



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas



**Instituto de Investigaciones en Administración,
Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión
(IADCOM)**

Centro de Investigación
en Métodos Cuantitativos
Aplicados a la Economía y la Gestión
(CMA)

**XIII JORNADAS NACIONALES Y
LATINOAMERICANAS ACTUARIALES**

2012

Editores:

María Teresa Casparri
Alicia Bernardello
Javier García Fronti
Ana Silvia Vilker

XIII Jornadas Nacionales y Latinoamericanas Actuariales : 2012 /

María Teresa Casparri ... [et.al.]. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Universidad de Buenos Aires, 2013.

275 p. ; 20x15 cm.

ISBN 978-950-29-1466-4

1. Actas de Congresos. 2. Ciencias Económicas. I. Casparri, María Teresa CDD 330

Fecha de catalogación: 31/10/2013

Presidente de las Jornadas

Prof. Dr. Alberto Edgardo Barbieri

Comité Ejecutivo

María Teresa Casparri

María Alejandra Metelli

Lidia Rosignuolo

José Luis Franza

José Barral Courtis

Comité Académico

Enrique Dieulefait

Víctor Hugo Bagnati

Emilio Antonio Machado

Jorge Somoza

Víctor Alvarez

Juan Carlos Propatto

Comité Organizador

Alicia Blanca Bernardello

Javier Ignacio García Fronti

Juan Ramón Garnica Hervás

Juan Miguel Massot

Liliana Norma Silva

Alejandro Simón

Aldo Omar Vicario

Editor Responsable:

Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA), Facultad Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

Av. Córdoba 2122 2º piso Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Argentina

Tel/Fax 0054 (011) 4370-6139; cma@econ.uba.ar

Índice

- 5 **Acerca de los autores**
- 9 **Prólogo**
- 11 **Repensando la modelización, los problemas cualitativos,
la investigación de operaciones y la estadística desde la
subjetividad y las ideas zadehianas**
*Emilio A. M. Machado, María Teresa Casparri, Pablo S. García y
Juan R. Garnica Hervas*
- 21 **Conferencia: Riesgo climático – variabilidad de
rendimientos e incidencias de los precios agrícolas. su
cobertura**
Alejandro Simón
- 23 **Conferencia: nuevo marco normativo de reaseguro.
impacto sobre la política de dispersión de riesgos y
efectos sobre el mercado local de seguros**
Horacio Cavallero
- 25 **Tablas de mortalidad específicas para las cohortes nacidas
entre 1950 y 2050 en argentina**
Laura Sanni
- 45 **Acerca del “*essay toward solving a problem in the
doctrine of chances*”**
Alberto H. Landro y Mirta L. González
- 71 **Agrupación de productos financieros por afinidad**
Luisa Lazzari, Patricia Moulia y Jennifer Fogel Aquilante
- 85 **Proyección estocástica de la mortalidad argentina (2011-
2050). una aplicación de Lee-Carter**
Matías Belliard e Iván Williams

- 105 **Cobertura de riesgos de trabajo: sus modificaciones y nuevos desafíos para las ART**
Samantha Fumbarg Joelson, Julieta Lanari y Guadalupe Perez Mattiussi
- 117 **Bonos catástrofe para el desarrollo económico**
María Teresa Casparri, Diego Cosentino y Gonzalo Garcia
- 127 **Sistema de ecuaciones de Lotka Volterra**
Mariana López Amorós
- 145 **El plan nacional estratégico del seguro 2012-2020: propuestas vinculadas a solvencia II**
María Alejandra Metelli y María Milagros Fernández Villa
- 159 **Los números en la carrera de actuario**
Pablo Nicolás Caviezel
- 175 **Envejecimiento y mortalidad de los adultos mayores en Argentina**
Matías Belliard, Dolores Peña y Sofía Cerutti
- 199 **La crisis económico-financiera del 2001 y la mortalidad en la Argentina**
Matías Belliard y Laura Conti
- 227 **Modelos basados en cópulas: ¿De dónde venimos y hacia dónde vamos?**
Daniel Aníbal Sarto
- 235 **Trayectorias de probabilidad en la Teoría de credibilidad bayesiana**
Federico Tassara

ACERCA DE LOS AUTORES

Matías Belliard: Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Especialista en Demografía Universidad Nacional de Luján (UNLu) y Seguridad Social (OISS). Profesor de grado de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA), Universidad del Salvador (USal), Universidad Argentina de la Empresa (UADE) y posgrado (UNLu).

María Teresa Casparri: Profesora Emérita de la Universidad de Buenos Aires (UBA). Profesora de Grado, Postgrado y Doctorado de la Universidad de Buenos Aires. Directora del Instituto de Investigaciones en Administración y Contabilidad. Directora del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA). Directora de Formación Docente de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires. Miembro de la Comisión de Doctorado y Postdoctorado en Ciencias Económicas e Integrante de la Comisión Científica del PIUBACC.

Horacio Cavallero: Gerente General de Punto Sur Sociedad Argentina de Reaseguros S. A. Presidente de la Cámara Argentina de Reaseguradores. Executive MBA - IAE – Instituto de Altos Estudios Empresariales – Universidad Austral –. Global Immersion Program en UCLA, Harvard Business School (HBS)– USA. Licenciado en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA) Postgrado en Excelencia Directiva – Escuela de graduados en Alta Dirección – México. Postgrado en Negociación Universidad Argentina de la Empresa (UADE). Técnico en Administración de Empresas

Pablo Caviezel: Actuario del Departamento de Análisis Demográfico de la Dirección General de Estadística y Censos, del Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires. Profesor adjunto de las asignaturas Análisis Numérico y Estadística y del Grupo de Asignaturas del Área Actuarial. Ayudante de primera de la asignatura “Biometría Actuarial” en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Sofía Cerutti: Estudiante de Actuario en la Universidad del Salvador.

Diego Cosentino: Estudiante de Actuario en Economía. Auxiliar docente Ad-Honorem de las materias Bases Actariales de la Inversión y la Financiación, Administración Financiera y Mercado de Capitales y Elementos de Cálculo Financiero en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Se desempeña en el área de Riesgos en entidades financieras.

Laura Conti: Estudiante de Licenciatura en Economía en la Universidad Nacional del Sur y de Actuario en la Universidad del Salvador (USal). Ayudante de Biometría Actuarial en USal.

Milagros Fernández Villa: Actuaría de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Auxiliar docente de Teoría Actuarial de los Seguros Personales.

Jennifer Fogel Aquilante: Estudiante de Licenciatura en Economía, Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Pasante PROPAL en el CIMBAGE perteneciente al Instituto de Investigaciones en Administración, Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión (IADCOM).

Samantha Fumbarg Joelson: Estudiante de la carrera Actuario en Economía, Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Se desempeña en el área Suscripción, perteneciente a la Gerencia Técnica Actuarial en Provincia ART.

Gonzalo Daniel García: Estudiante de la Licenciatura en Economía, y la carrera de Actuario en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Auxiliar Docente en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Investigador alumno en el Centro de Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión (CMA), Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Se desempeña en el área de Analytics.

Pablo García: Doctor de la Universidad de Buenos Aires en Filosofía; Posgrado en Docencia Universitaria (UBA); Profesor Asociado de la Facultad de Ciencias Económicas de la UBA; Director del Departamento de Humanidades de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Profesor Titular Regular de Pensamiento Científico (CBC de la UBA); Investigador Adjunto del CONICET; treinta y cinco trabajos publicados con referato en los últimos 5 años. Fallecido el día 27 de julio de 2012.

Juan Ramón Garnica Hervás: Profesor Titular de Estadística, Cálculo Financiero, Estadística para Administradores y Teoría del Caos. Profesor Asociado en Grupos de Asignaturas del Área Actuarial. Director de la carrera de Especialización en Docencia Universitaria en Ciencias Económicas y Director del Programa de Formación Docente Continua. Investigador del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA) de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Mirta L. González: Profesora Asociada de Econometría y Titular de Estadística en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Secretaria del Centro de Investigaciones en Econometría de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Julieta Lanari: Estudiante de la carrera Actuario en Administración, Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Se desempeña en el área Suscripción, perteneciente a la Gerencia Técnica Actuarial en Provincia ART.

Alberto H. Landro: Profesor Titular de Econometría, Estadística y Estadística Actuarial en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Director del Centro de Investigaciones en Econometría de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

Mariana López Amorós: Actuario (UBA); Master en Finanzas (Universidad Di Tella).

Luisa Lazzari: Doctora en Economía (Universidad de Valladolid, España); Profesora Titular en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA); Directora de CIMBAGE, Facultad de Ciencias Económicas (UBA); Directora del Proyecto UBACyT 01/W025 de la Programación Científica 2011-2014. Docente-investigadora Categoría I.

Emilio A. Machado: Agrimensor de la Universidad Nacional de La Plata (UNLP). Doctor en Ciencia Físico-Matemática en la UNLP. Profesor Emérito de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Director del CIMBAGE, Facultad de Ciencias Económicas, (UBA).

María Alejandra Metelli: Actuarial, profesora titular del Grupo de Asignaturas del Área Actuarial, Directora del Departamento Pedagógico de Matemática, Coordinadora Académica de la Maestría en Gestión Económica y Financiera de Riesgos, Directora de la Maestría en Gestión Actuarial de la Seguridad Social, Investigadora del Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA) de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Patricia Moulia: Licenciada en Enseñanza de la Matemática (Facultad de Ingeniería, UNLZ). Profesora Adjunta en la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA). Subdirectora del CIMBAGE, Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Investigadora del Proyecto UBACyT 01/W025 Programación Científica 2011-2014. Docente Investigador Categoría IV.

Dolores Peña: Estudiante de Actuario de la Universidad del Salvador (USal).

Guadalupe Pérez Mattiussi: Estudiante de la carrera Actuario en Economía, Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Se desempeña en el área Suscripción, perteneciente a la Gerencia Técnica Actuarial en Provincia ART.

Laura Sanni: Actuaría en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA). Actualmente cursando la Maestría en Demografía Social (UNLU). Investigadora CESS y Ex becaria PROPAL-CEPED/IIIE.

Daniel A. Sarto: Profesor adjunto del Área Actuarial y Profesor titular de la asignatura Cálculo Financiero en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Alejandro C. Simón: Magíster Profesional en Dirección de Empresas (IAE) - Mención Magna Cum Laude. Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas (UBA) Mención Magna Cum Laude. Director General Grupo Sancor Seguros Internacional S.I.S.A.

Federico Tassara: Actuario en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA) Auxiliar docente en la Facultad de Ciencias Económicas (UBA).

Iván Williams: Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas, (UBA), Maestrando en Demografía (UNLU).

Prólogo

El Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y la Gestión y el Departamento Pedagógico de Matemática de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires, tal como lo hacen anualmente, asumieron el desafío y tomaron la responsabilidad de la organización de las Jornadas Actuariales del año 2012.

La idea central es comunicarse por este medio con los profesionales de Ciencias Económicas y, en particular, con los actuarios, que permita proporcionar un progresivo perfeccionamiento con la finalidad de hacerles partícipes de nuestras vivencias y experiencias, surgidas del ejercicio de la docencia y de la profesión.

Con ello, esperamos contribuir con el despertar de conciencias, para lograr el objetivo final de todo quehacer profesional: el mejoramiento de la Sociedad.

Las actividades se desarrollaron en el Salón de Usos Múltiples de la mencionada Casa de Estudios, estando a cargo del Doctor Alberto Edgardo Barbieri, el acto inaugural de las Jornadas.

Podemos afirmar que los trabajos presentados, como así también las actividades desarrolladas en estas Jornadas Actuariales, constituirán un beneficio y prestigio profesional de relevancia, agradeciendo especialmente a los que han hecho posible que este material se encuentre a disposición de toda la comunidad.

Act. Alberto Carlos Pagliano
Profesor Asociado Consulta

REPENSANDO LA MODELIZACIÓN, LOS PROBLEMAS CUALITATIVOS, LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES Y LA ESTADÍSTICA DESDE LA SUBJETIVIDAD Y LAS IDEAS ZADEHIANAS

Emilio A. M. Machado

María Teresa Casparri

Pablo S. García

Juan R. Garnica Hervás

INTRODUCCIÓN

Cuando se está frente al análisis de ideas para la modelización de la realidad es fundamental tener muy claro el problema, no su aspecto formal, también esencial. De aquí la importancia que asignamos a la epistemología, a las definiciones de las probabilidades y al análisis de las ideas fundamentales de Zadeh y de los NBT y generalizaciones.

Es importante también, para desentrañar las bases de la modelización requerida, tener un conocimiento claro de los métodos y modelos clásicos, para no incurrir en transgresiones y generalizaciones erróneas. No hay aquí resultados formales, no ha sido nuestro objetivo. Nuestra posición ha sido la investigación como estructura, la aplicación es posterior, pero para ello y para no errar hay que tener muy claro contextos, validez de hipótesis, fundamentos, es decir saber dónde nos movemos. Hay además, en la actualidad, extraordinarios programas y métodos de cálculo que también requieren conocimientos básicos, a los cuales pueden ayudar estas ideas; a nosotros nos ha servido.

1. CONSIDERACIONES EPISTEMOLÓGICAS

Creemos conveniente repetir aquí unas consideraciones de un trabajo anterior para integrar mejor nuestras ideas.

Decíamos: A menudo sucede que se generan conflictos entre culturas organizacionales diferentes, por ejemplo, cuando dos equipos de investigación provenientes de distintas instituciones tienen que trabajar en conjunto, o cuando se fusionan dos empresas y dos equipos con tradiciones diversas tienen que coexistir y colaborar entre sí. Este tipo de situaciones puede analizarse mediante el uso de herramientas conceptuales provenientes de las propuestas de Zadeh, y entendemos que merece una justificación teórica más profunda que la que habitualmente se ofrece, principalmente de carácter pragmático (basada únicamente en resultados exitosos). Así G. Palau (*Introducción filosófica a las lógicas no clásicas*, Barcelona: Gedisa) observa que en 1965, L. Zadeh introdujo la

noción de conjunto borroso para referirse a un conjunto que no cumple con el requisito clásico según el cual, dado un conjunto cualquiera A, para cualquier objeto x se puede determinar si pertenece o no al conjunto.

El ejemplo más conocido de conjunto borroso es el originado por las propiedades vagas o inexactas. Según P. Hájek, señala Palau, hay dos sentidos de la expresión "lógica borrosa" que conviene diferenciar: un sentido amplio, en el cual se usa para referirse a la teoría de conjuntos borrosos y sus aplicaciones y otro sentido restringido, que la caracteriza como teoría del razonamiento aproximado basada en una lógica multivariable. En este último sentido, la lógica borrosa intenta responder a los problemas en los cuales no se puede determinar en qué punto se encuentra la solución definitiva (op. cit.: 156). Parece claro que esta es la situación en que nos encontramos en el caso señalado: no se puede determinar exactamente en qué punto van a converger esas culturas, ni cómo se puede medir con precisión el grado de avance de un proceso de homogeneización de tales culturas.

En un trabajo sobre el alcance de los predicados borrosos, Luis Urtubey observa que el rasgo más notorio de los predicados vagos o difusos es que su definición implica que "algunas diferencias son muy pequeñas como para hacer efectivamente alguna diferencia" (2000:465). Pero, al mismo tiempo, estos predicados son también "discriminantes", ya que se aplican incluso a los elementos últimos y más simples, esto es, pueden discriminar sobre el efecto de "agregar o quitar un grano de arena a un montón de arena", que es el problema de la "paradoja del sorites". Este problema nos pone más allá del alcance de la lógica clásica, ya que las dos características señaladas no pueden darse juntas en esa lógica.

En relación con este problema, Crispin Wright introdujo la noción de "tolerancia". Lo que este autor denomina "tolerancia de los predicados vagos" consiste, precisamente, en que tales predicados no tienen límites precisos de aplicación, esto es, en que no hay una división precisa entre casos a los cuales se aplican claramente y casos a los cuales no se aplican, "tolerando" de este modo cambios marginales en los parámetros de aplicación. En efecto, con respecto a cualquier predicado difuso existe un "grado positivo de cambio", aunque resulta insuficiente para alterar su aplicación correcta (2000:468). Lo que queremos señalar es que esta "tolerancia", esta flexibilidad, permite construir herramientas adecuadas para un tipo de realidades que, como las sociales, en sí mismas carecen de límites precisos y se presentan como procesos cambiantes y abiertos a un devenir incierto.

En el libro antes mencionado, G. Palau, siguiendo a P. Hájek, deja abierta la cuestión acerca de si la lógica borrosa constituye realmente una lógica o si se trata de un procedimiento para responder a los problemas en los cuales no se puede

determinar en qué punto se encuentra la solución definitiva. No entraremos aquí en ese debate: nos basta con haber mostrado que se trata de un procedimiento para intentar solucionar problemas relevantes en la gestión de organizaciones complejas.

Antes de pasar a otros desarrollos, queremos una vez más insistir en los riesgos de la matematización, sin cuidar la validez en nuestros contextos de las exigencias de las bases axiomáticas de las estructuras transferidas, lo que genera errores conceptuales y modelos falsamente representativos de situaciones fácticas.

2. LAS IDEAS DE ZADEH EN APLICACIONES

Los multireferenciales borrosos

Vamos ahora a retomar los elementos **básicos** de la probabilidad de Zadeh en aplicaciones fácticas. Para ello es bueno recordar que en la noción de variable aleatoria, conjunto borroso, etc., lo importante no es la cuantificación del referencial sino el par $[a_i, p(a_i)]$.

Para comprender mejor nuestras ideas supongamos el problema generado por el desarrollo de un proyecto de localización que exige el análisis de condiciones cualitativas y/o cuantitativas definidas por conjuntos $A, B, C, \dots$ cuyos elementos $a_i, b_j, c_k, \dots$ tienen carácter borroso.

Esto nos permite definir un multireferencial borroso $[A, B, C, \dots]$ con $\text{Pos}(a_i \in A), \text{Pos}(b_j \in B) \dots$ y en el cual son importantes combinaciones $\cup$ y $\cap$ de las mismas y para ellos individualmente funciones económicas borrosas para $Ax\%, By\%, \dots (A \cap B) z\%$. Es claro que tratándose de proyectos no cabe la teoría de probabilidad en referenciales medible, es decir nos movemos en la subjetividad y en la posibilidad.

Es importante en la primera el análisis ya claro de la condición $\Sigma = 1$.

Una última observación sobre los multireferenciales borrosos: caben dos valorizaciones total o secuencial, sujeto la elección de uno u otro a las exigencias referentes de cada componente, como por ejemplo prioridad, otras exigencias, etc.

3. LA FUNCIÓN ECONÓMICA

Fundamental en todo modelo económico es la función económica clásica que puede ser, si se quiere, representativa de una "tendencia", que en los modelos fácticos de la realidad puede tener diferencias significativas.

Factores externos al modelo y por lo tanto no considerados, nos llevan necesariamente a tomar como una mejor “representación” un intervalo con un valor central. Esto significa pasar de la matemática clásica a la probabilidad subjetiva y en especial a las ideas zadhianas y a los NBT y generalizaciones.

De aquí la necesidad de introducir la función económica borrosa de referencial híbrido en donde básicamente su valor es un número borroso triangular, generado su valor central por una estructura clásica, su intervalo simétrico o no por otros factores cualitativos o cuantitativos.

4. LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

A mediados del siglo pasado, a partir de la segunda guerra tomó auge y un gran desarrollo la investigación de operaciones, algunas generales como la teoría de grafos, la programación lineal, la teoría de colas, la programación dinámica, o específicas como fallas, reemplazos, gestión de stock, etc.

Todas ellas giran alrededor de las funciones económicas, cálculo de probabilidad, en especial los procesos poissonianos, no existía la formulación de la probabilidad subjetiva y la probabilidad de Zadeh. Esto no impidió la formulación de métodos de resultados importantes.

El desarrollo posterior de la electrónica, el tratamiento de la información, los métodos de la logística, etc., quitaron interés a muchos métodos y modelos. Sin embargo, creemos conveniente retomar algunas ideas básicas y tratarlas desde el punto de vista de la probabilidad subjetiva y la posibilidad, por tratarse en general de aplicaciones en proyectos y no de análisis de la realidad en donde vale la probabilidad clásica. Esto no significa crítica. Nos ocupamos de la programación lineal, la programación dinámica y la teoría de colas y Poisson para desarrollar nuestras ideas en un universo extraordinario.

5. LA PROGRAMACIÓN LINEAL

Se trata de optimizar una función económica lineal:

$$z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

sujeta a restricciones también lineales:

$$A X \leq B$$

donde A es de orden $m \times n$, X de orden $n \times 1$ y B $m \times 1$. Hay casos especialmente conocidos como el problema de transporte y métodos como el simplex. Esto, así

como otras estructuras de cálculo, dijimos que no serán consideradas por nosotros. Lo que nos interesa es el proceso en sí y a él nos remitiremos.

6. PROCESOS DE POISSON

Conjuntamente con los procesos gaussianos, referentes y base de la teoría de errores, los procesos de Poisson referentes a la “cantidad de ocurrencias” de un acontecimiento son las dos teorías básicas de la estadística. Conjuntamente con la cantidad de ocurrencia al tiempo t es importante el intervalo entre dos ocurrencias, elemento fundamental en la teoría de colas. Calculado como proceso con restricciones muy generales resulta:

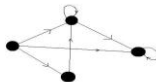
$$p_n(t) = \frac{(\lambda_t)^n}{n!} e^{-\lambda_t}$$

de donde el parámetro λ y su valoración es la base de todo problema de cola.

Un buen análisis básico resumido de la ecuación se encuentra en Kaufmann, Métodos y Modelos de la Investigación de operaciones, un clásico de la época de oro de la investigación de operaciones.

7. TEORÍA DE GRAFOS

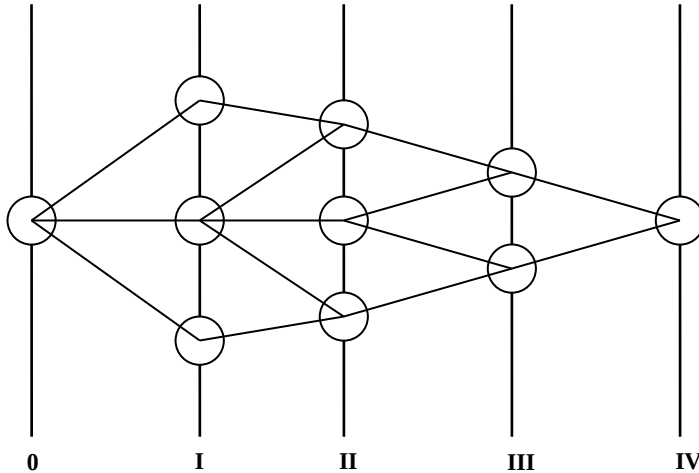
Se trata de representar mediante arcos y flechas procesos dinámicos en donde los vectores son estados del proceso y las flechas operaciones necesarias para la concreción de otro estado, el que se alcanza cuando se han realizado todas las operaciones (flechas necesarias).



Cada una de las operaciones tiene un costo o valor indicado. Son fundamentales los caminos críticos que definen las operaciones básicas. Para definir los caminos críticos existe un algoritmo, el de Ford “Fulkerson”.

8. LA PROGRAMACIÓN DINÁMICA

Se trata de un método de optimización secuencial en donde las flechas nos indican las operaciones que conducen a los estados en cada fase. Debe decidirse la política óptima y ésta se obtiene por el teorema de optimización de Bellman.



Una política óptima no puede estar formada más que de subpolíticas óptimas. Esta misma programación se aplica a los procesos “decisión – azar” en los cuales para cada fase de decisión con opciones múltiples corresponde una fase en donde actúa el azar con probabilidades determinadas y cuyo resultado conduce a una nueva fase de decisión.

9. OBSERVACIONES EN LA SUBJETIVIDAD

Posibilidad y probabilidad son dos términos muy parecidos y su diferencia esencial estriba en la asignación de una medida estadística cuantificable entre una y otra.

1. La **probabilidad subjetiva** de un suceso se la asigna el individuo que hace el análisis del mismo y dependerá del conocimiento que esta persona tenga de dicha temática. Precisamente por su carácter de subjetividad no se considera con validez científica, aunque en la vida diaria es lo que más frecuentemente se utiliza, al no apoyarse más que en el sentido común y los conocimientos previos, y no en resultados estadísticos.

2. **Posibilidad**: aptitud, potencia u ocasión para ser, existir o suceder algo. Es decir, algo es posible o imposible y no lo expresamos nunca con ningún valor, número ni cantidad. No podemos decir que un evento A es más posible que ocurra que otro evento B.

Con respecto a la relación conceptual entre Posibilidad y Probabilidad asociada es conveniente analizar la consecuencia de la normalización.

En primer lugar el valor modal en particular, si es uno en posibilidad, nos indica la pertenencia cierta al conjunto, nos lleva a la probabilidad asociada. Lo que se asegura en la probabilidad asociada es que al menos uno de ellos pertenece al conjunto; concepto totalmente distinto.

Además de esto tiene sentido el cálculo de la probabilidad de la ocurrencia de alguno al menos de un conjunto, por suma de las correspondientes probabilidades, lo que no puede efectuarse en el cálculo de posibilidades; en este caso puede una suma dar cualquier valor sin significado conceptual. Esta diferencia marca claramente la diferente interpretación conceptual de estos dos procesos; probabilístico y posibilístico.

Esto no impide la extrapolación de los resultados probabilísticas al dominio posibilístico; en especial parámetros básicos del cálculo de probabilidades como son la media, moda y mediana. Esto es importante, por ejemplo, en el proceso de ordenamiento de números borrosos.

Aceptada la correspondencia entre posibilidad en el sentido de Zadeh y probabilidad subjetiva asociada, podemos definir y analizar la noción de **Posibilidad condicionada** para situaciones ciertas o borrosas como ocurre en muchos problemas de gestión y economía.

No vemos ningún inconveniente en mantener la calificación de Posibilidad de nivel α , a la probabilidad subjetiva igual a α . La subjetividad es propia de los procesos que nos preocupan. Es importante recordar que en el análisis elemental de la pertenencia de n puntos a un conjunto en la definición de Zadeh se trata de n variables aleatorias independientes y por lo tanto no se puede considerar las pertenencias como integrantes de una variable aleatoria de orden $(n + 1)$.

Retomemos ahora la programación lineal con las ideas de la probabilidad subjetiva y la posibilidad. Hay aquí un problema: todos los valores son ciertos y ¿si hay incertidumbre? La función económica es lineal y cierta; y si esta se acepta, como ocurre en proyectos posibles; sostenemos que en dicha propuesta falta la resolución de modelos como intervalos y no "con probabilidad".

Por lo tanto, creemos que funciones económicas híbridas y números borrosos triangulares, en lugar de valores ciertos, adecuadamente insertados, pueden conducir a un mejor modelo lineal fáctico.

10. TEORÍA DE COLAS

Pasemos a la teoría de colas; aquí lo fundamental para nuestro análisis es la ley de Poisson y en especial el λ . La estimación puede aceptarse suponiendo una probabilidad subjetiva, ya que en todo proyecto la información cierta disponible y los supuestos por analogía o estudios complementarios es importante.

Las fallas conceptuales son superables. Recursos de simulación permiten optimizar la valorización de λ y posteriores ajustes son posibles con las técnicas disponibles.

11. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

Lo que para nuestra posición del análisis fáctico conceptual presenta más “críticas” es la programación dinámica y en especial los procesos “decisión – azar”.

En primer lugar y no fundamental, puede discutirse en “proyectos” la validez de la probabilidad medible, fácilmente solucionable con la probabilidad subjetiva, pero nos queda otra observación que creemos importante. Es la importancia del concepto borroso de la posibilidad de Zadeh y es que en cada situación post-decisión existen alternativas independientes con valorización posibilística. Esto es importante para analizar y definir una metodología de programación decisión – posibilidad. Hemos dicho “técnicas” porque consideramos que en las aplicaciones conviene usarlas cuando los fundamentos no se cumplen en su totalidad, hecho muy común en todo proceso de investigaciones prácticas aplicadas.

En la investigación aplicada hay una mayor exigencia que en la investigación básica, ya que se requiere una doble exigencia, conocimiento acabado de la realidad que se quiere modelizar (de eso se trata) y conocimiento profundo de la teoría base de la modelización, de ahí nuestra idea de realizar este trabajo.

Queremos agregar otros comentarios. Es necesario el conocimiento conceptual de ambos lados. No va en la modelización la transferencia de la formalidad matemática, la transferencia de ésta en la modelización nos conducirá en general al fracaso.

Las estructuras matemáticas son difícilmente transferibles a los modelos fácticos; en general en los procesos de investigación fácticos se procede al revés; primero el análisis acabado del problema y luego la creación del modelo con todos los recursos que podamos de la teoría o como es muy común en la práctica actual, la creación de estructuras matemáticas.

Es importante frente a una nueva teoría pretender su uso inmediato en la modelización, pero es necesario realizar antes un estudio de las bases de la misma y de las limitaciones en los problemas fácticos.

La teoría es muy simple, la realidad no y la representación está siempre sujeta a restricciones o limitaciones muy fuertes. Es conveniente recordar que la investigación requiere tiempo que no se debe malgastar. El mismo se debe aplicar al análisis de problemas sin modelos efectivos o bien estudiados. Los trabajos sobre temas agotados o suficientemente estudiados no tienen sentido; dejémoslos como “trabajo práctico” para los que se están formando.

Finalmente no olvidar que los modelos deben ser probados y ajustados, nunca un resultado de la investigación fáctica es final; puede inclusive fracasar, esto es también importante porque nos indicará por donde no se debe ir o errores conceptuales en la aplicación de teorías o medios. No olvidar la diferencia entre modelos de la realidad y de la subjetividad, en efecto, existen dos maneras básicas de enfrentar un proceso de modelización: modelizar “como si” la realidad fuera “transparente”, esto es, como si tuviéramos acceso irrestricto a todos los aspectos del fenómeno que pretendemos modelizar, o bien modelizar teniendo en cuenta que nuestra propia percepción de los fenómenos “opaca” o “desdibuja” la realidad que se intenta modelizar (a este último aspecto lo hemos denominado “borrosidad cognitiva” en trabajos anteriores).

El primer modo de abordaje (el de la “transparencia”) sería el modo propuesto por Descartes y su concepción de un sujeto infalible dotado de capacidades “claras y distintas” para comprender la realidad (y para comprender el conocimiento mismo de esa realidad, o sea, habría transparencia también en el autoconocimiento). La segunda perspectiva es anticartesiana, y ha sido defendida principalmente por Merleau-Ponty: se caracteriza por reconocer la ineludible precariedad del sujeto cognoscente para captar todos los aspectos de la realidad modelizada, a las ideas “claras y distintas” de Descartes opone Merleau-Ponty la “opacidad” inherente a todo proceso de conocimiento.

Así, Descartes piensa que el razonamiento matemático es el recurso infalible para captar la realidad en todos sus aspectos, de manera que un conocimiento expresado en formulación matemática y obtenido a través de un cálculo matemático es necesariamente verdadero, lo cual supone el enorme y no advertido supuesto de que la realidad, en sí misma, tiene estructura matemática, pero si adoptamos el punto de vista más humilde, que consiste en reconocer que, en última instancia, no sabemos cuál es la “verdadera” estructura de la realidad, que lo real es extremadamente complejo y que el razonamiento y el modelo matemático son solamente modos de simplificar esa complejidad para poder comprenderla más fácilmente, estamos en la posición que defiende la “borrosidad cognitiva”.

De manera que todo modelo no es más que una aproximación provisoria a los procesos reales, una aproximación que se corrige a través de la crítica y la permanente revisión epistemológica de nuestros conocimientos. De allí la necesidad de estar permanentemente atentos al tipo de modelo con que intentamos conocer la realidad, porque podría no ser pertinente para el caso que queremos modelizar. Siempre es necesario adoptar esta posición crítica si se quiere evitar, en la máxima medida posible, cometer errores y formular resultados que carezcan de relevancia empírica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Atanassov, K.T. (1994): "Operators over interval valued intuitionistic fuzzy sets", *Fuzzy Sets and Systems* 64 , 159-174, North-Holland.

Dubois, D., Gottwald, S., Hajek, P., Kacprzyk, J. y Prade, J. (2005): *Terminological difficulties in fuzzy set theory-the case of intuitionistic fuzzy sets*, Fuzzy Sets and System.

Dubois, D., Kael, S. y Prade, H., (2007): *Bipolarity in reasoning and decision. An introduction. The case of the possibility theory framework*. Gherasim Ovidiu, Tacu Hârçan *A new mathematics of fuzzy numbers*. Rumania. Actas del XIV Congreso de SIGEF.

García, P.S. (2000): *Predicados vagos y ontología: una crítica a Petr Háyek*. Epistemología e historia de la Ciencia, La Falda (Córdoba, Argentina), volumen 6, número 6: pp. 189-192.

García, P.S. y Mateu, S. (2005): *Organizational Culture and Fuzzy Logics*", J. Gil Aluja et alia (eds.): *Techniques and Methodologies for Modelling and Simulation of Systems*, Morelia (México): Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo/AMSE, pp. 156-159.

García, P.S. y Mateu, S. (2004): *Fuzzy Logics, redes comunicacionales y gestión de organizaciones complejas*, J. Gil Aluja, D. Marino & F.C. Morabito: *Techniques and Methodologies for the Information and Knowledge Economy, Reggio-Calabria & Messina* (Italy): Falzea Editore, pp. 24-28.

Gomez, A. T., Martínez, B., Manuel, J. y Fernández Bariviera, A. (2007): *Immunitization strategy in a fuzzy enviroment*. Rumania. Actas del XIV Congreso de SIGEF.

Hacking, I. (2005), *El surgimiento de la probabilidad*, Gedisa, Buenos Aires.

Peña-Reyes, C (2004): *CoevolutionaryFuzzy Modeling*. Springer.

Conferencia:
**“RIESGO CLIMÁTICO – VARIABILIDAD DE RENDIMIENTOS E
INCIDENCIAS DE LOS PRECIOS AGRÍCOLAS. SU COBERTURA”**

Alejandro Simón

RESUMEN EJECUTIVO

La actividad agropecuaria está expuesta a una multiplicidad de riesgos que pueden alterar los resultados esperados. Por tratarse de una actividad a cielo abierto se encuentra a la merced de los fenómenos naturales que pueden convertirse en verdaderas catástrofes y a su vez expuestas a riesgos políticos y de mercado.

RIESGO CLIMÁTICO

Variabilidad de rendimientos e incidencias de los precios agrícolas

El cambio climático está haciendo sentir su presencia, de manera inequívoca, en la aparición de “daños naturales” cada vez más frecuentes e intensos, circunstancia que no hace sino subrayar la necesidad de que los gobiernos, los agricultores y la industria de seguros asuman una actitud más proactiva y adopten las medidas necesarias para garantizar la permanencia de los agricultores en su actividad.

El mercado granario (Demanda – Oferta)

El incremento poblacional aumentó paralelamente el “consumo humano” en términos energéticos, alimentarios y en general de productos y servicios.

El crecimiento de la población mundial y el desarrollo económico de países emergentes ha triplicado el consumo de granos en los últimos 20 años. Siendo India y China los principales mercados que necesitan atender su déficit entre la producción y el consumo que demanda su creciente población.

Así mismo, el cuidado del medio ambiente y la búsqueda constante de nuevas fuentes de energías (Etanol – Biodiesel) hacen que la demanda de granos sea cada vez mayor.

Para atender tales demandas el mercado productor de granos desarrolló y comenzó a utilizar tecnologías aplicadas (genéticos, agroquímicos, personal capacitado) las cuales han permitido mayores rindes pero a su vez mayores costos de producción.

Mercado mundial de granos - Agronegocios

Riesgos Inherentes

Riesgos Climáticos : Rendimientos

Riesgos de Mercado : Precio

En términos de precios, el mercado internacional de referencia es el CBOT (Chicago Board of Trade). En la formación de precios impacta la demanda, con sus propios factores de tendencia e influencia. No solo la demanda alimentaria sino también la demanda energética.

Pero también influyen decisivamente los participantes del mercado financiero, tanto los coberturistas, como los especuladores y los fondos de inversión.

Coberturas

El productor agropecuario sufre riesgos físicos y económicos. En definitiva, la conjunción de ambos factores conlleva un riesgo sobre los ingresos del productor. Para cubrir el riesgo físico existen los seguros en sus diferentes modalidades (daños y rendimiento). Para cubrir el riesgo de precio existe el Hedging. Finalmente, ambos factores pueden cubrirse a partir de las coberturas de asegurativas de ingresos.

Conferencia:
"NUEVO MARCO NORMATIVO DE REASEGURO.
IMPACTO SOBRE LA POLÍTICA DE DISPERSIÓN DE RIESGOS Y
EFFECTOS SOBRE EL MERCADO LOCAL DE SEGUROS"

Horacio Cavallero

El mercado de reaseguros tuvo su comienzo formal el 1 de septiembre de 2011. A través de la **resolución Nro. 35625** se estableció que las compañías aseguradoras locales deben reasegurarse, celebrando acuerdos de reaseguro, con las compañías reaseguradoras locales (reaseguradoras argentinas o subsidiarias o sucursales de compañías extranjeras establecidas en la Argentina, que cuenten con un capital mínimo de \$Arg. 30,000.000.-)

La normativa también contempló el acceso al mercado internacional para cubrir el déficit de cobertura de las compañías locales. El anterior mercado de reaseguros se convirtió básicamente en un mercado de retrocesión.

La oferta de reaseguro y retrocesión del mercado internacional también se sometió a un control más estricto, dado que ahora las compañías reaseguradoras (llamadas admitidas en el nuevo esquema) deben registrarse no solo con las autoridades de control sino también en la Inspección General de Justicia.

Después de este marco general, han seguido varias normativas para establecer las formas y controles de las operaciones en toda la **cadena de valor**, desde el asegurado hasta el mercado de retrocesión.

El mercado de reaseguros ha quedado hoy conformado por un abanico muy heterogéneo de compañías que tienen diferentes formas de operar y de determinar su *core business*. Hay un total de 37 compañías registradas en la SSN.

Frente a la necesidad de tener una voz común frente a los organismos oficiales se creó la Cámara Argentina de Reaseguros (CAR), con los siguientes objetivos:

- Representar política e institucionalmente al sector reasegurador ante su organismo de Control, la SSN
- Propender a la jerarquización del sector, velando por la conservación de las normas éticas y comerciales
- Promover la actualización permanente de la regulación técnica que rige la actividad
- Resolver en carácter de árbitro o en forma amigable toda cuestión que sometan las afiliadas

- Colaborar y prestar asesoramiento técnico adecuado a los organismos de control y públicos
- Promover la complementación e integración con otros organismos y entidades, públicos o privados

La oferta de reaseguro mundial sigue superando a la demanda en todas las regiones con acumulaciones catastrófica y también para riesgos no catastróficos.

La industria de reaseguro cuenta con suficiente capacidad para proveer a la demanda de las compañías aseguradoras

América Latina sigue siendo un mercado atractivo por sus tasas de crecimiento que impactan positivamente en el crecimiento en el volumen de primas.

CONCLUSIONES

El incipiente mercado Argentino de Reaseguros ya es una realidad y observaremos una mayor retención de primas y de siniestros por parte de las compañías de seguros, incremento de los costos (impuestos y costos de las nuevas estructuras).

Debemos contemplar el acceso al mercado de reaseguros mundial, como instrumento de apalancamiento y dispersión de riesgos, el que debe siempre estar considerado en las decisiones macroeconómicas del mercado de seguros y reaseguros.

TABLAS DE MORTALIDAD ESPECÍFICAS PARA LAS COHORTES NACIDAS ENTRE 1950 Y 2050 EN ARGENTINA

Laura Sanni

INTRODUCCIÓN

La tabla de mortalidad es un instrumento relevante para el estudio de evolución de la población y sus movimientos, fundamental para el cálculo actuarial. Por lo tanto, la adecuada predicción de las probabilidades de muerte constituye un elemento clave en la reducción del riesgo que asume.

Como se sabe, existen factores que ejercen una influencia significativa sobre la mortalidad y permiten su gradual reducción en el tiempo. Con esto, la tabla de mortalidad basada en la hipótesis de estacionariedad empieza a ser bastante conservadora y poco realista. Surge así la idea de tablas específicas para cada cohorte de individuos. Las mismas se usan habitualmente en el análisis de sobrevivencia de ensayos clínicos, ya que presentan una serie de dificultades prácticas para utilizarlas en la descripción de sobrevida de la población de un grupo de personas, principalmente por el gran tamaño de las poblaciones en las cuales se calculan las tablas de vida y el tiempo de seguimiento requerido.

Por tal motivo, varios países empezaron a recurrir a modelos para proyectar tablas de período con el fin de estimar tablas que reflejaran con mayor exactitud el cálculo de las diferentes cohortes. Algunos ejemplos son: España (PERM/F-2000, realizadas por la UNESPA, la ICEA y el Colegio de Actuarios, para el uso común de todas las aseguradoras españolas desde el año 2000), Costa Rica (SP-2530, resueltas en 2007 por el Banco Central de Costa Rica y otras entidades financieras, para el cálculo de pensiones) y Chile (RV-2004, publicadas en 2004 por SAFF y SVS para el cálculo de pensiones).¹

El objetivo del presente trabajo es confeccionar tablas para las cohortes nacidas en Argentina entre 1950 y 2050, tomando como base las proyecciones poblacionales presentadas por CELADE para el período 1950-2050 y estimando la información faltante mediante extrapolaciones de las tasas de mejora por edad, similar a lo utilizado en el modelos de las tablas españolas PERM/F-2000. Al mismo tiempo, se va a realizar un análisis de los resultados obtenidos.

