurador al final del año t

Como complemento a este enfoque se tiene el modelo contable, el cual introduce los rubros pertinentes a la posición al finalizar el ejercicio contable, constituyendo de esta manera el balance general. Este balance incluirá rubros deudores y acreedores cuyas cuantías no pertenezcan al año financiero en análisis; por ejemplo, la proporción de los siniestros incurridos en el año anterior que se abonan en el período actual. Partiendo de la ecuación básica contable:

$$Patrimonio\,Neto = Activo - Pasivo$$

Tenemos:

$$U_t = A_t - L_t \qquad (3{,}2)$$

donde

U_t =Patrimonio neto al final del año t

A_t= Activos al final del año t, como en (3.1)

L_t =Pasivos al final del año t

$$L_t = \triangle V_t + \triangle R_t = (V_t - V_{t-1}) + (R_t - R_{t-1})$$

V_t = Reserva de primas no devengadas o de riesgos en curso al final del año t. Dados los supuestos asumidos y como se detallara en el trabajo, esta reserva es nula en todos los períodos.

R_t = Reserva de siniestros pendientes de pago a cargo del asegurador al final del año t

Entonces:

$$L_t = \triangle C_t$$

El resultado o variación patrimonial es:

$$Resultado_t = P_t + I_t + K_t - Z_t - E_t + \left[(Z_t)^{S/L} - (P_t)^{S/L}\right] - D_t \qquad (3{,}3)$$

donde

P_t =$P'_t - \triangle V_t = P'_t$

$$Z_t = Z'_t + \triangle R_t = Z'_t + R_t - R_{t-1}$$

$$(Z_t)^{S/L} = (Z'_t)^{S/L} + \triangle (C_t)^{S/L} = (Z'_t)^{S/L} + (R_t)^{S/L} - (R_{t-1})^{S/L}$$

$R_t^{S/L}$ =Reserva de siniestros pendientes de pago a cargo del reasegurador al final del año t

4. DFA EN ACCIÓN - MÓDULO DECISIONES ESTRATÉGICAS

Los diversos valores obtenidos hasta el momento son el resultado de analizar las salidas que arroja nuestro modelo ya configurado y calibrado, lo que se corresponde con la etapa mencionada en (1.4.3 - Modelización estocástica); el DFA incorporará al modelo la toma dinámica de decisiones que se tomarán en función a criterios predefinidos, como se expone a continuación.

4.1 Ajustes al margen de contingencia por desvíos en la siniestralidad

Como se vio en (2.9.2), la prima de tarifa está compuesta por la prima pura más tres tipos de recargos. El modelo contempla el ajuste del recargo de contingencia \xi; este ajuste dependerá del valor del coeficiente de seguridad del período de análisis, con lo cual es conveniente repasar este indicador. Se define al coeficiente de seguridad como:

$$\Upsilon_t = \frac{K_t + \pi_t - E[S_t]}{\sigma[S_t]} \qquad (4,1,1)$$

donde

K_t =Capital aportado por los accionistas en el año t

π_t =Prima de riesgo (prima pura más recargos por desvíos en la sinestralidad) recaudada en el año t

$E[S_t]$ =Esperanza de la variable aleatoria importe acumulado de siniestros del año t

$\sigma[S_t]$ =Desvío de la variable aleatoria importe acumulado de siniestros del año t

Υ_t =Coeficiente de seguridad del año t

Definimos a los recargos por desvíos en la siniestralidad como la diferencia entre la prima de riesgo recaudada y la esperanza del importe acumulado de siniestros:

$$Rec = \pi - E[S] \qquad (3,1,2)$$

Por lo tanto, un coeficiente de seguridad igual al 100% nos queda:

$$U_t + Rec = \sigma[S_t] \qquad (3{,}1{,}3)$$

Esto es, con el capital más los recargos se está cubriendo, como máximo, un monto de siniestros igual a un desvío en la siniestralidad esperada. El criterio de ajuste seleccionado en el modelo establece que, de no alcanzar al menos un coeficiente de seguridad del 100% en el período de análisis, ese faltante se adicionará en el recargo de seguridad para el período siguiente, con un máximo de 50%. Por supuesto, toda vez que el coeficiente de seguridad del período sea igual o mayor a 1, no se activa el ajuste.

Nos queda

$$\xi'_{t+1} = \xi_{t+1} + min\left\{max[(100\,\% - \Upsilon_t); 0]; 50\,\%\right\}$$

Este ajuste modificará el valor de las primas de tarifa del período inmediato posterior al analizado, con lo cual se tiene un diferimiento de 1 período en dicho ajuste.

4.2 Ajustes de capital aportado por los accionistas

El modelo asume que los accionistas aportarán capital a riesgo a fin de año toda vez que, sin que se haya producido ruina, se registre un resultado negativo para el año en análisis. Dicho aporte será igual al importe del resultado negativo, y estará acotado a un máximo prefijado y dos ocurrencias por período de simulación considerado. Esto es, en un plazo de cinco años, luego del segundo año de registrar resultados negativos ya no se producirán aportes extras de capital.

5. ESTRATEGIAS CONSIDERADAS

Esta etapa comprende el último estadío del proceso DFA, el cual consiste en variar las estrategias consideradas para cuantificar el impacto en los resultados que se produce como consecuencia de dicho cambio.

Esta cuantificación se obtiene al ejecutar nuevamente el modelo DFA con las nuevas estrategias, y comparar los valores arrojados con los obtenidos anteriormente. Como mencionamos en (2.1.2), para realizar esta comparación necesitamos contar con pares riesgo-rendimiento, los

cuales nos permitirán evaluar los resultados provenientes de diversas estrategias en función al enfoque de Fronteras Eficientes.

Las medidas seleccionadas son:

• Rendimiento: valor esperado del patrimonio neto $E[U_5]$

• Riesgo: probabilidad de ruina, definida como $P[U_5 < 0]$

Las estrategias consideradas en el modelo son las siguientes:

Estrategia	% inversión bonos	% inversión acciones	Reaseguro
1	100	0	sí
2	50	50	sí
3	50	50	no
4	75	25	no

6. METODOLOGÍA DEL PROCESO DE SIMULACIÓN

6.1 Lineamientos generales

A lo largo del trabajo se ha utilizado el software Oracle Crystal Ball para la generación de números aleatorios, la obtención de las realizaciones de las variables aleatorias que componen el modelo y el tratamiento analítico de los datos de salida resultantes de las simulaciones.

Se optó por contar con una herramienta ampliamente probada y estable como alternativa a programar las rutinas manualmente, toda vez que dicha programación no le añade valor al propósito perseguido en el presente trabajo, además de constituir un factor de riesgo técnico considerable, debido a la complejidad de las hipótesis seleccionadas.

6.1.1 Iteraciones

Dado que el modelo se alimenta, entre otros parámetros, de la esperanza y desvío del importe acumulado de siniestros S, de las primas de tarifa emitidas y de las cedidas en reaseguro, es necesario correr una iteración para obtener estas figuras como paso previo a la utilización del DFA propiamente dicho.

Para clarificar este punto, notemos que para calcular el ajuste necesario en las primas de tarifa para el período siguiente al de análisis, se debe comparar el coeficiente de seguridad obtenido en la simulación contra un valor predeterminado en el modelo. Y para calcular dicho coeficiente de seguridad, debemos contar previamente con los valores de E[S] y SD[S], los cuales vendrán ya calculados por la primer iteración.

6.1.2 Primer iteración

En la primer iteración del modelo se obtienen los siguientes valores:

1. Esperanza y desvío de la variable aleatoria S, importe acumulado de siniestros brutos de reaseguro

6.1.3 Segunda iteración

1. Primas de tarifa emitidas

2. Primas de tarifa cedidas en reaseguro

6.1.4 Iteraciones subsiguientes (para cada estrategia)

1. Distribución del Patrimonio Neto

2. Distribución del Resultado

3. Distribución del capital aportado por los accionistas

4. Probabilidad de ruina

5. Probabilidad de resultado negativo

6. Pérdida esperada de los asegurados

6.2 Aspectos técnicos

6.2.1 Generación de números aleatorios

Se utiliza en el trabajo el generador de números aleatorios descrito abajo como la base de cálculo de todos los números aleatorios utilizados en el modelo. Si no se especifica un número inicial como "semilla" del generador, se toma el número de milisegundos desde que se ha iniciado la computadora.

El método se denomina Linear Congruential Generator (LCG), cuya rutina usa la fórmula iterativa:

$$u_i = (62089911 * u_{i-1})(mod\, 2^{31} - 1)$$

El generador tiene un período de

$m - 1 = 2^{31} - 2 = 2,147,483,646$. Esto signifca que el ciclo de números aleatorios recién se repite luego de varios miles de millones de ejecuciones.

El módulo $m = 2^{31} - 1$ es un número primo, el cual en conjunto con a=62089911 le otorga al generador aceptables propiedades estadísticas como así también amplia compatibilidad con la arquitectura de la mayoría de computadoras personales.

6.2.2 Contraste con el generador de números aleatorios de Excel

Excel posee un generador de números aleatorios que utiliza para calcular su función rand(). El primer número generado es:

$$g_i = Parte\, fraccionaria\, de\, (9821 * g_{i-1} + 0{,}211327)$$

Donde

$$r_0 = 0{,}5$$

Es posible modificar los parámetros del generador para que el valor inicial se tome a partir del reloj del sistema. Además de brindar solamente una pequeña parte de los valores que produce el LCG (el ciclo se repite cada 941,955 números), este generador no satisface propiedades estadísticas deseables en un generador de números aleatorios: uniformidad e independencia. El test de uniformidad se realiza mediante el test χ^2 para comparar la distribución del conjunto de números generados contra una distribución uniforme. La independencia, mediante el test de autocorrelación, en el cual se compara la correlación de la muestra con la correlación esperada, que es cero.

6.2.3 Generación de variables aleatorias

El software de simulación utiliza los números aleatorios generados para obtener los valores de las diversas variables aleatorias. El método particular con que realiza esta tarea dependerá de la distribución subyacente a cada hipótesis del modelo, y el tipo de muestreo seleccionado en los parámetros de la ejecución. Con respecto a este último, se ha seleccionado el método de Monte Carlo. En este apartado, describiremos uno de los métodos, la transformación inversa.

6.2.4 Transformación inversa

Supongamos que queremos generar una realización de una variable aleatoria, x, a partir de una distribución X cuya función de distribución acumulada es F(x). El método de transformación inversa toma un número aleatorio, u, en el intervalo (0,1), y lo transforma en una realización de una variable aleatoria, x, mediante la utilización de la inversa de la función de distribución acumulada de X, $F^{-1}(x)$.

Por ejemplo, sea X con distribución triangular cuya función de densidad es:

$$f(x) = x/50 \quad para\, 0 \leq x \leq 10,$$

y con función de distribución:

$$F(x) = x^2/100 \quad para\, 0 \leq x \leq 10,$$

Dado un número aleatorio u generado por el LCG, se halla un valor correspondiente a la distribución X mediante la inversa de la función de distribución acumulada como se detalla a continuación, para obtener una expresión de x como una función de u:

$$F(x) = u = x^2/100 \Rightarrow x = 10\sqrt{u}$$

7. CARACTERÍSTICAS PARTICULARES DEL MODELO

7.1 Frecuencias

$$P(N = n) = \frac{\lambda_i^n e^{-\lambda_i}}{n!} \ , i = A, B, C$$

$\lambda_{A,t} \sim Poisson(\lambda_{j,t}) \ , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$

- $\lambda_{1,t} = 3\,\%$ sobre las unidades expuestas a riesgo
- $\lambda_{2,t} = 4{,}5\,\%$ sobre las unidades expuestas a riesgo
- $\lambda_{3,t} = 7{,}5\,\%$ sobre las unidades expuestas a riesgo
- $\lambda_{4,t} = 9{,}5\,\%$ sobre las unidades expuestas a riesgo

$\lambda_{C,t} \sim Binomial(p_{j,t}; n_t) \ , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$

- $p_{1,t} = 0{,}07$
- $p_{2,t} = 0{,}087$
- $p_{3,t} = 0{,}12$
- $p_{4,t} = 0{,}14$
- $n_1 = 400$

$\lambda_{B,t} \sim Lognormal(\mu_{j,t}; \sigma_{j,t}) \ , j = 1,2,3,4 \quad t = 1, ..., 5$

Los porcentajes están expresados sobre las unidades expuestas a riesgo de cada año:

- $\mu_{1,t}; \sigma_{1,t} = 4\,\%; 0{,}40\,\%$
- $\mu_{2,t}; \sigma_{2,t} = 5{,}53\,\%; 0{,}55\,\%$
- $\mu_{3,t}; \sigma_{3,t} = 8{,}53\,\%; 0{,}85\,\%$
- $\mu_{4,t}; \sigma_{4,t} = 10{,}13\,\%; 1{,}01\,\%$

7.2 Severidades

$$f(x) = \frac{x^{\alpha_i - 1} e^{-\frac{x}{\beta_i}}}{\Gamma(\alpha_i)\beta_i^{\alpha_i}} \ , i = A, B, C$$

Recordamos que por conveniencia tenemos en cuenta las relaciones:

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\mu}$$

$$\alpha = \frac{\mu}{\beta}$$

Entonces:

$$\mu_{A,t} \sim Triangular(min_{j,t}; mode_{j,t}; max_{j,t}) \ , j = 1, 2, 3, 4 \quad t = 1, ..., 5$$

- $min_{1,t}; mode_{1,t}; max_{1,t} = 900; 1000; 3000$
- $min_{2,t}; mode_{2,t}; max_{2,t} = 1000; 1500; 4000$
- $min_{3,t}; mode_{3,t}; max_{3,t} = 1000; 2000; 5000$
- $min_{4,t}; mode_{4,t}; max_{4,t} = 1500; 2500; 5500$

$$\sigma_{A,t} \sim BetaPERT(min_{j,t}, mode_{j,t}, max_{j,t}) \ j = 1, 2, 3, 4 \quad t = 1, ..., 5$$

- $min_{1,t}; mode_{1,t}; max_{1,t} = 180; 200; 220$
- $min_{2,t}; mode_{2,t}; max_{2,t} = 200; 250; 350$
- $min_{3,t}; mode_{3,t}; max_{3,t} = 200; 350; 450$
- $min_{4,t}; mode_{4,t}; max_{4,t} = 200; 300; 500$

$\mu_{B,t} \sim Logística(a_{j,t}; b_{j,t})\ , j = 1, 2, 3, 4 \quad t = 1, ..., 5$

- $a_{1,t}; b_{1,t} = 2500; 250$
- $a_{2,t}; b_{2,t} = 3000; 280$
- $a_{3,t}; b_{3,t} = 3500; 400$
- $a_{4,t}; b_{4,t} = 3000; 330$

$\sigma_{B,t} \sim Lognormal(\mu_{j,t}; \sigma_{j,t})\ , j = 1, 2, 3, 4 \quad t = 1, ..., 5$

- $\mu_{1,t}; \sigma_{1,t} = 200; 40$
- $\mu_{2,t}; \sigma_{2,t} = 450; 60$
- $\mu_{3,t}; \sigma_{3,t} = 400; 100$
- $\mu_{4,t}; \sigma_{4,t} = 550; 150$

$\mu_{C,t} \sim Weibull(a_{j,t}, b_{j,t}, c_{j,t})\ , j = 1, 2, 3, 4 \quad t = 1, ..., 5$

- $a_{1,t}; b_{1,t}; c_{1,t} = 850; 200; 2$
- $a_{2,t}; b_{2,t}; c_{2,t} = 2000; 200; 2$
- $a_{3,t}; b_{3,t}; c_{3,t} = 3000; 300; 2$
- $a_{4,t}; b_{4,t}; c_{4,t} = 5000; 500; 7$

$\sigma_{C,t} \sim Beta(min_{j,t}, \alpha_{j,t}, \beta_{j,t}, max_{j,t})\ j = 1, 2, 3, 4 \quad t = 1, ..., 5$

- $min_{1,t}, ; \alpha; \beta_{1,t}; max_{1,t} = 90; 2; 3; 100$
- $min_{2,t}, ; \alpha; \beta_{2,t}; max_{2,t} = 189; 2; 3; 231$
- $min_{3,t}; \alpha_{3,t}; \beta_{3,t}; max_{3,t} = 297; 2; 3; 363$
- $min_{4,t}; \alpha_{4,t}; \beta_{4,t}; max_{4,t} = 504; 2; 3; 616$

7.3 Cartera

Las pólizas nuevas siguen una distribución Gamma, cuyos parámetros son:

- $\mu = 2{,}5\,\%$ sobre las pólizas iniciales de cada año
- $\sigma = 5$

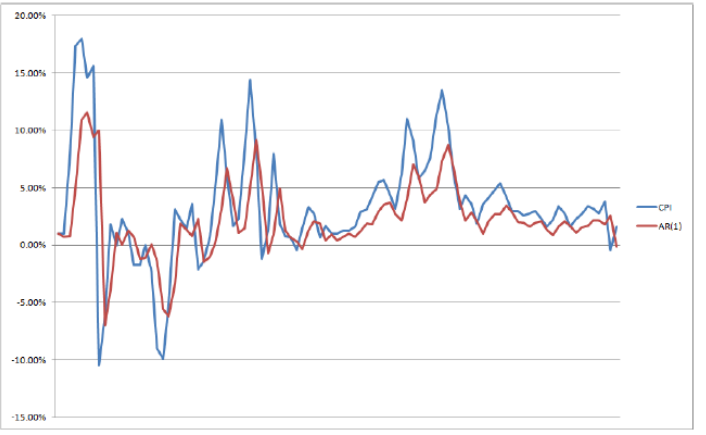
Las pólizas canceladas se modelizan según una distribución Beta, con parámetros:

- $max = 4\,\%$ sobre las pólizas iniciales de cada año
- $min = 0$
- $\alpha = 2$
- $\beta = 3$

7.4 Inflación

- $\alpha = 0{,}6419$
- $\sigma = 0{,}03805$

Gráfico 1. Ajuste del IPC mediante el modelo autoregresivo AR(1)



7.5 Rendimiento de acciones

- $a^M = 2\,\%$
- $b^M = 0{,}50$
- $\beta^S = 0{,}50$

7.6 Deducible, franquicia y límite

- $Deducible = 5\,\%$
- $Franquicia = 500$
- $Límite = 5000$

7.7 Siniestros pagados en el período

$\zeta_{A,t} \sim Triangular(min_t; mode_t; max_t)$

- $min_t; mode_t; max_t = 65\,\%; 85\,\%; 100\,\%$

$\zeta_{B,t} \sim BetaPERT(min, mode, max)$

- $min_t; mode_t; max_t = 65\,\%; 85\,\%; 100\,\%$

$\zeta_{C,t} \sim Beta(min_t; \alpha_t; \beta_t; max_t)$

- $min_t, \alpha_t, \beta_t, max_t = 65\,\%; 2; 3; 100\,\%$

$\Psi_t \sim Lognormal(\mu_t; \sigma_t)$

- $\mu_t = 10\,\%$
- $\sigma_t = 2\,\%$

7.8 Recargos de prima de tarifa

- $\xi = 5\,\%$
- $\psi = 15\,\%$
- $g = 15\,\%$

7.9 Otros

- Activo incial, A_0= 200000
- Pasivo incial, L_0 =0
- Máximo aporte de capital por parte de los accionistas = 75000
- Pólizas iniciales carteras A, B y C = 1000, 1500 y 400

8. EXPOSICIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Tabla 1.

Estrategia	Pr(U5<0)	E(U5)
1	0.1016	$ 1,630,971
2	0.2362	$ 1,347,146
3	0.2416	$ 1,704,327
4	0.128	$ 2,074,017

Como se puede observar, las estrategias 2 y 3 son ineficientes ya que para ambos casos, se consigue más rendimiento (como se mencionó anteriormente, medido como la esperanza matemática del patrimonio neto al final del quinto año) y menor riesgo (probabilidad de ruina al fin del último período) adoptando la estrategia número 4.

Utilizando el DFA aquí desarrollado, será cuestión del directorio seleccionar entonces el curso de acción a seguir mediante la implementación de alguna de las dos estrategias restantes; aquellos miembros que deseen minimizar el riesgo se inclinarán por la número 1, mientras que los que busquen maximizar resultados irán por la 4.

Se insiste en que esta metodología de selección se basa en el enfoque de fronteras eficientes, siendo solamente uno de los múltiples criterios para categorizar las estrategias. También cabe recordar que, de elegir medidas alternativas para cuantificar el riesgo y el rendimiento, existe la posibilidad de obtener resultados diferentes en cuanto a qué estrategias se prefieren o se descartan.

Como se mencionó al principio del trabajo, el objetivo primordial es brindar un modelo DFA genérico que sirva de marco general y pueda ser

fácilmente adaptable a casos de uso particulares, llevando las hipótesis empleadas aquí hacia valores que representen cada caso en cuestión. La principal utilidad de este modelo, idealmente, radica en la identificación de la o las estrategias que demuestren, bajo los supuestos adoptados y la metodología empleada, ser mejores a la hora de lograr estabilidad como así también crecimiento para la compañía. Esto se logra analizando los resultados que arroja el DFA, modelo que "echa luz" acerca de las relaciones entre las variables que, en su conjunto, determinan justamente tanto la estabilidad como el crecimiento.

Bajo ninguna circunstancia se debe olvidar que un DFA no deja de ser una herramienta, la cual debe complementarse con la experiencia, el juicio y la idoneidad de las personas encargadas de manejarla y tomar decisiones en base a ella.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ahlgrim K.C., D'Arcy S.P. and Gorvett R.W. (1999): *Parametrizing Interest Rate Models*, Casualty Actuarial Society Forum, 1-50.

Bjork T. (1996): *Interest Rate Theory. En Financial Mathematics* (ed. W. Runggaldier), 53-122.

Ingersoll J.E. (1987): *Theory of Financial Decision Making*, New Jersey. Rowman & Littlefield Studies in Financial Economics.

Lamberton D. and Lapeyre B (1996): *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance,* London. Chapman & Hall, 129-133.

Markowitz H.M. (1959): Portfolio Selection: *Efficient Diversification of Investments*, John Wiley, New York.

Musiela M. and Rutkowski M. (1998): *Martingale Methods in Financial Modelling*, 2nd edition, Springer, Berlin.

Wilkie, pág. 29, Daykin Tomo III

Wise A.J. (1984): The Matching of Assets to Liabilities, Journal of the Institute of Actuaries 111, 445-485.

PRECIOS INTERNACIONALES DE COMMODITIES Y CICLO ECONÓMICO: EL CASO DE LATINOAMÉRICA[1]

Verónica Caride
Mauro De Jesús
Ana Silvia Vilker

INTRODUCCIÓN

La elevada dependencia de las economías latinoamericanas con respecto a los precios internacionales de las *commodities* ha sido estudiada ampliamente en la literatura económica a través de los años. Lejos de considerarse un tema del pasado, esta cuestión adquiere una mayor relevancia en la actualidad ante los desafíos que la crisis internacional le impone a la región. En su último *Informe Económico Regional* de Octubre de 2011, el FMI destaca que: "Latinoamérica continúa expuesta a riesgos relacionados con los productos básicos, como hace cuatro décadas atrás, haciéndola más vulnerable a una fuerte caída en los precios internacionales de estos productos".

El enfoque de estudio puede hacerse en base a un análisis de tendencia o de variación. Éste último enfoque es el que se adopta en este trabajo, el cual analiza el impacto que tienen cambios en los precios internacionales de los productos básicos sobre el nivel de actividad macroeconómica de tres economías latinoamericanas, Argentina, Chile y México. Para ello se estiman diversos modelos VAR en diferencias utilizando información mensual para el período comprendido entre los años 1993 y 2011. De esta manera, este estudio proveerá información acerca de la dinámica de las economías de la región. A su vez, brindará herramientas analíticas útiles a la hora de diseñar políticas públicas de estabilización, tendientes a mitigar los impactos que posibles e inminentes shocks negativos exógenos pudieran tener sobre los ciclos locales.

En la primera sección de este trabajo se analizará la estructura del sector externo de cada país conjuntamente con el estudio de las variaciones de los precios de sus principales productos de exportación,

[1] Este trabajo se realizó en el marco de los proyectos UBACyT 432: Riesgo de precios de *commodities*: Propuesta de elaboración de un índice para América Latina, dirigido por Ana S. Vilker y UBACyT 478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

mientras que en la segunda sección se presentarán los modelos econométricos y las conclusiones.

1. AMÉRICA LATINA, UNA APROXIMACIÓN A SU REALIDAD

En los últimos 4 años América Latina presentó un vigoroso crecimiento con tasas de aproximadamente un 5%. Según un informe del FMI de octubre 2011, este crecimiento habría estado liderado principalmente por los países exportadores de materias primas de América del Sur. A su vez este comportamiento se debió tanto al aumento de la demanda interna como de la externa. Se estima que la demanda externa provocará un aumento de las exportaciones del 26,9% durante el año 2011 y serán los productos derivados de la minería y el petróleo los que más se incrementarán llegando a tasas del 39%, mientras que los productos agropecuarios y las manufacturas crecerán a tasas inferiores (18,9% y 21,8% respectivamente), según datos de CEPAL, 2011.

1.1 Países seleccionados para el estudio

A fin de obtener resultados para países con situaciones macroeconómicas diversas, los tres países seleccionados para este estudio corresponden cada uno a un grupo distinto, según la categorización del FMI. El primero de los grupos es el de aquellos países con fuertes lazos con Estados Unidos, en el cual se encuentra México. Por otra parte, el segundo y tercer grupo se refieren a países fuertemente exportadores de *commodities* pero con diferencias en cuanto a la integración financiera. Al segundo grupo pertenecerían aquellos países financieramente integrados, como Chile, mientras que en el tercer grupo al que pertenece Argentina, la integración sería menor, tendrían el producto sobre el potencial y dos dígitos de inflación.

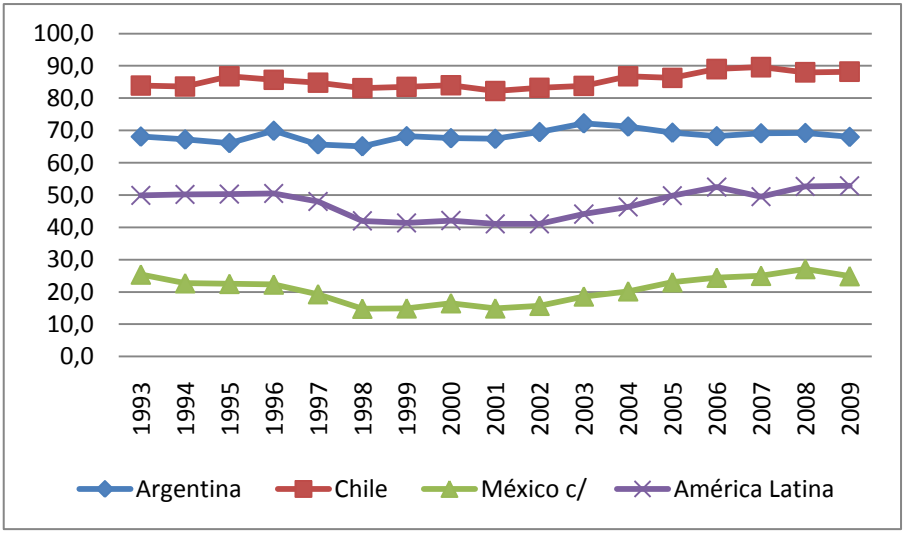
1.1.1 Estructura de la demanda externa de América Latina y los países seleccionados

En el siguiente gráfico se puede observar claramente la diferencia mencionada entre el primer grupo con el segundo y el tercero. Mientras que para México alrededor del 20% de sus exportaciones son bienes primarios, para la Argentina y Chile el porcentaje excede el 60%.

Según Cashin y McDemott (2002) alrededor del 25% de las mercancías transadas en los mercados en el mundo corresponden a productos básicos mientras que en el caso de los países emergentes, del total de sus

exportaciones el 50% corresponde a este tipo de productos. Como región conformada por países emergentes, el perfil de Latinoamérica sería el de exportador de productos básicos. El gráfico 1 corrobora esta afirmación, dado que dichas exportaciones superan ampliamente el 25% para la región en su conjunto e inclusive durante los últimos 3 años superan el 50%. Esto último probablemente a causa de los movimientos en los precios relativos observados durante este período.

Gráfico 1. Exportaciones de bienes primarios según su participación en el total de las exportaciones (en valores)



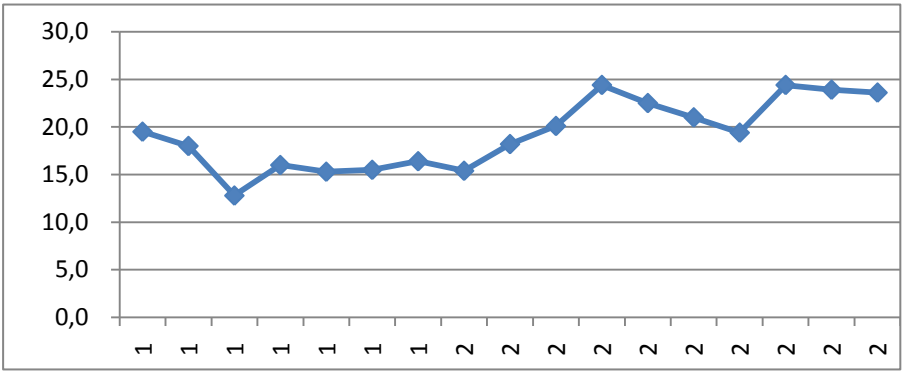
Fuente: Anuario estadístico 2010. CEPAL.

A continuación se analizará, para cada país en particular, la importancia del principal commodity exportado. En el caso de Argentina dicho producto se refiere a la soja y sus derivados, para Chile se trata del cobre y para México del petróleo.

Argentina

El siguiente gráfico contiene la participación porcentual en el total de las exportaciones de cada año de tortas y harinas de semillas oleaginosas y otros residuos de origen vegetal, aceite de soja y soja (excepto harina gruesa). Estas exportaciones tuvieron a partir del año 2000 un considerable crecimiento, explicado mayormente por el aumento de las exportaciones de aceite de soja. La caída observada en el año 2006 se debe exclusivamente a movimientos en los valores exportados de soja (excepto harina gruesa).

Gráfico 2. Porcentaje de los principales productos exportados con respecto al total de las exportaciones. Argentina

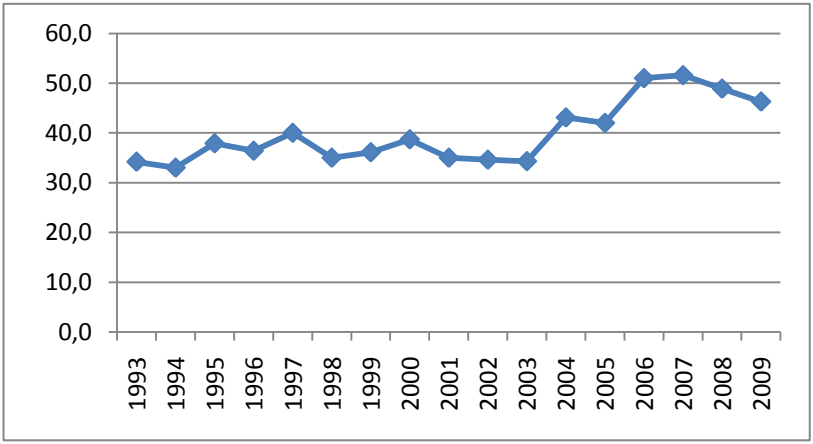


Fuente: Anuario estadístico 2010. CEPAL.

Chile

En el caso de Chile el porcentaje de los principales productos exportados con respecto al total de las exportaciones que se observa en el siguiente gráfico muestra que el porcentual del cobre refinado –incluido el refundido- y mineral y concentrados de cobre, desde el año 1993 hasta el 2003 se encuentran entre el 30% y el 40%. A partir del año 2004 dicho porcentaje se ha incrementado considerablemente y ha sobrepasado esta banda, alcanzando casi el 52% en el año 2007.

Gráfico 3. Porcentaje de los principales productos exportados con respecto al total de las exportaciones. Chile

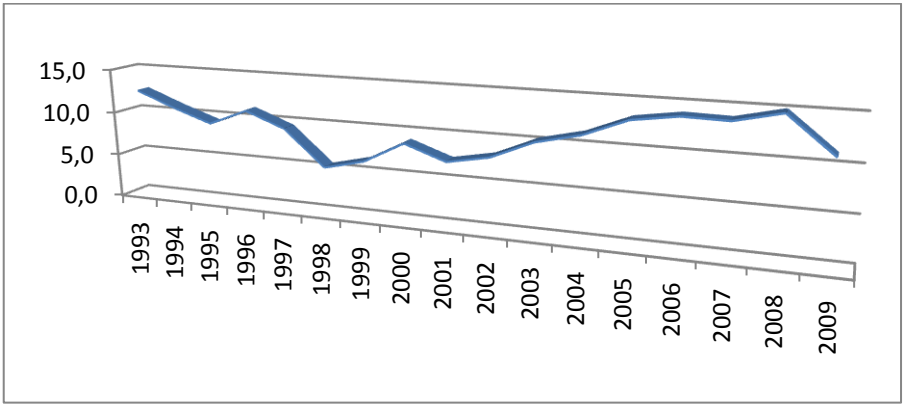


Fuente: Anuario estadístico 2010. CEPAL.

México

En el caso de México, la participación porcentual en el total de las exportaciones de cada año del petróleo ha sido muy variable, probablemente debido a los fuertes movimientos de precios de dicho *commodity*. Durante la década del ´80 este ratio se ubicó entre un 4% y un 12%, durante los ´90 y hasta el 2005 alrededor de un 5% y a partir del 2005 la participación del petróleo comenzó a escalar, alcanzando un máximo (14,9%) durante el año 2008.

Gráfico 4. Porcentaje de los principales productos exportados con respecto al total de las exportaciones. México



Fuente: Anuario estadístico 2010. CEPAL.

Como se puede apreciar en el gráfico 3, si bien se mencionó que México no resultaba ser fuertemente dependiente de las exportaciones de materias primas como los otros dos países considerados (gráfico 1), la elevada importancia del petróleo en este grupo de productos torna al análisis aquí realizado relevante.

1.2 Variaciones de los precios de los principales productos exportados por Argentina, Chile y México

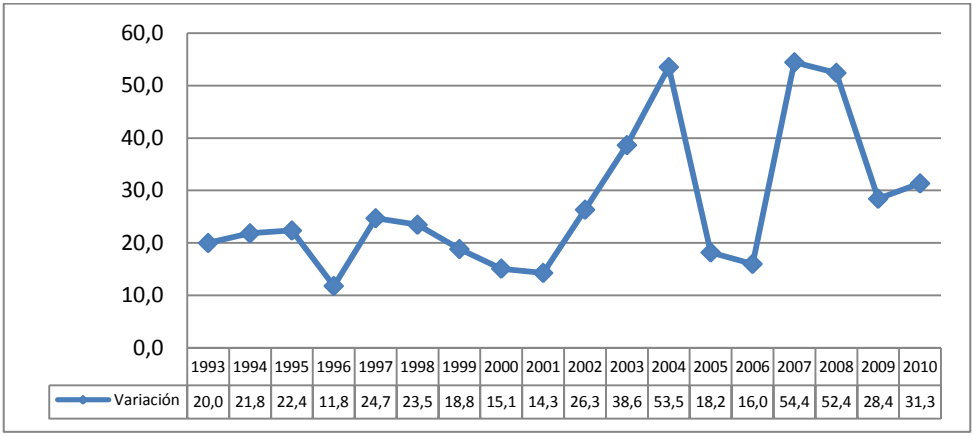
Para analizar la variabilidad anual en los precios de los productos seleccionados se estimó el rango estadístico con respecto al promedio anual en base a información mensual, esto es:

$$Variabilidad_{anual} = \frac{Rango}{\overline{P}} = \frac{P_{Max} - P_{Min}}{\overline{P}}$$

En donde P_{Max} se refiere al mayor precio del año, P_{Min} al menor y $\overline{P}$ al promedio anual, todo en base a información con frecuencia mensual.

Como se puede apreciar en los gráficos 4 y 5, la variabilidad en el precio de la soja y el cobre se ha incrementado fuertemente a partir del año 2002. En el caso de la soja, las principales variaciones se presentaron en los años 2004 (53,50), 2007 (54,40) y 2008 (52,40).

Gráfico 5. Variabilidad del precio del poroto de soja

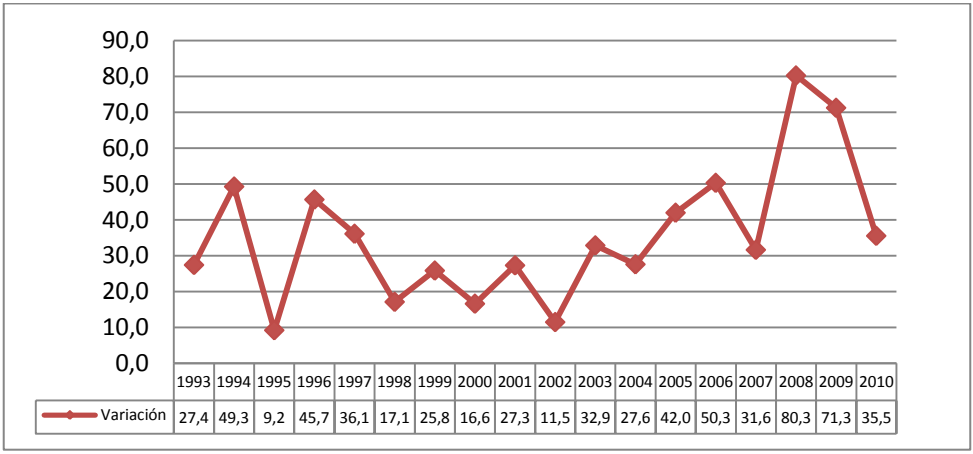


	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Variación	20,0	21,8	22,4	11,8	24,7	23,5	18,8	15,1	14,3	26,3	38,6	53,5	18,2	16,0	54,4	52,4	28,4	31,3

Fuente: UNCTAD. Serie de precios mensuales.

En el caso del cobre, se puede observar en el siguiente gráfico que las variaciones más pronunciadas se produjeron en los años 2008 (80,3) y 2009 (71,3).

Gráfico 6. Variabilidad del precio del cobre

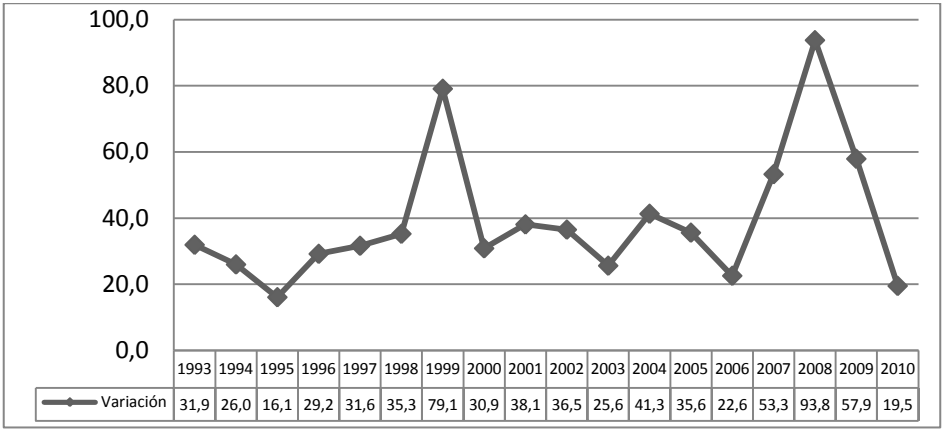


	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Variación	27,4	49,3	9,2	45,7	36,1	17,1	25,8	16,6	27,3	11,5	32,9	27,6	42,0	50,3	31,6	80,3	71,3	35,5

Fuente: UNCTAD. Serie de precios mensuales.

En el caso del petróleo se observa un patrón diferente al de los otros dos casos, la variabilidad presentaría picos (spikes) en dos momentos específicos, a saber el año 1999 (79,1%) y el año 2008 (93,8%).

Gráfico 7. Variabilidad del precio del petróleo



	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Variación	31,9	26,0	16,1	29,2	31,6	35,3	79,1	30,9	38,1	36,5	25,6	41,3	35,6	22,6	53,3	93,8	57,9	19,5

Fuente: UNCTAD. Serie de precios mensuales.

2. ESTUDIO ECONOMÉTRICO

En este apartado se mostrará el estudio de la sensibilidad que la actividad económica de Argentina, Chile y México presenta ante variaciones en los precios de los principales *commodities* exportados por estos países, cuyas características se estudiaron en la sección anterior.

Los objetivos de esta segunda sección son en primer lugar realizar una síntesis de los fundamentos teóricos en los que se basa el presente estudio para luego analizar la dependencia de la actividad económica respecto a movimientos en el precio internacional de los principales *commodities* exportados por Argentina, Chile y México (soja, cobre y petróleo respectivamente). Luego se presentará el modelo econométrico, un VAR en diferencias en el cual las variables consideradas fueron el producto interno bruto, el tipo de cambio real y el precio de cada *commodity* en particular. Por último, se compararán los resultados obtenidos considerando la existencia o no de políticas fiscales de estabilización.

2.1 Funcionamiento de la economía de un país según el modelo considerado

Se considera en este estudio un modelo dinámico estocástico de equilibrio general en el que se explica como un auge en el precio del bien exportable produce un aumento de la riqueza y con ello un aumento tanto del gasto público como privado implicando un incremento en el consumo de bienes transables y no transables. Como la oferta de estos últimos no ajusta totalmente, se produce un incremento en el precio de estos bienes y con ello una baja en el tipo de cambio real y una reducción de la demanda de los mismos. Sin embargo la variación neta de estos movimientos suele ser positiva y así el producto bruto interno se incrementa. Cuando el boom desaparece se produce un proceso contrario, es decir baja la riqueza y se produce una reducción del producto. Si el gobierno del país en el que se presenta el fenómeno descripto no implementa medida de política alguna y su patrón de gastos es pro-cíclico, entonces el resultado será que la economía presentará vaivenes acentuados ante los movimientos en el precio del *commodity* exportado no sólo por el impacto de estos movimientos en los ingresos del sector privado sino también debido a la pro-ciclicidad impuesta desde el sector público. Por el contrario, la implementación de políticas anti-cíclicas o de estabilización, como en el caso chileno, tenderían a morigerar estos movimientos y suavizar el ciclo económico.

En cuanto a la exogeneidad de las variables incluidas en el modelo, se considera que el precio de los productos básicos es el más exógeno, seguido por el tipo de cambio real y posteriormente por el producto interno bruto. A continuación se detallan los supuestos implícitos para ello.

En los casos analizados, un shock en el precio del *commodity* afectará al producto (PIB) a través del efecto riqueza tanto en el sector privado como en el sector público. Para este último el efecto riqueza se hace presente debido a la existencia de empresas públicas ligadas al sector exportador, como son el caso de Chile (CODELCO) y México (PEMEX), o a una estructura impositiva dependiente de éste, como es el caso de Argentina y las retenciones sobre los productos agropecuarios.

Por otra parte, shocks en el precio del *commodity* afectan al tipo de cambio a través de presiones sobre los bienes no transables, tanto por parte del sector privado como del gobierno. Esto se exacerba cuando el sector público no interviene para suavizar el ciclo y consecuentemente se

observa un comportamiento fiscal pro-cíclico y se morigera ante la existencia de políticas anti-cíclicas.

En este trabajo se asume que los países son productores y consumidores marginales en los mercados internacionales y consecuentemente variaciones en el PIB del país no debieran afectar a su precio.

Si el país es un productor y consumidor marginal en el mercado internacional del producto básico exportado, entonces las variaciones en el tipo de cambio real del país no debieran afectar a su precio. Sin embargo, variaciones en el tipo de cambio real sí modificarían la competitividad del país y sus exportaciones netas, con el consecuente impacto sobre el PIB.

2.1.1 Estimación

En el trabajo de Pieschacón (2009) en primer lugar realiza una estimación a través de un VAR estructural donde compara a la economía mexicana y noruega. Ambos países se asumen dependientes de las exportaciones de petróleo y marginales en el mercado internacional. A su vez, los ingresos del gobierno en Noruega y México dependen de dichas exportaciones. Sin embargo, mientras que México tiene un ingreso público con comportamiento pro-cíclico respecto al precio del petróleo, en Noruega existe una política fiscal implementada con el objetivo de aislar las variaciones en los ingresos públicos del movimiento en dicho precio.

En México los ingresos se comportan pro-cíclicamente y movimientos en el precio del petróleo tienen un impacto no menor, ya que alrededor de un tercio de las ganancias del gobierno federal provienen de la empresa pública PEMEX.

El caso de Noruega es diferente, todos los *Cash Flows* provenientes de las fluctuaciones en los ingresos de impuestos y licencias de explotación debido a las variaciones en el precio del petróleo son transferidas al Fondo Global de Pensiones Gubernamental e invertidas en el exterior a fin de evitar los shocks externos sobre el ciclo económico noruego. En este caso, también alrededor de un tercio de las ganancias del gobierno federal provienen del sector petrolero y las exportaciones de petróleo con respecto al PIB rondan el 15%.

El Vector autorregresivo utilizado en las estimaciones de Pieschacon (2009) fue:

$$P^0_t = A(L)p^0_{t-1} + u^0_t$$

$$Y_t = C(L)p^0_{t-1} + D(L)\,Y_{t-1} + u^Y_t$$

En donde P^0 es el precio del petróleo y Y_t es un vector de variables domésticas.