¹UNESPA: Unión Española de Entidades Aseguradoras y Reaseguradoras. España. ICEA: Investigación Cooperativa entre Entidades Aseguradoras y Fondos de Pensiones. España. SAFF: Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones. Chile. SVS: Superintendencia de Valores y Seguros. Chile.

1. TABLAS POR COHORTE

Las tablas por cohorte se utilizan principalmente para estudiar la evolución de una generación de individuos a lo largo del tiempo. Estas tablas, al mostrar un análisis longitudinal de la mortalidad de un grupo específico desde su inicio hasta su extinción, toman dos parámetros fundamentales, el tiempo biométrico (la edad) y el tiempo físico (cronométrico). Las tablas de mortalidad por período se refieren sólo a la edad del individuo dado que se admite la hipótesis de estacionariedad del fenómeno. Pero en realidad, las salidas de un grupo de personas no sólo dependen de la edad de los mismos, también dependen de su año de nacimiento, ya que en las distintas cohortes las probabilidades de muerte cambian por diferentes motivos.

En varios estudios de investigación se está hablando del “efecto cohorte”, haciendo referencia a los cambios producidos en la mortalidad de las diferentes cohortes con un patrón específico para cada sexo. Un ejemplo puede verse en Gallop (2007), donde se extrapolan las mejoras por cohorte para estimar las tablas por período, el cual compara la cohorte de hombres nacidos en Gran Bretaña en 1920 con los nacidos en 1930. El mismo halla un patrón diferencial propio de cada cohorte, para el cual ha propuesto varias explicaciones: Las diferencias en los patrones de tabaquismo entre las generaciones; mejor dieta durante y después de la segunda guerra mundial; Los beneficios de la introducción en la década de 1940 de la educación estatal y el Servicio Nacional de Salud (SNS); *Estas generaciones han sido los beneficiarios de la investigación y avances médicos que han pasado de las causas de muerte que afectan a los niños y jóvenes a los que afectan a las personas mayores.* Esto nos lleva a pensar que pueden existir muchas causas por las que las probabilidades de muerte de distintas cohortes cambian en el tiempo.

Con el objetivo de proyectar probabilidades futuras, varios países comenzaron a generar modelos para estimar los parámetros de tablas de período con la finalidad de armar tablas por cohortes. A continuación vamos a exponer tres casos: Chile, Costa Rica y España; siendo muy similares los modelos utilizados por Chile y España.

2. REFERENCIA INTERNACIONAL

2.1 El caso de Chile

A principios de 2004 se publicó la ley 19.934, la cual establecía las tablas de mortalidad RV-2004 a ser usadas para efectos del cálculo de reservas técnicas de los seguros de Rentas Vitalicias, para el cálculo de capital necesario de las pensiones de Retiro Programado y de los Aportes Adicionales cubiertos por seguro de invalidez y sobrevivencia. Estas nuevas tablas, que actualizan un desfase de 19 años existente en el cálculo de estas prestaciones, fueron construidas sobre la

base de los datos observados durante el período 1995 al 2003. En ellas, mediante técnicas de ajuste y graduación, se determinan las probabilidades de longevidad de los posibles pensionados, estimación necesaria para calcular el período que la futura jubilación debe cubrir, incorporando márgenes de seguridad y factores de mejoramiento futuros, sobre la base de las proyecciones poblacionales del CELADE.

Según el artículo 3140 y sus respectivos anexos, documentos donde se presentan las tablas, los factores de mejoramiento utilizados son los que se encuentran implícitos en las proyecciones de mortalidad de CELADE y para producir las probabilidades de muerte se utiliza la siguiente formula,

$$q(x \text{ proj}) = q(x \text{ nuevo}) * (1-Ax)^t$$

Donde,

$q(x \text{ proj})$: Es el q_x proyectado que refleja el mejoramiento poblacional.

$q(x \text{ nuevo})$: Son los q_x obtenidos del ajuste de Whittaker Henderson, el cual combina regresión lineal y el método bayesiano de ajuste.

Ax : Los factores de mejoramiento.

t : Es el número de años desde que las últimas mortalidades fueron proyectadas.

2.2 El caso de Costa Rica

A principio de 2008, a través del diario oficial “La Gaceta”, la Superintendencia de Pensiones Costarricense presentó las tablas de mortalidad para pensionados y beneficiarios que deben utilizarse para el cálculo de los retiros programados por parte de las Operadoras de Pensión Complementaria y de las provisiones y reservas técnicas por parte de los Regímenes de Pensiones de beneficio definido por parte de las entidades aseguradoras. Este mismo comunicado, estableció que estos cálculos se realizaran con base en las tablas dinámicas de mortalidad, generadas a partir de las Tablas de Mortalidad SP-2005, considerando el transcurso del tiempo y la edad.

El modelo para proyectar tablas por cohortes permite conocer probabilidades de morir por año calendario, para cualquier año comprendido entre 1995 y 2050, y edades x entre 0 y 114 años. El modelo que usan es,

$$q_t, x = A * q_{t0,x}^{(b1)} * x^{(b2)} * t^{(b3)}$$

Donde,

t_0 : Período inicial, diferencia entre el año de inicio, 1995, y el primer período proyectado 2000-2005.

$q\ t, x$: Es la probabilidad proyectada de morir en el año t y la edad x .

$q\ t_0, x$: Es la probabilidad de morir en el período base 2000-2005.

x : es la edad en años cumplidos. Para la edad cero debe usarse $x=0,5$.

t : Año que se va a proyectar menos 1995. Por ejemplo, para el período 2012, $t=17$.

A y bi son parámetros a estimar con regresión múltiple.

2.3 El caso de ESPAÑA

En el año 2000, la Dirección General de Seguros en coordinación con la Unión Española de Entidades Aseguradoras y Reaseguradoras (UNESPA), Investigación Cooperativa entre Entidades Aseguradoras y Fondos de Pensiones (ICEA) y el Colegio de Actuarios hizo oficiales unas tablas generacionales españolas de supervivencia masculina/femenina para uso común de todas las aseguradoras denominadas PERM/F-2000, reemplazando a las suizas GRM/F-80, usadas hasta ese momento.

En las tablas elaboradas en España, PERM/F 2000, se construye una tabla de mortalidad para cada cohorte. La idea básica es, tomando las tasas de mortalidad del pasado para una edad fija x , predecir las tasas de mortalidad en los años futuros para esa misma edad x . Suponemos que la función q_x va disminuyendo a lo largo del tiempo, por lo tanto se ajusta una función a esa disminución. Para modelizar este efecto se utilizó la función exponencial, pese a que implica una tasa de mejora constante lo cual no es demasiado real, si es muy usada y da buenos resultados. Esta función tiene además la ventaja de que no se anula, funciona con pocos datos y no presenta problemas en la práctica (Debón Aucejo, 2003). La fórmula utilizada es,

$$q(x,t) = q(x,t_0) * e^{-\lambda x (t-t_0)}$$

Donde,

$q(x,t)$: mortalidad proyectada para el año t .

$q(x,t_0)$: la mortalidad del año base.

λx : tasa media anual de mejora para la edad x .

$(t-t_0)$: años entre las mediciones.

3. ARMADO Y PRESENTACION DE TABLAS

En esta sección se explicará cómo se armaron las tablas de mortalidad para las cohortes quinquenales nacidas entre 1950 y 2050. Para la elaboración de este informe se tomaron como base las tablas de mortalidad abreviadas publicadas para Argentina por CELADE para el período 1950-2050². La idea principal fue recolectar las tablas para el período 1950-2150, estimando las correspondientes al período 2050-2150, para luego poder confeccionar las tablas para las generaciones de 1950 a 2050.

En primer lugar se recolectaron las 5qx de las tablas publicadas por CELADE. Por cuestiones prácticas, más que nada para que coincidan los períodos quinquenales con los grupos de edades quinquenales, se unificó la probabilidad de muerte para los primeros 5 años de vida, resultando $5q_0 = 1 - (1 - 1q_0) * (1 - 4q_1)$.

Como vimos previamente, una tabla por cohorte hace el seguimiento longitudinal de cada cohorte desde su inicio hasta su extinción, necesitándose al menos 100 años de observación para calcular sus funciones. Dado que contamos con las tablas de CELADE para los períodos quinquenales de 1950 a 2050, solo tendríamos la información para armar la tabla de mortalidad para la cohorte de 1953³, ya que la $5q_0$ la obtenemos de la tabla de 1950-1955 y la $5q_{95}$ de la tabla 2045-2050 (queda claro que la probabilidad de muerte del último grupo, $100 - w$, es 1). Por lo tanto, se va a estimar las tablas para los períodos quinquenales de 2050 a 2150, para así poder completar las tablas para las cohortes restantes. Para realizar esta estimación se aplicó un modelo similar al utilizado en la proyección de las tablas españolas PERM/F-2000, modelo propuesto por Nolfi (1960) y también utilizado en el cálculo de las tablas suizas GRM/GRF 1995 (Debón Aucejo, 2003). El método de Nolfi considera para cada edad x que la mortalidad decrece en forma exponencial, de forma que para cierto tiempo $t > t_0$,

$$q(x,t) = q(x,t_0) * e^{-\lambda x * (t-t_0)}$$

Donde:

- $q(x,t_0)$ es la mortalidad base para la edad x .
- $e^{-\lambda x * (t-t_0)}$ es el factor de proyección.
- λx es la tasa media anual de mejora para cada edad x .
- t_0 y t , son el período base (t_0) y período al cual se proyecta (t).

² Ver <http://www.eclac.org/celade/proyecciones/basedatos_BD.htm>.

³ En muchas oportunidades para hacer referencia al período quinquenal (t , $t+5$) vamos a tomar su punto medio, es decir, ($t+3$).

Para nuestro modelo vamos a proyectar $q(x,t)$ en función de $q(x, t-5)$, por lo que todos los períodos $(t-t_0)$ van a ser constantes e iguales a 5 años.

Lo último que nos faltaría definir es la tasa media anual de mejora para cada período quinquenal $(t, t-5)$ edad x : $5\lambda(x,t)$. La misma va a ser variable para cada período y se va a proyectar para poder concluir con los elementos necesarios para elaborar las tablas por cohortes.

$$5q_x(t) = 5q_x(t-5) * e^{-5\lambda(x,t)}$$

3.1 Estimación de $\lambda(x,t)$ para el período 2050 a 2150

Primero se calculó la $5\lambda(x,t)$ implícita para cada grupo quinquenal en las tablas publicadas por CELADE para el período 2000-2050. Para simplificar los cálculos, tomando como criterio valores y tendencias obtenidos, se decidió agrupar las $5\lambda(x,t)$ de las edades quinquenales en grupos etarios más amplios (Cuadro 1).

Cuadro 1. Selección de grupos etarios

Grupo	x (Hombres)	x (Mujeres)
1	0-15	0-5
2	15-30	5-25
3	30-40	25-40
4	40-70	40-60
5	70-80	60-80
6	80-85	80-85
7	85-90	85-90
8	90-95	90-95
9	95-100	95-100

Fuente: Elaboración propia.

De cada grupo se tomó un promedio simple de $5\lambda(x,t)$ para cada período $(t, t+5)$, al cual se le calculó la tendencia con la forma exponencial. El coeficiente de correlación de dichas tendencias fue muy cercano a la unidad, por lo que se

proyectaron los períodos faltantes, 2050 a 2150, con la fórmula de regresión resultante para cada grupo.⁴

Las fórmulas de regresión obtenidas por las líneas de tendencia son de la forma:

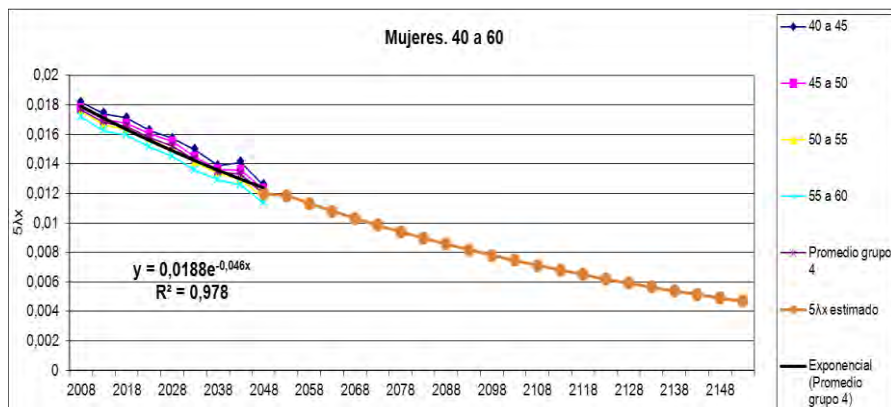
$$5\lambda x = A * e^{Bt}$$

Donde

- $5\lambda x$ es el punto resultante de la tendencia.
- t el período (en este caso sería $t = (x - 2000)/5$; siendo 2005 $t=1$, 2010 $t=2$, ..., 2045 $t=9$).
- A y B son los parámetros obtenidos por la regresión para cada grupo.

Finalmente, se aplicó la fórmula con los parámetros obtenidos para cada uno de los grupos para los períodos quinquenales de 2050 a 2150, obteniendo así las $5\lambda(x,t)$ correspondientes.

Gráfico 1. Ejemplo, grupo 4 Femenino



Como se puede ver, la línea negra marca la tendencia del promedio de $5\lambda x$ del grupo de mujeres entre 40 y 60 años. En base a dicha fórmula de regresión se estimó $5\lambda(x,t)$ hasta el año 2150 (línea naranja).

⁴En el caso del grupo 1 de mujeres (de edades entre 0 y 5 años), el coeficiente de correlación resultó muy bajo, y al resultar poco razonable tomar un valor constante en el tiempo, se consideró adecuado proyectar $5\lambda x$ con una leve variación que desciende 0.01% por año.

3.2 Confección y presentación de las tablas por cohortes

Con las tasas medias de mejora completas hasta el año 2150 para todos los grupos quinquenales de edad, se aplicó la fórmula:

$$5q_x(t) = 5q_x(t-5) * e^{\lambda(x,t)}$$

Proyectándose de esta manera, las $q(x,t)$ para el período faltante 2050-2150. Así se completaron las $5q_x$ para el período comprendido entre 1950 a 2150, y simplemente tomando las diagonales correspondientes, se obtuvieron las $5q_x$ para cada cohorte quinquenal nacida en Argentina entre 1950 y 2050, en base a las cuales se calcularon las respectivas tablas de mortalidad.

Recordando las funciones de las tablas de mortalidad,

- nq_x es la probabilidad de morir entre la edad x y la edad $x+n$.
- ndx es la cantidad de muertos entre la edad x y la edad $x+n$.
$$ndx = l_x * nq_x$$
- l_{x+n} es la cantidad de personas de la corte hipotética que tienen edad exacta $x+n$.

En la edad cero se supone que esta cohorte hipotética tiene una raíz (l_0) de 100.000.

$$l_{x+n} = l_x - ndx$$

- nL_x es la cantidad años persona que hay entre la edad x y $x+n$.
$$nL_x = 5 * l_{x+n} + 5 * f_x * ndx$$
- f_x es el factor de separación.
- T_x es la cantidad de años persona que hay entre la edad x y w .

$$T_x = \sum L_x$$

- e_x es la esperanza de vida de una persona con x años, es decir los años esperados que le faltaría vivir a una persona de edad exacta x .
$$e_x = T_x / l_x$$

Y tomando las siguientes consideraciones:

1. Los factores de separación

5f0

Tomé los factores de separación implícitos en las tablas de CELADE correspondientes a cada período. Para el período 2050-2055, al analizar la evolución del 5f0 en los años precedentes, se tomó un valor constante de 0,10.

Factores de separación para las edades +80

Tomé los factores de separación implícitos en las tablas de CELADE correspondientes a cada período hasta 2045-2050. Para las cohortes que llegaban a la edad de "80 y más" después de 2045-2050, realicé una estimación (en base a la evolución observada de los últimos años en estos factores de separación), resultando para el período (t+5>2045-2050) un factor de separación superior en 0,2% al factor para el mismo grupo de edad en el año t.

$$x>80 \text{ 5F}_x(t) = (1+0,2\%) * 5F_x(t-5)$$

2. e100, T100 y wL100

Se estimó las e100 para cada uno de los años:

1. Suponiendo que la e100 tiene una mejora anual de 0,01 años (0,05 años por quinquenio).

2. Tomando como base e100 publicada por CELADE para el período 2045-2050.

En base a e100 se calculó wL100 y T100.

Tomando todas las consideraciones precedentes llegamos a las tablas por cohortes. Presentamos aquí la tabla para las cohorte de 2050-55, dicha tabla tendría un uso potencial en la seguridad social ya que serviría para calcular las rentas de las personas a jubilarse en el quinquenio 2015-2020.⁵

⁵El resto de las tablas pueden ser consultadas con la autora (lausanni@gmail.com).

Cuadro 2. Tabla de mortalidad para la cohorte nacida entre 1950 y 1955

Cohorte 1953			nqx		lx		ndx		nLx		Tx		ex	
x	n	Año	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
0	5	1953	0,08730	0,07945	100.000	100.000	8.730	7.945	462.318	466.025	6.666.758	7.429.973	67	74
5	5	1958	0,00503	0,00436	91.270	92.055	459	401	455.200	459.270	6.204.440	6.963.948	68	76
10	5	1963	0,00389	0,00280	90.811	91.653	353	257	453.170	457.625	5.749.239	6.504.677	63	71
15	5	1968	0,00663	0,00444	90.457	91.397	600	406	450.787	455.969	5.296.070	6.047.052	59	66
20	5	1973	0,00865	0,00521	89.858	90.991	777	474	447.345	453.770	4.845.283	5.591.083	54	61
25	5	1978	0,00897	0,00558	89.080	90.517	799	505	443.404	451.322	4.397.938	5.137.313	49	57
30	5	1983	0,00990	0,00614	88.281	90.012	874	553	439.221	448.677	3.954.534	4.685.992	45	52
35	5	1988	0,01346	0,00842	87.407	89.459	1.177	753	434.095	445.413	3.515.313	4.237.314	40	47
40	5	1993	0,01927	0,01083	86.231	88.706	1.662	961	427.000	441.128	3.081.218	3.791.902	36	43
45	5	1998	0,02760	0,01477	84.569	87.745	2.334	1.296	417.010	435.486	2.654.218	3.350.774	31	38
50	5	2003	0,04165	0,02119	82.235	86.449	3.425	1.832	402.612	427.666	2.237.208	2.915.288	27	34
55	5	2008	0,06075	0,02914	78.810	84.617	4.788	2.466	382.080	416.922	1.834.596	2.487.622	23	29
60	5	2013	0,08701	0,04052	74.022	82.152	6.441	3.329	354.009	402.436	1.452.516	2.070.699	20	25
65	5	2018	0,12331	0,05800	67.582	78.823	8.333	4.572	317.074	382.685	1.098.507	1.668.263	16	21
70	5	2023	0,17293	0,08545	59.248	74.251	10.246	6.345	270.626	355.394	781.433	1.285.579	13	17
75	5	2028	0,24752	0,13341	49.002	67.906	12.129	9.059	214.689	316.883	510.807	930.185	10	14
80	5	2033	0,36531	0,23679	36.873	58.847	13.470	13.934	150.515	259.434	296.118	613.302	8	10
85	5	2038	0,48650	0,36121	23.403	44.913	11.386	16.223	87.188	184.268	145.603	353.867	6	8
90	5	2043	0,60584	0,50320	12.017	28.690	7.281	14.437	40.104	105.737	58.415	169.600	5	6
95	5	2048	0,71087	0,64099	4.737	14.253	3.367	9.136	13.979	45.997	18.311	63.863	4	4
100	w	2053	1,00000	1,00000	1.370	5.117	1.370	5.117	4.332	17.866	4.332	17.866	3	3

Fuente: Elaboración propia.

Nota: Se tomó como año calendario la mitad del período (Ej. Para 1950-1955, se tomó al año 1953).

4. ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS

Los resultados obtenidos mostraron diferencias importantes entre algunas funciones de las tablas de período publicadas por CELADE y las tablas de cohorte estimadas en el presente trabajo. También se encuentran diferencias muy interesantes entre las distintas cohortes proyectadas.

4.1 Indicadores generales

4.1.2 Esperanza de vida al nacer – $[e(0)]$ -

La esperanza de vida al nacer es un indicador apropiado para estudiar dos poblaciones distintas, ya que no está perturbado por la estructura por edad.

“Es el número promedio de años que vivirían los integrantes de una cohorte hipotética de personas que permaneciese sujeta a la mortalidad imperante en la población en estudio desde su nacimiento hasta su extinción” (Welti, 1989).

Entonces podemos decir que, mientras se usen tablas de período, la esperanza de vida al nacer es una medida hipotética, ya que cambia según se modifican las condiciones de vida actuales de la población. Pero, mediante el presente trabajo, al calcular la evolución de cohortes específicas, esta medida deja de ser hipotética, dado que se calcula sobre una misma cohorte.

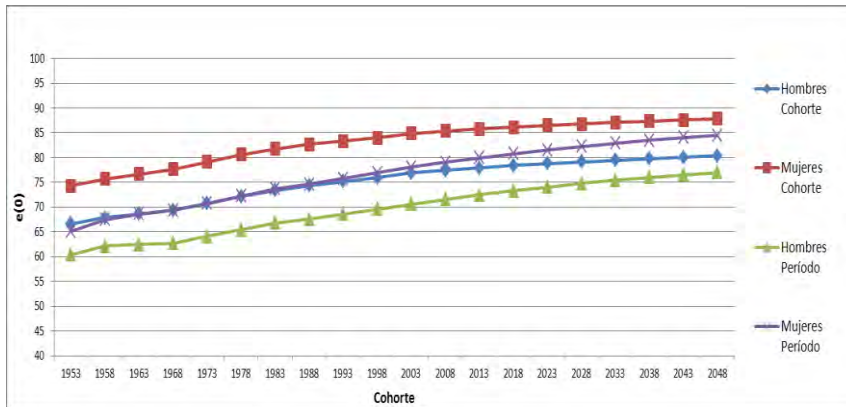
Cuadro 3. Comparación de $e(0)$ entre las tabla de período y cohorte

	1950-55		2010-15		2045-50	
	T. Período	T. Cohorte	T. Período	T. Cohorte	T. Período	T. Cohorte
$e(0)$						
Hombres	60,4	66,7	72,5	77,9	77,0	80,3
Mujeres	65,1	74,3	80,0	85,8	84,5	87,9

Fuente: Elaboración propia.

Si comparamos los valores de los nacidos en este quinquenio, 2010-15, podemos ver que existe una diferencia de 5 años en el caso de los hombres y casi 6 en el caso de mujeres entre las dos tablas (Período-Cohorte), cifras que resultan excesivas para cualquier análisis que se intente realizar sobre una población.

Gráfico 2. Evolución de la esperanza de vida al nacer. Según cohortes y períodos



Fuente: Elaboración propia.

Como se puede ver en el gráfico, la evolución de la serie estudiada es similar para ambos sexos. Con relación a los períodos de mayor avance de la $e(0)$, para ambos sexos, fue sin duda en las cohortes nacidas en la década del '70, donde en cada quinquenio la esperanza de vida al nacer creció el 2% (aproximadamente 1,4 años para los hombres y 1,5 años para las mujeres).

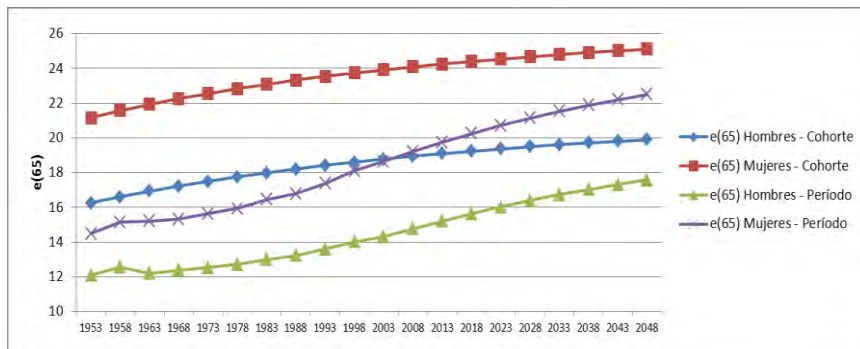
4.1.3 Esperanza de años de vida a los 65 años de edad- $e(65)$ -

La esperanza de años de vida de las personas de 65 años de edad también evoluciona de manera similar para ambos sexos, con una diferencia constante de 5 años en todo el período estudiado.

Se puede observar que el aumento de la esperanza de años de vida a la edad de 65 años es decreciente con los años. La primera cohorte estudiada, Cohorte 1953, es la de mayor avance, con una ganancia de 3 meses en los 5 años; mientras que la cohorte de 2048 tiene un avance de un mes en los 5 años para ambos sexos. No hay que olvidar que las últimas cohortes están estimadas sobre proyecciones de CEPAL, mientras que las primeras se tomaron directamente de la publicación de CEPAL.

Para la seguridad social es fundamental conocer la expectativa de vida de una persona a la edad de retiro. Por lo que resulta interesante ver las diferencias que muestra la $e(65)$ en las dos tablas, la tabla de período y la tabla para la cohorte que cumpliría 65 años en ese período.

Gráfico 3. Evolución de la esperanza a los 65 años. Cohorte y Período



Fuente: Elaboración propia.

Si comparamos las tablas para las personas a jubilarse en el 2010-15, vemos que existen diferencias de 1 año en el caso de los hombres y 2 años en el caso de las mujeres.

Cuadro 4. Comparación de e(65) entre las tabla de período y cohorte

	2010-2015		2045-2050	
	T. Período	T. Cohorte	T. Período	T. Cohorte
	2010-15	1945-50	2045-50	1980-85
	e(65)			
Hombres	14,30	15,89	17,57	17,98
Mujeres	18,64	20,77	22,49	23,09

Fuente: Elaboración propia.⁶

4.2 Diferenciales

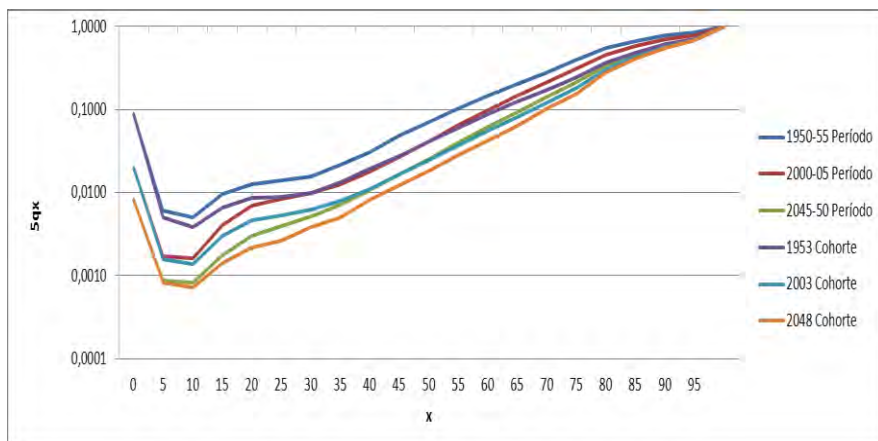
4.2.1 Tasa de mortalidad ($5q_x$)

La mortalidad, como los demás fenómenos demográficos, muestra un comportamiento diferencial según la edad. El riesgo de morir es alto durante los primeros años de vida, reduciéndose entre los 5 y 15 años, para incrementar posteriormente su intensidad alcanzando nuevamente valores elevados en edades más avanzadas. En general, la reducción de la mortalidad se produce a un mayor ritmo en las primeras edades, este proceso da lugar a la típica transformación de la estructura de la mortalidad, que cambia de a la forma de letra U (con intensidades similares en los grupos más jóvenes y en las edades mayores) a una forma más parecida a la letra J. (Grushka, 2009).

En el presente trabajo es muy difícil visualizar esta transformación, dado que las edades tempranas de la cohorte de 1953 ya cuenta con tasas relativamente bajas.

⁶ Se compara el Período 2010-15 con la cohorte de 1945-50, dado que en ese período la cohorte alcanza los 65 años. Ocurre lo mismo con la comparación entre la tabla de período 2045-50 y la cohorte 1980-85.

Gráfico 4. 5qx (escala logarítmica). Hombres. Por Cohorte y Período



Fuente: Elaboración propia.

Por diferentes causas biológicas y sociales, la mortalidad femenina es menor a la masculina. Esto se puede comprobar en las tres cohortes analizadas para todos los grupos de edad.

Cuadro 5. Tasa de mortalidad por grupos de edad. Cohortes 1953, 2003 y 2053

	Cohorte 1953		Cohorte 2003		Cohorte 2053	
	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres	Hombres	Mujeres
0-5	0,03095	0,02801	0,00666	0,00515	0,00258	0,00176
5-15	0,00890	0,00715	0,00296	0,00202	0,00145	0,00077
15-45	0,00692	0,00414	0,00391	0,00162	0,00225	0,00084
45-65	0,20087	0,10169	0,12665	0,05335	0,09631	0,03584
65 y más	0,36208	0,26813	0,30750	0,23528	0,28750	0,22343

Fuente: Elaboración propia.

4.2.2 Sobrevivientes a la edad exacta x (l_x)

Los sobrevivientes a la edad exacta x (l_x) es otra función que refleja bien el comportamiento de una población, esta representa la cantidad de personas de una cohorte hipotética inicial que llega con vida a la edad x .

Los siguientes gráficos muestran el compartimiento de las $l(x)$ para las cohortes de 1953, 1978, 2003, 2028 y 2053.

Gráfico 5. Sobrevivientes a la edad exacta x. Hombres cohortes 1953, 1978, 2003, 2028 y 2053.

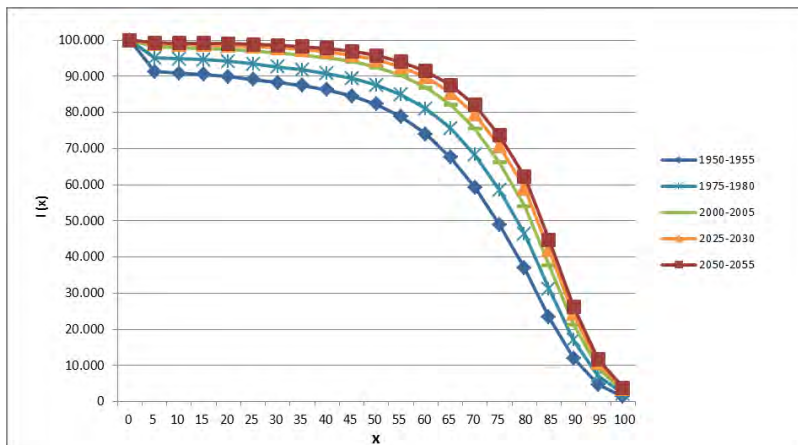
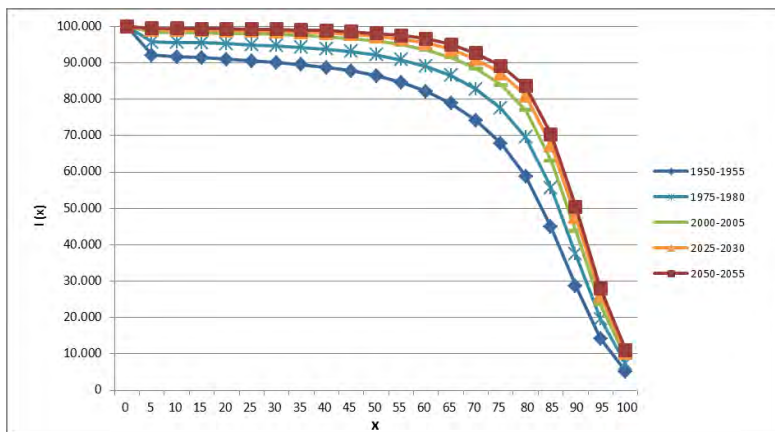


Gráfico 6. Sobrevivientes a la edad exacta x. Mujeres cohortes 1953, 1978, 2003, 2028 y 2053



Fuente: Elaboración propia.

Si bien es más evidente en el gráfico de las cohortes femeninas, en ambos se puede ver el proceso de "rectangularización de la $l(x)$ ". Este proceso refleja la disminución de la mortalidad en edades tempranas concentrándose en los adultos mayores, generando un proceso de "compresión de defunciones" en los últimos

años de vida. Por ejemplo, se puede ver que el 89% de las mujeres nacidas en 2000-05 se espera que sobrevivan hasta los 70 años comparando con sólo 74% nacidas en 1950-55.

4.2.3 Defunciones (dx)

Se puede estudiar los diferenciales por edad mediante el uso de la distribución por edad de las defunciones en cada tabla.

Cuadro 6. Porcentaje de defunciones por grupos etarios. Cohortes 1953, 2003 y 2053

	Cohortes		
HOMBRES	1953	2003	2053
0-14	9,54	2,26	0,91
15-64	22,88	15,60	11,52
65 y más	67,58	82,14	87,57

	Cohortes		
MUJERES	1953	2003	2053
0-14	8,60	1,73	0,60
15-64	12,57	6,73	4,36
65 y más	78,82	91,55	95,04

Fuente: Elaboración propia.

El cuadro precedente evidencia que los grupos de edades avanzadas van adquiriendo mayor peso frente a la pérdida de los grupos más jóvenes, esto refleja el proceso de envejecimiento de la población, consecuencia de la transición demográfica (descenso de la mortalidad y fecundidad). La cohorte femenina de 1950-1955 muestra un 9,5% de defunciones de niños, mientras que en la de 2050-2055 esta proporción disminuye 10 veces; aún es más evidente en el caso de los hombres donde la proporción es 14 veces menor en la cohorte de 2050-2055.

Por otro lado, según las proyecciones realizadas en este trabajo, se estima que el 95% de las defunciones de cohorte femenina de 2050-2055 van a suceder con edades superiores a los 65 años de edad, muy superior a la cohorte de 1950-1955 que concentraría el 78,8%.

El gran aumento de adultos mayores producirá un incremento en los índices de envejecimiento y de dependencia de la tercera edad.

Cuadro 7. Intervalos quinquenales de edad modal de defunciones. Cohortes 1953, 2003 y 2053

	Hombres	Mujeres
Cohorte 1953	80-85 años	85-90 años
Cohorte 2003	80-85 años	90-95 años
Cohorte 2053	85-90 años	90-95 años

Fuente: Elaboración propia.

Al analizar la edad modal, o edad normal de las defunciones, siendo esta la edad en la que se verifica mayor número de defunciones, vemos, como es lógico, que esta aumenta a medida que la mortalidad disminuye, y, por otro lado, que la femenina siempre es mayor a la masculina. Según algunos autores este es el indicador que mejor cuenta de los progresos de la longevidad (Livi Bacci, 1993), y según la estimación presentada resulta extremadamente alta para todas las cohortes, en especial para la cohorte femenina de 2053.

4.2.4 Esperanza de vida a la edad $x - [e(x)]$

La esperanza de vida es el promedio de años que se espera que viva una persona de edad x .

La esperanza de vida de las tablas por cohorte resulta mayor para todas las edades que la de las tablas de período, pero, existen mayores diferencias entre las primeras tablas (1950-55, cohorte-período) que entre las últimas (2045-50, cohorte-período), no hay que perder de vista que estas últimas tablas tienen todos sus valores proyectados, mientras que las de 1950-55 contienen algunos valores del pasado.

Con respecto al diferencial por cohortes, se puede ver que los hombres "mejoran" su esperanza de vida de los primeros años con mayor intensidad que las cohortes femeninas. Para las edades avanzadas todas las cohortes tienen un comportamiento similar.

CONCLUSIONES

Como se vio a lo largo del trabajo, existen grandes diferencias entre las tablas de período y las de cohorte, la principal está en su definición dado que unas muestran la evolución de muchas cohortes en un año y las otras una cohorte en muchos años.

Según los resultados obtenidos, todas las personas nacidas en argentina viven más años que los señalados por las tablas de mortalidad al momento de su

nacimiento. Por ejemplo, en el caso de los hombres nacidos en 2010-15, la esperanza de vida al nacer que revela la tabla publicada por CELADE para ese quinquenio es de 72 años, mientras que la esperanza de vida calculada para esa cohorte asciende a 78 años. Esto no significa que estén mal calculadas, sino que las tablas de período describen la mortalidad en un momento determinado en el tiempo cronológico. Por lo que para analizar la mortalidad de un grupo de personas nacidas el mismo año a lo largo de su vida puede resultar más adecuado usar las tablas por cohorte. Estas tablas representan las tasas de cada generación, permitiendo estudiar las mejoras que experimentan las personas a lo largo de su vida, dado que acompañan a las cohortes reflejando las condiciones de vida de los sucesivos períodos. Por eso, el comportamiento diferencial por cohorte y por período en la mortalidad debería tenerse en cuenta a la hora de calcular seguros de vida o seguros de retiro. Este trabajo mostró grandes diferencias en la estimación de $e(65)$ por cohorte y por período, tanto es así que la $e(65)$ arrojada por la cohorte de 1950-55 recién es alcanzada en tabla del período quinquenal 2025-2030. El uso de ambas tablas daría una visión más completa para el estudio una población, y sería de gran uso para la ciencia actuarial.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CELADE (2008) Tablas abreviadas de mortalidad. Argentina 1950-2050. (http://www.eclac.org/celade/proyecciones/basedatos_BD.htm; Actualizada en Septiembre de 2009 en base a las estimaciones y proyecciones vigentes en el CELADE. Revisión 2008). Bajada el 19 de Abril 2011

Debón Aucejo, A. (2003) Graduación de tablas de mortalidad. Aplicaciones actuariales. Valencia, España. Universitat de Valencia.

Gallop, A. (2007) Methods used in drawing up mortality projections. Mortality Projections in the United Kingdom. Finlandia. 15° International conference of social security actuaries and statisticians, Helsinki.

Grushka, C. (2009) ¿Cuánto vivimos y de qué morimos los argentinos?. Buenos Aires, Argentina. X Jornadas Nacionales y Latinoamericanas Actuariales, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

Livi Bacci, M. (1993) Introducción a la demografía. Barcelona, España. Editorial Ariel.

Welti, C. (1989) Demografía I. Capítulo 4: mortalidad. Santiago de Chile, Chile. CELADE.

Lecturas de apoyo

Alonso Meseguer, J. y Sosvilla Rivero, S. (2007) Proyecciones de tablas de mortalidad dinámicas de España y sus comunidades autónomas, DOCUMENTO DE TRABAJO 2007-28, Serie 8. Madrid, España. CÁTEDRA Fedea-Caja.

Bowers, N.L.; Gerber H.U., Hickman J.C, Jones D.A, Nesbitt C.J, (1997) Actuarial Mathematics. Capítulo 3. Chicago. Society of Actuaries.

Debón Aucejo, A. (2008) Tablas de mortalidad dinámicas para España. Una aplicación a la hipoteca inversa. Valencia, España.

Denton F. Spencer B. (2011) A dynamic extension of the period life table, Demographic research. Vol. 24, art 34, pag 831-854. Alemania.

Galindo C. y López F. (2008) ¿Qué tanto vivimos los mexicanos? Serie "La situación demográfica de México". DF, México. Consejo Nacional de Población.

"LA GACETA" 40, (2008). Costa Rica. Diario Oficial de Costa Rica.

LEY 19.934, Presentación de las tablas de mortalidad rv-2004.Chile.

Rosero Bixty, L. (2008) Tablas de mortalidad, jubilación e invalidez. Costa Rica 2000-2005. Costa Rica.

Vegas, A. (1982). Estadística, Aplicaciones Económicas y Actuariales. Madrid, España. Ed. Pirámide.

ACERCA DEL "ESSAY TOWARD SOLVING A PROBLEM IN THE DOCTRINE OF CHANCES"

Alberto H. Landro

Mirta L. González

UNA INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE LA INVERSIÓN DE LA PROBABILIDAD

En el siglo XVII, por obra de un grupo de pensadores racionalistas (entre los que cabe mencionar a Joseph Glanvill, John Wilkins, Marin Mersenne, Pierre Gassendi, Hugo Grotius, John Tillotson, Robert Boyle y John Locke), a partir del deterioro del criterio de "*creencia*" en la religión, la filosofía y la ciencia provocado fundamentalmente por las polémicas de la Reforma y la Contra-Reforma, se originó un movimiento filosófico conocido como "*escepticismo constructivo*". Esta corriente coincidió con los escépticos en que la certeza absoluta se encontraba fuera del alcance de cualquier observador pero admitió, sin embargo, que este observador poseía la habilidad de explicar el comportamiento de los fenómenos de la naturaleza a un nivel inferior de certeza parcial¹. Un planteo que se convirtió en el argumento habitual de la apologética de la teología natural, especialmente en Gran Bretaña y tuvo su culminación en "*The analogy of religion, natural and revealed, to the constitution and course of nature*" (1736) de J. Butler².

La racionalidad pragmática de esta certeza parcial -ubicada entre la certeza dogmática de los escolásticos y los cartesianos, y la duda absoluta de los escépticos- generada por la limitación de los sentidos, la falibilidad de la razón y la infinita complejidad de la naturaleza, obligó a los filósofos racionalistas a emplear un esquema analítico de razonamiento empirista: desde los "*efectos evidentes*" hacia las "*causas ocultas*". Ahora bien, dado que este método, basado en un conjunto limitado de observaciones, no permitía la caracterización de la

¹. Boyle (1666), por ejemplo, reconoció tres grados de certeza: metafísica (absoluta), física y moral (parciales). Consideraba a la primera como derivada de axiomas que "*...no pueden ser sino ciertos*", a la "*certeza física*" como "*...deducida de principios físicos*" que podían ser modificados o eliminados por Dios, y a la "*certeza moral*" como aquella en la que "*...la conclusión se funda en alguna concurrencia de probabilidades*". Entendiendo por "*concurrencia de probabilidades*" no probabilidades matemáticas, sino la "*...convicción adicional que proporciona la evidencia convergente*" (Daston, L. (1988, p. 63)). Es decir, la convergencia a la intersubjetividad.

². En esta obra, en la que Butler incorporó además un tipo de razonamiento inductivo y analógico concebido en términos frecuentistas, aparece por primera vez el ejemplo del amanecer. Este ejemplo, utilizado luego por Richard Price, se convirtió en un lugar común en la literatura acerca del papel que desempeña la generalización del teorema de Bayes como fundamento de la inferencia inductiva (ver Landro (2010)).

inexplicable naturaleza de la causalidad ni metafísicas generalizaciones, las incipientes inferencias que se obtuvieron resultaron indefectiblemente afectadas por distintos grados de incertidumbre cuya evaluación dio origen al concepto de probabilidad en el marco de una tradición cualitativa.

Posteriormente este razonamiento empirista trasladó su interés de los aspectos cualitativos a los aspectos cuantitativos de la experiencia. Todo este proceso produjo como resultado una teoría de la inferencia inductiva (imperfecta pero necesaria) aplicable a sucesiones de eventos para los cuales la agregación de la experiencia adquirida a partir de su observación repetida, se transformaba en formas de expectativa acerca de su comportamiento futuro. Una expectativa entendida como la expresión matemática del concepto de racionalidad³.

Este intento de cuantificación que, en principio, estuvo a cargo de matemáticos como Pascal y Fermat, se estructuró a partir de la posibilidad de justificar las analogías entre el comportamiento de los fenómenos y los modelos matemáticos disponibles y la hipótesis metafísica de que dicho comportamiento era constante y ordenado. Fueron los matemáticos del siglo XVIII quienes, mediante distintos intentos de cuantificación de las probabilidades "a priori" de las causas, intentaron dar mayor precisión a estos métodos de inferencia y ampliar los alcances de la teoría de la probabilidad como un argumento para refutar el escepticismo de Hume.

2. LOS PRIMEROS INTENTOS DE SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE LA INVERSIÓN

2.1. Jakob Bernoulli y el "Ars conjectandi"

En este sentido, la contribución fundamental de J. Bernoulli -incluida en la "*Pars quarta: Fradens usum et applicationem procedentis doctrinæ in civilibus, moralibus et æconomicis*" del "*Ars conjectandi*"- consistió en: **i)** a partir del ya mencionado tratamiento cualitativo formal de la idea planteada por los mencionados apologistas ingleses de la teología natural y por Arnauld y Nicole, los lógicos de Port Royal, demostrar que el aprendizaje a partir de la experiencia era

³. La primera versión de este tratamiento de la expectativa se halla en "*La logique ou l'art de penser*" (1662) de Arnauld, A.; Nicole, P., obra que constituye el nexo entre la mencionada interpretación cualitativa de los retóricos del escepticismo constructivo y la propuesta de Bernoulli (debe tenerse en cuenta que, como se verá más adelante, el "*Ars conjectandi*" puede ser considerado como un complemento de "*La logique*", conocida en latín como el "*Ars cogitandi*"). Posteriormente, Pascal en sus "*Pensées*" (1669), utilizando el argumento hoy conocido como la "*apuesta de Pascal*", interpretó a la racionalidad como la maximización de la expectativa en condiciones de incertidumbre.

cuantificable a través de un proceso de transformación de la experiencia objetiva en un grado de creencia subjetivo y **ii)** asumiendo ciertas hipótesis de simplicidad y regularidad, procurar establecer el nexo entre las probabilidades “a priori” o de inferencia directa (definidas a partir de un razonamiento que va “*de las causas a los efectos*”, de la hipótesis de simetría de los resultados posibles al concepto de equiprobabilidad) y las probabilidades “a posteriori” o de inferencia inversa (definidas a partir de un razonamiento que va “*de los efectos a las causas*”) mediante la creación de un nuevo modelo de causación que convirtiera a la teoría matemática de la probabilidad en la columna vertebral de la inferencia inductiva.

Hasta la aparición del “*Ars conjectandi*” los avances producidos en la teoría de la probabilidad no habían conseguido proporcionar un planteo eficaz para la formalización de este proceso de inferencia. Los principales tratados de los autores clásicos -empleando el método de razonamiento desde las causas a los efectos- se referían exclusivamente a la resolución de problemas del tipo: dada una urna que se sabe que contiene a bolillas rojas y c bolillas azules, la probabilidad de

obtener una bolilla roja al realizar una extracción al azar es $\theta = \frac{a}{a+c}$. Bernoulli

(probablemente influido por los trabajos de J. Graunt (1661) y W. Petty (1682)) fue el primero en tratar el esquema empírico inverso: la estimación de los valores a y c , basándose en la evidencia que proporcionaban los resultados de las sucesivas extracciones y el primero en postular “...la relación entre la ‘conjectandum’ probabilística y la inferencia inductiva” (Daston (1988, p. 228)), en proponer la sustitución del concepto clásico (deductivo) de probabilidad “a priori”, basado en la simetría de los resultados posibles y en el consecuente concepto Humeano de equiprobabilidad⁴, por la idea de probabilidad “a posteriori”, definida

⁴. Hume (1739): “Dado que una indiferencia total es esencial a la aleatoriedad, no es posible suponer que una aleatoriedad pueda ser superior a otra, en su defecto puede estar compuesta por un número de aleatoriedades iguales. Afirmar que, de alguna forma, una aleatoriedad puede ser superior a otra, implica reconocer que existe algo que origina esa superioridad: Es decir implica suponer la existencia de una causa y, por lo tanto, la negación de la hipótesis de aleatoriedad. De modo que una indiferencia perfecta y total es esencial a la aleatoriedad y una indiferencia total nunca puede ser intrínsecamente superior o inferior a otra. Esta verdad no es inherente a mi sistema, sino que es reconocida por todos los probabilistas” (p. 125). Los números de página que figuran en las referencias a “*A treatise of human nature*” de Hume corresponden a la versión inglesa editada por Clarendon Press (1978).

como una medida del conocimiento (“*expectativa*”) que posee el observador acerca de la veracidad de una proposición⁵.

Utilizando notación moderna, el teorema de Bernoulli puede ser expresado de la siguiente forma:

Sea $Y_n = \frac{X_n}{n}$ la frecuencia relativa correspondiente al resultado “bolilla roja”,

obtenida al cabo de una sucesión de n extracciones al azar con reposición de una urna cuya composición -desconocida para el observador- es de a bolillas rojas y c bolillas azules. Entonces, dados un valor ε positivo y arbitrariamente pequeño, y un valor t positivo y arbitrariamente grande, se demuestra que es posible hallar un $n > n(\theta, \varepsilon, t)$ tal que se puede asegurar que, con una probabilidad mayor a

$\frac{t^2 - 1}{t^2}$, la frecuencia relativa del resultado “bolilla roja” se encontrará a una

distancia menor o igual que ε del verdadero valor de la proporción $\theta = \frac{a}{a+c}$. De

⁵. Bernoulli, J. (1713): “Hemos arribado al punto en el que parece que, para realizar una predicción correcta acerca de un evento cualquiera, solamente es necesario calcular exactamente el número de casos posibles y, luego, determinar cuánto más probable es que ocurra un resultado que otro. Pero aquí surge nuestra dificultad fundamental, ya que este procedimiento es aplicable solamente a un número reducido de fenómenos, casi exclusivamente a aquellos relacionados con los juegos de azar. Los creadores de estos juegos los diseñaron fijando el número de casos que resultarían en ganancia o pérdida y considerándolos conocidos con anticipación y, también, combinando los casos para que todos fueran igualmente probables, de modo que todos los jugadores tuvieran las mismas chances de ganar. Pero ésta no es, de ninguna manera, la situación de la mayoría de los fenómenos gobernados por las leyes de la naturaleza o la voluntad del hombre (...) Ahora bien, me pregunto, qué mortal podría determinar, contando todos los casos posibles, el número de enfermedades que afligen al cuerpo humano en cada una de sus partes y a cada edad, y decir cuánto mayor que otra es la probabilidad de una enfermedad de ser fatal. Los resultados dependen, en estos casos, de factores que son completamente oscuros y que, por la infinita complejidad de sus interrelaciones, constantemente engañan a nuestros sentidos. Existe, sin embargo, otro camino que nos conducirá a lo que estamos buscando y nos permitirá conocer, al menos ‘a posteriori’, lo que no podemos determinar ‘a priori’, es decir, adquirir conocimiento a partir de los resultados observados en numerosas situaciones similares. Debe suponerse en esta circunstancia que, en iguales condiciones, la ocurrencia (o no ocurrencia) de un evento en el futuro observará el mismo comportamiento que fue observado para eventos similares, en el pasado” (p. 226). Los números de página que figuran en las referencias corresponden a la edición de Sung, B. del “*Ars conjectandi*”.

modo que, conocidos ε e Y_n , se puede resolver la ecuación $n(Y_n, \varepsilon, t) = n$ con respecto a t , obteniéndose así una aproximación al límite inferior $\frac{t^2 - 1}{t^2}$ correspondiente a la probabilidad de ocurrencia del evento $|Y_n - \theta| \leq \varepsilon$ y, a partir de esta expresión, determinar la probabilidad de que el verdadero valor de θ esté incluido en un intervalo de la forma $[Y_n - \varepsilon, Y_n + \varepsilon]$ ⁶.

Leibniz planteó varias críticas a este razonamiento que permiten reflexionar acerca de la naturaleza indiscutiblemente metafísica de los supuestos que condujeron a Bernoulli a postular la asociación entre la interpretación clásica de la probabilidad y la filosofía de la inducción. Una se refiere a la condición necesaria (puramente virtual) de contar con un número infinito de observaciones para identificar la probabilidad θ y a la imposibilidad de demostrar la convergencia de una sucesión de frecuencias relativas a partir de un conjunto finito de observaciones. Una segunda objeción considera que, dado que dichas observaciones son asimilables a un conjunto finito de puntos, que los “*resultados fijos ocultos*” son asimilables a una curva que pasa por entre esos puntos y que, para cada conjunto de puntos existen infinitas curvas que cumplen con dicha condición, la probabilidad “a posteriori” obtenida por inferencia es sólo una de las infinitas probabilidades posibles incluidas en el intervalo definido por el teorema. Una tercera cuestión está relacionada con la exagerada simplificación que implicaba la utilización del esquema de urnas y el mecanismo combinatorio que suponía la independencia estocástica de los eventos sucesivos.

Sin proponer una metodología general para valores finitos de n , la respuesta

⁶. Bernoulli, J. (1713): “Este tipo de predicción requiere ‘un gran número de observaciones’ (...) pero, si bien todos reconocemos esto, la demostración científica de este principio no es simple (...) Existe, además, otro problema a ser tomado en consideración (...) podría ocurrir que al incrementarse el número de observaciones también se incrementara la probabilidad de que la proporción registrada entre resultados favorables y no-favorables se aproximara a un ‘verdadero cociente’, de modo que dicha probabilidad finalmente superara cualquier grado deseado de certeza, o podría ocurrir que el problema presentara una asíntota, lo cual implicaría la existencia de un grado de certeza particular respecto del hallazgo del ‘verdadero cociente’, que no podría ser superado no importa cuánto se aumentara el número de observaciones. Para que esta cuestión no sea interpretada en forma imperfecta, debe tenerse en cuenta que el cociente que representa la verdadera relación entre los números de casos, nunca puede ser obtenido con absoluta seguridad (...) El cociente al cual arribamos es sólo aproximado: deben definirse dos límites, pero esos límites pueden ser contruidos de modo que se aproximen tanto como deseemos” (p. 225).

de Bernoulli con respecto a las primeras cuestiones se basó en el ambiguo supuesto de uniformidad y simplicidad de la naturaleza, según el cual la estimación de θ debía realizarse mediante la selección de la curva más simple⁷, de modo que el problema de la inversión quedaba reducido exclusivamente a la selección del estimador más simple de la probabilidad "a priori"⁸.

Con respecto al esquema de urnas, debe tenerse en cuenta que, contrariamente a lo que ocurrió con los probabilistas clásicos -que trataron a las loterías, los juegos de dados y las tiradas independientes de una moneda a nivel de aplicaciones prácticas exclusivamente-, Bernoulli utilizó este modelo como la metáfora más adecuada para reproducir los postulados de la filosofía natural de fines del siglo XVII e intentar demostrar una vinculación entre las causas (θ) y los efectos observados (Y_n) según la cual combinaciones aleatorias de causas inaccesibles, ocultas para el observador podían, a partir de sucesiones infinitas de observaciones repetidas en igualdad de condiciones, producir eventualmente efectos regulares, generando una propuesta alternativa al modelo de causación racionalista, el cual, para un observador ideal capaz de acceder a un conjunto de información de tamaño infinito, la relación de causación era esencialmente deductiva y no-combinatoria.

Fue su postura (más teológica y filosófica que matemática) de convencido militante del determinismo metafísico la que condujo a Bernoulli a la identificación de las causas ignoradas del comportamiento de los fenómenos con el parámetro θ , determinado e invariable y representativo de la naturaleza gobernada por leyes

⁷. "La determinación de una trayectoria a partir de un conjunto finito de observaciones (...) sería bastante débil e incierta si no se tuviera en cuenta que la curva a seleccionar pertenece a la clase de las curvas simples (...) Esto me parece bastante correcto ya que podemos observar que la naturaleza obedece a los comportamientos más simples" (ver correspondencia de Bernoulli a Leibniz en Gerhardt (ed.)(1962)).

⁸. Como se verá en la próxima sección, en su intento de solución del problema de la inversión, de Moivre reemplazó este supuesto de simplicidad por el de "Order" resultante de un "Diseño Original" en el comportamiento de los fenómenos naturales. Las distintas interpretaciones matemáticas de ese "Order" generaron una serie de controversias que constituyen uno de los capítulos más interesantes del desarrollo de la teoría de la probabilidad durante el siglo XVIII.

inmutables⁹ y, en consecuencia, a una interpretación de su teorema que consideraba a la probabilidad θ como conocida, limitando sus alcances a la demostración de la convergencia en-probabilidad de la frecuencia relativa muestral Y_n a θ y, en segundo lugar, a la rigurosa determinación del número de observaciones, $n(\theta, \varepsilon, t)$, requerido para que la probabilidad de que el valor de Y_n esté incluido en un intervalo $[\theta - \varepsilon, \theta + \varepsilon]$ sea t^2 veces mayor que la probabilidad de que no lo esté. Según el ejemplo desarrollado por el mismo Bernoulli en el "*Ars conjectandi*", para una urna que contiene 30 bolillas rojas y 20 azules, un $\varepsilon = \frac{1}{50}$

$t^2 = 1000$, se necesitarían $n = 25550$ observaciones; es decir, a partir de la información proporcionada por 25.550 observaciones de los resultados del juego, se podría asegurar que $p\left(\frac{29}{50} \leq \frac{X}{25.550} \leq \frac{31}{50}\right) > \frac{1000}{1001}$. De la misma forma

demonstró que, para $t^2 = 10.000$, se necesitarían $n = 31.528$ observaciones y para $t^2 = 100.000$, $n = 36966$ observaciones. Estos resultados -cuyas magnitudes eran desproporcionadas para la época- indudablemente deben haber sorprendido -y decepcionado- a Bernoulli -y a sus contemporáneos-, y quizás haya sido la sospecha de la existencia de algún error en el tratamiento matemático del problema -y no razones de orden filosófico- la causa fundamental de su negativa a publicar el producto de sus investigaciones de 20 años.

A partir de esta demostración Bernoulli intentó una extensión de su teorema que implicaba un planteo inverso de la forma: si se observa que la frecuencia relativa "...converge a un valor determinado", θ , entonces este valor definirá la "ley" que gobierna a dicho evento. Pero, la circularidad de este esquema de razonamiento en el cual la convergencia en-probabilidad de las frecuencias

⁹. Una posición que se ve avalada por el postulado con el que concluyó su tratado, posteriormente adoptado por muchos científicos como el fundamento de la filosofía determinística: "*Si algo que está destinado a ocurrir no es cierto que ocurra, no resulta claro entonces ¿cómo puede permanecer inquebrantable el elogio de la omnisciencia y omnipotencia del Todopoderoso? Si todos los eventos fueran observados en forma continua, desde ahora y por toda la eternidad (con lo cual la probabilidad se transformaría en certeza), se concluiría que en el mundo todo ocurre por razones definidas y de conformidad con una Ley y que, por lo tanto, estamos obligados, aún en casos que parecen ser accidentales, a suponer una cierta necesidad o fatalismo*" (p. 237). Laplace (1814), si bien coincidió con la posición de Bernoulli, reemplazó al "Todopoderoso" por "...una inteligencia capaz de comprender a todas las fuerzas de la naturaleza".

relativas se verificaba porque los eventos estaban regidos por una ley determinada pero, a su vez, la convicción de que los eventos se regían por una ley determinada se fundaba en el postulado de inversión de la probabilidad según el cual las frecuencias relativas debían converger a θ , no le permitió obtener una justificación rigurosa de los alcances de su teorema como fundamento de una teoría de la inferencia inductiva

2.2. Nikolaus Bernoulli y el "*De usu artis conjectandi in jure*"

En 1713, con motivo de la discusión que se había generado sobre el trabajo de J. Arbuthnott (1712) acerca de la estabilidad del cociente entre el número de nacimientos masculinos y femeninos en Londres, Nikolaus Bernoulli, a partir de los resultados obtenidos por Lodewijk Huygens y de su interpretación de los postulados del teorema de su tío Jakob como una herramienta para estimar la adecuación numérica de un conjunto de observaciones, logró una demostración de la ley de los grandes números sin restricciones sobre los valores a asumir por el infinitésimo ε , suponiendo solamente que debía ser pequeño en comparación con

n . La intención de N. Bernoulli era comparar la distribución de las observaciones con la función de probabilidades binomial con el objeto de determinar si la variación observada podía ser explicada por dicho esquema y, sobre todo, de lograr una herramienta matemática que permitiera una aproximación a la probabilidad $p(Y_n - \theta \leq \varepsilon) = \sum_{|x - n\theta| \leq \varepsilon} b(x, n, \theta)$, que evitara las enormes

complicaciones que se presentaban en el cálculo de los coeficientes binomiales cuando los valores de n crecían. El resultado fue la siguiente aproximación para

el límite inferior del intervalo:
$$\frac{b(np + \varepsilon^*, n, \theta)}{b(np + \varepsilon^*, n, \theta)} = \left(\frac{n\theta + \varepsilon^*}{n(1 - \theta) - \varepsilon^* + 1} \frac{n\theta + 1}{n\theta} \frac{n(1 - \theta)}{n\theta} \right)^{\varepsilon^{n/2}}.$$

2.3. Abraham de Moivre y "The doctrine of chances"

En 1733, de Moivre, continuando la línea teórica adoptada por N. Bernoulli, obtuvo la aproximación Normal a la distribución binomial¹⁰,

$$p(|x - n\theta| \leq \varepsilon) \approx \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\varepsilon/\sqrt{n\theta(1-\theta)}} e^{-y^2/2} dy.$$

Este resultado y el supuesto que el principio de que la estabilidad de las frecuencias era una prueba incontrovertible de la existencia de una inteligencia superior que regía el comportamiento de los fenómenos naturales (es decir, de la existencia de un "*Diseño Original*"), lo condujeron a la convicción de haber demostrado su propia versión inversa del teorema de J. Bernoulli, la cual tampoco pudo resolver la circularidad del razonamiento. No obstante, este planteo constituyó un argumento de consideración contra el escepticismo radical que sostenía que las causas regulares no necesariamente tenían que producir efectos regulares. De acuerdo con su interpretación, no sólo debía esperarse que, en el largo plazo, causas regulares produjeran efectos regulares, sino que la observación de los efectos permitía asintóticamente el descubrimiento de las causas bajo el supuesto ontológico de que dichas causas ("*leyes determinadas*") existían.

Al igual que en la propuesta de J. Bernoulli, la restricción más importante del resultado de de Moivre radica en que la convergencia de la frecuencia relativa se justifica sólo en el límite. Es decir que tampoco de Moivre logró resolver el problema de la estimación de θ , a partir de una sucesión finita de observaciones (una solución en términos de inferencia probable, no considerada por de Moivre ni por Bernoulli)¹¹. Podría haber demostrado que la aparente convergencia de las frecuencias relativas era compatible con (y, aún, causada por) la aleatoriedad de

¹⁰. Obsérvese que si N. Bernoulli hubiera aplicado series logarítmicas a su resultado hubiera obtenido una expresión de la forma:

$$\ln \left[\frac{b(np, n, \theta)}{b(np + \varepsilon^*, n, \varepsilon)} \right] = \frac{\varepsilon^{*2}}{2npq} \left(1 + \frac{q-p}{\varepsilon^*} + \dots \right) \rightarrow \frac{\varepsilon^{*2}}{2npq}$$

(para ε^* de orden $\sqrt{n}$ y $n \rightarrow \infty$), anticipándose veinte años al resultado de de Moivre.

¹¹. Debe tenerse en cuenta que los intentos de de Moivre para determinar unívocamente el valor de θ a partir de un argumento matemático como el de los puntos de condensación en una sucesión finita de observaciones, terminaron en fracaso. Tampoco indicó un método práctico para obtener un intervalo de confiabilidad para θ , en función de los valores de

n, Y_n y t .

las observaciones pero, obviamente, esta posibilidad no entraba en la concepción del determinista de Moivre, que consideraba simplemente que, en virtud del principio de uniformidad de la naturaleza, las series "debían" converger (suponiendo como Bernoulli que, de acuerdo con el principio de simplicidad, la estimación del "verdadero" cociente resultante de la convergencia consistía en la adopción del cociente "más simple" compatible con el conjunto finito de observaciones)¹².

2.4. Daniel Bernoulli y el "*De mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata*"

En esta obra (publicada en dos partes, en 1770 y 1771 y que, curiosamente, ignoró todos los trabajos previos sobre el tema), Daniel Bernoulli desarrolló una forma alternativa de obtención de la función Normal como aproximación a las probabilidades binomiales, según la cual:

$$b(n\theta + d, n, \theta) \approx \frac{0,56413}{\sqrt{\frac{n}{2}}} \exp\left\{-\frac{n}{2}[\theta - (1 - \theta)]^2\right\} \left(\frac{\theta}{1 - \theta}\right)^{n\theta} [2(1 - \theta)]^n \exp\left[-\frac{d^2}{2n\theta(1 - \theta)}\right]$$

$$(\text{para } \theta = \frac{1}{2} + O(n^{-1/2}) \text{ y } d = O(n^{1/2})).$$

Haciendo $\frac{\theta}{1 - \theta} = 1 - \alpha$ y para valores de α en el entorno de cero, esta aproximación puede ser expresada de la siguiente forma¹³:

$$b(n\theta + d, n, \theta) \approx \frac{0,5643}{\sqrt{\frac{n}{2}}} e^{-2d^2/n}.$$

Debido probablemente a que fue desarrollada exclusivamente para su aplicación a sus investigaciones acerca del ya mencionado cociente de los nacimientos por sexo, esta aproximación no sólo no mejoró la obtenida por de Moivre, sino que resultó menos general.

¹². de Moivre (1733): "(...) Se observa que, si bien la aleatoriedad produce irregularidades, en procesos dinámicos, éstas no son comparables a la recurrencia de ese Orden que resulta Naturalmente del Diseño Original" (p. 252). De acuerdo con Poisson (1835), un "Order" interpretable solamente en términos de expectativa.

¹³. Pearson, K. (1895) obtuvo un resultado similar en forma independiente y, aplicando el mismo método a la distribución hipergeométrica, definió su sistema de curvas de frecuencias.

La metodología utilizada por D. Bernoulli para estimar el valor de θ a partir de un conjunto de datos generados en las realizaciones de fenómenos supuestamente binomiales fue la siguiente: En primer término estimó puntualmente el valor de θ y calculó los desvíos, comparándolos con el error probable a fin de poder concluir si los datos poseían o no distribución binomial. Luego, a fin de discernir si el mismo podía ser considerado o no compatible con los datos, repitió el procedimiento con un valor hipotético θ^* . Un procedimiento que contiene el germen del método conocido luego como test de hipótesis.

3. THOMAS SIMPSON Y EL "MISCELLANEOUS TRACTS ON SOME CURIOUS AND VERY INTERESTING SUBJECTS IN MECHANICS, PHYSICAL-ASTRONOMY, AND SPECULATIVE MATHEMATICS"

Según se puede concluir de lo expresado en las secciones anteriores, más allá de la indiscutible importancia de sus contribuciones al desarrollo de la teoría de la probabilidad, ni los Bernoulli ni de Moivre lograron resolver el problema de la inversión de la probabilidad, es decir, no lograron definir el vínculo entre las observaciones pasadas y las probabilidades de ocurrencia de eventos futuros, en otros términos, pasar de la probabilidad de inferencia directa, $p(Y_n / \theta)$, de los tratadistas clásicos a la probabilidad inversa (o indirecta) $p(\theta / Y_n)$.

Su fracaso se debió fundamentalmente a la imposibilidad, en el contexto de su interpretación determinística, de considerar a θ como una variable aleatoria. Debe tenerse en cuenta que, como se vio en las secciones anteriores, tanto los Bernoulli como de Moivre -como la mayoría de los científicos de la época- en su fidelidad a la "teología" Newtoniana¹⁴, veían en sus teoremas límite el argumento que demostraba la presencia de la Divina Providencia en la estabilidad de los coeficientes estadísticos. En este marco filosófico θ sólo podía ser interpretada como una constante (de valor desconocido) y la frecuencia relativa como una variable aleatoria.

Los primeros intentos de solución del problema de la inferencia en cierta medida exitosos provinieron de la astronomía (el ámbito de las matemáticas aplicadas más importante y más avanzado desde la antigüedad hasta el siglo XVIII). Los problemas planteados por la astronomía condujeron gradualmente al principio Galileano de la media aritmética -calculada a partir de observaciones

¹⁴. Pearson, K. (1926): "Los matemáticos ingleses post-Newtonianos experimentaron una mayor influencia de la teología Newtoniana que de su matemática" (p. 551).

realizadas en igualdad de condiciones- y a distintos métodos de estimación basados en modelos paramétricos, cuya culminación fue el criterio de los cuadrados mínimos. Pero la teoría de los errores de observación, que constituyó su fundamento, recién logró un tratamiento sistemático en Côtés, R. (1722) y, principalmente, en Simpson (1756)(1757), uno de los pocos matemáticos que se rebelaron a la mencionada influencia teológica de Newton.

En sus trabajos Simpson demostró en primer lugar que, supuesta una hipótesis acerca del carácter estocástico de las observaciones, el valor promedio de los valores observados era superior, como estimador ($\hat{Y}$) del verdadero valor (Y), a cualquier observación individual: *"Al tomar el valor promedio de un número de observaciones, disminuye en forma apreciable la probabilidad de cometer errores pequeños y prácticamente hace desaparecer toda probabilidad de cometer errores de gran magnitud. Esta última consideración, por sí misma, parece suficiente para hacer recomendable el uso de este método, no sólo a astrónomos, sino a todos los que estén relacionados con cualquier tipo de información obtenida experimentalmente. Y cuanto mayor sea el número de observaciones realizadas, menor será la propensión a cometer errores, suponiendo que las observaciones se realicen en igualdad de condiciones"* (Simpson (1756), p. 83)¹⁵.

Simpson fue un continuador de la obra de de Moivre¹⁶. La novedad conceptual de su propuesta consistió en dirigir la atención sobre los errores no-sistemáticos¹⁷ asumiendo una hipótesis específica acerca de su distribución de probabilidades y no sobre las observaciones en sí mismas, ni sobre los objetos observados¹⁸. Este planteo, que le permitió aún sin poseer una teoría de la inferencia, medir el error

¹⁵. Esta versión de la ley de los grandes números de Simpson no aparece sustentada por ninguna demostración teórica.

¹⁶. Sus tratados *"The nature and laws of chance. The whole after a new, general, and conspicuous manner, and illustrated with a great variety of examples"* y *"The doctrine of annuities and reversions"* son resúmenes (algunos autores los consideran simplemente plagios) de las obras de de Moivre redactados en forma accesible a un público más general.

¹⁷. En realidad, fue Galileo Galilei (1632) quien introdujo en la literatura el problema de los errores de observación. Si bien no obtuvo una solución cuantitativa ni analítica, arribó a ciertas conclusiones que interpretaban profundamente la esencia del problema: que dichos errores son inevitables, que se distribuyen simétricamente, que la probabilidad de cometer un error de medición aumenta a medida que disminuye la medida del error y que la mayoría de las observaciones se agrupan alrededor del verdadero valor. Obsérvese que, en estos postulados, están contenidas las características de la distribución Normal y los rudimentos de la teoría de la contrastación de hipótesis. Conclusiones similares recién pueden ser halladas en Lambert, J.H. (1765-1772).

¹⁸. Simpson supuso que la distribución de probabilidades de los errores era siempre conocida, aún cuando la *"verdadera posición"* del objeto observado (debe recordarse que Simpson era astrónomo) fuera desconocida.

de estimación (es decir, la incertidumbre de la predicción en términos de una distribución de probabilidades dada), constituyó indudablemente el avance fundamental de su trabajo con respecto al de de Moivre.

El principio propuesto por Simpson implicaba que, una vez asignada una distribución de probabilidades a los errores de observación, la inversión de la probabilidad debía darse por añadidura, postulando que la distribución de probabilidades de Y condicionada por $\hat{Y}$, debía ser tal que:

$$p(Y / \hat{Y}) \propto p(\hat{Y} / Y)^{19}.$$

Una circunstancia que colaboró para que Simpson alcanzara el suceso que no lograron ni los Bernoulli ni de Moivre fue, sin duda, que se independizara de los tradicionales esquemas de urnas (en los que los argumentos matemáticos necesarios eran relativamente simples) y seleccionara otros modelos -por ejemplo, los que se derivaban de las observaciones astronómicas- que evitaban los problemas generados en la estructura física de la urna, intrínsecamente discreta y en la asimetría existente entre su composición y el mecanismo de extracción, haciendo que la cuestión conceptual de la inversión de la probabilidad fuera más fácil de aprehender.

4. THOMAS BAYES, RICHARD PRICE Y EL "ESSAY TOWARD SOLVING A PROBLEM IN THE DOCTRINE OF CHANCES"

En 1764 apareció la solución propuesta por Bayes al problema de la inversión, contenida en su famoso "*An Essay toward solving a problem in the doctrine of chances*"²⁰, que consideraba a θ como una variable aleatoria con una distribución de probabilidades "a priori" conocida, a partir de la cual era posible la caracterización de las propiedades y la definición de la distribución de probabilidades de la variable condicionada (θ / Y_n) a partir de un conjunto finito de observaciones.

¹⁹. Stigler, S. M. (1986): "*Simpson había comprendido que el concepto de distribución de los errores permitía un acceso a la medida de la incertidumbre por la puerta de servicio. Fue Laplace, quien colándose posteriormente por ella, logró abrir la puerta principal (descubriendo que la llave de Bayes ya se encontraba en la cerradura)*" (p. 101).

²⁰. El título de esta obra se debe, en realidad, a Price. Del análisis cuidadoso de su contenido es posible suponer como antecedentes de este trabajo al "*Essai d'analyse sur les jeux de hazard*" (1708) de P.R. de Montmort, al "*Ars conjectandi*" (1713) de J. Bernoulli, "*The doctrine of chances*" (1738) de de Moivre y "*The nature and laws of chance*" (1740) de Simpson.

El “*Essay*” fue presentado en forma póstuma a la Royal Society precedido por una carta de presentación de Richard Price, en la que se encuentra el enunciado del problema propuesto por Bayes: “*Dado el número de veces que un resultado eventual ha ocurrido y el número de veces que no ha ocurrido en las mismas circunstancias, y denotando por θ a la probabilidad -desconocida para el observador- de ocurrencia de dicho resultado en una prueba individual, se desea hallar un método por el cual pudiéramos obtener alguna conclusión con respecto a dicha probabilidad*”(p.298)²¹.

Price interpreta el planteo de Bayes postulando que “...*en la constitución de las cosas existen leyes fijas que rigen la ocurrencia de los eventos, lo que permite concluir que el comportamiento estructural del mundo es el efecto de la sabiduría y el poder de una causa inteligente y, en consecuencia, permite confirmar el argumento sobre la existencia de la Divinidad a partir de las causas finales (...) El problema inverso resuelto en este trabajo es aplicable directamente a este propósito, demuestra con claridad y precisión para cualquier orden o recurrencia de eventos, que existen razones para suponer que tal orden o recurrencia deriva de causas o regulaciones estables de la naturaleza y no de las irregularidades del azar*” (p.297). Una proposición en la que el supuesto “orden o recurrencia de los eventos” sugiere una interpretación en términos de la existencia de una tendencia de la aleatoriedad a generar frecuencias estadísticamente estables y considera a las “*causas o regulaciones estables*” como asimilables a propensiones físicas inherentes a la aleatoriedad del sistema y, por lo tanto, generadoras también de frecuencias estables en sucesiones infinitas de pruebas repetidas en igualdad de condiciones. Esta propuesta permite concluir que Price coincide con de Moivre en su interpretación del teorema de Bernoulli, pero no acepta el supuesto implícito en su demostración respecto de la posibilidad de estimación de una causa (θ) a partir de un conjunto finito de observaciones y, por lo tanto, rechaza su versión inversa de dicho teorema.

Antes de tratar la solución del problema Bayes presenta (*Sección I*) un desarrollo axiomático en el que figura su interpretación del concepto de independencia estocástica (“*Los eventos son independientes cuando la ocurrencia de uno de ellos no incrementa ni disminuye la probabilidad del resto*”(p.298))²² y

²¹. Price afirma, en esta carta, que Bayes había escrito una introducción al “*Essay*” en la que hacía mención a una “*muy ingeniosa solución*” del problema de la inversión, pero, por razones que no menciona, la omite en su presentación, sustituyéndola por dicha carta. Los números de página que figuran en las referencias corresponden a la edición del “*Essay*” en *Biometrika*, vol. 45, 1958.

²². De acuerdo con esta interpretación se podría concluir que, para Bayes, el concepto de independencia entre los eventos es equivalente al de independencia de orden 2.

una definición que, en un evidente retorno a la interpretación Huygeniana en términos de expectativa, asimila la probabilidad al valor subjetivo coherente a pagar en un juego suponiendo una ganancia unitaria, pero entendiendo a la subjetividad como una subjetividad racional (no como un grado de creencia personal)²³.

Las conjeturas de Bayes dieron origen a ciertos juicios adversos referidos fundamentalmente a su posición conceptual confusa e indefinida respecto de la noción de probabilidad, debida a la utilización del concepto de subjetividad racional en un contexto objetivista. A este respecto, es necesario puntualizar que, para los probabilistas de los siglos XVII y XVIII no existían definiciones rígidas de la probabilidad, sino distintos métodos de inferencia de su valor cuyas características dependían del contexto en el que debían ser utilizadas²⁴. En los orígenes de la teoría de la probabilidad el contraste entre las interpretaciones objetivista y subjetivista fue menos profundo que en la filosofía de la época. La llamada doctrina de la asociación de ideas -la cual, a partir de la vinculación de la psicología y la epistemología, intentó explicar los procesos psicológicos subyacentes al comportamiento racional- proporcionó los argumentos conceptuales que posibilitaron las transiciones entre las interpretaciones objetivista y subjetivista. Los fundamentos de este principio de "filosofía cum psicología" de la ciencia, que indudablemente influyó sobre el pensamiento de Bayes, fueron establecidos por J.Locke (1689) quien asoció las interpretaciones cualitativa y cuantitativa de la evidencia objetiva y las vinculó a la interpretación subjetivista de la probabilidad (una interpretación casi exclusivamente filosófica, no cuantitativa) basada en grados de creencia, generando de esta forma una relación del tipo *experiencia=creencia*. De modo que cuanto mayor fuera la frecuencia de la correlación observada, más fuerte resultaría la correspondiente asociación mental y, por lo tanto, más intenso sería el grado de creencia, la probabilidad y, en consecuencia, la confiabilidad de las generalizaciones inductivas²⁵.

Con respecto a la doble interpretación frecuencista-propensionalista, debe tenerse en cuenta que, en sus orígenes (Popper, K. (1934)), las propensiones

²³. "La probabilidad de un evento es igual al cociente entre el valor de una expectativa que debe ser calculada en función de la ocurrencia de dicho evento, y el valor de la 'cosa' esperada, en el supuesto de que haya ocurrido" (p.298). Bayes puede ser considerado como el último representante, hasta el siglo XX, de la interpretación de la teoría matemática de la probabilidad en términos de expectativa.

²⁴. Daston, L. (1988): "Los filósofos aún se cuestionan cómo la probabilidad puede significar, a la vez, un grado de creencia y un número de observaciones repetidas. Christiaan Huygens y Gotfried Wilhelm Leibniz, y otros probabilistas del siglo XVII asimilaron ambas interpretaciones sin dudar y sin necesidad de ningún otro tipo de justificación" (p.191).

²⁵. En otros términos, confirmando la conjetura acerca de la relación entre razonabilidad y teoría de la probabilidad de los lógicos de Port Royal y los apologistas ingleses de la Royal Society, la psicología asociacionista hizo de la mente un tipo de maquinaria capaz de medir automáticamente frecuencias de eventos pasados y de calcular, en consecuencia, grados de creencia sobre su recurrencia futura.

estuvieron asociadas a condiciones repetibles capaces de generar, a partir de series suficientemente largas (pero finitas), frecuencias que podían ser consideradas como aproximaciones a las probabilidades. Lo cual permite concluir que, en principio, Bayes podría ser considerado como un precursor de la teoría de las repeticiones de Popper y que lo que le impidió acceder a una definición aceptable de probabilidad objetiva no fue la (inexistente) ambigüedad en la noción de probabilidad, sino las dificultades de la teoría propensionalista para asimilar un evento individual a un elemento particular de un colectivo²⁶.

A estas definiciones preliminares sigue una serie de proposiciones entre las que cabe mencionar la *número 1*, que contiene la demostración del principio de aditividad finita para “*eventos inconsistentes*” y la *número 3*, referida a “*eventos subsecuentes*”, la cual, utilizando notación moderna, puede ser expresada de la siguiente forma: dados dos eventos, E_1 y E_2 , ordenados temporalmente, se verifica que:

$$p(E_2 / E_1) = \frac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_1)}$$

(suponiendo que ambos términos de este cociente existan).

Esta proposición se continúa en la *Proposición 5* (que puede ser considerada como una versión subjetiva de la *Proposición 3*, establecida en forma independiente de ésta):

$$p(E_1 / E_2) = \frac{p(E_1 \cap E_2)}{p(E_2)},$$

La cual, teniendo en cuenta que constituye la base de la demostración de la *Proposición 9* (que contiene la solución del problema de la inversión), puede ser considerada el núcleo del “*Essay*”²⁷.

Luego de esta suerte de prólogo axiomático sigue (*Sección II*) la solución del problema presentado en la introducción estructurada sobre la base de un ingenioso experimento que simula un modelo binomial, consistente en:

²⁶. Obsérvese que Popper recién abandonó la interpretación de la teoría propensionalista como una teoría de repeticiones en sus trabajos de 1957 y 1959 y que su nueva propuesta fue desarrollada por J.H. Fetzer y D.W. Miller recién en 1982, 1994 y 1996.

²⁷. Dale, A.I. (1991): “*En la quinta proposición Bayes introduce, como un nuevo factor, el orden en el cual ‘aprendemos’ de la ocurrencia de los eventos*” (p. 33). Es decir, postula la asimilación del proceso de aprendizaje a la condicionalización probabilística.

i) (*Postulado 1*) hacer rodar una bola (b_1) sobre un plano horizontal limitado por un cuadrado ($ABCD$) (una mesa en la versión original del “*Essay*”, una mesa de billar, según la frívola interpretación debida a K. Pearson y R.A. Fisher, sin duda muy apartada del austero espíritu del Reverendo Bayes), de modo que la probabilidad de que la misma se detenga en un punto particular, sea la misma para todos los puntos del plano.

ii) (*Postulado 2*) realizar una serie de ensayos consistente en hacer rodar n veces una segunda bola (b_2), tomando en consideración la frecuencia ($X_{(n)}$) del evento M : *que b_2 se detenga a la derecha de b_1* ²⁸.

Supóngase (y esto, obviamente, no significa una pérdida de generalidad) que el área del cuadrado $ABCD$ sea igual a uno y que el punto A tenga coordenadas $(0,0)$ y sea O la abscisa del punto del plano en el que se detuvo b_1 . De acuerdo con estas hipótesis, Bayes postula que la variable que representa al punto en que ha de detenerse cada bola, está uniformemente distribuida en el cuadrado $ABCD$, y que O está uniformemente distribuida en el intervalo $(0,1)$.