Nótese que dada la participación marginal en el mercado internacional de *commodities* el precio internacional del petróleo afecta a las variables domésticas pero las variables domésticas no afectan al precio de la *commodity*.

Las variables de la economía local que considera la autora son $Y_t = Y^0; Y^T; Y^N; P^N; C; G; V.$

En donde:

Y^0: Producción de petróleo

Y^T: Producción de bienes transables no petróleo

Y^N: Producción de bienes no transables

P^N: Tipo de cambio real. C: Consumo

G: Compras de gobierno

V: Total de transferencias al gobierno

2.2 Estimación realizada para Argentina, México y Chile

En este trabajo se estimó un VAR en diferencias, con información mensual para las siguientes variables:

- Nivel de actividad: Para representar a esta variable se utilizaron indicadores publicados por los distintos institutos nacionales de estadística de estimadores mensuales de actividad económica desestacionalizados. En el caso de Argentina se trata del EMAE, el IMACEC para Chile e IGAE para México.

- Tipo de cambio real: Para representar el tipo de cambio real se utilizó información del FMI.

- *Commodity*: El precio del *commodity* considerado varía según país. En base al análisis realizado en la sección 1 se seleccionaron la soja (Argentina), el cobre (Chile) y el Petróleo (México).

El periodo considerado para cada uno de los países fue el siguiente:

Tabla 1

País	**Período**
Argentina	Enero 2001/Agosto 2011
Chile	Enero 2003/Agosto 2011
México	Enero 1993/Agosto 2011

A partir de esta información se procedió a estimar el modelo VAR en diferencias para cada país para posteriormente comparar la sensibilidad de cada economía a shocks en los precios de los principales productos exportados a través de funciones de impulso respuesta.

Cabe destacar que se espera que, para el caso de México y Argentina, los movimientos en el PIB tengan un comportamiento pro-cíclico respecto precio de las *commodities* exportadas mientras que en el caso chileno esto no debiera verificarse. Estos resultados esperados se deben a las diferencias mencionadas en términos de políticas públicas anti-cíclicas o inexistentes, como se detalla a continuación.

Tabla 2

País	**Ingresos públicos con respecto al precio de *commodity* / Política**
Argentina	Pro-cíclicos vía impuestos variables (retenciones) a las exportaciones / Inexistente
Chile	Pró-cíclicos vía CODELCO (empresa del estado) / Anti-cíclica
México	Pro-cíclica vía PEMEX (empresa del estado) / Inexistente

Los modelos estructural y estándar para el sistema analizado son los siguientes.

El VAR estructura tiene la siguiente forma:

$$\begin{cases} P_t^c = \beta_{10} + \gamma_{11} P_{t-1}^c + ... + \chi_{1k} P_{t-k}^c + u_{1t} \\ tcr_t = \beta_{20} - \beta_{21} P_t^c + \gamma_{21} P_{t-1}^c + \gamma_{22} tcr_{t-1} + ... + \chi_{21} P_{t-k}^c + \chi_{22} tcr_{t-k} + u_{2t} \\ y_t = \beta_{30} - \beta_{31} P_t^c - \beta_{32} tcr_t + \gamma_{31} P_{t-1}^c + \gamma_{32} tcr_{t-1} + \gamma_{33} y_{t-1} + ... + \chi_{31} P_{t-k}^c + \chi_{32} tcr_{t-k} + \chi_{31} y_{t-k} + u_{3t} \end{cases}$$

Mientras que con un rezago en forma matricial sería:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \beta_{21} & 1 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 1 \end{bmatrix}}_{\beta} \underbrace{\begin{bmatrix} P_t^c \\ tcr_t \\ Y_t \end{bmatrix}}_{Y_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} \beta_{10} \\ \beta_{20} \\ \beta_{30} \end{bmatrix}}_{\alpha} + \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_{11}(L) & 0 & 0 \\ \gamma_{21}(L) & \gamma_{22}(L) & 0 \\ \gamma_{31}(L) & \gamma_{32}(L) & \gamma_{33}(L) \end{bmatrix}}_{\gamma} \underbrace{\begin{bmatrix} P_{t-1} \\ tcr_{t-1} \\ Y_{t-1} \end{bmatrix}}_{Y_{t-1}} + \underbrace{\begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \\ u_{3t} \end{bmatrix}}_{U_t}$$

El VAR estandarizado tiene la siguiente forma:

$$Y_t = \beta^{-1}\alpha + \beta^{-1}\gamma Y_{t-1} + \beta^{-1} U_t$$

$$Y_t = B + AY_{t-1} + E_t$$

Para restringir al VAR se tomó la siguiente matriz:

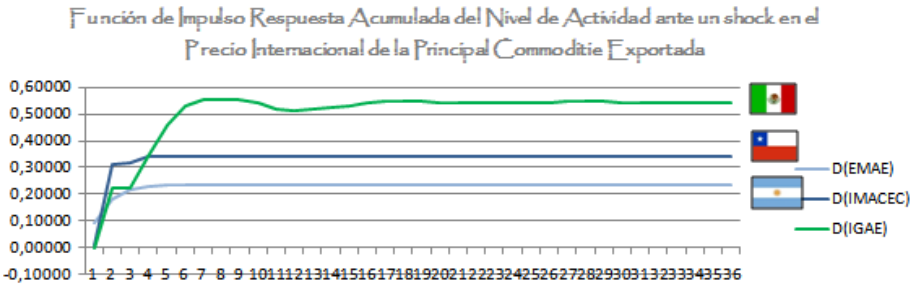
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \beta_{21} & 1 & 0 \\ \beta_{31} & \beta_{32} & 1 \end{bmatrix} = E - Views = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ NA & 1 & 0 \\ NA & NA & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} NA & 0 & 0 \\ 0 & NA & 0 \\ 0 & 0 & NA \end{bmatrix}$$

3 ecuaciones y 3 incógnitas

2.3 Resultados

Como resultado general se obtuvo que cambios en la variación del precio del *commodity* exportado (cobre, soja y petróleo) tienen un efecto pro-cíclico, afectando la variación de la actividad económica en el corto plazo en cada uno de los países incluidos en el modelo.

Gráfico 8



Fuente: Elaboración propia en base a estimaciones del E-Views.

En el gráfico 6 se puede apreciar como un incremento en la tasa de crecimiento del precio del principal *commodity* exportado tiende a incrementar la tasa de crecimiento del producto en los tres países. Entre ellos México es quien más vulnerable se presenta ante movimientos en las variaciones del precio internacional de su principal producto básico exportado, seguido por Chile y Argentina. Mientras que el efecto acumulado máximo se alcanza alrededor del sexto mes para los tres casos estudiados, período a partir del cual el impacto deja de tener efecto y la tasa de crecimiento del producto se estabiliza.

De estos resultados se puede concluir que las políticas anti-cíclicas parecieran ser un factor importante a la hora de suavizar el impacto que un shock en el precio del principal *commodity* exportado pudiera tener sobre el ciclo económico. Esta conclusión se deriva de que, pese a que Chile es el país con mayor concentración de exportaciones en un solo producto, el impacto de shocks sobre el precio internacional del mismo tiene un efecto similar al de otros países e inclusive inferior, como es el caso de México. Al igual que los resultados expuestos por Pieschacón, y los obtenidos en este estudio invitan a seguir profundizando sobre el efecto que este tipo de políticas pudieran tener para la región, una región altamente dependiente de las materias primas para su balanza comercial.

3. CONCLUSIONES

A través de este trabajo se demostró que diversos países de la región, categorizados por el FMI en grupos distintos, son vulnerables a movimientos en el precio internacional del petróleo, el cobre y la soja

respectivamente. Dado el marcado perfil de exportador de productos básicos de la región, esto instaría a un debate profundo en la temática.

El ciclo económico de estas economías se vería afectado por variaciones en los precios de los principales *commodities* exportados. El caso de México es el que más se destaca, con un mayor impacto sobre la tasa de crecimiento del producto ante un shock en el precio del petróleo. Esto resulta llamativo dada la menor participación del petróleo en el total de las exportaciones con el 14% (en Argentina la Soja representa el 25% y en Chile el cobre el 57%) lo que podría explicarse por la elevada pro-ciclicidad en los gastos del gobierno, como bien señalaba la autora de Stanford, Ana María Pieschacón.

En el caso de Chile, pese a la elevada dependencia del cobre para sus exportaciones, la economía muestra una respuesta similar a la de Argentina ante un shock en el precio del cobre. La existencia de una política de estabilización fiscal y monetaria en ese país parecería ser la explicación.

En síntesis, el impacto que los movimientos en el precio de los *commodities* exportados pudieran tener sobre los niveles de actividad locales en Latinoamérica no depende sólo de la participación que dicha *commodity* tiene en el total de exportaciones. Cuestiones tales como la relación entre estos movimientos de precios y la pro-ciclicidad del gasto público merecerían ser analizados con más detalle, ya que parecieran dar cuenta de los resultados aquí obtenidos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cashin P. and McDermott (2002). "The Long-Run Behaviour of Commodity Prices: Small Trends and Big Variability". IMF Staff Papers. Vol. 49, No 2CEPAL Anuario estadístico 2010. Disponible en: http://websie.eclac.cl/infest/ajax/cepalstat.asp?carpeta=publicaciones#tab2

Enders Walter (1995). Applied Econometric Time Series. Wiley Press.

FMI *Informe Económico Regional.* 5 de Octubre de 2011.Boletín Digital del FMI. Disponible en: http://www.imf.org/external/pubs/ft/reo/2011/whd/eng/wreo1011.htm

Pieschacón Ana María (2009). Oil Booms and Their Impact Through Fiscal Policy. Department of Economics and Graduate School of Business, Stanford University.

UNCTAD, Conferencia de las Naciones Unidas sobre el Desarrollo. Estadísticas en línea. Disponible en:
http://archive.unctad.org/Templates/Page.asp?intItemID=2364&lang=3

ANEXO

A continuación se presenta un chequeo de la estabilidad de los sistemas estimados en este trabajo.

Argentina

Modelo VAR (1 rezago) en diferencias

VAR Lag Order Selection Criteria
Endogenous variables: D(EMAE_ARG) D(TCR_ARG) D(P_SOJA)
Exogenous variables: C
Date: 21/10/11 Time: 23:59
Sample: 1993M01 2011M08
Included observations: 209

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1978.929	NA	34620.43	18.96583	19.01381	18.98523
1	-1921.339	112.9767	21747.01	18.50085	18.69275*	18.57844*
2	-1916.056	10.21228	22535.82	18.53642	18.87225	18.67220
3	-1895.354	39.42279	20151.32*	18.42444*	18.90420	18.61841
4	-1886.552	16.50901	20194.85	18.42633	19.05002	18.67849
5	-1883.915	4.869872	21471.74	18.48722	19.25484	18.79758
6	-1876.896	12.76095	21896.11	18.50619	19.41773	18.87473
7	-1875.261	2.925646	23514.71	18.57666	19.63214	19.00340
8	-1863.295	21.06986*	22881.87	18.54828	19.74768	19.03320
9	-1860.568	4.722804	24331.83	18.60831	19.95164	19.15143
10	-1856.173	7.487159	25472.50	18.65237	20.13963	19.25368
11	-1852.254	6.561930	26798.96	18.70100	20.33219	19.36050
12	-1845.326	11.40340	27405.65	18.72083	20.49594	19.43851

* indicates lag order selected by the criterion
LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)
FPE: Final prediction error
AIC: Akaike information criterion
SC: Schwarz information criterion
HQ: Hannan-Quinn information criterion

Estabilidad del sistema

Roots of Characteristic Polynomial
Endogenous variables: D(P_SOJA) D(TCR_ARG)...
Exogenous variables: C
Lag specification: 1 1
Date: 30/10/11 Time: 22:09

Root	Modulus
0.559988	0.559988
0.322377	0.322377
0.025506	0.025506

No root lies outside the unit circle.
VAR satisfies the stability condition.

Como se puede apreciar el modelo resulta estable ya que ninguna raíz se encuentra por fuera del círculo unitario.

Chile

Modelo VAR (1 rezago) en diferencias

VAR Lag Order Selection Criteria
Endogenous variables: D(IMACEC_CH) D(TCR_CHILE) D(P_COBRE)
Exogenous variables: C
Date: 22/10/11 Time: 10:14
Sample: 2003M01 2011M08
Included observations: 89

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-1050.862	NA	3869637.	23.68230	23.76619*	23.71611
1	-1036.227	27.95583*	3409940.*	23.55565*	23.89120	23.69090*
2	-1031.448	8.805196	3752253.	23.65052	24.23773	23.88721
3	-1026.084	9.523514	4079338.	23.73222	24.57108	24.07034
4	-1017.149	15.25911	4099477.	23.73369	24.82421	24.17325
5	-1007.994	15.01858	4107891.	23.73020	25.07239	24.27120
6	-1002.570	8.531491	4488132.	23.81057	25.40442	24.45300
7	-996.0892	9.758173	4803751.	23.86717	25.71268	24.61104
8	-989.8455	8.979637	5188909.	23.92911	26.02628	24.77442
9	-982.4726	10.10669	5489264.	23.96568	26.31450	24.91242
10	-977.8483	6.027118	6209773.	24.06401	26.66449	25.11219
11	-964.6446	16.31918	5828848.	23.96954	26.82169	25.11916
12	-959.0250	6.566780	6534502.	24.04551	27.14931	25.29656

* indicates lag order selected by the criterion
LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)
FPE: Final prediction error
AIC: Akaike information criterion
SC: Schwarz information criterion
HQ: Hannan-Quinn information criterion

Estabilidad del sistema

Roots of Characteristic Polynomial
Endogenous variables: D(IMACEC_CH) D(TCR_C...
Exogenous variables: C
Lag specification: 1 1
Date: 22/10/11 Time: 10:15

Root	Modulus
-0.282771	0.282771
0.260629 - 0.049738i	0.265332
0.260629 + 0.049738i	0.265332

No root lies outside the unit circle.
VAR satisfies the stability condition.

En el caso de Chile también se observa un sistema estable.

México

Modelo VAR (4 rezagos) en diferencias

VAR Lag Order Selection Criteria
Endogenous variables: D(IGAE_MEX) D(TCR_MEX) D(P_PETROLEO)
Exogenous variables: C
Date: 22/10/11 Time: 01:43
Sample: 1993M01 2011M08
Included observations: 209

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	-801.1407	NA	0.441091	7.695127	7.743103	7.714524
1	-528.3220	535.1946	0.035328	5.170546	5.362450	5.248134
2	-359.5819	326.1770	0.007661	3.641933	3.977765	3.777712
3	-234.7257	237.7645	0.002528	2.533260	3.013021	2.727231
4	-197.3674	70.06914	0.001928	2.261889	2.885578*	2.514050*
5	-185.6662	21.61086	0.001880*	2.236040*	3.003658	2.546393
6	-180.2387	9.868185	0.001946	2.270227	3.181773	2.638770
7	-168.9181	20.25799*	0.001905	2.248020	3.303494	2.674754
8	-163.1906	10.08465	0.001968	2.279336	3.478739	2.764262
9	-158.2077	8.630764	0.002048	2.317777	3.661107	2.860893
10	-151.6438	11.18058	0.002100	2.341089	3.828348	2.942397
11	-147.1811	7.473480	0.002198	2.384508	4.015695	3.044006
12	-142.2772	8.071409	0.002291	2.423705	4.198821	3.141395

* indicates lag order selected by the criterion
LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)
FPE: Final prediction error
AIC: Akaike information criterion
SC: Schwarz information criterion
HQ: Hannan-Quinn information criterion

Estabilidad del sistema

Roots of Characteristic Polynomial
Endogenous variables: D(IGAE_MEX) D(TCR_M...
Exogenous variables: C
Lag specification: 1 4
Date: 22/10/11 Time: 10:13

Root	Modulus
0.679963 - 0.511949i	0.851141
0.679963 + 0.511949i	0.851141
0.789927 - 0.158488i	0.805669
0.789927 + 0.158488i	0.805669
0.720018	0.720018
-0.019580 - 0.704672i	0.704944
-0.019580 + 0.704672i	0.704944
0.530044 - 0.460514i	0.702153
0.530044 + 0.460514i	0.702153
-0.612419	0.612419
-0.467324 - 0.350911i	0.584406
-0.467324 + 0.350911i	0.584406

No root lies outside the unit circle.
VAR satisfies the stability condition.

En el caso de México, el sistema también resulta estable considerando un VAR con 4 rezagos.

Consecuentemente se corrobora la estabilidad en los tres sistemas considerados.

TEORÍA DE LA CREDIBILIDAD
APLICACIÓN A LOS SEGUROS DE VIDA SALDO DEUDOR[1]

Pablo Zbinden
Paula Mutchinick

INTRODUCCION

Uno de los objetivos principales de la Matemática Actuarial es la elaboración de sistemas de tarificación que garanticen la solvencia de la entidad -principio de suficiencia- pero que simultáneamente resulten lo más justos posibles –principio de equidad-. Se distinguen dos sistemas de tarificación: los que calculan la tasa de prima "a priori" de aquellos que la establecen "a posteriori". Los sistemas de tarificación a priori, permiten asignar una prima a un riesgo o a un conjunto de riesgos que se incorporan a la cartera asegurada, basándose en tablas de cotización estándar, conociendo las características del riesgo para asignar una siniestralidad. Los sistemas de tarificación a posteriori se caracterizan porque la prima de riesgo individual depende esencialmente de la evolución de la siniestralidad real de ese mismo riesgo individual. Los Modelos de Credibilidad, buscan la estimación de la prima de seguros combinando la información estadística con la experiencia disponible del colectivo asegurado.

1. IMPORTANCIA DE LA TEORÍA DE LA CREDIBILIDAD EN LA INDUSTRIA ASEGURADORA

El seguro es un contrato por el cual el asegurador, a cambio del pago de una prima, se obliga a resarcir al asegurado, dentro de los límites convenidos, del daño que le haya producido un siniestro –seguros patrimoniales- o bien pagar un capital al verificarse un evento relativo a la vida humana –seguros personales-[2].

Para que esto se cumpla, es precisa la previa acumulación por parte del asegurador de los medios financieros necesarios, formados por las primas

[1] Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.
[2] Levi, Eugenio – "Curso de Matemática Financiera y Actuarial, Volumen II". Bosch Casa Editorial, Barcelona, España 1973.

pagadas por los asegurados, cuya cuantía se basa en la probabilidad estadística del riesgo previsto[3].

Las compañías aseguradoras son empresas de servicios, y como tal uno de sus objetivos principales debe ser ofrecer el mejor producto a sus clientes al mejor precio. Establecer el precio correcto para la cobertura prestada resulta de vital importancia para las compañías de seguros por dos motivos:

1. Que el asegurador logre calcular con la mayor exactitud la prima pura esperada le permitirá contar con los fondos disponibles para hacer frente al pago de las indemnizaciones a sus asegurados.
2. Establecer un precio demasiado bajo podría representar una pérdida (insuficiencia de primas) y un precio demasiado alto podría mermar la competitividad de mercado frente a las demás aseguradoras.

Al margen de la competitividad, otro de los grandes problemas al que se enfrentan las compañías aseguradoras es el denominado riesgo moral y selección adversa[4].

El riesgo moral consiste en que una vez que los individuos hayan contratado la póliza de seguro se modifique su comportamiento tornándose menos cuidadosos y se incrementen las probabilidades de siniestro respecto de las calculadas previamente por la entidad aseguradora -este aspecto se evidencia más claramente en seguros de no vida-.

Por otro lado, la realidad indica que la persona que contrata el seguro se encuentra en una posición de ventaja frente a la compañía aseguradora respecto de su conocimiento de los riesgos a los cuales se enfrenta. Los individuos que se enfrentan a mayores riesgos resultan más propensos a comprar cobertura de seguro que los que se enfrentan a riesgos menores. Las aseguradoras intentan minimizar el problema que sólo los individuos con altos riesgos compren sus coberturas, esto es la selección adversa, cuantificándola para considerarla en sus tarifas.

[3] Fernández Dirube, Ariel – "Manual de Reaseguros". Biblioteca General Re, Vol. 2, Argentina, 1993.
[4] Macho Stadler, Inés ; Perez Castillo, David – "Introducción a la Economía de la Información". Editorial Ariel, 2005.

En los seguros de vida, por ejemplo, las compañías requieren exámenes médicos rechazando a las personas que presenten o hayan presentado ciertas enfermedades. O bien, pueden establecer cláusulas de enfermedades preexistentes o períodos de carencias.

En los seguros patrimoniales, las aseguradoras pueden luchar contra la selección adversa estableciendo franquicias de modo que el tomador del seguro participe del riesgo en el que pudiera incurrir o, realizando rebajas o aumentos en las primas de los años sucesivos de acuerdo al estudio de la siniestralidad de los asegurados -sistema bonus malus- a partir de la teoría de la credibilidad.

La teoría de la credibilidad estima las primas de riesgo basándose en la información pasada de la experiencia de reclamaciones, y las fórmulas de credibilidad obtenidas son una especie de medias ponderadas entre la prima pura colectiva del riesgo y la media empírica de las indemnizaciones pagadas. El factor de ponderación utilizado es conocido con el nombre de factor de credibilidad[5].

Es por este motivo, que a partir de la información que le brinda la teoría de la credibilidad, las compañías de seguros pueden recalcular sus tarifas basándose en su propia experiencia pero sin dejar de considerar la estimación realizada a priori de contar con la información muestral.

Básicamente, el peso que se le dará a una y otra fuente de información dependerá del número de observaciones con que se cuente para cada edad estudiada.

1.1 Teoría de la credibilidad

El término Credibilidad fue introducido en la ciencia actuarial como una medida de la creencia -de la importancia-, que el actuario considera debe ser otorgada a la experiencia de su cartera asegurada con el objeto de elaborar una tarifa.

Los siniestros en la industria aseguradora surgen de ocurrencias aleatorias, por lo que el costo medio anual pagado en concepto de siniestros en los últimos años puede resultar un estimador insuficiente del costo del año próximo. La exactitud esperada de este estimador es una función de la varianza en los siniestros y, por lo tanto, esta información por sí sola puede no ser aceptable para calcular las tasas de prima.

[5] Herzog, Thomas N. – "Introduction to Credibility Theory". Actex Publications, 1994.

En lugar de únicamente apoyarse en las observaciones recientes, mejores estimadores pueden obtenerse al combinar estos datos con otra fuente de información, a la que llamaremos información a priori. La teoría de la credibilidad es el método estadístico utilizado para ponderar estas dos fuentes y llegar al estimador final[6].

La teoría de la credibilidad descansa en el hecho de contar con información a priori o colateral que puede ser ponderada con las observaciones actuales. El enfoque que se seguirá en el presente trabajo para combinar la información a priori con la de la muestra para lograr obtener un mejor estimador será el *Análisis Bayesiano*.

1.2 Inferencia Bayesiana

Thomas Bayes propuso en 1763 asignar probabilidades *a priori* a un conjunto de hipótesis o supuestos, y calcular la probabilidad de cada resultado u observación posible bajo las diferentes hipótesis planteadas. Luego de hacer una o más observaciones se pueden calcular las probabilidades *a posteriori* de cada hipótesis, obteniéndose un mejor conocimiento de las probabilidades subyacentes, aún desconocidas. Esto es lo que hoy se conoce como análisis Bayesiano, inverso o subjetivo[7].

Definamos H como cierta hipótesis y B como un evento observado. La teoría Bayesiana nos dirá que P[H] es la creencia inicial que otorgamos a la hipótesis H, o nuestra probabilidad a priori.

La expresión P[B|H] es la probabilidad condicional del evento B, dada la hipótesis H. Sin embargo, cuando dicha probabilidad es considerada como una función de H, la probabilidad en cuestión es llamada la verosimilitud de H en el evento B, y la P[H|B] es la probabilidad a posteriori, elementos esenciales del análisis Bayesiano. Recordando que,

$$P[H|B] = P[H] * P[B|H] / P[B]$$

La probabilidad a posteriori puede entenderse como una función de H proporcional al producto de la probabilidad a priori P[H] y la verosimilitud de H en el evento B. La probabilidad de B desaparece ya que es entendida como una constante, por no depender de H.

---

[6] Mahler, Howard; Dean, Curtis Gary – "Credibility". Foundations of Casualty Actuarial Science, Chapter 8 (CAS-2001).

[7] Casella, George; Berger, Roger L. – "Statistical Inference". Duxbury Press, 1990.

1.3 Distribución conjugada

Una función de distribución de probabilidad es llamada una distribución a priori conjugada para una cierta función de verosimilitud, si la probabilidad a posteriori resultante –como fuera definida anteriormente- pertenece a la misma familia de funciones de distribución de probabilidad que la función de distribución a priori. Ejemplos de lo aquí expuesto son las distribución *Beta* como distribución a priori y a posteriori para la función de verosimilitud *Binomial*, la *Gamma* para una *Poisson*, el par *Normal-Normal* y el par *Gamma-Exponencial*.

1.4 Teoría de la credibilidad aplicada a los seguros de vida

Las compañías de seguros de vida definen sus tarifas utilizando el criterio del valor actual actuarial. Para ello es necesario fijar una ley de interés para calcular los factores de descuento y las probabilidades atribuidas a los sucesos de los posibles eventos. Estas últimas vienen generalmente deducidas de una tabla de mortalidad y la base financiera de uso generalizado es la ley exponencial (interés compuesto) con una tasa del 4% efectiva anual.

Una vez que la compañía cuenta con estadísticas de su cartera asegurada, puede analizar la experiencia de cada una de sus pólizas. Esta información resulta de vital importancia para la aplicación de métodos de credibilidad estadísticos, lo que permite actualizar las bases técnicas a partir de la tabla de mortalidad teórica y los resultados de la experiencia de la cartera asegurada.

En el presente trabajo, se analizará el seguro colectivo de vida saldo deudor, cuya base técnica está dada por las tablas de mortalidad, pudiendo no considerarse la base financiera por tratarse de coberturas a corto plazo –generalmente un año-.

De este modo, la compañía pondera las dos fuentes de información, es decir, le otorgará un factor de credibilidad entre 0 y 1 a la fuente de información teórica -en este caso la tabla de mortalidad seleccionada- que no representa específicamente la realidad de su negocio sino que se trata de estadísticas generales, y el complemento del factor será aplicado a sus estadísticas propias.

Dar completa credibilidad a la experiencia de la cartera desestimando la información de la tabla de mortalidad, implicaría un riesgo elevado para la entidad a causa de que la experiencia puede no representar

adecuadamente la realidad de la cartera y esta experiencia puede variar significativamente de un año a otro.

Por otro lado, otorgar completa credibilidad a la tabla de mortalidad implicaría pasar por alto la información proporcionada por la propia cartera de asegurados, la cual puede resultar más representativa que estadísticas generales no específicas del tipo de seguro bajo análisis.

2. INFORMACIÓN A PRIORI Y MUESTRAL

2.1 Información a priori: Tablas de mortalidad

Las aseguradoras utilizan como base demográfica de sus seguros de vida una tabla de mortalidad, que será seleccionada de acuerdo a las preferencias de cada compañía. Por lo tanto, la elección de la tabla a ser utilizada es una decisión puramente subjetiva de cada aseguradora y constituye la información a priori sobre las que se establecerán las primas de riesgo.

Vamos a definir a la tabla de mortalidad como un modelo teórico que describe la extinción de una cohorte hipotética o ficticia. Permite determinar las probabilidades de sobrevivir o de morir a una edad exacta *"x"* o entre edades *"x"* y *"x+n".* Se considera como la herramienta más completa para el análisis de la mortalidad de una población en un momento dado. Las características principales de una tabla de mortalidad son:

- Es un modelo teórico que describe, numéricamente y en intervalos discretos, el proceso de extinción por muerte de un grupo inicial, generalmente una cohorte de recién nacidos.
- La ley de extinción corresponde a la mortalidad experimentada por una población durante un período de tiempo específico relativamente corto -generalmente un año-.
- La mortalidad se plantea en función de la edad y sus patrones se consideran constantes en el tiempo.
- Permiten describir el comportamiento de la mortalidad por edades y pueden además diferenciarse por género, estado de salud o condición de fumador, entre otras clasificaciones.

- Permiten obtener probabilidades de mortalidad, las cuáles son más apropiadas que las tasas de mortalidad para realizar diferentes análisis demográficos.
- Permiten calcular la esperanza de vida para las diferentes edades o grupos de edades.
- Permiten efectuar diversas aplicaciones en gran variedad de problemas tales como: la estimación del nivel y tendencia de la mortalidad, evaluación de programas de salud, estudios de fecundidad y migración, estudios socioeconómicos como fuerza de trabajo, población escolar, calcular tarifas en los seguros de vida, regulación en sistemas de jubilaciones, etc.

En realidad una tabla de mortalidad se trata de un análisis transversal, dado que se basa en el patrón de mortalidad actual observado sobre los miembros de una población real. Por esta razón se le llama "tabla de contemporáneos", a diferencia de una "tabla de generaciones", la cual se basa en un análisis longitudinal de la mortalidad de una generación específica, desde su nacimiento hasta su extinción completa.

2.2 Tabla de mortalidad CSO '80

En 1980, la Sociedad de Actuarios de Estados Unidos propuso una nueva tabla de mortalidad que se convirtió en estándar para la valuación de pasivos en la industria de seguros de vida.

Se trataba de la tabla de mortalidad "Commisioners Standard Ordinary" de 1980, o mejor conocida como *CSO '80*. Esta tabla de mortalidad fue desarrollada por un comité de la *Sociedad de Actuarios* (*SOA*), basándose en experiencia de compañías de seguros de vida durante el período de 1970 a 1975[8].

Aún hoy, y con más de 30 años de historia, sigue resultando una de las tablas más elegidas tanto por las compañías de seguros para cotizar sus productos como por los organismos de control para regular el mercado asegurador.

Dado que la tabla *CSO '80* fue elaborada en base a estadísticas ajenas a la Argentina, a partir del análisis de las carteras de una serie de

[8] Hustead, Edwin – "The History of Actuarial Mortality Tables in the United States". Washington D.C, 1988.

compañías con variadas líneas de seguros de vida y que estas estadísticas tienen más de 30 años de antigüedad, en el presente trabajo se pretende analizar el hecho de que para una línea específica dentro de los seguros de vida, utilizar una tabla de mortalidad de uso generalizado en la industria aseguradora pueda no resultar adecuado.

Tal es el caso del seguro colectivo de vida saldo deudor, seguro que posee ciertas particularidades que lo diferencian de otra clase de coberturas.

En el Apéndice VII se muestran los valores de la tabla de mortalidad suponiendo un 50% de población femenina y masculina.

2.3 Seguro colectivo de vida saldo deudor

Se trata de un seguro atado a un producto crediticio -una tarjeta de crédito, un préstamo- cuyo tomador suelen ser entidades crediticias -bancos, financieras, concesionarios- y el interés asegurable es proporcionar cobertura al asegurado –que es el tomador del crédito- de modo que en caso de fallecimiento la aseguradora asuma la responsabilidad de cubrir sus deudas frente al acreedor hasta la suma asegurada máxima de acuerdo a lo establecido en las condiciones de póliza.

Por otro lado, se trata de un seguro colectivo en contraposición de los seguros individuales. El seguro colectivo es una modalidad de contratación donde un grupo de personas, reunidas en forma preexistente a la contratación del seguro, contrata una cobertura mediante un único contrato, en general en condiciones más beneficiosas que si lo hicieran individualmente.

Se trata de contratos a corto plazo –en general pólizas anuales renovables- donde la prima se calcula en base al riesgo y existe dentro del grupo asegurado solidaridad de tasa, ya que los más jóvenes terminan pagando un costo más elevado al que les correspondería de acuerdo a su edad, y los más viejos un costo menor.

La prima se calcula a partir de una edad promedio de la cartera y por lo tanto una probabilidad de muerte también promedio que constituye la componente de frecuencia de la tarifa, y un capital asegurado promedio de la cartera -que podrá ser dependiendo del activo de riesgo del asegurado el saldo de deuda de las tarjetas de crédito, capital inicial de préstamos- que conforma la componente de intensidad de la tarifa.

El alcance del presente trabajo es estudiar la componente de frecuencia, ya que la intensidad es un dato que es informado por la entidad financiera y no es necesario recurrir a un estudio estadístico para su determinación. Sin embargo, esto no implica que no sea importante definir con la mayor exactitud posible su valor, ya que tiene un gran impacto en la determinación de la prima pura.

Las entidades financieras no otorgan productos de crédito a toda la población, sino que restringen su oferta para aquellos individuos que cumplen con ciertos requisitos, como puede ser exigir un nivel mínimo de ingresos, antigüedad laboral, etc. A su vez, las compañías de seguros establecen en sus pólizas ciertas condiciones de elegibilidad que los asegurados deben cumplir para recibir cobertura. Entre estos se pueden mencionar establecer una edad mínima y máxima de contratación y una máxima de cobertura, examen médico, cláusula de enfermedades preexistentes, entre otras.

Conjugando las restricciones impuestas por la entidad financiera y la aseguradora, se trata de una población cerrada y con características demográficas y socioeconómicas bien definidas la que accede a los seguros de saldo deudor. De este modo, nos encontramos frente a un nicho de mercado, es decir, es una porción del mercado asegurador en la que los individuos poseen características y necesidades homogéneas. Por lo tanto, resulta lógico suponer que la población selecta de este tipo de seguros pueda tener un comportamiento distinto del que refleja la tabla de mortalidad *CSO '80*.

Si bien en general los seguros colectivos presentan tasas de siniestralidad más elevadas que los de contratación individual, ya que en estos últimos se realiza una tarificación específica para cada riesgo en lugar de utilizar valores promedios del grupo asegurado, los seguros colectivos en general suelen reflejar menores tasas de mortalidad que los de la población en general –reflejada por las tablas de mortalidad-. Esto se debe principalmente, a las características que presenta su universo de asegurados que, tal como fue descrito anteriormente, deben cumplir con las condiciones de elegibilidad tanto de la entidad financiera como de la aseguradora.

Dadas las estadísticas analizadas para el presente trabajo, tomaremos por definición que la edad mínima y máxima de contratación del seguro serán 18 y 70 años respectivamente y, la edad máxima de cobertura los

75 años -edades usualmente definidas como estándar en las prácticas de mercado-.

2.4 Información muestral

Una forma de complementar estas estadísticas generales sería a partir de los datos recopilados por las compañías de seguros sobre las bases de sus propias carteras. Es decir, que las aseguradoras podrían actualizar sus bases técnicas para el cálculo de la prima de riesgo utilizando su experiencia siniestral, de manera de lograr una mayor precisión en el cálculo.

Cuanto mayor sea la diferencia entre la tabla de mortalidad utilizada como base técnica para el cálculo de la prima y las tasas reflejadas por la cartera de la aseguradora, mayor será el riesgo de que la compañía enfrente una situación de insuficiencia de primas o que, por el contrario, se encuentre con tarifas elevadas afectando su competitividad de mercado.

La información muestral que utilizaremos consta de 1.646.816 registros tomados de las bases de datos de una compañía de seguros argentina desde el año 2000 hasta el 2009 y con asegurados concentrados principalmente en las provincias de Buenos Aires, Córdoba, Santa Fé y Mendoza.

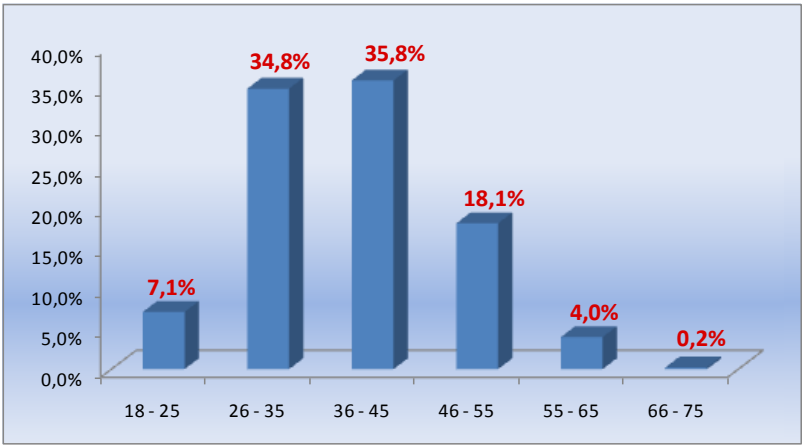
La edad mínima analizada fue definida de acuerdo a la edad mínima de contratación del seguro en 18 años y la edad máxima de la base se corresponde con la máxima edad de cobertura de 75 años.

A continuación se detalla la distribución de registros por rangos de edades.

Tabla 1

Rango de edades	Cantidad de casos	En %
18 - 25	456.063	7,1%
26 - 35	2.237.308	34,8%
36 - 45	2.303.266	35,8%
46 - 55	1.162.914	18,1%
55 - 65	254.848	4,0%
66 - 75	12.685	0,2%

Gráfico 1. Distribución del total de expuestos por rango de edad



Se observa que la mayor cantidad de asegurados se concentra entre las edades de 26 y 45 años. Siguiendo a estos dos grupos se encuentran los individuos entre 46 y 55 años, y entre 18 y 25. De este modo se puede concluir que el público objetivo de los seguros saldo deudor es la población económicamente activa, principalmente los jóvenes y de edad media hasta 55 años.

A partir de los 55 años, la cantidad de expuestos disminuye drásticamente y para las personas mayores de 65 años, prácticamente no se cuenta con observaciones.

Este no es un dato menor, ya que como veremos en el siguiente capítulo, la cantidad de observaciones por edad es una característica decisiva para definir el factor de credibilidad.

3. UTILIZACIÓN DE LA TEORÍA DE CREDIBILIDAD PARA DETERMINAR LA DISTRIBUCIÓN A POSTERIORI

3.1 Distribución de la muestra

Como se definiera en el *Capítulo 2*, se trabajará bajo el supuesto de una compañía de seguros que utiliza la tabla de mortalidad *CSO '80*.

Definimos la variable aleatoria probabilidad de morir entre a la edad *"x"* y *"x+1"*. Se considerará que esta variable sigue una distribución *Bernoulli*,

con probabilidad de éxito igual a la probabilidad de morir a cada edad que surge de la tabla de mortalidad.

Por lo tanto, la función de probabilidad queda definida de la siguiente forma:

$$\textbf{(1)} \quad P[Y = y|q] = q^{y}(1-q)^{1-y} \quad siendo\ y = 0,1$$

Y = 0 es el valor de variable asociado al evento que una persona de edad *"x"* alcance con vida la edad *"x+1"*.

Y=1 es el valor de variable asociado al evento que una persona de edad *"x"* fallezca antes de alcanzar la edad *"x+1"*.

"q" es la probabilidad de morir entre la edad *"x"* y *"x+1"* y a su vez también es la media de la variable aleatoria. Para cualquier asegurado de la población se asume que su probabilidad de fallecer a la edad *"x"* se mantiene constante durante el año. Es por este motivo, que la estimación del parámetro *"q"* es el gran desafío al que se enfrentan las compañías de seguros de vida, ya que la probabilidad de morirse en el año varía para los distintos riesgos. No se conoce *"q"* para un riesgo seleccionado al azar.

3.2 Distribución Beta a priori

A su vez, siguiendo el enfoque Bayesiano, se le asigna al parámetro de la distribución *Bernoulli(q)* –probabilidad anual de muerte- una distribución a priori *Beta*, con función de densidad:

$$\textbf{(2)} \quad f(q;\ a;\ b) = \frac{1}{B(a,b)} q^{a-1}(1-q)^{b-1}$$

Siendo la constante de la distribución:

$$B(a,b) = \frac{(a)\,(b)}{(a+b)} = \frac{(a-1)!\,(b-1)!}{(a+b-1)!}$$

Definimos su valor esperado y varianza:

$$\textbf{(3)} \quad E[q] = \frac{a}{a+b}$$

$$\textbf{(4)} \quad Var[q] = \frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2}$$

Vamos a exigir que la distribución a priori verifique que su valor esperado sea igual a la probabilidad de muerte para cada edad. Sin embargo, necesitaremos de una ecuación adicional para determinar el valor de los parámetros de la distribución.

Por este motivo, introduciremos el concepto de factor de credibilidad que será desarrollado en el punto 4 del presente capítulo. La expresión del mismo es la siguiente,

(5) $\alpha = \dfrac{n}{n + a + b}$ *donde* "n" es el número de observaciones por edad

Dados los valores de las probabilidades de muerte de la tabla de mortalidad *CSO'80,* estableceremos como segunda condición que para otorgar 50% de credibilidad a la información proveniente de la muestra, se necesitarán 100.000 observaciones. Si bien este número puede parecer arbitrario, permite, para la gran mayoría de las edades de la tabla de mortalidad, que la probabilidad de que la cantidad de fallecimientos difiera de la media en más de un 10% sea menor a un 10% -el estudio detallado para cada edad se encuentra en el Apéndice I-. De este modo quedan definidas nuestras dos ecuaciones de la siguiente manera:

(6) $E[q] = \dfrac{a}{a + b} = \lambda_x$

(7) $\alpha = \dfrac{100.000}{100.000 + a + b} = 50\%$

Por lo tanto, tenemos dos ecuaciones para dos incógnitas y, por lo tanto el sistema tiene solución única. La función de distribución a priori queda entonces definida a partir de la siguiente expresión –la demostración se encuentra en el *Apéndice III-*,

(8) $f(q;\ a;\ b) = \dfrac{1}{B(a,b)} q^{a-1}(1-q)^{b-1}$

Donde,

$$a = 100.000 \cdot (_x$$

$$b = a/(_1x - a$$

Siendo:

- $q_x \rightarrow$ la probabilidad de morir entre la edad *"x"* y *"x+1"* según la tabla *CSO'80.*

- $\mathbf{q}_x \rightarrow$ la variable aleatoria de probabilidad de morir entre la edad *"x"* y *"x+1".*

La elección de la distribución *Beta* como distribución a priori, se debe a que se trata de una función continua definida para el intervalo (0,1). Este dominio de la distribución, permite asociarlo a probabilidades y, es por esto, que se utiliza a menudo a la distribución *Beta* para describir como se distribuye el valor de una probabilidad desconocida, como es nuestro caso. A su vez, el par *Beta-Binomial* es uno de los casos de distribuciones conjugadas, es decir, la resultante distribución a posteriori será también *Beta* sólo que los parámetros de la distribución serán actualizados a partir de la información muestral, lo cual facilita los cálculos.

A partir de la experiencia de la aseguradora, lo que queremos es actualizar la información a priori obteniendo una distribución a posteriori para cada edad y de esta forma llegar a una tabla de mortalidad que conjuga la información a priori con la evidencia empírica de la compañía.

3.3 Distribución a posteriori

Contamos con una muestra extraída de una compañía de seguros de vida que opera en la Argentina, donde para cada posible edad de la cartera asegurada se tiene una secuencia de *n* ensayos independientes *Bernoulli* con una probabilidad de éxito constante *"q"*. A la cantidad de fallecimientos entre la edad *"x"* y *"x+1"* la denominaremos con la letra *r*, y al total de expuestos con edad comprendida entre *"x"* y *"x+1"* con la letra *n*.

Complementariamente, contamos con la distribución a priori asignada al parámetro *"q"* a partir de la información de la tabla de mortalidad y la distribución *Beta* como se ha definido en *(1).*

De este modo llegamos al resultado principal de esta sección.

Si *n* ensayos independientes *Bernoulli* son realizados con probabilidad de éxito constante, *"q",* y la distribución a priori de *"q"* es *Beta(a ,b)* , entonces la distribución a posteriori de *"q"* es *Beta(a + r , b + n –r)* –la demostración se encuentra en el *Apéndice IV*-, donde *"r"* es el número de

fallecimientos observados en los *"n"* ensayos con edades comprendidas entre *"x"* y *"x+1"*.

3.4 Estimador Bayesiano

Un estimador natural del parámetro *"q"* resulta la esperanza matemática de la distribución a posteriori, por lo que el estimador Bayesiano de *"q"* es,

$$(9)\quad \hat{q}_{Bayes} = \frac{r+a}{n+a+b}$$

A partir del estimador Bayesiano para cada edad de la tabla de mortalidad podemos construir lo que denominaremos como Tabla de Mortalidad a Posteriori.

Ahora bien, consideremos como quedó conformado nuestro estimador. La distribución a priori tiene una media igual a $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{a+b}}$, que sería nuestro mejor estimador de "q" si no contáramos con la información de la muestra. Si recordamos, al comienzo del capítulo exigimos a la distribución a priori cumplir con la condición de que su media se iguale a la probabilidad de muerte de la tabla de mortalidad CSO '80. Es decir, exigimos que ante la situación de que no exista información disponible de la cartera asegurada, el mejor estimador en ese caso particular sea la probabilidad de muerte de la tabla teórica utilizada como base técnica del seguro.

Por otro lado, ignorando la información a priori y basándonos únicamente en la muestra extraída, utilizaríamos a $\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{n}}$ como nuestro estimador de la probabilidad de muerte, es decir, la estimaríamos a partir del cociente de la cantidad de muertes observadas sobre el número de expuestos para cada edad.