Entonces, para todos los valores de O tales que $0 < o_1 < o < o_2 < 1$, se verificará que:

i) *Lema 1:*

$$p(o_1 < o < o_2) = o_2 - o_1$$
 ²⁹

ii) *Proposición 8:*

$$p\left[(o_1 < o < o_2) \cap \left(X_{(n)} = n'\right)\right] = \int_{o_1}^{o_2} \binom{n}{n'} o^{n'} (1-o)^{n-n'} do$$

iii) *Corolario:*

²⁸. Este mecanismo -que, más allá de una insoslayable falta de rigurosidad en términos del estado actual del arte, describe un esquemático procedimiento de Monte Carlo- sustituyó, en la solución de Bayes, al esquema de urnas de Bernoulli.

²⁹. Cuando Bayes expresa que “ o está incluida entre A y B ” no aclara si se deben considerar o no los extremos del intervalo. Aquí, como en Edwards, A.W.F. (1978) y en Dale, A.I. (1991), se asumió la segunda hipótesis.

$$p\left[X_{(n)} = n'\right] = \int_0^1 \binom{n}{n'} o^{n'} (1-o)^{n-n'} do = \frac{1}{n+1}$$

(independiente de n') y, finalmente, que:

iv) Proposición 9:

$$p\left[(o_1 < o < o_2) / \left(X_{(n)} = n'\right)\right] = \frac{\int_{o_1}^{o_2} \binom{n}{n'} o^{n'} (1-o)^{n-n'} do}{\int_0^1 \binom{n}{n'} o^{n'} (1-o)^{n-n'} do} = \frac{(n+1)!}{n! (n-n')!} \int_{o_1}^{o_2} o^{n'} (1-o)^{n-n'} do$$

Una de las críticas habituales respecto de esta demostración se refiere a la adopción por parte de Bayes de una definición no suficientemente estricta del concepto de "evento", que puede generar una eventual confusión con el concepto de proposición. Pero, dado que el álgebra de los eventos es isomórfica con el álgebra de las proposiciones, se puede concluir que su expresión de los resultados a veces en términos de la probabilidad de que la proposición "*el punto o está comprendido en un intervalo dado*" (Proposición 8) y a veces en términos del evento "*que la probabilidad θ de ocurrencia del evento M esté comprendida en un intervalo dado*" es indiferente.

Con respecto a la condición de uniformidad física y epistemológica de los resultados (típica de la interpretación clásica) propuesta por Bayes³⁰, parece lógico suponer que, en principio, se debe a la influencia del entorno filosófico de la época, fundamentalmente del ya mencionado postulado de Hume, D. (1739) acerca de la necesidad (metafísica) de la "*absoluta*", "*perfecta*" y "*total indiferencia*" entre los distintos resultados posibles de un fenómeno para poder asegurar su comportamiento aleatorio y el corolario (matemático) obligado que implicó la asimilación de la aleatoriedad, es decir de la ausencia de regularidad en el comportamiento de un fenómeno, a la equiprobabilidad en la distribución de dichos resultados.

Debe destacarse que, si bien esta tan controvertida condición de uniformidad habitualmente propuesta en términos abstractos, introdujo confusión en los

³⁰. En realidad la condición de uniformidad o equiprobabilidad asimilada a la expresión "*en las mismas circunstancias*" -que, según Price, fue mencionada por Bayes en su introducción- no figura en el "*Essay*" pero, a partir del análisis de los teoremas en él contenidos, se puede concluir que se encuentra implícita en el espíritu de su solución.

aspectos metodológicos de la teoría cuantitativa de la probabilidad, fue fundamental en su génesis y su desarrollo matemático posterior y que, a su vez la teoría matemática de la probabilidad determinó cambios fundamentales en la forma de utilización de los argumentos relacionados con dicha condición: se pasó de una aplicación de la “uniformización” como argumento para la aleatorización a partir de una hipotética pérdida de información a una aleatorización en la cual la incorporación de desorden generaba, paradójicamente, un incremento de la información.

Inmediatamente después de la *Proposición 9*, Bayes agregó un “*Scholium*” en el que intentó generalizar el resultado anterior justificando (*Proposición 10*) la analogía entre el mecanismo físico adoptado (la mesa de billar) y el comportamiento que manifiestan para el observador ciertos fenómenos de la naturaleza³¹. Postuló que el mismo razonamiento utilizado para resolver el problema de la mesa de billar (en el que se suponía que los valores de θ eran equiprobables) podía ser aplicado para cualquier evento cuyos resultados pudieran ser considerados simétricos “a priori” de la realización de cualquier prueba. Esta extensión operacionalista del comportamiento de b_1 y el principio de indiferencia total de Hume condujeron a Bayes a postular la propiedad de equiprobabilidad “a priori” de una variable θ a partir de la condición “...no conocemos absolutamente nada previamente a la realización de alguna observación”, obteniendo el siguiente resultado³²:

³¹. A continuación de la *Proposición 10* figuran tres reglas y un *Apéndice* (“*Containing an application of the foregoing rules to some particular cases*”) referidos a las aplicaciones y al cálculo de las integrales que figuran en las proposiciones precedentes. La *Regla 1* se debe a Bayes, las otras dos y el *Apéndice* se deben a Price y no se puede asegurar en qué medida son de autoría de Bayes o de Price.

³². Según Price, Bayes tuvo dudas acerca de la validez de este postulado de generalización de su teorema (Price: “...pero Bayes posteriormente consideró que el postulado al cual había hecho referencia podía no ser considerado unánimemente razonable y, por lo tanto, prefirió modificar la forma de expresión de la proposición que suponía que contenía la solución del problema y agregar un *scholium* final que explicara su forma de pensar antes que incluir en su razonamiento matemático algo que pudiera generar controversias” (p.297)). No obstante, parece más creíble la interpretación de Dale, A.I. (1991) de que Bayes resolvió en primer término el problema general para resultados simétricos y luego construyó el modelo de la mesa de billar.

$$p[(\theta < \theta_2) / M^*] = \frac{\int_0^{\theta_2} \binom{n}{n'} \theta^{n'} (1-\theta)^{n-n'} dF(\theta)}{\int_0^1 \binom{n}{n'} \theta^{n'} (1-\theta)^{n-n'} dF(\theta)} = \frac{(n+1)!}{n!(n-n')!} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \theta^{n'} (1-\theta)^{n-n'} d\theta$$

(donde M^* denota el supuesto "el resultado E ha ocurrido n' veces en n ensayos realizados en igualdad de condiciones").

Esta operacionalización postulada por Bayes queda evidenciada en el siguiente pasaje del *Scholium*: "A partir de la proposición precedente queda claro que, en el caso de un evento como el que denoto por M , conociendo el número de veces que ocurrió y el número de veces que no ocurrió en un cierto número de ensayos repetidos, sin saber nada más acerca de él, se puede conjeturar dónde se encuentra su probabilidad y, mediante métodos usuales de cálculo de las medidas de las áreas allí mencionadas, observar la probabilidad de que dicha conjetura sea correcta. Y el postulado de que la misma regla es apropiada para ser utilizada en el caso de un evento acerca de cuya probabilidad no conocemos absolutamente nada 'a priori' de cualquier ensayo, parece surgir de la siguiente consideración: que en lo que respecta a tal evento, no tengo ninguna razón para pensar que, en un cierto número de ensayos, pueda ocurrir un número dado de veces más que otro. Pero, este es exactamente el caso del evento M . Antes de arrojar la bola W , la cual determina su probabilidad en una prueba individual, la probabilidad de que ocurra p veces y no ocurra q veces, en $p+q=n$ ensayos, está dada por el cociente entre AiB y CA , el cual es el mismo para todo p , cuando $p+q=n$ está dado. (...) Y, consecuentemente, antes de definir el punto 'o', o de saber el número de veces que el evento M ha ocurrido en n ensayos, no tengo ninguna razón para pensar que pueda ocurrir un número de veces más que otro. Por lo tanto, en lo que sigue, daré por descontado que la regla dada para el evento M en la Proposición 9, es también la regla a ser utilizada con relación a cualquier otro evento acerca de cuya probabilidad no sepamos nada 'a priori' de cualquier tipo de prueba. Y a tal evento lo denominaré 'evento desconocido' (p.301)³³.

A partir de este resultado Bayes obtuvo el corolario de la *Proposición 8* (conocido como el *postulado de Bayes*), según el cual la distribución de probabilidades marginal de X_n queda definida de la siguiente forma:

³³. Como se desprende del texto, obviamente Bayes no utilizó notación integral, sino que expresó sus resultados en términos de áreas bajo curvas y cocientes de áreas.

$$p(X_n = n') = \int_0^1 \binom{n}{n'} \theta^{n'} (1 - \theta)^{n-n'} d\theta = \frac{1}{n+1} (\forall n')$$

Una expresión cuya independencia de n' fue considerada por Bayes como condición suficiente para poder justificar la conjetura de uniformidad de la distribución de θ .

Más allá de su carácter intuitivo, la aceptación formal de esta conjetura requiere una demostración rigurosa de que la distribución uniforme de θ no sólo es condición suficiente sino también necesaria para el cumplimiento del postulado de Bayes: Como corolario del teorema de representación de de Finetti (1937), haciendo $n = n'$ en la expresión anterior y, dada una función de distribución $F(\theta)$, se obtiene el momento de orden n de la función de densidad $dF(\theta)$,

$\int_0^1 \theta^n dF(\theta) = \frac{1}{n+1}$. Lo cual permite concluir que el postulado de Bayes determina en forma unívoca la sucesión de infinitos momentos de $dF(\theta)$. Por otra parte, dado que la función $dF(\theta)$ está concentrada en un conjunto compacto, de acuerdo con el teorema de Hausdorff, se puede asegurar que está definida en forma estricta por la sucesión de sus momentos y, de acuerdo con el teorema de Murray, F.H. (1930), se demuestra que la única función de densidad que satisface la sucesión de momentos que prescribe el postulado de Bayes debe ser tal que $dF(\theta) = d\theta$. Es decir que, a partir de la hipótesis de distribución binomial de la variable X_n , queda demostrado que la única forma admisible de la función de densidad $dF(\theta)$ en el postulado de Bayes es la función uniforme.

Este resultado permite concluir entonces que, en principio, la justificación teórica del teorema de inversión propuesta por Bayes se limita sólo al caso de la distribución binomial de la variable X_n . En términos más generales, de acuerdo con el teorema de representación se demuestra que, dada la distribución $p(X_n)$ para todo n , la distribución $dF(\theta)$ queda determinada en forma unívoca.

CONCLUSIONES

Más allá de la indiscutible importancia de sus contribuciones al desarrollo de la teoría de la probabilidad, ni los Bernoulli ni de Moivre lograron resolver el problema de la inversión de la probabilidad. Es decir, no lograron definir el vínculo entre las observaciones pasadas y las probabilidades de ocurrencia de eventos futuros, en otros términos, pasar de la probabilidad de inferencia directa, $p(Y_n / \theta)$, de los tratadistas clásicos a la probabilidad inversa $p(\theta / Y_n)$.

Fue recién en la segunda mitad del siglo XVIII que Thomas Simpson, a partir de un tratamiento sistemático de los errores de observación, propuso una primera respuesta satisfactoria, cuya demostración rigurosa fue obtenida por Thomas Bayes en su monumental *"Essay toward solving a problem in the doctrine of chances"*.

Las críticas más frecuentes al resultado de Bayes se refieren:

i) a la utilización de un concepto de subjetividad racional en un contexto objetivista que lo condujo a una interpretación confusa e indefinida de la noción de probabilidad

ii) a la conjetura sobre la existencia de causas estables generadoras del orden de ocurrencia de los eventos y su asimilación a propensiones físicas inherentes a la aleatoriedad del sistema y,

iii) a las características exclusivamente intuitivas de la justificación de la condición de equiprobabilidad "a priori" de la variable θ a partir del supuesto de ignorancia absoluta acerca de su comportamiento previamente a la realización de alguna observación.

Con respecto a estas consideraciones, en este trabajo se ha procurado demostrar: **i)** que, con respecto a la noción de probabilidad, para los probabilistas de los siglos XVII y XVIII no existían definiciones rígidas de la probabilidad, sino distintos métodos de inferencia de sus valores cuyas características dependían del contexto en el que debían ser utilizadas

ii) que lo que le impidió a Bayes acceder a una definición aceptable de probabilidad objetiva no fue la presunta ambigüedad generada por la doble interpretación frecuentista-propensionalista, sino las limitaciones de la teoría propensionalista para asimilar un evento individual a un elemento particular de un colectivo

iii) que, contrariamente a lo que suele afirmar la literatura sobre el particular, el postulado de uniformidad de la distribución no pretende ser una

caracterización de la distribución de probabilidades de θ , sino de la variable observable X_n

iv) que, de acuerdo con el teorema de representación, dada la distribución $p(X_n)$, para todo n , la distribución $dF(\theta)$ queda determinada en forma unívoca;
v) que, a partir del postulado de Bayes, la única forma admisible de la función $dF(\theta)$ es la distribución uniforme

vi) que, en consecuencia, la operacionalización realizada por Bayes de la conjetura de Hume está fuertemente vinculada con su interpretación del concepto de probabilidad como expectativa y,

vii) que esta operacionalización no logra demostrar la asimilación del supuesto de ignorancia absoluta al de uniformidad de la distribución $dF(\theta)$, sino que permite solamente una justificación condicionada por la distribución binomial de la variable X_n .

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arbuthnott, J. (1712): "An argument for Divine Providence, taken from the constant regularity observ'd in the births of both sexes". Philosophical Transactions of the Royal Society, vol. 27 (186-190). Reeditado en Kendall, M.; Plackett, R.L. (1977).

Arnauld, A.; Nicole, P. (1662): "*La logique ou l'art de penser*". Reeditado por Flammarion, 1970.

Bayes, Th. (1764): "An essay toward solving a problem in the doctrine of chances". Philosophical Transactions of the Royal Society, vol. 53 (370-418). Reeditado en Biometrika, vol. 45, 1958 (296-315).

Bernoulli, D. (1770-1771): "Mensura sortis ad fortuitam successionem rerum naturaliter contingentium applicata". Reeditado en "*Die Werke von Daniel Bernoulli*". Birkhäuser, 1982.

Bernoulli, J.(1713a): "*Meditationes*", Thurnisiorum. Reeditado en "*Die Werke von Jakob Bernoulli*", Basel Naturforschende Gesellschaft, 1969-75.

Bernoulli, J.(1713b): "*Ars conjetandi*". En "*Die Werke von Jakob Bernoulli*", Basel Naturforschende Gesellschaft, 1969-75. Versión en inglés por Sung, B., Harvard University Department of Statistics. Tecnical Report n° 2, 1966.

Bernoulli, N. (1709): "*De usu artis conjectandi in jure*". Reeditado en "*Die Werke von Nikolaus Bernoulli*", Birkhäuser, 1975, vol. 3 (287-326).

Boyle, R. (1666): "Origin of forms and qualities". En "*The works of the Honourable Robert Boyle*", Londres, 1772.

Butler, J. (1736): "*The analogy of religion, natural and revealed, to the constitution and course of nature*". Londres.

Côtes, R. (1722): "*Æstimatio errorum in mixta mathesi, per variationes partium trianguli plani et spherici*". En Smith, R.: "*Côtes opera miscellanea*". Cambridge.

Dale, A.I. (1986): "A newly discovered result of Thomas Bayes". *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 35 (101-113).

Dale, A.I. (1991): "*A history of inverse probability: From Thomas Bayes to Karl Pearson*". Springer-Verlag,

Daston, L. (1988): "*Classical probability in the enlightenment*". Princeton University Press.

De Finetti, B. (1937a): "La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives". *Anales dell'Istituto Henri Poincaré*, vol. 7 (1-68). Traducción como "Foresight: its logical laws, its subjective sources". En Kyburg, H.E.; Smokler, H.E. (eds.), 1964.

De Moivre, A. (1733): "Approximatio ad summam terminorum binomii $(a+b)^n$ in seriem expansi". Reeditado en Archibald, R.C. (1926).

De Moivre, A. (1708): "*The doctrine of chances: or a method of calculating the probabilities of events in play*", Woodfall. Reeditado por Chelsea, 1967.

De Montmort, P.R. (1713): "*Essay d'analyse sur les jeux de hazard. Seconde édition revue et augmentée de plusieurs lettres*". Quillau. Reeditado por Chelsea, 1980.

Edwards, A.W.F. (1978): "Commentary on the argument of Thomas Bayes?". *Scandinavian Journal of Statistics*, vol. 5 (116-118).

Fetzer, J.H. (1982): "Probabilistic explanation". *PSA*, vol. 2 (194-207).

Galilei, G. (1632): "*Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, Tolemaico e Copernicano*". Traducción al inglés en Stillman Drake, 1953.

Graunt, J. (1661): "*Natural and political observations in a following index and made upon the bills of mortality*". Londres.

Hume, D. (1739): "*A treatise of human nature, being an attempt to introduce the experimental method of reasoning into moral subjects, and dialogues concerning natural religion*". Green & Grose. Versión en inglés en Calrendon Press, 1978.

Lambert, J.H. (1765-1772): "Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung". Verlage des Buchladens des Realschule.

Landro, A.H. (2010): "*Acerca de la probabilidad*". Ediciones Cooperativas.

Miller, D.W. (1994): "*Critical rationalism. A restatement and defence*". Open Court.

Miller, D.W. (1996): "Propensities and indeterminism". En O'Hear, A. (ed.) (121-147).

Murray, F.H. (1930): "Note on a scholium of Bayes". Bulletin of the American Mathematical Society, vol. 36 (129-132).

O'hear, A. (1996): "*Karl Popper: Philosophy and problems*". Cambridge University Press.

Pascal, B. (1669): "*Pensées*". Reeditado por Lafuma, 1962.

Pearson, K. (1895): "Contributions to the mathematical theory of evolution, II". Transactions of the Royal Society, Serie A, vol. 186 (343-414).

Pearson, K. (1926): "Abraham de Moivre". Nature, vol. 117 (551-552).

Petty, W. (1682): "*An essay concerning the multiplication of mankind*". Londres.

Popper, K.R. (1934): "*The logic of scientific discovery*". Sexta edición, Hutchinson, 1972.

Popper, K.R. (1959): "The propensity interpretation of probability. British Journal for the Philosophy of Science, vol. 10 (25-42).

Price, R. (1758): "*Review of the principal questions in morals. Particularly those respecting the origin of our ideas of virtue, its nature, relation to the deity, obligation, subject-matter, and sanctions*". Cadell. Reeditado en Raphael, D.D. (ed.)(1974).

Simpson, Th. (1755): "A letter to the Right Honorable George Earl of Macclesfield, President of the Royal Society, on the advantage of taking the mean of a number of observations in practical astronomy". Philosophical Transactions of the Royal Society, vol. 49 (82-93).

Simpson, Th. (1757): "*Miscellaneous tracts on some curious and very interesting subjects in mechanics, physical-astronomy, and speculative mathematics*". Nourse.

STIGLER, S.M. (1986): "*The history of statistics, the measurement of uncertainty before 1900*". Harvard University Press.

AGRUPACIÓN DE PRODUCTOS FINANCIEROS POR AFINIDAD

Luisa Lazzari

Patricia Mouliá

Jennifer Fogel Aquilante

INTRODUCCIÓN

Las relaciones borrosas entre elementos de dos conjuntos forman parte de la realidad social y económica de los individuos. Avanzar en su estudio permite plantear y resolver problemas de decisión en estos ámbitos, tales como asignación, agrupación y ordenación de individuos, recursos, inversiones y fuentes de financiación.

En particular, agrupar en forma homogénea elementos de un conjunto que cumplen ciertas características en distinto grado, es un problema recurrente en numerosas situaciones para quienes deben adoptar decisiones (Gil Aluja, 1999).

La agrupación debe ser de tal naturaleza que permita, además de reunir agentes u objetos en la forma más homogénea posible, establecer una estructura acorde con los objetivos perseguidos, intentando recoger en cada grupo el mayor número de ellos y que compatibilice con ciertas exigencias previamente establecidas. La teoría de afinidad permite realizar este tipo de agrupaciones utilizando algoritmos flexibles y adaptables al problema a resolver (Gil Aluja, 1999).

Si se considera un ambiente de incertidumbre resulta adecuado representar cada elemento mediante un subconjunto borroso cuyo referencial esté formado por las características o cualidades que configuran los aspectos que definen la búsqueda homogeneidad.

El panorama crediticio actual presenta una proliferación de productos financieros que las instituciones bancarias lanzan al mercado con el objeto de captar clientes. Ante esta situación, tanto los individuos interesados en la obtención de un préstamo, como las entidades financieras que desean satisfacer las necesidades del mercado, necesitan conocer cuáles son los productos que pueden ser considerados diferentes y cuáles son aquellos cuya diferencia es solo aparente.

El problema consiste en encontrar un segmento óptimo, resultante del cruce de varios criterios, que mejor identifique los productos financieros para agruparlos en forma afín.

En este trabajo se expone un modelo que utiliza teoría de afinidad con el objetivo de agrupar productos financieros, en particular préstamos personales, según características comunes.

Está organizado del modo siguiente. En la sección 1 se define conjunto borroso y se generaliza el concepto de relación binaria al campo borroso, en la 2 se presenta una revisión del concepto de afinidad y un algoritmo para obtener subrelaciones de afinidad a partir de una relación binaria borrosa. En el apartado 3 se aplica teoría de afinidad para agrupar un conjunto de préstamos personales de acuerdo con el grado de cumplimiento de ciertas características de los mismos. Por último, en la sección 4 se presentan algunos comentarios.

1. PRELIMINARES

1.1. Conjuntos borrosos

Definición 1. Sea un universo X continuo o discreto. Un *subconjunto borroso*¹ $\tilde{A}$ es una función $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0, 1]$ que asigna a cada elemento del conjunto X un valor $\mu_{\tilde{A}}(x)$ perteneciente al intervalo $[0, 1]$, llamado *grado* o *nivel de pertenencia* de x a $\tilde{A}$.

Definición 2. Sea un subconjunto borroso $\tilde{A}$ del referencial X . Se llama α -*corte* o *conjunto de nivel* α de $\tilde{A}$ al conjunto nítido $A_{\alpha} = \{x \in X / \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$ para todo $\alpha \in (0, 1]$ (Kaufmann, 1982). Es decir, que un α -corte de un conjunto borroso es el conjunto nítido que contiene todos los elementos del conjunto referencial cuyos grados de pertenencia al conjunto borroso son mayores o iguales que el valor especificado de α (Klir y Yuan, 1995). Buckley y Qu (1991) definen α -corte para $\alpha = 0$ como la clausura² de la unión de los A_{α} , con $0 < \alpha \leq 1$.

1.2. Relaciones borrosas

Dados dos conjuntos X e Y , se denomina relación binaria borrosa o *fuzzy* $\tilde{R}$ de X en Y (Kaufmann, 1982), a todo subconjunto borroso del producto cartesiano $X \times Y$. Se denota $\tilde{R} : X \times Y \rightarrow [0, 1]$.

Por ser una generalización de las relaciones binarias nítidas, las relaciones binarias borrosas también pueden representarse mediante un diagrama (Figura 1)

¹ En inglés *fuzzy set*.

² La *clausura* de un conjunto A es el menor subconjunto cerrado que contiene a A , es decir que es la intersección de todos los subconjuntos cerrados que contienen a A , y se denota A^- . El conjunto A^- es un conjunto cerrado (Ying-Ming y Mao-Kang, 1997, p.43).

o una matriz $\tilde{R} = (r_{ij})$ (Figura 2), donde $r_{ij} = \mu_{\tilde{R}}(x, y)$ es el grado con el cual x está relacionado con y . Este valor puede indicar incidencia, preferencia, u otro tipo de vinculación entre los elementos de los conjuntos nítidos X e Y .

Todas las operaciones definidas con subconjuntos borrosos (como por ejemplo la unión, la intersección y el complemento) pueden extenderse a las relaciones borrosas (Kaufmann y Gil Aluja, 1993).

α -corte de una relación borrosa es

$$R_{\alpha} = \{(x, y) / \mu_{\tilde{R}}(x, y) \geq \alpha\}, \forall \alpha \in (0, 1]$$

Ejemplo:

En $X = \{x_1, x_2\}$; $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ se define $\tilde{R}: X \times Y \rightarrow [0, 1]$

$$\tilde{R} = \{((x_1, y_1)/0.5), ((x_1, y_2)/1), ((x_1, y_3)/0.7), ((x_2, y_1)/0.9), ((x_2, y_3)/0.2)\}$$

Figura 1. Diagrama sagital de la relación borrosa

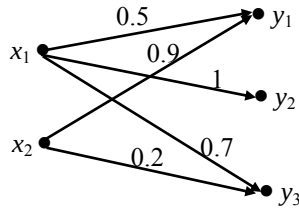


Figura 2. Representación matricial de la relación borrosa $\tilde{R}$

$\tilde{R}$	y_1	y_2	y_3
x_1	0.5	1	0.7
x_2	0.9	0	0.2

2. CONCEPTO DE AFINIDAD

El problema de obtener una agrupación homogénea de elementos vinculados por relaciones borrosas de distinto tipo se presenta frecuentemente en diversos espacios de decisión, donde es necesario reunir en bloques elementos muchas

veces con apariencia diferente. Este problema se puede resolver mediante la obtención de clases de afinidad y del retículo³ de Galois correspondiente.

Gil Aluja (1999) define las afinidades como "*... aquellas agrupaciones homogéneas a determinados niveles, estructuradas ordenadamente, que ligan elementos de dos conjuntos de distinta naturaleza, relacionados por la propia esencia de los fenómenos que representar*".

La noción de afinidad (Kaufmann y Gil Aluja, 1991) surge a partir de la necesidad de poder abordar el estudio de relaciones representadas a través de matrices rectangulares que permiten relacionar los elementos de un conjunto con los de otro. Matemáticamente consiste en obtener subrelaciones máximas, pero no se trata de similitud dado que son relaciones establecidas entre elementos de dos conjuntos diferentes, o bien hallar una *cobertura* de una relación $R \subseteq H \times T$. Se puede demostrar que las subrelaciones de esta cobertura dan lugar a un retículo de Galois (Gil Aluja, 1999, pág. 213).

Existen tres aspectos que configuran el concepto de afinidad. El primero consiste en que la homogeneidad de cada agrupación esté vinculada al nivel elegido, es decir que según la exigencia de las características se asignará un nivel que define un umbral a partir del cual se busca la afinidad. Esto se ve reflejado en la posibilidad de obtener a partir de los α -cortes de una relación borrosa, un abanico de matrices booleanas capaz de permitir la adaptabilidad necesaria para formar las agrupaciones con los niveles deseados de homogeneidad. El segundo expresa la necesidad de que los elementos de uno de los conjuntos se hallen ligados con los del otro por ciertas reglas. El tercero exige la construcción de una estructura constitutiva de un cierto orden susceptible de permitir la posterior decisión. La finalidad de la agrupación y el tipo y fuerza de las relaciones entre los elementos de los conjuntos determinarán de manera única todas las agrupaciones posibles (Gil Aluja, 1999).

2.1. Algoritmo para la obtención de afinidades

Para obtener las subrelaciones de afinidad se parte de la formación de subconjuntos borrosos que definen un objeto a través de ciertas características o elementos. Estos subconjuntos borrosos se reúnen para formar una relación borrosa que describa los agentes, elementos o productos a agrupar por afinidad, en la cual figuren las diferentes valuaciones de las características consideradas.

³ Un retículo es un conjunto L , con dos operaciones binarias, que son idempotentes, conmutativas y asociativas, y que satisfacen la ley de absorción. Si además se verifican las leyes distributivas, L recibe el nombre de *retículo distributivo* (Birkhoff y MacLane, 1970).

Con el objetivo de hacer operativo el concepto de afinidad se establecerá un procedimiento que permite obtener a partir de una relación borrosa $R: H \times T \rightarrow [0,1]$, las subrelaciones máximas o de afinidad buscadas (Gil Lafuente, 2002).

i) Se establece un grado mínimo a partir del cual se considera la existencia de afinidad para cada característica que determina un límite o umbral $\alpha \in (0,1]$.

ii) Se obtiene el α -corte de la relación $\tilde{R}$:

$$R_\alpha = \{ (x, y) \in H \times T / \mu_{\tilde{R}}(x, y) \geq \alpha \}, \alpha \in (0, 1].$$

Recordemos que R_α es una relación binaria nítida (*crisp*).

iii) Se elige entre H y T el conjunto que posee menor número de elementos.

iv) Se calcula el conjunto potencia de H (si este es el elegido). El cardinal de este conjunto es $\#(\wp(H)) = 2^n$, donde n es el número de elementos de H .

v) Se hace corresponder a cada elemento de $\wp(H)$ aquellos del conjunto T con los cuales está relacionado a nivel mayor o igual que el seleccionado.

vi) Se descartan los subconjuntos vacíos y los subconjuntos incluidos en otro, y se obtienen matrices completas y máximas.

Los subconjuntos resultantes son las llamadas *subrelaciones de afinidad*, que forman un retículo de Galois, que además de presentar las distintas agrupaciones homogéneas permite una perfecta estructuración de las mismas.

De este modo los elementos del conjunto H (o del T) quedan agrupados por características comunes a nivel mayor o igual que el elegido. El nivel a considerar es arbitrario y depende del caso que se esté analizando. También pueden estudiarse las afinidades a distintos niveles.

3. CASO DE ESTUDIO

Una entidad financiera desea lanzar al mercado una nueva línea de préstamos personales, para lo cual encara un estudio de los existentes para analizar las características de los mismos.

Se consultan varias entidades y se seleccionan diez opciones (conjunto $\mathcal{P}$).

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}\}$$

Las características consideradas para describir cada préstamo personal son:

- c_1 : costo financiero total,
- c_2 : plazo máximo de devolución,
- c_3 : sueldo mínimo aceptado y
- c_4 : monto máximo que se puede otorgar.

Los expertos valoraron las características de los préstamos según su nivel de adecuación a las necesidades de los potenciales clientes en base a una consulta realizada a los mismos mediante la técnica de *Focus Group*⁴. Se emplearon valores del intervalo [0,1], y la correspondencia semántica de la Tabla 1.

Tabla 1. Nivel de adecuación

Intervalo de valuación	Correspondencia semántica
[1.00,1.00]	absolutamente alto
[0.90,1.00)	muy alto
[0.80,0.90)	alto
[0.70,0.80)	bastante alto
[0.60,0.70)	más bien alto
[0.50,0.60)	regular
[0.40,0.50)	más bien bajo
[0.30,0.40)	bastante bajo
[0.20,0.30)	bajo
[0.10,0.20)	muy bajo
[0.00,0.10)	absolutamente bajo

Fuente: Elaboración propia

De este modo cada producto se describe por un subconjunto borroso cuyo referencial es el conjunto $C = \{C_1, C_2, C_3, C_4\}$ de características que se consideran para analizar los préstamos personales.

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \{(c_1, 0.35); (c_2, 0.80); (c_3, 0.90); (c_4, 0.80)\} \\
 p_2 &= \{(c_1, 0.79); (c_2, 0.50); (c_3, 0.85); (c_4, 1.00)\} \\
 p_3 &= \{(c_1, 0.82); (c_2, 0.60); (c_3, 0.85); (c_4, 1.00)\}
 \end{aligned}$$

⁴ *Focus group*: Reunión en la que participan de 10 a 12 personas que se encuentran en una sala y conversan sobre cierto tema previamente establecido. El grupo es conducido por un "moderador" cuya función es dar inicio a la sesión y dirigir la discusión buscando que los objetivos establecidos se cumplan (Namakforooch, 2000).

$$\begin{aligned}
p_4 &= \{(c_1, 0.22), (c_2, 0.70), (c_3, 0.58), (c_4, 0.80)\} \\
p_5 &= \{(c_1, 0.28), (c_2, 0.60), (c_3, 0.58), (c_4, 0.80)\} \\
p_6 &= \{(c_1, 0.25), (c_2, 0.50), (c_3, 0.58), (c_4, 0.80)\} \\
p_7 &= \{(c_1, 0.92), (c_2, 0.40), (c_3, 0.75), (c_4, 0.50)\} \\
p_8 &= \{(c_1, 0.88), (c_2, 0.90), (c_3, 1.00), (c_4, 0.80)\} \\
p_9 &= \{(c_1, 0.26), (c_2, 0.80), (c_3, 0.70), (c_4, 0.80)\} \\
p_{10} &= \{(c_1, 0.35), (c_2, 0.50), (c_3, 0.90), (c_4, 0.80)\}
\end{aligned}$$

Los mismos se presentan en la matriz $\tilde{R}$ de la Figura 3, formando una relación borrosa $\tilde{R} \subseteq P \times C$.

Figura 3. Valuación de las características de los préstamos personales

$\tilde{R}$	c_1	c_2	c_3	c_4
p_1	0.35	0.80	0.90	0.80
p_2	0.79	0.50	0.85	1
p_3	0.82	0.60	0.85	1
p_4	0.22	0.70	0.58	0.80
p_5	0.28	0.60	0.58	0.80
p_6	0.25	0.50	0.58	0.80
p_7	0.92	0.40	0.75	0.50
p_8	0.88	0.90	1	0.80
p_9	0.26	0.80	0.70	0.80
p_{10}	0.35	0.50	0.90	0.80

Fuente: Elaboración propia

Para facilitar el análisis de los préstamos, se agruparán por afinidad, de acuerdo con el algoritmo presentado en el apartado 3.1.

i) Los expertos consultados fijaron el nivel 0.8 para hallar las afinidades.

El problema a resolver es encontrar las afinidades con un valor no menor que 0.8, es decir hallar una "cobertura" de la relación $R_{0.8}$, descomponiéndola en submatrices máximas.

ii) Se obtiene la relación nítida de nivel 0.8 dada por: $R_{0.8} = \{(x, y) \in P \times C / \mu_{\tilde{R}}(x, y) \geq 0.8\}$ y representada por su matriz asociada de la

Figura 4. Relación ordinaria de nivel 0.8

$R_{0.8}$	c_1	c_2	c_3	c_4
ρ_1	0	1	1	1
ρ_2	0	0	1	1
ρ_3	1	0	1	1
ρ_4	0	0	0	1
ρ_5	0	0	0	1
ρ_6	0	0	0	1
ρ_7	1	0	0	0
ρ_8	1	1	1	1
ρ_9	0	1	0	1
ρ_{10}	0	0	1	1

Fuente: Elaboración propia

iii) Se elige el conjunto C , dado que tiene menos elementos que P .

iv) Se obtiene el conjunto de partes de C , cuyo cardinal es 16.

$$\wp(C) = \{\emptyset, \{c_1\}, \{c_2\}, \{c_3\}, \{c_4\}, \{c_1, c_2\}, \{c_1, c_3\}, \{c_1, c_4\}, \{c_2, c_3\}, \{c_2, c_4\}, \{c_3, c_4\}, \{c_1, c_2, c_3\}, \{c_1, c_2, c_4\}, \{c_1, c_3, c_4\}, \{c_2, c_3, c_4\}, \{c_1, c_2, c_3, c_4\}\}$$

v) Se hace corresponder a cada elemento de $\wp(C)$ el o los elementos del conjunto P con los cuales está relacionado a nivel mayor o igual que 0.8 (Tabla 2). No se considera el conjunto $\emptyset$.

Tabla 2. Correspondencia entre elementos del conjunto $\wp(C)$ y P

$\wp(C)$	Correspondencia con P
$\{c_1\}$	$\{\rho_3, \rho_7, \rho_8\}$
$\{c_2\}$	$\{\rho_1, \rho_8, \rho_9\}$
$\{c_3\}$	$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_8, \rho_{10}\}$
$\{c_4\}$	$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5, \rho_6, \rho_8, \rho_9, \rho_{10}\}$
$\{c_1, c_2\}$	$\{\rho_8\}$
$\{c_1, c_3\}$	$\{\rho_3, \rho_8\}$
$\{c_1, c_4\}$	$\{\rho_3, \rho_8\}$
$\{c_2, c_3\}$	$\{\rho_1, \rho_8\}$
$\{c_2, c_4\}$	$\{\rho_1, \rho_8, \rho_9\}$
$\{c_3, c_4\}$	$\{\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_8, \rho_{10}\}$
$\{c_1, c_2, c_3\}$	$\{\rho_8\}$
$\{c_1, c_2, c_4\}$	$\{\rho_8\}$
$\{c_1, c_3, c_4\}$	$\{\rho_3, \rho_8\}$
$\{c_2, c_3, c_4\}$	$\{\rho_1, \rho_8\}$
$\{c_1, c_2, c_3, c_4\}$	$\{\rho_8\}$

Fuente: Elaboración propia.

vi) Para obtener las subrelaciones máximas o “subrelaciones de afinidad” que se muestran en las Figuras 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 y 5.7, se descartan de la Tabla 2 los subconjuntos incluidos en otro (no existe ningún subconjunto vacío).

Figura 5.1. Subrelación $\tilde{S}_1$

$\tilde{S}_1$	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5	ρ_6	ρ_8	ρ_9	ρ_{10}
C_4	0.80	1	1	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80

Figura 5.2. Subrelación $\tilde{S}_2$

$\tilde{S}_2$	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_8	ρ_{10}
C_3	0.90	0.85	0.85	1	0.90
C_4	0.80	1	1	0.80	0.80

Figura 5.3. Subrelación $\tilde{S}_3$

$\tilde{S}_3$	ρ_3	ρ_7	ρ_8
C_1	0.82	0.92	0.88

Figura 5.4. Subrelación $\tilde{S}_4$

$\tilde{S}_4$	ρ_1	ρ_8	ρ_9
C_2	0.80	0.90	0.80
C_4	0.80	0.80	0.80

Figura 5.5. Subrelación $\tilde{S}_5$

$\tilde{S}_5$	ρ_1	ρ_8
C_2	0.80	0.90
C_3	0.90	1
C_4	0.80	0.80

Figura 5.6. Subrelación $\tilde{S}_6$

$\tilde{S}_6$	ρ_3	ρ_8
C_1	0.82	0.88
C_2	0.85	1
C_4	1	0.80

Figura 5.7. Subrelación $\tilde{S}_7$

$\tilde{S}_7$	p_8
c_1	0.88
c_2	0.90
c_3	1
c_4	0.80

El significado de las afinidades obtenidas a nivel 0.8 indican que todos los préstamos excepto p_7 cumplen con la característica c_4 (monto máximo); p_1, p_2, p_3, p_8 y p_{10} con c_3 (sueldo mínimo) y c_4 ; p_3, p_7 y p_8 con c_1 (costo financiero total), p_1, p_8 y p_9 con c_2 (plazo máximo de devolución) y c_4 ; p_1 y p_8 con c_2, c_3 y c_4 ; p_3 y p_8 con c_1, c_3 y c_4 . Por último, p_8 verifica todas las características consideradas a nivel mayor o igual que 0.8 (Tabla 3).

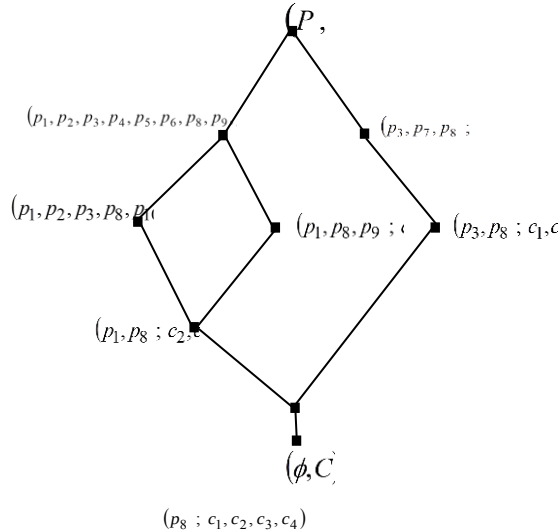
Tabla 3. Subrelaciones de afinidad

Préstamo	Características
$\{ p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_8, p_9, p_{10} \}$	$\{ c_4 \}$
$\{ p_1, p_2, p_3, p_8, p_{10} \}$	$\{ c_3, c_4 \}$
$\{ p_3, p_7, p_8 \}$	$\{ c_1 \}$
$\{ p_1, p_8, p_9 \}$	$\{ c_2, c_4 \}$
$\{ p_1, p_8 \}$	$\{ c_2, c_3, c_4 \}$
$\{ p_3, p_8 \}$	$\{ c_1, c_3, c_4 \}$
$\{ p_8 \}$	$\{ c_1, c_2, c_3, c_4 \}$

Fuente: Elaboración propia.

El retículo de Galois correspondiente está representado en la Figura 6.

Figura 6. Retículo de Galois



Fuente: Elaboración propia

Esta estructura reticular pone de manifiesto de manera visual las afinidades existentes entre los distintos préstamos ofrecidos por los diferentes bancos consultados en relación a las características de los mismos. Se observa claramente que a medida que se exigen más características a un mismo nivel α disminuye el número de productos financieros afines, y a la inversa: la exigencia de un número menor de características agrupa una cantidad mayor de préstamos.

La información obtenida permitirá a la entidad financiera definir una línea de préstamos personales que contemple aquellos nichos del mercado financiero no cubiertos.