El estimador Bayesiano de *"q"* lo que hace es combinar estas dos fuentes de información en un único estimador. La forma a través de la cual se combina la información se ve más claramente si escribimos al estimador como,

$$(10)\quad \hat{q}_{Bayes} = \frac{n}{n+a+b}\cdot\frac{r}{n} + \frac{a+b}{n+a+b}\cdot\frac{a}{a+b}$$

Se puede demostrar que $\frac{\mathbf{a+b}}{\mathbf{n+a+b}} = 1 - \frac{\mathbf{n}}{\mathbf{n+a+b}}$

Si llamamos $\alpha = \frac{n}{n+a+b}$ **podemos reescribir la ecuación (10),**

(11) $\hat{q}_{Bayes} = \alpha \cdot \frac{r}{n} + (1-\alpha) \cdot \frac{a}{a+b}$

Así, el estimador Bayesiano es una combinación lineal de la media de la muestra $\frac{r}{n}$ y la media a priori $\frac{a}{a+b}$, siendo los pesos determinados por los parámetros de la distribución a priori *a* y *b,* y por el tamaño de la muestra para cada edad *"n"*–número de expuestos-.

Al ponderador α lo denominamos factor de credibilidad. Se observa como a medida que crece el tamaño de la muestra *"n"* para cada edad, aumenta el peso otorgado a la información de la muestra frente a la información a priori.

4. UN ESTUDIO DE CASO

En la siguiente sección expondremos un caso para una póliza en particular de la cartera de una compañía aseguradora. En la misma analizaremos cuál sería la prima resultante utilizando únicamente la información a priori –tabla de mortalidad CSO '80- y la que resulta de aplicar la tabla de mortalidad a posteriori.

Como se trata de un seguro colectivo de Vida Saldo Deudor, realizaremos los siguientes supuestos a los fines de realizar la cotización:

1. Una Entidad Financiera que concede préstamos obliga a sus potenciales clientes a contratar un seguro de vida de modo que en caso de fallecimiento reciba de la aseguradora el Saldo de Deuda al momento de la muerte del asegurado.
2. La Entidad Financiera provee los siguientes datos de su cartera de clientes:
   a) Edad Promedio de la Cartera: 42 años
   b) Saldo de Deuda Promedio: $12.000
3. La cobertura brindada por la compañía de seguros es anual renovable.

De este modo, ya contamos con toda la información necesaria para cotizar el producto de interés. Al tratarse de un seguro colectivo, se

utilizará el Saldo de Deuda promedio como el factor de Intensidad y la Edad Promedio será la que defina el factor de Frecuencia a partir de la probabilidad de muerte de esa edad.

4.1 Utilizando la información a priori

Desestimando la información proporcionada por la experiencia pasada de la aseguradora y utilizando únicamente la información a priori, la probabilidad de muerte según la tabla de mortalidad *CSO '80* para la edad 42 años es, suponiendo un 50% de población femenina y masculina:

$$q_{42} = 0{,}00322$$

Por lo tanto, la prima de riesgo para el producto solicitado por la Entidad Bancaria es la siguiente:

$$Prima\ Pura = \$12.000 \cdot 0{,}00322 = \mathbf{\$38,58}$$

4.2 Utilizando la información de la muestra

Si nos basamos solamente en la experiencia de la cartera para realizar la cotización del producto utilizaremos el ratio de cantidad de muertes experimentadas por la aseguradora durante el año 2009 de asegurados con edades comprendidas entre los 42 y 43 sobre el total de asegurados con endades entre los 42 y 43 expuestos al riesgo. Número de Expuestos con edad 42. El número de expuestos y fallecidos observados con edad 42 son los siguintes:

- $n_{42} = 221.408$
- $r_{42} = 570$

La tasa de muerte empírica surge como el cociente de las muertes y los expuestos:

$$Tasa\ de\ Muerte\ Empírica = \frac{r_{42}}{n_{42}} = 0{,}00257$$

De este modo, la prima de riesgo sería la siguiente:

$$Prima\ Pura = \$12.000 \cdot 0{,}00257 = \mathbf{\$30,89}$$

4.3 Utilizando la información a posteriori

En este caso, en lugar de utilizar como base técnica para la cotización la tabla CSO '80, recurriremos a la tabla de mortalidad a posteriori que

surgió de la aplicación de la teoría de la credibilidad. De este modo, la probabilidad de muerte según esta tabla para la edad 42 años es:

$$q_{42} = 0{,}00277$$

Desarrollaremos detalladamente cómo se arribó a esta probabilidad.

Partimos de los siguientes datos:

- $(_142 = 0{,}003215$
- $n_{42} = 221.408$
- $r_{42} = 570$

Tal como se definiera en la sección 3 podemos estimar los parámetros de la distribución *Beta*,

$$a_142 = 100.000 \cdot (_142 = 321{,}5$$

$$b_142 = a_142/(_142 - a_142 = 99.678{,}5$$

Aplicando la ecuación (10) obtenemos el estimador bayesiano para la edad 42,

$$\hat{q}_{Bayes} = \frac{r_{42} + a_{42}}{n_{42} + a_{42} + b_{42}} = 0{,}00277$$

La prima de riesgo para el producto solicitado por la Entidad Bancaria siguiendo este enfoque es la siguiente,

$$Prima\ Pura = \$12.000 \cdot 0{,}00277 = \$33{,}24$$

4.4 Conclusión del caso de estudio

A partir del caso presentado, se puede observar como la utilización de la teoría de la credibilidad le permite a la compañía de seguros salir al mercado con primas más competitivas. Dichas primas no son una decisión comercial, sino que se encuentran fundamentadas en la experiencia de la misma aseguradora. Sin embargo, la tabla de mortalidad a posteriori expone tasas de muerte más conservadoras respecto de las probabilidades empíricas. Es decir, estas tasas se encuentran influenciadas tanto por la experiencia propia de la compañía como por estadísticas generales del mercado representadas en este caso por la tabla *CSO '80,* donde los ponderadores de cada fuente de información dependerán de la cantidad de expuestos con que se cuente para cada edad, otorgándole mayor credibilidad a la experiencia propia en la medida que este número crezca.

En el *Apéndice V s*e describe para todas las edades la probabilidad de muerte a priori, según la evidencia empírica y a posteriori.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se analizó como una compañía que ofrece seguros colectivos de vida saldo deudor puede revisar sus tarifas anualmente a partir de las estadísticas basadas en la experiencia de sus asegurados.

Este tipo de cobertura posee la ventaja de que se trata de un seguro colectivo de vida cuya renovación es anual. Por lo tanto, se le facilita a la entidad aseguradora revisar sus tarifas al vencimiento de cada póliza a partir de la información de su cartera.

Las estadísticas basadas en el asegurado, pueden llegar a ser significativas como complemento de las estadísticas generales del mercado (en nuestro caso, las tablas de mortalidad) siempre y cuando se cuente con un número suficientemente grande de riesgos individuales que hagan a las estadísticas fiables y proporcionen un equilibrio técnico.

Es precisamente esto lo que evidencia el estimador Bayesiano obtenido a partir de la aplicación de la teoría de la credibilidad. Recordemos la ecuación (10) de la sección 3,

$$(10)\quad \hat{q}_{Bayes} = \frac{n}{n+a+b}\cdot\frac{r}{n} + \frac{a+b}{n+a+b}\cdot\frac{a}{a+b}$$

A su vez, habíamos definido $\alpha = \frac{n}{n+a+b}$ como el factor de credibilidad y a $1-\alpha = \frac{a+b}{n+a+b}$ como su complemento.

Se observa como a medida que el tamaño de la muestra *"n"* -número de expuestos por edad- crece, mayor es el factor de credibilidad y por lo tanto más peso se le otorga a la información basada en la experiencia de los asegurados frente a las tablas de mortalidad. En el *Apéndice VI*, se detalla para las diferentes edades el peso otorgado a la tabla de mortalidad *CSO '80* frente a la experiencia de la cartera asegurada.

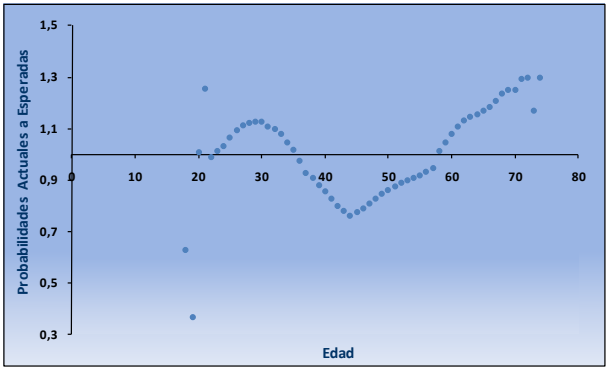
Podemos ver como para las edades que cuentan con mayor cantidad de observaciones los factores de credibilidad otorgados a la información de la

muestra se incrementan llegando en algunos casos al 76%. Por otro lado, para las edades con menor cantidad de expuestos, los factores tienden a cero dando credibilidad total a la información a priori ya que se carece de evidencia empírica suficiente como para modificar la creencia inicial.

Caso contrario, para distintos tamaños de muestra, el estimador Bayesiano ajusta automáticamente los pesos otorgados a cada una de las dos fuentes de información y, en el caso extremo de que no se cuente con observaciones, le otorga completa credibilidad a la tabla teórica seleccionada como base técnica.

En el siguiente gráfico, se busca exponer el ratio de muertes actuales frente a muertes esperadas según la tabla de mortalidad *CSO '80*.

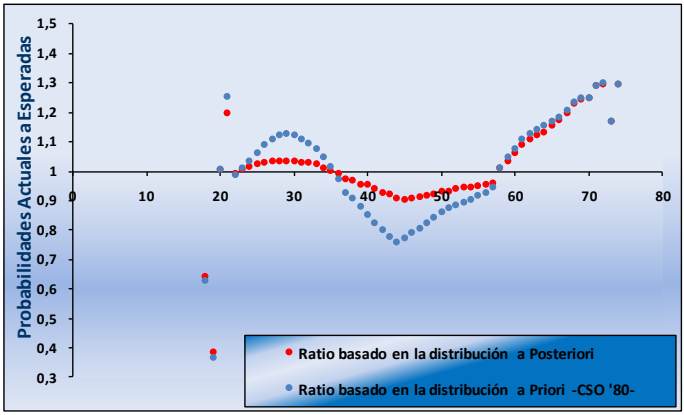
Gráfico 2. Ratio de probabilidades de muerte actuales a esperada –CSO '80- por edad



Se puede observar a partir del Gráfico 2, como la tabla de mortalidad teórica utilizada –*CSO '80*- no resulta representativa de la realidad de la cartera. El caso ideal sería tener a todos los ratios del gráfico sobre el eje de las abscisas que es donde el ratio es igual a uno, es decir, sería el caso en el que las probabilidades teóricas coinciden con las probabilidades empíricas.

Repetimos el Gráfico 2, agregando ahora el ratio de muertes actuales frente a esperadas utilizando la tabla de mortalidad a posteriori que surge a partir de los estimadores Bayesianos de cada edad –media a posteriori-.

Gráfico 3. Ratio de probabilidades de muerte actuales a esperada por edad



De este último gráfico, se puede concluir que para las edades que van entre los 20 y los 58 años el ajuste que proporciona la tabla de mortalidad a posteriori es prácticamente perfecto respecto de la realidad de la cartera.

Por otro lado, para los individuos más jóvenes y más viejos, las probabilidades a posteriori se parecen mucho a las probabilidades de la tabla CSO ’80.

Esto se debe, tal como se mencionó anteriormente, a que la cantidad de observaciones para estos grupos de edades resultan escasas como para darles credibilidad y, por lo tanto, el estimador Bayesiano a posteriori se verá plenamente influenciado por la información a priori más que por la muestra.

De este modo y como conclusión general del trabajo, a partir de nuestro caso de estudio podemos ver que no considerar la información muestral a la hora de realizar un retarificación del seguro de colectivo de vida saldo deudor y continuar utilizando la tabla teórica como única fuente sería tomar una posición conservadora, ya que implicaría elegir tasas elevadas respecto de lo reflejado por la experiencia de la cartera y poco competitivas , ya que como se muestra en el Gráfico 2, la tabla CSO ’80 no se ajusta a la realidad de la cartera. Al mismo tiempo, utilizando la teoría de la credibilidad se puede lograr un estimador de las probabilidades anuales de muerte que combine ambas fuentes de información logrando que la componente de frecuencia de la prima pura se ajuste mejor a la

realidad de la cartera resultando así en una prima más justa para los asegurados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(2006): *Group Life Insurance Experience Committee.* Report of the Society of Actuaries.

(2002): Credit Life Mortalityand Minimum Valuation Standard. Credit Insurance Committee of the Society of Actuaries.

Bowers, N; Gerbert, H; Hickman, J. (1994): *Actuarial Mathematics.* "The Society of Actuaries, Illinois".

Canavos, G. (1988): *Probabilidad y Estadística.* México. McGraw-Hill.

Casella, G; Berger, R. (1990): *Statistical Inference.* Duxbury Press.

Fernández Dirube, A. (1985): *Principios Económicos del Seguro.* Editorial Imprelex SA, Argentina.

Fernández Dirube, A. (1993): *Manual de Reaseguros*. Biblioteca General Re, Vol. 2, Argentina.

Herzog, T. (1994): *Introduction to Credibility Theory.* Actex Publications.

Hustead, E. (1988): *The History of Actuarial Mortality Tables in the United States*. Washington D.C

Klugman, S; Panjer, H; Willmot, G. (1998): *Loss Models from Data to Decisions.* USA.

Levi, E. (1973): *Curso de Matemática Financiera y Actuarial* – Volumen II - . Barcelona, España. Bosch Casa Editorial.

London, D. (1997): *Survival Models and their Stimation.* Actex Publications.

Macho Stadler, I ; Perez Castillo, D. (2005): *Introducción a la Economía de la Información*. Editorial Ariel.

Mahler, H; Dean, C. (2001): *Credibility*. "Foundations of Casualty Actuarial Science" Chapter 8. CAS

ANEXO I: Nomeclatura

q_x : *Probabilidad de morir entre la edad* x *y* $x+1$ *según la tabla CSO '80*

n_x : Número de Expuestos observados con edades comprendidas entre x y $x+1$

r_x : Número de Fallecimientos observados con edades comprendidas entre x y $x+1$

a_x, b_x : Parámetros de la distribución Beta para las edades entre x y $x+1$

q_x : variable aleatoria de la probabilidad de fallecer entre la edad x y $x+1$

$\hat{q}_{Bayes}$: estimador a posteriori de la probabilidad de fallecer entre la edad xy $x+1$

α_x : factor de credibilidad de la información muestral

$(1-\alpha)_x$: factor de credibilidad de la información a priori

ANEXO II

Si consideramos que para cada edad la variable aleatoria *número de muertes* se distribuye según una $Binomial\,(n\,,q_x)$, donde *n* es el número de observaciones –expuestos- por edad y *q(x)* es la probabilidad de muerte entre la edad "*x*" y "*x+1*", entonces, como se puede ver a partir de la siguiente tabla como para *n=100.000* la probabilidad acumulada entre $\pm 10\%$ de la media es en promedio del 90% para todas las edades. De este modo, parecería ser un valor razonable para la segunda ecuación exigir *100.000* expuestos para otorgar *50%* de credibilidad a la muestra.

Tabla 2

Edad	q(x)	Media n*q(x)	0,9*Media	1,1*Media	Probabilidad Acumulada
18	0,00138	138	12%	87%	**75,01%**
19	0,00144	144	11%	89%	**77,36%**
20	0,001475	147,5	11%	89%	**78,38%**
21	0,00149	149	12%	88%	**76,57%**
22	0,00149	149	12%	88%	**76,57%**
23	0,001485	148,5	11%	89%	**78,22%**
24	0,00148	148	12%	88%	**76,73%**
25	0,001465	146,5	11%	89%	**78,53%**
26	0,00146	146	11%	88%	**77,04%**
27	0,001465	146,5	11%	89%	**78,53%**
28	0,00148	148	12%	88%	**76,73%**
29	0,001505	150,5	11%	89%	**77,91%**
30	0,00154	154	10%	89%	**78,89%**
31	0,00159	159	11%	89%	**78,16%**
32	0,00164	164	10%	90%	**80,30%**
33	0,001705	170,5	9%	90%	**80,77%**
34	0,00179	179	9%	90%	**80,97%**
35	0,00188	188	9%	91%	**82,34%**
36	0,002	200	8%	92%	**84,29%**
37	0,002145	214,5	7%	92%	**84,90%**
38	0,00231	231	6%	94%	**87,86%**
39	0,002505	250,5	5%	94%	**88,64%**
40	0,00272	272	5%	95%	**90,52%**
41	0,002965	296,5	4%	96%	**91,91%**
42	0,003215	321,5	4%	96%	**92,63%**
43	0,00348	348	3%	97%	**93,62%**
44	0,003755	375,5	2%	97%	**95,06%**
45	0,004055	405,5	2%	98%	**95,87%**
46	0,00436	436	2%	98%	**96,32%**
47	0,004685	468,5	1%	98%	**97,05%**
48	0,005035	503,5	1%	99%	**97,45%**
49	0,00542	542	1%	99%	**98,11%**
50	0,005835	583,5	1%	99%	**98,40%**
51	0,006305	630,5	1%	99%	**98,82%**
52	0,00683	683	0%	100%	**99,15%**
53	0,00743	743	0%	100%	**99,39%**
54	0,008085	808,5	0%	100%	**99,58%**
55	0,00878	878	0%	100%	**99,70%**
56	0,009515	951,5	0%	100%	**99,80%**
57	0,01026	1026	0%	100%	**99,87%**
58	0,01103	1103	0%	100%	**99,92%**
59	0,011855	1185,5	0%	100%	**99,95%**
60	0,012775	1277,5	0%	100%	**99,97%**
61	0,013835	1383,5	0%	100%	**99,98%**
62	0,015075	1507,5	0%	100%	**99,99%**
63	0,01654	1654	0%	100%	**100,00%**
64	0,018195	1819,5	0%	100%	**100,00%**
65	0,020005	2000,5	0%	100%	**100,00%**
66	0,021925	2192,5	0%	100%	**100,00%**
67	0,023935	2393,5	0%	100%	**100,00%**
68	0,026015	2601,5	0%	100%	**100,00%**
69	0,028265	2826,5	0%	100%	**100,00%**
70	0,03081	3081	0%	100%	**100,00%**
71	0,033765	3376,5	0%	100%	**100,00%**
72	0,03726	3726	0%	100%	**100,00%**
73	0,041375	4137,5	0%	100%	**100,00%**
74	0,04606	4606	0%	100%	**100,00%**
75	0,051215	5121,5	0%	100%	**100,00%**

ANEXO III

Determinación de los parámetros de la distribución beta

Asumimos que la distribución a priori de la probabilidad de muerte *"q"* era *Beta (a , b)*. A su vez exigimos que la distribución a priori cumpla con las siguientes dos condiciones:

(1) $E[q] = a/(a+b) = (_{x}$

(2) $\alpha = \dfrac{100.000}{100.000 + a + b} = 50\%$

Es decir, que la distribución a priori tenga como media la probabilidad de muerte de la tabla de mortalidad *CSO '80* y, al mismo tiempo, establecimos que el factor de credibilidad otorgado a la información de la muestra sea 50% cuando se cuenten con 100.000 observaciones.

De este modo y, dado que conocemos el valor de $(_x$ (probabilidad de muerte de la tabla *CSO '80)*, vamos a despejar los valores de *a* y *b* a partir de las ecuaciones *(1)* y *(2).*

De (1),

(3) $b = a/(_{x} - a$

Reemplazando *(3)* en *(2)*,

(4) $\alpha = 100.000/(100.000 + a + a/(_{x} - a) = 100.000/(100.000 + a/(_{x}) = 50\%$

Realizando el pasaje de términos,

$$100.000 = 0{,}5 \cdot (100.000 + a/(_{x})$$

$$200.000 - 100.000 = a/(_{x}$$

Despejando llegamos a la expresión del parámetro *a*,

(5) $a = 100.000 \cdot (_x$

Una vez que conocemos el valor de *a* lo reemplazamos en *(3)* para hallar *b*.

De este modo, conocidos ambos parámetros queda definida en su totalidad la distribución a priori para cada edad en función de la probabilidad de muerte respectiva y la cantidad de observaciones establecida para otorgar 50% de credibilidad a los datos muestrales.

ANEXO IV

Desarrollo de la distribución a posteriori

Sean $Y_1, Y_2, ..., Y_n$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas *Bernoulli(q),* donde cada Y_i representa asegurado de edad *"x"* y el parámetro "*q"* es la probabilidad de fallecer entre *"x" y "x+1",*

$$(1) \quad P[Y = y|q] = q^y(1-q)^{1-y} \quad siendo\ y = 0, 1$$

La distribución conjunta de la muestra queda definida de la siguiente forma aplicando la propiedad de independencia de las variables aleatorias,

$$f_{Y_1, Y_n, ..., Y_n|q} = \prod_{i=1}^{n} f(y_i, q)$$

$$f_{Y_1, Y_n, ..., Y_n|q} = \prod_{i=1}^{n} \left[q^{y_i}(1-q)^{1-y_i} \right]$$

Aplicando la propiedad de que se trata de variables idénticamente distribuidas y multiplicación de factores de igual base,

$$(2) \quad f_{Y_1, Y_n, ..., Y_n|q} = q^{\sum_{i=1}^{n} y_i}(1-q)^{n-\sum_{i=1}^{n} y_i}$$

Asumimos como distribución a priori del parámetro *"q"* la distribución *Beta(a, b),* con función de densidad,

$$(3) \quad f(q;\ a;\ b) = \frac{1}{B(a,b)} q^{a-1}(1-q)^{b-1}$$

Por último, definimos la distribución marginal de la muestra,

$$(4) \quad f_{Y_1, Y_2, ..., Y_n} = \int_0^1 f_{Y_1, Y_2, ..., Y_n|q}\, dq$$

Aplicando el teorema de Bayes hayamos la distribución a posteriori del parámetro "q",

$$(5) \quad f_{q|Y_1, Y_2, ..., Y_n} = \frac{f_{Y_1, Y_n, ..., Y_n|q} \cdot f_{q,a,b}}{f_{Y_1, Y_2, ..., Y_n}}$$

Reemplazando en (5) las ecuaciones (2) y (3),

$$(6)\quad f_{q|Y_1,Y_2,\dots,Y_n} = \frac{((a+b)}{((a)\,((b)} \frac{q^{\sum_{i=1}^{n} y_i} \cdot (1-q)^{n-\sum_{i=1}^{n} y_i} \cdot q^{a-1} \cdot (1-q)^{b-1}}{f_{Y_1,Y_2,\dots,Y_n}}$$

Llamamos con la letra "k" a la parte constante de (6), es decir lo que no depende de la variable aleatoria "q",

$$(7)\quad k = \frac{((a+b)}{((a)\,((b)} \frac{1}{f_{Y_1,Y_2,\dots,Y_n}}$$

Y denominamos,

$$(8)\quad r = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

Reemplazando (7) y (8) en (6) y operando,

$$(9)\quad f_{q|Y_1,Y_2,\dots,Y_n} = k \cdot q^{a+r-1} \cdot (1-q)^{n-r+b-1}$$

Tan sólo resta definir la constante "k". Sabemos por el teorema de Bayes que la distribución a posteriori es una función de distribución y que por lo tanto debe cumplir con la ley de cierre,

$$k \cdot \int_0^1 q^{a+r-1} \cdot (1-q)^{n-r+b-1} dq = 1$$

Para resolver la integral, recordamos la *integral Beta* y su solución,

$$\int_0^1 x^{\alpha-1} \cdot (1-x)^{\beta-1} dx = \frac{((\alpha)\,((\beta)}{((\alpha+\beta)}$$

Por lo tanto, aplicado a nuestro problema,

$$k \cdot \int_0^1 q^{a+r-1} \cdot (1-q)^{n-r+b-1} dq = k \cdot \frac{((a+r)\,((b+n-r)}{((n+a+b)} = 1$$

Por lo que la constante queda definida,

$$(10)\quad k = \frac{((n+a+b)}{((a+r)\,((b+n-r)}$$

Reemplazando (10) en (9) llegamos a la expresión de la distribución a posteriori,

$$(11)\quad f_{q|Y_1,Y_2,\ldots,Y_n} = \frac{(n+a+b)}{((a+r)\,((b+n-r)} \cdot q^{a+r-1} \cdot (1-q)^{n-r+b-1}$$

Es decir, se trata de una distribución *Beta(a+r , b+n-r)*. Tal como lo habíamos anticipado en la sección I, se trata de distribuciones conjugadas. De este modo, si asignamos como distribución a priori de una función de verosimilitud *Binomial* a la distribución *Beta*, la distribución a posteriori resultante será *Beta*. La actualización de la distribución a partir de la información de la muestra tomará la forma de actualización de los parámetros de la distribución.

ANEXO V

Probabilidades a priori, empíricas y a posteriori

En la siguiente tabla se muestran las probabilidades de muerte según la información a priori, la experiencia de la aseguradora y a posteriori,

Tabla 3

Edad	a priori	Experiencia	a posteriori
18	0,1380%	0,0868%	0,1352%
19	0,1440%	0,0528%	0,1361%
20	0,1475%	0,1488%	0,1476%
21	0,1490%	0,1870%	0,1562%
22	0,1490%	0,1471%	0,1482%
23	0,1485%	0,1503%	0,1493%
24	0,1480%	0,1529%	0,1507%
25	0,1465%	0,1560%	0,1517%
26	0,1460%	0,1593%	0,1542%
27	0,1465%	0,1629%	0,1574%
28	0,1480%	0,1662%	0,1606%
29	0,1505%	0,1697%	0,1640%
30	0,1540%	0,1732%	0,1669%
31	0,1590%	0,1763%	0,1709%
32	0,1640%	0,1799%	0,1746%
33	0,1705%	0,1836%	0,1794%
34	0,1790%	0,1874%	0,1852%
35	0,1880%	0,1914%	0,1906%
36	0,2000%	0,1952%	0,1965%
37	0,2145%	0,1990%	0,2038%
38	0,2310%	0,2097%	0,2160%
39	0,2505%	0,2207%	0,2305%
40	0,2720%	0,2323%	0,2434%
41	0,2965%	0,2448%	0,2605%
42	0,3215%	0,2574%	0,2774%
43	0,3480%	0,2712%	0,2934%
44	0,3755%	0,2853%	0,3139%
45	0,4055%	0,3137%	0,3466%
46	0,4360%	0,3448%	0,3800%
47	0,4685%	0,3789%	0,4149%
48	0,5035%	0,4160%	0,4518%
49	0,5420%	0,4575%	0,4948%
50	0,5835%	0,5023%	0,5391%
51	0,6305%	0,5520%	0,5931%
52	0,6830%	0,6066%	0,6448%
53	0,7430%	0,6666%	0,7054%
54	0,8085%	0,7325%	0,7723%
55	0,8780%	0,8050%	0,8445%
56	0,9515%	0,8846%	0,9241%
57	1,0260%	0,9721%	1,0116%
58	1,1030%	1,1173%	1,1063%
59	1,1855%	1,2415%	1,1979%
60	1,2775%	1,3792%	1,2959%
61	1,3835%	1,5327%	1,4069%
62	1,5075%	1,7027%	1,5316%
63	1,6540%	1,8921%	1,6837%
64	1,8195%	2,1019%	1,8543%
65	2,0005%	2,3403%	2,0244%
66	2,1925%	2,5957%	2,2103%
67	2,3935%	2,8929%	2,4097%
68	2,6015%	3,2165%	2,6140%
69	2,8265%	3,5333%	2,8369%
70	3,0810%	3,8576%	3,0836%
71	3,3765%	4,3614%	3,3797%
72	3,7260%	4,8443%	3,7292%
73	4,1375%	4,8387%	4,1379%
74	4,6060%	5,9701%	4,6069%
75	5,1215%	12,0000%	5,1249%

ANEXO VI

Tabla de pesos

En la siguiente tabla se muestran los pesos otorgados para cada edad a la información de la *CSO '80* y a los datos muestrales de la experiencia de la cartera asegurada para lograr el estimador Bayesiano,

Tabla 4

Edad	Peso Muestra	Peso CSO '80	# Expuestos
18	5%	95%	5.760
19	9%	91%	9.465
20	11%	89%	12.772
21	19%	81%	23.525
22	40%	60%	67.969
23	48%	52%	92.511
24	54%	46%	119.672
25	55%	45%	124.389
26	62%	38%	161.953
27	66%	34%	194.553
28	69%	31%	220.764
29	70%	30%	237.493
30	67%	33%	206.723
31	69%	31%	217.819
32	67%	33%	199.578
33	67%	33%	207.491
34	74%	26%	281.678
35	76%	24%	309.256
36	74%	26%	286.850
37	69%	31%	223.106
38	70%	30%	238.443
39	67%	33%	203.869
40	72%	28%	258.240
41	70%	30%	229.995
42	69%	31%	221.408
43	71%	29%	246.315
44	68%	32%	215.595
45	64%	36%	179.445
46	61%	39%	158.940

Edad	Peso Muestra	Peso CSO '80	# Expuestos
47	60%	40%	148.598
48	59%	41%	144.240
49	56%	44%	126.338
50	55%	45%	120.938
51	48%	52%	91.035
52	50%	50%	100.148
53	49%	51%	96.765
54	48%	52%	91.125
55	46%	54%	84.788
56	41%	59%	69.525
57	27%	73%	36.520
58	23%	77%	29.535
59	22%	78%	28.595
60	18%	82%	22.115
61	16%	84%	18.595
62	12%	88%	14.095
63	12%	88%	14.270
64	12%	88%	14.035
65	7%	93%	7.563
66	4%	96%	4.623
67	3%	97%	3.353
68	2%	98%	2.083
69	1%	99%	1.500
70	0%	100%	337
71	0%	100%	321
72	0%	100%	289
73	0%	100%	62
74	0%	100%	67
75	0%	100%	50

Se puede ver a partir de la tabla la relación directa que existe entre la cantidad de expuestos y el peso otorgado a la muestra, es decir, a mayor cantidad de expuestos el peso otorgado a la experiencia de la entidad aumenta y, por lo tanto, su complemento que es el peso otorgado a la *CSO '80* disminuye.

ANEXO VII

Tabla de mortalidad cso`80

Tabla de Mortalidad *CSO '80* suponiendo una distribución de 50% mujeres y 50% hombres.

Tabla 5

Edad: x	q(x;0;1)
0	0,3535%
1	0,0970%
2	0,0900%
3	0,0885%
4	0,0860%
5	0,0830%
6	0,0795%
7	0,0760%
8	0,0730%
9	0,0715%
10	0,0705%
11	0,0730%
12	0,0785%
13	0,0870%
14	0,0975%
15	0,1090%
16	0,1205%
17	0,1310%
18	0,1380%
19	0,1440%
20	0,1475%
21	0,1490%
22	0,1490%
23	0,1485%
24	0,1480%
25	0,1465%
26	0,1460%
27	0,1465%
28	0,1480%
29	0,1505%
30	0,1540%
31	0,1590%
32	0,1640%
33	0,1705%
34	0,1790%
35	0,1880%
36	0,2000%
37	0,2145%
38	0,2310%
39	0,2505%
40	0,2720%
41	0,2965%
42	0,3215%
43	0,3480%
44	0,3755%
45	0,4055%
46	0,4360%
47	0,4685%
48	0,5035%
49	0,5420%

Edad: x	q(x;0;1)
50	0,5835%
51	0,6305%
52	0,6830%
53	0,7430%
54	0,8085%
55	0,8780%
56	0,9515%
57	1,0260%
58	1,1030%
59	1,1855%
60	1,2775%
61	1,3835%
62	1,5075%
63	1,6540%
64	1,8195%
65	2,0005%
66	2,1925%
67	2,3935%
68	2,6015%
69	2,8265%
70	3,0810%
71	3,3765%
72	3,7260%
73	4,1375%
74	4,6060%
75	5,1215%
76	5,6750%
77	6,2580%
78	6,8675%
79	7,5200%
80	8,2415%
81	9,0540%
82	9,9825%
83	11,0395%
84	12,2030%
85	13,4525%
86	14,7690%
87	16,1435%
88	17,5725%
89	19,0615%
90	20,6260%
91	22,2925%
92	24,1130%
93	26,1810%
94	28,7605%
95	32,3640%
96	38,0145%
97	47,7585%
98	65,6915%
99	100%

METODOLOGÍAS TRADICIONALES Y LAS OPCIONES REALES EN LAS DECISIONES DE INVERSIÓN EN LA INDUSTRIA DEL TURISMO[1]

María Eugenia De Simoni

INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, para evaluar proyectos de inversión se han utilizado métodos como el Valor Actual Neto y la Tasa de Retorno. Todos ellos están basados en descontar los flujos esperados de caja del proyecto a una tasa de descuento acorde con el riesgo. A mayor riesgo, mayor tasa de descuento, y por lo tanto, menor valor del proyecto.

Pero existen algunos proyectos de inversión en los que la existencia de incertidumbre, flexibilidad y estrategia hacen que estos métodos no sean suficientes para la correcta evaluación. Tal puede ser el caso, por ejemplo, de los proyectos de inversiones en la industria del turismo.

Si tomamos el caso de una empresa de cruceros turísticos que desea agregar a sus servicios el itinerario península antártica, debemos tener en cuenta que se trata de un proyecto de inversión con características que hacen difícil para los métodos tradicionales la evaluación de este servicio ya que existe, por ejemplo, incertidumbre acerca de las exigencias de la demanda futura, esto puede darse por las condiciones naturales remotas de la región donde se presta el servicio, por las regulaciones gubernamentales de los países miembros del tratado y/o las exigencias del ente turístico de regulación antártica (IAATO), entre otras. Tal vez lográramos entrar en el mercado de exploración turística antártica y jamás tengamos la necesidad de cambiar el itinerario, los recursos, la frecuencia o temporalidad del servicio, pero si la demanda, el contexto de políticas de regulación, u otra variable así lo exige, tendremos la posibilidad de hacerlo.

En realidad, lo que ocurre es que las hipótesis bajo las que están construidos los métodos de valoración basados en el descuento de flujos de caja pueden no abarcar todos los aspectos de la realidad, y consecuentemente, dichos métodos no aportan soluciones del todo suficientes para ciertas industrias.

[1] Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

En estas situaciones, el denominado enfoque de opciones reales, que consistente en asimilar un proyecto de inversión a una opción financiera, puede ser de gran utilidad. En este artículo expondremos las características principales de los métodos de descuento de caja y del enfoque de opciones reales, analizaremos los límites de los métodos tradicionales para evaluar un proyecto de inversión turístico en la Antártida.

1. MÉTODOS DE DESCUENTO DE FLUJOS DE CAJA

Los métodos de descuento de flujos de caja (VAN) están basados en la analogía existente entre un proyecto de inversión y un activo financiero. En concreto, presuponen que existe un activo financiero tipo bono u obligación, que tiene unos flujos de caja esperados y un riesgo similar al del proyecto objeto de estudio. Consecuentemente, deben tener el mismo precio. Por eso, si el precio del activo financiero (su cotización en el mercado secundario de deuda) es inferior a la inversión inicial del proyecto, no deberá realizarse este último, al ser más económico adquirir el bono u obligación; en caso contrario, el proyecto es más "barato", y la inversión es viable.

Pero traducido a un proyecto real, esta analogía implica que las inversiones no pueden demorarse, son reversibles y no tienen asociado ningún tipo de flexibilidad de gestión.

Así, los métodos tradicionales de evaluación de proyectos presuponen que la inversión se realiza ahora o se perderá la oportunidad para siempre: ahora o nunca. Sin embargo, existen muchas inversiones en las que es posible demorar su ejecución. Algunas veces, la posibilidad de esperar es consecuencia de que el know-how y la tecnología de la compañía es superior al de la competencia, por lo que es posible demorar inversiones sin pérdida de la posición competitiva; en otras ocasiones, la existencia de patentes o licencias de explotación en exclusiva nos confieren dicha posibilidad. Por ejemplo, empresas de navegación noruegas que esperaron sus licencias de turismo para poder operar en la Antártida.

Cuando la ejecución de una inversión puede demorarse ocurren dos cosas:

- En primer lugar, no hay que efectuar el desembolso monetario ahora, con lo que se puede utilizar el dinero para otros fines, por ejemplo,

invertirlo en renta fija para obtener la rentabilidad del activo libre de riesgo.

- En segundo lugar, durante el tiempo en que es posible esperar, "*el mundo cambia*", de forma que, lo que visto desde el presente es incertidumbre, en futuro es ya un ¨"hecho". Consecuentemente, si es posible esperar, podemos evitar, a la luz de la incertidumbre resuelta, inversiones poco aconsejables.

Los métodos tradicionales presuponen además, que las inversiones son reversibles, es decir, que pueden ser *deshechas* en cualquier momento sin una pérdida importante de su valor. Si compramos un bono o una obligación y, al cabo de unos días o meses, decidimos que la inversión no es todo lo aceptable que creíamos, podemos acudir a los mercados secundarios y venderla. Tal vez, no recuperemos todo el precio que pagamos por ella, pero, en general, obtendremos gran parte.

Sin embargo, en muchas inversiones reales esto no es verdad. Basta pensar en la posibilidad de recuperar los gastos publicitarios del lanzamiento de un nuevo producto o servicio, o los gastos en formación y capacitación profesional. En general, todas aquellas inversiones en las que están involucrados activos específicos son irreversibles, entendiéndose por tal aquellos activos que no pueden utilizarse para otra cosa sin una pérdida significativa de su valor.

Por último, tras los métodos tradicionales subyace una gestión del proyecto pasiva, como ocurre con los bonos y obligaciones: tras su adquisición, tan sólo hay que esperar a recibir los esperados flujos de caja. Sin embargo, a lo largo de la vida de un proyecto de inversión real, la dirección puede tomar decisiones que afectan de forma relevante la propia estructura del proyecto. Así, si los beneficios son mejores que los esperados, pueden decidir aumentar la capacidad de producción, de frecuencia o calidad de servicio, etc; si son menores pueden reducirla. Es posible incluso terminar temporalmente la producción de ese servicio, o según el caso, concluir definitivamente. Todas estas posibilidades hacen que el riesgo del proyecto se vea afectado, desplazando hacia la derecha el valor esperado del mismo.

2. FUENTES DE RIESGO E INCERTIDUMBRE EN LA INDUSTRIA DEL TURISMO ANTÁRTICO

Si tomamos el caso de una empresa de cruceros que desee incorporar el itinerario Antártida, podríamos enumerar que los factores que más influyen sobre la decisión de invertir serían los factores financieros y las políticas regionales.

Factor Financiero:

Precio del combustible

Charteo del navío

Costo de seguros y sueldos

Pasajes aéreos

Hotelería, entre otros

Factor político. Este también tiene un impacto directo en el producto. Si las legislaciones locales cambian y por ello provocan el alza de determinados servicios (por ejemplo, servicios portuarios) o dificultan la realización de los viajes planeados, entonces tendrán una influencia de peso en la concreción o no de la inversión. Por ejemplo, en caso de que Argentina le prohíba a Chile volar sobre su territorio para llegar a Puerto Stanley (Malvinas). Esto implicará que varias compañías que tienen planeado rotar a sus pasajeros allí durante la temporada no lo podrán hacer. Esto va a implicar que deberán hacerlo vía Ushuaia con los costos adicionales que esto significa y las pérdidas en las tasas de retorno.

La prohibición por parte de la IMO (International Maritime Organization) con respecto al transporte y consumo de Combustibles Pesados (Fuel Oil) en el área Antártica ha provocado que tanto Holland America como Princess Cruises disminuyesen primero y en el futuro cancelen sus viajes a la Antártida. Simplemente el operar en el Área Antártica con MGO (Marine Gas Oil) les incrementa los costos en forma exponencial haciendo la operaciones en el área económicamente no viable.

Factores colaterales como *clima, condiciones de hielo, presencia de fauna,* etc., son variables que se van modificando constantemente pero forman parte del producto y son en alguna forma parte de la belleza del área a visitar. Estos son imponderables que no se pueden cuantificar a un nivel monetario, aunque si a un nivel de satisfacción de los pasajeros.

Todos estos factores de riesgo pueden provocar que la inversión sea retrasada, en el caso de necesitar un cambio en el tipo de barco que consuma el combustible permitido, o de no poder operar cierta temporada rotando pasajeros en Puerto Stanley para lo cual el retorno va a ser diferente al esperado. Todos estos factores deben ser tenidos en cuenta en la valuación de una inversión en esta industria.

La metodología tradicional (VAN-TIR) supone *que las inversiones no pueden demorarse, son reversibles y no tienen asociado ningún tipo de flexibilidad de gestión.*

En definitiva, los métodos tradicionales, no serán del todo adecuados cuando exista la posibilidad de retrasar la inversión, haya acusado irreversibilidad o la flexibilidad de gestión sea importante. En todos estos casos, el método no brinda las herramientas necesarias porque la inversión no puede ser asimilada a la adquisición de un bono u obligación. Entonces, en estos casos ¿a qué se parece?

El enfoque de opciones reales

El enfoque de opciones reales parte de la analogía de un proyecto de inversión con una opción financiera. Una opción sobre un determinado activo subyacente (S) y con precio de ejercicio X, da a su poseedor (que paga una prima por la opción) el derecho, no la obligación, de comprar o vender ese activo subyacente a un precio X antes de una fecha determinada, denominada *fecha de vencimiento*. En caso de que el derecho negociado sea el de comprar el activo subyacente, se habla de opción de compra o *call*; por su parte, en una opción de venta o *put*, se adquiere el derecho a vender. En España, por ejemplo, se negocian opciones sobre las acciones de las principales empresas, y también existen opciones cuyo activo subyacente es el índice IBEX-35. Así, por ejemplo si en el vencimiento de una **opción de compra**, el precio del subyacente es superior al precio de ejercicio, el poseedor de la opción podrá ejercer su derecho, obteniendo una ganancia de S-X. Por el contrario, si el precio del subyacente es inferior al de ejercicio, la opción no será ejercida (pues podría comprar directamente el subyacente más barato en el mercado), y

su poseedor tan sólo habrá perdido el precio que pagó por la prima. Razonamientos análogos se pueden utilizar en el caso de una **opción de venta**. Si el subyacente aumenta, el precio de las opciones de compra aumentan, mientras que disminuye el de las de venta. Sin embargo, tanto el valor de los *calls* como de los *puts* aumenta cuando la desviación típica del subyacente y/o el tiempo que falta para el vencimiento son mayores. Estamos, por tanto, ante un activo financiero cuyo valor crece cuando el riesgo es mayor. Una oportunidad de inversión en un proyecto real puede ser vista entonces como el derecho, pero no la obligación, de obtener el valor del proyecto, pagando para ello el desembolso inicial de la inversión. En otras palabras, un proyecto de inversión puede ser considerado como una opción de compra sobre el valor de proyecto (el valor actual de sus flujos de caja), siendo el precio de ejercicio la inversión inicial, correspondiéndose el vencimiento con el tiempo en que la oportunidad de inversión sigue viva. Cuando se realiza una inversión con desembolso inicial irrecuperable, se está ejerciendo la **opción de invertir,** eliminando así la posibilidad de esperar a que aparezca nueva información que afecte a la bondad del proyecto. La pérdida de esta opción supone entonces un coste de oportunidad que debe ser considerado, de modo que, para que una inversión sea aconsejable, no basta con que el valor actual de los flujos de caja menos los costos iniciales sea superior a cero, sino que esta diferencia debe ser mayor que el costo de oportunidad perdido por ejercer la opción. Como ocurría con las opciones financieras, el valor de esta opción es mayor cuanto mayor es el tiempo en que puede demorarse el inicio de la inversión y cuanto mayor es la desviación típica de los flujos de caja del proyecto. Por ello, tan sólo debe invertirse anticipadamente cuando las estrategias de nuestros competidores puedan minar el valor de las opciones tomando ventajas competitivas, o bien cuando los flujos de caja obtenidos en los primeros años compensen el valor perdido por ejercer la opción.

Normalmente, un proyecto de inversión puede llevar asociados uno o varios de los siguientes tipos de opciones :

1) *Opción de esperar*. Permite invertir más tarde, una vez clarificados algunos de los hechos inciertos que podrían perjudicar la inversión. Pueden ser utilizadas, por ejemplo, para determinar el momento óptimo para iniciar la operación de una nueva ruta de cruceros que requiera la aprobación de cierta licencia para explotar dicha ruta o itinerario.

2) *Opciones de alterar la escala de las operaciones*, que permite a la dirección reaccionar ante los cambios de mercado. Así puede ejercer la *opción de expandir*, si la demanda es mayor que la esperada, *contraer* si el volumen de operaciones si es menor, o *cerrar temporalmente* cuando el precio de los productos es inferior a los costes marginales. Este tipo de opciones son muy importantes en el lanzamiento de nuevos productos en mercados inciertos, ya que la consideración de su valor puede alterar la decisión de invertir. El turismo es muchas veces un mercado incierto por su temporalidad y por ser una industria altamente vulnerable, por ejemplo, a las crisis económicas, haciendo muy difícil la proyección de negocio. Específicamente en áreas remotas esta proyección se hace aun más difícil por la vulnerabilidad al cambio climático y las condiciones meteorológicas, teniendo que abandonar o alterar ciertos itinerarios en temporadas de alto riesgo.

3) *Opción de abandonar*, consistente en liquidar la inversión obteniendo a cambio el valor residual de los activos involucrados.

4) *Opción de cambio*. Consiste en intercambiar los *inputs* (flexibilidad de proceso) o los *outputs* (flexibilidad de producto) de un proceso productivo.

5) *Opciones de crecimiento*. En muchos casos, la ejecución de un proyecto permite, posteriormente, realizar otra serie de inversiones, que en ningún caso serían posibles sin haber realizado la primera.

6) *Inversión por etapas*. Proyectos que requieren el desembolso de grandes cantidades monetarias en diversos instantes de tiempo pueden ser descompuestos en una serie de etapas, de forma que, tras ejecutar una fase, el equipo directivo puede elegir entre seguir con las siguientes o abandonar. Por tanto, cada fase puede ser concebida como una opción cuyo subyacente es la fase siguiente. Este tipo de opciones son muy utilizadas en el sector farmacéutico.

En todos los casos, el valor de la opción se incrementa cuanto mayor es la desviación típica de los flujos de caja asociados. De esta manera, el valor de la opción puede contrarrestar el incremento de la tasa de descuento utilizada para actualizar los flujos de caja.

2. CONCLUSIONES

En este artículo, hemos puesto de manifiesto los limites de los métodos tradicionales de evaluación de inversiones y el enorme potencial del

enfoque de opciones reales como metodología más relevante en aquellas inversiones caracterizadas por niveles de riesgo importantes, y en las que la irreversibilidad, la posibilidad de demora y la flexibilidad de gestión son acusadas, tomando como caso la posibilidad de un proyecto de inversión turístico en la Antártida. En estos casos, los métodos tradicionales de evaluación, basados en el descuento de flujos de caja no siempre son del todo suficientes. Las opciones reales tienen también implicaciones en la gestión empresarial, pues exigen que los directivos recapaciten acerca de cómo explotar las oportunidades que les brinda todo proyecto de inversión. No obstante, aunque conceptualmente la metodología resuelva muchos problemas difícilmente abordables desde planteamientos financieros más tradicionales, la evaluación numérica de las opciones es compleja, exigiendo en muchos casos conocimientos de cálculo estocástico diferencial. Aun así, una estimación de su orden de magnitud no requiere tal nivel de sofisticación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arnold, Tom y Shockley, Richard (2002): "Real Options Analysis and the Assumptions of the NPV Rule".
http://www.realoptions.org/papers2002/SchockleyOptionNPV.pdf

Brealey, Myers, (2003): *Principles of Corporate Finance.*

Brennan, Michael y Schwartz, Eduardo (1999): "A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments". En CHEW, Donald (ed.): *The New Corporate Finance*. Nueva York. McGraw Hill. Págs.: 98-107.

Howell, Sydney y otros (2001): *Real Options. Evaluating Corporate Investment Opportunities in a Dynamic World*. Londres. Financial Time Prentice Hall.

SOLVENCIA II - CAPITAL BASADO EN RIESGOS[1]

M. Milagros Fernández Villa
Paula Mutchinick

INTRODUCCIÓN

El mercado de seguros permite a personas, empresas y otras organizaciones transferir sus riesgos, genera alternativas de ahorro y previsión para las familias, favorece el desarrollo de la actividad económica en un ambiente de confianza y fomenta el desarrollo del mercado de capitales a través de la inversión de los recursos que administra. Por lo expuesto, contar con un mercado de seguros eficiente, competitivo y confiable resulta de gran importancia para el desarrollo de un país.

Los mercados de seguros, por su naturaleza de negocio y su impacto, son mercados regulados. En consecuencia resulta clave la existencia de un marco regulatorio y de supervisión adecuado, que proteja los derechos de los asegurados, permitiendo a su vez un desarrollo sano del mercado.

Un régimen de solvencia sólido es esencial para la supervisión de compañías de seguros; siendo los requerimientos de capital regulatorio una parte fundamental del régimen de solvencia.

En función de dicha necesidad, la Unión Europea se encuentra implementando un nuevo marco para la operación y supervisión prudencial de las aseguradoras, conocido como "Solvencia II", que se basa en tres pilares fundamentales: el primero desarrolla las exigencias financieras de acuerdo con el nivel real de riesgo asumido por las aseguradoras. El segundo pilar contempla requerimientos cualitativos con respecto a ciertos sistemas de administración de riesgos y control interno que deben tener las entidades aseguradoras; y supone un desafío para el supervisor, dado que se le solicita que prevea las situaciones de crisis, evalúe los mecanismos de control interno y adopte medidas cuando se incremente el nivel de riesgo de las entidades. Por último, el tercer pilar hace referencia a la transparencia y la disciplina de mercado, estableciendo la obligación de comunicar la información al mercado y al supervisor.

El modelo propuesto por Solvencia II incrementaría la calidad de la gestión, ya que este esquema de tres pilares permite fomentar una

[1] Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

administración adecuada de los riesgos, considerando la cuantificación, monitoreo y divulgación de todos los riesgos a los que se enfrenta una aseguradora. Un esquema de este tipo incentiva al sector asegurador a que mejore su gestión de riesgos, para que obtenga beneficios en la determinación de su capital.

Cabe destacar que el pilar 1 expresa la necesidad de determinar los recursos propios mínimos a requerir a cada aseguradora en función de los riesgos asumidos, dando lugar al concepto denominado "Capital basado en riesgo".

En función de lo expuesto, el propósito general del presente trabajo consiste en trazar las características funcionales del modelo de Solvencia II, haciendo hincapié en el Capital basado en Riesgo.

1. SOLVENCIA II

Solvencia II nace del modelo de Basilea II que está dirigido a mejorar la seguridad en el sistema financiero al poner mayor énfasis en los controles internos de los bancos y modelos y procesos de administración de riesgos, utilizando principalmente modelos estadísticos elaborados con bases de datos históricas de las entidades, de tal forma que cada entidad cubra sus pérdidas en base a la calidad histórica de su cartera. Por ende, lo que Basilea II representa para los bancos, el proyecto de Solvencia II lo es para las entidades aseguradoras.

Solvencia II constituye un nuevo marco para la operación y supervisión prudencial de las aseguradoras, y es una iniciativa originada en la Unión Europea que busca definir una plataforma común para la administración de riesgos en las aseguradoras europeas, al igual que los modelos de actuación de las mismas. Esta iniciativa ha sido aceptada internacionalmente y existen acciones en muchos países para adoptarla dentro de sus marcos regulatorios.

Este nuevo sistema no es simplemente de naturaleza cuantitativa, sino que incluye aspectos cualitativos; y a su vez, pretende incentivar a las compañías de seguros a medir y a gestionar mejor sus riesgos. Su implementación se basa en 3 pilares fundamentales: desarrollar exigencias financieras, comunicar la información al mercado y evaluar las situaciones de crisis.

2. PILARES DE SOLVENCIA II

Pilar 1: Análisis cuantitativo

Desarrollar exigencias financieras de acuerdo con el nivel real de riesgo asumido por las aseguradoras.

Se debe desarrollar un nuevo sistema que permita determinar los recursos propios mínimos a requerir a cada aseguradora en función de los riesgos asumidos y la gestión que se realice de cada uno de ellos. Los métodos de cálculo deberían poder adaptarse a la evolución de los perfiles de riesgo de las entidades. En definitiva, se pretende establecer los mecanismos o procedimientos para el cálculo de los recursos propios mínimos de las compañías en base a la exposición final a los riesgos.

Como ya se ha mencionado, el presente pilar hace referencia al Capital basado en riesgo, que se desarrollará en la siguiente sección.

Pilar 2: La supervisión

El presente pilar le atribuye un nuevo papel a las entidades y al propio supervisor ante los procedimientos de supervisión. Por el lado de las aseguradoras, el control de su nivel de solvencia debe basarse en el desarrollo de sistemas que favorezcan una gestión activa de los riesgos, de modo que vinculado a los mismos pueda autoevaluarse el nivel de recursos propios necesarios. Para ello, las aseguradoras deben desarrollar sus propios sistemas y modelos internos que, previa aprobación por el supervisor, les permitan estar en condiciones de determinar por sí mismas, de forma permanente y con la suficiente antelación, cuál va ser el nivel de patrimonio que necesitan como consecuencia de los perfiles de riesgo que están asumiendo en ejecución de sus estrategias y planes empresariales.

Se configura de este modo un sistema que descansa en el principio de responsabilidad de las entidades en el desarrollo de su gestión y que, por tanto, requiere una profesionalización continua de los equipos humanos y una inversión constante en equipos técnicos y medios materiales para desarrollar las nuevas funciones encomendadas.

Por otra parte, el Pilar II también modifica las competencias y capacidades del supervisor, a quien se agrega la misión de ser capaz de prever las situaciones de crisis con suficiente antelación. Para ello, las facultades y los mecanismos de actuación de los supervisores deben ser modificados, de modo que puedan contar con el marco normativo y los

medios necesarios para poder ampliar sus funciones y responsabilidades a la evaluación del control de gestión interno de las aseguradoras y adoptar medidas administrativas desde el mismo momento en que se detecten situaciones que puedan determinar un incremento de los perfiles de riesgo no respaldados con el nivel de solvencia existente en cada momento.

Por lo tanto, el presente pilar estipula la evaluación, por parte del órgano de supervisión, de la efectividad de los sistemas de gestión de riesgos y de control interno, incluyendo la revisión de:

- la exposición al riesgo de cada entidad.
- los modelos internos de gestión de riesgos, incluidos los riesgos gerenciales.
- las pruebas efectuadas sobre las reservas técnicas y de los activos
- la honorabilidad y profesionalidad de la Dirección (Buen Gobierno Corporativo)
- Posibilidad de requerir, por parte de los supervisores, capitales adicionales a los calculados en base a los modelos aplicados en casos individuales

Pilar 3: Transparencia en la información

El presente pilar se encuentra relacionado con la transparencia y la disciplina de mercado. Comprende el establecimiento de recomendaciones y requerimientos de información a proporcionar por las entidades para garantizar una mayor transparencia en el mercado.

Se pretende establecer la información que las entidades deberían proporcionar en relación, principalmente, a su política de gestión de riesgos: riesgos asumidos, mecanismos disponibles para su gestión, seguimiento y control, etc., con el objeto de potenciar la disciplina de mercado. De esta forma, todos los participantes en el mercado (competidores, asegurados, potenciales compradores, supervisores, etc.) dispondrían, para su toma de decisiones, de información suficiente sobre la existencia y mantenimiento del nivel de solvencia de las entidades.

3. SUPERVISIÓN BASADA EN RIESGOS

El nuevo modelo de supervisión basada en riesgos tiene los siguientes objetivos:

a) *Fortalecimiento de los sistemas de gestión de riesgos:* Se espera que la supervisión focalizada hacia temas de riesgo y su gestión, promueva un mayor desarrollo de herramientas y modelos modernos de gestión y control de riesgos en las compañías de seguros. Lo anterior, junto con favorecer entidades más solventes y bien administradas, genera un gran potencial de desarrollo sostenido y estable de las aseguradoras. El objetivo fundamental del modelo es que las aseguradoras gestionen adecuadamente sus riesgos y a través de esto, reduzcan su exposición neta y sean capaces de prevenir situaciones que puedan debilitar su solvencia. Consistente con esta visión, el modelo establece incentivos para que las compañías generen sistemas de gestión de riesgos más robustos y a su vez genera mayor carga y requerimientos de supervisión para aquellas compañías que se muestren débiles en esta materia.

b) *Enfoque preventivo:* El objetivo de los requerimientos de solvencia y de la evaluación de los riesgos que afectan a las aseguradoras, es evitar que situaciones de riesgo excesivo se cristalicen, es decir se transformen en situaciones reales de insolvencia. Para ello resulta clave la adopción de medidas preventivas oportunas, que actúen mitigando los riesgos, antes que éstos se materialicen, en lugar de medidas a posteriori, que apuntan a administrar una situación de insolvencia, más que a evitarla.

c) *Regulación más flexible:* El modelo de supervisión basado en riegos otorga un alto grado de flexibilidad a las aseguradoras para definir sus políticas de riesgo, al compararlo con un esquema tradicional de cumplimiento de normas. El nuevo modelo permite flexibilizar la regulación, de modo que las compañías tengan mayor libertad para adoptar sus decisiones sobre la base de sus propios modelos y análisis de riesgos y no sobre la base de una regulación determinada. Este proceso involucra por lo tanto un cambio sustancial en la regulación actual.

d) *Conocimiento del negocio y relación con la compañía:* La evaluación de riesgos se efectúa sobre la base de un amplio conocimiento del negocio asegurador y sus riesgos de parte del supervisor. Además, es necesario establecer una relación estrecha con la entidad supervisada, de modo que el supervisor conozca los negocios y operaciones de la compañía, sus sistemas

operacionales, su estructura de gobierno y gestión y en general, todos los aspectos relevantes para imponerse adecuadamente de su estado y situación de solvencia. Lo anterior redunda en que sea deseable mantener una relación de mayor cooperación con el supervisado.

e) *Rol de auditores externos y actuarios:* Resulta un aspecto clave del modelo descansar en mayor medida en el trabajo de los auditores externos de las compañías, en especial en materia de auditoría de estados financieros, concentrando los recursos de supervisión, en los temas de riesgos relevantes para la solvencia del mercado. Respecto de los actuarios de las compañías, el modelo les otorga una rol preponderante en materia de cálculo de pasivos y gestión de riesgos técnicos propios del seguro. El objetivo, al igual que en el caso de los auditores externos, es que las compañías mantengan profesionales técnica y éticamente idóneos, que asuman una mayor responsabilidad en la gestión actuarial de la compañía, y en especial respecto del cálculo de las reservas técnicas, de modo de liberar recursos de supervisión.

f) *Rol del directorio y gobierno corporativo:* El principal responsable de una buena gestión de los riesgos de las aseguradoras son sus administradores, representados por el directorio de la compañía. Los directores tienen un rol preponderante debiendo participar activamente en la determinación de las políticas y directrices generales que guían el accionar de la compañía y ejercer un control real y efectivo sobre quienes están a cargo de su conducción diaria, adoptando todas las medidas necesarias para supervisar que las operaciones de la compañía se ajusten a las directrices definidas. Los principios de independencia, experiencia y capacidad técnica de los directores para ejercer su labor, junto con los mecanismos específicos de gobierno corporativo dentro de la aseguradora y la eficacia de la labor de supervisión y control del directorio, serán considerados por la autoridad al analizar la calidad de la gestión de riesgos de ésta.

g) *Autorregulación:* Considerando lo señalado precedentemente, existe un espacio importante para la autorregulación de las compañías. Son los directores y la gerencia de la aseguradora los responsables de una adecuada administración general de la compañía y de establecer los mecanismos de monitoreo,

evaluación y mitigación de los riesgos que enfrentan. De igual forma, son los auditores externos quienes deben verificar y certificar la razonabilidad de los estados financieros de las aseguradoras y los actuarios de las compañías, la correcta constitución de las reservas técnicas. En este esquema la autoridad debe estar presente, siguiendo de cerca el funcionamiento de las compañías y el sistema como un todo, monitoreando sus riesgos y adoptando las medidas tendientes a evitar situaciones de alto riesgo y potencial insolvencia y fomentar y fortalecer una adecuada gestión de los riesgos en las aseguradoras.

h) Recomendaciones internacionales: El nuevo modelo permite mostrar un mayor apego a los principios y recomendaciones internacionales en materia de supervisón de seguros. Lo anterior, adicionalmente a los beneficios propios de un sistema más moderno y eficiente, es un objetivo altamente deseable en sí mismo, entre otras cosas porque incide en una mejor evaluación del sistema financiero a nivel internacional, favorece la inversión e intercambio con el exterior y genera una mayor valoración y reconocimiento del desarrollo de la industria aseguradora.

4. CAPITAL BASADO EN RIESGO (CBR)

El CBR corresponde a la estimación del monto de capital necesario para hacer frente a las pérdidas que la compañía pueda sufrir en un período de tiempo determinado (usualmente un año) y bajo un determinado nivel de confianza en la estimación.

Los requerimientos mínimos de capital referidos al CBR, se estructuran sobre la base del concepto de "enfoque de balance total" contemplando requerimientos de patrimonio asociados a los riesgos de activos y pasivos y determinado sobre la base de la estimación del patrimonio de solvencia requerido para hacer frente a eventuales pérdidas provenientes de la materialización de estos riesgos.

El objetivo radica en exigir requerimientos mínimos según los riesgos que asumen las entidades, siendo superiores los requerimientos para las compañías más riesgosas, desincentivando de esta forma que adquieran posiciones excesivamente riesgosas.

Existen dos formas de establecimiento de los requerimientos mínimos de capital basados en riesgos. El primer método intenta establecer un capital mínimo de forma simplificada y estándar, incluyendo factores fijos de capital que se deberían aplicar sobre las inversiones y las obligaciones de seguros. La segunda forma se vincula a modelos internos, desarrollados por cada compañía, que resultarían más sofisticados y reflejarían mejor el perfil de riesgo propio de la compañía.

Los enfoques estandarizados pueden diferir en nivel de complejidad dependiendo del riesgo cubierto y el grado al que ellos son mitigados o pueden diferir en su aplicación basados en las clases de negocio (por ejemplo, vida y no vida). Estos enfoques estandarizados deben ser proporcionales a la naturaleza, escala y complejidad de los riesgos que las compañías de seguros enfrentan y deben incluir los enfoques factibles en la práctica para las compañías de seguros de todos los tamaños, incluyendo pequeñas y medianas, considerando la capacidad técnica que las compañías de seguros necesitan para manejar su negocio efectivamente.

Los modelos internos deben ser aprobados por la autoridad y cumplir ciertos requisitos mínimos, tales como que la aseguradora demuestre suficiente capacidad técnica y experiencia en el desarrollo de modelos cuantitativos de gestión de riesgos, la existencia de fuertes sistemas de control interno y de gobiernos corporativos y que el modelo presentado se utilice para la gestión de riesgo de la compañía y la determinación de sus niveles de capital óptimo.

Los *modelos internos* brindarían los siguientes beneficios:

- ✓ Incorporación de información propia de la compañía para parametrizar el modelo;
- ✓ Mejor identificación de los factores de riesgo más sensibles para la Entidad y mayor información para poder tomar decisiones de gestión;
- ✓ Reconocimiento de mitigación de riesgos y su modelización (principalmente, para las coberturas de reaseguros que son constantemente re-evaluadas para su optimización);
- ✓ Posibilidad de incluir variables macroeconómicas que puedan afectar las tendencias de los riesgos, como inflación;

- ✓ Posibilidad de incorporar al modelo la incertidumbre en la estimación de los parámetros;
- ✓ Uso de simulación, lo que permite modelar incluso, las correlaciones entre diversos riesgos;
- ✓ Capacidad de generar mejores análisis de escenarios y pruebas de stress.

En ambos enfoques, y desde un punto de vista general, el punto inicial para la determinación del CBR es la identificación de los riesgos a los que la compañía está expuesta, luego se debe cuantificar dicha exposición y por último asignar ponderaciones a cada riesgo analizado, determinando de esa forma el capital requerido.

5. IDENTIFICACIÓN DE LOS RIESGOS

El régimen de solvencia debe tratar todas las categorías de riesgo relevantes y materiales – incluyendo como mínimo el riesgo de suscripción o también llamado riesgo técnico de seguros, riesgo crediticio, riesgo de mercado, riesgo operacional y el riesgo de liquidez.

La evaluación de todo el riesgo al que una compañía de seguros está expuesta debe tratar las dependencias e interrelaciones entre las categorías de riesgo (por ejemplo, entre riesgo de suscripción y el riesgo de mercado) así como dentro de una categoría de riesgo (por ejemplo, entre riesgo de renta variable y riesgo de tasa de interés). Esto debe incluir una evaluación de los efectos de refuerzo potenciales entre diferentes tipos de riesgo así como "efectos potenciales de segundo orden", esto es efectos indirectos para la exposición de una compañía de seguros causados por eventos adversos o un cambio en las condiciones económicas o financieras del mercado.

A continuación se desarrollarán los conceptos vinculados a los riesgos mencionados, redactados en la Directiva del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el seguro de Vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II):

Riesgo técnico de los seguros:

Contempla el riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a la inadecuación de las hipótesis de tarificación y constitución de provisiones.

El riesgo de suscripción incluye, ***para los seguros de No Vida*:**

- *Riesgo de Prima y de Reserva de Siniestros:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de las responsabilidades derivadas de los seguros, debido a fluctuaciones en relación con el momento de la ocurrencia, la frecuencia y la gravedad de los sucesos asegurados, y en el momento y el importe de la liquidación de siniestros.
- *Riesgo de catástrofe:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de las responsabilidades derivadas de los seguros, debido a una notable incertidumbre en las hipótesis de tarificación y constitución de provisiones correspondientes a sucesos extremos o excepcionales.

***Para los seguros de Vida*:**

- *Riesgo de mortalidad:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a variaciones en el nivel, la tendencia o la volatilidad de las tasas de mortalidad, para aquellos casos en que un aumento de la tasa de mortalidad genere un aumento en el valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros.
- *Riesgo de longevidad:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a variaciones en el nivel, la tendencia o la volatilidad de las tasas de mortalidad, para aquellos casos en que un descenso de la tasa de mortalidad genere un aumento en el valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros.
- *Riesgo de discapacidad y morbilidad:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a variaciones en el nivel, la tendencia o la volatilidad de las tasas de invalidez, enfermedad y morbilidad.
- *Riesgo de gastos en el seguro de vida:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a variaciones en el nivel, la tendencia o la volatilidad de los gastos de ejecución de los contratos de seguro o de reaseguro.

- *Riesgo de revisión:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a variaciones en el nivel, la tendencia o la volatilidad de las tasas de revisión aplicables a las prestaciones en forma de renta, debido a modificaciones de la legislación o variaciones en el estado de salud de la persona asegurada.

- *Riesgo de reducción:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a variaciones en el nivel o la volatilidad de las tasas de discontinuidad, cancelación, renovación y rescate de las pólizas.

- *Riesgo de catástrofe en los seguros de vida:* riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros, debido a una notable incertidumbre en las hipótesis de tarificación y constitución de provisiones correspondientes a sucesos extremos o extraordinarios.

Para los seguros de enfermedad el riesgo de suscripción incluye los siguientes riesgos:

- Riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de las responsabilidades contraídas en virtud de los seguros, debido a variaciones en el nivel, la tendencia o la volatilidad de los gastos de ejecución de los contratos de seguro o de reaseguro.

- Riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de las responsabilidades contraídas en virtud de los seguros, debido a fluctuaciones en relación con el momento de ocurrencia, la frecuencia y la gravedad de los hechos asegurados, así como el momento e importe de la liquidación de siniestros en la fecha de constitución de las provisiones.

Riesgo de mercado

Comprende el riesgo de pérdida o de modificación adversa de la situación financiera resultante, directa o indirectamente, de fluctuaciones en el nivel y en la volatilidad de los precios de mercado de los activos, pasivos e instrumentos financieros.

Comprende los siguientes riesgos:

- *Riesgo de tasa de interés:* sensibilidad del valor de los activos, los pasivos y los instrumentos financieros frente a las variaciones en

la estructura temporal de los tipos de interés o la volatilidad de los tipos de interés.

- *Riesgo de acciones:* sensibilidad del valor de los activos, los pasivos y los instrumentos financieros frente a las variaciones en el nivel o la volatilidad de los precios de mercado de las acciones.
- *Riesgo inmobiliario:* sensibilidad del valor de los activos, los pasivos y los instrumentos financieros frente a las variaciones en el nivel o la volatilidad de los precios de mercado de la propiedad inmobiliaria.
- *Riesgo de diferencial:* sensibilidad del valor de los activos, los pasivos y los instrumentos financieros frente a las variaciones en el nivel o la volatilidad de los diferenciales de crédito en relación con la estructura temporal de tipos de interés sin riesgo.
- *Riesgo de divisa:* sensibilidad del valor de los activos, los pasivos y los instrumentos financieros frente a las variaciones en el nivel o la volatilidad de los tipos de cambio de divisas.
- *Concentraciones de riesgo de mercado:* riesgos adicionales a que esté expuesta una empresa de seguros o de reaseguros como consecuencia, bien de una falta de diversificación de la cartera de activos o bien de una importante exposición al riesgo de incumplimiento de un mismo emisor de valores o de un grupo de emisores vinculados.

Riesgo de crédito

Se refiere al riesgo de pérdida o de modificación adversa de la situación financiera resultante de fluctuaciones en la solvencia de los emisores de valores, las contrapartes y cualesquiera deudores al que están expuestas las empresas de seguros y de reaseguros, en forma de riesgo de incumplimiento de la contraparte, riesgo de diferencial o concentración de riesgo de mercado. Es decir, se refiere al riesgo de incumplimiento de la contraparte, que refleja las posibles pérdidas derivadas del incumplimiento inesperado, o deterioro de la calidad crediticia, de las contrapartes y los deudores de las empresas de seguros y de reaseguros en los siguientes doce meses.

Riesgo operacional

Se refiere al riesgo de pérdida derivado de la inadecuación o de la disfunción de procesos internos, del personal o de los sistemas, o de sucesos externos.

El presente ítem incluye los riesgos legales, pero no los riesgos derivados de decisiones estratégicas ni los riesgos de reputación.

Riesgo de liquidez

Contempla el riesgo de que las empresas de seguros y de reaseguros no puedan realizar las inversiones y demás activos a fin de hacer frente a sus obligaciones financieras al vencimiento.

6. ANÁLISIS CUALITATIVO

El modelo de requerimiento mínimo de solvencia da una aproximación de la situación actual de riesgo de la compañía. Existen una serie de factores que pueden identificar una tendencia negativa en la compañía o una debilidad que aún no se ha reflejado en la información técnica o financiera de ésta ni en el requerimiento patrimonial. El objetivo de la autoridad debe ser el actuar proactivamente, anticipándose a la ocurrencia de situaciones de debilidad financiera de la aseguradora. Por lo dicho anteriormente, las actividades de supervisión de la autoridad están enfocadas a mitigar los riesgos antes que estos se materialicen y se vean reflejados, por ejemplo, en una pérdida patrimonial importante para la compañía.

Un aspecto clave para la evaluación de riesgos en toda empresa es el análisis de la gestión de la compañía y de sus mecanismos de control y supervisión internos. La compañía debe ser capaz de contar con adecuados sistemas de monitoreo, evaluación y mitigación de los riesgos, que sean acordes al tamaño y complejidad de sus negocios. Este es un aspecto fundamental en todas las recomendaciones internacionales sobre supervisión de la industria financiera en general y aseguradora en particular, y es hoy en día uno de los principales focos de atención de los reguladores a nivel mundial. La evaluación de la calidad de gestión de los riesgos que efectúa la compañía es de carácter eminentemente cualitativa, y por lo tanto no está reflejada en el requerimiento patrimonial, siendo necesario considerarla por separado, dentro del nivel de supervisión de la autoridad.

Dentro del análisis de la calidad de la gestión de riesgos de la compañía, un factor muy relevante es la evaluación del funcionamiento de su gobierno corporativo. Este aspecto por lo tanto se contempla como parte relevante del modelo, y para su análisis se deben desarrollar principios o buenas prácticas de gobierno corporativo y de participación de los directores de la compañía.

Por otro lado, y considerando las recomendaciones internacionales en esta materia, transparencia y conducta de mercado deberían ser factores a analizar como parte de la evaluación de la calidad de la gestión de la compañía.

7. CUANTIFICACION DE LOS RIESGOS

El mecanismo que utiliza el capital basado en riesgo para cuantificar los riesgos a los que está expuesta una compañía, se basa en el concepto de Valor en Riesgo o Value at Risk (VaR).

Bajo circunstancias normales del mercado, el VaR representa la máxima pérdida esperada, o peor pérdida posible, debida a un movimiento adverso, a lo largo de un horizonte de tiempo objetivo y dentro de un intervalo de confianza determinado (Mascareñas 2008).

Para determinar el VaR por lo tanto se deben definir los siguientes componentes:

- Un período de tiempo (pueden ser días, meses o años).
- Un nivel de confianza (ejemplo 95% o 99%).

Formas de cálculo del VaR de un activo o portfolio (Alonso & Semaán 2009):

- Cálculo del VaR no paramétrico utilizando datos históricos → tomar cada una de las pérdidas (expresadas en pesos) como un posible escenario, de tal manera que el VaR corresponderá al percentil correspondiente al nivel de confianza seleccionado de la distribución empírica de los datos.
- Cálculo del VaR de forma paramétrica o semi-paramétrica. → implica suponer una distribución o modelo al cual se ajustan los diferentes valores del portafolio.

Ejemplo del cálculo del VAR

- Activo sobre el que se va a calcular el VaR: acción de Tenaris.
- Horizonte de tiempo: Diario.
- Base de datos histórica: 923 días contados desde el 02/01/2008 hasta el 30/09/2011 (Fuente: www.bolsar.com).
- Nivel de confianza: 95%.

1. Utilizando datos históricos

Como primer paso se debe realizar el cálculo de los rendimientos diarios. Dicho cálculo puede realizarse de diferentes formas, para el presente ejemplo se consideró el cálculo geométrico, por lo cual:

$$R(i) = \ln(\frac{C_i}{C_{i-1}})$$

Siendo R(i) el retorno o rendimiento de la acción en el día i, Ci la cotización de la acción en el día i, y Ci-1 la cotización de la acción en el día anterior.

Una vez obtenidos los retornos con la base histórica (se calcularon 922 retornos), deben ordenarse de menor a mayor.

Luego se calcula la rentabilidad esperada (promedio de los retornos) y el percentil correspondiente al 5% de los datos.

Y finalmente, se calcula el VaR como la diferencia entre el valor esperado y el valor correspondiente al percentil seleccionado según el nivel de confianza requerido:

$$VaR = E(R_T) - R(5\%) = 6{,}16\%$$

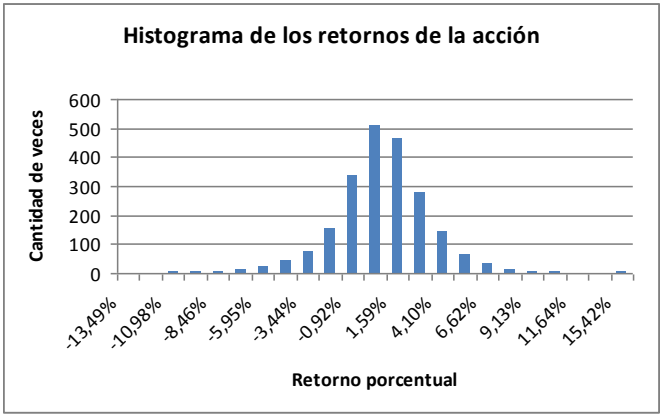
Por lo tanto por cada $1.000 que el inversor tenga en acciones, la máxima pérdida que puede esperar con una confianza del 95% es de $ 61,75.-

2. Utilizando método paramétrico

Este método implica suponer que los rendimientos siguen una distribución paramétrica, y luego se calcula el VaR teniendo en cuenta el percentil correspondiente al nivel de confianza seleccionado.

A continuación se desarrolla el gráfico de los retornos, con el fin de seleccionar una distribución para los mismos.

Gráfico 1



En el presente ejemplo se eligió la distribución Normal, lo cual es acorde con el gráfico de los retornos.

Para poder obtener el percentil se debe, previamente, realizar el cálculo del desvío estándar de los retornos de la serie seleccionada.

Y finalmente se calcula el VaR:

$$VaR = -\alpha \cdot \sigma \cdot W$$

Siendo:

- α el valor estandarizado z de la distribución Normal que acumula el (1- 95%) de los datos (depende del nivel de confianza seleccionado)
- σ el desvío estándar de los retornos
- W la cantidad de dinero invertida en el activo

En el presente ejemplo el desvío de los retornos diarios calculados es 3,30%, el α correspondiente al complemento del 95% de confianza es -1,645.

Por lo tanto: $VaR = -1{,}645 \cdot 2{,}77\% = 5{,}433\%$

Por cada $1.000 que el inversor tenga en acciones, la máxima pérdida que puede esperar con una confianza del 95% asciende a la suma de $ 54,33.-

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alonso González, P. & Albarrán LozanO, I. (2007): *Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: Técnicas estadísticas avanzadas Montecarlo y Bootstrapping.* Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: http://www.mapfre.com/publicaciones.

Asociación internacional de supervisores de seguros (2008): *Documento guía sobre la estructura de requerimientos de capital regulatorio.* Edición digital: www.iaisweb.org.

Asociación internacional de supervisores de seguros (2008): *Estándar sobre la gestión de riesgos empresarial para propósitos de adecuación de capital y solvencia.* Edición digital: www.iaisweb.org.

Cuesta Aguilar, F. (2011): *El riesgo de tipo de interés: experiencia española y Solvencia II.* Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: http://www.mapfre.com/publicaciones.

Del Pozo García, E. (2001): *Fundamentos técnicos de la regulación del margen de solvencia***.** Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: http://www.mapfre.com/publicaciones.

Durán SAntomil, P. & Otero González, L. (2010): *El análisis financiero dinámico como herramienta para el desarrollo de modelos internos en el marco de Solvencia II.* Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: http://www.mapfre.com/publicaciones.

El parlamento europeo y el consejo, de la unión europea (2009): *Directiva del Parlamento europeo y del Consejo sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).* Estrasburgo, Francia. Edición digital bajada on-line.

European Commission (2010): *QIS Technical Specifications***.** Bruselas, Bélgica. Edición digital bajada on-line.

Everis. Fernández, C. (2009): *Gestión de riesgos en el sector asegurador.* Edición digital: http://www.everis.com/argentina/.

Intendencia de seguros. superintendencia de valores y seguros (2006): *Nuevo modelo de supervisión basado en riesgos para la industria aseguradora chilena.* Chile. Edición digital: www.svs.cl.

Lozano Aragües, R. (2010): *Las implicancias de Solvencia II en el mercado asegurador español.* Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones. España.

Melgarejo Armada, J. (2004): *El margen de solvencia de las entidades aseguradoras en Iberoamérica.* Madrid, España: Fundación Mapfre.Edición digital: http://www.mapfre.com/publicaciones.

Pérez Sánchez, M. (2008): *Nuevas perspectivas de solvencia en el sector asegurado.* Madrid: Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid. España.

Segovia Vargas, M.; Bousoño Calzón, C. & Salcedo Sanz, S. (2005): *Aplicación de métodos de inteligencia artificial para el análisis de solvencia en entidades aseguradoras*. Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: http://www.mapfre.com/publicaciones.

LA MORTALIDAD INFANTIL EN LA CIUDAD DE BUENOS AIRES: UNA APLICACIÓN DEL ESQUEMA DE LEXIS

Pablo Nicolás Caviezel

INTRODUCCIÓN

Este trabajo une dos conceptos vinculados a los mismos hechos demográficos pero cuya metodología de captación y fórmula de cálculo difieren: la tasa de mortalidad infantil y la probabilidad de que un recién nacido fallezca antes de cumplir un año de edad. La importancia fundamental de ambos radica en que constituyen un indicador de salud de la población y por lo tanto, una medida de impacto de las políticas sociales y económicas adoptadas por una nación o jurisdicción.

La propuesta didáctica de presentar y comparar ambos conceptos con el esquema de Lexis permite un abordaje más práctico y una aplicación adicional del esquema. Resulta necesario recurrir a la aplicación de los «factores de separación» que han sido calculados para este trabajo en el ámbito de la Ciudad de Buenos Aires y de la República Argentina.

Por otro lado, se efectúa una revisión de los niveles de la mortalidad infantil en la Ciudad de Buenos Aires durante los últimos 25 años, y se procede a su comparación con el país y el análisis del contexto internacional.

1. MEDICIÓN DE LA MORTALIDAD INFANTIL

La mortalidad que ocurre antes de cumplir un año de edad se denomina "mortalidad infantil" y su estudio reviste particular importancia tanto en el ámbito de la demografía como en el de la salud. La mortalidad en este primer año de vida presenta intensidades elevadas que se expresan en tasas de mortalidad significativamente más altas que en las edades siguientes y por ello es común encontrar que la esperanza de vida al nacer resulta en varios casos más baja que la esperanza de vida al nacer a la edad exacta 1.

Existen dos poblaciones que deben tenerse en cuenta en la medición de la mortalidad infantil. La primera de ellas constituye el conjunto de nacidos vivos en un período determinado. El segundo conjunto está formado por las defunciones ocurridas desde el nacimiento y hasta el año

de vida (once meses cumplidos) y a las que en adelante llamaremos «defunciones infantiles».

Así, podemos presentar entonces dos medidas para describir la mortalidad infantil, cuyo cálculo se basa en los elementos de una tabla de mortalidad:

$$q(0;0;1) = \frac{d(0;0;1)}{l(0)} \qquad m(0;0;1) = \frac{d(0;0;1)}{L(0)}$$

Si no se cuenta con tablas de mortalidad, existe un indicador de la mortalidad infantil que resulta del cociente entre el número de defunciones infantiles registradas en un período determinado (usualmente un año) y el total de nacidos vivos de ese período. Ese cociente, expresado generalmente por 1.000 nacidos vivos, se conoce como tasa de mortalidad infantil (en adelante TMI) y es actualmente la medida más difundida en el mundo para analizar la tendencia y evolución de la mortalidad infantil, como así también para su comparación.

2. ESQUEMA DE LEXIS

El esquema de Lexis es una representación gráfica de hechos demográficos cuyo objetivo principal es servir de herramienta para el análisis de la evolución de los mismos a través del tiempo.

Se presenta en un sistema de ejes cartesianos donde el eje de abscisas representa fechas y el eje de ordenadas edades. Es muy importante que se utilice la misma escala en ambos ejes, de lo contrario el esquema pierde funcionalidad.

Para la notación vamos a utilizar la letra x para referirnos a edades, la letra a para referirnos a fechas y la letra z para referirnos a fecha de nacimiento de una generación o cohorte.

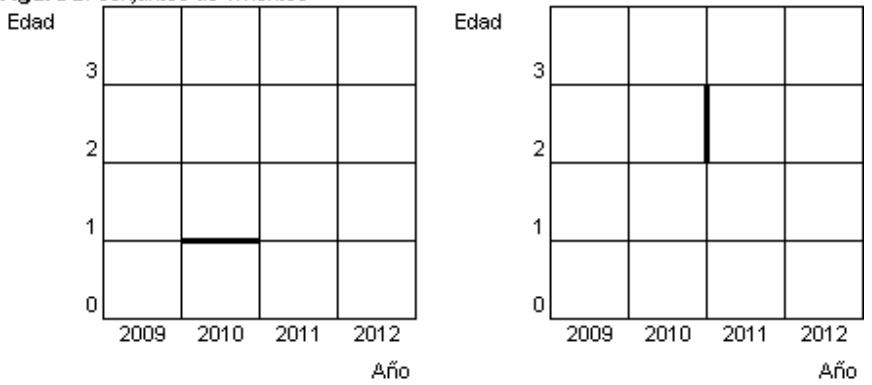
Las líneas rectas que forman un ángulo de 45º con el semieje positivo

Figura 1. Línea de vida

representan la evolución de una cohorte hipotética a lo largo del tiempo; es decir que cada punto sobre la recta nos indica la edad exacta de la cohorte correspondiente a cada momento del tiempo. A estas líneas se las llama líneas de vida y en la figura 1 se presenta como ejemplo la línea de vida correspondiente a los individuos que cumplen 30 años el 01 de enero de 2010.

Los segmentos horizontales y verticales representan conjuntos de personas vivas o conjuntos de «vivientes». Así, un segmento horizontal representa el conjunto de personas que alcanza una edad exacta determinada a lo largo de un período de tiempo y un segmento vertical, por el contrario, representa la cantidad de personas que observamos en un momento determinado con edades comprendidas entre dos valores.

Figura 2. Conjuntos de vivientes



En la figura 2, como ejemplo, se presenta el conjunto de personas que cumple 1 año a lo largo del año 2010 y, por otro lado, la cantidad de personas registradas con 2 años cumplidos (entre 2 años y 3 años no cumplidos) al 01 de enero de 2011.

A los segmentos horizontales se los simboliza $V(1;x;z_1,z_2)$ donde la letra V representa conjunto de vivientes, el indicador «1» refiere a la horizontalidad del segmento, x es la edad alcanzada común para toda la cohorte en tanto que z_1 y z_2 representan las fechas de observación.

A los segmentos verticales se los simboliza $V(2;z;x_1,x_2)$ donde la letra V representa conjunto de vivientes, el indicador «2» refiere a la

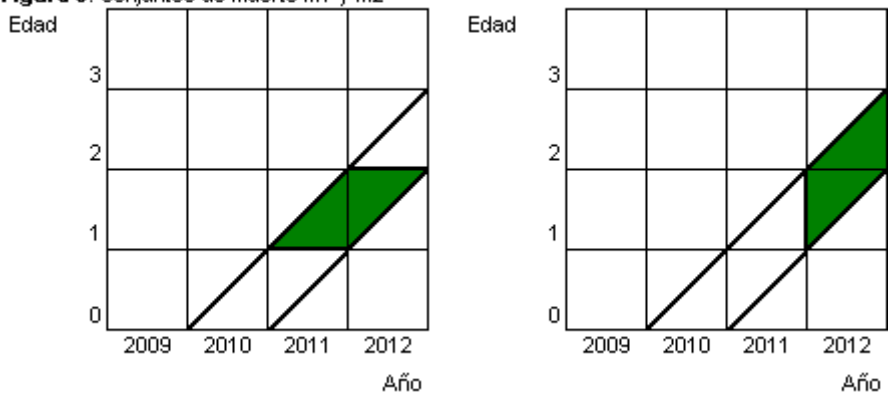
verticalidad del segmento, z es la fecha de observación para toda la cohorte en tanto que x_1 y x_2 representan los límites inferior y superior de las edades de la cohorte bajo observación.

Es muy común, cuando la fecha es 01 de enero de determinado año, utilizar solamente el año. Así, por ejemplo, $V(2;2011;2,3)$ representa el conjunto de personas observadas el 1 de enero de 2011 con edades entre 2 y 3 años (3 años no cumplidos).

El esquema de Lexis presenta a los conjuntos de personas fallecidas (conjuntos de muertes) como superficies (áreas) poligonales.

Los paralelogramos resultan de dos clases: aquellos formados por un par de lados paralelos horizontales y aquellos formados por un par de lados paralelos verticales. En ambos casos las defunciones corresponden a la misma cohorte. El primer caso muestra el número de personas que fallece con determinada edad y el segundo caso el número de personas que fallece entre dos fechas de observación definidas.

Figura 3. Conjuntos de muerte M1 y M2



Para el ejemplo de la figura, el primer caso corresponde al conjunto de personas que fallece con un año cumplido habiendo nacido entre el 01 de enero de 2010 y el 01 de enero de 2011 mientras que el segundo caso agrupa aquellas personas nacidas entre el 01 de enero de 2010 y el 01 de

enero de 2011 y cuyo fallecimiento ocurrió entre el 01 de enero de 2012 y el 01 de enero de 2013.

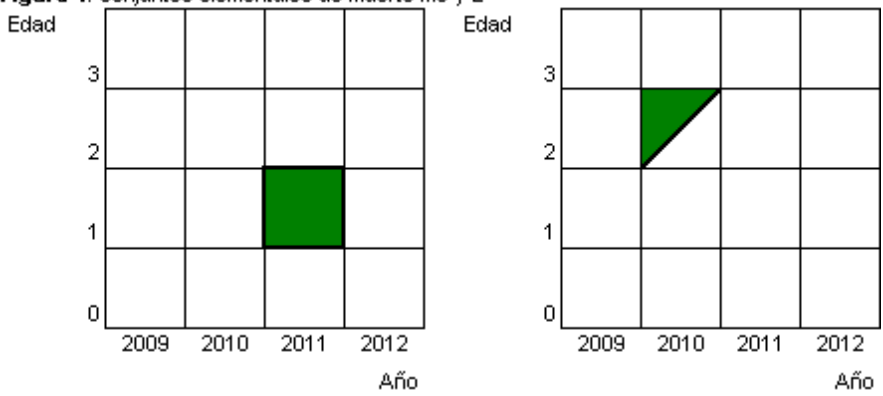
A los paralelogramos cortados por segmentos horizontales se los simboliza $M(1;x_1,x_2;a_1,a_2)$ donde la letra M representa conjunto de muertes, el indicador «1» refiere a la horizontalidad de los segmentos que lo delimitan, en tanto que x_1 y x_2 son las edades mínima y máxima de fallecimiento de la cohorte nacida entre las fechas a_1 y a_2.

A los paralelogramos cortados por segmentos verticales se los simboliza $M(2;a_1,a_2;z_1,z_2)$ donde la letra M representa conjunto de muertes, el indicador «2» refiere a la verticalidad de los segmentos que lo delimitan, en tanto que z_1 y z_2 son las fechas de observación de los fallecimientos de las personas nacidas entre las fechas a_1 y a_2.

De esta manera, los conjuntos de la figura son respectivamente $M(1;1,2;2010,2011)$ y $M(2;2010,2011;2012,2013)$.

Las superficies rectangulares (y como caso particular cuadradas) representan el conjunto de personas que fallece entre dos edades, habiendo sido observados entre dos fechas. Las superficies triangulares, por su parte, restringen el conjunto anterior a aquellas muertes correspondientes a las mismas generaciones o cohortes.

Figura 4. Conjuntos elementales de muerte M3 y E



A los rectángulos se los simboliza $M(3; x_1, x_2; z_1, z_2)$ donde la letra M representa conjunto de muertes, el indicador «3» refiere a la forma rectangular de la figura, en tanto que x_1 y x_2 son las edades mínima y máxima de fallecimiento de la cohorte cuyos fallecimientos se observan entre las fechas z_1 y z_2.

A los triángulos se los simboliza $E(x_1, x_2; z_1, z_2; a_1, a_2)$ donde la letra E representa conjunto más elemental de muertes formado por las personas nacidas entre las fechas a_1 y a_2 que fallecen entre las edades x_1 y x_2 , observadas entre las fechas z_1 y z_2.