Desde otra perspectiva, al elegir un préstamo personal, el cliente buscará la clase de afinidad que cumple, al nivel considerado, las cualidades que considera más importantes.

4. COMENTARIOS FINALES

Son muchos los problemas que se plantean en el ámbito de la decisión en los cuales aparece la necesidad de formar grupos con cierta homogeneidad, para poder realizar una adecuada selección de uno de ellos o separar aquellos que no llegan a cumplir los niveles requeridos. Este objetivo, aunque parezca fácil de

alcanzar, se ve complicado por varios motivos, que en general enmascaran la verdadera naturaleza y las reales características de los objetos.

El desarrollo de la teoría de afinidad ha permitido resolver múltiples problemas planteados por la compleja realidad actual. Cabe destacar que esta herramienta presenta un alto grado de adaptabilidad y flexibilidad a la hora de realizar diferentes enfoques o establecer criterios disímiles al intentar resolver el problema.

Sus aplicaciones son variadas, y no sólo resulta útil para ser aplicada en el marco de la gestión financiera, sino también en el marketing (Lazzari, 1999) y gestión de actividades deportivas (Gil Lafuente, 2002) sin omitir disciplinas tales como medicina, agronomía, ingeniería o biología, entre otras.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Banco Central De La República Argentina; <http://www.bcra.com.ar> [consultada 20 de agosto de 2012].

Banco Credicoop; <http://www.bancocredicoop.coop> [consultada 20 de agosto de 2012].

Banco Francés; <http://www.bancofrancés.com.ar> [consultada 20 de agosto de 2012].

Banco HSBC; <http://www.hsbc.com.ar> [consultada 20 de agosto de 2012].

Banco Provincia; <http://www.bancoprovincia.com.ar> [consultada 20 de agosto de 2012].

Banco Santanderrio; <http://www.bancosantanderrio.com.ar> [consultada 20 de agosto de 2012].

Buckley, J.J.; QU, Y. (1991). Solving fuzzy equations: A new concept. *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 39, pp.291-301.

Kaufmann, A. (1982). *Introducción a la teoría de los subconjuntos borrosos*. CECSA, México.

Kaufmann A.; Gil Aluja J. (1991). Selection of affinities by means of fuzzy relations and Galois lattices. *Proceeding of Euro XI Congress OR. Aachen*, p.16-19.

Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. (1993). *Técnicas especiales para la gestión de expertos*. Editorial Milladoiro, Vigo.

Klir, G.; Yuan; B. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Applications*. Prentice-Hall PTR, New Jersey.

Gil Aluja, J. (1999). *Elementos para una teoría de la decisión en la incertidumbre*. Barcelona, Milladoiro.

Gil Lafuente, J. (2002). *Algoritmos para la excelencia*. Vigo, Editorial Milladoiro.

Lazzari, L. (1999). La segmentación de mercados mediante la aplicación de teoría de afinidad. *Cuadernos del CIMBAGE* N° 2, p. 27-43.

Lazzari, L.; FERNANDEZ, M.J (2008). Linguistic model of affinity grouping to the study of poverty. *Fuzzy Economic Review* vol. XIII N° 2, pp.37-52. ISSN 1136-0593.

Namakforooch, M. (2000). *Metodología de la Investigación*. México, Editorial Limusa.

Scarano, E. (2004). *Manual de Redacción de Escritos de Investigación*. Buenos Aires, Ediciones Macchi.

Ying-Ming, L.; Mao-Kang, L. (1997). *Fuzzy Topology*. World Scientific, Singapur.

PROYECCIÓN ESTOCÁSTICA DE LA MORTALIDAD ARGENTINA (2011-2050). UNA APLICACIÓN DE LEE-CARTER

Matías Belliard

Iván Williams

1. INTRODUCCIÓN

Es llamativa la escasa preocupación en Argentina sobre la difusión de proyecciones poblacionales y de mortalidad a largo plazo considerando los múltiples usos que estas tienen. En la misma línea, resulta escasa la discusión académica referida a proyecciones de mortalidad tanto en su aspecto teórico/académico como empírico/aplicado. Las proyecciones de mortalidad constituyen un factor clave para estimar el aumento de los costos de pensiones, las primas de seguros relacionados con la supervivencia o el fallecimiento de las personas y la asistencia sanitaria de los adultos mayores, entre otras temáticas de interés.

Recientemente, el Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE, 2012) y la Organización de Naciones Unidas (ONU, 2004) divulgaron por primera vez proyecciones de población de largo plazo, CELADE hasta el año 2100 y Naciones Unidas hasta el año 2300. La esperanza de vida al nacer (EVN) para ambos sexos proyectada para Argentina, incluida en la publicación de CELADE para el año 2100, fue de 85,8 años de edad, mientras que Naciones Unidas proyectó una EVN de 98,6 años de edad para hombres y 101 años para mujeres, para el año 2300. Es importante destacar que en los citados trabajos sólo se publicó el nivel de mortalidad, faltando la publicación de las tablas de mortalidad. Las últimas tablas de mortalidad publicadas por CELADE (2010) sólo alcanzan hasta el año 2020.

Enfocándose en las tendencias futuras de la mortalidad, existen ciertas discrepancias en el ámbito académico internacional, especialmente entre demógrafos y biólogos, respecto a cuáles serán los escenarios futuros. Algunos postulan la existencia de un límite para la EVN (Fries, 1980; Olshansky, Carnes y Cassel, 1990), visión que fue aceptada mayoritariamente por organismos internacionales y nacionales para sus proyecciones de población, aunque con el transcurso de los años han ido aumentando dicho límite.

Otros autores, apoyados en datos empíricos esperan avances sin establecer límites para la EVN. Oeppen y Vaupel (2002) argumentan que en el último siglo y medio la EVN ha aumentado 2,5 años por década y postulan, como escenario razonable, la continuidad de esta tendencia. Para los autores, la constante alza observada en la EVN y el corrimiento de los límites propuestos por diversos investigadores confirma la opinión de que, por ahora, no pareciera estar cerca

ningún límite. Robine y Vaupel (2002) observan que la edad máxima al fallecimiento ha sido una constante biológica de alrededor de 100-110 años. Aunque, durante los últimos años del siglo XX, dicho límite parece haber sido superado en al menos 10 años, siendo la máxima edad al fallecimiento observada, con datos confiables, 122 años.

En este sentido, es importante marcar que la situación demográfica de los países no es homogénea y aunque las variables demográficas poseen movimientos relativamente suaves y moderadamente previsibles en el tiempo (dejando de lado por supuesto el componente migratorio), es muy baja la probabilidad de que las estimaciones futuras coincidan con el valor medio proyectado en forma determinística. Para subsanar estos inconvenientes es que surgen los modelos estocásticos. Estos permiten estimar una nube de valores la cual se espera, con un determinado grado de confianza, contenga los valores futuros de las variables demográficas en cuestión.

En este breve trabajo nos proponemos proyectar las tablas de mortalidad y, por tanto, la esperanza de vida para la población Argentina bajo un modelo estocástico desarrollado por Lee y Carter (1992). A diferencia de las proyecciones de CELADE e INDEC, que se basan en modelos puramente determinísticos (Pujol, 1984; INDEC, 2004, CELADE, 2010), el modelo de Lee-Carter se caracteriza por agregar un componente estocástico que intenta capturar el comportamiento de la mortalidad en el tiempo y otros dos que permiten explicar la relación existente entre el nivel y la estructura de la mortalidad, los tres en una única expresión matemática.

El modelo Lee-Carter ha sido muy difundido en la literatura demográfica y actuarial tanto teórica como aplicada. En cuanto a su aplicación, existe una importante evidencia empírica en países como Estados Unidos (Carter y Lee, 1992), donde se aplicó en proyecciones referidas al equilibrio del sistema de seguridad social, en países que conforman el G7 (Tuljapurkar et al, 2000), en Suecia (Wang, 2007) y en Chile (Lee y Rofman, 1994), entre otros, que muestran la efectividad del mismo.

El presente trabajo se divide en cuatro secciones, considerando la presente introducción al trabajo. La siguiente sección metodológica donde se presenta detalladamente el modelo utilizado y la fuente de datos que permite nutrirlo. En la tercera sección, se presentan los resultados producto de la aplicación del modelo para Argentina y, por último, las consideraciones generales. Adicionalmente, el artículo presenta las referencias bibliográficas citadas en él y un anexo estadístico con los resultados del modelo y las tablas de mortalidad proyectadas.

2. METODOLOGÍA Y FUENTE DE DATOS

2.1 Metodología

El modelo desarrollado por Lee y Carter (1992) para caracterizar las tasas de mortalidad, fue:

$$m_{x,t} = e^{\alpha_x + \beta_x K_t + E_{x,t}}$$

Se denomina modelo bivariable debido a que intervienen la variable edad (enfoque transversal) y la variable tiempo (que en conjunto con la anterior permite un enfoque longitudinal)¹. Donde α_x refiere a la estructura de la mortalidad durante todo el período de estudio para cada edad, K_t implica el comportamiento tendencial (o nivel) de la mortalidad en el tiempo, β_x da una medida de la fuerza con la que esa situación general (K_t) afecta a cada grupo específico de edad, y $E_{x,t}$ es un término de error que depende del tiempo y la edad, el cual se supone ruido blanco e implica las influencias no capturadas por el modelo.

Con motivo de facilitar la estimación de los parámetros, se linealiza la expresión anterior:

$$\ln m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x K_t + E_{x,t}$$

Los autores Lee y Carter (1992) detallaron dos condiciones sobre los parámetros tal que la solución que provenga de la optimización otorgue una solución única, ya que algunas combinaciones lineales resultarían en iguales resultados de $\ln m_{x,t}$ (Cairns et al, 2007). Estas son:

$$\sum_{\forall x} \beta_x = 1 \quad y \quad \sum_{\forall t} K_t = 0$$

La conclusión inmediata de lo anterior es que el parámetro α_x resulta en el promedio de $\ln m_{x,t}$ para cada grupo de edad (dado el supuesto sobre $E_{x,t}$). En general cabe esperar sólo valores positivos de β_x , debido a que cambios en el nivel no producen efectos de signo diferente entre distintas edades.

La estimación no puede ser realizada a través de un modelo de regresión usual ya que, como bien señalan los autores, no existe una variable regresora observable. Estos proponen, una vez obtenida la estimación de α_x ($a_x = \overline{\ln m_{x,t}}$) a partir de la minimización de $\sum [\ln m_{x,t} - (a_x + b_x k_t)]^2$, utilizar el método SVD

¹ Para los actuarios y demógrafos es de especial interés estos conceptos ya que la asociación de cada momento t con la estructura x constante, genera unívocamente una tabla de mortalidad, obteniéndose así cohortes "reales" a partir de tablas dinámicas.

(Singular Value Descomposition) para las estimaciones de los parámetros restantes b_x y k_t (Betzuen, 2010).

En este trabajo se utilizará uno de los métodos propuestos por Wilmoth (1993), el cual se basa en una estimación del modelo por máxima verosimilitud². En trabajos previos, se ha mostrado que este método reporta más estabilidad para el caso de Argentina, y contempla la presencia de heterocedasticidad, algo necesario si se considera que las tasas de edades más altas tienen menos defunciones y por lo tanto mayor variabilidad (Andreozzi y Blaconá, 2011).

El modelo en cuestión consiste en suponer una distribución Poisson en la variable número de defunciones por edad del período t $[D_{xt}]$, siendo su parámetro definido por $\lambda_{xt} = m_{xt}L_{xt}$, con L_{xt} representando los expuestos al riesgo (que λ_{xt} dependa de x y t , permite que las varianzas no sean iguales). La función de verosimilitud que se plantea tiene como principal supuesto que las observaciones son independientes y están idénticamente distribuidas, o sea que las defunciones de un año no dependen de las anteriores y que todas quedan definidas por una idéntica distribución. Siendo $d_{x,t}$ las defunciones observadas, la probabilidad conjunta será:

$$L = \prod_{\forall x, \forall t} \frac{e^{-\lambda_{x,t}} \lambda_{x,t}^{d_{x,t}}}{d_{x,t}!}$$

Y aplicando logaritmo resulta:

$$l = \sum_{\forall x, \forall t} [d_{x,t} \ln \lambda_{x,t} - \lambda_{x,t} - \ln(d_{x,t}!)]$$

En el caso del modelo que nos importa, el parámetro de la Poisson será $e^{a_x + b_x k_t} L_{xt}$, donde al maximizar l se obtengan los estimadores a_x , b_x y k_t . La resolución de las derivadas parciales igualadas a cero (ecuaciones normales) se opera por métodos iterativos.

Una vez estimados los parámetros con la trayectoria pasada se trata de encontrar un modelo autoregresivo que ajuste k_t , y permita luego proyectar las

² El otro método consiste en una optimización similar a la mencionada antes pero ponderada por las defunciones observadas, ya que la función $\ln$ trae como consecuencia que los grupos con pocas defunciones tengan el mismo peso en la mortalidad general que grupos con mayor densidad (Wang, 2007). Ambos métodos tienen también la ventaja, según Wilmoth, de permitir tasas nulas, las cuales pueden presentarse a ciertas edades si la estimación forma parte de un estudio por causas de muerte.

tasas suponiendo constante la estructura de mortalidad obtenida³. Los autores observaron una tendencia lineal decreciente en el período estudiado, por lo que la elección del modelo autorregresivo debía considerar este comportamiento. Fue escogido un modelo ARIMA (0,1,0), donde el campo central indica la diferenciación necesaria para trabajar con un proceso estacionario (en este caso d=1 por lineal). De esta forma se planteó:

$$k_t - k_{t-1} = A + \varepsilon_t$$

Donde A es el cambio anual promedio entre los niveles del índice k sucesivos, y ε_t es el error asociado a cada t el cual se supone tiene una distribución normal con media 0 y desvío constante.

En la incorporación de este modelo ARIMA al modelo general de proyección de la mortalidad, se encuentra implícita la idea subyacente de que se espera que el nivel de la mortalidad quede explicado mayormente por la experiencia pasada (en particular por la inmediatamente anterior, y no de manera determinante por factores explicativos externos), y así continúe esa tendencia.

La proyección de las tasas de mortalidad se logra haciendo $\hat{m}_{x,t+s} = e^{a_x + b_x k_{t+s}}$, donde se construyen intervalos de confianza para k_t que transmite su aleatoriedad a las tasas de mortalidad por edad de cada momento, para luego obtener las esperanzas de vida y sus intervalos.

2.2 Fuente de datos

Para estimar las tasas de mortalidad por edad son necesarios datos de fallecimientos (numerador) y de población expuesta a riesgo (denominador) en el período bajo estudio. El presente trabajo toma como período base para proyectar la mortalidad el período 1980-2010, dado que están disponibles datos digitalizados y se cuenta con una ventana de al menos 30 años, según las recomendaciones del modelo (Lee y Carter, 1992). Los datos referidos, responden a dos fuentes de información diferentes en cuanto a lo institucional, a la forma de registración y al objeto de estudio.

Los datos de población que se utilizan son proveídos por el INDEC en sus proyecciones de población, dado que es necesario disponer de la población por edad y año calendario desde 1980 hasta 2010 y que en las proyecciones de población se corrigen una diversa gama de problemas que suelen presentarse en

³ Uno de los supuestos más fuertes del modelo es que la velocidad con que cambia la mortalidad por edad es constante (b), habiendo evidencias de que no siempre es así (Lee, 2000).

los censos nacionales de población (ONU 1955; Chackiel y Macció 1979; Massa 1997; Massa y Bassarky, 2003), es que se elige su uso en lugar de los censos.

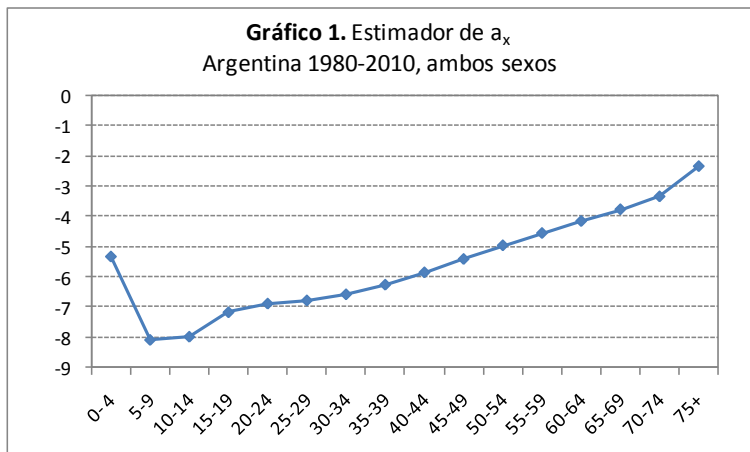
Conforme la decisión previa, se utilizaron datos publicados por el INDEC (2004) con algunos arreglos. En la citada publicación, se proveen efectivos de población según sexo y año calendario desde 1950 hasta 2015, y las estructuras poblacionales por edad, sexo y quinquenio. Por ello, para establecer los efectivos de población por año calendario, edad y sexo fue necesario interpolar linealmente las estructuras de población quinquenales provistas para luego aplicarles el volumen de población publicado según sexo y año calendario.

Los datos de las defunciones son procesados, consistidos y difundidos por la Dirección de Estadísticas e Informes de Salud dependiente del Ministerio de Salud de la República Argentina. Los fallecimientos son informados y registrados de forma continua a través de los certificados de defunción, cumplimentado (con fines estadísticos) por un profesional que certifica la defunción cumpliendo las recomendaciones dadas por la Organización Mundial de la Salud (OMS). La cantidad de defunciones utilizadas en el trabajo, segmentadas por grupos de edad y sexo, fue solicitada a la Dirección de Estadísticas e Información de Salud, aunque se corroboró que poseen similares cantidades que las publicadas en los anuarios de estadística vitales referentes a los años de estudio.

3. ESTIMACIÓN Y PROYECCIÓN

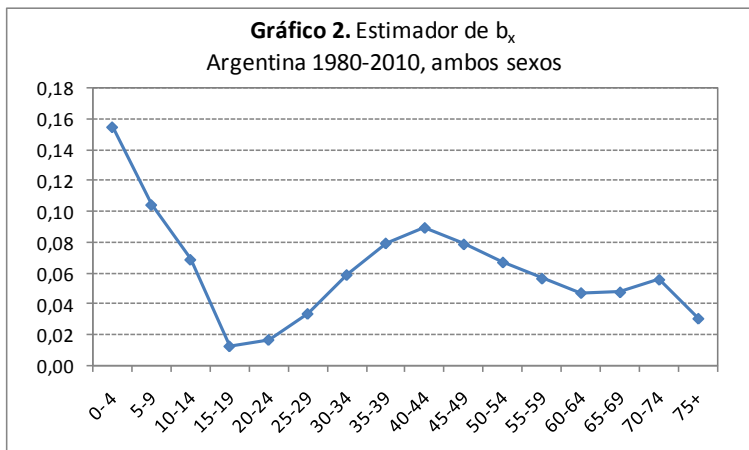
Las tasas de mortalidad con las que se trabajará corresponden a grupos quinquenales de edad con excepción del último grupo abierto final referente a mayores de 75 años. El método utilizado en el presente estudio, tal como fuera expuesto en la sección metodológica, fue el de estimación por máxima verosimilitud. En el anexo estadístico del presente trabajo y en los siguientes párrafos se expondrán los valores obtenidos producto de la estimación del modelo desarrollado por Lee y Carter (1992).

En el Gráfico 1 es posible observar cómo el parámetro a_x captura el patrón típico que presenta la mortalidad por edades en Argentina (Grushka, 2010; Belliard y Grushka 2009). Puede observarse una rápida reducción de la mortalidad en edades infantiles (menores a diez años), una destacada influencia en edades jóvenes de los fallecimientos producidos por causas externas (accidentes y violencia, sobre todo en el caso masculino). Luego, se destaca un crecimiento exponencial de la mortalidad en adultos y de adultos mayores.



Fuente: Elaboración propia en base a Tabla 1 del anexo estadístico.

Al estimar el parámetro b_x y observar su comportamiento, se manifiesta el impacto que los cambios en los niveles generales de mortalidad tienen sobre cada grupo de edad, notando una importante diferencia por grupo.



Fuente: Elaboración propia en base a Tabla 1 del anexo estadístico.

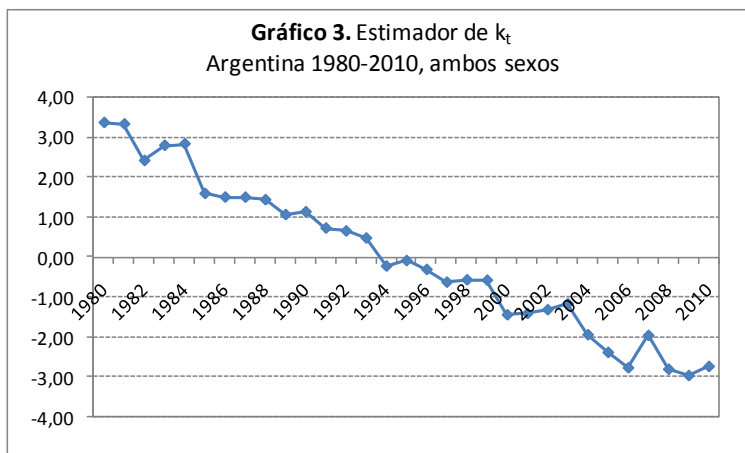
Nótese que en las edades tempranas la reducción de la mortalidad tuvo un impacto importante, aunque disminuye rápidamente hasta tener un mínimo en los 15-19; por su parte, en las edades adultas el impacto de la reducción fluctúa: para

los adultos jóvenes crece presentando un pico relativo en el rango 40-44, para luego decrecer en las edades posteriores, aunque con alguna oscilación.

Los grupos de edades inferiores a 15 años y los comprendidos entre los 30 y 60 años, vieron reducir sus tasas de mortalidad durante el período (1980-2010) más de 30%.

Llama la atención lo que sucede con b_x en las edades jóvenes. Si suponemos el fenómeno de mortalidad en los jóvenes por causas externas (violencia, accidentes) como exógeno a la evolución general de la mortalidad, podríamos decir que la dependencia del índice general k es menor en esta franja etaria por presentar una mortalidad que contrarresta con mucha fuerza al avance sanitario, tecnológico y de atención primaria de la salud (entre otros factores que mejoran las condiciones de sobrevivencia general dada por k), en comparación a las demás edades. Si quitáramos este efecto, quizás la relación de b respecto a la edad tendría un comportamiento decreciente más claro.

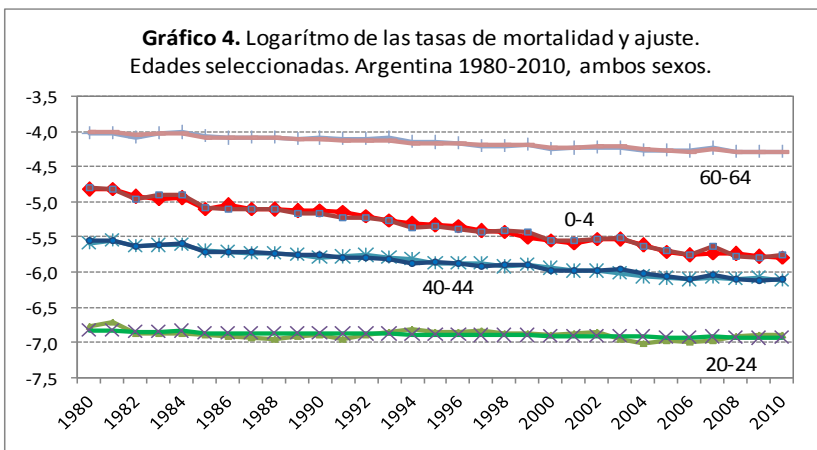
Por último, al observar que los valores de k en el tiempo son claramente decrecientes, aunque con pequeñas perturbaciones, esto deja en evidencia que la población Argentina ha disminuido su mortalidad general durante el período de estudio. Adicionalmente, el comportamiento observado de la serie, induce a pensar que podría modelarse correctamente con una función lineal decreciente que incluya un componente aleatorio.



Fuente: Elaboración propia en base a Tabla 2 del anexo estadístico.

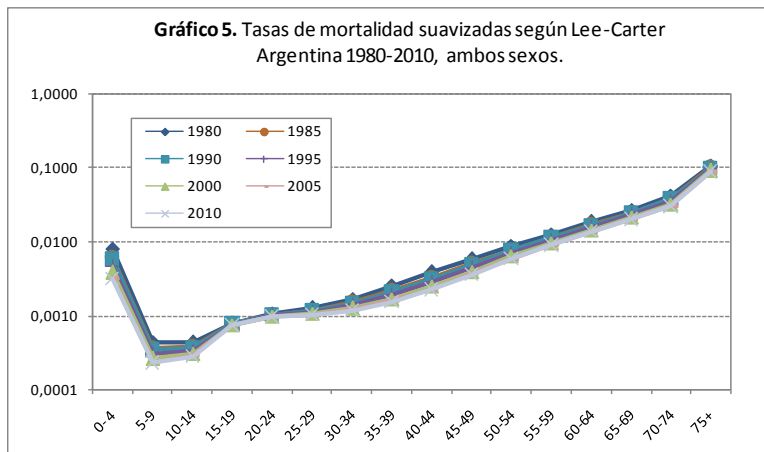
Para evaluar a nivel general del ajuste de la función que modela las tasas de mortalidad en el tiempo, conforme el trabajo original de Lee y Carter (1992),

deben considerarse los ratios de varianzas explicadas para cada edad como una medida de la bondad del ajuste. Mientras que este porcentaje resulta muy satisfactorio para la mayor parte de las edades, en las edades comprendidas entre los 15 y 29 años cumplidos la bondad del ajuste (medido por R^2) no superó el 50%. Sin embargo, como fuera dicho, el ajuste global es del 81%, y llegaría al 95% si se excluyera al grupo con más variabilidad, el grupo abierto final de 75 y más (Lee-Carter, 1992, p. 663).



Fuente: Elaboración propia en base a Tabla 1, 2 y 3 del anexo estadístico, DEIS e INDEC.

Conforme lo marcado previamente, que quedara reflejado en el Gráfico 4, el ajuste del modelo se lo consideró aceptable. Algo interesante que permite la metodología de Lee-Carter, es establecer un modelo de tablas de mortalidad suavizado para el período estudiado (1980-2010).



Fuente: Elaboración propia en base a Tabla 3 del anexo estadístico.

Entonces, el paso siguiente es especificar el modelo que permite proyectar el valor del parámetro k , y así obtener la proyección de las tasas de mortalidad por edad futuras. Tal como fuera notado, el descenso presenta una tendencia lineal que da la pauta de lo adecuado de utilizar un modelo ARIMA (0,1,0). La especificación obtenida a través del modelador experto del software SPSS fue la siguiente:

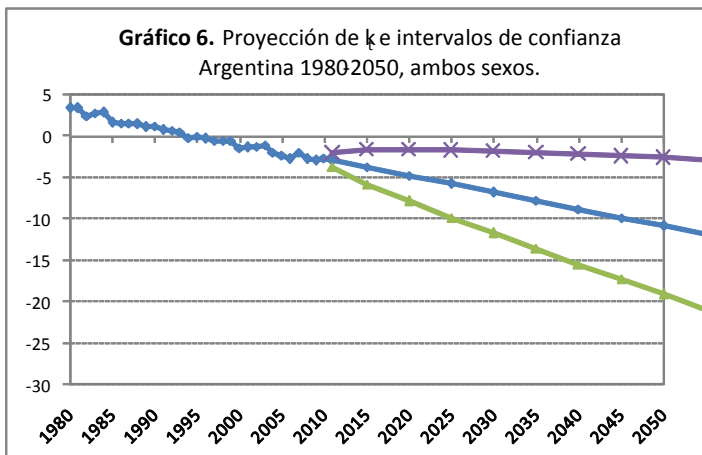
$$k_t = k_{t-1} + (-0,20383) + \varepsilon_t \quad ; \quad R^2 = 0,9442$$

Siendo los desvíos estimados: $DS(\hat{A}) = 0,0796$; $DS(\varepsilon) = 0,4362$.

El paquete estadístico puede brindar los intervalos de confianza de k y con ellos se procede a proyectar las tasas de mortalidad y las esperanzas de vida con sus respectivos intervalos de confianza. Aunque, tal como señala Lee y Rofman (1994), la aleatoriedad de las proyecciones no proviene, bajo los supuestos del modelo, solamente de la variable k . Se supone que la estimación de a_x y b_x aportan errores que se vuelven insignificantes a medida que el horizonte se aleja. Además, según los autores, está comprobado que esta modelización soluciona satisfactoriamente los problemas asociados al comportamiento del error de k , tales como la autocorrelación y la no-normalidad, importantes para verificar los supuestos y generar los intervalos de confianza.

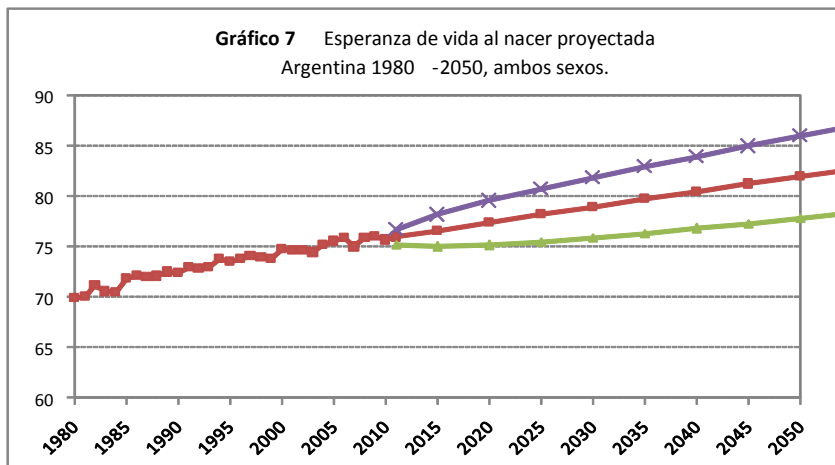
Al analizar los desvíos puntuales para cada proyección anual de k , se consideró que ambos desvíos (el del error y el de la constante) son independientes, por lo que su influencia conjunta es aditiva y depende del lapso del período a proyectar, en tanto es creciente a medida que el horizonte se aleja (Lee y Rofman, 1994). De

esta manera, el desvío estimado del parámetro k_{2010+s} será calculado como $\sqrt{s * DS(\varepsilon)^2 + (s * DS(\hat{A}))^2}$, el que permitirá generar los intervalos con un 95% de confianza.



Fuente: Elaboración propia en base a Tabla 2 del anexo estadístico.

El modelo de Lee-Carter replica, en las edades futuras, el comportamiento o ganancia observada por grupos de edades durante el período de estudio. Luego, a partir de las tasas por grupos quinquenales de edad proyectadas es posible generar las tablas de mortalidad proyectadas y las esperanzas de vida al nacimiento que surgirán de cada tabla de mortalidad.



Fuente: Elaboración propia en base a Tabla 5 del anexo estadístico.

4. COMENTARIOS FINALES

Los resultados obtenidos permiten contar con la proyección de la esperanza de vida y de tablas de mortalidad para Argentina en el período 2011-2050. Según las proyecciones realizadas, se espera una esperanza de vida al nacer de 82 años para 2050, es decir, un incremento de 6,3 años respecto a la esperanza de vida al nacer observada en 2010. Por su parte, de mantenerse las mejoras pasadas, la probabilidad de sobrevivir a los primeros 5 años de vida se espera que aumente 1% en igual lapso.

Lo expuesto previamente, es importante desde la óptica social, económica e individual, dado que vivir más tiempo, o que menor cantidad de niños fallezcan en edades prematuras, es muy importante. Pero, la utilidad de los resultados presentados, también debe medirse en función de sus posibles aplicaciones.

En este sentido, la proyección de la esperanza de vida y de las tablas de mortalidad, tiene implicancias directas sobre el cálculo de primas y rentas vitalicias en la industria de seguros. Si se consideran tablas dinámicas o de cohorte para la cotización de seguros de muerte, las primas disminuirían su nivel ampliando la capacidad de colocación en el mercado, producto de considerar en la cotización las posibles reducciones futuras en el riesgo de muerte.

Es importante tener en cuenta el caso del seguro de vida, en el que las ganancias proyectadas en la esperanza de vida relativizarán durante el resto de la etapa pasiva la capacidad adquisitiva periódica del capital con el que se compra la

renta (permaneciendo constante la edad de retiro); así también, a la vez, estaría siendo encarecida la prima debido a las mejoras proyectadas en la supervivencia, con lo cual ambos efectos redundarían en un problema comercial y técnico (en lo que refiere a mantener en términos reales la renta proveniente de las tablas estáticas actuales).

En la seguridad social, la aplicación de los presentes valores, afecta tanto los egresos en concepto de pensiones por fallecimiento como las jubilaciones. En el primer caso, no sólo concierne la cantidad esperada de altas por año sino también el monto esperado a pagar, ya que el beneficiario supérstite tendrá una mortalidad esperada futura reflejada por tablas como las que se presentan en el presente estudio. Respecto al sistema jubilatorio, el aumento esperado en la duración de la vida puede servir para planificar cambios progresivos en el sistema con el objetivo de mantener el financiamiento de años ganados en la longevidad (dichos cambios no deben ser necesariamente paramétricos del tipo aumentar la edad jubilatoria, regresivos para un ya problemático mercado de trabajo, sino tal vez medidas que cambien el carácter contributivo y le den a la cuestión una visión social más allá de la relación años aportados-años cobrados).

Para finalizar, a nivel metodológico, uno de los principales méritos del modelo es que incorpora el análisis de nivel y estructura de mortalidad, permitiendo una fácil proyección estocástica de la mortalidad. A diferencia de otros modelos donde cada edad tiene un factor de mejora en su mortalidad independientemente de la situación demográfica general, aquí los avances dependen del comportamiento de mortalidad conjunta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Antolin, P. (2007). Longevity risk and private pensions. *OECD Working Papers on Insurance and Private Pensions, No. 3, OECD Publishing.*

Andreozzi L. Y Blaconá, M. T. (2011). Estimación y pronóstico de las tasas de mortalidad y la esperanza de vida en la república argentina. *Anales de las Decimosextas Jornadas "Investigaciones en la Facultad" de Ciencias Económicas y Estadística.* Universidad Nacional de Rosario.

Andreozzi L., Arnesi, N. Y Blaconá, M. T. (2011) The Lee-Carter method for estimating and forecasting mortality: an application for Argentina. *Proceedings of International Symposium on Forecasting.* Prague.

Belliard M. Y Grushka C. (2009). Nuevas tablas actuariales para Argentina 2000-2001. *Actas de las X Jornadas Nacionales y Latinoamericanas Actuariales, Buenos Aires.*

Betzuen A. (2010). Un análisis sobre las posibilidades de predicción de la mortalidad futura aplicando el modelo Lee-Carter. *Anales del Instituto de Actuarios Españoles*, N16, p111-140.

Boot H., HYNDMAN R., TICKLE L. Y DE JONG P (2006). Lee-Carter mortality forecasting: a multi-country comparison of variants and extensions. *Demographic Research*, V. 15 art. 9 pp. 289-310.

Brouhns N., Denuit M. Y VERMUNT J. (2002). A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected life tables. *Insurance: Mathematics and Economics Elsevier*, vol. 31(3), p373-393.

Cairns A.J.G., Blake D.P., Dowd K, Coughlan G. Y Epstein D. (2007). A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England & Wales and the United States. *The Pensions Institute, Cass Business School, discussion paper PI-0701*.

CELADE (2012). Proyecciones de población a largo plazo. *Observatorio Demográfico N° 11*. Organización de las Naciones Unidas, Santiago de Chile.

CELADE (2010). Mortalidad. *Observatorio Demográfico N° 9*. Organización de las Naciones Unidas, Santiago de Chile.

Chackiel, J. Y Macció G. (1979). Evaluación y corrección de datos demográficos. VII. Técnicas de corrección y ajuste de la mala declaración de la edad", serie B - N° 39d. CELADE, Santiago de Chile.

Fries, J.F. (1980). Aging, natural death, and the compression of morbidity. *Journal of Medicine*, 303(3), New England, Massachusetts Medical Society, pp. 130-135.

Grushka (2010). ¿Cuánto vivimos? ¿Cuánto viviremos? En *Dinámica de una ciudad: Buenos Aires 1810-2010* coordinado por Lattes A.E. Dirección General de Estadística y Censos, Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

INDEC (2004). Estimaciones y proyecciones de población. Total del país. 1950-2015. Serie Análisis Demográfico N° 30. Buenos Aires

Massa C. M. (1997). Evaluación de la declaración de la edad a partir de los datos de los Censos Nacionales de Población y Vivienda de 1980 y 1991. En *Evaluación de la calidad de datos y avances metodológicos*. INDEC, Serie J, N° 2, Buenos Aires.

Massa C. M. y Bassarky L. (2003). Evaluación de la declaración de la edad en el Censo Nacional del 2001. INDEC, DNES y P/ DEP/PAD/DT N° 143, Buenos Aires (mimeo).

Lee R.D. (2000). The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications. *North American Actuarial Journal*, Vol. 4, No. 1, pp. 80-91.

Lee R.D. Y Carter, L. (1992). Modeling and forecasting the time series of US mortality. *J. Am. Stat. Assoc.* 87, pp. 659-671.

Lee R.D. Y Rofman R. (1994). Modelación y Proyección de la Mortalidad en Chile. *NOTAS 22*, no 59, pp. 182-213.

Li S.-H.Y Chan W.S. (2007). The Lee-Carter model for forecasting mortality, revisited. *North American Actuarial Journal*, 11: 68-89.

Oeppen J.Y Vaupel J.W. (2002). Broken limits to life expectancy. *Science*, 296, Washington D.C., American Association for the Advancement of Science, pp. 1029-1031.

Olshansky, S.J., CARNES B.A. Y CASSEL C. (1990). In search of Methuselah: Estimating the upper limits to human longevity. *Science*, 250. Washington D.C., American Association for the Advancement of Science, pp. 634-640.

ONU (2004). *World Population to 2300*. Nueva York.

ONU (1955) *Manual II. Métodos para evaluar la calidad de los datos básicos destinados a los cálculos de población*. ST/SOA/Serie A, Estudios sobre población N° 23, Nueva York.

Pujol J.M. (1984). Procedimientos de proyecciones de la mortalidad utilizados por CELADE. En *Métodos para proyecciones demográfica de CELADE*. pp. 87-120.

Robine, J. Y J. Vaupel (2002). Emergence of supercentenarians in low-mortality countries. *North American Actuarial Journal*, vol. 6, n° 3, Illinois, Society of Actuaries.

Tuljapurkar S., Li N. Y Boe C. (2000). A universal pattern of mortality decline in the G7 countries. *Nature*, Vol. 405. Pp 789-792.

Wang J.Z. (2007). *Fitting and Forecasting Mortality for Sweden: Applying the Lee-Carter Model*. Tesis de Maestría, Dept. of Mathematical Statistics, Stockholm University, Suecia.

Wilmoth J.R. (1993). Computational Methods for Fitting and Extrapolating the Lee-Carter Model of Mortality Change. *Technical Report, Department of Demography, University of California, Berkeley*.

ANEXO ESTADÍSTICO

Tabla 1. Estimación de a_x y b_x (MLE).

Argentina 1980-2010, ambos sexos.

Grupo de edad	a_x	b_x
0-4	-5,32977	0,15480
5-9	-8,09048	0,10424
10-14	-7,98434	0,06864
15-19	-7,17484	0,01239
20-24	-6,88746	0,01654
25-29	-6,78249	0,03350
30-34	-6,58034	0,05874
35-39	-6,26181	0,07929
40-44	-5,85294	0,08936
45-49	-5,41015	0,07866
50-54	-4,95740	0,06691
55-59	-4,55077	0,05637
60-64	-4,15337	0,04704
65-69	-3,76425	0,04749
70-74	-3,33758	0,05565
75+	-2,33686	0,03036

Fuente: Elaboración propia en base a información suministrada por DEIS e INDEC.

Tabla 2. Estimación y proyección del índice kt para el período 1980-2050 al 95% (ARIMA). Argentina, ambos sexos

Año (t)	kt	$LI(kt)$	$LS(kt)$
1980	3,3891		
1985	1,6099		
1990	1,1526		
1995	-0,0726		
2000	-1,4326		
2005	-2,3742		
2010	-2,7264		
2011	-2,9298	-3,7990	-2,0607
2015	-3,7452	-5,8103	-1,6800
2020	-4,7643	-7,8865	-1,6422
2025	-5,7835	-9,8393	-1,7277
2030	-6,8027	-11,7392	-1,8661
2035	-7,8218	-13,6105	-2,0332
2040	-8,8410	-15,4641	-2,2179
2045	-9,8602	-17,3061	-2,4143
2050	-10,8793	-19,1398	-2,6189

Fuente: Elaboración propia en base a información suministrada por DEIS e INDEC.