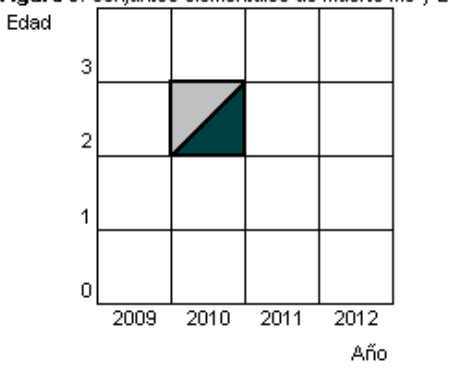
Así, para el ejemplo de la figura 4, el primer rectángulo (cuadrado) corresponde a las defunciones de niños de un año cumplido ocurridas durante el año 2011 mientras que el triángulo en el esquema de la derecha representa el conjunto formado por aquellos niños de la generación 2007 (nacidos entre el 01 de enero de 2007 y 01 de enero de 2008) que fallecen con 2 años cumplidos a lo largo del año 2010.

Cabe destacar que el sistema de estadísticas vitales de cualquier país o jurisdicción normalmente contabiliza anualmente los conjuntos de muerte M(3).

2.1 Factores de separación en el esquema de Lexis

Como se ve en la figura 5, cada cuadrado $M(3; x_1, x_2; z_1, z_2)$ está

Figura 5. Conjuntos elementales de muerte M3 y E



formado por dos conjuntos elementales de muertes.

En forma muy sintética y sólo a los efectos de resaltar el objetivo de estudio, podemos escribir:

$$M(3) = E_1 + E_2$$

donde E_1 resulta el conjunto elemental de muertes correspondiente a la generación más antigua (en sombreado claro) y E_2 a la generación más nueva (en sombreado oscuro).

Para cada edad x y para cada período de observación existe un factor de separación f tal que:

$$E_1 = f \cdot M(3) \qquad E_2 = (1-f) \cdot M(3) \qquad \text{con } 0 < f < 1$$

Si consideramos el caso de un cuadrado para las generaciones nacidas entre el año a y el año $a+1$ de la forma $M(3; x, x+1, z, z+1)$ entonces f se interpreta como la proporción de muertes de personas con edades comprendidas entre x y $x+1$ ocurridas correspondientes a la generación a.

Este factor de separación geométricamente representa la contribución del triángulo superior al cuadrado que lo contiene.

2.2 La mortalidad infantil en el esquema de Lexis

El análisis de la mortalidad infantil y sus diversas metodologías para abordar el fenómeno pueden verse fácilmente en el esquema de Lexis.

Tal como vimos en la introducción, la primera medida, netamente probabilística, la denotamos $q(0;0;1)$ y es la probabilidad de que un recién nacido fallezca antes de alcanzar un año de vida.

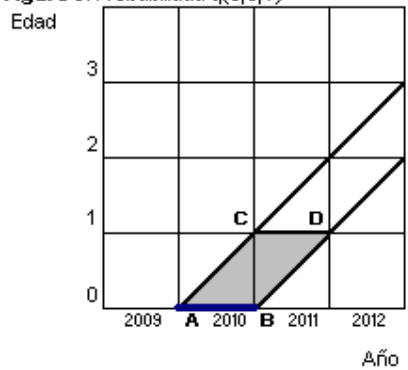
A los fines de esquematizar un ejemplo didáctico consideramos el año 2010 como año de observación (desde el 01 de enero hasta el 31 de diciembre de ese año).

En tal sentido, la fórmula de cálculo de esta probabilidad resulta:

$$q(0;0;1) = \frac{M(1;0;2010,2011)}{V(1;0;2010,2011)}$$

Gráficamente esta probabilidad se calcula como el cociente entre el

Figura 6. Probabilidad q(0;0;1)



paralelogramo ABCD y el lado AB, tal como indica la figura:

En la práctica, lo más usual, sin embargo, es calcular la tasa de mortalidad infantil y expresarla por mil nacimientos.

Las estadísticas vitales resumen información sobre el número de fallecidos en un año calendario – edad por edad – pero sin desagregar la información por generación, lo que hace más difícil intentar obtener la probabilidad de que un recién nacido fallezca antes de cumplir un año. En términos simbólicos y tal como se dijo anteriormente, disponemos del tercer conjunto de fallecidos; el conjunto $M(3)$. Por otro lado, el sistema de estadísticas vitales también nos aporta información sobre los nacimientos en cada año; es decir, los conjuntos de vivientes $V(1)$ para la edad 0.

Con estos datos, podríamos estimar la probabilidad de que un recién nacido fallezca antes de cumplir un año, considerando las siguientes relaciones que resultan más simples si se las estudia analizando en forma conjunta la figura 7:

$$M(1;0;2010,2011) = E(0;1;2010,2011;2010,2011) + E(0;1;2011,2012;2010,2011)$$

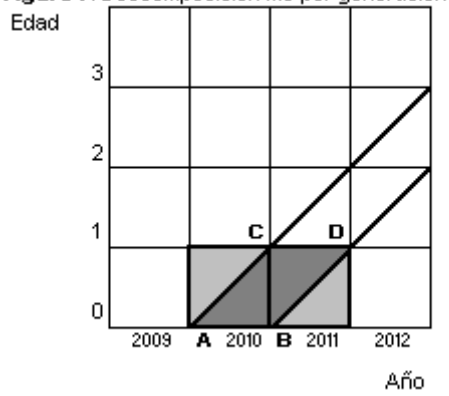
$$E(0;1;2010,2011;2010,2011) = (1 - f_{2010}) \cdot M(3;0,1;2010,2011)$$

$$E(0;1;2011,2012;2010,2011) = f_{2011} \cdot M(3;0,1;2011,2012)$$

De donde resulta:

$$M(1;0;2010;2011) = (1 - f_{2010}) \cdot M(3;0,1;2010,2011) + f_{2011} \cdot M(3;0,1;2011,2012)$$

Figura 7. Descomposición M3 por generación



Es decir que con los datos de las estadísticas vitales reemplazando en la expresión de la probabilidad pedida, resulta para el año 2010:

$$q(0;0;1) = \frac{(1 - f_{2010}) \cdot M(3;0,1;2010,2011) + f_{2011} \cdot M(3;0,1;2011,2012)}{V(1;0;2010,2011)}$$

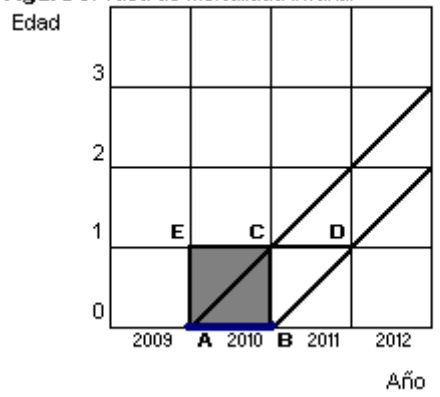
Por su parte, la tasa de mortalidad infantil se calcula como el cociente – para un determinado año – entre las defunciones menores de un año y los nacimientos de ese año. Usualmente, se lo multiplica por mil a los efectos de interpretar el resultado por 1.000 nacimientos.

Prescindiendo del factor multiplicativo mil, la tasa de mortalidad infantil TMI para el año 2010 se puede expresar como:

$$TMI = \frac{M(3;0,1;2010,2011)}{V(1;0;2010,2011)}$$

Gráficamente, en el esquema de Lexis la tasa de mortalidad infantil se presenta como el cociente entre la superficie cuadrada gris ABCE y el segmento AB que representa el conjunto viviente $V(1)$.

Figura 8. Tasa de mortalidad infantil



Comparando ambas expresiones notamos que arrojarían valores similares sí y sólo si:

- Los factores de separación no presentaran variaciones significativas a lo largo del tiempo
- El número de defunciones infantiles se mantuviese estable de un año a otro.

Las estadísticas vitales del país y, particularmente de la Ciudad de Buenos Aires, ¿permiten confirmar estas afirmaciones?

3. EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LA MORTALIDAD INFANTIL EN LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

Siguiendo el análisis de la Dra. Mazzeo (véase Mazzeo, 2006) el descenso de la mortalidad infantil fue uno de los cambios sociales más importantes y extensos del último siglo y medio. Si bien son varios los factores que indujeron estos cambios, hay consenso entre los investigadores tanto en aceptar como válida la idea de que la ciencia médica en su aspecto curativo jugó un papel menor en el descenso de la

mortalidad a principios del siglo XX como en que el nivel de vida y los aspectos económicos resultan cruciales para la salud de la población.

Cuadro 1. Tasa de mortalidad infantil quinquenal para períodos seleccionados. Ciudad de Buenos Aires

Quinquenio	1865/69	1885/89	1905/09	1925/29
Tasa (por mil nacimientos)	296,4	185,0	94,5	77,8

Quinquenio	1945/49	1965/69	1985/89	2005/09
Tasa (por mil nacimientos)	37,9	34,6	15,8	7,8

Fuente: elaboración propia en base a Mazzeo, 2006.

Durante la segunda mitad del siglo XIX las autoridades sanitarias mostraron una mayor preocupación en dictar medidas no sólo relacionadas con la higiene pública sino también con la protección de la primera infancia. Posteriormente, en la primera mitad del siglo XX, el mejoramiento de la calidad de vida de la población a partir de la ampliación de la cobertura de los servicios de saneamiento del medio ambiente (provisión de agua potable, sistema cloacal, recolección de residuos), la protección de la primera infancia y el incremento del salario real en la Ciudad habrían incidido en el descenso de la mortalidad infantil. En la segunda mitad del siglo XX la evolución de la tasa de mortalidad infantil fue más lenta al principio por las enfermedades infecciosas, parasitarias y por diarrea. No obstante, a partir de 1980 la tasa desciende a gran velocidad por el descenso notable en las defunciones infantiles postneonatales a partir de su control y prevención.

A continuación, se presenta la tasa de mortalidad infantil en los últimos 20 años y su comparación con la $q(0;0;1)$ y los factores de separación del Esquema de Lexis para la edad 0.

Cuadro 2 Tasa de mortalidad infantil, probabilidad de fallecimiento antes del año de edad y factor de separación. Ciudad de Buenos Aires. Años 1990/2010

Año	TMI	q (0;0;1;z)	Factor de separación
1990	16,0	15,3	13,0
1991	13,5	13,5	10,0
1992	14,4	14,9	10,1
1993	15,4	15,0	13,0
1994	14,0	14,5	11,0
1995	12,5	12,1	16,3
1996	14,3	14,0	11,3
1997	11,8	12,1	11,1
1998	12,6	12,1	12,4
1999	10,3	10,5	9,9
2000	9,0	8,9	12,0
2001	9,2	9,2	11,4
2002	9,9	10,0	11,6
2003	10,1	9,9	11,7
2004	8,5	8,4	10,9
2005	7,8	8,0	10,7
2006	7,9	7,9	12,8
2007	7,9	7,8	13,5
2008	7,3	7,3	11,6
2009	8,3	8,1	10,5
2010	6,7	...	10,1

Fuente: Dirección General de Estadísticas y Censos (Ministerio de Hacienda GCBA). Estadísticas vitales.

Las cifras del cuadro 2 dan cuenta de la evolución favorable de la mortalidad infantil en la Ciudad desde 1990. Ya en la última década contamos en casi todos los años con un nivel de mortalidad infantil de 1 dígito.

El cálculo de la tasa de mortalidad infantil por cohorte, es decir, la probabilidad de que un recién nacido no alcance con vida su primer año de edad no difiere significativamente de la tasa de mortalidad infantil, lo que nos indica que el fenómeno puede analizarse correctamente utilizando indistintamente una u otra medida.

Es novedoso, y se presenta en estas jornadas, el cálculo del factor de separación por generación. Éste se ha mantenido, en los últimos 20 años y en la Ciudad de Buenos Aires prácticamente sin cambios. Cerca del 90 % de las defunciones de menores de un año corresponden a niños nacidos en el mismo año mientras que sólo alrededor del 10 % de las mismas corresponden a niños nacidos el año anterior. Esto es consecuencia lógica de la mayor proporción de defunciones neonatales (hasta 27 días de vida) en el total de las defunciones infantiles, tal como se presenta en el cuadro 3.

En virtud del análisis del cuadro presentado, podemos apreciar que la Ciudad de Buenos Aires, pues, mantiene una estabilidad tal que permite utilizar la tasa de mortalidad infantil como indicador de la mortalidad antes de cumplir el primer año de vida.

Cuadro 3 Distribución porcentual de defunciones neonatales y postneonatales en el total de defunciones infantiles. Años 1990/2010

Año	Total defunciones infantiles	% Neonatales	% Postneonatales
1990	100,0	67,3	32,7
1991	100,0	63,0	37,0
1992	100,0	70,7	29,3
1993	100,0	67,0	33,0
1994	100,0	68,7	31,3
1995	100,0	66,1	33,9
1996	100,0	67,4	32,6
1997	100,0	68,8	31,2
1998	100,0	68,6	31,4
1999	100,0	69,1	30,9
2000	100,0	65,6	34,4
2001	100,0	67,9	32,1
2002	100,0	63,6	36,4
2003	100,0	63,2	36,8
2004	100,0	67,5	32,5
2005	100,0	66,8	33,2
2006	100,0	62,1	37,9
2007	100,0	62,9	37,1
2008	100,0	67,7	32,3
2009	100,0	69,6	30,4
2010	100,0	66,4	33,6

Fuente: Dirección General de Estadísticas y Censos (Ministerio de Hacienda GCBA). Estadísticas vitales.

4. CONTEXTO INTERNACIONAL

Una mirada a las cifras presentadas en los cuadros 4 y 5 permite comparar los niveles de mortalidad de la Ciudad de Buenos Aires y del país con otras ciudades y otros países del mundo. Es importante tener en cuenta que la tasa de mortalidad infantil de un país resulta del agregado de la mortalidad infantil de cada jurisdicción que lo compone y su representatividad depende, en gran medida, de la homogeneidad socioeconómica de estas jurisdicciones.

Si bien todas las ciudades disminuyeron estos últimos 30 años su mortalidad infantil a más de la mitad, la Ciudad de Buenos Aires presenta un nivel bajo de mortalidad respecto de los principales aglomerados de los países de Sudamérica. No obstante, a nivel país, Argentina encuentra un nivel de mortalidad infantil mayor que sus vecinos Chile y Uruguay.

Cuadro 4. Tasa de mortalidad infantil para ciudades y años seleccionados

Ciudad	1980	1990	2000	2010
Ciudad de Buenos Aires	19,0	16,0	9,0	6,7
Santiago de Chile	21,2	14	8,4	7,2 [b]
Montevideo	38,2	20,4	14,5	14,1
Asunción	...	45,9	36,1	27,0
Nueva York	16,1	11,6	6,7	5,3 [a]
Comunidad de Madrid	...	6,9	4,1	2,8 [c]
Gran Londres	11,9	7,9	5,9	4,7
Gran Canberra	8,0	9,4	4,2	4,3 [a]

[a] corresponde a 2009 [b] corresponde a 2008 [c] corresponde a 2007

Fuente: ver links consultados

Cuadro 5. Tasa de mortalidad infantil para años y países seleccionados

País	1980	1990	2000	2010
Argentina	33,2	25,6	16,6	12,1 [a]
Chile	33,0	16,0	8,9	7,9 [b]
Uruguay	37,6	20,6	14,1	9,1
Paraguay	82,0	44,8	37,4	30,4
Estados Unidos de América	12,6	9,2	6,9	6,8 [c]
España	12,3	7,6	4,3	3,2 [a]
Reino Unido	12,2	7,9	5,6	4,4 [a]
Australia	10,7	8,2	5,2	4,3 [a]

[a] corresponde a 2009 [b] corresponde a 2008 [c] corresponde a 2007

Fuente: ver links consultados

5. PROPUESTAS A FUTURO

Una propuesta de trabajo para el futuro consiste en continuar la serie de defunciones infantiles según generación tanto para la Ciudad de Buenos Aires como para el país y estudiar también este factor por provincia. La hipótesis más plausible sería suponer que aquellas provincias con menos recursos presentan una proporción más elevada de defunciones postneonatales y, por tanto, un factor de separación f superior al 10 %. Ideal sería, por supuesto, poder comparar esta apertura no sólo con el país sino también con otras ciudades u otros países.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Caviezel, P. (2008): *La mortalidad en la Ciudad de Buenos Aires por edad y sexo entre 1947 y 2001* en Revista Población de Buenos Aires. Año 5, Nº 7. Buenos Aires, Dirección General de Estadística y Censos. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Mazzeo, V. (2004): *El registro de los hechos vitales de la Ciudad de Buenos Aires*, en Revista Población de Buenos Aires. Año 1, Nº 0. Buenos Aires, Dirección General de Estadística y Censos. Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

Mazzeo, V. (2006): *La inequidad en la salud enfermedad de la primera infancia: las políticas de salud y la capacidad resolutiva de los servicios en la ciudad de Buenos Aires,* Tesis de Doctorado, FLACSO. Sede Académica Argentina, Buenos Aires.

Mazzeo, V. (2007): *La mortalidad de la primera infancia en la Ciudad de Buenos Aires en el período 1860-2002,* en Papeles de Población. Año 13, Nº 53. México, Centro de Investigación y Estudios Avanzados de la Población-UAEM.

Pizarro, J. (Editor y compilador) (2011): *Colección de ensayos sobre población y derechos humanos en América Latina.* Serie investigaciones 10. Asociación Latinoamericana de Población.

Pollard, J. H. (1982): *The Expectation of Life and its Relationship to Mortality*. Journal of the Institute of Actuaries, nº 109. UK, pp. 25-40.

Pressat, R. (1967): *El análisis demográfico*. México, Fondo de Cultura Económica.

Preston, S., Heuveline, P. y Guillot, M. (2001): *Demography. Measuring and Modeling Population Processes*. Reino Unido, Blackwell Publishing.

Vinuesa, J. (1997): *Demografía. Análisis y proyecciones,* Madrid. Editorial Síntesis.

Welti, C. (1997): *Demografía I,* Santiago de Chile. CELADE.

LINKS CONSULTADOS

CIUDADES

Santiago de Chile

http://www.ine.cl/canales/chile_estadistico/demografia_y_vitales/estadisticas_vitales/2010/04_01_10/vitales2007.pdf

Montevideo

http://www.ine.gub.uy/socio-demograficos/demograficos2008.asp

Nueva York:

http://www.nyc.gov/html/doh/downloads/pdf/vs/vs-imr-nyc-2006.pdf

http://www.nyc.gov/html/doh/downloads/pdf/vs/2009sum.pdf

Comunidad de Madrid

http://www.madrid.org/iestadis/fijas/estructu/general/anuario/ianucap02.htm

Gran Canberra (ACT)

http://www.abs.gov.au/

http://www.cmd.act.gov.au/__data/assets/pdf_file/0009/119718/act-region-demographics-trends.pdf

http://www.abs.gov.au/AUSSTATS/abs@.nsf/DetailsPage/3105.0.65.001200606?OpenDocument

PAÍSES

Argentina

http://www.indec.gov.ar/principal.asp?id_tema=4387

Chile

http://www.ine.cl/canales/chile_estadistico/demografia_y_vitales/estadisticas_vitales/pdf/anuarios/vitales2001.pdf

http://palma.ine.cl/demografia/SELECCION_HVITALES2.aspx

Uruguay

http://www.ine.gub.uy/socio-demograficos/demograficos2008.asp

Paraguay

http://www.eclac.cl/publicaciones/xml/4/7604/lcg21146.pdf

Estados Unidos de América

http://www.infoplease.com/ipa/A0779935.html

http://www.cdc.gov/nchs/VitalStats.htm

España

http://www.ine.es/jaxi/menu.do?L=0&divi=IDB&his=0&type=db

Reino Unido

http://www.ons.gov.uk/ons/index.html

MODELOS DINÁMICOS DE MORTALIDAD[1]

María Alejandra Metelli
Paula Mutchinick

INTRODUCCIÓN

En la determinación de primas en los seguros personales se presenta la necesidad de valorar una o más prestaciones futuras aleatorias; tales como el pago de una renta a un asegurado mientras viva o de un capital en caso de que éste fallezca. El Valor Actual Actuarial se calcula como la suma de los valores actuales de cada uno de los ingresos probables futuros, actuarialmente considerados.

Para el cálculo de la actualización actuarial es necesario fijar una base financiera y una base demográfica. Con la primera nos referimos a la tasa de interés técnico a la cual se descontarán las prestaciones futuras. La base demográfica implica, en particular en las prestaciones relacionadas con la vida de las personas, las probabilidades atribuidas a los sucesos que generalmente vienen deducidas de una tabla de mortalidad.

La "tabla de mortalidad" junto con la "tasa de interés técnico" constituyen lo que comúnmente se denominan "bases técnicas".

La determinación de estos componentes, tendrá que ver con una tasa de interés que se corresponda con el rendimiento futuro esperado de las inversiones efectivas del capital y una tabla de mortalidad que refleje la mortalidad esperada de los individuos. Para garantizar la suficiencia de primas, se suelen elegir hipótesis prudentes o conservadoras, sobre todo cuando se trata de operaciones de larga duración.

En la práctica aseguradora, el organismo de control de cada país tiene la facultad de aprobar o no la tabla de mortalidad que deben adoptar las entidades aseguradoras, así como el tipo de interés técnico para los cálculos.

En general las compañías aseguradoras utilizan tablas de mortalidad construidas por los organismos centrales de estadística, o como en el caso Argentino se suelen adoptar tablas de mortalidad internacionales, de las que se pueden citar como ejemplos las tablas americanas CSO 80

[1] Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

(Comissioners Standard Ordinary) y GAM 71 (Group Annual Mortality), utilizadas para seguros de vida y rentistas, respectivamente.

El hecho indiscutible, que hoy se observa en casi todos los países del mundo, de que la esperanza de vida está en progresivo aumento, implica que el transcurso del tiempo ha producido variantes en las tasas de mortalidad (en general disminuciones), es decir que la mortalidad depende también del tiempo.

Al respecto, se ha analizado un informe del Observatorio Demográfico de la CEPAL[2]. Este informe incluye el conjunto de tablas de mortalidad de 20 países de América Latina, con el fin de estimar y proyectar la población para un período de 100 años (1950-2050).

El informe resalta que el descenso de la mortalidad que viene presentándose en los países desarrollados, está presente en América Latina aunque no de manera homogénea, dado que aún una gran parte de esta población vive en condiciones de salud desfavorables que se caracterizan por una elevada mortalidad en la infancia.

El promedio de la esperanza de vida al nacer a mediados del siglo pasado en América Latina era de 51,2 años, mientras que en los últimos años es de aproximadamente 73,5 años (2005-2010). Sin embargo, el análisis por países presenta diferencias significativas, presentándose una diferencia de 18,2 años entre la esperanza de vida más alta en Costa Rica y la más baja en Haití.

En el Apéndice I, se presenta las esperanzas de vida proyectadas para todos los países analizados.

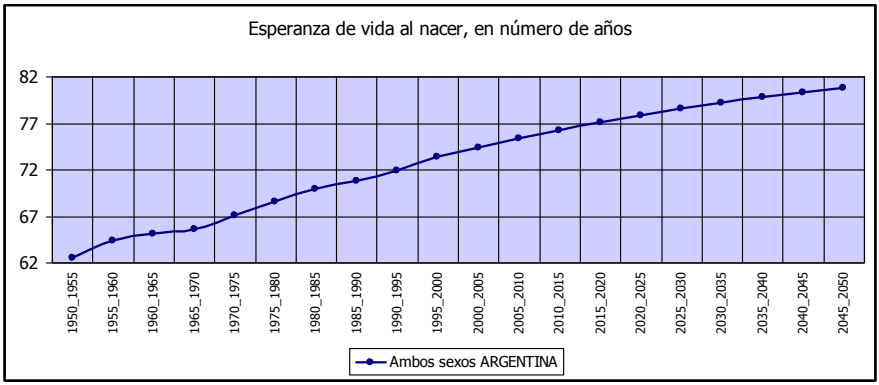
En esta diferenciación por países, Argentina se encuentra entre los de menores niveles de mortalidad, con una esperanza de vida por arriba del promedio para el año 2010 de 75,3 años. Al respecto el informe expresa:

"La Argentina y el Uruguay constituyen casos excepcionales por su más baja mortalidad debido a descensos ocurridos antes de 1950. Estos países, que estaban a la vanguardia por su baja mortalidad, han tenido descensos menores en el período 1950-2010, por lo que fueron superados por Chile, Costa Rica y Cuba. En la actualidad, comparten niveles similares de esperanza de vida al nacer con el Ecuador, México y Panamá (entre 75,4 y 76,7 años)."

[2] Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL).

El gráfico a continuación ilustra la proyeccción de la esperanza de vida al nacer desde 1950 a 2050 para Argentina.

Gráfico 1



Fuente: Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía, División de Población de la CEPAL: Revisión 2008. Base de datos de población.

Así, en nuestro país, la esperanza de vida para los hombres a los 65 años se incrementó en 0,6 años en la última década, mientras que en las tres décadas anteriores el incremento había sido de 0,9 años (el incremento en la última década representó el doble respecto del incremento promedio por década del período anterior).

Tabla 1

Esperanza de vida a los 65 años	*2000-2001*	*1990-1992*	*Diferencia absoluta*	*Diferencia relativa*
Ambos sexos	16,36	15,52	0,8 años	5,4%
Hombres	14,07	13,51	0,6 años	4,1%
Mujeres	18,36	17,24	1,1 años	6,5%

Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Censos – INDEC – Censos Poblacionales 1991 y 2001.

1. PROYECCIONES DE LA MORTALIDAD

Se hará un breve resumen respecto de la metodología aplicada por la CEPAL para la elaboración de las estimaciones y proyecciones de la mortalidad por sexo y edad.

El proceso consta de dos etapas:

La primera consiste en la proyección del nivel de mortalidad por sexo (medido por la esperanza de vida al nacer).

La segunda corresponde a la proyección de la estructura de la mortalidad (medida por las probabilidades de muerte por sexo y edad).

Para proyectar las esperanzas de vida al nacer se utiliza un procedimiento propuesto por la División de Población de las Naciones Unidas, que parte del supuesto de que el incremento de la esperanza de vida al nacer disminuye a medida que desciende la mortalidad.

A partir de las esperanzas de vida proyectadas por sexo para el período, se infieren las probabilidades de muerte por sexo y edad. Para el proceso, se requiere una tabla límite de mortalidad con una esperanza de vida al nacimiento superior a la proyectada para el último quinquenio.

Al resultado de este procedimiento se puede arribar a partir de la confección de modelos que proyectan en forma directa la evolución de las probabilidades de fallecimiento en el tiempo, a partir de la construcción de lo que la literatura actuarial más reciente está referida al uso de modelos "dinámicos de mortalidad".

Utilizar tablas estáticas para el cómputo de cálculos actuariales de largo plazo implica un proceso de revisión periódico, que puede derivar en actualizar la tabla de mortalidad utilizada lo que conlleva a la recomposición de las reservas técnicas. Esta recomposición puede significar para las entidades aseguradoras la necesidad de integración de capitales y en impactos contables e impositivos.

Un esquema de tablas dinámicas consiste en un proceso en el cual año a año se van redefiniendo las hipótesis de mortalidad esperada para los individuos, generándose así un mecanismo permanente de actualización de las bases técnicas empleadas. De esta manera se suavizan los efectos de transición de una tabla estática a otra.

Los cálculos numéricos de tablas de este tipo resultaban muy laboriosos y para contemplar las variaciones de la mortalidad se recurría a artificios más inexactos como, por ejemplo, suponer que la mejora en la mortalidad equivale a un rejuvenecimiento del individuo, considerando una edad menor a la real.

En la actualidad, a partir de los avances tecnológicos de los últimos años es posible programar estos cálculos y plantearse en cómputos a largo plazo la necesidad de valorar en forma más precisa la tendencia de la mortalidad futura.

2. ANTECEDENTES EN EL USO DE TABLAS DINÁMICAS

El uso de "tablas dinámicas" ha tenido una variada y amplia difusión en los últimos años:

- El grupo GAVT (Group Annuity Valuation Table) de la Sociedad de Actuarios de los EUA (SOA) ha publicado en el año 1995 un trabajo con los estudios para el desarrollo de una nueva tabla de mortalidad para la constitución de reservas de rentas vitalicias grupales. La nueva tabla incorpora para el cálculo de las reservas, el uso de una tabla generacional o tabla dinámica. Tal circunstancia se derivó del reconocimiento explícito relativo a las mejoras en la mortalidad que se experimentarán a futuro. La tabla resultante se denominó GAR 1994 (Group Annuity Reserving Table). Esta tabla incluye los valores de las probabilidades de fallecimiento para cada edad en el año 1994 y asocia a las mismas los respectivos "factores de mejoramiento anual" que deben utilizarse para generar las correspondientes probabilidades de fallecimiento en los años posteriores al 1994.

- La Oficina de Investigación Continua de la Mortalidad (Continuous Mortality Investigation (CMI)) es un organismo creado por la industria de los seguros de vida del Reino Unido y está administrado por la Facultad de Actuarios y el Instituto de Actuarios, que compilan los datos sobre los fallecimientos y los datos en vigor, por edad y género, de las compañías de seguro de vida participantes del Reino Unido, correspondientes a diversos subgrupos de población que han suscrito contratos de seguro, incluidos los de rentas vitalicias. El modelo propuesto por Inglaterra se basa en la proyección de la probabilidad de muerte en probabilidades observadas y estandarizadas para la población inglesa y un factor de reducción que varía en función del tiempo y la edad.

- En España, el sistema de seguros de rentas vitalicias ha implementado las Tablas PERM-2000 y PERF-2000 (tablas generacionales españolas de supervivencia masculina/femenina). La idea básica de la construcción de estas tablas, es a partir de las tasas de mortalidad del pasado para una edad fija x, predecir las tasas de mortalidad de los años futuros para esa misma edad x. Para ello utiliza una función exponencial como factor de proyección de la mortalidad base.

- El sistema previsional chileno, para las prestaciones por vejez, ha implementado un esquema de tablas de mortalidad dinámicas. Se trata de la tabla RV-2004, que entró en vigencia en el año 2005.

3. TABLAS DINÁMICAS: CONCEPTO

La tabla de mortalidad estática o de momento está basada en el tiempo biológico o edad de los individuos. Es una abstracción matemática que representa un modelo de comportamiento de un colectivo, construida a partir de las observaciones de una población real. Nos indica la reducción de un grupo inicial de individuos debido a los fallecimientos.

Estas tablas habitualmente utilizadas contienen los valores de la probabilidad de fallecimiento para las diferentes edades: q(x). A partir de las cuales se deducen los valores de sobrevivientes y fallecidos – l(x) y d(x) – utilizados para los cálculos actuariales.

Al intentar modelizar el fenómeno de la supervivencia, el parámetro fundamental que surge es la edad. Si se añade como parámetro el tiempo del calendario o generacional, se obtienen tablas de mortalidad dinámicas.

Se suelen llamar también tablas generacionales, porque las salidas del colectivo no sólo dependen de la edad sino también del año de nacimiento del individuo, puesto que las probabilidades cambian en los diferentes años por diferentes motivos (avances de la medicina, disminución del riesgo laboral, control de las catástrofes naturales, entre otros.). Esto es equivalente a decir que la probabilidad de fallecimiento de una persona de 40 años no es la misma en el año 1900 que en 1995.

A partir de los valores de q(x) se pueden construir tablas para generaciones. Al respecto, Eugenio Levi en su Curso de Matemática Financiera y Actuarial ya presentaba una idea sobre el tema, el cual se expone en forma breve a continuación.

Si se define:

q(x;t) como la probabilidad de fallecer dentro de un año para una persona que tiene la edad "x" en el momento "t".

Las probabilidades de muerte correspondiente a las distintas edades se refieren a personas nacidas en el mismo año.

Partiendo de un momento inicial, t_0, para una determinada edad y para cualquier valor $t > t_0$, se pueden construir tablas proyectadas a diferentes períodos, donde cada una de ellas contiene los valores de q(x;t) con t constante.

Si se considera una tabla de doble entrada de los valores de q(x;t), las probabilidades de fallecimiento para una persona de edad x se leen en una diagonal, en una tabla para generaciones.

Tabla 2

x \ t	0	1	2	3	…
0	**q(0;0)**	q(0;1)	q(0;2)	q(0;3)	
1	q(1;0)	**q(1;1)**	q(1;2)	q(1;3)	
2	q(2;0)	q(2;1)	**q(2;2)**	q(2;3)	
3	q(3;0)	q(3;1)	q(3;2)	**q(3;3)**	
…					

Los valores de las probabilidades de supervivencia y de los sobrevivientes que se deducen de estas tablas son diferentes a los que usualmente se utilizan con tablas estáticas.

En lugar de expresar la probabilidad de que una persona de edad "x" sobreviva "n" años como:

$$p(x;n) = \prod_{s=0}^{n-1} [1 - q(x+s)]$$

Si ahora se incorpora el tiempo "t", se convierte en:

$$p(x;n;t) = \prod_{s=0}^{n-1} \left[1 - q(x+s;t+s)\right]$$

Siendo p(x;n;t) la probabilidad de que una persona de edad "x" en el momento "t", sobreviva "n" años. Es decir, alcance la edad "x+n" en el momento "t+n". Incorporando así, las sucesivas variaciones de la mortalidad.

Considerando las tasas instantáneas de mortalidad, también puede escribirse:

$$p(x;n;t) = e^{-\int_0^{n-1} \mu(x+s;t+s).ds}$$

De esta forma la tabla base que se utiliza para la formación de todas estas es la llamada tabla dinámica, con dos parámetros fundamentales: la edad (tiempo biométrico) y el tiempo cronológico.

Se trata así de extrapolar con respecto al tiempo los valores conocidos de q(x;t). Es decir que se debe elegir un tipo de función para así después determinar los parámetros.

Se puede inferir a partir del gráfico de las tasas de mortalidad un desarrollo lineal, exponencial, etc. Obviamente serán funciones decrecientes que además sean cóncavas hacia arriba de forma tal que nunca devengan en valores negativos.

4. AJUSTAMIENTO DE TABLAS DE MORTALIDAD

Para la construcción de tablas de mortalidad, se procede casi siempre a un ajustamiento de los valores observados de las series estadísticas, tratando de reflejar en forma más apropiada las probabilidades de muerte al variar la edad.

La estadística se ha ocupado de intervenir en estos métodos de ajuste de tablas de mortalidad. Estos métodos sugeridos en la literatura y usados en la práctica se pueden clasificar en dos tipos fundamentales: paramétricos y no paramétricos, según ajusten los datos a una función matemática, o por el contrario sólo se realice un suavizamiento.

También se suelen distinguir tres tipos de ajuste: gráfico, mecánico y analítico.

4.1 Métodos paramétricos

Los métodos paramétricos se caracterizan porque se basan en la hipótesis de que la medida de mortalidad elegida, q_x o μ_x, es función de la edad x, con una serie de parámetros a determinar.

La forma de las funciones matemáticas que se ajustan a los datos son diversas y vienen sugeridas fundamentalmente por el perfil que presentan las estimaciones en los estudios realizados por diferentes autores clásicos como Gompertz y Makeham, entre otros.

Las propuestas de estos autores dieron buenos resultados para datos de finales del siglo XIX y principios del XX. A partir de cambios producidos en el fenómeno de la supervivencia, como el aumento de la mortalidad en edades jóvenes, las estimaciones por medio de fórmulas como la ley de Makeham no fueron suficientes y esto dio lugar a nuevos modelos.

Para estimar el valor de los parámetros se pueden utilizar diferentes métodos, en particular se utilizan generalmente: El método de máxima verosimilitud y el método de mínimos cuadrados.

4.2 Métodos no paramétricos

Los métodos no paramétricos pretenden obtener unos nuevos valores a partir de los observados, buscando que difieran lo menos posible entre ellos. Estos métodos permiten graduar probabilidades brutas que no siguen una fórmula paramétrica clara.

El primero de los métodos que se utilizó es el método de las medias móviles, en los que se define como valor ajustado de un argumento a una media aritmética ponderada de valores observados próximos a dicho argumento. Sin embargo, estos métodos han caído en desuso y mejorados por otras alternativas.

Las actuales tendencias de ajuste utilizan las técnicas de smoothing, que básicamente consisten en modificar los datos observados mediante procedimientos que permiten obtener una nueva serie de la que se han eliminado las excesivas y no deseadas fluctuaciones.

Entre estas técnicas podemos distinguir los splines cúbicos. Un spline es polinomio cúbico definido por partes, para el cual el número máximo de derivadas existe. Los splines cúbicos intentan maximizar la bondad de ajuste pero con pocas oscilaciones.

Otra técnica de este tipo es el método de Whittaker, que tiene como objetivo minimizar una función que cumple con los criterios de ajuste y suavidad.

Los métodos de ajustamiento de la mortalidad nos permitirán incorporar el tiempo del calendario, dado que la probabilidad de fallecimiento para una edad x es diferente para cada año calendario t, para ello necesitamos desarrollar modelos que nos permitan evaluar estas predicciones.

En la tesis doctoral, presentada en la Universidad de Valencia en el año 2003, la actuaria Ana Debón Aucejo hace una interesante clasificación de los métodos de ajustamiento para tablas dinámicas.

1. *Métodos paramétricos*

Modelos que consisten en ajustar una función de mortalidad dependiente de algunos parámetros, pero también incorporando la influencia del tiempo cronológico. Existen básicamente dos tratamientos:

1.1 *Métodos estructurales*

Consisten en modelizar las probabilidades de fallecimiento q(x;t) mediante una ley de mortalidad a lo largo de los años y considerar que la influencia del tiempo cronológico sólo afecta a los valores de los parámetros de la función.

Alguno de los métodos dentro de esta clasificación son: el modelo de Heligman y Pollard, el método de Lee-Carter.

1.2 *Métodos no estructurales*

Incorporan el tiempo cronológico "t" como una variable en la función de mortalidad.

1.3 *Método logarítmico*

Una propuesta de este tipo es el método logarítmico que representa la mortalidad mediante la siguiente expresión:

$$q(x;t) = \alpha_x * \beta_x^t$$

Al aplicar logaritmo, resulta:

$$\ln q(x;t) = \ln \alpha_x + t.\ln \beta_x$$

Los parámetros que dependen de la edad se pueden determinar por alguno de los procedimientos ya conocidos, como el de mínimos cuadrados. Luego, se pueden determinar las proyecciones de las probabilidades de fallecimiento a partir de la ecuación y para valores de t posteriores al periodo de estimación.

Otra propuesta de la literatura es que la mortalidad decrece de forma exponencial, de forma que para un determinado valor $t > t_0$, se expresa:

$$q(x;t) = q(x;t_0).e^{-\lambda_x.(t-t_0)}$$

Dónde:

$q(x;t_0)$ son los valores de probabilidad de fallecimiento de la tabla base.

$e^{-\lambda_x.(t-t_0)}$ es el factor de reducción de la mortalidad.

Y el parámetro λ_x es la intensidad instantánea de disminución de la mortalidad.

$$\lambda_x = -\frac{1}{q(x;t)}.\frac{\partial}{\partial t}q(x;t)$$

Se puede observar que cuando "t" tiende a infinito la probabilidad tiende a cero.

Esta segunda expresión también puede llevarse a la forma logarítmica, resultando:

$$\ln\left[q(x;t)\right] = \ln q(x;t_0) + \lambda_{x.}t_0 - \lambda_{x.}t$$

2. *Métodos no paramétricos*

Son los modelos de ajustamiento no analíticos, a los que se les agrega la dependencia del tiempo.

3. *Métodos basados en factores de reducción de la mortalidad*

Son modelos que luego de modelizar las medidas de mortalidad incorporan la evolución de éstas a lo largo del tiempo a través de los factores de reducción o factores de mejora de la mortalidad. Tales factores, surgen a su vez de distintos tipos de modelos.

4.3 Modelos adoptados por el CMI Bureau (UK)

La Oficina de Investigación Continua de la Mortalidad (Continuous Mortality Investigation (CMI)) es un organismo creado por la industria de los seguros de vida del Reino Unido y está administrado por la Facultad de Actuarios y el Instituto de Actuarios.

Las continuas investigaciones sobre mortalidad del CMI efectúan proyecciones de las futuras mejoras en la mortalidad de los pensionistas y rentas vitalicias.

La sección 4 del Informe 10 del año 1990 del CMI contiene una descripción completa de este método para proyectar la probabilidad. En dicho informe, el CMI considera que, en base a las experiencias pasadas de mejora de la mortalidad, resulta imprudente no incorporar en las tablas para pensiones y anualidades una medida que permita proyectarlas de forma que se tengan en cuenta las mejoras en la mortalidad a lo largo del tiempo.

Estas medidas son los factores de mejora de la mortalidad, que denota como RF(x;t). Hasta donde sea posible, los factores de mejora de la mortalidad deben reflejar tendencias recientes, pero el modelo adoptado debe ser relativamente simple de forma que se eviten anomalías obvias (por ejemplo, se debe plantear si estaría justificado un modelo de mejora de la mortalidad que conduzca en tiempo futuro a probabilidades de mortalidad más bajas para mujeres que para hombres).

Los factores de reducción de la mortalidad en la práctica habitual colectiva de UK se aplican a las probabilidades de fallecimiento estándar correspondientes a un período base, y así se los ajusta a años futuros.

Sea "t" el tiempo, con origen en t = 0 (situado en el centro del año base) y q(x,t) la probabilidad de muerte entre las edades x y x+1 en el tiempo t ≥ 0, el factor de reducción se establece por la ecuación:

$$q(x;t) = q(x;0).RF(x;t)$$

Sujeto a las restricciones:

$$RF(x,0) = 1 \quad \forall x \geq 0 \quad \text{y} \quad 0 < RF(x,t) \leq 1 \quad \forall x \geq 0 \quad \forall t \geq 0$$

Las q(x,0) se determinan por ajustamiento de los tantos de mortalidad del período base de forma objetiva. Los RF(x,t) tienen una naturaleza

eminentemente subjetiva, por lo que se establece alguna opinión acerca de ellos. Finalmente pueden obtenerse los valores de q(x,t) a través de la aplicación de la fórmula enunciada precedentemente.

En el año 1999, en el Informe 17, el CMI Bureau propone un nuevo modelo para la proyección de la mortalidad para pensionistas y anualidades con tablas de mortalidad basadas en experiencias del periodo 1991-1994.

El factor de reducción es definido en términos de dos funciones lineales. La forma del modelo asume que, a cada edad, la probabilidad de fallecimiento límite es no nula y que la tasa de mortalidad decrece exponencialmente hasta su valor límite. Supone además que un porcentaje dado del decrecimiento total futuro en la mortalidad ocurrirá en los primeros 20 años, con dicho porcentaje variando con la edad.

$$RF(x,t) = \alpha(x) + [1 - \alpha(x)].[1 - f(x)]^{\frac{t}{20}}$$

Con:

$$\alpha(x) = \begin{cases} c & x < 60 \\ 1 + (1-c).\dfrac{(x-110)}{50} & 60 \le x \le 110 \\ 1 & x > 110 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} h & x < 60 \\ \dfrac{(110-x).h + (x-60).k}{50} & 60 \le x \le 110 \\ k & x > 110 \end{cases}$$

Siendo: c= 0,13 ; h=0,55 y k=0,29, valores obtenidos a partir de técnicas de ajustamiento.

Así, el factor de mejora de la mortalidad se supone dependiente de ambos, edad y tiempo del calendario, para individuos con edad entre 60 y 110 años solamente. Para las edades fuera de ese intervalo la función se mantiene constante, tomando los valores apropiados para mantener la continuidad de la función.

En el Apéndice II se muestran los valores de este factor de reducción para algunas edades.

4.4 Modelos adoptados por la SOA (USA)

La Sociedad de Actuarios (SOA) es la mayor organización profesional dedicada al servicio de sus miembros y el público en los Estados Unidos, Canadá y en todo el mundo. La visión de la SOA es que los actuarios sean los mejores profesionales en la medición y gestión del riesgo.

En el año 1995, Group Annuity Valuation Table (GAVT) Task Force realizó los estudios para el desarrollo de una nueva tabla de mortalidad para la constitución de reservas de rentas vitalicias grupales.

La nueva tabla incorpora para el cálculo de las reservas, el uso de una tabla generacional o tabla dinámica. Tal circunstancia se derivó del reconocimiento explícito relativo a las mejoras en la mortalidad que se experimentarán a futuro.

El grupo de trabajo opina en su informe que los avances en las técnicas computacionales pueden perfectamente absorber este refinamiento en los cálculos.

Se plantea una aproximación similar a la del punto precedente, definiendo el factor de mejora mediante la expresión:

$$RF(x,t) = \left(1 - AA_x\right)^{t}$$

Donde AA_x representa el factor de mejora anual en la mortalidad para cada edad "x".

El resultado de este trabajo da origen a las tablas GAM 1994 (Group Annuity Mortality Table) y GAR 1994 (Group Annuity Reserving Table), estática y dinámica respectivamente.

La construcción de estas tablas requirió de dos proyecciones a partir del año central de la estadística de 1988:

1) Proyectar las probabilidades de fallecimiento desde el año central de la estadística (1988) hasta el año base de 1994, para producir la tabla básica y estática de ese año.

2) Desarrollar los factores de proyección de la mortalidad para estimar las probabilidades de fallecimiento a partir del año 1994 en adelante, para así generar la tabla dinámica.

Para la primera tabla básica, se actualizó la experiencia de mejora de mortalidad obtenida del CSRS (Civil Service Retirement System) para el período 1987-1993. A partir de la misma el grupo de trabajo efectuó algunas adecuaciones:

- ✓ ajustes a través de Whittaker-Henderson
- ✓ tasa de mejora de la mortalidad fue determinada por mínimos cuadrados
- ✓ cambio desde el valor negativo a nulo para mujeres de edades 60-65
- ✓ un valor del 2% fue utilizado para las edades menores a 24 años.

De esta forma se elaboró la escala de factores que se utilizarían para ajustar las probabilidades desde 1988 (año central de la observación) a 1994, utilizando la siguiente fórmula:

$$q(x;1994) = q(x;1988).\left(1 - escala_x\right)^{(1994-1988)}$$

Así se obtiene la Tabla GAM-1994-Básica. La misma se anexa en el Apéndice III.

Para la proyección de la mortalidad a partir del año 1994, se optó por hacer una mezcla entre los valores de reducción de la mortalidad del CSRS y la SSA107 (Social Security Administration).

Finalmente para la obtención de los factores de mejoramiento definitivos se implementaron los siguientes ajustes finales:

- ✓ Todo factor de mejoramiento observado en las edades inferior a 85 años que resultare inferior a 0,5% fue restablecido en este importe (aspecto conservador).
- ✓ Un valor máximo del factor de mejoramiento del 2% fue establecido para edades inferiores a 60 años.
- ✓ Para las edades mayores los factores de mejoramiento fueron ajustados para arribar a un valor de 0,1% a la edad de 100 años y hacerlos nulos a partir de dicha edad.
- ✓ Se confeccionaron algunos ajustes para minimizar los efectos posibles que al cabo de un número considerable de años de proyección, la probabilidad de fallecimiento de una edad dada fuera inferior a la de una edad menor.

Basándose en las prácticas actuariales y dado que el objetivo era constituir una tabla de reservas, se consideró necesario adicionar a los resultados de la tabla básica márgenes de seguridad respecto a dos componentes:

- Márgenes por desvíos en la mortalidad y
- Márgenes por otras contingencias (antiselección).

Con todos los elementos desarrollados previamente el grupo de trabajo procede a establecer las bases sobre la cual se reproducirá una tabla dinámica.

En esencia el proceso consiste en proyectar la tabla de mortalidad a través de sus factores de mejoramiento y de esta forma producir distintas tablas estáticas para cada uno de los años 1995, 1996 y así sucesivamente.

Si por ejemplo se quisiera generar un set de probabilidades de fallecimiento para un asegurado de 65 años en el año 1997 entonces:

- La q(65,1997) podría ser tomada a partir de la tabla estática para el año 1997,

- La q(66,1998) se tomaría de la tabla estática del año 1998

- y así sucesivamente hasta llegar a la última tabla estática que corresponda en relación al cálculo deseado.

La Tabla GAR-94 incluye los valores de las q_x para cada edad en el año 1994 y asocia a las mismas los respectivos factores de mejoramiento anual que deben utilizarse para generar las correspondientes probabilidades de fallecimiento en los años posteriores al 1994.

Para generar la probabilidad de fallecimiento de una persona de edad "x" en el año y=1994+n, se utiliza la siguiente ecuación:

$$q(x;y) = q(x;1994).(1 - AA_x)^{y-1994}$$

Siendo:

q(x;1994): la probabilidad de fallecimiento para la edad "x" en el año 1994.

AA_x: el factor de mejoramiento anual para la edad "x".

La tabla a continuación ilustra el proceso, entendiendo que cada columna proviene de una tabla estática.

Tabla 3

TABLE 19

ILLUSTRATION OF THE DEVELOPMENT OF A GENERATION MORTALITY TABLE FROM STATIC MORTALITY TABLES

Age	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	...	2052
65	q_{65}^{1994}	q_{65}^{1995}	q_{65}^{1996}	q_{65}^{1997}	q_{65}^{1998}	q_{65}^{1999}	q_{65}^{2000}	q_{65}^{2001}	...	q_{65}^{2052}
66	q_{66}^{1994}	q_{66}^{1995}	q_{66}^{1996}	q_{66}^{1997}	q_{66}^{1998}	q_{66}^{1999}	q_{66}^{2000}	q_{66}^{2001}	...	q_{66}^{2052}
67	q_{67}^{1994}	q_{67}^{1995}	q_{67}^{1996}	q_{67}^{1997}	q_{67}^{1998}	q_{67}^{1999}	q_{67}^{2000}	q_{67}^{2001}	...	q_{67}^{2052}
68	q_{68}^{1994}	q_{68}^{1995}	q_{68}^{1996}	q_{68}^{1997}	q_{68}^{1998}	q_{68}^{1999}	q_{68}^{2000}	q_{68}^{2001}	...	q_{68}^{2052}
69	q_{69}^{1994}	q_{69}^{1995}	q_{69}^{1996}	q_{69}^{1997}	q_{69}^{1998}	q_{69}^{1999}	q_{69}^{2000}	q_{69}^{2001}	...	q_{69}^{2052}
.	.	.	.	.	.	.	.	.	...	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	...	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	...	.
120	q_{120}^{1994}	q_{120}^{1995}	q_{120}^{1996}	q_{120}^{1997}	q_{120}^{1998}	q_{120}^{1999}	q_{120}^{2000}	q_{120}^{2001}	...	q_{120}^{2052}

4.5 Ejemplo numérico

En el informe se presenta un ejemplo para ilustrar el procedimiento. Se quiere calcular en el año 1994 una renta temporaria de 5 años para un hombre de 63 años de edad utilizando la Tabla GAM 94-Estática y los factores de mejoramiento previamente determinados.

Este cálculo requiere las tasas de mortalidad para un hombre entre las edades 63 a 67, que serán de aplicación durante los años 1994 a 1998. Al efecto se requeriría sólo de 5 tablas estáticas abreviadas (de 63 a 67 años), sin embargo si el cálculo estuviere referido a una renta vitalicia ilimitada se requerirían del cómputo de 57 tablas estáticas, si se asume como 120 la última edad de la tabla.

Tabla 4

		1000*q(x,t)				
Edad	*AAx*	*1994*	*1995*	*1996*	*1997*	*1998*
63	1,40%	11,471	11,310	11,152	10,996	10,842
64	1,40%	12,940	12,759	12,580	12,404	12,230
65	1,40%	14,535	14,332	14,131	13,933	13,738
66	1,30%	16,239	16,028	15,820	15,614	15,411
67	1,30%	18,034	17,800	17,568	17,340	17,114

La tabla precedente muestra para cada edad, en la segunda columna los factores de mejoramiento anual correspondiente y en la columna del año 1994 se expresan las probabilidades de fallecimiento de la tabla estática.

Las probabilidades proyectadas para dichas edades durante los años 1995-1998 se calculan aplicando la fórmula presentada anteriormente.

Así:

$$q(63;1995) = q(63;1994).(1-0{,}0140)^{1995-1994} = 11{,}471*(1-0{,}0140) = 11{,}310$$

$$q(65;1996) = q(65;1994).(1-0{,}0140)^{1996-1994} = 14{,}535*(1-0{,}0140)^2 = 14{,}131$$

Ahora bien, para el cálculo de la renta temporaria por 5 años se precisa:

$$a(63;0;5) = p(63;0) + v*p(63;1) + v^2*p(63;2) + v^3*p(63;3) + v^4*p(63;4)$$

El problema es que las probabilidades de fallecimiento necesarias para efectuar este cálculo con tablas dinámicas, está dado por los valores de la diagonal:

q(63;1994) = 11,471

q(64;1995) = 12,759

q(65;1996) = 14,131

q(66;1997) = 15,614

q(67;1998) = 17,114

Por ejemplo la probabilidad de que una persona de 63 años en el año 1994, sobreviva dos años (1996), se calcularía como:

$$p(63;2;1994) = p(63;1;1994) * p(64;1;1995)$$
$$= [1 - q(63;1994)] * [1 - q(64;1995)]$$
$$= [1 - 0{,}011471] * [1 - 0{,}012759]$$
$$= 0{,}975917$$

A los fines comparativos se han calculado las rentas vitalicias ilimitadas, pagaderas en forma anual, para un hombre de 65 años con las tablas estáticas GAM 1971 y GAM 1983, y con la tabla dinámica GAM 1994. Para esta última se asume que la persona tiene 65 años en el año 1994.

Hombre de 65 años	Esperanza de vida	Renta vitalicia ilimitada
Tabla GAM 71	15,11	11,171722
Tabla GAM 83	16,69	12,023118
Tabla GAM 94	18,73	12,973790

Con respecto a la tabla GAM 71, puede observarse que la esperanza de vida aumenta 1,6 años con la GAM 83 y 3,6 años con la GAM 94. Es decir, en términos relativos, el incremento es de un 10% y 24% respectivamente. En la renta vitalicia el incremento es de un 8% con respecto a la GAM 83 y de un 16% en relación a la GAM 94.

Los gráficos a continuación ilustran la evolución de las esperanzas de vida y rentas vitalicias comparativas entre la tabla GAM 71 y GAM 94.

Gráfico 2

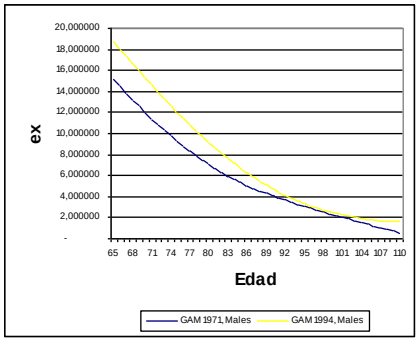
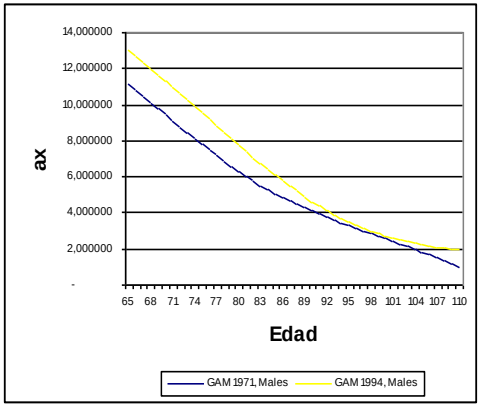


Gráfico 3



5. CONCLUSIONES

La valuación de reservas a largo plazo implica la valoración correcta de los riesgos a asumir. De considerar que la mortalidad depende también del tiempo y el hecho de que la misma está sufriendo una progresiva reducción, implica que es necesario evaluar la inclusión de estas tendencias en las valuaciones actuariales.

La no utilización de estas tablas dinámicas hasta ahora tuvo su fundamento en la complejidad de los cómputos, que hoy gracias a los avances tecnológicos ya no son tales, siendo posible su cálculo y programación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bowers Newton L. y otros. (1997): Actuarial Mathematics. Second Edition. Society of Actuaries.

Bureau, C. M. I. (1990): Continuous Mortality Investigation Reports CMIR 10. The Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, UK.

Bureau, C. M. I. (1999): Continuous Mortality Investigation Reports CMIR 17. The Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, UK.

Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía - CELADE- (2010): América Latina y el Caribe Observatorio Demográfico Nro 9 / Abril 2010.

Mortalidad. División de Población de la CEPAL. Publicación de las Naciones Unidas. Santiago de Chile, Chile.

Debón A., Montes F., y Sala R. (2003): Graduación de Tablas de mortalidad. Aplicaciones Actuariales. Departament d'Estatística i Investigació Operativa. Valencia, Universitá de Valencia.

Gonzales Galé J. (1968): Elementos de Cálculo Actuarial. Buenos Aires, ed. Macchi.

Instituto Nacional de Estadística y Censos – INDEC –: Censos Poblacionales 1991 y 2001.

Jordan C. W. (1975): Life Contingencias. Society of Actuaries.

Levi E. (1973): Curso de Matemática Financiera y Actuarial – Volumen II. Ed. Bosch.

Nieto de Alba, U.; Vegas, J. (1993): Matemática Actuarial. Madrid, ed. Mapfre.

Society of Actuaries Group Annuity Valuation Table task force, (1995): 1994 Group Annuity Mortality table and 1994 Group Annuity Reserving Table. Transactions of Society of Actuaries 1995 Vol. 47

ANEXO I

Tabla 5

LATIN AMERICA: ESTIMATED LIFE EXPECTANCY AT BIRTH, BY QUINQUENNIUM AND COUNTRY

1950-2050

Ambos sexos / *Both sexes*

País / *Country*	1950-1955	1955-1960	1960-1965	1965-1970	1970-1975	1975-1980	1980-1985	1985-1990	1990-1995	1995-2000	2000-2005	2005-2010	2010-2015	2015-2020	2020-2025	2025-2030	2030-2035	2035-2040	2040-2045	2045-2050
América Latina / *Latin America*	**51,8**	**54,7**	**57,1**	**59,1**	**61,2**	**63,4**	**65,4**	**67,3**	**69,1**	**70,9**	**72,3**	**73,5**	**74,6**	**75,6**	**76,4**	**77,2**	**77,9**	**78,5**	**79,1**	**79,6**
Argentina	62,5	64,4	65,1	65,6	67,1	68,5	69,9	70,8	71,9	73,3	74,3	75,3	76,2	77,1	77,8	78,5	79,2	79,8	80,3	80,8
Bolivia (Estado Plurinacional de/ *Plurinational State of)*	40,4	41,9	43,4	45,0	46,7	50,0	53,9	57,3	60,0	62,1	63,9	65,6	67,2	68,8	70,3	71,7	73,1	74,3	75,5	76,5
Brasil / *Brazil*	51,0	53,4	55,9	57,9	59,8	61,8	63,6	65,5	67,5	69,4	71,0	72,4	73,5	74,7	75,7	76,6	77,4	78,1	78,8	79,4
Chile	54,8	56,2	58,1	60,6	63,6	67,2	70,7	72,7	74,3	75,7	77,7	78,5	79,1	79,7	80,2	80,7	81,1	81,5	81,8	82,1
Colombia	50,6	55,1	57,9	60,0	61,7	64,0	66,8	68,0	68,7	70,3	71,6	72,8	73,9	74,8	75,7	76,6	77,3	78,0	78,5	79,0
Costa Rica	57,3	60,2	63,0	65,6	68,1	71,0	73,8	75,2	76,2	77,3	78,1	78,8	79,4	79,9	80,4	80,8	81,2	81,5	81,8	82,0
Cuba	59,5	62,4	65,4	68,6	71,0	73,1	74,3	74,6	74,8	76,2	77,1	78,6	79,1	79,6	80,1	80,5	80,9	81,3	81,7	82,0
Ecuador	48,4	51,4	54,7	56,8	58,9	61,4	64,5	67,5	70,0	72,3	74,2	75,0	75,8	76,5	77,2	77,8	78,4	79,0	79,5	80,0
El Salvador	45,1	49,3	53,0	55,6	57,1	57,2	57,2	63,1	68,0	69,0	70,1	71,1	72,1	73,1	74,0	74,9	75,7	76,4	77,1	77,8
Guatemala	42,0	44,2	47,0	50,1	53,9	56,2	58,3	60,9	63,6	66,3	68,9	70,2	71,4	72,5	73,6	74,6	75,5	76,4	77,2	77,9
Haití	37,6	40,7	43,6	46,3	48,0	50,0	51,5	53,6	55,2	56,9	58,1	60,6	62,5	64,2	65,9	67,7	69,8	71,5	72,9	74,2
Honduras	41,8	44,6	48,0	51,0	54,1	57,7	61,6	65,4	67,7	69,8	71,0	72,1	73,1	74,0	74,9	75,7	76,5	77,3	78,1	78,6
México	50,7	55,3	58,5	60,3	62,6	65,3	67,7	69,8	71,8	73,6	74,8	76,1	77,2	78,1	78,9	79,5	80,0	80,5	80,8	81,1
Nicaragua	42,3	45,4	48,6	51,9	55,2	57,6	59,5	62,2	66,1	68,4	70,8	72,9	74,5	75,7	76,7	77,2	77,7	78,0	78,2	78,3
Panamá	55,3	59,3	62,0	64,3	66,5	69,0	70,8	71,9	72,9	73,8	74,7	75,6	76,3	77,1	77,7	78,4	79,0	79,5	80,0	80,4
Paraguay	62,6	63,2	64,4	65,0	65,9	66,5	67,1	67,6	68,5	69,4	70,8	71,8	72,8	73,7	74,5	75,3	75,8	76,3	76,8	77,3
Perú	43,9	46,3	49,1	51,5	55,5	58,5	61,6	64,4	66,7	69,3	71,6	73,1	74,1	75,1	75,9	76,7	77,3	77,9	78,5	79,1
República Dominicana / Dominican Republic	46,0	50,0	53,6	57,0	59,9	62,1	64,1	66,6	69,1	70,1	71,2	72,2	73,2	74,1	74,9	75,7	76,3	76,9	77,3	77,8
Uruguay	66,3	67,2	68,4	68,6	68,8	69,6	71,0	72,1	73,0	74,1	75,2	76,2	77,1	77,9	78,6	79,3	79,9	80,5	81,0	81,5
Venezuela (Rep. Bolivariana de/ *Bolivarian Rep. of)*	55,2	58,1	61,0	63,8	66,1	67,7	68,8	70,5	71,5	72,2	72,8	73,8	74,7	75,5	76,3	77,1	77,8	78,4	79,0	79,5

Fuente: CEPAL – América Latina y el Caribe. Observatorio Demográfico Nro. 9. Cuadro 5.

ANEXO II

Tabla 6

Table 6.12. Reduction factors ×1000 with 1992 as the base year: males and females, lives and amounts.

	Time t in years, measured from 1992									
Age x	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
60	872	762	669	589	522	464	414	372	337	306
65	892	799	719	649	590	538	494	456	423	394
70	910	832	764	705	653	608	569	535	505	479
75	927	863	806	756	713	674	640	610	584	561
80	942	890	844	803	767	735	706	681	658	638
85	955	915	879	846	817	791	768	747	728	711
90	967	937	910	885	863	843	825	808	793	780
95	977	956	937	920	904	889	876	864	853	843
100	986	973	961	950	940	931	923	915	908	901

ANEXO III

Tabla 7

TABLE 18

1994 GROUP ANNUITY MORTALITY STATIC TABLE

1994 BASE YEAR

Age	Values of q_x		Age	Values of q_x		Age	Values of q_x	
	Male	Female		Male	Female		Male	Female
1	0.000592	0.000531	21	0.000530	0.000286	41	0.001156	0.000768
2	0.000400	0.000346	22	0.000556	0.000289	42	0.001252	0.000825
3	0.000332	0.000258	23	0.000589	0.000292	43	0.001352	0.000877
4	0.000259	0.000194	24	0.000624	0.000291	44	0.001458	0.000923
5	0.000237	0.000175	25	0.000661	0.000291	45	0.001578	0.000973
6	0.000227	0.000163	26	0.000696	0.000294	46	0.001722	0.001033
7	0.000217	0.000153	27	0.000727	0.000302	47	0.001899	0.001112
8	0.000201	0.000137	28	0.000754	0.000314	48	0.002102	0.001206
9	0.000194	0.000130	29	0.000779	0.000331	49	0.002326	0.001310
10	0.000197	0.000131	30	0.000801	0.000351	50	0.002579	0.001428
11	0.000208	0.000138	31	0.000821	0.000373	51	0.002872	0.001568
12	0.000226	0.000148	32	0.000839	0.000397	52	0.003213	0.001734
13	0.000255	0.000164	33	0.000848	0.000422	53	0.003584	0.001907
14	0.000297	0.000189	34	0.000849	0.000449	54	0.003979	0.002084
15	0.000345	0.000216	35	0.000851	0.000478	55	0.004425	0.002294
16	0.000391	0.000242	36	0.000862	0.000512	56	0.004949	0.002563
17	0.000430	0.000262	37	0.000891	0.000551	57	0.005581	0.002919
18	0.000460	0.000273	38	0.000939	0.000598	58	0.006300	0.003359
19	0.000484	0.000280	39	0.000999	0.000652	59	0.007090	0.003863
20	0.000507	0.000284	40	0.001072	0.000709	60	0.007976	0.004439

Tabla 8

TABLE 18—*Continued*

Age	Values of q_x		Age	Values of q_x		Age	Values of q_x	
	Male	Female		Male	Female		Male	Female
61	0.008986	0.005093	81	0.068615	0.043952	101	0.333461	0.296629
62	0.010147	0.005832	82	0.075532	0.049153	102	0.350330	0.317093
63	0.011471	0.006677	83	0.082510	0.054847	103	0.368542	0.338505
64	0.012940	0.007621	84	0.089613	0.060979	104	0.387855	0.361016
65	0.014535	0.008636	85	0.097240	0.067738	105	0.407224	0.383597
66	0.016239	0.009694	86	0.105792	0.075347	106	0.425599	0.405217
67	0.018034	0.010764	87	0.115671	0.084023	107	0.441935	0.424846
68	0.019859	0.011763	88	0.126980	0.093820	108	0.457553	0.444368
69	0.021729	0.012709	89	0.139452	0.104594	109	0.473150	0.464469
70	0.023730	0.013730	90	0.152931	0.116265	110	0.486745	0.482325
71	0.025951	0.014953	91	0.167260	0.128751	111	0.496356	0.495110
72	0.028481	0.016506	92	0.182281	0.141973	112	0.500000	0.500000
73	0.031201	0.018344	93	0.198392	0.155931	113	0.500000	0.500000
74	0.034051	0.020381	94	0.215700	0.170677	114	0.500000	0.500000
75	0.037211	0.022686	95	0.233606	0.186213	115	0.500000	0.500000
76	0.040858	0.025325	96	0.251510	0.202538	116	0.500000	0.500000
77	0.045171	0.028366	97	0.268815	0.219655	117	0.500000	0.500000
78	0.050211	0.031727	98	0.285277	0.237713	118	0.500000	0.500000
79	0.055861	0.035362	99	0.301298	0.256712	119	0.500000	0.500000
80	0.062027	0.039396	100	0.317238	0.276427	120	1.000000	1.000000

MODELIZACIÓN DE TARIFAS EN SEGUROS DE RIESGO DE TRABAJO UTILIZANDO METODOLOGÍAS BAYESIANAS[1]

Roberto Eugenio Zareba
María Alejandra Metelli

INTRODUCCIÓN

El seguro de riesgos del trabajo tiene como finalidad reparar los daños derivados de accidentes de trabajo y de enfermedades profesionales, incluyendo la rehabilitación del trabajador damnificado, así como también promover su recalificación y recolocación en el mercado laboral. Como puede observarse en esta conceptualización, y basándose en la Ley de Riesgos de Trabajo (LRT) 24.557, se puede inferir la variedad de prestaciones, tanto dinerarias como en especie, a brindar como pago único o en un horizonte temporal, que son provocadas por múltiples riesgos tales como accidentes en el lugar de trabajo, in itínere, y enfermedades profesionales. Esto conlleva a eventos de distinto tipo, como algún tipo de atención médica puntual, incapacidades de diversos grados de gravedad, así como también hasta la muerte misma del trabajador.

Es así como se denota la alta complejidad a la hora de tarificar este tipo de seguro abarcando diferentes riesgos y prestaciones, los cuales conforman un gran abanico de situaciones a tener en consideración. Debido a esto, los modelos de tarificación de primas de seguros de riesgos de trabajo desarrollados históricamente en fuentes bibliográficas, del mismo modo que los utilizados actualmente por las aseguradoras, son variados y no es posible generalizar una conducta determinada. Dentro de estas orientaciones se encuentra la utilización de herramental bayesiano, el cual será centro de estudio del presente trabajo.

De esta forma, se buscará desarrollar un modelo en el cual, mediante la utilización del enfoque bayesiano, permita tarificar dicho seguro. En primera medida se analizará la legislación respectiva al campo de aplicación en cuestión, apoyándose en la LRT con el objetivo de establecer el valor actuarial de las prestaciones potenciales a brindar, sujeto a los riesgos contingentes a los cuales el asegurado se expone. Así se estará en conocimiento del alcance total en cuanto de prestaciones a brindar, y será

[1] Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

la manera en que se esté en condiciones de comenzar a modelizar con sólidos cimientos al respecto.

Ahora bien, debido a cuestiones metodológicas a desarrollar posteriormente se establecerán las bases del modelo, con utilización del herramental bayesiano, que permita determinar la tarifa del seguro. De esta manera, se expondrán dos enfoques bayesianos para abordarlo: el paramétrico y el no paramétrico, mostrando sus ventajas e inconvenientes.

En el primero se modelizará la frecuencia y la intensidad de los siniestros con el fin de obtenerse finalmente la prima pura. Para ello se utilizarán como funciones de verosimilitud la familia de funciones lineales exponenciales, desplegando sus parámetros estructurales funciones a priori conjugadas. Así, éstos irán actualizando su distribución en función de las observaciones muestrales. A su vez se expondrán diversos análisis de inferencia bayesiana y robustez, con el fin de lograr un entendimiento crítico y en profundidad del modelo resaltando sus características.

Por su parte, el abordaje no paramétrico a utilizar estará basado en el modelo de Buhlmann-Straub, logrando establecer la tarifa al combinar la prima colectiva de todas las clases de riesgo, con la experiencia propia de cada una de ellas. Este desarrollo logra incorporar la ponderación adecuada según el nivel de exposición que muestra cada una de las clases respectivas.

Es así como finalmente, en base a datos brindados por la Superintendencia de Seguros de la Nación (SSN) apoyados en la colaboración de la Superintendencia de Riesgos del Trabajo (SRT), se mostrará la aplicación numérica de los desarrollos teóricos respectivos obteniéndose las tarifas teóricas para el ejercicio económico 2008-2009 mediante ambos modelos, analizando sus desviaciones con los datos empíricos observados.

1. PRESTACIONES SEGÚN LA LEGISLACIÓN VIGENTE

Teniendo como base la LRT, siendo complementada y modificada por 301 normas (Leyes, Resoluciones y Decretos, entre otras), se desarrollará el conjunto de prestaciones y tipos de siniestros potenciales a ocurrir dentro del marco regulatorio vigente. A tal fin, se establecerán con precisión las prestaciones a brindar frente a los distintos eventos a acontecer. Dicha exposición se compone de la descripción conceptual de

las mismas, mediante la interpretación de la norma, y la formulación a través de las bases actuariales utilizadas en los seguros personales, buscando una representación clarificadora del conjunto de prestaciones. Si bien dicho enfoque no será el finalmente utilizado en el modelo de tarificación del presente trabajo debido a justificaciones que se expondrán posteriormente, se puede considerar de interés como contribución académica, dimensionar el objeto de estudio; así como también su utilización con otros fines, como la estimación de reservas en el ramo, entre otros.

En primera medida se desarrollarán los aspectos generales, para luego ir profundizando su nivel de análisis. Así puede observarse que las contingencias a cubrir por el seguro de riesgos del trabajo serán:

- *Accidentes de Trabajo (AT):* "todo acontecimiento súbito y violento ocurrido por el hecho o en ocasión del trabajo, o en el trayecto entre el domicilio del trabajador y el lugar de trabajo, siempre y cuando el damnificado no hubiere interrumpido o alterado dicho trayecto por causas ajenas al trabajo."[2]
- *Enfermedades Profesionales (EP):* aquella enfermedad producida por causa del lugar o del tipo de trabajo. Existe un Listado de Enfermedades Profesionales establecido, en el cual se identifica el agente de riesgo, cuadros clínicos, exposición y actividades en las que suelen producirse estas enfermedades. A su vez, la Comisión Médica Central[3] será la que definirá si se reconoce la enfermedad profesional si ella no se encuentra en el listado y se sospecha que es producida por el trabajo, mediante denuncia pertinente.

Por otro lado, según el tipo evento ocurrido, dará lugar a distintos tipos de prestaciones que deberá afrontar la Aseguradora de Riesgos del Trabajo (ART):

- *Prestaciones en especie:* aquellas que se basan en la entrega de un bien o servicio, los cuales incluyen asistencia médica y farmacéutica,

[2] LRT. Art 6. Apartado 1.

[3] Las Comisiones Médicas y la Comisión Médica Central serán las encargadas de determinar la naturaleza laboral del accidente o de la enfermedad profesional; el carácter y grado de la incapacidad; el contenido y alcances de las prestaciones en especie. Asimismo, podrán revisar el tipo, carácter y grado de la incapacidad, y, en las materias de su competencia, resolver cualquier discrepancia que pudiera surgir entre la ART y el damnificado o sus derechohabientes. LRT, Art 21.

prótesis y ortopedia, rehabilitación, recalificación profesional, y servicio funerario[4].

- *Prestaciones dinerarias:* consistente en la entrega de una suma monetaria. Las mismas pueden deberse a días caídos (es decir, el devengamiento del ingreso base diario por cada día no trabajado); indemnizaciones de distintos valores según el grado de invalidez; de pago periódico o por única vez; así como también pagos judiciales por causas judiciales debido a disconformidad ante el monto indemnizado establecido, o por responsabilidad civil de la ART[5].

Teniendo en consideración las posibles contingencias y las prestaciones a afrontar se puede establecer entonces el cálculo de la prima pura tal que sea suficiente para cubrir los costos siniestrales en función de su frecuencia de ocurrencia y magnitud, es decir,

[1]

Siendo : prima pura, : frecuencia de ocurrencia del siniestro, : Intensidad del siniestro, medido en unidades monetarias (u. m.).

Para el caso analizado, como bien ha sido mencionado, se tendrá una valuación individualizada de las primas puras en función de cada uno de los posibles tipos de eventos a ocurrir ( ). Por ello se tendrá:

[2]

Por otro lado, con el fin de evitar una notación engorrosa, es el momento de aclarar que el monto de la prima pura obtenido será aquel que cubra la ocurrencia del evento durante un intervalo de tiempo unívocamente relacionado a la base temporal analizada en el valor de la frecuencia ( ). Como bien se estipula en la LRT, y de esta manera trabaja el mercado asegurador respectivo, a lo largo del presente trabajo siempre se trabajará con datos, mediciones, cálculos y, por consiguiente, primas puras para periodos anuales. Dicha consideración puede modificarse (para obtener primas mensuales, por ejemplo) mediante la sencilla equivalencia matemática necesaria correspondiente.

[4] LRT. Art 20. Apartado 1.

[5] Si es que se demuestra la existencia de un nexo causal entre el siniestro y la omisión o deficiencia en el cumplimiento por parte de la ART de sus deberes legales en materia de prevención y seguridad en el trabajo.

Dependiendo de las características del fenómeno analizado, el nivel de detalle de la información y la conveniencia de cálculo, es posible modelizar en un mayor o menor grado de desagregación. Es así como podría obtenerse la prima pura para cada tipo de evento analizado, y luego agregarlas en la prima pura total; o conseguir de forma directa una prima pura global. En distintas etapas del presente trabajo se utilizarán estos enfoques.

Habiéndose establecido los conceptos anteriores, se está en condiciones de desarrollar en profundidad los tipos de siniestros potenciales, con las coberturas respectivas:

Siniestro prestaciones en especie (PE): aquel donde la contingencia acaecida conlleve a una obligación por parte de la ART a brindarle únicamente bienes o servicios al trabajador siniestrado. Remitiéndose a [2], se puede determinar la . Utilizando las bases actuariales de los seguros personales empleadas por la bibliografía internacional, se tiene:

[3]

siendo, : persona activa de edad sobreviva hasta a todas las causas; y : tasa instantánea de ocurrencia de siniestro que conlleve a brindar sólo prestaciones en especie por parte de la ART.

Por su parte, I_{PE} será la intensidad del siniestro PE, la cual podría ser establecida de diversas maneras: mediante alguna distribución paramétrica particularizada; empíricamente obteniendo el cociente entre los montos totales pagados por PE con relación al total de casos PE ocurridos en un periodo temporal; entre otras. En este caso, en función de la edad:

[4]

siendo, : variable aleatoria que indica el monto " " en u.m. que debe afrontar la ART en concepto de prestaciones en especie por el siniestro PE que sufre el individuo de edad .

Antes de continuar con la próxima prestación, debe ahondarse sobre un concepto que es utilizado en la legislación para establecer el pago de muchas de las indemnizaciones contempladas: el Ingreso Base diario (IB_d) y el Ingreso Base mensual (IB_m). Se considera ingreso base la cantidad

que resulte de dividir la suma total de las remuneraciones sujetas a aportes y contribuciones, con destino al Sistema Integrado Previsional Argentino (SIPA), devengadas en los doce meses anteriores a la primera manifestación invalidante, o en el tiempo de prestación de servicio si fuera menor a un año, por el número de días corridos comprendidos en el período considerado. A su vez, el valor mensual del ingreso base resulta de multiplicar la cantidad obtenida mencionada anteriormente, por 30,4[6]. O sea,

[5]

siendo , donde Meses contribuyendo al SIPA.

Ocurriendo la contingencia entre y . Siendo : edad de contratación del seguro; los meses; : sueldo bruto del empleado a recibir al inicio del mes respecto al mes de contratación a la edad . Luego,

[6]

Por otra parte, pueden presentarse prestaciones en especie en cada uno de los estadios en el que se encuentre el asegurado siniestrado. Es así como, en la intensidad de cada uno de los siniestros establecidos a continuación debe agregarse un término referente a ello del tipo entendiéndose como tal a la variable aleatoria que indica el monto " " en u.m. que afronta la ART en concepto de prestaciones en especie por el siniestro de tipo *i*, del individuo siniestrado de edad x. En base a estos conceptos, se continúa la exposición.

Siniestro incapacidad laboral temporaria (ILT): se deberá abonar una prestación de cuantía igual al ingreso base a partir del día siguiente a la primera manifestación invalidante y mientras dure el periodo de ILT (exceptuando los primeros diez días, los cuales son a cargo del empleador). Así, la ART efectuará el pago al empleado con ILT, y realizará los aportes y contribuciones respectivas a los subsistemas de seguridad social correspondientes. Remitiéndose a [2], la se da en función de:

[7]

[6] LRT. Art 12. A su vez, debe contemplarse que el monto compuesto por los sueldos brutos incluye los conceptos de vacaciones y aguinaldo.

siendo, : tasa instantánea de ocurrencia de la primera manifestación invalidante que conlleve a la incapacidad laboral temporaria del empleado, : sobrevivir desde hasta estando en condición invalidante, como lo establece la definición ILT, : porcentaje contributivo del sueldo a cargo del empleador, : momento del año desde el cual comienza a hacerse cargo la ART por el pago dinerario en concepto de ILT (es decir, corridos los diez primeros días de la primera manifestación invalidante).

A su vez, puede manifestarse una variada gama de eventos invalidantes, entendiéndose como tales a todos aquellos que, pasado el periodo ILT, presenten algún grado de incapacidad. Serán considerados así como Incapacidad Permanente. Ahora bien, debido a la complejidad suscitada al evaluar el grado invalidante, se puede arribar en primera instancia a una situación de Incapacidad Permanente Provisoria[7], para finalmente alcanzar, si así se dispone, la Incapacidad Permanente Definitiva. De esta manera se desdobla en dos posibles prestaciones, las cuales a su vez se diferenciarán, según el grado de incapacidad, en cuatro: parcial leve, parcial grave, total y gran invalidez. Se procede a su respectivo análisis:

Siniestro parcial leve: se considera como tal a todo aquél que, determinado por las Comisiones Médicas, haya generado un grado de incapacidad igual o inferior al 50%. Al declararse como definitiva como bien fue expuesto previamente, la prestación será una indemnización de pago único, equivalente a cincuenta y tres veces el valor mensual del ingreso base, multiplicado por el porcentaje de incapacidad y por un coeficiente que resultará de dividir el número sesenta y cinco por la edad del damnificado a la fecha de la primera manifestación invalidante, siendo que la indemnización que corresponda nunca será inferior al monto que resulte de multiplicar ciento ochenta mil pesos ($ 180.000.-) por el

[7] Excepto para Incapacidad Parcial Leve, donde se declara el estado Definitivo, sin existir etapa Provisoria.
Por otro lado, la duración de la ILP como provisoria para aquellos grados de incapacidad comprendidos podrá ser de hasta los treinta y seis meses siguientes a su declaración. Plazo a extenderse a veinticuatro meses más por las Comisiones Médicas, si no existiera certeza del carácter definitivo de la incapacidad.

porcentaje de incapacidad. O sea, la prima pura será, considerando frecuencia de ocurrencia e intensidad respectivamente:

[9]

— [10]

siendo: : tasa instantánea de ocurrencia de declaración definitiva de , : tiempo hasta la declaración definitiva de . Así también:

[11]

Siniestro parcial grave: será todo aquél que, determinado por las Comisiones Médicas, haya generado un grado de incapacidad superior al cincuenta por ciento e inferior al sesenta y seis por ciento. La prestación en etapa provisoria consiste en el pago del Ingreso Base ponderado según el nivel de incapacidad presentado. Es así como la prima pura se configura, remitiéndose a [2] con en base a:

[12]

[13]

donde: : porcentaje de incapacidad, : tasa instantánea de ocurrencia de entrada en la etapa provisoria de ILP Grave, : probabilidad de mantererse en estado de desde hasta el momento , : tiempo transcurrido hasta entrar en estado .

En el caso de determinarse el siniestro grave definitivo, se brindará una renta periódica[8] igual al valor mensual del ingreso base multiplicado por el porcentaje de incapacidad. Su valor actual esperado en ningún caso será inferior al monto que resulte de multiplicar ciento ochenta mil pesos ($ 180.000.-) por el porcentaje de incapacidad. Brindándose también una prestación adicional de ochenta mil pesos ($ 80.000.-). Es decir:

[8] A saber: los pagos contados son efectuados directamente por la ART; mientras que las rentas periódicas serán realizadas por una compañía de seguros de retiro a la cual se le abonó su respectivo valor.

[14]

[15]

[16]

Siniestro total: todo aquél que, determinado por las Comisiones Médicas, haya generado un grado de incapacidad superior al sesenta y seis por ciento. La prestación en etapa provisoria es la misma conceptualmente al caso de siniestro parcial grave, con la diferencia que siempre. Por ello, análogamente a las fórmulas [12] y [13]:

[17]

[18]

Al alcanzar el carácter definitivo, se establece como cincuenta y tres veces el ingreso base mensual multiplicado por el cociente entre sesenta y cinco y la edad del damnificado a la fecha de la primera manifestación invalidante; sin ser inferior a ciento ochenta mil pesos ($ 180.000). Adicional a ello, se darán cien mil pesos ($100.000.-). Así:

[19]

—

[20]

[21]

Siniestro gran invalidez: Se considera que un damnificado está en situación de Gran Invalidez cuando tiene una Incapacidad Laboral Permanente Total y necesita la asistencia continua de otra persona para realizar los actos elementales de la vida.

En la etapa provisoria, será la misma cuantía que otorgan los conceptuados como Totales. Por ello, remitirse a las fórmulas [17] y [18], modificándose por .

En la etapa definitiva, será la misma que en el caso de Siniestro Total, adicionándose una renta mensual [9] de dos mil pesos ($ 2.000.-), ajustándose del mismo modo que lo hagan las prestaciones del SIPA, de acuerdo a lo dispuesto en las leyes Nº 24.241 y 26.417. O sea:

[22]

—

[23]

[24]

con . Siendo el coeficiente en base al índice de ajuste establecido por ley.

Siniestro mortal: si el siniestro provoca la muerte del asegurado, los derechohabientes recibirán cincuenta y tres veces el ingreso base mensual, multiplicado por el cociente entre el número sesenta y cinco y la edad del damnificado a la fecha de la primera manifestación invalidante, no pudiendo ser inferior a ciento ochenta mil pesos ($ 180.000). Brindándose adicionalmente de un monto de ciento veinte mil pesos ($ 120.000). Algebraicamente:

[25]

— [26]

Finalmente, la será, considerando [2] en base a todas las fórmulas anteriores:

[27]

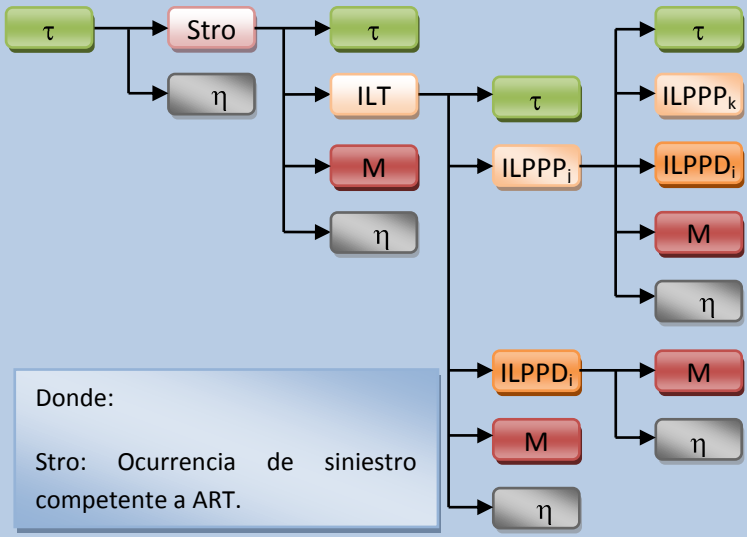
[9] En referencia a la nota al pie número siete (7), es importante aclarar que en este caso particular, la renta mensual adicional la paga de modo directo la ART, y no así una compañía de seguros de retiro.

con . Con .

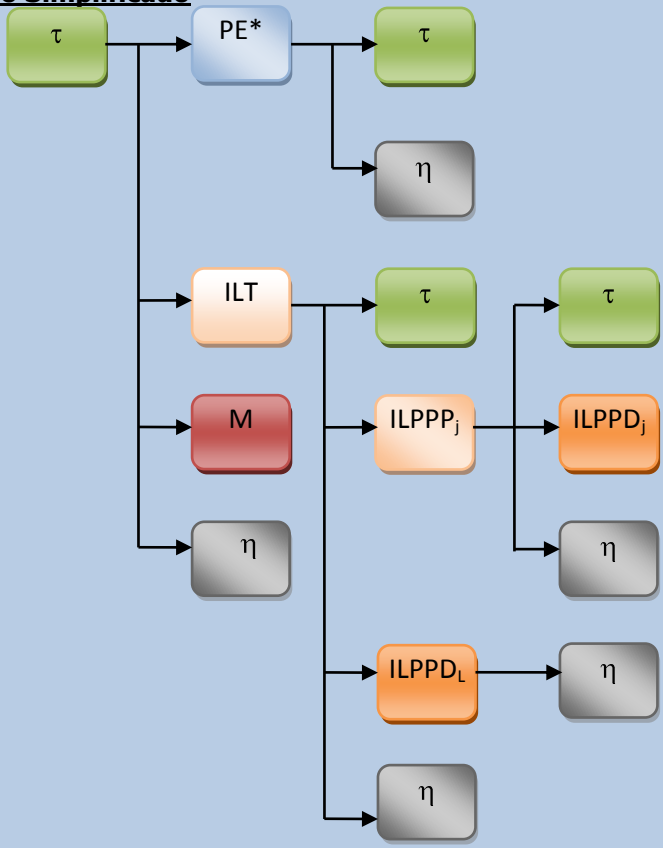
Para terminar de ilustrar las prestaciones, y lograr el cabal entendimiento de las mismas, se adjuntan los siguientes cuadros a continuación, mostrando la cronología de eventos a suscitarse en la evolución de un siniestro competente al ámbito de Riesgos del Trabajo. Se muestra el modelo completo, así como el simplificado a utilizar en el análisis desarrollado en el presente trabajo:

Cronología posible de eventos en la evolución de un siniestro de Riesgos del Trabajo

Modelo Completo



Modelo Simplificado



j: G, T, GI.

η: no pertenecer más a cobertura de ART por despido, renuncia, fallecimientos por otras causas, etc.

* Si bien PE no es un estado propiamente en la realidad (ya que consiste en recibir prestaciones en especie, sin días caídos), debido a la posible dependencia en la ocurrencia de un siniestro dado la ocurrencia previa

Como bien puede observarse, se ha planteado para la claridad y entendimiento del seguro, fórmulas con bases técnicas actuariales

utilizadas en el ramo Vida. Claramente se denota en este tipo de modelos la dependencia de la ocurrencia del evento con respecto a la variables: x (edad del sujeto a la contratación, momento de valuación del seguro) y t (tiempo transcurrido hasta la ocurrencia del evento). Así, pueden establecerse las tarifas como fue expuesto anteriormente, mediante el cálculo de las correspondientes funciones, planteadas en el plano continuo, y con un nivel de detalle pormenorizado en cuanto a los diversos eventos contingenciales a ocurrirle al asegurado. La modelización de estas funciones dependientes de las variables x y t, podrían establecerse de diversas maneras, tales como:

- Utilización de tablas de mortalidad e invalidez ya construidas, tales como CSO, GAM, MI, ARG, ente muchas otras, que se adapten al modelo planteado.[10]
- Funciones paramétricas: asociadas a Vida tales como Gompertz, Makeham I y II; o funciones de densidad de probabilidad, Poisson, Binomial, Exponencial, etc.
- Desarrollos empíricos no paramétricos, basados en evidencia muestral.
- Graduación bayesiana, la cual consiste en la generación de tasas suavizadas de mortalidad en base a tablas de mortalidad, al combinarlas con los datos muestrales observados.