Tabla 3. Tabla de mortalidad estimada según modelo Lee-Carter. Argentina 1980-2010, ambos sexos. Sobrevivientes a edades exactas [l_x]

Edad exacta (x)	1980	1985	1990	1995	2000	2005	2010
0	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
5	96.052	96.984	97.048	97.606	98.055	98.358	98.490
10	95.829	96.816	96.887	97.480	97.927	98.228	98.381
15	95.614	96.621	96.722	97.322	97.783	98.082	98.239
20	95.189	96.261	96.382	96.967	97.417	97.737	97.867
25	94.639	95.777	95.894	96.454	96.927	97.285	97.372
30	94.002	95.235	95.387	95.829	96.364	96.834	96.879
35	93.183	94.567	94.752	95.154	95.707	96.290	96.327
40	92.021	93.558	93.812	94.248	94.876	95.566	95.595
45	90.308	92.006	92.385	92.929	93.634	94.485	94.550
50	87.745	89.702	90.204	90.837	91.725	92.737	92.945
55	84.085	86.209	86.910	87.734	88.777	89.996	90.414
60	78.938	81.435	82.102	83.309	84.558	85.947	86.503
65	72.159	74.662	75.521	77.006	78.689	80.072	80.767
70	62.769	66.144	66.758	68.548	70.643	72.198	72.928
75	50.571	54.115	55.519	57.387	59.909	61.574	62.572

Fuente: Elaboración propia en base a tabla 1 y 2 del anexo estadístico.

Tabla 4.a. Tabla de mortalidad proyectada según modelo Lee-Carter. Argentina 2011-2050, ambos sexos. Sobrevivientes a edades exactas [l_x] (*media*)

Edad exacta (x)	2011	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
0	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
5	98.472	98.652	98.848	99.015	99.158	99.281	99.385	99.475	99.551
10	98.361	98.550	98.756	98.932	99.084	99.213	99.325	99.420	99.502
15	98.224	98.420	98.635	98.819	98.978	99.115	99.233	99.334	99.422
20	97.862	98.061	98.279	98.467	98.630	98.771	98.893	98.998	99.090
25	97.388	97.592	97.817	98.012	98.182	98.329	98.458	98.570	98.669
30	96.889	97.106	97.345	97.555	97.739	97.901	98.044	98.169	98.281
35	96.325	96.566	96.836	97.075	97.286	97.473	97.640	97.789	97.922
40	95.599	95.884	96.205	96.491	96.746	96.974	97.179	97.363	97.528
45	94.548	94.904	95.307	95.668	95.993	96.285	96.548	96.785	97.000
50	92.885	93.337	93.854	94.321	94.744	95.128	95.477	95.794	96.083
55	90.239	90.818	91.485	92.096	92.655	93.167	93.637	94.069	94.466
60	86.288	87.017	87.866	88.652	89.380	90.055	90.681	91.263	91.803
65	80.578	81.468	82.517	83.501	84.423	85.288	86.100	86.863	87.579
70	72.840	73.928	75.225	76.456	77.623	78.731	79.782	80.779	81.725
75	62.620	63.985	65.630	67.208	68.723	70.174	71.564	72.895	74.168

Fuente: Elaboración propia en base a tabla 1 y 2 del anexo estadístico.

Tabla 4.b. Tabla de mortalidad proyectada según modelo Lee-Carter. Argentina 2011-2050, ambos sexos.
Sobrevivientes a edades exactas [x] (*límite inferior*)

Edad exacta (x)	2011	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
0	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
5	98.248	98.169	98.223	98.325	98.445	98.570	98.695	98.815	98.929
10	98.127	98.044	98.100	98.206	98.332	98.464	98.595	98.721	98.841
15	97.981	97.896	97.954	98.064	98.194	98.331	98.467	98.598	98.723
20	97.616	97.530	97.588	97.700	97.832	97.970	98.109	98.243	98.370
25	97.136	97.048	97.107	97.221	97.357	97.499	97.641	97.779	97.911
30	96.623	96.530	96.593	96.713	96.856	97.006	97.157	97.305	97.446
35	96.030	95.928	95.997	96.130	96.288	96.455	96.625	96.790	96.950
40	95.254	95.135	95.215	95.370	95.556	95.753	95.953	96.151	96.342
45	94.121	93.974	94.073	94.265	94.495	94.741	94.991	95.238	95.479
50	92.345	92.161	92.285	92.526	92.817	93.128	93.447	93.765	94.076
55	89.555	89.323	89.480	89.784	90.152	90.550	90.959	91.370	91.775
60	85.437	85.150	85.343	85.721	86.180	86.679	87.196	87.718	88.237
65	79.549	79.205	79.436	79.890	80.446	81.054	81.688	82.334	82.981
70	71.596	71.183	71.461	72.007	72.680	73.421	74.200	74.998	75.803
75	61.077	60.569	60.910	61.585	62.421	63.347	64.327	65.340	66.369

Fuente: Elaboración propia en base a tabla 1 y 2 del anexo estadístico.

Tabla 4.c. Tabla de mortalidad proyectada según modelo Lee-Carter. Argentina 2011-2050, ambos sexos.
Sobrevivientes a edades exactas [x] (*límite superior*)

Edad exacta (x)	2011	2015	2020	2025	2030	2035	2040	2045	2050
0	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
5	98.668	99.009	99.254	99.422	99.545	99.639	99.711	99.768	99.812
10	98.567	98.925	99.185	99.364	99.496	99.596	99.675	99.736	99.785
15	98.438	98.812	99.085	99.274	99.415	99.523	99.608	99.676	99.730
20	98.079	98.460	98.740	98.936	99.083	99.197	99.287	99.360	99.420
25	97.610	98.004	98.297	98.503	98.661	98.785	98.884	98.966	99.035
30	97.125	97.547	97.866	98.095	98.272	98.414	98.531	98.629	98.712
35	96.588	97.065	97.432	97.700	97.911	98.083	98.227	98.348	98.453
40	95.910	96.480	96.924	97.253	97.515	97.730	97.912	98.066	98.200
45	94.936	95.654	96.220	96.644	96.983	97.263	97.500	97.703	97.879
50	93.378	94.302	95.043	95.605	96.059	96.439	96.763	97.041	97.284
55	90.870	92.071	93.053	93.810	94.433	94.960	95.415	95.810	96.158
60	87.083	88.620	89.903	90.914	91.758	92.485	93.119	93.680	94.179
65	81.549	83.460	85.093	86.404	87.520	88.495	89.361	90.137	90.838
70	74.028	76.405	78.479	80.177	81.647	82.950	84.122	85.186	86.157
75	64.111	67.143	69.843	72.091	74.063	75.832	77.439	78.910	80.264

Fuente: Elaboración propia en base a tabla 1 y 2 del anexo estadístico.

Tabla 5. Estimación y proyección de la esperanza de vida al nacer 1980-2050 al 95%. Argentina, ambos sexos

Año (t)	e(0)	e(0)_LI	e(0)_LS
1980	69,9		
1985	71,9		
1990	72,4		
1995	73,5		
2000	74,8		
2005	75,5		
2010	75,7		
2011	76,0	75,2	76,7
2015	76,6	75,0	78,2
2020	77,4	75,2	79,6
2025	78,2	75,5	80,8
2030	79,0	75,9	81,9
2035	79,7	76,3	83,0
2040	80,5	76,8	84,0
2045	81,2	77,3	85,0
2050	82,0	77,8	86,0

Fuente: Elaboración propia en base a tabla 4.a, 4.b y 4.c del anexo estadístico.

COBERTURA DE RIESGOS DE TRABAJO: SUS MODIFICACIONES Y NUEVOS DESAFÍOS PARA LAS ART

Samantha Fumbarg Joelson

Julieta Lanari

Guadalupe Perez Mattiussi

INTRODUCCIÓN

Ley de Riesgos de Trabajo

****Objetivos***

1. Reducir la siniestralidad laboral a través de la prevención.
2. Brindar atención médica inmediata e integral a los trabajadores que hubieran sufrido accidentes de trabajo o enfermedades profesionales. A estas se las llama prestaciones en especie.
3. Otorgar indemnizaciones que compensaran a las empresas, los trabajadores y, en ciertos casos a sus familias, por los siniestros ocurridos. Llamadas prestaciones dinerarias.

****Tipos de siniestros***

1. Accidente de trabajo: es todo acontecimiento súbito y violento ocurrido por el hecho o en ocasión de trabajo.
2. Enfermedad Profesional: es toda patología adquirida por el trabajador a raíz de su actividad o de su ambiente de trabajo por la exposición a un agente hostil.
3. Accidente In itinere: es el acontecimiento súbito y violento ocurrido en el trayecto habitual entre el domicilio del trabajador y el lugar de trabajo o viceversa.

****Cobertura***

Toda persona en relación de dependencia, excepto trabajadores autónomos, monotributistas, domésticos, bomberos voluntarios y el empleo informal.

****Financiación***

Las prestaciones a cargo de las ART se financiarán con una cuota mensual a cargo del empleador.

La cuota dependerá de la actividad económica de la empresa, de la cantidad de trabajadores, del sueldo promedio y de la experiencia siniestral que posee la

misma, además en la práctica, se tienen en cuenta otras variables tales como los gastos de prevención, producción, explotación, impuestos y el Fondo Fiduciario para Enfermedades Profesionales.

****Prestaciones***

Higiene y Seguridad

Las ART deberán promover la prevención mediante la incorporación de planes de mejoramiento de las condiciones e higiene y seguridad y deberán dictar charlas de capacitación a los trabajadores tendientes a incentivar la creación de la cultura de la prevención.

La ART controlará la ejecución del Plan de Mejoramiento, y está obligada a denunciar los incumplimientos a la Superintendencia de Riesgos del Trabajo (SRT).

En Especies

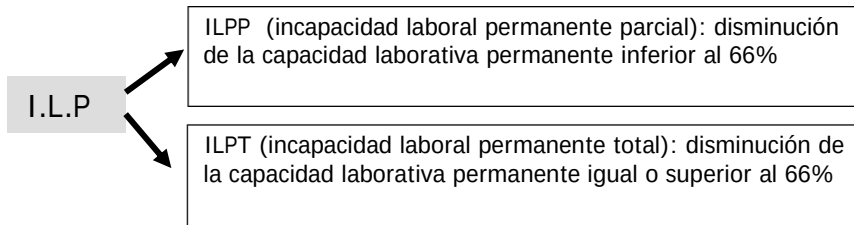
Las ART otorgarán a los trabajadores que sufran algunas de las contingencias previstas en la ley las siguientes prestaciones en especie:

- Asistencia médica y farmacéutica hasta su curación completa o hasta que subsistan los síntomas incapacitantes.
- Prótesis y ortopedia, hasta su curación completa o hasta que subsistan los síntomas incapacitantes.
- Rehabilitación, hasta su curación completa o hasta que subsistan los síntomas incapacitantes.
- Reclaficación profesional.
- Servicio funerario.

Dinerarias

ILT - INCAPACIDAD LABORAL TEMPORARIA: Se considera ILT cuando el daño sufrido por el trabajador le impide temporariamente realizar sus tareas habituales. El damnificado percibirá una prestación de pago mensual equivalente al 100% del valor del ingreso base mensual (IBM) hasta la determinación del alta médica, declaración de la incapacidad laboral, muerte del damnificado o cuando se cumpla un año desde la fecha del accidente.

ILP - INCAPACIDAD LABORAL PERMANENTE: Se considera ILP cuando el daño sufrido por el trabajador le ocasiona una disminución permanente de su capacidad laborativa.



Cuando la incapacidad laboral sea definitiva y el porcentaje de incapacidad sea igual o inferior al 50% se le abonará al damnificado una indemnización de pago único equivalente a:

$$ILPP = \text{Max} \left(53 * IBM * \frac{65}{x} * \% ; \$180.000 * \% \right)$$

Donde:

IBM: Ingreso base mensual

X: Edad del trabajador

%: Porcentaje de incapacidad

Cuando el porcentaje de incapacidad sea superior al 50% e inferior al 66%, percibirá una renta periódica equivalente al 100% del ingreso base mensual multiplicada por el porcentaje de incapacidad. Esta suma en ningún caso podrá ser inferior a \$180.000 multiplicado por el porcentaje de incapacidad. Adicionalmente, recibirá una suma de pago único de \$80.000.

Cuando el porcentaje de incapacidad sea mayor al 66%, el damnificado percibirá las prestaciones del Régimen Previsional más una prestación de pago mensual cuyo capital equivaldrá a:

$$ILPT = \text{Max} \left(53 * IBM * \frac{65}{x} ; 180.000 \right)$$

Adicionalmente, recibirá una suma de pago único de \$100.000.

GRAN INVALIDEZ: Existirá Gran Invalidez cuando el trabajador en situación de ILP total necesite la asistencia continua de otra persona para los actos elementales de su vida. Las prestaciones que percibirá el damnificado serán las correspondientes a los distintos supuestos de Incapacidad Laboral Permanente Total (ILPT). Adicionalmente, la ART abonará al damnificado una prestación de pago mensual de por vida equivalente a \$4.544,45, que se extinguirá a la muerte

del damnificado. Este valor se actualiza semestralmente en la misma proporción en que lo sean las prestaciones del por el Sistema Integrado Previsional Argentino (SIPA).

$GI = ILPT + \text{Valor adicional de GI actualizado en } (t) * a(x+h;0;w-x-h;12)$

h: período intermedio hasta la declaración de gran invalidez.

valor adicional de GI actualizado (t) = $2000 \cdot \frac{\text{Índice SIPA } (t)}{\text{Índice SIPA } (11/2009)}$

MUERTE DEL TRABAJADOR: Se les otorgará a los derechohabientes una suma única de \$120.000 más las prestaciones de Pensión por fallecimiento correspondiente al Régimen Previsional más una prestación mensual calculada en base al siguiente capital:

$$\text{Muerte} = \text{Max}\left(53 * \text{IBM} * \frac{65}{x}; 180.000\right)$$

El proyecto realizará las siguientes modificaciones respecto a las prestaciones dinerarias

- Por un lado las indemnizaciones se actualizarán semestralmente por RIPTE, índice que refleja la evolución de los salarios, evitando futuros desajustes en los montos. En una primera etapa, las sumas fijas pasarían de:
 - ILPPG: \$ 80.000 a \$ 170.000.
 - ILPT: \$ 100.000 a \$ 217.000.
 - Muerte: \$ 120.000 a \$ 256.000.
- Por otro lado, el piso para el cálculo de ILP y muerte pasará de \$ 180.000 a \$ 383.000 actualizables por RIPTE, por el porcentaje de incapacidad en caso de corresponder.
- Asimismo resulta ambiguo la actualización sobre el IBM, ya que la referencia es puntual sobre los topes mínimos y pagos únicos, por lo cual, no hay una definición acerca de actualizar este valor por el índice RIPTE al momento del dictamen médico.

1. SÍNTESIS DEL PROYECTO DE LEY DE RIESGOS DEL TRABAJO

El pasado 24 de octubre, la Cámara baja de Diputados convirtió en ley el proyecto del Poder Ejecutivo que modifica diversos aspectos de la actual Ley de Riesgos de Trabajo N° 24.557 vigente desde 1995.

El Poder Ejecutivo prefirió denominar al proyecto de reforma, (el cual tiene el firme propósito de reducir la litigiosidad) como un "Régimen de ordenamiento de la reparación de daños derivados de los accidentes del trabajo y enfermedades profesionales", ya que en realidad, la mayor parte del Régimen de Riesgos del Trabajo, continúa vigente, a excepción de algunos aspectos que se desarrollarán a continuación:

1.1 Reparación dineraria en pago único

Se establece el principio general indemnizatorio de pago único, abandonándose el esquema de renta periódica que fuera sucesivamente cuestionado por fallos de la Corte Suprema de la Nación. En este sentido, la primer declaración de inconstitucionalidad que recibió la forma de pago en renta periódica data del 26 de octubre de 2004, en los autos "MILONE c/ ASOCIART".

Ante este panorama jurisprudencial, el proyecto de ley deroga el art. 19 que se refiere al pago de renta periódica eliminando esta modalidad de pago indemnizatorio.

Esta decisión favorece a los trabajadores, en la medida en que reciben todo el dinero en un único pago en vez de cobrar cuotas que, en la mayoría de los casos, son insuficientes para vivir. De creerlo conveniente, el beneficiario ve facilitada la posibilidad de emprender alguna inversión que le genere un ingreso en remplazo del sueldo que percibía. Como contrapartida, esta solución les crea a los trabajadores el riesgo de que la inversión fracase, y los deje sin medios y sin la relativa tranquilidad de percibir una renta periódica. En definitiva, la elección de alguna de estas opciones quedará a cargo del empleado que sufrió el infortunio laboral.

Por su parte, las compañías aseguradoras declararon a través de la UART que "para las ART la forma de pago es indistinta ya que, en lugar de depositar el total del dinero en una compañía de seguros de retiro para que pague la renta mensual, deberá entregar ese mismo importe al trabajador". Sin embargo, manifestaron su preocupación porque "los perjudicados serán aquellos trabajadores que producto de una mala administración del dinero que cobren, al cabo de algunos años se queden sin dinero. También al no existir la renta mensual no tendrán aportes al sistema jubilatorio y a labor social".

1.2 Reconocimiento de intereses

A modo de respuesta a cuestionamientos constitucionales, especialmente en referencia al derecho de los trabajadores accidentados y sus derechohabientes, el proyecto contempla la idea de "reparación integral" encargándose de aclarar expresamente que la reparación dineraria establecida en la ley cubre:

a) la disminución de incapacidad

b) la asistencia continua en caso de "gran invalidez". Menciona el otorgamiento de prestaciones médico asistenciales, farmacéuticas y de rehabilitación, que no podrán ser sustituidas en dinero.

c) el impacto generado en el entorno familiar a causa de su fallecimiento. Agrega que la reparación dineraria se computará desde que acaeció el evento dañoso o se determinó relación causal de la enfermedad profesional. En otras palabras, a la indemnización que reconozca la ART, se le deberán adicionar los intereses respectivos.

1.3 Pago adicional

Siguiendo con la misma filosofía de asemejarse a una especie de reparación integral, la reforma prevé que en los casos que el daño se produzca en el lugar de trabajo o mientras se encuentra a disposición del empleador, el damnificado percibirá junto con las indemnizaciones dinerarias, una indemnización de pago único en compensación por cualquier otro daño no reparado por las fórmulas previstas en la Ley de Riesgos de Trabajo, equivalente al 20% de esa suma.

En caso de muerte o incapacidad total, esta indemnización adicional, nunca será inferior a \$ 70.000.

La interpretación de esta norma, seguramente generará alguna controversia debido a que, si el accidente se produce en un viaje de trabajo, estando a disposición del empleador, sería acreedor de esta indemnización adicional. Ahora bien, si se tratara de un accidente in itinere, no cumpliendo con las condiciones señaladas en la norma, quedaría excluido de este pago adicional.

1.4 Opción civil excluyente. Imposibilidad de acumular indemnizaciones

Sin dudas, a los efectos de reducir la litigiosidad, la "opción civil excluyente" puede resultar la modificación más significativa.

El art. 4 del Proyecto, estipula que los damnificados podrán optar de modo excluyente entre las indemnizaciones previstas en este régimen o las que les pudieran corresponder con fundamento en la vía civil. Los distintos sistemas no serán acumulables. Esto significa que si el trabajador percibe las indemnizaciones establecidas por el Régimen de Riesgos del Trabajo, no podrá accionar judicialmente por reparación integral establecida por el derecho común. La opción será excluyente, reflejado textualmente: "El principio de cobro de sumas de dinero o la iniciación de una acción judicial en uno u otro sistema, implicará que se ha ejercido la opción con plenos efectos sobre el evento dañoso."

No obstante, es conveniente aclarar que las prestaciones dinerarias imputables a sustitución de salarios en etapa de curación (incapacidad laboral temporaria o complementaria por gran invalidez, así como prestaciones en especie), no implicarán ejercicio de la opción excluyente.

Éste ha sido uno de los aspectos más controvertidos desde los comienzos de la Ley 24.557; y la Corte de la Nación se ha expedido en varias oportunidades, señalando que el sometimiento al régimen de la Ley de Riesgos del Trabajo, o la percepción de indemnizaciones previstas en ese sistema, no constituyen impedimento para el posterior planteo de inconstitucionalidad del régimen.

El fallo más relevante sobre la declaración de inconstitucionalidad del artículo 39 de la Ley de Riesgos del Trabajo, el caso “Aquino” donde los jueces entendieron que el sistema se apartaba de la reparación integral, al no permitir la indemnización por ningún otro daño que no fuera la pérdida de la capacidad de ganancia del trabajador (lucro cesante). La Corte también observó que anular la oportunidad de la reparación civil afecta el principio constitucional que prohíbe a las personas perjudicar los derechos de un tercero.

El sector empresario advirtió que el fallo ahuyentaría inversiones y elevaría el costo laboral. Denunciaron que causaría incertidumbre, en la medida en que hace imposible prever el monto que deberá soportar la empresa ante un accidente, y no establece el modo de cubrir ese riesgo. Por último, alertaron sobre el posible resurgimiento de prácticas abusivas y el daño que ello podría causar, principalmente a las pequeñas y medianas empresas, sin capacidad financiera ni económica para afrontar indemnizaciones abultadas.

Por otro lado, los representantes de los trabajadores estuvieron conformes con la decisión de la Corte, y dijeron que ponía fin a un sistema pensado con la lógica de los '90, cuando el trabajo sólo era concebido como una mercancía y los derechos de los trabajadores como una variable más del mercado laboral. Sostuvieron que la única solución autorizada por la Constitución Nacional es que los trabajadores reciban una indemnización integral, que de ningún modo puede ser restringida por una ley. A la vez reafirmaron que no es posible mantener un sistema que discrimine a los empleados respecto del resto de las personas, que sí pueden exigir indemnizaciones por la vía civil.

Procedimiento y momento para ejercer la opción. Cómputo de la prescripción

El art. 4 del proyecto establece obligación de las Aseguradoras de Riesgos del Trabajo, de notificar en forma fehaciente al damnificado los importes que les corresponde percibir por aplicación del Régimen de Riesgos del Trabajo, precisando cada concepto en forma separada e iniciando que se encuentran a disposición para el cobro.

Tal notificación deberá hacerse dentro de los 15 días de notificados de la muerte del trabajador, o de la homologación o determinación de la incapacidad por accidente de trabajo o enfermedad profesional.

La comunicación mencionada al damnificado tendrá especial relevancia por dos razones:

- a) Porque la acción civil sólo podrá ejercerse una vez recibida la notificación
- b) Porque la prescripción se computará a partir del día siguiente.

1.5 Limitación de honorarios - pago en juicio

Un aspecto no exento de críticas, principalmente de parte de los abogados, es el vinculado a la limitación honorarios que se establece en el art. 17 inc. 3ro. del proyecto, para el supuesto del ejercicio de la acción civil.

En primer lugar, se prohíbe el pacto de cuota litis entre el trabajador y su letrado. En este punto conviene recordar que en materia laboral se admite el pacto de cuota litis de hasta un 20%. El referido pacto es un acuerdo de honorarios entre el abogado y su cliente, por el cual el cliente le reconoce al primero un porcentaje del monto por el que prospera su reclamo.

En segundo término, se estipula que a los efectos de la regulación de honorarios, deberá considerarse como monto de condena, la diferencia entre el capital de condena y aquel que hubiera percibido el trabajador -tanto en dinero como en especie-, como consecuencia del Régimen de Riesgos del Trabajo. Esto implica claramente una reducción del monto de honorarios, en relación al régimen actual.

Asimismo, la responsabilidad por el pago de las costas procesales no podrán exceder del 25% del monto de la sentencia o acuerdo. Por último, implica que cualquier pago que se haga al trabajador, debe realizarse mediante depósito judicial.

1.6 Intervención de las aseguradoras de riesgos del trabajo en pagos por sentencia o acuerdos

Probablemente, el art. 6 resulte una de las normas más conflictivas del proyecto.

El citado artículo establece que en caso de sentencia o acuerdo conciliatorio por la vía civil, la ART deberá depositar el importe que hubiera correspondido según el Régimen de Riesgos del Trabajo, más intereses. Este monto se deducirá del capital condenado o acordado. Asimismo, la ART deberá contribuir en el pago de las costas, en forma proporcional.

Si la sentencia judicial resultare por un monto inferior a la que hubiera correspondido abonar por aplicación del régimen RRT, el excedente deberá depositarse en el Fondo de Garantía.

No caben dudas que es lógico y razonable que la ART se haga cargo del pago del monto que le corresponde, ante la existencia de una sentencia firme. Lo que sí puede resultar cuestionable es que las aseguradoras sean obligadas a abonar prestaciones dinerarias indemnizatorias correspondientes a un acuerdo suscripto entre trabajador y empleador, cuando puede justificar su negativa a participar del acuerdo, en inexistencia de incapacidad o inexistencia de vínculo causal y/o concausal entre enfermedad y las tareas.

A los fines del depósito establecido en este apartado, en sede judicial se aplicará la tasa de interés establecida en la sentencia. En sede administrativa, se aplicarán los intereses a la tasa prevista para la actualización de créditos laborales.

1.7 Cálculo de alícuotas - indicadores

En los artículos 10 a 15 del Proyecto, se establece una serie de normas referidas a indicadores, limitaciones para la determinación de alícuotas, modificación de las mismas y sus indicadores; información sobre siniestralidad, sistema de alícuotas, prestaciones, etc.

Sintéticamente, se establecen indicadores o limitaciones para determinación de las alícuotas, los cuales también podrán ser fijados por la Superintendencia de Seguros de la Nación (SSN) y la Superintendencia de Riesgos del Trabajo (SRT).

Se establece la prohibición de discriminar por tamaño de la empresa asegurada. Actualmente, las ART. suelen cobrar una alícuota mayor a las denominadas "PYMES", lo que encuentra justificación desde el aspecto práctico, ya que suelen abonar salarios inferiores a las empresas grandes, que no implican necesariamente prestaciones más reducidas (por prestaciones en especie y por pisos garantizados).

Se tendrá en consideración para la fijación de alícuotas, el nivel de riesgo -de acuerdo al grado de cumplimiento de la normativa en higiene y seguridad-; y la siniestralidad presunta y efectiva.

La determinación de la base imponible será el monto total de remuneraciones y conceptos no remunerativos que declare mensualmente el empleador.

Para fijar el valor adecuado entre cuota y siniestralidad, se pone en cabeza de la SRT, la puesta a disposición de las Aseguradoras de Riesgos, toda la información sobre la siniestralidad registrada en cada uno de los establecimientos empleadores.

1.8 Presupuestos de las ART - límites a los gastos

El art. 16 del Proyecto, estipula una limitación del presupuesto de las Aseguradoras de Riesgos del Trabajo, señalando que deberá ser fijado por la SRT y SSN, aunque no podrá superar el 20% de los ingresos.

Asimismo, se establece en un 5% como máximo, lo que las ART podrán pagar a los productores intermediarios (actualmente es un promedio del 11%). Este egreso, se considera gasto administrativo.

1.9 Disposiciones generales

Vigencia: las disposiciones atinentes a las prestaciones en dinero y en especie, entrarán en vigencia a partir de su publicación en el Boletín Oficial. Mejoras en las prestaciones dinerarias.

Ajuste por RIPTÉ: Las prestaciones en dinero por incapacidad permanente previstas en la Ley de Riesgos del Trabajo se ajustarán a la fecha de entrada en vigencia conforme el índice RIPTÉ desde el 1/1/10. La actualización semestral se efectuará en los mismos plazos que la dispuesta para el SIPA.

Sin dudas, la actualización del piso actual, más el pago adicional por aplicación del índice RIPTÉ, generará un incremento en los costos y el consiguiente alza en las alícuotas. Como señalamos al inicio, casi con seguridad reducirá la litigiosidad. Sin perjuicio de ello, quedan algunos aspectos poco claros, que deberían analizarse y/o reglamentar, a efectos de evitar controversias futuras.

COMENTARIOS FINALES

La mencionada iniciativa de reforma debería provocar que todos los sectores involucrados se unan para acordar una solución, que no implique el retroceso al sistema anterior a la sanción de la Ley de Riesgos del Trabajo -que demostró ser ineficaz-, sino su consolidación por medio de ajustes necesarios promovidos por el proyecto de ley, tales como, la posibilidad de aumentar las indemnizaciones tarifadas para que los trabajadores obtengan una reparación “integral” del daño sufrido, que disminuya la litigiosidad y garantice la previsibilidad que requiere un sistema de seguros para funcionar adecuadamente.

De no ser contempladas las dificultades mencionadas, se prolonga la actual situación de incertidumbre para las empresas, que no pueden protegerse ante eventuales infortunios laborales, y para los trabajadores, que si bien tienen la oportunidad de reclamar por la vía civil en caso de accidentes laborales, corren el riesgo de no poder cobrar si las empresas son insolventes para afrontar el monto fijado por los jueces civiles en concepto de indemnización.

No obstante, la idea de abandonar el pago de las prestaciones dinerarias en forma de renta, se debe a la confrontación del principio general indemnizatorio de pago único que plantea el proyecto contra las bases del sistema de seguridad social. De todas maneras las modificaciones previstas son la lógica y bienvenida consecuencia de prestaciones que, en origen, no alcanzaron a remplazar el salario perdido en razón de los topes que se fijaron en la Ley de Riesgos del Trabajo, y de rentas periódicas y rentas vitalicias que, desde el abandono de la convertibilidad, no han sido capaces de actualizarse en forma acorde a una creciente inflación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ley de Riesgos de Trabajo N° 24.557.

Decreto N° 1694/09.

Manual de inducción de Provincia ART.

Proyecto de Ley enviado al Congreso de la Nación con fecha 19 de septiembre de 2012.

Síntesis del proyecto de ley emitido por el Ministerio de Trabajo, Empleo y Seguridad Social con fecha 20 de Septiembre de 2012.

Barbieri Pablo - Estudio Funes de Rioja *"Análisis del Proyecto de Reforma" (12 de Octubre de 2012).*

http://www.srt.gob.ar/adjuntos/home/noticias/Actualidad_SRT.pdf

Facal C. *"Análisis del Proyecto de Ley"* (27 de Septiembre de 2012) www.buenafuenteseguros.com.

BONOS CATÁSTROFE PARA EL DESARROLLO ECONÓMICO

María Teresa Casparri

Diego Cosentino

Gonzalo García

INTRODUCCIÓN

Los bonos catástrofe, conocidos internacionalmente como “cat Bonds”, son un tipo de ILS (Insurance-Linked Securities) utilizado para transferir los riesgos del mercado de seguros hacia el mercado de capitales.

Se crearon a mediados de la década de los '90 luego de que Estados Unidos fuese impactado por el Huracán Andrew en agosto de 1992 y luego por el terremoto de Northridge el 17 de enero de 1994, produciendo pérdidas multimillonarias e incurriendo en la quiebra de varias compañías aseguradoras. Esto denotó una necesidad de mitigar un riesgo aparentemente latente, pero el principal problema es que las catástrofes producen pérdidas muy significativas. Lo que conlleva un problema acarreado: ¿Qué asegurador puede ofrecer seguro contra semejante siniestro, sin esperar quedar insolvente? La respuesta más adecuada que se encontró es que ninguno podría, porque el mercado asegurador no tiene suficiente respaldo para afrontar una catástrofe de esa índole. Por lo que se replanteó la pregunta y se llegó a la conclusión de que la mejor posibilidad existente era recurrir al mercado financiero, ya que el manejo de caudal de fondos es ampliamente mayor.

El primer bono catástrofe vio la luz en 1994 siendo emitido por la reaseguradora Hannover Re, pero se hicieron más conocidos a partir de la emisión llevada a cabo por el Estado de California en 1996 para un reaseguro de terremoto (llevó el nombre de “California Earthquake Authority”).

La idea que se planteó fue la de hacer un bono que tenga en las condiciones de emisión una cláusula que ante una catástrofe los flujos de fondo se modifican. Ya sea suspendiendo el pago de intereses, el valor nominal o la totalidad del monto.

Su funcionamiento es de la siguiente manera: la entidad que quiere cubrirse contra el riesgo de un evento extremo va a un banco de inversión y se escriben las condiciones de emisión del bono catástrofe. Las más importantes son las vinculadas a la cesación de pagos de la misma debido al evento extremo a asegurarse. Luego la entidad financiera emite el bono y lo recaudado lo invierte en un SPV (un fideicomiso de alta calificación crediticia). A la empresa se le exige un pago periódico de prima por la cobertura del riesgo y junto a ese pago se le

adhieren los retornos obtenidos por las inversiones en el SPV, siendo éste el monto que reciben los compradores de los bonos catástrofe.

En resumen, una empresa (o Estado) va a un banco de inversión, el banco emite el bono a nombre de la empresa (o Estado). Lo recaudado se invierte en un SPV de calificación AAA que generará intereses financieros; luego la empresa paga, en concepto de prima, "*intereses climáticos*" y la suma de estos dos intereses son los que va a recibir el inversor (comprador del bono). En caso de que se produzca la catástrofe, el inversor pierde la totalidad de todos los flujos de fondo futuros que iba a recibir y la empresa pasa a poseer el activo adquirido por el SPV, pudiendo así venderlo y hacerse de fondos para encarar la recuperación de pérdidas surgidas por el evento.

El SPV está compuesto en su mayoría por bonos "*riskless*" y otros activos con la mayor calificación crediticia (por ende con la menor probabilidad de entrar en default).

Hay cuatro mecanismos por los cuales se determina la cancelación de pagos de un bono catástrofe, a estos se los llama "triggers":

- I. Pérdidas reales.
- II. Pérdidas de mercado.
- III. Paramétrico.
- IV. Pérdidas modelizadas.

I. Las pérdidas reales refieren a la situación en la cual el emisor se ve afectado por la catástrofe produciéndole más de un cierto umbral de pérdidas (como si hubiera contratado un seguro tradicional). El problema subyacente es que el inversor debería conocer con exactitud la cartera del emisor y la transparencia con la cual el emisor declara sus pérdidas, ya que éste tiene altos incentivos a que el bono sea "gatillado" (o sea, que se cancele el pago del bono o parte del mismo); el conocido problema de selección adversa.

II. Las pérdidas del mercado se establecen en función a las pérdidas medias de la industria a la cual pertenece el emisor. Si las pérdidas medias de la industria superan cierta barrera entonces el bono se "gatilla". Los datos de las pérdidas se obtienen mediante los balances públicos de todas las empresas de la industria.

III. Se basan en un parámetro específico o en un índice paramétrico. Esto significa que el bono es gatillado una vez que el evento se registra de manera técnica, por ejemplo cuando los vientos registrados estación meteorológica puntual superan los 100 km/h por más de 5 minutos, o la estación detecta un terremoto de al menos 5 en la escala de Richter. En el caso puntual de este trabajo, se analizará

la cantidad de días que nevó en el año y el nivel de temperaturas registrados en la estación meteorológica ubicada en el aeródromo de Esquel.

IV. Las pérdidas modelizadas son en función de un modelo computacional que simula la cartera del emisor y las probabilidades de pérdidas del evento; cuando se realiza el evento, se ingresan los valores paramétricos del mismo y si éste muestra que la cartera presenta pérdidas por más de un umbral entonces el bono gatilla. Junto con el de pérdida real son los mejores para el emisor ya que la correlación es perfecta (o casi perfecta en el caso del modelo) pero son los menos transparentes para los inversores.

Este tipo de títulos presenta ser bastante atractivo para los inversionistas debido a que tienen poca correlación con otros títulos, ya que su precio se mueve exclusivamente por variables climáticas, lo que permite lograr una cartera mayormente diversificada.

1. COMPOSICIÓN DEL BONO.

Los Cat Bonds pueden estar compuestos de muchas maneras, como los bonos normales. Éstos pueden ser del tipo *Zero-Coupon*, *Amortizable*, *Bullet*, etc.

Siempre los bonos están compuestos por una parte de principal y otra de intereses (en el caso de los *Zero-Coupon* esta relación no está explícita, pero existe implícitamente).

Los intereses son una composición de dos factores, el financiero y el climático. Los pagos de los intereses financieros se afrontan con las inversiones hechas en el SPV, que en general es la tasa LIBOR porque las inversiones son de alto rating crediticio. Los intereses climáticos los paga la empresa que desea asegurarse.

$$\text{Interés\%} = \underbrace{\text{LIBOR\%}}_{\text{I.F.}} + \underbrace{\text{SPREAD\%}}_{\text{I.C.}}$$

I.F.: Intereses financieros.

I.C.: Intereses climáticos. Entendiendo como riesgo climático a los intereses pagados por el riesgo de producirse el evento catastrófico, que es frente al cual desea cubrirse el emisor.

El dato más importante a analizar es el pago de la tasa que la empresa va a tener que afrontar por cubrirse contra el riesgo de una catástrofe deseada. Ésta proviene de dos factores: de la proporción que dejaría de pagar (ya sea el valor

nominal, los intereses o la totalidad del bono), en caso de que el evento suceda, y de la probabilidad de ocurrencia del mismo.

El porcentaje que se pagará está estipulado en las condiciones de emisión del bono y es a preferencia del emisor, dejando únicamente como aleatorio la probabilidad de que el evento se produzca (que el pago del bono se cancele, ya sea total o parcialmente).

Ya que el elemento aleatorio se da únicamente por la probabilidad de que ocurra el evento, para la valuación del bono, lo único que falta determinar es la forma de estimar este factor (ya que para calcularle un precio al bono, el resto se calcula como un bono normal).

Entonces la estructura del bono quedaría de la siguiente manera:

$$BC = BR + DC$$

Siendo:

BC: Bono catástrofe (también llamado cat bond).

BR: Bono "riskless" (bono sin riesgo).

DC: El derivado climático, que es la prima de riesgo pagada por la probabilidad de ocurrencia de una catástrofe y el monto que se va a dejar de pagar.

En la anterior fórmula se ve claramente que un bono catástrofe es la composición de un bono libre de riesgo¹, el cual está dedicado meramente al pago de intereses financieros, y por el derivado climático. Ya que los intereses financieros son completamente saldados por los bonos que fueron adquiridos, lo único que pagaría el ente que emitió el bono catástrofe son intereses climáticos.

2. VALUACIÓN

Para lograr valuar el cat bond vamos a utilizar el principio de aditividad del valor separando por un lado el valor de un bono común y por otro el del derivado. El valor del bono regular no presenta complicación alguna ya que es muy extensa la bibliografía sobre el tema y ya hay consensos internacionales sobre como valuar un bono, lo que queda a considerar para valuar este bono es que como el mismo está respaldado por un SPV de alto rating crediticio entonces es un bono sin riesgo o con riesgo prácticamente despreciable.

¹ Ya que los fondos recaudados por los bonos emitidos son utilizados para crear un SPV (SpecialPurposeVehicle) en el cual se va a invertir en bonos sin riesgo (o inversiones de alto rating crediticio).

Ahora pasamos a valorar la parte dependiente del evento extremo. Para hacerlo vamos a ir asumiendo ciertos supuestos que de cualquier manera podrían ser levantados con facilidad. Vamos a asumir un bono *Bullet* con un vencimiento a un año de valor nominal igual a uno y un pago de cupón de interés junto al vencimiento que lo vamos a llamar I . Con una probabilidad de que el evento extremo suceda " d ". Si el bono gatilla pagará únicamente intereses y en caso de no hacerlo paga valor nominal más intereses. Entonces tenemos que:

$$1 = E^P[\text{Payoff}] \cdot FD(0,1)$$

1 : Valor nominal

$E^P[\text{Payoff}]$: Esperanza de lo que le bono pague al final (Payoff).

$FD(0,1)$: Factor de descuento entre 0 (el momento de valuación y a su vez de emisión del bono), y 1 el vencimiento. El mismo va a ser el libre de riesgo ya que la emisión del cat bond está respaldada por el SPV. Vamos a reexpresar al F.D. con la equivalente tasa efectiva anual.

$$1 = [d \cdot I + (1 - d) \cdot (I + 1)] \cdot \frac{1}{1 + r}$$

$$I = r + d$$

Lo que se puede observar es que para esta estructura de bono catástrofe tenemos que el interés pagado por el bono es la suma de los intereses financieros a la tasa libre de riesgo y la probabilidad de que el evento extremo ocurra.

Para generalizar vamos a llamar X al monto que va a pagar en caso de que el bono gatille, el dominio de X es $[0;1]$, ya que la suspensión del pago puede ser total, en ese caso X toma el valor 0, y se puede aproximar pero nunca tomar el valor 1 ya que en caso contrario no se cancelaría parte del pago por la contingencia y no sería un bono catástrofe por definición.

$$1 = E^P[\text{Payoff}] \cdot FD(0,1)$$

$$1 = [d \cdot X + (1 - d) \cdot (I + 1)] \cdot \frac{1}{1 + r}$$

$$I = \frac{r + d - d \cdot X}{1 - d} = r + d + d \cdot (I - X)$$

Ambas expresiones son equivalentes y se puede observar más claramente en la segunda parte que si el monto a pagar son solamente intereses ($I = X$) entonces el cupón de intereses está compuesto por $r + d$.

3. MODELIZANDO LA PROBABILIDAD DE LA CATÁSTROFE

Ahora pasamos a lo más importante que es la estimación de la probabilidad de catástrofe. Los datos se obtuvieron de la estación meteorológica de Esquel, (Esquel Aerodrome²). Los mismos están en forma diaria. Nuestro evento gatillador es que no haya nieve suficiente para que el turismo se desarrolle en esta ciudad, pero vamos a enfocar la catástrofe únicamente en la nieve que tiene que haber en las pistas para que esquiar sea viable para los turistas. Lo que se necesita para ello es monitorear los días de nieve que hay en un año y la temperatura posterior a esos días de nieve, ya que para que la nieve caída se asiente bien en el terreno se necesitaría que haya una temperatura promedio inferior a 4 grados centígrados.