Esto último mencionado podría lograr combinar la robustez estadística de tablas de mortalidad ampliamente aceptadas en cuanto a ocurrencia de invalideces y fallecimientos ajustándose a la experiencia en el ámbito laboral en base a las estadísticas de accidentes observadas. De esta manera, a modo de ejemplo podría desarrollarse un planteo basado en el modelo de graduación de Whittaker[11] logrando ajustar la tabla en base a la siniestralidad observada, de forma suavizada. Sin embargo, no será objetivo del presente trabajo desarrollar dicho estudio ya que el ramo

[10] Denótese la implicancia de ellas, siendo la GAM71 y MI85 tablas utilizadas por las compañías de seguros de retiro y ARTs para la determinación de los capitales y rentas a otorgar. Por ejemplo, la Resolución 30.733/05 establece la utilización de las tablas de mortalidad respectivamente mencionadas para la valuación de reservas para los casos de Incapacidad Laboral Leve, Grave; Total y Gran Invalidez.

[11] El modelo Estándar de Graduación de Whittaker determina las tasas de ocurrencia minimizando F + h.S.

El primer término establece el nivel de ajuste entre las estimaciones; mientras que el segundo sumando es una medida de suavidad de las estimaciones, siendo h un valor seleccionado por el actuario a juicio personal dándole relevancia al ajuste o suavidad.

Riesgos del Trabajo presenta ciertas características que terminan quitándoles consistencia a modelos que esgrimen bases actuariales ampliamente utilizadas en seguros personales, para el establecimiento de tarifas.

En primera medida, la relación unívoca entre probabilidad de ocurrencia de las distintas contingencias con respecto a la edad de la persona no es totalmente vinculante. Como bien puede observarse en un informe[12] emitido por la SRT, analizando información estadística brindada por ésta, diversas variables muestran una correlación significativa con respecto a las distintas probabilidades de ocurrencia de siniestros. Entre ellas se mencionan: a*ctividad económica* en que opera la empresa tomadora del seguro, *tamaño* y *zona geográfica* de la misma, así como también *género* y *edad* del empleado asegurado. Dependiendo del tipo de evento analizado de los múltiples cubiertos, se observa un mayor o menor nivel explicativo de la variable *edad* en relación a su ocurrencia. A su vez, queda evidenciado en dicha publicación, que de los atributos más explicativos se encuentra *actividad económica*. Por ejemplo, es claro que rubros tales como aquellos relacionados a Servicios Financieros o Instrucción y Enseñanza, presenten bajas tasas de accidentabilidad en comparación a aquellas en la Construcción o Minería. Siguiendo con el mismo concepto, si bien es cierto que determinados accidentes de trabajo y enfermedades profesionales manifiestan clara relación respecto a la edad del empleado y su antigüedad, la mayoría de ellos no lo hacen así. Es decir, hay gran cantidad de eventos aleatorios que se relacionan más a cuestiones estructurales de la industria, bases culturales, y ámbito laboral. Es así como la exposición a productos químicos podría relacionarse en cierta medida a variables temporales tales como edad y tiempo de exposición al mismo; pero lejos de ello están hechos generadores tales como explosiones, derrumbes, incendios, atropellos, entre otros.

Así también, el estudio de las prestaciones en especie, es decir, el servicio de asistencia médica y farmacéutica, prótesis y ortopedia, rehabilitación, recalificación profesional, y servicio funerario, demuestra que un análisis más apropiado se lograría considerando la probabilidad de casos favorables en relación a los casos posibles, y la distribución de

[12] La Accidentabilidad Laboral en la Argentina, desde una Perspectiva de Género y Actividad Económica. Superintendencia de Riesgos del Trabajo. Instituto de Estudios Estratégicos y Estadísticas. Marzo 2011.

montos que pudiese presentar con bases empíricas y distribuciones paramétricas en la medida de lo posible.

Por otro lado, siendo un seguro de duración periódica, con renovación anual, el componente financiero no es un elemento completamente significativo a la hora de la valuación de las prestaciones potenciales a brindar (exceptuando los siniestros graves, y gran invalidez, los cuales presentan rentas periódicas a largo plazo), ya que en su mayoría representan pagos en especie de relativa inmediatez y pagos únicos. Aunque obviamente será un componente clave a considerar a la hora de establecer las políticas de inversión de la masa de dinero en concepto de primas cobradas.

Por último y a modo concluyente, si bien el desarrollo algebraico formulado presenta un alto nivel de detalle, el cual mediante una base axiomática fuerte podría simplificarse; complejo sería conectar la actividad de la empresa tomadora del seguro brindado por ARTs con modelos actuariales de bases Vida, utilizando tablas de mortalidad e invalidez y fórmulas paramétricas para establecer la tarifa, manteniendo significativa robustez ya que debido a la cantidad de subestados posibles y edades de los potenciales asegurados, se necesitaría una base muestral con un alto nivel de detalle y de prolongado periodo temporal.

Es así como se desarrollará un modelo orientado a las bases técnicas utilizadas en el ramo Patrimonial donde, referenciando a la fórmula [1], las bases de determinación de la prima pura a cobrar se lograrán analizando la probabilidad de ocurrencia de los siniestros, y la distribución de probabilidad de montos a generar por éstos.

Como bien fue mencionado anteriormente, la vinculación de la Actividad Económica que desarrolla la empresa tomadora, con respecto a la probabilidad de ocurrencia de siniestros será el núcleo básico del análisis en profundidad que se desarrollará a continuación. Es así como, fundado en la corriente estadística bayesiana, mediante información histórica muestral (obtenidas a través de la SSN) de las empresas pertenecientes a los distintos sectores económicos, se modelizarán las tarifas globales buscando la suficiencia de prima con respecto al monto a cobrarle al tomador, para hacer frente al costo de los siniestros ocurridos.

Para ello se analizarán dos tipos de modelos: el paramétrico; y el no paramétrico o empírico. Cada uno presenta sus ventajas y desventajas,

beneficios e inconvenientes, que se expondrán en el momento correspondiente.

2. EL ENFOQUE ESTADÍSTICO BAYESIANO PARA LA MODELIZACIÓN DE TARIFAS

Con el objetivo de lograr la suficiencia de prima, debe cobrarse a cada uno de los asegurados, previamente al periodo de exposición, la suma tal que logre reunir la masa dineraria necesaria para hacer frente a los montos de los siniestros incurridos (prima pura), así como también los gastos comerciales, administrativos, impuestos y tasas, y margen de rentabilidad del negocio (arribándose al premio).

Sin escapar del alcance del presente trabajo, se estudiarán los componentes que hacen a la determinación de la prima pura, es decir, el estudio de las variables que generan las erogaciones relacionadas a la ocurrencia del siniestro. Dicho en otros términos, serán todas aquellas que, debido a la contingencia acaecida impliquen la atribución directa de sumas dinerarias (ya sea en desembolso monetario directo al asegurado siniestrado, o bien por el pago en bienes o servicios brindados al mismo).

Dado un conjunto *n* de asegurados, generarán r siniestros a lo largo de un periodo,. Los mismos presentarán los montos ( ) respectivos asociados. Es así como el conjunto global de montos (S) será:

[28]

De esta manera, el monto a cobrar en concepto de prima pura a cada uno de los asegurados será la enésima parte, es decir:

[29]

La cual mediante trabajo algebraico, puede discriminarse entre la frecuencia de ocurrencia y la intensidad siniestral promedio (multiplicando miembro a miembro por r, y operando convenientemente):

[30]

Quedando demostrada así la fórmula [1], y la posibilidad de estudiar la prima pura como un análisis individualizado de la frecuencia y la intensidad media siniestral que presenta el asegurado.

Ahora bien, dicho estudio será realizado mediante el enfoque bayesiano como ya fue mencionado previamente. La inquietud concreta es qué se entiende por la estadística bayesiana aplicada a los modelos actuariales. Mediante la utilización del Teorema de Bayes, al corolario que puede arribarse es el siguiente:

[31]

Es así cómo, a través de una interpretación adecuada de la anterior fórmula con relación al campo actuarial, puede lograrse combinar la información a priori, conocimiento subjetivo y juicio del actuario sobre los parámetros estructurales del proceso (en este caso), con las observaciones empíricas (B). A través de este proceso entonces se logra actualizar el conocimiento que se tenía sobre las características propias del riesgo analizado (arribando así a). Ello es así ya que la estadística bayesiana establece que (a diferencia de la estadística clásica donde los parámetros toman un valor puntual, verdadero pero desconocido) los parámetros que describen la caracterización del riesgo son representados mediante un rango de valores posibles a tomar que se irá delineando y describiendo, a través de los datos muestrales observados.

Para clarificar lo mencionado anteriormente se profundizará al respecto. Sea X un vector de observaciones de un proceso tal que puede ser representado mediante la distribución , donde es un vector de parámetros desconocidos que lo modela. Ahora bien, como fue expresado, toda la información previa y juicio del actuario es incluido con el fin de poder establecer una función de distribución del vector , . De esta forma, combinando la información inicial, volcada en , con las observaciones muestrales del vector X, se obtiene, instrumentando el Teorema de Bayes, la nueva distribución a posteriori del parámetro que explica el proceso. Es decir, adaptando la fórmula [31][13]:

[32]

Una vez obtenida la descripción a posteriori del parámetro , es allí cuando el actuario se ve en condiciones de llevar a cabo las estimaciones adecuadas y pertinentes, al lograr combinar el conocimiento previo con la

[13] De aquí en adelante se utilizará por nomenclatura general que, tanto las variables aleatorias como los vectores de información muestral, serán expresados en mayúsculas debido a que será claro cuándo corresponde a cada situación.

robustez de los datos observados. Lo positivo de este enfoque es que no sólo logrará obtener estimaciones puntuales como lo hace la escuela clásica, sino también se verá en condiciones de realizar estudios de rango y diferentes tipos de inferencias, como Intervalos de Credibilidad por citar un ejemplo.

Siguiendo este razonamiento, puede obtenerse la función de distribución predictiva que establezca el comportamiento de la variable aleatoria para el periodo que se está infiriendo. En base al conjunto de observaciones , se actualizó la distribución tomada por el parámetro estructural θ quedando ahora . Se puede así obtener la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria Xn+1, conocida como función predictiva , mediante:

[33]

Así también se denota como logra delinearse la tarifa, considerando que el parámetro de riesgo se extiende dentro de una distribución de valores según las características propias del asegurado (o sub-clase de asegurado). Es así como puede lograrse el objetivo perseguido por las ciencias actuariales de tarificar buscando la solvencia de entidad aseguradora, pero así también ser justos (lo que se conoce como principio de la equidad) con respecto a cada uno de los asegurados particularizados[14]. De esta manera, el conocimiento a priori es ajustado con las observaciones empíricas, sintetizando ambas fuentes de información para extraer conclusiones y tomar decisiones.

De esta forma se pueden apuntar dos importantes particularidades respecto al desarrollo de los enfoques bayesianos. En primer lugar el gran abanico de posibilidades de caminos de acción respecto a la modelización a desarrollar. Esto es así debido a que se puede combinar creencias totalmente subjetivas del actuario con la experiencia muestral (muy útil por ejemplo en nuevas líneas de seguro que no presenten información histórica vinculante); así también podría fusionar la información de un ramo en su totalidad que presenta información robusta y representativa de una población con rasgos muy generales, con la de un subgrupo pequeño particularizado que presente características y riesgos propios, pero su

[14] El análisis podría darse en distintas dimensiones: Rubro de empresa tomadora del seguro; Empresa tomadora de seguro individualmente considerada; Atributos del empleado asegurado; entre otros.

información muestral sea insuficiente para adoptar una tarifa confiable; o por ejemplo, la tarificación específica a un asegurado particularizado en base a su propia experiencia acumulada en el pasado debido a que no despliega un patrón de riesgo homogéneo a su grupo de pertenencia (ejemplo de ello son los sistemas tarifarios Bonus Malus utilizado en el ramo Automóviles). La otra característica interesante es que, si bien la esencia y el natural enfoque bayesiano se vincula al desarrollo paramétrico relacionado al Teorema de Bayes, diversos estudios de académicos han logrado desarrollar métodos bayesianos mediante aproximaciones lineales y variedad de métodos numéricos (presentando ventajas particulares), pudiendo desarrollar así un conjunto de estudios no paramétricos o semiparamétricos, los cuales llegan a resultados adecuados y consistentes mostrando flexibilidad en el método de modelización utilizado. La utilización conveniente de ellos, según la disponibilidad de información, creencias del actuario, métodos de análisis, robustez computacional para la resolución de cálculos, logrará desplegar un abanico de modelos para enfrentar las distintas situaciones que puede presentar la ciencia del seguro.

En este contexto, se abordará el caso de estudio utilizando dos enfoques: la modelización paramétrica y la modelización no paramétrica, contrastando sus resultados, observando sus bondades, y resaltando sus inconveniencias.

3. MODELO PARAMÉTRICO

El objetivo del presente acápite, será desarrollar un modelo paramétrico de evaluación de la prima pura para el seguro de Riesgos del Trabajo. Es decir, se buscará establecer el conjunto de distribuciones mediante las cuales se explique el comportamiento probabilístico de las variables analizadas (frecuencia e intensidad de los siniestros).

La bondad que radica en esto es la posibilidad de diversos análisis que ayudarán a comprender y establecer niveles de confianza en dicha modelización, observando, estudiando y analizando las distintas cuestiones que atañen al mismo. Sin embargo, como en toda modelización matemática, la misma se apoyará en una serie de axiomas, los cuales pueden ser sujetos a análisis. Por ello también, este conjunto de herramientas de estudio que lo competen, ayudarán a estudiar algunas de estas situaciones, y así, en base a los resultados observados, finalmente aceptar o no el modelo.

Teniendo en consideración la ecuación [1], contemplando independencia de la frecuencia e intensidad, se desarrollará un modelo explicativo para cada una. Por ello, y en base al corolario del Teorema de Bayes que muestra la ecuación [32], se utilizará una función estructura a priori particular para la frecuencia y otra para la intensidad del siniestro. Serán específicas funciones de distribución que poseen ciertas bondades en el proceso bayesiano, y se encuentran ampliamente aceptadas en la bibliografía académica para describir estos eventos. Claro es que, a juicio del actuario y análisis empírico observacional podrían utilizarse otras distribuciones que se consideren apropiadas. Lo mismo corre para la función de verosimilitud y su distribución asociada. Es más, para el caso de la distribución inicial del vector de parámetros estructurales , hasta podrían desplegarse funciones de distribución impropias[15], pero lejos del alcance de este trabajo se encuentra su pormenorizada exposición.

Es así como se utilizarán funciones de verosimilitud de la familia exponencial lineal[16], de las cuales pueden identificarse claramente sus funciones a priori conjugadas naturales. Lo importante de estas últimas (funciones conjugadas) es que, mediante el proceso de obtención de datos observados, la función a posteriori del parámetro estructural pertenecerá a la misma clase de distribución que la ostentada por la inicial seleccionada.

A su vez, la combinación de la distribución de verosimilitud y aquella de estructura del parámetro , para cada una de estas dos variables, generarán su respectiva función de distribución predictiva particularizada como ya fue mencionado previamente. Todo esto será desarrollado a continuación.

3.1 Frecuencia: su modelo paramétrico bayesiano

Teniendo en consideración las posibles funciones lineales generalizadas, dentro de las de carácter discreto se encuentra la distribución de Poisson. La misma es ampliamente utilizada en aplicaciones empíricas del campo actuarial, y sirve para cuantificar la cantidad de eventos ocurridos en un periodo de tiempo analizado. Es por ello que será utilizada para modelizar la cantidad de siniestros generados en cada una de las clases de empresas tomadoras aseguradas según la principal

[15] Función de distribución impropia es toda aquella para la cual las probabilidades de los valores a tomar por la v.a. son no negativas; pero no cumple con la ley de cierre, es decir, la suma de probabilidades no es 1.

[16] Toda aquella que puede escribirse de la forma: .

actividad económica que desempeñan. Es así como la función de verosimilitud será tal que .

Por su parte, y considerando el paradigma bayesiano, el parámetro no tomará un valor puntual desconocido, sino que es explicado mediante una función de distribución que lo caracteriza. En este caso, considerando las características propias del proceso y las bondades de cálculo computacional que despliega, se considerará que el parámetro distribuirá mediante una función Gamma con parámetros y , es decir, .

Ahora bien, la función a posteriori, dado el vector de observaciones F, será[17]:

[34]

donde: : cantidad de siniestros en año , : cantidad de expuestos en año , : total de expuestos, es decir, .

Demostrándose así que .

Finalmente, al aplicar la ecuación [33] para obtener la función predictiva se tendrá:

[35]

donde será la cantidad de siniestros a ocurrir en el periodo futuro a inferir, y se observa que con y .

3.2 Intensidad: su modelo paramétrico bayesiano

Siendo la variable aleatoria que representa el monto dinerario en u.m. que toman los siniestros, se llevará a cabo la modelización de la función de verosimilitud mediante la función de distribución exponencial. Es así como .

Mientras que el parámetro presentará una distribución Gamma Inversa con parámetros y γ, o sea, .

En base a la ecuación [33] y el vector de montos observados I, se llega a la función a posteriori del parámetro . Considerando, : periodos

[17] Ante cualquier inquietud por el desarrollo de ésta y otras demostraciones, consulte al autor vía e-mail a *rzareba@hotmail.com*.

observados, : montos de los siniestros, : cantidad de siniestros en año , se tiene tal que:

[36]

Por otro lado, considerando la ecuación [33], se obtiene la función predictiva:

[37]

Siendo la variable : monto del siniestro a inferir. Esta presenta una distribución, observando su función de densidad de probabilidad, perteneciente a la familia de Pareto. Es decir, con ; .

3.3 Cálculo de la prima

Considerando, como bien es expuesto en la ecuación [1], que el costo medio por asegurado para hacer frente a los siniestros, o prima pura, se configura por la probabilidad de ocurrencia del siniestro por su costo medio. Es así como el valor asociado a ser cobrado para afrontar los costos de dicho seguro debería ser, suponiendo la independencia entre frecuencia e intensidad, el valor esperado medio por asegurado:

[38]

Estándose ya en condiciones de obtener el valor de al haberse explicitado previamente las distribuciones de e respectivamente. De esta forma, puede lograrse el objetivo de tarificar para el periodo *n+1*, habiendo *n* periodos anteriores observados, calculando las esperanzas de las funciones de distribución predictivas mencionadas en los acápites previos:

[39]

Recordándose que estos parámetros se componen de los parámetros estructurales a posteriori.

Otra manera de arribar a las mismas conclusiones será introduciendo un concepto de gran relevancia en el paradigma bayesiano: las funciones de pérdida. Las mismas ayudan a obtener valores puntuales del parámetro

a posteriori según las necesidades y objetivos buscados por el actuario. Es así como se establece una función de pérdida de , , la cual muestra la penalidad obtenida por desviarse del verdadero valor del parámetro , el valor utilizado. Mediante la minimización de dicha función, es claro cómo se obtiene el valor más adecuado que cumple con dicho requisito. Diversos alcances y usos tiene este enfoque, los cuales exceden este trabajo, pero es importante marcar uno puntualmente: siendo , denominada función de pérdida cuadrática, al obtener el valor que la minimiza, se llega a , es decir, la media de la distribución de . Es muy claro cómo, a la hora de establecer la prima de un seguro, tiene total sentido que ésta sea la media de los comportamientos probables asociados, apoyándose dicho razonamiento en la ley de los grandes números, y la gran cantidad de asegurados en una cartera que posee la aseguradora. De esta manera, volviendo a considerar la ecuación [38], el Teorema de Bayes y sus distribuciones de verosimilitud asociadas, se tendrá:

[40]

siendo en este caso puntual el vector genérico de parámetros estructura para la función respectiva. Donde, luego de n periodos de observación, dichos parámetros se encuentran actualizados con la información muestral tal que son y . Utilizando la función de pérdida cuadrática mencionada anteriormente, se arriba a que la mejor estimación de dichos parámetros serán sus momentos absolutos de primer orden, es decir,

— —— [41]

Finalmente, se puede demostrar que el valor esperado de las funciones predictivas es el mismo al arribado mediante este procedimiento.

3.4. Intervalos de credibilidad

Como gran herramienta estadística, plantear un intervalo entre los cuales se encuentra el parámetro posee mucha utilidad a la hora de realizar distintas evaluaciones. Lo interesante del paradigma bayesiano es la posibilidad de construir Intervalos de Credibilidad, lo cuales muestran el segmento de la recta real entre los que se encuentra el parámetro (asumiendo que es una v.a. continua), con una probabilidad 1- , dado

el vector de observaciones X. Así se establece el intervalo de credibilidad como:

[42]

Se puede observar que la interpretación de dicho intervalo es totalmente directa respecto al valor asociado al parámetro, y su probabilidad de ocurrencia; lo cual se diferencia completamente respecto a los Intervalos de Confianza [18] de la estadística clásica en su claridad interpretativa. Esto es muy favorable desde distintos puntos de vista, por ejemplo al tratar temas de este tipo con personas con escasos conocimientos de Probabilidad y Estadística, situación común a la hora de estudios conjuntos con grupos multidisciplinarios en una compañía de seguros. Es así como, mediante la claridad interpretativa, y su facilidad de cálculo, servirá como herramienta de inferencia para el estudio del fenómeno.

Un caso particular de los intervalos de credibilidad (1-) contenidos entre los límites a y b será aquél tal que la distancia entre ellos sea la mínima posible, dentro de los infinitos pares de valores posibles a tomar. Esto es importante ya que es razonable buscar el intervalo en donde el parámetro se ubique con mayor asiduidad siendo lo más corto posible. Es así como en la mayoría de la bibliografía, a dicho intervalo se lo conoce como Highest Posterior Density (HPD), o Región de la Densidad Posterior Más Alta.

Dependiendo de los atributos: tipo de variable aleatoria, simetría, y modalidad; será el nivel de dificultad para poder inferir cuáles son los a y b tales que cumplan con la condición de intervalo HPD. El caso que nos compete será aquel de distribuciones continuas, asimétricas y unimodales. Para estas situaciones, los valores a y b, dado el vector X de observaciones para que la amplitud sea mínima, serán aquellos que cumplan con las siguientes condiciones[19] respecto a la función de densidad de probabilidad a posteriori del parámetro :

[18] Para el enfoque clásico, establece que, con una confianza de , el parámetro desconocido se encontrará entre los valores a y b dada la muestra observada. O sea, el % de las muestras que generen el intervalo contendrán al verdadero valor desconocido .

[19] Para una enunciación más detallada, véase Klugman, S.A., H.H. Panjer y G.E. Wilmot. Loss Models: From data to decisions. Segunda Edición. Teorema 12.36. 365p.

[43]

Los otros diversos casos no serán expuestos aquí, pero sí es de importancia tener en consideración el Teorema Central del Límite Bayesiano para una construcción alternativa simplificada que muestra una aproximación satisfactoria.

3.5 Intervalo de credibilidad usando el teorema central del límite bayesiano

Siendo y dos veces diferenciables respecto del vector , y otros supuestos mantenidos[20], se puede establecer que la distribución a posteriori de , , es asintóticamente Normal. De forma tal que el intervalo se configura como:

[44]

siendo el tamaño muestral lo suficientemente grande.

3.6 Robustez bayesiana: Análisis de sensibilidad de los parámetros iniciales y el modelo de ξ-contaminantes

A lo largo del presente acápite se observó cómo toda inferencia a posteriori se obtiene, no sólo a través a los datos observados (incluidos mediante la función de verosimilitud) sino también a causa de la función estructura del parámetro a priori. De esta forma, al establecer las bases y supuestos de un modelo, el actuario debe seleccionar, entre otras cosas, la distribución a priori a la que pertenece el parámetro y el valor de sus parámetros correspondientes, lo cual puede ser objetado. Fue entonces como nació el concepto de robustez bayesiana, entendiéndose como tal la no modificación significativa en cuanto a las conclusiones que se infieren, al variar los supuestos en los que se basa el modelo mediante la medición de la sensibilidad del mismo.

Así, considerando la función de distribución estructura, se harán variar sus parámetros midiendo la variación de los resultados a posteriori. Con

[20] La precisa demostración y exposición en: Berger, J. Bayesian Inference in Statistical Analysis. Segunda Edición. Nueva York. 224p.

, se valuarán los resultados obtenidos de .[21] Es así como el objetivo será obtener los límites: inf y sup , para la distribución a posteriori en función de los datos observados. Si la diferencia entre estos dos valores límites es pequeña, la función a priori, con relación a sus parámetros se considerará como robusta. En caso contrario se estará ante una con carencia de robustez. Para lograr disponer de un instrumento de medición para dicha distancia, se puede establecer el factor de sensibilidad relativa, introducido por Sivaganesan (1991), Razón de Sensibilidad (RS):

[45]

Otra manera de abordar este tema es mediante el estudio de las clases ξ-Contaminantes. Así, la distribución del parámetro a priori se encuentra de la forma: Siendo la incertidumbre en la distribución a priori inicial; y Q una clase de posibles contaminaciones, familias de distribuciones a priori que comparten características particulares.

Es así como el objetivo será obtener los límites: inf y sup , para la distribución a posteriori en función de los datos observados considerando la clase . Del mismo modo que el establecido anteriormente, si la diferencia entre estos dos valores límites es pequeña, se considera que el modelo es robusto. Para ello se puede utilizar la Razón de Sensibilidad ( ):

[46]

4. MODELO NO PARAMÉTRICO

Para abordar la tarificación en los seguros, mediante prácticas actuariales bayesianas, se ha logrado desarrollar toda una corriente que, manteniendo la esencia misma del enfoque bayesiano despliega un modelo matemático sin necesidad de especificación de distribuciones para los procesos y parámetros. A su vez, mediante la instrumentación de diversas herramientas numéricas procedimentales, se logró desarrollar métodos de aproximación matemática que demuestran consistencia y

[21] Siendo la prima a posteriori obtenida en base al vector muestral X, y el subespacio paramétrico a priori .

ventajas que los posicionan como buenas alternativas ante diversas situaciones de tarificación.

Es así como Buhlmann logró desarrollar un modelo donde se combina el valor de la prima a cobrar al colectivo considerado como tal, combinado con la experiencia propia observada por la clase de asegurado. Dicho modelo goza la propiedad de ser la aproximación por mínimos cuadrados del modelo paramétrico bayesiano. Por otra parte, otra de sus interesantes características es su simplicidad de cálculo ya que consiste en el cómputo de diversos estimadores, ratios y ponderaciones sin necesidad de llevar a cabo procesos numéricos complejos en cuanto a integración y cálculo de probabilidades laboriosos (lo cual muchas veces concierne al enfoque paramétrico).

Ahora bien, el modelo de Buhlmann no permite incorporar información sobre una cantidad variable de expuestos analizados periodo a periodo. Este supuesto es altamente desfavorable para las aplicaciones prácticas, pero puede saltarse gracias a posterior contribución realizada por los académicos a quien debe su nombre, el modelo de Buhlmann-Straub. Este será, por su grado de generalización, adecuación al ramo del seguro analizado y supuestos adoptados, el estudiado a continuación para la modelización de la prima pura.

4.1 El modelo Buhlmann-Straub

En primera medida se expondrán las bases de análisis para el cálculo de la prima pura en función de una clase de asegurado, para luego generalizarlo a las *r* clases (. Asumiendo que los reclamos año tras año dentro de la clase son independientes e idénticamente distribuidos, condicionados al parámetro , siendo el monto medio de pérdidas por asegurado en el periodo *j*, se tendrán las siguientes definiciones:

[47]

con su varianza condicionada, dependiente de la exposición de ese periodo:

[48]

siendo el total de expuestos de la clase a lo largo de todos los periodos.

Pueden así definirse las consecuentes cuantías del proceso global:

[49]

[50]

[51]

conocidas por sus nombres respectivos: Valor esperado de las medias hipotéticas, Valor esperado de las varianzas del proceso, y Varianza de las medias hipotéticas.

Así, se puede demostrar que[22]:

[52]

[53]

— [54]

Minimizando el error cuadrático medio entre nuestra medida de interés a inferir, , y la combinación lineal de las *n* observaciones previas, se llega a:

[55]

Análogamente para

— [56]

Así, usando [55] y [56], despejando queda:

— — [57]

— [58]

Concluyéndose así que la prima estimada será:

[59]

donde:

— [60]

[22] Ante cualquier inquietud por el desarrollo de ésta y otras demostraciones, consulte al autor vía e-mail a *rzareba@hotmail.com*.

– [61]

— [62]

Como bien fue mencionado, dicho análisis compete a una única clase de asegurado de la cartera. Análogamente se extiende para las clases.

A su vez, siguiendo el enfoque no paramétrico, se utilizarán estimadores empíricos insesgados para , y , en base a los valores históricos presentados por la clase de asegurado en el periodo . Se tendrá el vector de pérdida media por asegurado: con ; condicionado en su parámetro de riesgo particularizado llegándose a:

——— ——— [63]

A su vez,

——— [64]

Entonces será:

——— [65]

Finalmente considerando que

— [66]

De esta manera se tendrá, despejando :

[67]

Siendo: ——— ———.

Explicitándose así los estimadores insesgados necesarios para las fórmulas de cálculo enunciadas previamente.

5. APLICACIÓN A SEGUROS DEL RIESGO DEL TRABAJO EN ARGENTINA (2002-2009)

Se utilizarán datos presentados por la SSN para los ejercicios económicos 01/07/XX-30/06/XX+1 entre los años 2002 a 2008 (con un desarrollo de siniestros de dieciocho meses aproximadamente). De esta manera se estimarán las primas puras para el año 2008-2009 comparándola con los datos observados en dicho periodo, analizando su nivel de adecuación, tanto en el modelo paramétrico como en el no paramétrico establecidos.

Para ello se usarán las tablas presentadas por la SSN[23] analizando los datos de las distintas clases a las que pertenecen las empresas tomadoras del seguro. Sin embargo no se considerarán las "Autoaseguradas" ni "Actividades no clasificadas en otras partes" por su falta de homogeneidad e irregularidad en los datos, demostrando claramente su poca capacidad explicativa para llevar a cabo inferencias estadísticas. De esta forma, se tendrán en cuenta las clasificaciones 1 a 9, establecidas por la SSN.

Para los distintos estudios se utilizarán las variables expuestas a continuación:

Trabajadores Cubiertos: Es el número que resulta de promediar mensualmente a los trabajadores cubiertos en el año, ponderado por el tiempo con cobertura.

Siniestros Ocurridos: El número total de siniestros ocurridos en el período 01/07/XX-30/06/XX+1

Total Siniestralidad (en $): Es el monto resultante de acumular los montos de Siniestros pagados, Pendientes de Pago y Cápitas Médicas y/u Otros, expresado en pesos.

Todo valor en u.m. será siempre expresado en miles de pesos, tanto para montos siniestrales como primas puras. Así también se consideró la homogenización de valores en pesos de la siniestralidad, debido a la inflación del periodo histórico que presenta el escenario tarificador en cuestión. Para ello se utilizará un índice de ajuste siendo el porcentaje inflacionario mostrado en el periodo (t, t+1). Las fuentes consultadas para obtener estos valores son el INDEC, recurriendo a su

[23] Ante cualquier inquietud por la localización y utilización de fuentes de datos estadísticos, consulte al autor vía e-mail a *rzareba@hotmail.com*.

índice de referencia conocido como IPC-GBA; y el CENDA, a través de su índice IPC-7 Provincias. Ello es así debido a las conocidas controversias relacionadas al primero mencionado por la intervención que sufrió dicho organismo. El segundo fue construido en base al IPC de 7 provincias de la nación, desde 2005, con las bases metodológicas del programa IPC-Nacional sin cambios en estas y maximizando el uso de información Pública. Es así como se construyeron los mediante un promedio aritmético de ambos índices para cada periodo anual considerado. Para la homogenización de datos se hará el supuesto simplificador de considerar que la masa dineraria del periodo 20XX-20XX+1 se ubica en la mitad del periodo (es decir, el 01/01/XX+1) para la aplicación de los coeficientes de inflación respectivos.

Por otro lado, como supuesto simplificador se considerará que los siniestros se desarrollarán completamente considerando los datos de reservas de siniestros pendientes, confiando en su correcta estimación. Más allá de esto, como lo que se busca será analizar el ajuste entre la prima pura estimada teórica, y la observada para el año 2008-2009 apoyado en las metodologías bayesianas, si se considerara que los mismos no se encuentran desarrollados en su totalidad, bien podría estimarse un parámetro de desarrollo [24] con la información estadística necesaria correspondiente, y aplicárselo a la prima pura tal que ésta desarrollada al 100% será . Por otro lado, para obtener la prima de tarifa y finalmente el premio, deberían aplicársele distintos coeficientes multiplicativos y aditivos referenciando a gastos fijos y variables, márgenes de seguridad y utilidad, e impuestos y tasas. Como esto competerá a la ART en particular, exceden el objetivo de este trabajo, debido al enfoque planteado, pero bien podría desarrollarse aplicando las técnicas mostradas, con su información estadística y balances pertinentes.

Como bien fue establecido anteriormente, el enfoque en el modelo paramétrico estará basado en el análisis de la frecuencia e intensidad media de los siniestros, para arribar a conclusiones sobre la prima pura a cobrar buscando su equidad y suficiencia. Mientras que, a través del modelo no paramétrico se concluirá acerca de la prima pura de modo directo con el objetivo de abarcar la mayor cantidad de abordajes posibles.

[24] Estimado mediante: Chain Ladder, Minimización Cuadrática Media, métodos autorregresivos, entre otros; apoyado en los datos empíricos pertinentes necesarios. Para su profundización, utilizando técnicas bayesianas, ver: Pereira, F. "Practical Modern Bayesian Statistics in Actuarial Science".

5.1 Aplicación paramétrica

Análisis de la frecuencia

Se considera que la función de verosimilitud que explica la ocurrencia de un siniestro será una Poisson( ), tal que su parámetro tendrá una función estructura a priori Gamma( ). Estos últimos tomarán valores tal que y , teniendo en consideración la magnitud de las clases a analizar. Así se denota que la media de ocurrencia de un siniestro, a priori se podría establecer como

lo cual indica que ocho de cada cien empleados sufriría un siniestro que ataña al Seguro de Riesgos del Trabajo en el periodo de un año, independientemente de la clase de actividad desarrollada por la empresa tomadora del seguro.

Luego de considerar la información muestral de los 6 años históricos para cada una de las clases, respectivamente, se tendrá la siguiente estimación de la frecuencia media de ocurrencia, según los parámetros a posteriori; y la función predictiva[25]:

Tabla 1

FRECUENCIA	Poisson*	Gamma*		Predictiva: BN(k, p)	
Clase	*= */ *	*	*	k = *	p = */(*+1)
1	0,109206	262304	2401912,0	262304	0,999999584
2	0,081745	62681	766788,8	62681	0,999998696
3	0,137815	823813	5977675,2	823813	0,999999833
4	0,072414	67069	926186,9	67069	0,999998920
5	0,167359	386344	2308468,3	386344	0,999999567
6	0,090034	506907	5630164,5	506907	0,999999822
7	0,089724	297229	3312712,4	297229	0,999999698
8	0,068910	291085	4224134,2	291085	0,999999763
9	0,064344	875477	13606148,9	875477	0,999999927

[25] Ante cualquier inquietud por los procedimientos y cálculos realizados a lo largo del trabajo (los cuales han sido efectuados en base al desarrollo teórico enunciado previamente), consulte al autor vía e-mail a *rzareba@hotmail.com*.

siendo : cantidad de siniestros ocurridos en la clase i en periodo j; : cantidad de trabajadores cubiertos en la clase i en periodo j. Para la clase 1 se tiene:

Observándose cómo, en base a la experiencia propia de cada ramo, la probabilidad media de ocurrir un siniestro (descripta por el parámetro lambda) para cada clase se individualiza mostrando su propensión particularizada. Es así como se denota que ramos tales como la Construcción o Industrias Manufactureras muestran altas tasas de accidentabilidad, mientras que todas aquellas relacionadas a los servicios comunicacionales, sociales, personales, financieros, entre otros, son mucho menores, como es de esperarse debido a la exposición al riesgo que conllevan dichas profesiones.

A su vez pueden llevarse a cabo los distintos análisis de inferencia bayesiana expuestos anteriormente:

Tabla 2

Frecuencia	**Poisson ***	**IC: 95%**		**IC (TCL): 95%**		**RS**
Clase	*****	**LÍm Inferior**	**LÍm Superior**	**LÍm Inferior**	**LÍm Superior**	**δ = 50%**
1	0,1092	0.108789	0.109625	0,108788	0,109624	18,23%
2	0,0817	0.081106	0.082386	0,081105	0,082385	72,18%
3	0,1378	0.137518	0.138113	0,137517	0,138113	6,62%
4	0,0724	0.071867	0.072963	0,071866	0,072962	61,28%
5	0,1674	0.166832	0.167888	0,166832	0,167887	16,20%
6	0,0900	0.089787	0.090282	0,089786	0,090282	8,40%
7	0,0897	0.089402	0.090047	0,089401	0,090046	14,36%
8	0,0689	0.068660	0.069161	0,068660	0,069160	12,83%
9	0,0643	0.064210	0.064479	0,064209	0,064479	4,12%

donde, considerando los datos de la anterior tabla se obtendría para la primera fila ——— .[26]

Denotándose la precisión de los intervalos que establecen la probabilidad de que el parámetro se halle entre esos valores dada la función a priori establecida, y el vector de observaciones X. Se arriba a este resultado debido a la gran cantidad de datos relevados durante los 6 años (un promedio de más de seiscientos mil empleados por clase al año). Por otro lado también se verifica lo expuesto acerca de la convergencia de las variables aleatorias a la distribución Normal a causa del gran número de observaciones. Ya que puede verse que el Intervalo de Credibilidad al 95% se diferencia de aquél realizado apoyándose en el TCL a partir de la quinta o sexta cifra decimal significativa, dependiendo el caso.

Por otro lado, se puede analizar la sensibilidad con respecto a la variación de los parámetros a priori de la función estructura. Es así como, modificándolos en un , se obtienen diversos resultados. Si bien el coeficiente de variación utilizado es muy alto, ya que el actuario debería tener un nivel de incertidumbre menor en cuanto al valor de los parámetros iniciales, se utilizó éste para mostrar las posibles situaciones. De esta manera se observan algunas clases con pequeños porcentajes logrando un nivel de robustez apreciable; mientras que otras muestran altos valores (particularmente las clases 2 y 4). Esto último es así debido a ser las que menos experiencia muestral despliegan (la clase 2 por ejemplo posee 2% de trabajadores comparativamente a la clase 9 en los 6 años estudiados). Aquellos que posean altos valores de RS deberán ser analizados en profundidad, pero no significa que invaliden el modelo. Un alto valor de RS significa que altas variaciones en las consideraciones a priori harán variar de manera significativa los resultados finales, de forma tal que en estos casos deberán justificarse en mayor grado las consideraciones iniciales acerca de dichas hipótesis.

Análisis de la intensidad

En cuanto al análisis de intensidad de los siniestros, se tendrá que distribuye Exponencial donde el parámetro presenta una distribución

[26] La obtención del resto de los valores no se explicitan detalladamente aquí debido a la extensión necesaria para su enunciación y cálculo dada su complejidad. Se ha utilizado el desarrollo teórico enunciado previamente para ello. Ante cualquier inquietud por los procedimientos realizados consulte al autor vía e-mail a *rzareba@hotmail.com*.

estructura Gamma Inversa con y , de forma tal que la media del siniestro es aproximadamente 5 (en miles de u.m.).

De esta forma, se llega al parámetro a posteriori de cada categoría con sus respectivos hiperparámetros, y su consecuente función predictiva:

Tabla 3

INTENSIDAD	Exponencial*	Gamma Inversa*		Predictiva: Pareto(a,b)	
Clase	*= y*/(m*-2)	m*	y*	a=m*-1	b=y*
1	5,1594	242304	1250134,4	242303	1250134,40
2	5,7206	42681	244147,7	42680	244147,69
3	4,0844	803813	3283092,0	803812	3283092,00
4	5,6560	47069	266212,8	47068	266212,80
5	4,0718	366344	1491664,6	366343	1491664,62
6	3,4446	486907	1677175,1	486906	1677175,10
7	5,6119	277229	1555779,5	277228	1555779,45
8	3,7785	271085	1024275,8	271084	1024275,78
9	3,0455	855477	2605366,5	855476	2605366,53

siendo : cantidad de siniestros ocurridos en la clase i en periodo j; : total siniestralidad ajustada en la clase i en periodo j. Para la clase 1 se tiene:

Denotándose, del mismo modo que para el caso de la frecuencia media, cómo se diferencian los montos medios según el ramo en cuestión, afectados por las prestaciones en especie, incapacidades de mayor grado y montos por fallecimiento.

Así también se puede analizar cuantitativamente distintos medidas de descripción de los resultados arribados. Al estar claramente conectados a la base muestral, tanto la frecuencia como la intensidad de los siniestros,

se pueden arribar a similares conclusiones: Intervalos de Credibilidad estrechos, su similitud con aquellos construidos mediante la aproximación con el TCL, y los variados índices de sensibilidad al variar los parámetros iniciales, siendo las clases 2 y 4 nuevamente las más notorias:

Tabla 4

Intensidad	Exponencial*	IC: 95%		IC (TCL): 95%		RS
Clase	*	LÍm Inferior	LÍm Superior	LÍm Inferior	LÍm Superior	50%
1	5,1594	5,124420	5,165390	5,138863	5,179949	8,14%
2	5,7206	5,659950	5,768370	5,666285	5,774831	46,46 %
3	4,0844	4,040700	4,058410	4,075479	4,093337	2,77%
4	5,6560	5,658280	5,761450	5,604941	5,707138	41,92 %
5	4,0718	3,985110	4,011010	4,058596	4,084967	6,09%
6	3,4446	3,402820	3,421990	3,434888	3,454239	5,04%
7	5,6119	5,553010	5,594500	5,591043	5,632824	6,83%
8	3,7785	3,732510	3,760720	3,764234	3,792682	8,58%
9	3,0455	3,020430	3,033260	3,039067	3,051974	3,09%

donde, considerando los datos de la anterior tabla se obtendría para la primera fila —— ———— ; mientras que el resto de los valores se explicitan detalladamente en el Anexo correspondiente debido a la extensión necesaria para su enunciación y obtención dada su complejidad.

5.2 Cálculo de la prima pura

Una vez obtenidos los valores de la frecuencia e intensidad media esperada dado los parámetros a posteriori, se obtiene el valor de cada utilizando la fórmula [41]:

Tabla 5

PP	Observado	Estimado			
Clase		Frecuencia	Intensidad		
1	0,579954	0,109206	5,159406	0,563440	-0,028475
2	0,545010	0,081745	5,720558	0,467626	-0,141986
3	0,610112	0,137815	4,084408	0,562892	-0,077395
4	0,375100	0,072414	5,656039	0,409577	0,091915
5	0,743791	0,167359	4,071782	0,681451	-0,083813
6	0,308377	0,090034	3,444563	0,310128	0,005678
7	0,517284	0,089724	5,611933	0,503524	-0,026601
8	0,266842	0,068910	3,778458	0,260373	-0,024242
9	0,174892	0,064344	3,045520	0,195962	0,120475
				PROMEDIO	-0,018272

Para la clase 1 se tiene: Prima pura observada, para el ejercicio económico 2008-2009: ——— ———

Prima Pura Estimada Paramétricamente:

Mostrándose en promedio un desvío del 1,83% respecto al necesario para cubrir las contingencias que requirió dicho año[27]. Dos de las clases que más desviación mostraron fueron la segunda y cuarta, que ya habían mostrado altos valores de RS. Sin embargo también, la Clase 9 siendo la de mayor experiencia muestral ostenta un desvío significativo (la es un 12% mayor a la realmente requerida dicho año). Esto último no debe dejar olvidar el fenómeno de la aleatoriedad estadística, donde tal vez dicho año acaeció un comportamiento "fuera de lo común". Esto logra compensarse mediante el estudio conjunto de las 9 clases, desviándose sólo un 1,83%, lo cual debería ser contemplado en el margen de seguridad a imputarle a la prima pura, como es realizado por la práctica aseguradora. Otra posibilidad sería que haya cambiado estructuralmente

[27] Adicionalmente se realizó el Test de Bondad de Ajuste (Kolmogorov-Smirnov) que muestra que los desvíos relativos entre los valores reales y estimados pueden adecuarse a una distribución .

dicho riesgo, exigiendo el estudio profundo de la clase para obtener resultados concluyentes.

5.3 Aplicación no paramétrica: El modelo Buhlmann-Straub

Utilizando el conjunto de datos históricos mencionados, se puede arribar a las primas a cobrar para el año 2008-2009 mediante la metodología propuesta por Buhlmann-Straub. Es así como deben estimarse los siguientes parámetros, obteniéndose[28]:

		108260,4465	0,0426

Para luego arribar a los valores particulares de cada clase de , es decir, el ponderador entre la media de la clase con respecto a la media general, y finalmente la :

Tabla 6

PP BS	**Observado**	**Estimado**	
Clase			
1	0,579954	0,591580	0,020047
2	0,545010	0,488446	-0,103785
3	0,610112	0,576830	-0,054551
4	0,375100	0,384053	0,023870
5	0,743791	0,746432	0,003551
6	0,308377	0,308531	0,000499
7	0,517284	0,511755	-0,010688
8	0,266842	0,251362	-0,058012
9	0,174892	0,192548	0,100957
		PROMEDIO	-0,008679

Puede observarse el gran nivel de ajuste entre las primas estimadas con relación a las observadas para el año 2008-2009 desviándose en promedio el 0,87%[29]. Se denota que ciertos desvíos se compensan, mostrándose la

[28] Ante cualquier inquietud por los procedimientos y cálculos realizados a lo largo del trabajo (los cuales han sido efectuados en base al desarrollo teórico enunciado previamente), consulte al autor vía e-mail a *rzareba@hotmail.com*.