Por lo tanto el *trigger* propuesto para el cat bond es que haya 2 días o menos de nieve con un promedio de temperatura inferior a 4 grados centígrados los dos días posteriores al día que nevó, en el lapso de un año. Como los datos que se obtuvieron son en forma diaria se pueden contar exactamente los días que esto sucedió, por lo que la probabilidad de estos dos sucesos (que nieve 2 o menos días y que los dos días posteriores a la nevada haya menos de 4 grados centígrados) se puede calcular directamente como la frecuencia. Pero debido a que los datos extraídos pertenecen a una estación a menor altura que el emplazamiento que deseamos resguardar, se tomará como Proxy a lo expuesto que para que una temporada se pueda llevar adelante en "La Hoya" (la pista de esquí de Esquel) tiene que haber 3 días de nieve en los cuales la temperatura promedio de los dos días posteriores sea inferior a 4 grados centígrados. Los días en los cuales nieva en Esquel, la nevada en la alta montaña es tan intensa que suple de nieve toda la pista.

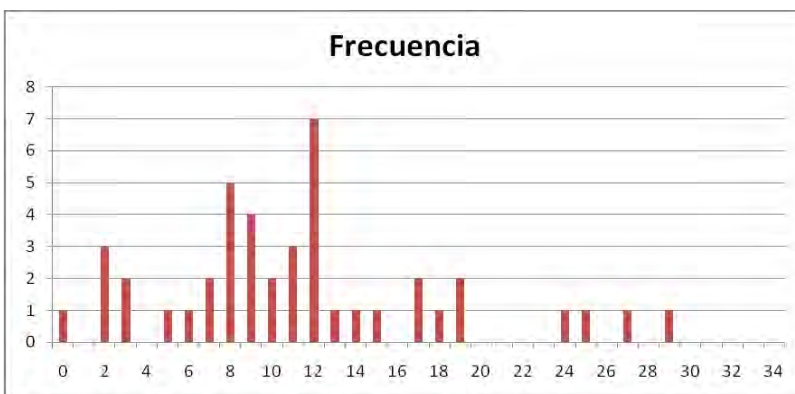
Para estimar la probabilidad de catástrofe utilizamos los datos diarios obtenidos de la estación meteorológica. Los mismos pertenecen a los años: 1957, 1958, 1967, 1968 y desde el año 1973 hasta la primera mitad del año 2012. Vamos a utilizar estadística descriptiva para estimar la probabilidad de catástrofe, para ello contamos todos los días que nevó y que los dos posteriores días hubo un promedio de temperatura inferior a los 4 grados centígrados.

²Los mismos se pueden obtener de la página
http://www.tutiempo.net/clima/Esquel_Aerodrome/878030.htm

Tabla 1. Resultado anual

Año	Días con nieve*						
1957	11	1982	9	1995	29	2008	18
1958	0	1983	8	1996	8	2009	11
1967	3	1984	24	1997	9	2010	7
1968	3	1985	2	1998	5	2011	17
1973	12	1986	2	1999	10		
1974	12	1987	6	2000	25		
1975	8	1988	12	2001	9		
1976	8	1989	11	2002	19		
1977	12	1990	2	2003	12		
1978	10	1991	7	2004	14		
1979	8	1992	17	2005	27		
1980	15	1993	19	2006	13		
1981	12	1994	9	2007	12		

Gráfico 1. Distribución de frecuencias



Luego calculamos la probabilidad como la frecuencia de: la cantidad de veces que el bono gatillaría dividido cantidad total de datos que se tienen. El valor obtenido fue de 9,3%.

4. PLANTEO DEL BONO CATÁSTROFE

El objetivo del trabajo es el planteo de la emisión de un bono catástrofe del municipio de Esquel para mitigar los efectos climáticos derivados de la falta de nieve y las altas temperaturas en su actividad principal que es el turismo. Las condiciones de emisión técnicas serían de la siguiente manera:

Fecha de emisión: 01/01/2013

Valor nominal: \$100.000.000 (Cien millones de pesos) por el total de la emisión.

Cantidad de títulos a emitir: 100.000 (Cien mil títulos)

Plazo: 2 años

Vencimiento de cupones: Anual

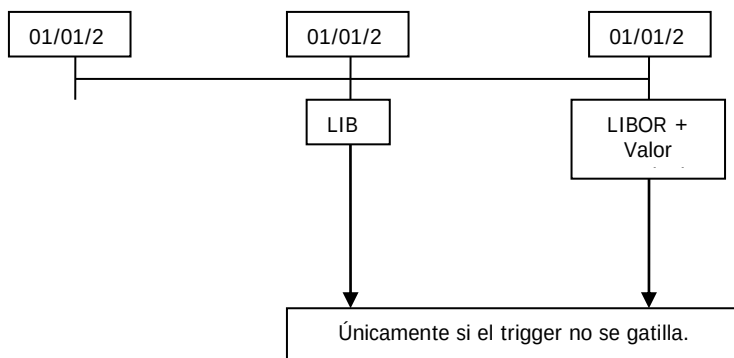
Servicios de Renta: 01/01/2014 y 01/01/2015

Servicio de Amortización: 01/01/2015 (Íntegra al vencimiento)

Pago de intereses: En forma anual con una tasa de interés variable dependiente de la tasa LIBOR a un año.

Trigger: Que la estación Esquel Aerodrome registre dos o menos días de nieve con un promedio de temperatura inferior a 4 grados centígrados los dos días posteriores al día que nevó, en el lapso de un año. En el caso de que el trigger se gatille se va a suspender el pago de la totalidad del bono.

Entonces el bono queda compuesto de la siguiente manera:



La valuación del mismo sería de la siguiente manera:

$$\text{Precio} = VN \cdot \text{LIBOR}_0 \cdot (1 - d) \cdot FD_{(0,1)} + [VN \cdot (1 + \text{LIBOR}_1)] \cdot (1 - d)^2 \cdot FD_{(0,1)} \cdot FD_{(1,2)}$$

Siendo:

LIBOR₀ : La tasa LIBOR de plazo 1 año en el momento 0, la misma es desconocida todavía ya que se sabría recién el 01/01/2013.

d : La probabilidad de que el bono gatille, en este caso es de 9,3%

FD_(0,1) : Factor de descuento entre los plazos 0 y 1, el mismo debería ser la tasa LIBOR ya que el dinero recaudado se invierte en el SPV de alto rating crediticio.

VN : Valor nominal = \$100.000.000

Entonces lo que el gobierno de Esquel debería pagar para “asegurarse” contra la catástrofe dicha anteriormente sería la diferencia entre el precio del bono y su valor nominal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

Bodoff Neil M. y Gan Yunbo (2009): An analysis of the market price of cat bonds. Casualty Actuarial Society E-Forum, spring 2009.

Calderón Manuel (Junio 2010): bonos catástrofe. Análisis financiero y propuesta de implementación en argentina.

Garcia Gonzalo y Metelli Maria Alejandra (2010): Introducción a los bonos catástrofes.

Solanes Pedro López (2006): Catbonds. Trébol número 40 // 3 – 2006.

SISTEMA DE ECUACIONES DE LOTKA VOLTERRA

Mariana López Amorós

INTRODUCCIÓN

Las relaciones entre individuos de dos grupos poblacionales distintos pueden modelizarse a través de ecuaciones diferenciales. Existen modelos lineales y modelos no lineales que pretenden explicar el tipo de relaciones que unen dos grupos. Las relaciones que se esquematizarán pueden ser de diferente naturaleza, depredación, simbiosis, etcétera.

Se busca encontrar las cantidades de cada especie que produzcan el equilibrio en la comunidad.

Alfred Lotka y Vito Volterra desarrollaron en paralelo, en 1925 y 1926 respectivamente, un sistema de ecuaciones no lineales con el fin de modelizar la variación en la cantidad de individuos de dos especies que se relacionaban.

En 1925, Lotka publicaba en su libro *Elements of Physics Biology* que la Selección Natural podía verse como una ley física. “Los seres vivos luchaban por el uso de la energía disponible. Los organismos que sobrevivían eran aquellos que capturaban y usaban la energía de una forma mucho más eficiente que sus competidores”. Siguiendo con su estudio se le ocurrió aplicar la ley química de acción de masas a la interacción de los animales en un ambiente compartido.

La misma idea la tuvo Volterra.

Aplicación de la Ley Química de Acción de Masas: “Los miembros de ambas poblaciones podían ser comparados con partículas interactuando en un ambiente homogéneo con una tasa de encuentros proporcional al producto de sus masas”.

Lo que representa el sistema de ecuaciones de Lotka Volterra es que, teniendo dos especies que se relacionan en un mismo ambiente la variación en la cantidad de individuos de cada una depende de características intrínsecas y de la forma como se relacionan entre sí.

1. DEFINICIÓN DEL MODELO

Las ecuaciones del modelo son las siguientes¹:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = aN_1(t) + bN_1(t)N_2(t) \quad (1)$$

¹ Las ecuaciones fueron extraídas del libro de Nathan Keyfitz “Introduction to the Mathematics of Population”

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = cN_1(t)N_2(t) + dN_2(t) \quad (2)$$

$N_1(t)$ y $N_2(t)$

Representan las cantidades de individuos de la especie 1 y de la especie 2, al momento t .

En la ecuación (1) $\frac{dN_1(t)}{dt}$ representa la variación en la cantidad de miembros de la especie 1 en un período de tiempo. Esta variación se explica a través de dos sumandos: el primero que representa la variación autónoma de la especie (suponiendo la ausencia de la otra especie, $N_2 = 0$), con el coeficiente a , y el segundo explica la variación en la cantidad de miembros de la especie 1 por los encuentros con la especie 2, con el coeficiente b .

En la ecuación (2) se representan los mismos efectos pero para la población 2.

Entonces se puede nombrar a los coeficientes a y d como tasas autónomas, ya que representan cuanto variaría cada especie en ausencia de la otra; y a los coeficientes b y c como tasas cruzadas, porque representan la variación de cada especie por interacción con la otra.

Dependiendo del tipo de relación que tienen ambas especies será el signo de los coeficientes de las ecuaciones.

1.1 Independencia

Si no existe dependencia entre la especie uno y la dos la variación en las cantidades de miembros de una especie será función únicamente de la cantidad de individuos de esa especie. Las tasas cruzadas serán nulas y las tasas autónomas positivas.

1.2 Competencia

La especie uno y la especie dos compiten por un recurso limitado. Lo que significa que la existencia de una condiciona negativamente la existencia de la otra.

Las tasas autónomas serán positivas porque ambas poblaciones aún pueden sobrevivir en ausencia de la otra. Los coeficientes cruzados serán negativos porque siempre que la otra población crezca disminuirá el medio de subsistencia propio.

1.3 Depredación

Este tipo de relación se da cuando una especie sobrevive alimentándose de la otra. Un ejemplo puede ser la relación entre los conejos y los lobos salvajes de un

prado. Para la primera población, *presa*, la existencia de la segunda especie, *depredador*, la afecta negativamente. Opuestamente, mayor cantidad de presas afectarán positivamente a los depredadores.

1.4 Parasitismo

El parasitismo es un proceso por el cual una especie amplía su capacidad de supervivencia utilizando a otras especies para que cubran sus necesidades básicas y vitales.

La tasa autónoma de la segunda población será negativa (ya que el parásito no tendrá otro soporte de sobrevivencia que la primera población) y la de la primera población será positiva.

La existencia de mayor cantidad de huéspedes permite la existencia de mayor cantidad de parásitos. Mientras que la existencia de parásitos no tiene impacto sobre la variación en la cantidad de huéspedes.

Simbiosis:

Una relación entre dos especies con beneficios para al menos una de los dos para otros.

Ejemplo numérico para depredación

Al momento de iniciar las observaciones se cuenta con 100 conejos (población 1) y 25 lobos (población 2). Se toman los siguientes parámetros para calcular las trayectorias de las poblaciones:

$$a = 0,2$$

$$b = -0,01$$

$$c = -0,05$$

$$d = 0,009$$

En ausencia de lobos, los conejos aumentarían cada período un 20% (a) la cantidad con la que cuenta en el período anterior; mientras que en ausencia de conejos los lobos disminuirán en cada período un 5% (c). A su vez en cada período los lobos se comen el 1% (b) de los conejos, y los lobos se incrementan en un 0,9% (d). Dados los parámetros las variaciones netas de cada período dependen del número de miembros de cada especie a cada momento.

El estudio de la variación en las cantidades de individuos a lo largo del tiempo puede ser encarado de forma discreta y continua. Se mostrará cómo es el estudio discreto con dos métodos diferentes.

2. MODELO DISCRETO

La cantidad de individuos en cada período en función de la cantidad en el período anterior se expresa de la siguiente forma:

$$N_1(t + \Delta t) = N_1(t) + N_1'(t) \cdot \Delta t \quad (3)$$

$$N_2(t + \Delta t) = N_2(t) + N_2'(t) \cdot \Delta t \quad (4)$$

Siendo Δt el largo del intervalo de tiempo y $N_1'(t)$ y $N_2'(t)$ las variaciones en las cantidades de individuos de cada especie.

Se utilizaron dos métodos:

(1) Intervalo Total (Euler)

Utiliza las ecuaciones (5) y (6).

$$N_1(t + \Delta t) = N_1(t) + N_1'(t) \cdot \Delta t$$

$$N_2(t + \Delta t) = N_2(t) + N_2'(t) \cdot \Delta t$$

Siendo $\Delta t = 1$

$$N_1(t + 1) = N_1(t) + N_1'(t)$$

$$N_2(t + 1) = N_2(t) + N_2'(t)$$

(2) Intervalo Intermedio

Utilizando las ecuaciones (5) y (6)

$$N_1(t + \Delta t) = N_1(t) + N_1'(t) \cdot \Delta t$$

$$N_2(t + \Delta t) = N_2(t) + N_2'(t) \cdot \Delta t$$

A diferencia del método anterior, se utiliza un intervalo de tiempo de medio período primero, siendo $\Delta t = 0.5$

$$N_1(t + 0.5) = N_1(t) + N_1'(t) \cdot 0.5$$

$$N_2(t + 0.5) = N_2(t) + N_2'(t) \cdot 0.5$$

Ahora se calcula:

$$N_1^{(t+0.5)} = aN_1(t + 0.5) + bN_1(t + 0.5)N_2(t + 0.5)$$

$$N_2'(t + 0.5) = dN_2(t + 0.5) + cN_1(t + 0.5)N_2(t + 0.5)$$

Luego se calcula la cantidad de individuos al período siguiente:

$$N_1(t + 1) = N_1(t) + N_1'(t + 0.5)$$

$$N_2(t+1) = N_2(t) + N_2(t)(t+0.5)$$

Soluciones:

Lo que se busca es el equilibrio de las poblaciones. Es decir que la variación de ambas sea nula en cada período.

De esta forma:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = aN_1(t) + bN_1(t)N_2(t) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = dN_2(t) + cN_1(t)N_2(t) = 0 \quad (6)$$

Despejo de la expresión (5)

$$aN_1(t) = -bN_1(t)N_2(t)$$

$$-\frac{a}{b} = N_2(t) \quad (7)$$

Despejo de la expresión (6)

$$cN_1(t)N_2(t) = dN_2(t)$$

$$N_1(t) = -\frac{d}{c} \quad (8)$$

Las expresiones (7) y (8) nos dan las cantidades de individuos de cada especie que hacen que se logre el equilibrio en la interacción entre ambas especies. La otra solución posible sería que ambas poblaciones sean nulas.

Existen entonces dos soluciones, a las cuales se las llama **puntos fijos**:

$$(N_1, N_2) = (0, 0)$$

$$(N_1, N_2) = \left(-\frac{d}{c}, -\frac{a}{b}\right)$$

2.1 Estabilidad de los puntos fijos

La primera solución, nula, implica que ninguna de las dos poblaciones existiría. Esta solución no es estable.

La segunda solución es más interesante. Para analizar su estabilidad analizamos la matriz J, el Jacobiano del sistema. Para eso derivamos las funciones (1) y (2) respecto de N_1 y N_2 , sin tener en cuenta la variable t.

Dejando de lado el tiempo, podemos reexpresarlas de la siguiente forma²:

$$f(N_1, N_2) = aN_1 + bN_1N_2 \quad (9)$$

$$g(N_1, N_2) = dN_2 + cN_1N_2 \quad (10)$$

Las derivadas:

$$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial N_1} = a + bN_2 ; \quad \frac{\partial f(\cdot)}{\partial N_2} = bN_1$$

$$\frac{\partial g(\cdot)}{\partial N_1} = cN_2 ; \quad \frac{\partial g(\cdot)}{\partial N_2} = d + cN_1$$

El Jacobiano entonces:

$$J(N_1, N_2) = \begin{bmatrix} a + bN_2 & bN_1 \\ cN_2 & d + cN_1 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los puntos fijos encontrados en la segunda solución, obtenemos:

$$J\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{bd}{c} \\ -\frac{ca}{b} & 0 \end{bmatrix}$$

Dicha matriz tiene eigenvalores imaginarios, sin parte real, lo que significa que la solución admite una contante de *motion*, la cual es una cantidad que se conserva a través de la trayectoria del movimiento.

Resulta interesante estudiar la variación per cápita de cada población:

$$\frac{dN_1(t)}{N_1(t) \cdot dt} = a + bN_2(t) \quad (11)$$

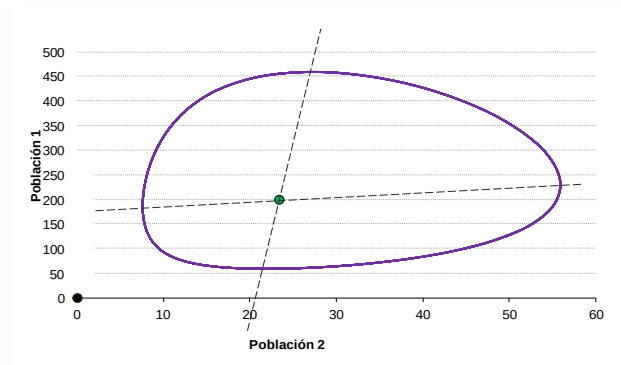
$$\frac{dN_2(t)}{N_2(t) \cdot dt} = bN_1(t) + d \quad (12)$$

Para analizar los estados en los que se encuentran ambas especies una buena forma es graficar en el eje x las cantidades de depredadores y en el eje y las cantidades de presas correspondientes a los depredadores. Se grafican las trayectorias de las especies. A su vez, agregamos en el gráfico los puntos fijos.

² La derivación del Jacobiano se realiza aplicando lo aprendido en cursos de cálculo. Bibliografía utilizada: Chiang, Alpha – Métodos Fundamentales de Economía Matemática; Gandolfo, Giancarlo – Métodos y modelos matemáticos de Dinámica Económica.

Un gráfico habitual sería el siguiente:

Gráfico 1



En el eje y se grafican los valores de la población 1 y en el eje x la cantidad de individuos de la especie 2. Cada punto en el óvalo azul representaría la cantidad de individuos de 1 y de 2.

Las líneas que cruzan el gráfico a partir del punto fijo, ecuaciones (11) y (12), determinan cuatro zonas.

La zona 1 representa un aumento en la cantidad de individuos de ambas especies.

La zona 2 representa un aumento en la cantidad de presas y una disminución en la cantidad de depredadores.

La zona 3 representa una disminución en la cantidad de individuos de ambas especies.

La zona 4 representa el aumento en la cantidad de depredadores y disminución en la cantidad de presas.

La forma de los ciclos depende de los parámetros del sistema de ecuaciones.

Ejemplo numérico para depredación

Observo una población de conejos y una de lobos. Se inicia la observación con 100 individuos de la primera especie y 45 de la segunda.

El sistema de ecuaciones será el siguiente:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = 0.5 \cdot N_1(t) - 0.01 \cdot N_1(t)N_2(t)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -0.3 \cdot N_2(t) + 0.009N_1(t)N_2(t)$$

De modo que 0.5 es la tasa de crecimiento de la población de conejos en ausencia de lobos, 0.01 es la tasa de decrecimiento de la población de conejos por cada interacción con los lobos, 0.3 es la tasa autónoma de decrecimiento de los lobos en ausencia de conejos y 0.009 es la tasa de incremento de lobos por la interacción con los conejos.

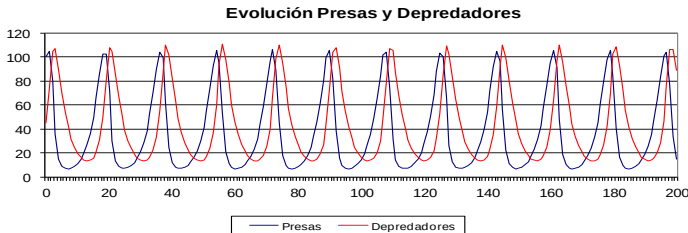
Si buscamos los puntos fijos, estos serán:

$$(N_1, N_2) = (0,0)$$

$$(N_1, N_2) = \left(\frac{0.3}{0.009}, \frac{0.5}{0.01} \right) = (33.33, 50)$$

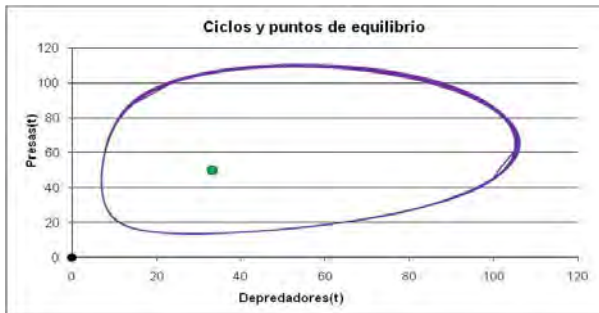
Cuando se realiza el gráfico de las cantidades de individuos por especie lo que se obtiene a través del tiempo es lo siguiente:

Gráfico 2



Si se grafica en el eje x las cantidades de depredadores y en el eje y la cantidad de presas correspondiente a esa cantidad de depredadores, lo que se obtiene es lo siguiente:

Gráfico 3



El punto verde corresponde al punto fijo calculado anteriormente, y el punto negro corresponde al punto fijo de soluciones nulas.

Es decir que los ciclos de las poblaciones se forman alrededor del punto fijo.

2.2 Determinación de los Parámetros

Se proponen dos métodos para llegar a los parámetros adecuados para describir el comportamiento de las poblaciones

- a- Mínimos Cuadrados no Lineales
- b- Método de las perturbaciones aleatorias
- c- Método de observación

2.3 Competencia interespecífica

Competencia interespecífica se da cuando dos o más especies luchan entre ellas para hacerse con algún recurso limitado. Este recurso limitado puede ser interpretado, por simplicidad, como alimento, pero si es llevado a otro plano puede ser un presupuesto, espacio, etcétera. La competencia reduce el tamaño y/o tasa de crecimiento de las especies que termina afectando la dinámica del sistema. El modelo de Lotka Volterra de competencia interespecífica es un modelo matemático simple que puede ser usado para entender cómo diferentes factores afectan los resultados de las interacciones competitivas.

El tema de la competencia entre especies tiene mucha importancia en la formación de las sociedades, si las especies pueden coexistir, si no pueden, cuál tendrá mayor abundancia, la distribución del espacio, etc.

La importancia del correcto modelado radica en las conclusiones respecto a estos temas a los que se arribarán.

Para modelar un sistema de competencia interespecífica tomamos una ecuación logística:

Supongamos dos especies como se ha hecho antes:

$$\frac{dN_1}{dt} = a_{11}N_1 \frac{(k_1 - N_1 - a_{12}N_2)}{k_1} \quad (13)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = a_{22}N_2 \frac{(k_2 - N_2 - a_{21}N_1)}{k_2} \quad (14)$$

En la ecuación (13), a_{11} es la tasa autónoma de la primera especie, a_{12} es la tasa cruzada de la especie dos sobre la especie uno: el efecto que tiene los encuentros entre la especie uno y la dos en la variación de la cantidad de la primera especie; bajo supuesto de depredación este coeficiente es negativo por razones antes expuestas. En la ecuación (14) a_{22} es la tasa autónoma de la especie dos y a_{21} el efecto del encuentro entre ambas especies en la variación de la cantidad de miembros de la especie dos. Hace falta para comprender estas últimas ecuaciones comprender el concepto de **capacidad de carga**.

La capacidad de carga representa la cantidad de individuos que puede soportar un medio ambiente dado sin sufrir un impacto negativo significativo (número máximo de individuos que pueden soportar una superficie). La capacidad de persistencia puede variar a lo largo del tiempo, en función de los factores de los que depende: cantidad de alimento, hábitat, agua y otras infraestructuras vitales. Conforme la densidad poblacional aumenta, la tasa de natalidad disminuye y la tasa de mortalidad aumenta. Cuando se llega a la capacidad de carga, las tasas de mortalidad y natalidad tienden a subir y bajar (depende de la situación) de tal forma que se llegue a un equilibrio entre éstos. Por encima de la capacidad de carga, la densidad poblacional tenderá a disminuir y, por debajo, a aumentar.

Si bien la diferencia $k_i - N_i$ denota una situación intrínseca de la especie, el agregarle la resta de $a_{ij}N_j$ se está expresando una competencia con la otra especie. Es decir que la variación de una población en el tiempo se debe en primera instancia por una tasa autónoma de crecimiento. Esta tasa de crecimiento se ve disminuida por la capacidad de la especie en sí y de su ambiente para crecer y por la existencia de su competidor.

Cuando a_{12} es menor a 1 significa que el efecto de la especie dos sobre la especie uno es menor al de la especie uno sobre sus propios miembros. De lo contrario, si es mayor a uno el efecto de la especie dos sobre la especie uno será mayor al de la especie uno sobre sus propios miembros.

Algo a tener en cuenta es el valor de los coeficientes intrínsecos contra los cruzados.

2.4 El modelo puede analizarse a través de gráficos

Los gráficos son llamados gráficos de estado-espacio (state-space graphs) donde la cantidad de individuos de la especie uno es representada en el eje x y la cantidad de la especie dos es representada en el eje y.

Cada punto en el espacio del gráfico representa una combinación de cantidades entre ambas especies. Por lo cual no tendría sentido fijarnos en otro cuadrante que no sea el primero.

Para cada especie existe una línea llamada cero isóclina. La cero isóclina de la especie uno representa la combinación de cantidades de la especie dos para las cuales la especie uno no crece ni decrece: el diferencial de la especie uno se anula. De modo que puede hallarse la ecuación de la recta.

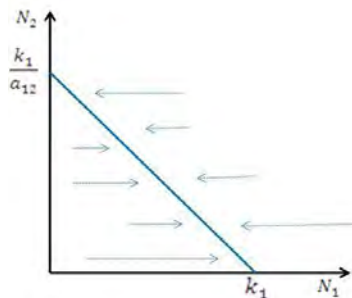
$$\frac{dN_1}{dt} = a_{11}N_1 \frac{(k_1 - N_1 - a_{12}N_2)}{k_1} = 0$$

$$k_1 - N_1 - a_{12}N_2 = 0$$

$$N_2 = \frac{N_1 - k_1}{-a_{12}}$$

$$N_2 = \frac{k_1}{a_{12}} - \frac{N_1}{a_{12}} \quad (15)$$

Gráfico 4



Se pueden observar dos zonas delimitadas por la isóclina de la especie 1. A la derecha de la isóclina la especie uno disminuye en número, a la izquierda crece. Que la población pueda crecer significa que no se ha alcanzado la capacidad de carga. Que la población decrezca significa exactamente lo contrario.

La isóclina corta al eje N_1 exactamente en el valor de la capacidad de carga, cuando no se admite la existencia de ningún individuo de la segunda especie. Y se corta al eje y en $\frac{k_1}{a_{12}}$ cuando la capacidad de carga de la especie uno es completada por un número equivalente de individuos de la especie dos y no hay lugar para individuos de la especie uno.

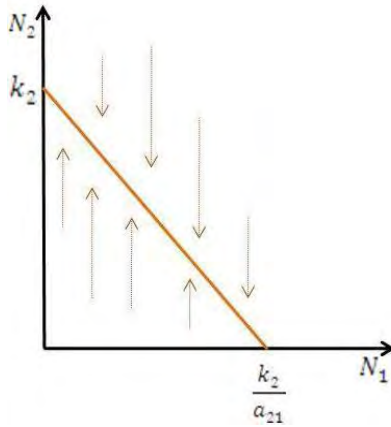
$$\frac{dN_2}{dt} = a_{22}N_2 \frac{(k_2 - N_2 - a_{21}N_1)}{k_2} = 0$$

$$k_2 - N_2 - a_{21}N_1 = 0$$

$$N_1 = \frac{N_2 - k_2}{-a_{21}}$$

$$N_1 = \frac{k_2}{a_{21}} - \frac{N_2}{a_{21}} \quad (16)$$

Gráfico 5

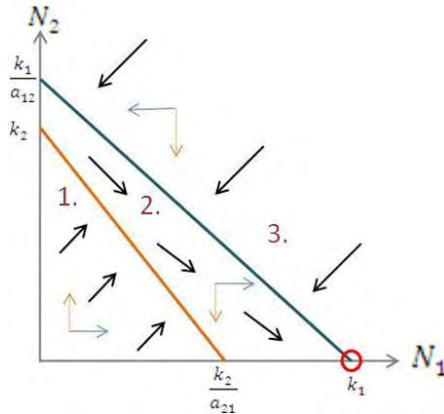


La lógica de la isóclina de la especie dos es la misma que la de la especie uno.

Ahora se pueden realizar análisis de la unión de ambas isóclinas en un mismo gráfico.

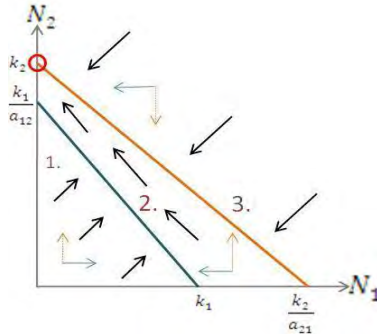
Cuando no se corta:

Gráfico 6



En un primer escenario la isóclina de la especie uno está por encima de la de la segunda especie. En el área 1 las cantidades de ambas especies se encuentran por debajo de las isóclinas, por lo que tienden a aumentar en número. En el área 3 se encuentran por debajo así que ambas tenderán a disminuir. En el área 2, la especie uno se encuentra por debajo de su isóclina por lo que tenderá a incrementar la cantidad de individuos pero la especie dos se encuentra por encima y tenderá a disminuir. El movimiento de ambas especies en conjunto provocará que la especie uno crezca hasta llegar a su capacidad de carga y entonces causar la extinción de la especie 2. El punto marcado con rojo representa un punto estable. En este escenario, la especie uno siempre le gana a la especie dos. Se le llama la exclusión competitiva de la especie dos por la uno.

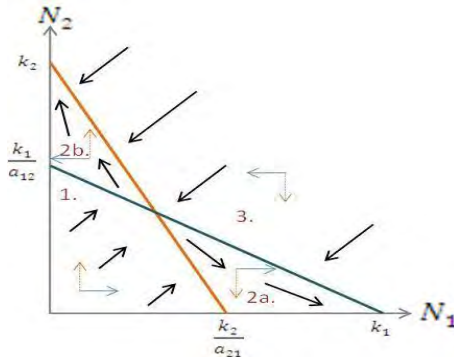
Gráfico 7



En este segundo escenario la isóclina de la especie dos es aquella que se encuentra por encima. Las zonas 1 y 3 son iguales a las del caso anterior. En la zona 2 la especie dos se encuentra por debajo de su isóclina y la uno por encima, por lo que una tiende a aumentar en número causando la extinción de la otra hasta llegar a la capacidad de carga.

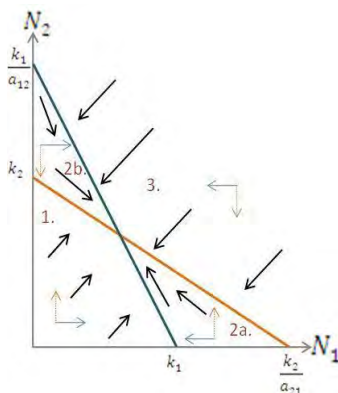
Ahora podemos observar dos escenarios en los que las isóclinas se cortan.

Gráfico 8



Las zonas 1 y 3 son iguales a las anteriores. En la zona 2a la especie uno se encuentra por debajo de su isóclina por lo que seguirá en número, mientras la dos disminuye, hasta llegar a la capacidad de carga de la especie uno. En la zona 2b sucede lo contrario, la especie dos aumenta en número hasta su capacidad de carga, extinguiendo a la especie uno. El punto de intersección es un punto inestable. Los puntos de las capacidades de carga son estables.

Gráfico 9



En este segundo escenario en la zona 2a la especie dos aumenta en número y la uno disminuye hasta converger al punto de intersección entre las isóclinas de ambas especies. En la zona 2b la especie uno aumenta en número y la dos disminuye hasta converger al mismo punto que converge la zona 2a.

En este caso existe un punto de equilibrio, el de la intersección. En este escenario las especies son capaces de convivir juntas sin eliminar una a la otra como en los escenarios anteriores.

3. APLICACIÓN AL SISTEMA PREVISIONAL ARGENTINO

Lo que se buscará estudiar con las ecuaciones de Lotka Volterra (en su versión sin capacidad de carga) en un sistema de reparto es el equilibrio del mismo. En el sistema de reparto existe una idea implícita de "contrato intergeneracional" entre la población activa y la pasiva.

Los recursos principales son los aportes de las personas en actividad. Una segunda forma de financiamiento es a través de impuestos. A su vez, los beneficios mantienen una cierta relación con los ingresos que la persona obtuvo durante su vida activa (las prestaciones jubilatorias se calculan a través del cálculo del salario bruto promedio).

Año a año la siguiente igualdad debe darse, sin tener en cuenta las rentas de impuestos.

$$t \cdot N \cdot W_N = b \cdot P \cdot W_P \quad (17)$$

Siendo t la tasa de contribución, N la cantidad de individuos en actividad y W_N el salario promedio en actividad. En el lado derecho de la igualdad b representa la tasa de reemplazo, P la cantidad de individuos en pasividad y W_P el salario promedio en pasividad.

En teoría, para que un régimen de reparto sea sostenible, las cargas que recaen sobre los trabajadores activos debieran alcanzar para cubrir en todo momento el monto de beneficios con la tasa de reemplazo (proporción haber/salario) definida legalmente. Ello hubiera sido así en la medida en que las contribuciones se hicieran endógenas: si por razones demográficas, maduración del sistema previsional o cambios en el mercado de trabajo las contribuciones fueran insuficientes y no existieran ahorros previos, la única manera de guardar la regla de proporcionalidad hubiera sido incrementando las alícuotas.

En definitiva, el sostenimiento de largo plazo depende de la evolución de aportantes y beneficiarios, es decir del mantenimiento de un mercado laboral suficientemente formal y de la aplicación de reformas paramétricas de la población.

Resulta difícil evaluar la magnitud de los desequilibrios futuros del sistema previsional argentino. Además de depender de la evolución de las variables macroeconómicas, la incertidumbre con relación a la trayectoria futura del mercado de trabajo (no sólo en términos de tasa de ocupación sino también del grado de formalidad del empleo) es un serio obstáculo para la realización de proyecciones. Adicionalmente, se esperarían cambios en las condiciones de retiro y en los montos a percibir.

3.1 Determinación de las ecuaciones

Las ecuaciones de Lotka Volterra aplicadas al sistema previsional son las siguientes:

$$\frac{dN_A(t)}{dt} = aN_A(t) + bN_A(t)N_B(t) \quad (18)$$

$$\frac{dN_B(t)}{dt} = dN_B(t) + cN_A(t)N_B(t) \quad (19)$$

Siendo $N_A(t)$ la cantidad de aportantes al momento t y $N_B(t)$ la cantidad de beneficiarios al momento t . $\frac{dN_A(t)}{dt}$ la variación en la cantidad de aportantes al momento t se obtiene al cruzar los efectos del crecimiento de la población activa autónomamente y de la **transferencia** de los individuos hacia el retiro. La población de beneficiarios varía en cada período, $\frac{dN_B(t)}{dt}$, en función de la cantidad de nuevos pasivos (sería los mismos aportantes que se han jubilado) y la mortalidad del grupo.

Se analizarán cada uno de los miembros de las ecuaciones por separado:

$aN_A(t)$ representa el número de aportantes que se agregan al sistema en cada período de tiempo, como proporción de los aportantes existentes en el período anterior. Ahora bien, hay un efecto de *fecundidad* y existe una *mortalidad promedio* del grupo de aportantes que entra en juego. Esta tasa **a** es una tasa de crecimiento de la población (se podría agregar un efecto migratorio).

$bN_A(t)N_B(t)$ es la transferencia de individuos a pasividad (o a ser beneficiarios). Puede interpretarse como la cantidad de individuos que alcanzan la edad de retiro con vida. Por otro lado, al aumentar la cantidad de individuos pasivos, en el sistema de reparto se haría necesario el aumento de la tasa de aporte de los activos por lo que se tendería a una disminución en la cantidad de agentes activos que saldrían del sistema legal al informal. Este efecto también hay que tenerlo en cuenta a la hora de definir la tasa cruzada.

$cN_A(t)N_B(t)$ representa el aumento en el número de individuos pasivos producto de la relación con los activos.

Por último $dN_B(t)$ representa la cantidad de individuos retirados que mueren por período.

Lo importante del planteo del sistema es la determinación de los coeficientes. Los signos de los coeficientes representarán el tipo de relación existente entre las poblaciones.

Una vez que se obtienen los coeficientes se pueden realizar proyecciones poblacionales.

En el caso de la previsión y jubilaciones un correcto modelado de la interacción entre poblaciones activas y pasivas permite evaluar la durabilidad del modelo.

Si bien el modelo de Lotka Volterra presentado en esta sección tiene la ventaja de ser muy simple (la determinación de los parámetros puede ser compleja) tiene una desventaja significativa: para la proyección es que mantendrá los parámetros poblacionales fijos a lo largo del tiempo. Es decir que se calcularán hoy los coeficientes y no se cambiarán en toda la proyección. Por otro lado, las soluciones del sistema suelen ser inestables a menos que se agregue un factor determinante del ambiente: la capacidad de carga.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bowers, N. (1997). *"Actuarial Mathematics"*. Society of Actuaries.

Cetrángolo, O. y Grushka, C. (2004) "Sistema previsional argentino: crisis, reforma y crisis de la reforma". CEPAL.

Cetrángolo, O. y Grushka, C. (2008) "Perspectivas previsionales en Argentina y su financiamiento tras la expansión de la cobertura". CEPAL.

Grushka, C. (2002) "Proyecciones previsionales de largo *plazo*: *Argentina, 2000-2050*". Argentina.

Keyfitz, N. (1968) "Introduction to the Mathematics of Population". California. Addison-Wesley Pub. Co.

Lotka, A. (1925). "Elements of physical biology". Baltimore. Williams and Wilkins.

EL PLAN NACIONAL ESTRATÉGICO DEL SEGURO 2012-2020: PROPUESTAS VINCULADAS A SOLVENCIA II

*María Alejandra Metelli
María Milagros Fernández Villa*

INTRODUCCIÓN

Los mercados de seguros, por su naturaleza de negocio y su impacto, son mercados regulados. En consecuencia resulta clave la existencia de un marco regulatorio y de supervisión adecuado, que proteja los derechos de los asegurados, permitiendo a su vez un desarrollo sano del mercado.

En Argentina el órgano de control encargado de establecer, bajo criterio uniforme y general para todos los aseguradores, sin excepción, el monto y las normas sobre capitales mínimos, es la Superintendencia de Seguros de la Nación (SSN).

Un régimen de solvencia sólido es esencial para la supervisión de compañías de seguros; siendo los requerimientos de capital regulatorio una parte fundamental del régimen de solvencia.

La normativa actual de la SSN establece los nombrados requerimientos mínimos de capital en función de tres parámetros que se basan en datos financieros, a saber: Ramas que comercializan las compañías (ejemplo Automotores, Caución, Incendio, etc.), las Primas emitidas en los últimos 12 meses y los siniestros pagados durante los 36 meses anteriores al cierre del ejercicio en el cual se está calculando el capital a acreditar. Dicho sistema de cálculo fue basado en lo que se denominaba en la Unión Europea Solvencia I. La fortaleza del método de cálculo del capital establecido en Solvencia I radica en su sencillez, ya que está basado en ratios fijos fáciles de entender. Además es un método objetivo que puede ser comparable entre compañías.

Sin embargo debido a que la solvencia de una entidad no debería estar basada únicamente en datos financieros, sino que deberían considerarse otros aspectos vinculados a su exposición al riesgo, es decir, los riesgos que asume cada entidad y la gestión que efectúa de los mismos; surgió Solvencia II, que es una Directiva dictada en la Unión Europea que representa un nuevo marco regulatorio y de supervisión prudencial de las aseguradoras y reaseguradoras del Espacio Económico Europeo (Unión Europea y otros países asociados), que se basa en tres pilares fundamentales: el primero desarrolla las exigencias financieras de acuerdo con el nivel real de riesgo asumido por las aseguradoras; el segundo pilar contempla requerimientos cualitativos con respecto a ciertos sistemas de administración de riesgos y control interno que deben tener las entidades

aseguradoras, y supone un desafío para el supervisor dado que se le solicita que prevea las situaciones de crisis, evalúe los mecanismos de control interno y adopte medidas cuando se incrementa el nivel de riesgo de las entidades; por último, el tercer pilar hace referencia a la transparencia y la disciplina de mercado, estableciendo la obligación de comunicar la información al mercado y al supervisor.