[29] Adicionalmente se realizó el Test de Bondad de Ajuste (Kolmogorov-Smirnov) que muestra que los desvíos relativos entre los valores reales y estimados pueden adecuarse a una distribución .

aleatoriedad de las observaciones posibles. A lo máximo se observan dos desvíos del 10% aproximadamente, en la Clase 2 y 9. Esto vuelve a mostrar, para la primera mencionada, su debilidad de estimación, siendo oportuno analizar los parámetros a priori específicamente para esta clase, en el modelo paramétrico, claro está. Pero así también analizar el caso puntual histórico de su evolución, ya que podría significar alguna variación significativa en sus características de riesgo siniestral. Esto último también lo demuestra la Clase 9, que si bien despliega una alta exposición muestral, una vez más vuelve a mostrar un desvío significativo respecto a su estimación, lo que significaría cambios estructurales, o bien procesos aleatorios no controlados por el modelo.

6. CONCLUSIONES

A lo largo del presente trabajo, se logró estudiar en su generalidad el Seguro de Riesgos del Trabajo, sus características, y cálculo de primas mediante la utilización del herramental bayesiano. Bien pudo denotarse la diversidad de prestaciones a brindar sujeto a los variados riesgos al cual se expone el asegurado, empleado de la empresa tomadora del seguro. Será importante entonces comprender sus diferentes espectros para el correcto abordaje, no sólo de la tarificación sino también del cálculo de reservas, estudios de solvencia y gestión, entre otros. Es así como las diversas herramientas y modelos desarrollados son adecuados en diferente grado para los distintos objetivos propuestos. De esta manera, el estudio de la frecuencia de ocurrencia de siniestros, y su intensidad ayudarán a ello. Así podrán desarrollarse los análisis pertinentes para cada caso en particular y su forma de abordarlo. Por ejemplo, en el cálculo de reservas, bien podría apoyarse la compañía aseguradora, para el cómputo del monto final a abonar a los asegurados siniestrados, en la utilización de modelos instrumentados mediante las bases actuariales utilizadas en los seguros personales.

Asimismo, el estudio de la frecuencia e intensidad de los siniestros pueden ayudar a calcular la prima a cobrar. Es así como se utilizó particularmente el abordaje bayesiano para estimarla, bajo el manejo de información muestral, buscando su suficiencia y equidad.

Dentro del enfoque bayesiano, variados puntos de partida, combinación de información y metodologías de cálculo se han desarrollado desde el siglo pasado. En el presente trabajo se ha buscado mostrar una variada gama de ellas mediante dos enfoques: la utilización de un modelo

paramétrico, estableciendo los parámetros y funciones que explican dicho fenómeno para establecer primas suficientes para cada una de las clases de asegurados al combinarlos con la información muestral. Mientras que, por otro lado se expuso un desarrollo no paramétrico de aproximación lineal por mínimos cuadrados (el Modelo Buhlmann-Straub, con la respectiva estimación insesgada de sus parámetros), en el cual se logra determinar la prima pura de cada clase combinando de manera ponderada la media siniestral propia, con la de la población. Ambos enfoques ostentan una flexibilidad y adecuación a distintos escenarios que los hacen altamente atractivos. Mediante ellos pudo arribarse a los siguientes resultados expuestos a continuación:

Tabla 7

Prima Pura	**Observado**	**Estimado**			
Clase					
1	0,579954	0,563440	0,591580	-0,028475	0,020047
2	0,545010	0,467626	0,488446	-0,141986	-0,103785
3	0,610112	0,562892	0,576830	-0,077395	-0,054551
4	0,375100	0,409577	0,384053	0,091915	0,023870
5	0,743791	0,681451	0,746432	-0,083813	0,003551
6	0,308377	0,310128	0,308531	0,005678	0,000499
7	0,517284	0,503524	0,511755	-0,026601	-0,010688
8	0,266842	0,260373	0,251362	-0,024242	-0,058012
9	0,174892	0,195962	0,192548	0,120475	0,100957
			promedio	-0,018272	-0,008679

Se puede notar un adecuado nivel de ajuste entre la prima pura estimada para el periodo 2008-2009, respecto a la observada. Claro está que la dependencia a la variabilidad aleatoria de la muestra de dicho periodo puntual provoca la imposibilidad de generar conclusiones inmediatas y absolutas, como por ejemplo decir que el modelo BS ajusta mejor al paramétrico debido a un menor desvío promedio; pero sí permite extraer ciertas conclusiones a nivel general. Bien puede denotarse un adecuado ajuste en ambos modelos, siendo superior en este caso puntual el BS, no solo en el desvío medio general, sino también en la mayoría de las clases en particular. Es así como el paramétrico muestra desvíos en la región (-0,14; 0,12), mientras que el BS lo hace entre (-0,10; 0,10).

No obstante ello, el primero permite una variada gama de análisis que lograrán entender el proceso, clarificar sus falencias, aprovechar sus virtudes y extraer conclusiones adecuadas. Así, podría reevaluarse, planteando hipótesis iniciales de partida diversas para clases que a priori se entienda posean una mayor siniestralidad (Construcción e Industrias Manufactureras) respecto a aquellas que no; o mediante un modelo semiparamétrico donde se estimen dicho valores iniciales en base a la experiencia del primer año, por ejemplo. Así también pueden realizarse inferencias respecto a las variables observadas, logrando desarrollar estudios de rango y probabilísticos respecto a las distintas variables a analizar (cantidad de siniestros a ocurrir en el periodo de inferencia, montos de los siniestros, etc).

Así podrán combinarse estos enfoques aprovechando sus virtudes para lograr establecer las tarifas del mejor modo posible, según la estructura de costos particular desplegada por la ART; partiendo del valor de la prima pura, al adicionarle los gastos, margen de seguridad, tasas e impuestos, determinándose el premio a cobrar por asegurado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Berger, James O. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Segunda Edición. Nueva York. 224p.

Berger, James O. (1985): *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis*. Nueva York. Segunda Edición. Springer-Verlag.

Bernardo, José M. y Smith, Adrian F. M. *Bayesian Theory*. Estados Unidos. Wiley & Sons, Inc.

Bowers, Newton et al. (1986): *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries. Estados Unidos.

Circulares SSN EST: 574, 511, 426, 358, 268, 215, 155.
Evans, Michael J. et al. (2003): *Probability and Statistics*. W. H. Freeman. Nueva York.

Gillam, William R. Artículo: "Workers compensation experience rating: what every actuary should know".

Gómez Déniz, E et al. (Junio de 2000) Artículo: "Análisis bayesiano de los buenos y malos riesgos en seguros". *Anales de Economía Aplicada*. XIV Reunión ASEPELT-España. Oviedo. ISBN: 84-699-2357-9

Gómez Déniz, E y Pérez Sánchez, J. M. (2001) Artículo: "Fijación de Primas de Seguros bajo técnicas de Robustez Bayesiana". *Estudios de Economía Aplicada*. Número 19. Páginas 5-20. España, Madrid.

Gómez Déniz, E y Sarabia Alegría, J M. (2008): *Teoría de la Credibilidad: Desarrollo y Aplicaciones en primas de seguros y riesgos operacionales.* España, Madrid. Fundación Mapfre.

Herzog, T N. (1999): *Introduction to credibility theory*. Estados Unidos. ACTEX Publications.

Información Estadística sobre Seguros de Riesgo del Trabajo. Información siniestral histórica:
http://www.ssn.gov.ar/storage/Info-estadistica/Mercado/ /Riesgos%20del%20Trabajo/Riesgos%20del%20Trabajo.htm

IPC – 7 Provincias – CENDA: *http://cenda.org.ar/ destacado_index3.htm?KeepThis=true&TB_iframe=true&height=230&width=450*

IPC – GBA – INDEC. *http://www.indec.gov.ar/*

James Press, S.: *Subjective and Objective Bayesian Statistics*. Second Edition. Wiley & Sons, Inc. Estados Unidos,.

Jordan, Chester Wallace. (1967): *Life Contingencies.* The Society of Actuaries (Segunda Edición). Estados Unidos, Chicago.

Katrien Antonio, Jan Beirlant. (2006): "Actuarial statistics with generalized linear mixed models". University Center for Statistics. Bélgica.

Klugman, Stuart A. (1992): *Bayesian statistics in Actuarial Science: with emphasis on credibility*. Kluwer Academic Publishers. Estados Unidos.

Klugman, Stuart A. (1987): *Credibility for classification ratemaking via the hierarchical normal linear model*. Proceedings of the Casualty Actuarial Society.

Klugman, Stuart A. et al.(2004) *Loss Models: From data to decisions. John Wiley and Sons*. Estados Unidos, Nueva Jersey.

Klugman, S.A., H.H. Panjer y G.E. Wilmot. Loss Models: From data to decisions. Segunda Edición. Teorema 12.36. 365p

Ley 24.557. Artículo 6, apartado 1; Artículo 12; y Art 20, apartado 1.

Ley 24.557 (Actualizada) y Resoluciones.

London, Dick. (1997): *Survival Models and their estimation*. Tercera Edición. Estados Unidos. ACTEX Publications. Connecticut.

Mahler, Howard C. et al. (2001): *Foundations of the Casualty Actuarial Science*. Cuarta Edición. Capítulo 8: Credibility. Casualty Actuarial Society.

Makov, Udi E. Artículo: "Principal Applications of Bayesian Methods in Actuarial Science: A Perspective". *North American Actuarial Journal*, Volumen 5, Número 4. 53-73p.

Meyers, Glenn. Artículo: "Empirical Bayesian credibility for workers' compensation classification ratemaking".

Ohlsson, E.; Johansson, B. (2010): *Non-Life Insurance Pricing with Generalized Linear Models*. Springer. Alemania, Berlín.

Pereira, Fernanda. Artículo: "Practical "Modern" Bayesian Statistics in Actuarial Science". *General Insurance Convention9*. 159-199p.

Rodríguez Mondragón, J (2009): *Optimización Económica del Reaseguro Cedido: Modelos de decisión*. Fundación Mapfre. España, Madrid.

Sivaganesan, S. Artículo: "Sensitivity of some Posterior Summaries when the prior is Unimodal with Specified Quantiles". *The Canadian Journal of Statistics*, Número 19, Volumen 1, 57-65p.

Tse, Yiu-Kuen (2009): *Nonlife Actuarial Models: Theory, Methods and Evaluation*. Cambridge University Press. Estados Unidos, New York.

Zucker, Sebastián (2010): Artículo: "Informe sobre el sector de la construcción". Periodo 2003-2007. Superintendencia de Riesgos del Trabajo. Instituto de Estudios Estratégicos y Estadísticas.

Zucker, Sebastián y Biasi, Norma (Marzo 2011): "La Accidentabilidad Laboral en la Argentina, desde una Perspectiva de Género y Actividad Económica". Superintendencia de Riesgos del Trabajo. Instituto de Estudios Estratégicos y Estadísticas.

Zucker, Sebastián y Covaro, Brian (Febrero 2010): "Accidentes de Trabajo y Enfermedades Profesionales: Análisis de factores que influyen sobre la duración y la probabilidad de seguir con días de baja laboral". Superintendencia de Riesgos del Trabajo. Instituto de Estudios Estratégicos y Estadísticas.

ABREVIATURAS

ART: Aseguradora de Riesgos del Trabajo.

AT: Accidente de Trabajo.

BN(k; p): Binomial Negativa con parámetros k y p.

: porcentaje contributivo del sueldo a cargo del empleador.

: momento absoluto de primer orden de la variable aleatoria . Media de la distribución .

EP: Enfermedad Profesional.

: frecuencia de siniestro tipo .

: en los casos que computa el porcentaje de incapacidad, será la variable aleatoria que lo represente. Queda lo suficientemente claro su diferenciación con aquella que refiere al tipo de siniestro.

: Intensidad de siniestro tipo .

: Ingreso Base diario.

: Ingreso Base mensual.

ILT: Incapacidad Laboral Temporaria.

LRT: Ley de Riesgos del Trabajo 24.557.

m. a m.: miembro a miembro.

: persona activa de edad sobreviva hasta a todas las causas.

: probabilidad de mantererse en estado desde hasta el momento .

: prima a posteriori obtenida en base al vector muestral X, y la función a priori .

: prima a posteriori obtenida en base al vector muestral X, y el subespacio paramétrico a priori .

PE: Prestación en Especie.

: prima pura siniestro tipo . La carencia de subíndice indica que es de carácter global, agregando las particularizadas.

RS: Razón de Sensibilidad.

: sueldo bruto del empleado a recibir al inicio del mes respecto al mes de contratación a la edad .

SIPA: Sistema Integrado Previsional Argentino.

SRT: Superintendencia de Riesgos del Trabajo.

SSN: Superintendencia de Seguros de la Nación.

: tiempo transcurrido hasta entrar en estado .

u.m.: Unidades Monetarias.

: momento centrado de orden dos de la variable aleatoria . Varianza de la distribución .

v.a.: Variable Aleatoria.

x: edad del empleado en el momento de contratación del seguro.

: variable aleatoria que indica el monto " " en u.m. que afronta la ART en concepto de prestaciones en especie por el siniestro PE, por un individuo de edad siniestrado.

: Valor de abcisa que acumula en una función de distribución Normal Estandarizada. Es decir, siendo variable aleatoria tal que , luego .

: tasa instantánea de ocurrencia de siniestro que conlleve a brindar prestaciones en especie por parte de la ART.

: tasa instantánea de ocurrencia de entrada en el estado en el momento .

REPENSANDO LA MODELIZACIÓN, LOS PROBLEMAS CUALITATIVOS, LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES Y LA ESTADÍSTICA DESDE LA SUBJETIVIDAD Y LAS IDEAS ZADEHIANAS[1]

Emilio A. M. Machado
María Teresa Casparri
Pablo S. García
Juan R. Garnica Hervas

INTRODUCCIÓN

Cuando se está frente al análisis de ideas para la modelización de la realidad es fundamental tener muy claro el problema, no su aspecto formal, también esencial. De aquí la importancia que asignamos a la epistemología, a las definiciones de las probabilidades y al análisis de las ideas fundamentales de Zadeh y de los NBT y generalizaciones.

Es importante también, para desentrañar las bases de la modelización requerida, tener un conocimiento claro de los métodos y modelos clásicos, para no incurrir en transgresiones y generalizaciones erróneas. No hay aquí resultados formales, no ha sido nuestro objetivo. Nuestra posición ha sido la investigación como estructura, la aplicación es posterior, pero para ello y para no errar hay que tener muy claro contextos, validez de hipótesis, fundamentos, es decir saber dónde nos movemos. Hay además, en la actualidad, extraordinarios programas y métodos de cálculo que también requieren conocimientos básicos, a los cuales pueden ayudar estas ideas; a nosotros nos ha servido.

1. CONSIDERACIONES EPISTEMOLÓGICAS

Creemos conveniente repetir aquí unas consideraciones de un trabajo anterior para integrar mejor nuestras ideas.

Decíamos: A menudo sucede que se generan conflictos entre culturas organizacionales diferentes, por ejemplo, cuando dos equipos de investigación provenientes de distintas instituciones tienen que trabajar en conjunto, o cuando se fusionan dos empresas y dos equipos con tradiciones diversas tienen que coexistir y colaborar entre sí. Este tipo de

[1] Este trabajo se realizó en el marco del proyecto UBACyT 20020100100478: Aspectos financieros que impactan en dinámicas industriales innovadoras en Argentina: Agro, Medicamentos y Turismo, dirigido por María Teresa Casparri.

situaciones puede analizarse mediante el uso de herramientas conceptuales provenientes de las propuestas de Zadeh, y entendemos que merece una justificación teórica más profunda que la que habitualmente se ofrece, principalmente de carácter pragmático (basada únicamente en resultados exitosos). Así G. Palau (*Introducción filosófica a las lógicas no clásicas,* Barcelona: Gedisa) observa que en 1965, L. Zadeh introdujo la noción de conjunto borroso para referirse a un conjunto que no cumple con el requisito clásico según el cual, dado un conjunto cualquiera A, para cualquier objeto x se puede determinar si pertenece o no al conjunto.

El ejemplo más conocido de conjunto borroso es el originado por las propiedades vagas o inexactas. Según P. Hájek, señala Palau, hay dos sentidos de la expresión "lógica borrosa" que conviene diferenciar: un sentido amplio, en el cual se usa para referirse a la teoría de conjuntos borrosos y sus aplicaciones y otro sentido restringido, que la caracteriza como teoría del razonamiento aproximado basada en una lógica multivariable. En este último sentido, la lógica borrosa intenta responder a los problemas en los cuales no se puede determinar en qué punto se encuentra la solución definitiva (op. cit.: 156). Parece claro que esta es la situación en que nos encontramos en el caso señalado: no se puede determinar exactamente en qué punto van a converger esas culturas, ni cómo se puede medir con precisión el grado de avance de un proceso de homogeneización de tales culturas.

En un trabajo sobre el alcance de los predicados borrosos, Luis Urtubey observa que el rasgo más notorio de los predicados vagos o difusos es que su definición implica que "algunas diferencias son muy pequeñas como para hacer efectivamente alguna diferencia" (2000:465). Pero, al mismo tiempo, estos predicados son también "discriminantes", ya que se aplican incluso a los elementos últimos y más simples, esto es, pueden discriminar sobre el efecto de "agregar o quitar un grano de arena a un montón de arena", que es el problema de la "paradoja del sorites". Este problema nos pone más allá del alcance de la lógica clásica, ya que las dos características señaladas no pueden darse juntas en esa lógica.

En relación con este problema, Crispin Wright introdujo la noción de "tolerancia". Lo que este autor denomina "tolerancia de los predicados vagos" consiste, precisamente, en que tales predicados no tienen límites precisos de aplicación, esto es, en que no hay una división precisa entre casos a los cuales se aplican claramente y casos a los cuales no se aplican, "tolerando" de este modo cambios marginales en los parámetros de

aplicación. En efecto, con respecto a cualquier predicado difuso existe un "grado positivo de cambio", aunque resulta insuficiente para alterar su aplicación correcta (2000:468). Lo que queremos señalar es que esta "tolerancia", esta flexibilidad, permite construir herramientas adecuadas para un tipo de realidades que, como las sociales, en sí mismas carecen de límites precisos y se presentan como procesos cambiantes y abiertos a un devenir incierto.

En el libro antes mencionado, G. Palau, siguiendo a P. Hájek, deja abierta la cuestión acerca de si la lógica borrosa constituye realmente una lógica o si se trata de un procedimiento para responder a los problemas en los cuales no se puede determinar en qué punto se encuentra la solución definitiva. No entraremos aquí en ese debate: nos basta con haber mostrado que se trata de un procedimiento para intentar solucionar problemas relevantes en la gestión de organizaciones complejas.

Antes de pasar a otros desarrollos, queremos una vez más insistir en los riesgos de la matematización, sin cuidar la validez en nuestros contextos de las exigencias de las bases axiomáticas de las estructuras transferidas, lo que genera errores conceptuales y modelos falsamente representativos de situaciones fácticas.

2. LAS IDEAS DE ZADEH EN APLICACIONES

Los multireferenciales borrosos

Vamos ahora a retomar los elementos **básicos** de la probabilidad de Zadeh en aplicaciones fácticas. Para ello es bueno recordar que en la noción de variable aleatoria, conjunto borroso, etc., lo importante no es la cuantificación del referencial sino el par $[a_i, p(a_i)]$.

Para comprender mejor nuestras ideas supongamos el problema generado por el desarrollo de un proyecto de localización que exige el análisis de condiciones cualitativas y/o cuantitativas definidas por conjuntos A, B, C,.....cuyos elementos $a_i, b_j, c_k, \ldots\ldots$tienen carácter borroso.

Esto nos permite definir un multireferencial borroso [A, B, C,……] con Pos$(a_i \varepsilon A)$, Pos $(b_j \varepsilon B)$… y en el cual son importantes combinaciones $\cup$ y $\cap$ de las mismas y para ellos individualmente funciones económicas

borrosas para Ax%, By%,..... (A $\cap$ B) z%. Es claro que tratándose de proyectos no cabe la teoría de probabilidad en referenciales medible, es decir nos movemos en la subjetividad y en la posibilidad.

Es importante en la primera el análisis ya claro de la condición $\Sigma = 1$.

Una última observación sobre los multireferenciales borrosos: caben dos valorizaciones total ó secuencial, sujeto la elección de uno u otro a las exigencias referentes de cada componente, como por ejemplo prioridad, otras exigencias, etcétera.

3. LA FUNCIÓN ECONÓMICA

Fundamental en todo modelo económico es la función económica clásica que puede ser, si se quiere, representativa de una "tendencia", que en los modelos fácticos de la realidad puede tener diferencias significativas.

Factores externos al modelo y por lo tanto no considerados, nos llevan necesariamente a tomar como una mejor "representación" un intervalo con un valor central. Esto significa pasar de la matemática clásica a la probabilidad subjetiva y en especial a las ideas zadhianas y a los NBT y generalizaciones.

De aquí la necesidad de introducir la función económica borrosa de referencial híbrido en donde básicamente su valor es un número borroso triangular, generado su valor central por una estructura clásica, su intervalo simétrico o no por otros factores cualitativos o cuantitativos.

4. LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

A mediados del siglo pasado, a partir de la segunda guerra tomó auge y un gran desarrollo la investigación de operaciones, algunas generales como la teoría de grafos, la programación lineal, la teoría de colas, la programación dinámica, o específicas como fallas, reemplazos, gestión de stock, etc.

Todas ellas giran alrededor de las funciones económicas, cálculo de probabilidad, en especial los procesos poissonianos, no existía la formulación de la probabilidad subjetiva y la probabilidad de Zadeh. Esto no impidió la formulación de métodos de resultados importantes.

El desarrollo posterior de la electrónica, el tratamiento de la información, los métodos de la logística, etc., quitaron interés a muchos métodos y modelos. Sin embargo, creemos conveniente retomar algunas ideas básicas y tratarlas desde el punto de vista de la probabilidad subjetiva y la posibilidad, por tratarse en general de aplicaciones en proyectos y no de análisis de la realidad en donde vale la probabilidad clásica. Esto no significa crítica. Nos ocupamos de la programación lineal, la programación dinámica y la teoría de colas y Poisson para desarrollar nuestras ideas en un universo extraordinario.

5. LA PROGRAMACIÓN LINEAL

Se trata de optimizar una función económica lineal $z = \sum_{i=1}^{m+n} c_i \; x_i$ sujeta a restricciones también lineales $A\,X \leq B$ donde A es de orden mxn, X de orden nx1 y B mx1. Hay casos especialmente conocidos como el problema de transporte y métodos como el simplex. Esto, así como otras estructuras de cálculo, dijimos que no serán consideradas por nosotros. Lo que nos interesa es el proceso en sí y a él nos remitiremos.

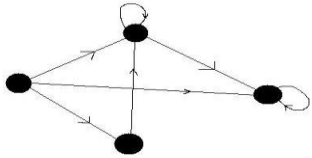
6. PROCESOS DE POISSON

Conjuntamente con los procesos gaussianos, referentes y base de la teoría de errores, los procesos de Poisson referentes a la "cantidad de ocurrencias" de un acontecimiento son las dos teorías básicas de la estadística. Conjuntamente con la cantidad de ocurrencia al tiempo *t* es importante el intervalo entre dos ocurrencias, elemento fundamental en la teoría de colas. Calculado como proceso con restricciones muy generales resulta: $p_n(t) = \frac{(\lambda_t)^n}{n!} e^{-\lambda_t}$ de donde el parámetro lambda y su valoración es la base de todo problema de cola.

Un buen análisis básico resumido de la ecuación se encuentra en Kaufmann, Métodos y Modelos de la Investigación de operaciones, un clásico de la época de oro de la investigación de operaciones.

7. TEORÍA DE GRAFOS

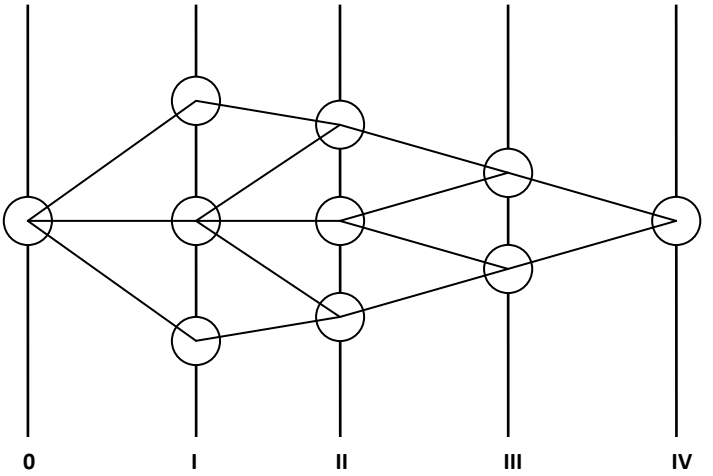
Se trata de representar mediante arcos y flechas procesos dinámicos en donde los vectores son estados del proceso y las flechas operaciones necesarias para la concreción de otro estado, el que se alcanza cuando se han realizado todas las operaciones (flechas necesarias).



Cada una de las operaciones tiene un costo o valor indicado. Son fundamentales los caminos críticos que definen las operaciones básicas. Para definir los caminos críticos existe un algoritmo, el de Ford "Fulkerson".

8. LA PROGRAMACIÓN DINÁMICA

Se trata de un método de optimización secuencial en donde las flechas nos indican las operaciones que conducen a los estados en cada fase. Debe decidirse la política óptima y ésta se obtiene por el teorema de optimización de Bellman.



Una política óptima no puede estar formada más que de subpolíticas óptimas. Esta misma programación se aplica a los procesos "decisión – azar" en los cuales para cada fase de decisión con opciones múltiples corresponde una fase en donde actúa el azar con probabilidades determinadas y cuyo resultado conduce a una nueva fase de decisión.

9. OBSERVACIONES EN LA SUBJETIVIDAD

Posibilidad y probabilidad son dos términos muy parecidos y su diferencia esencial estriba en la asignación de una medida estadística cuantificable entre una y otra.

1. La **probabilidad subjetiva** de un suceso se la asigna el individuo que hace el análisis del mismo y dependerá del conocimiento que esta persona tenga de dicha temática. Precisamente por su carácter de subjetividad no se considera con validez científica, aunque en la vida diaria es lo que más frecuentemente se utiliza, al no apoyarse más que en el sentido común y los conocimientos previos, y no en resultados estadísticos.

2. **Posibilidad**: aptitud, potencia u ocasión para ser, existir o suceder algo. Es decir, algo es posible o imposible y no lo expresamos nunca con ningún valor, número ni cantidad. No podemos decir que un evento A es más posible que ocurra que otro evento B.

Con respecto a la relación conceptual entre Posibilidad y Probabilidad asociada es conveniente analizar la consecuencia de la normalización.

En primer lugar el valor modal en particular, si es uno en posibilidad, nos indica la pertenencia cierta al conjunto, nos lleva a la probabilidad asociada. Lo que se asegura en la probabilidad asociada es que al menos uno de ellos pertenece al conjunto; concepto totalmente distinto.

Además de esto tiene sentido el cálculo de la probabilidad de la ocurrencia de alguno al menos de un conjunto, por suma de las correspondientes probabilidades, lo que no puede efectuarse en el cálculo de posibilidades; en este caso puede una suma dar cualquier valor sin significado conceptual. Esta diferencia marca claramente la diferente interpretación conceptual de estos dos procesos; probabilístico y posibilístico.

Esto no impide la extrapolación de los resultados probabilísticas al dominio posibilístico; en especial parámetros básicos del cálculo de probabilidades como son la media, moda y mediana. Esto es importante, por ejemplo, en el proceso de ordenamiento de números borrosos.

Aceptada la correspondencia entre posibilidad en el sentido de Zadeh y probabilidad subjetiva asociada, podemos definir y analizar la noción de ***Posibilidad condicionada*** para situaciones ciertas o borrosas como ocurre en muchos problemas de gestión y economía.

No vemos ningún inconveniente en mantener la calificación de Posibilidad de nivel α, a la probabilidad subjetiva igual a α. La subjetividad es propia de los procesos que nos preocupan. Es importante recordar que en el análisis elemental de la pertenencia de n puntos a un conjunto en la definición de Zadeh se trata de n variables aleatorias independientes y por lo tanto no se puede considerar las pertenencias como integrantes de una variable aleatoria de orden (n + 1) .

Retomemos ahora la programación lineal con las ideas de la probabilidad subjetiva y la posibilidad. Hay aquí un problema: todos los valores son ciertos y ¿si hay incertidumbre? La función económica es lineal y cierta; y si esta se acepta, como ocurre en proyectos posibles; sostenemos que en dicha propuesta falta la resolución de modelos como intervalos y no "con probabilidad".

Por lo tanto, creemos que funciones económicas híbridas y números borrosos triangulares, en lugar de valores ciertos, adecuadamente insertados, pueden conducir a un mejor modelo lineal fáctico.

10. TEORÍA DE COLAS

Pasemos a la teoría de colas; aquí lo fundamental para nuestro análisis es la ley de Poisson y en especial el lambda. La estimación puede aceptarse suponiendo una probabilidad subjetiva, ya que en todo proyecto la información cierta disponible y los supuestos por analogía o estudios complementarios es importante. Las fallas conceptuales son superables. Recursos de simulación permiten optimizar la valorización de lambda y posteriores ajustes son posibles con las técnicas disponibles.

11. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Lo que para nuestra posición del análisis fáctico conceptual presenta más "críticas" es la programación dinámica y en especial los procesos "decisión – azar".

En primer lugar y no fundamental, puede discutirse en "proyectos" la validez de la probabilidad medible, fácilmente solucionable con la probabilidad subjetiva, pero nos queda otra observación que creemos importante. Es la importancia del concepto borroso de la posibilidad de Zadeh y es que en cada situación post-decisión existen alternativas independientes con valorización posibilística. Esto es importante para analizar y definir una metodología de programación decisión – posibilidad. Hemos dicho "técnicas" porque consideramos que en las aplicaciones conviene usarlas cuando los fundamentos no se cumplen en su totalidad, hecho muy común en todo proceso de investigaciones prácticas aplicadas.

En la investigación aplicada hay una mayor exigencia que en la investigación básica, ya que se requiere una doble exigencia, conocimiento acabado de la realidad que se quiere modelizar (de eso se trata) y conocimiento profundo de la teoría base de la modelización, de ahí nuestra idea de realizar este trabajo.

Queremos agregar otros comentarios. Es necesario el conocimiento conceptual de ambos lados. No va en la modelización la transferencia de la formalidad matemática, la transferencia de ésta en la modelización nos conducirá en general al fracaso.

Las estructuras matemáticas son difícilmente transferibles a los modelos fácticos; en general en los procesos de investigación fácticos se procede al revés; primero el análisis acabado del problema y luego la creación del modelo con todos los recursos que podamos de la teoría o como es muy común en la práctica actual, la creación de estructuras matemáticas.

Es importante frente a una nueva teoría pretender su uso inmediato en la modelización, pero es necesario realizar antes un estudio de las bases de la misma y de las limitaciones en los problemas fácticos.

La teoría es muy simple, la realidad no y la representación está siempre sujeta a restricciones o limitaciones muy fuertes. Es conveniente recordar que la investigación requiere tiempo que no se debe malgastar. El mismo se debe aplicar al análisis de problemas sin modelos efectivos o bien estudiados. Los trabajos sobre temas agotados o suficientemente estudiados no tienen sentido; dejémoslos como "trabajo práctico" para los que se están formando.

Finalmente no olvidar que los modelos deben ser probados y ajustados, nunca un resultado de la investigación fáctica es final; puede inclusive fracasar, esto es también importante porque nos indicará por donde no se debe ir o errores conceptuales en la aplicación de teorías o medios. No olvidar la diferencia entre modelos de la realidad y de la subjetividad, en efecto, existen dos maneras básicas de enfrentar un proceso de modelización: modelizar "como si" la realidad fuera "transparente", esto es, como si tuviéramos acceso irrestricto a todos los aspectos del fenómeno que pretendemos modelizar, o bien modelizar teniendo en cuenta que nuestra propia percepción de los fenómenos "opaca" o "desdibuja" la realidad que se intenta modelizar (a este último aspecto lo hemos denominado "borrosidad cognitiva" en trabajos anteriores).

El primer modo de abordaje (el de la "transparencia") sería el modo propuesto por Descartes y su concepción de un sujeto infalible dotado de capacidades "claras y distintas" para comprender la realidad (y para comprender el conocimiento mismo de esa realidad, o sea, habría transparencia también en el autoconocimiento). La segunda perspectiva es anticartesiana, y ha sido defendida principalmente por Merleau-Ponty: se caracteriza por reconocer la ineludible precariedad del sujeto cognoscente para captar todos los aspectos de la realidad modelizada, a las ideas

"claras y distintas" de Descartes opone Merleau-Ponty la "opacidad" inherente a todo proceso de conocimiento.

Así, Descartes piensa que el razonamiento matemático es el recurso infalible para captar la realidad en todos sus aspectos, de manera que un conocimiento expresado en formulación matemática y obtenido a través de un cálculo matemático es necesariamente verdadero, lo cual supone el enorme y no advertido supuesto de que la realidad, en sí misma, tiene estructura matemática, pero si adoptamos el punto de vista más humilde, que consiste en reconocer que, en última instancia, no sabemos cuál es la "verdadera" estructura de la realidad, que lo real es extremadamente complejo y que el razonamiento y el modelo matemático son solamente modos de simplificar esa complejidad para poder comprenderla más fácilmente, estamos en la posición que defiende la "borrosidad cognitiva".

De manera que todo modelo no es más que una aproximación provisoria a los procesos reales, una aproximación que se corrige a través de la crítica y la permanente revisión epistemológica de nuestros conocimientos. De allí la necesidad de estar permanentemente atentos al tipo de modelo con que intentamos conocer la realidad, porque podría no ser pertinente para el caso que queremos modelizar. Siempre es necesario adoptar esta posición crítica si se quiere evitar, en la máxima medida posible, cometer errores y formular resultados que carezcan de relevancia empírica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Atanassov, K.T. (1994): "Operators over interval valued intuitionistic fuzzy sets*", Fuzzy Sets and Systems* 64 , 159-174, North-Holland.

Dubois, D., Gottwald, S., Hajek, P., Kacprzyk, J. y Prade, J. (2005): *Terminological difficulties in fuzzy set theory-the case of intuitionistic fuzzy sets,* Fuzzy Sets and System.

Dubois, D., Kael, S. y Prade, H., (2007): *Bipolarity in reasoning and decision. An introduction. The case of the possibility theory framework.* Gherasim Ovidiu, Tacu Hàrçan *A new mathematics of fuzzy numbers.* Rumania. Actas del XIV Congreso de SIGEF.

García, P.S. (2000): *Predicados vagos y ontología: una crítica a Petr Háyek.* Epistemología e historia de la Ciencia, La Falda (Córdoba, Argentina), volumen 6, número 6: pp. 189-192.

García, P.S. y Mateu. S. (2005): *Organizational Culture and Fuzzy Logics*", J. Gil Aluja et alia (eds.): *Techniques and Methodologies for Modelling and Simulation of Systems*, Morelia (México): Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo/AMSE, pp. 156-159.

García, P.S. y Mateu, S. (2004): *Fuzzy Logics, redes comunicacionales y gestión de organizaciones complejas*, J. Gil Aluja, D. Marino & F.C. Morabito: *Techniques and Methodologies for the Information and Knowledge Economy, Reggio-Calabria & Messina* (Italy): Falzea Editore, pp. 24-28.

Gomez, A. T., Martínez, B., Manuel, J. y Fernández Bariviera, A. (2007): *Immunization strategy in a fuzzy enviroment.* Rumania. Actas del XIV Congreso de SIGEF.

Hacking, I. (2005), *El surgimiento de la probabilidad*, Gedisa, Buenos Aires.

Peña-Reyes, C (2004): *CoevolutionaryFuzzy Modeling*. Springer

AHORRO PREVISIONAL VOLUNTARIO (APV): CARACTERISTICAS, SITUACION EN CENTRO Y SUDAMERICA[1]

Raúl Rodríguez Vidal

El esquema previsional está compuesto por tres pilares:

- *Primer Pilar o Pilar Asistencial:* Consiste en la otorgación de pensión mínima ya sea por vejez o invalidez.
- *Segundo Pilar o Cotizaciones Obligatorias:* Relacionado con la pensión y salud.
- *Tercer Pilar o Ahorro Voluntario:* Donde los aportes son libres en distintos instrumentos.

El **APV** (Ahorro previsional Voluntario) es un mecanismo de ahorro que permite cotizar por sobre la tasa obligatoria.

Sus principales objetivos son:

- Incrementar el monto de Pensión
- Adelantar la edad de jubilación
- Cubrir lagunas previsionales
- Ahorrar para fines distintos (en la medida que exista liquidez)
- El Gran objetivo es el "Beneficio Tributario".

Existen dos modalidades:

- *Planes de pensión individuales:* Por iniciativa del trabajador utilizando los incentivos.
- *Planes de pensión colectivos:* El eje central es el empleador ya que es el principal promotor de esta modalidad, donde tanto el empleado como el empleador realizan los aportes y el trabajador se ve beneficiado de forma adicional. Esta modalidad se diseña para optimizar la rotación.

✓ Ejemplo de este último es el Plan 401(K) y distintos planes de empleo en España.

[1] Colaboraron con este trabajo Edith Sequeira y Matías Nosetti.

Aspectos a destacar:

La tasa de reemplazo total (Pensión sobre salario) es baja y la eficacia del mecanismo varía según lugar donde se aplica:

- En Alemania el trabajador que gane 2 veces el ingreso promedio recibe como pensión el 30%.
- En Irlanda, ganando el ingreso promedio, se recibe el 32%.
- En México, ganando el ingreso promedio, la pensión alcanza el 36% para hombres y el 30% para mujeres.

Los sistemas de reparto ni los de capitalización pueden hacer frente a esta situación.

El impacto del APV sobre las pensiones puede ser significativo:

Tabla 1. Esquema de Capitalización APV: (Imp Obligatorio)/2.

EDAD APV	TASA DE REEMPLZO OBLIGATORIO		TASA DE REEMPLAZO OBLIG + VOLUNTARIO	
	HOMBRE%	MUJER%	HOMBRE%	MUJER%
30	69	59	166	91
40	69	59	89	76
50	69	59	78	67
60	69	59	72	61

Bajo condiciones adecuadas, el mercado de APV puede alcanzar proporciones muy importantes.

FONDOS DE APV COMO % DEL FONDO OBLIGATORIO (DIC 2009)

BULGARIA	20.1
CHILE	2.6
COLOMBIA	10.1
COSTA RICA	14.6
MEXICO	0.2
PANAMA	26.7

Algunos factores clave para el desarrollo APV son:

1. Nivel de las pensiones en el régimen obligatorio.

2. Incentivos Tributarios.

3. Liquidez del APV.

4. Competencia en la Oferta de planes de APV

5. Aportes de los empleadores.

6. Esquemas Operativos que simplifiquen los aportes y retiro.

7. Adecuada educación previsional.

1. APLICACIÓN DEL APV EN AMÉRICA DEL SUR

Caso A: Argentina

Hay 3 alternativas:

1) Si el trabajador estaba afiliado a una AFJP podía realizar imposiciones voluntarias (depósitos convenidos).

2) Seguro de Retiro individual con compañía que solo opera este riesgo, acumula los aportes y el rendimiento para pagar una RENTA VITALICIA.

3) Seguro de Retiro Colectivo, similar al 2. pero realizado por una empresa a favor de sus empleados.

Los fondos pueden ser retirados total o parcialmente pero sujetos a deducciones. Estos fondos llegaron a ser el 1% de total administrado por las AFJP (182 millones de dólares USA) y la rentabilidad era la misma que la de los fondos obligatorios.

Se puede tomar como desventaja la inexistencia de incentivos legales.

Caso B: Chile

Se ofrecen 2 alternativas:

1. Cotizaciones voluntarias

2. Depósitos convenidos

En este caso ambas modalidades poseen beneficios tributarios.

Se pueden invertir en distintas instituciones financieras (AFP, Bancos, Cias. de Seguro, Fondos mutuos, etc.) y los pueden realizar trabajadores dependientes e independientes así como también contribuyentes del INP.

La diferencia entre los planes es que en los CONVENIDOS solo se pueden retirar fondos al momento de pensionarse mientras que en los VOLUNTARIOS se lo puede hacer en cualquier momento.

Caso C: Colombia

Se presentan 2 alternativas:

1. Individuales
2. Empresariales

Ambas modalidades poseen beneficios tributarios, comisiones diferenciadas por monto y antigüedad, distintas alternativas de portafolios.

Vale la pena destacar que en 2004 los voluntarios eran 4% del total de afiliados y el fondo voluntario el 14% del fondo obligatorio.

Caso D: Perú

Se muestran dos opciones:

1. Aportes Voluntarios con fin previsional
2. Aportes Voluntarios sin fin previsional

Lamentablemente hay poco desarrollo del mecanismo debido a que no existen incentivos fiscales.

El salario base de cotización no tiene límite (Sistema Obligatorio), lo que deja poco espacio para el Ahorro Voluntario y lleva a un escaso número de afiliados con escasa inversión

Caso E: Bolivia

Aquí no existen mecanismos de APV ni hay iniciativas legales para su implementación.

2. APLICACIÓN DEL APV EN AMÉRICA CENTRAL

Caso A: El Salvador

El sistema se implementa en 1998 con las siguientes características:

- Capitalización individual.
- Administración Privada (AFP).
- Estado subsidiario y fiscalizador.

Caso B: Costa Rica

En Abril 2001 entra en vigencia el nuevo régimen multipilar mediante un sistema mixto que incluye la participación del Sector Público y Privado para la administración de fondos.

Los cuatro pilares que componen al régimen son:

- Pilar Solidario.
- Pilar Básico.
- Pilar Complementario.
- Pilar Voluntario.

	Pilar Solidario	Pilar Basico	Pilar complementario	Pilar Voluntario
Financiamiento	Impuestos	Tripartita	Obrero y patron	libre
Administracion	CCSS	CCSS	Operadoras de capital publco o privado	Operadoras de capital publco o privado
Cobertura	Poblacion adulta mayor de 65 años, invalidos o en sit de pobreza	IVM: Trabajadores asalariados y no asalariados	Trabajadores Asalariados	Voluntario para cualquier trabajador
Beneficios	No puede ser <50% de la pension min por vejez del regimen de IVM	No puede ser <60% del prom del sueldo base.	Contribucion definida	Según lo establecido en el contrato

El Sistema se destaca ya que los aportes son voluntarios al régimen obligatorio, la entidad administradora es la AFP y el sistema sobrevive gracias a los incentivos tributarios existentes.

Hay que resaltar que a partir de los 57 años se puede utilizar el dinero recaudado y el retiro anticipado se puede llevar a cabo después de los 66 meses y 66 cuotas.

Caso C: México

En 1997 se cambia de régimen y se implementa el régimen de capitalización, lo que implica la creación de cuentas individuales

administradas por las AFORES y la creación de la CONSAR para regular los sistemas de ahorro para el retiro.

Sistema anterior	Sistema actual
El saldo permanecia en una cta global igual para todos	Cuenta individual, cotizacion semanal
Se desconoce el saldo	Estados de cuenta de la Afore
No se puede aportar para incrementar el monto a percibir en el futuro	Aportaciones voluntarios con posibilidad de retiro cada 6 meses

En cuanto a la estructura del régimen se mencionan las subcuentas del SAR:

- ✓ Subcuenta de retiro, cesantía de edad avanzada y vejez.
- ✓ Subcuenta de Vivienda.
- ✓ Subcuenta de Aportaciones Voluntarias.
- ✓ Subcuenta de Aportaciones Complementarias.

Las ventajas del mismo son:

- ✓ Promueve el desarrollo de mercados financieros.
- ✓ Menor costo fiscal.
- ✓ Crea una importante fuente de financiamiento de actividades productivas, infraestructura, etc.
- ✓ Mayor equidad y mejor distribución.

3. CONCLUSIONES

3.1 Conclusiones de Centroamérica en general

- El Salvador: El sistema previsional no es sostenible a largo plazo.

- Costa Rica: Se necesitan llevar a cabo reformas en el Sistema Multipilar si se quiere que el APV funcione correctamente.
- México: Se debe lograr ampliar la cobertura al resto de la PEA y consolidar el sistema de IMSS.

Los Multifondos:

Los multifondos son un complemento indispensable del APV.

Objetivo: Incrementar el valor esperado de la pensión.

Características de los Multifondos:

- Se crean 5 fondos de pensiones que se diferencian por la proporción invertida en renta variable.
- El afiliado puede ejercitar sus preferencias en relación a rentabilidad, riesgo y horizonte de inversión.
- El APV puede ser invertido en un fondo distinto al del ahorro obligatorio.
- El fondo puede ser cualquiera e incluso distribuido en dos de ellos.

LIMITE EN RENTA VARIABLE

FONDO	MAXIMO(%)	MINIMO(%)
A	80	40
B	60	25
C	40	15
D	20	5
E	NO AUTORIZADO	

3.2 Conclusiones de la realidad actual en Centro y Sudamérica

- Existe un bajo nivel de desarrollo del pilar voluntario.
- Ausencia de iniciativas legales orientadas a su fortalecimiento futuro.
- Queda un desafío pendiente.