El Plan Nacional Estratégico del Seguro (PlaNeS) 2012 – 2020 presentado oficialmente por la Presidenta de la Nación Argentina Cristina Fernández de Kirchner el 22 de octubre de 2012, es la denominación del producto final de un proceso participativo que, impulsado por el Estado, convocó a todos los actores del Sector Asegurador Argentino para que, de manera ordenada y sistemática, siguiendo una metodología predefinida, y en ámbitos especialmente diseñados al efecto, elaboren un Plan Estratégico a partir de una visión compartida de futuro.

Uno de los ejes temáticos del PlaNeS es el fortalecimiento del Esquema de Control, y dentro de dicho proceso uno de los aspectos tratados es la Supervisión Basada en Riesgos.

En consecuencia, el propósito general del presente trabajo consiste en analizar la normativa actual y las propuestas del PlaNeS impulsado por la Superintendencia de Seguros de la Nación, en el marco de Solvencia II.

1. SOLVENCIA II

Solvencia II es un Sistema de Supervisión Basada en Riesgos que nace del modelo de Basilea II, el cual estaba dirigido a mejorar la seguridad en el sistema financiero al poner mayor énfasis en los controles internos de los bancos y modelos y procesos de administración de riesgos, utilizando principalmente modelos estadísticos elaborados con bases de datos históricas de las Entidades, de tal forma que cada Entidad cubra sus pérdidas en base a la calidad histórica de su cartera. Por ende, lo que Basilea II representa para los bancos, el proyecto de Solvencia II lo es para las entidades aseguradoras.

Solvencia II agrupa un conjunto de iniciativas encaminadas a llevar a cabo una revisión de las normas actuales de valoración de la situación financiera de las aseguradoras. El objetivo principal de dicho proyecto consiste en mejorar el control y medición de todos los riesgos a los que están expuestas las aseguradoras europeas.

1.1 Implementación de solvencia II

La Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el Seguro de Vida, el acceso a la Actividad del Seguro y de Reaseguro y su ejercicio (Solvencia II), propuesta en el año 2007, fue aprobada el 25 de noviembre de

2009 y publicada en el Diario Oficial de la Unión Europea el 17 de diciembre de 2009; iniciando su proceso de transposición a las distintas legislaciones nacionales, con el objetivo inicial de ser incorporado en todas las naciones integrantes para octubre de 2012 y estipulándose como fecha de entrada en vigor de Solvencia II el 1° de noviembre del mismo año. Sin embargo el 12 de septiembre del presente año, se dictó una Directiva en la que se retrasaron las fechas mencionadas de transposición y de entrada en vigor de Solvencia II, pasando al 30 de junio de 2013 y 1° de enero de 2014, respectivamente.

La directiva de Solvencia II establece el marco normativo de referencia para el ejercicio de la actividad aseguradora y reaseguradora en la Unión Europea. Como tal, es clasificada como normativa de Nivel I. De ella se derivan: La Normativa de Nivel II, que se compone de las medidas de implementación de la Directiva que puede introducir directamente la Comisión Europea y no necesitan ser transpuestas para entrar en vigor a nivel nacional. Son mucho más detalladas de la norma de Nivel I y tienen gran relevancia para la aplicación práctica en las aseguradoras. Las normas de Nivel III, que son introducidas por EIOPA, la Autoridad Europea para el Seguro y los Fondos de Pensiones, y se componen de estándares de supervisión, recomendaciones e interpretaciones, cuyo objetivo es el de propiciar una aplicación homogénea de la normativa en todos los estados de la Unión. Las normas de Nivel III tampoco necesitan ser transpuestas para entrar en vigor a nivel nacional. Si tienen carácter vinculante deben ser aprobadas por la Comisión Europea.

De forma paralela al proceso técnico y legislativo se realizaron procesos de evaluación del impacto de la futura normativa, a cargo del Comité Europeo de Supervisores de Seguros y Fondos de Pensiones (CEIOPS) y con la colaboración del sector, denominados “Estudios del Impacto Cuantitativos” (Quantitative Impact Studies o QIS). Durante el 2005 se elaboró el QIS 1 que se centró en el nivel de prudencia de las provisiones técnicas; en el 2006 se realizó el QIS 2 centrado sobre los sistemas de cálculo de los requerimientos de capital; los siguientes estudios tienen el mismo propósito, pero realizan y testean modificaciones en la fórmula estándar sobre su predecesor. En el 2007 se desarrolló el QIS 3, en el 2008 el QIS 4 y el último, QIS 5, fue realizado en el 2010.

Del análisis del QIS 5 en España se determinó que las principales diferencias en la valoración del balance bajo Solvencia II frente a Solvencia I son el incremento experimentado, de media, por los Fondos Propios (incremento de algo más del 10%) así como la disminución del pasivo representado por las Provisiones Técnicas exceptuando las de vida que sufren un pequeño aumento. Por otra parte, del análisis comparativo de los requerimientos de capital bajo Solvencia I frente a QIS 5, se determinó que debe existir un incremento de los requerimientos de capital – SCR– del 67% (menor que en QIS 4 que determinó un incremento del 76.6%).

Finalmente se destaca que del QIS 5 surgieron 10 entidades que no tendrían suficientes capitales disponibles para cubrir los requerimientos de capital de la nueva normativa.

Del análisis del QIS 5 a nivel agregado en Europa, se determinó que se experimentará una moderada reducción del superávit. El 15% de las entidades han manifestado insuficiencia de cobertura del SCR, con un porcentaje significativo cercano a este umbral. El 65% de las entidades cubren más de dos veces el MCR y casi el 5% de las entidades se encuentran en situación de insuficiencia respecto al requerimiento mínimo de capital.

Actualmente, el sector asegurador europeo se encuentra desarrollando el QIS5 Bis, con el objetivo de reconducir el desarrollo técnico de Solvencia en aras de impulsar las potencialidades del sector.

Por otra parte, en enero de 2011 la Comisión Europea publicó la propuesta de Directiva Ómnibus II, en la cual, en términos generales, se trata de adaptar las directivas de seguros Solvencia II a la nueva arquitectura supervisora del mercado financiero único de servicios financieros. Esta Directiva debería haber sido aprobada y publicada a finales del primer trimestre de 2012 por la Comisión Europea, el Parlamento Europeo y el Consejo de Europa (conocidos como el "Trílogo" o "Triálogo"); sin embargo sigue pendiente de aprobación y ya se han presentado aproximadamente 300 enmiendas parlamentarias. Se espera que en la próxima reunión que se realizará en noviembre del corriente año se proceda a la votación de la Propuesta. Según surge de los artículos relacionados, el punto más importante pendiente se relaciona con la determinación del tipo de descuento aplicable para la valoración de las provisiones técnicas cuando éstas, junto con el valor de los activos de la empresa aseguradora, varían en función de las variaciones de los tipos de interés de mercado, representados en la curva de rendimientos de tipos de interés. Este punto se conoce como "Matching Premium".

El bloqueo en el Parlamento Europeo de la Ómnibus II estaría paralizando el desarrollo de Solvencia II y de otras iniciativas de propuestas legislativas en materia de seguros de la Comisión.

1.2 Pilares de solvencia II

Solvencia II, como ya se ha mencionado, se basa en tres pilares fundamentalmente que exigen constituir reservas financieras teniendo en cuenta los riesgos asumidos, es decir calcular el capital de solvencia o capital basado en riesgos; comunicar la información al mercado y al supervisor y que tanto éste como las aseguradoras sean capaces de prever y evaluar las situaciones de crisis

1.2.1 Pilar 1: Análisis cuantitativo

El presente Pilar desarrolla las exigencias cuantitativas del nuevo sistema, es decir, las normas y exigencias financieras de acuerdo con el nivel real de riesgo asumido por las aseguradoras.

Los métodos de cálculo deberían poder adaptarse a la evolución de los perfiles de riesgo de las entidades. En definitiva, se pretende establecer los mecanismos o procedimientos para el cálculo de los recursos propios mínimos de las compañías en base a la exposición final a los riesgos.

Es decir, el sistema se diseña de manera tal de incentivar a las entidades supervisadas a medir y gestionar de forma adecuada sus riesgos. Así, se diferencia el capital mínimo o MCR (Minimum Capital Requirement) y el capital de solvencia SCR (Solvency Capital Requirement), ambos basados en los principios de valor y de capital económico.

El SCR corresponde a la estimación del monto de capital necesario para hacer frente a las pérdidas que la compañía pueda sufrir en un período de tiempo determinado (usualmente un año) y bajo un determinado nivel de confianza en la estimación.

Los requerimientos mínimos de capital referidos al SCR, se estructuran sobre la base del concepto de “enfoque de balance total” contemplando requerimientos de patrimonio asociados a los riesgos de activos y pasivos y determinado sobre la base de la estimación del patrimonio de solvencia requerido para hacer frente a eventuales pérdidas provenientes de la materialización de estos riesgos.

El objetivo radica en exigir requerimientos mínimos según los riesgos que asumen las entidades, siendo superiores los requerimientos para las compañías más riesgosas, desincentivando de esta forma que adquieran posiciones excesivamente riesgosas.

Existen dos formas de establecimiento de los requerimientos mínimos de capital basados en riesgos. El primer método intenta establecer un capital mínimo de forma simplificada y estándar, incluyendo factores fijos de capital que se deberían aplicar sobre las inversiones y las obligaciones de seguros. La segunda forma se vincula a modelos internos, desarrollados por cada compañía, que resultarían más sofisticados y reflejarían mejor el perfil de riesgo propio de la compañía.

Los enfoques estandarizados pueden diferir en nivel de complejidad dependiendo del riesgo cubierto y el grado al que ellos son mitigados o pueden diferir en su aplicación basados en las clases de negocio (por ejemplo, vida y no vida). Estos enfoques estandarizados deben ser proporcionales a la naturaleza,

escala y complejidad de los riesgos que las compañías de seguros enfrentan y deben incluir los enfoques factibles en la práctica para las compañías de seguros de todos los tamaños, incluyendo pequeñas y medianas, considerando la capacidad técnica que las compañías de seguros necesitan para manejar su negocio efectivamente.

Los modelos internos deben ser aprobados por la autoridad y cumplir ciertos requisitos mínimos, tales como que la aseguradora demuestre suficiente capacidad técnica y experiencia en el desarrollo de modelos cuantitativos de gestión de riesgos, la existencia de fuertes sistemas de control interno y de gobiernos corporativos y que el modelo presentado se utilice para la gestión de riesgo de la compañía y la determinación de sus niveles de capital óptimo.

1.2.2 Pilar 2: La supervisión

El presente pilar le atribuye un nuevo papel a las entidades y al propio supervisor ante los procedimientos de supervisión. Por el lado de las aseguradoras, el control de su nivel de solvencia debe basarse en el desarrollo de sistemas que favorezcan una gestión activa de los riesgos, de modo que vinculado a los mismos pueda autoevaluarse el nivel de recursos propios necesarios. Para ello, las aseguradoras deben desarrollar sus propios sistemas y modelos internos que, previa aprobación por el supervisor, les permitan estar en condiciones de determinar por sí mismas, de forma permanente y con la suficiente antelación, cuál va ser el nivel de patrimonio que necesitan como consecuencia de los perfiles de riesgo que están asumiendo en ejecución de sus estrategias y planes empresariales.

Se configura de este modo un sistema que descansa en el principio de responsabilidad de las entidades en el desarrollo de su gestión y que, por tanto, requiere una profesionalización continua de los equipos humanos y una inversión constante en equipos técnicos y medios materiales para desarrollar las nuevas funciones encomendadas.

Por otra parte, el Pilar II también modifica las competencias y capacidades del supervisor, a quien se agrega la misión de ser capaz de prever las situaciones de crisis con suficiente antelación. Para ello, las facultades y los mecanismos de actuación de los supervisores deben ser modificados, de modo que puedan contar con el marco normativo y los medios necesarios para poder ampliar sus funciones y responsabilidades a la evaluación del control de gestión interno de las aseguradoras y adoptar medidas administrativas desde el mismo momento en que se detecten situaciones que puedan determinar un incremento de los perfiles de riesgo no respaldados con el nivel de solvencia existente en cada momento.

Por lo tanto, el presente pilar estipula la evaluación, por parte del órgano de supervisión, de la efectividad de los sistemas de gestión de riesgos y de control interno, incluyendo la revisión de:

- la exposición al riesgo de cada entidad.
- los modelos internos de gestión de riesgos, incluidos los riesgos gerenciales.
- las pruebas efectuadas sobre las reservas técnicas y de los activos
- la honorabilidad y profesionalidad de la Dirección (Buen Gobierno Corporativo)
- Posibilidad de requerir, por parte de los supervisores, capitales adicionales a los calculados en base a los modelos aplicados en casos individuales

1.2.3 Pilar 3: Transparencia en la información

El presente pilar se encuentra relacionado con la transparencia y la disciplina de mercado. Comprende el establecimiento de recomendaciones y requerimientos de información a proporcionar por las entidades para garantizar una mayor transparencia en el mercado.

Se pretende establecer la información que las entidades deberían proporcionar en relación, principalmente, a su política de gestión de riesgos: riesgos asumidos, mecanismos disponibles para su gestión, seguimiento y control, etc., con el objeto de potenciar la disciplina de mercado. De esta forma, todos los participantes en el mercado (competidores, asegurados, potenciales compradores, supervisores, etc.) dispondrían, para su toma de decisiones, de información suficiente sobre la existencia y mantenimiento del nivel de solvencia de las entidades.

2. SUPERVISIÓN BASADA EN RIESGOS EN ARGENTINA

La normativa actual de la SSN establece los requerimientos mínimos de capital para aseguradoras y reaseguradoras, siguiendo los lineamientos de las directivas de Solvencia I de la Unión Europea. Como ya se ha desarrollado en la introducción, dichos requerimientos básicamente dependen principalmente de las ramas que comercializan las compañías, sus primas emitidas y siniestros devengados; no contemplando de esta forma todos los riesgos que asumen las entidades.

Por otra parte, en el año 2006 se dictó la Resolución 31.231 en la cual constan las Normas sobre Procedimientos Administrativos y Controles Internos para entidades aseguradoras y reaseguradoras. Dicha resolución contempla los Procedimientos Mínimos obligatorios, instrucciones acerca del Programa Anual de Control Interno que debe realizar el Responsable de Control Interno, como así

también de los Informes y Libro de Actuaciones de Control Interno; las responsabilidades del Responsable de Control Interno; la composición del Comité de Control Interno y sus funciones.

Con respecto a los estándares de Solvencia II, la SSN dictó con fecha 6 de mayo de 2010 la Resolución 35.058 mediante la cual convocó a las entidades aseguradoras y a las distintas asociaciones empresarias que las representan, por el plazo de 180 días, a participar activamente en el análisis, reflexión, discusión y presentación de propuestas, para revisar y en su caso, establecer: (a) nuevos criterios de requerimientos de capital y liquidez, necesarios para asegurar la protección de las entidades frente a riesgos financieros, técnicos y operativos y (b) un código único de buenas prácticas de gobierno societario que considere los principios básicos del gobierno corporativo.

Con el fin de analizar las conclusiones de dicha convocatoria se creó una Comisión Asesora para que analice las diferentes propuestas, presentando una conclusión de las mismas y una propuesta definitiva. Dicha comisión se encuentra conformada por miembros de la SSN, de la Asociación Argentina de Compañías de Seguros, de la Asociación Argentina de Cooperativas y Mutualidades de Seguros, de la Asociación de Aseguradores de Vida y Retiro de la República Argentina, de la Asociación de Aseguradores Argentinos, de la Unión de Aseguradoras de Riesgos del Trabajo y de la Asociación de Aseguradores del Interior de la República Argentina.

Sin embargo, si bien luego del plazo estipulado en la nombrada resolución algunas entidades han presentado propuestas, ni la Comisión Asesora ha presentado una conclusión de las mismas ni la SSN ha establecido cambios en los requerimientos de capital vigentes, adecuándolos a los riesgos que asumen las entidades.

Finalmente, como se ha mencionado en la Introducción, el 22 de octubre de 2012, la Presidenta de la Nación Argentina, Cristina Fernández de Kirchner, ha lanzado oficialmente el Plan Nacional Estratégico del Seguro (PlaNeS) 2012 – 2020, el cual incluye entre sus ejes temáticos el fortalecimiento del Esquema de Control, y dentro de dicho proceso uno de los aspectos tratados es la Supervisión Basada en Riesgos.

En especial, se destacan los siguientes Objetivos, Líneas estratégicas y Políticas:

1) Dentro del Fin Estratégico de Mercado se destaca el objetivo específico 3 vinculado a la Rentabilidad, Sustentabilidad y Solvencia, que establece: “alcanzar una mayor sustentabilidad, rentabilidad y solvencia del sector, mejorando el

resultado técnico y económico del sector seguros". Se incluyen en dicho objetivo como Líneas estratégicas y Políticas las siguientes:

- ✓ Línea estratégica "Solvencia". Políticas:
 - Creación de fondos de garantía.
 - Generación de mecanismos de análisis y supervisión continua de la suficiencia de los pasivos por siniestros pendientes.
 - Establecimiento de mecanismos de control y seguimiento de la suficiencia de las primas.
 - Evaluación de la posibilidad de incorporar un régimen de determinación de capitales mínimos basado en riesgo, promoviendo buenas prácticas de gestión de seguros coadyuvando a los objetivos de largo plazo de compañías solventes, transparentes y eficientes.
- ✓ Línea estratégica "Control y regulación sobre prácticas administrativas y comerciales". Políticas: Hace referencia al Fin Estratégico Institucional, objetivo específico 2, que se desarrollará a continuación en el punto 2).
- ✓ Línea estratégica "Modelo de gestión de riesgos". Políticas:
 - Análisis de la posibilidad de implementar un modelo de gestión de riesgos, que supone las siguientes fases:
 - Incorporación de la función de gestión de riesgos y su estructura.
 - Definición de los tipos de riesgo a ser analizados y de las políticas de gestión de riesgos asociadas.
 - Definición de un régimen informativo estandarizado.
 - Construcción del modelo estándar de capital basado en riesgo para cada uno de los riesgos identificados.
 - Estudios de impacto cuantitativo de la aplicación del modelo estándar en el mercado.
 - Ajustes y adaptaciones de las regulaciones en materia de modelos de riesgos.
 - Evaluación del régimen informativo periódico, de las facultades adicionales del regulador y del régimen de divulgación de información al mercado.

- Propuesta de modelo estándar definitivo.
 - Incorporación del régimen de determinación de capitales en función de modelos internos.
 - Reglamentación de la supervisión externa.
- ✓ Línea estratégica “Revisión de normas contables”. Políticas:
- Análisis de la implementación de las Normas Internacionales de Implementación Financiera (NIIF): Relevamiento de las diferencias entre las normas actuales y las NIIF en general.
 - Relevamiento de las diferencias entre las normas contables y las NIIF, en materia de pasivos por contratos de seguros (NIIF 4).
 - Efectuar pruebas piloto de la incidencia de potenciales nuevas regulaciones.
 - Adecuación de las normativas y cronograma de implementación. Interrelación con las normas de solvencia.

2) Dentro del Fin Estratégico Institucional, se destaca el objetivo específico 2 vinculado al Fortalecimiento y modernización institucional de la SSN se establece: “impulsar procesos de mejora en los modelos de supervisión, evaluación e inspección de la actividad, orientados a una supervisión basada en riesgos y a la implementación de procesos de gestión de riesgo empresarial (ERM)”. Se incluyen en el presente objetivo como Líneas estratégicas y Políticas las siguientes:

- ✓ Línea estratégica “Nuevos tipos de control”. Políticas:
- Mejora en los procesos y/o mecanismos de control de siniestros, de inversiones en línea y de juicios.
 - Emisión de pólizas a través del nuevo sistema de póliza digital.
 - Presentación de las DDJJ en línea.
- ✓ Línea estratégica “Control y regulación sobre prácticas administrativas y comerciales”. Políticas:
- Adecuación del sistema de supervisión en función del riesgo de las entidades: el organismo de control y regulación debe instalar una cultura de reconocimiento de los distintos riesgos, que ponga el énfasis en la identificación, medición, monitoreo, adecuación, control y divulgación de los distintos tipos de riesgos, estableciendo un sistema de alertas tempranas que permita detectar a tiempo los desvíos de las entidades

aseguradoras. Los indicadores de alerta temprana deben focalizarse en aspectos tales como solvencia, patrimonio, suscripción de seguros patrimoniales o de personas y riesgo de concentración.

- Productores asesores de seguros: poner en igualdad de condiciones a todos los actores que intervienen en la comercialización de seguros.
- Eliminación de la normativa que establece la venta de seguros en forma masiva.
- Incorporar mayor tecnología en el proceso de comercialización de seguros.
- Implementación de la rúbrica digital.
- Registro en la SSN de los juicios y mediaciones del mercado.
- ✓ Línea estratégica "Fortalecimiento del control interno". Políticas:
 - Creación de un área de control interno en la estructura de la SSN: análisis, evaluación y monitoreo de la eficacia, eficiencia y efectividad del control interno implementado por las aseguradoras y reaseguradoras.
- ✓ Línea estratégica "Fortalecimiento de procesos preventivos / correctivos a las aseguradoras". Políticas:
 - Implementación de procedimientos progresivos de los procesos preventivos / correctivos de las aseguradoras.
- ✓ Línea estratégica "Sistema de detección de fraude en seguros". Políticas:
 - Adecuación de la SSN a la nueva orientación resultante del Principio Básico de Seguros 21 de la IAIS "Combate al fraude" (versión octubre de 2011), que establece: "El supervisor requiere que las aseguradoras y los intermediarios tomen medidas efectivas a fin de disuadir, prevenir, detectar, informar y reparar el fraude en los seguros".
- ✓ Línea estratégica "Supervisión de grupos aseguradores y/o conglomerados financieros". Políticas:
 - Establecimiento de lineamientos para la supervisión de grupos aseguradores o de entidades que operan como parte de grupos y/o conglomerados financieros.

3) Dentro del Fin Estratégico Institucional se destaca el objetivo 4 vinculado a la Transparencia del sector seguros, en el cual se establece “desarrollar instrumentos de gestión y regulación de buenas prácticas aseguradoras, así como afianzar el rol de defensa del asegurado, fortalecimiento de la transparencia de la actividad aseguradora y el control social”. Se incluyen en el presente objetivo como Líneas estratégicas y Políticas las siguientes:

- ✓ Línea estratégica “Transparencia y acceso a la información”. Políticas:
 - Contrato único e integrado/uniformado y/o pautas mínimas de coberturas, que sea claro, preciso (en cuanto al contenido) y legible (no sólo en lo formal sino también en lo sustancial).
- ✓ Línea estratégica “Asesoramiento, comunicación e información al asegurado, beneficiarios y terceros damnificados”. Políticas: hace referencia al Fin Estratégico Social, objetivo específico 1, que se desarrollará a continuación.
- ✓ Línea estratégica “Fortalecimiento del control interno”. Políticas: hace referencia al Fin Estratégico Institucional, objetivo específico 2, que fue desarrollado anteriormente.
- ✓ Línea estratégica “Sistema de detección de fraude en seguros”. Políticas: hace referencia al Fin Estratégico Institucional, objetivo específico 2, que fue desarrollado anteriormente.

4) Dentro del Fin Estratégico Social vinculado al “Fortalecimiento de los derechos del usuario y mejora en la calidad del servicio” se destaca el objetivo específico 1 donde se establece: “fortalecer los derechos de los consumidores y usuarios del seguro mejorando la calidad de prestación de servicios brindados por las aseguradoras en cuanto a: atención al asegurado, beneficiarios y terceros damnificados, niveles de cobertura, nivel de litigiosidad y gestión de pago de siniestros; previniendo conductas abusivas y garantizando la defensa de los consumidores y usuarios”. Y dentro del presente objetivo se hace hincapié en la línea estratégica “Asesoramiento, comunicación e información al asegurado, beneficiarios y terceros damnificados” en las que se mencionan las siguientes políticas:

- Generación de un registro único de coberturas por ciudadano.
- Implementación de la póliza digital en la totalidad de las coberturas.

- Creación de índices que midan la calidad del servicio brindada tanto a los asegurados como a los beneficiarios y terceros damnificados.
- Revisión de los mecanismos de gestión de siniestros y su indemnización en los ramos vida y sepelio. Se promoverá la vinculación de datos entre las aseguradoras y el Registro Nacional de las personas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alonso González, P. & Albarrán Lozano, I. (2007). Análisis del riesgo en seguros en el marco de Solvencia II: Técnicas estadísticas avanzadas Montecarlo y Bootstrapping. Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: <http://www.mapfre.com/publicaciones>.

Asociación Internacional De Supervisores De Seguros (2008). Documento guía sobre la estructura de requerimientos de capital regulatorio. Edición digital: www.iaisweb.org.

Asociación Internacional De Supervisores De Seguros (2008). Estándar sobre la gestión de riesgos empresarial para propósitos de adecuación de capital y solvencia. Edición digital: www.iaisweb.org.

Chile. Intendencia de seguros. Superintendencia de valores y seguros (2006). Nuevo modelo de supervisión basado en riesgos para la industria aseguradora chilena. Edición digital: www.svs.cl.

Cuesta Aguilar, F. (2011). El riesgo de tipo de interés: experiencia española y Solvencia II. Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: <http://www.mapfre.com/publicaciones>.

Del Pozo García, E. (2001). Fundamentos técnicos de la regulación del margen de solvencia. Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: <http://www.mapfre.com/publicaciones>.

Durán Santomil, P. & Otero González, L. (2010). El análisis financiero dinámico como herramienta para el desarrollo de modelos internos en el marco de Solvencia II. Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: <http://www.mapfre.com/publicaciones>.

El Parlamento Europeo y El Consejo, De La Unión Europea (2009). Directiva del Parlamento europeo y del Consejo sobre el seguro de vida, el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II). Estrasburgo, Francia. Edición digital bajada on-line.

European Commission (2010). QIS Technical Specifications. Bruselas, Bélgica. Edición digital bajada on-line.

Everis. Fernández, C. (2009). Gestión de riesgos en el sector asegurador. Edición digital: <http://www.everis.com/argentina/>.

Lozano Aragües, R. (2010). Las implicancias de Solvencia II en el mercado asegurador español. Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones. España.

Melgarejo Armada, J. (2004). El margen de solvencia de las entidades aseguradoras en Iberoamérica. Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: <http://www.mapfre.com/publicaciones>.

Pérez Sánchez, M. (2008). Nuevas perspectivas de solvencia en el sector asegurado. Madrid: Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad Complutense de Madrid. España.

Segovia Vargas, M.; Bousoño Calzón, C. & Salcedo Sanz, S. (2005). Aplicación de métodos de inteligencia artificial para el análisis de solvencia en entidades aseguradoras. Madrid, España: Fundación Mapfre. Edición digital: <http://www.mapfre.com/publicaciones>.

Superintendencia De Seguros De La Nación (2012). Plan Nacional Estratégico del Seguro 2012-2020. Buenos Aires, Argentina. Imprenta Dorrego S.R.L., Argentina.

LOS NÚMEROS EN LA CARRERA DE ACTUARIO

Pablo Nicolás Cavieres

INTRODUCCIÓN

Al interrogante usual que estudiantes iniciales y público en general plantean respecto del objetivo principal y ámbito de aplicación de la carrera, se suman otros interrogantes: ¿Dónde se estudia la carrera? ¿Cuánto dura? ¿Cuántos alumnos se inscriben por año? ¿Cuántos egresan por año? ¿Cuántos egresados se matriculan?. Se intenta dar respuesta a estas preguntas analizando las cifras y estadísticas de la carrera no sólo en nuestro país sino también en el resto del mundo. En tal sentido, el trabajo pretende no sólo arrojar luz sobre las cifras en nuestra carrera y en nuestro país sino también tener un panorama de cuál es la oferta académica actual, planes de estudio y números en la carrera a nivel internacional.

1. UN POCO DE HISTORIA

La palabra "Actuario" (véase 2012, García Venturini) proviene del latín "Actuarius". Durante el Imperio Romano, el término era común a diversas profesiones y en el lenguaje militar designaba una especie de intendencia. En lo civil, por su parte, refería a un secretario que levantaba actas de las sesiones del senado o que intervenía en diferentes actos oficiales, tales como nacimientos, matrimonios, etc.

Los primeros indicios del cálculo actuarial se encuentran a mediados del siglo XVIII en el Reino Unido, donde existe documentación que permite reconstruir las primeras aplicaciones estadísticas a la práctica del seguro. En 1774, la compañía inglesa de seguros "The Equitable" utilizó por primera vez la palabra "Actuario" cuando contrató al célebre matemático Mr. W. Morgan como actuario asistente. Ante este antecedente, las compañías inglesas designaron con la palabra "Actuario" al secretario de la compañía que era además el jefe de la contabilidad y el calculador de tarifas y reservas.

En 1819 se introduce la palabra "Actuario" oficialmente por ley inglesa cuando prohibía a las sociedades mutuas el uso de tablas y estadísticas no aprobadas por dos o más personas con el nombre de Actuarios.

No obstante, la ciencia actuarial, tal como la conocemos hoy en día, nace pasada la Revolución Industrial, a partir del surgimiento de diversas coberturas para atender distintos riesgos. Es a mediados del siglo XIX que nace un *Instituto de Actuarios* en Londres y una *Facultad de Actuarios* en Edimburgo. En los Estados Unidos de América, la Sociedad Actuarial Americana (SOA) creaba la profesión en 1889, aduciendo que la población de actuarios en América era de

entre 80 y 100 personas. Sólo un año más tarde en Francia se creaba el Instituto de Actuarios de ese país. Para el año 1895 se crea en Bruselas (Bélgica) la Asociación Actuarial Internacional, que sienta las bases de la carrera a nivel mundial, creando espacios para la investigación y desarrollo.

Ya a inicios del siglo XX la Sociedad Actuarial Americana propone exámenes y una certificación. En ese entonces, los actuarios se desempeñaban casi exclusivamente en el ramo de los seguros personales y nace entonces una segunda asociación americana de actuarios de vida: la AIA. Con el devenir de los años y la expansión del negocio asegurador, nace en 1914 un ente para los actuarios en seguros patrimoniales con el fin de armonizar prácticas y unificar criterios: CAS (Casualty Actuarial Society). Pocos años después, y en ese mismo país, se crea la FAA para actuarios en sociedades mutuales. Hoy en día, en los Estados Unidos, sólo subsisten la SOA y la CAS.

El auge de los seguros colectivos y de los fondos de pensiones constituyen la causa principal del desarrollo de la carrera durante la primera mitad del siglo pasado. Ya a partir de los años '50 el desarrollo en los seguros de salud se convierte en un nuevo eje temático para una profesión que encontraba incesantes posibilidades de crecimiento y que comenzaba a ganar creciente importancia en el diseño de políticas públicas vinculadas principalmente con la seguridad social y la salud. La crisis de los años '70 que afectó principalmente al primer mundo constituyó un giro en contra para la carrera, al tiempo que la legislación estadounidense exigía a los actuarios la certificación de las reservas matemáticas que ya diez años antes se venían calculando para los distintos planes de pensión.

Los años '80 y '90 ven una carrera volcada a la administración de riesgos y al mercado financiero y bursátil, al tiempo que las grandes sociedades americanas de seguros de vida se veían en franca decadencia. Hoy el actuario se perfila en todo el mundo ya no como un mero calculista sino como un profesional en gestión y tratamiento de riesgos.

2. LA CARRERA DE ACTUARIO EN LA ARGENTINA

El trabajo "La carrera de Actuario en la Argentina – Orígenes y necesidades de su creación" del Lic. Alejandro García Venturini (2012) cubre en forma exhaustiva los sucesivos cambios que la carrera vio desde sus inicios hasta nuestros días. El citado trabajo forma parte de un Proyecto UBACyT titulado "Aportes de los Actuarios Argentinos a la Ciencia Actuarial – El rol de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires". El presente trabajo no pretende cubrir en forma pormenorizada el marco de la carrera en el país, pero sí arrojar luz sobre los principales cambios.

La Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires crea la carrera de Actuario en el año 1925 aunque en 1929 comenzaron a dictarse los cursos. Los precursores de la carrera fueron José González Galé y Argentino V. Acerboni, quienes fueron los primeros profesores. Al implementarse la carrera, las autoridades de la Facultad propusieron al Poder Ejecutivo Nacional se les otorgara el título de Actuario, en un "acto de equidad, pues se habían dedicado hasta ese momento a la enseñanza de las materias correspondientes dentro de la casa." El Poder Ejecutivo Nacional aprobó la propuesta y les otorgó, junto a Hugo Broggi (que había enseñado Estadística hasta 1927) el título de Actuario. En 1929 iniciaron sus estudios los primeros ocho alumnos:

- ✓ ARBELAIZ, Antonio
- ✓ BARRAL SOUTO, José
- ✓ BOTTI, José
- ✓ GUERIZOLI, Alberto
- ✓ HARRIAGUE, Benjamín
- ✓ PÍCOLI, Ángel
- ✓ RIVERA, Daniel
- ✓ YOCCA, José

A lo largo de los años y con los sucesivos cambios de planes la carrera de Actuario, por momentos, dependió de otras carreras y por momentos fue una carrera independiente.

El 23 de mayo de 1973, El Consejo Profesional de Ciencias Económicas sanciona la Ley 24.488 que establece las normas referentes al ejercicio de las profesiones relacionadas con las Ciencias Económicas y en su Artículo 16 establece el alcance de la carrera de Actuario y que aquí se transcribe:

Art. 16º – Se requerirá título de Actuario o equivalente:

1. Para todo informe que las compañías de seguros, de capitalización, de ahorro y préstamo, de autofinanciación (crédito recíproco) y sociedades mutuales, presenten a sus accionistas o asociados o a terceros, a la Superintendencia de Seguros u otra repartición pública nacional, provincial o municipal que se relacione con el cálculo de primas y tarifas, planes de seguros de beneficios, subsidios y reservas técnicas de dichas compañías y sociedades.
2. Para dictamen sobre las reservas técnicas que esas mismas compañías y sociedades deben publicar junto con su balance y cuadros de rendimiento anuales.

3. En los informes técnicos de los estados de las sociedades de socorros mutuos, gremiales o profesionales, cuando en sus planes de previsión y asistenciales incluyan operaciones relacionadas con aspectos biométricos.
4. Para todo informe requerido por autoridades administrativas o que deba presentarse a las mismas o en juicios, sobre cuestiones técnicas relacionadas con la estadística, el cálculo de las probabilidades en su aplicación al seguro, la capitalización, ahorro y préstamo, operaciones de ahorro autofinanciado (crédito recíproco) y a los empréstitos.
5. Para todo informe o dictamen que se relacione con la valuación de acontecimientos futuros fortuitos, mediante el empleo de técnicas actuariales.
6. En asuntos judiciales, cuando a requerimiento de autoridades judiciales deba determinarse el valor económico del hombre y rentas vitalicias.
7. Para el planeamiento económico y financiero de sistemas de previsión social en cuanto respecta al cálculo de aportes, planes de beneficios o subsidios, reservas técnicas o de contingencia.

Hoy en día la carrera se rige por el Plan 1997. De acuerdo con este plan la carrera consta de 34 materias y queda dividida en dos ciclos: el Ciclo General (que absorbe el Ciclo Básico Común), con 12 materias y el Ciclo Profesional con las restantes 22 materias. Este plan presenta, por primera vez, una formación un tanto diferenciada para la obtención del título de Actuario, con mención Administración o Economía. No se trata de dos títulos distintos, sino que son dos orientaciones que tienen el mismo perfil y las mismas incumbencias de la citada Ley 24.488 del Consejo Profesional de Ciencias Económicas. La diferencia reside en el alcance de la profundización en contenidos complementarios de Economía y Administración.

El plan de estudios ha sido objeto de una revisión en el año 2003, pero aún no se ha llevado a cabo la reforma curricular y los contenidos actuales son mantenidos y fortalecidos con asignaturas complementarias. Actualmente, la carrera cumple razonablemente los contenidos curriculares propuestos por la Asociación Actuarial Internacional.

Hasta 1999 esta carrera sólo se dictaba en la Universidad de Buenos Aires. Ese año, el Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación, por Resolución N° 097/99 autorizó a la Universidad del Salvador a incluirla en sus planes de estudio. Esta Universidad exhibe con orgullo cuatro características distintivas en su oferta académica:

- ❖ Cuatro cursos obligatorios de computación (el cuarto específico para el área actuarial)

- ❖ Tres niveles obligatorios del estudio del idioma inglés.
- ❖ Cupo máximo de alumnos por curso
- ❖ Formación humanística con énfasis en ética, de carácter obligatoria
- ❖ Título intermedio de Técnico en Valuaciones Financieras (29 materias).

La carrera consta de 38 materias, incluida la tesis final.

4. ACERCA DEL NÚMERO DE EGRESADOS DE LA CARRERA EN ARGENTINA

El siguiente cuadro nos da una idea del número de egresados por década hasta el año 1999 inclusive:

Cuadro 1 Total egresados por sexo. Carrera de Actuario.

	Total	Varón	Mujer
Total	366	227	139
1930 - 1939	11	10	1
1940 - 1949	22	22	0
1950 - 1959	4	4	0
1960 - 1969	23	19	4
1970 - 1979	91	64	27
1980 - 1989	91	49	42
1990 - 1999	124	59	65

Es notorio el crecimiento en el número de egresados que se observa a partir del año 1970, posiblemente debido a la “industrialización del seguro” y su expansión, propias del crecimiento económico.

Al analizar la composición de los egresados, por sexo, vemos que al año 1999 el índice de masculinidad de la carrera es de 163 varones por cada 100 mujeres, pero ese índice ha sido variable a lo largo del tiempo y es notoria la feminización de la carrera. Así, a partir de los años '80 comienza a predominar la mujer en la carrera. Como ya se ha dicho antes, a partir de ese año, los egresados son de dos universidades en Argentina: la Universidad de Buenos Aires y la Universidad del Salvador.

Las últimas estadísticas disponibles en la página de Internet de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad de Buenos Aires muestran para el año 2000 un total de 1.072 alumnos censados en la carrera y 24 títulos otorgados ese año.

Para 2004, por su parte, el número de alumnos censados aumentó a 1.553 y el de títulos expedidos a 33.

5. EL MARCO INTERNACIONAL

Procederemos ahora a describir cómo se instrumenta y organiza la carrera en distintas regiones del planeta. Es conveniente aclarar que las descripciones no son exhaustivas y por ende no cubren toda la oferta existente en el mundo sino que el objetivo es orientar y dar un panorama al lector respecto de las condiciones y los números que presenta la carrera en algunos países seleccionados. En general y a grandes rasgos, en los países angloparlantes (Estados Unidos, Canadá, Reino Unido, Australia y Nueva Zelanda) la carrera es certificada por un Instituto de Actuarios. En el resto de los países, en cambio, la carrera se dicta con nivel universitario.

5.1 Alemania

Aquí es la Sociedad Actuarial Alemana (DAV) quien regula la carrera y otorga títulos. La universidad que prepara a los alumnos para estos exámenes es la Universidad de Ulm, que se trata de una universidad pública al sur del país, a una hora de Munich y de Stuttgart, donde muchos de estos exámenes se rinden directamente en la Universidad.

5.2 Australia y Nueva Zelanda

Quien quiera graduarse como actuario en el Australia o Nueva Zelanda debe tener inicialmente una carrera universitaria afín a matemática o tener más de 200 papers escritos en este campo. Distintas universidades ofrecen carreras de grado de base. Adicionalmente, el "Institute and Faculty of Actuaries", órgano que representa a los actuarios en esta región, determina y toma exámenes para quien quiera convertirse en Asociado o Miembro del citado organismo. Así, se instrumenta un variado número de exámenes que acreditan al candidato en distintas especialidad. Un mínimo de 14 exámenes determinados es necesario para calificar como Asociado y, adicionalmente, al menos tres años de experiencia para convertirse en Miembro.

La siguiente tabla presenta el detalle de miembros por año y su evolución:

	Total	Ordinary	Fellow	Student	Retired
Members on 1 October 2004	272	11	143	107	11
Members on 1 October 2005	260	8	142	98	12
Resident in New Zealand	200	2	98	90	10
Non Resident	60	6	44	8	2
4 new Fellows					
	Total	Ordinary	Fellow	Student	Retired
Members on 1 October 2005	260	8	142	98	12
Members on 1 October 2006	269	7	144	103	15
Resident in New Zealand	210	2	101	94	13
Non Resident	59	5	43	9	2
3 new Fellows					
	Total	Ordinary	Fellow	Student	Retired
Members on 1 October 2006	269	7	144	103	15
Members on 1 October 2007	269	5	150	102	12
Resident in New Zealand	213	1	108	94	10
Non Resident	56	4	42	8	2
3 new Fellows					
	Total	Ordinary	Fellow	Student	Retired
Members on 1 October 2007	269	5	150	102	12
Members on 1 October 2008	264	4	148	100	12
Resident in New Zealand	210	1	105	95	9
Non Resident	54	3	43	5	3
No new Fellows					
	Total	Ordinary	Fellow	Student	Retired
Members on 1 October 2008	264	4	148	100	12
Members on 1 October 2009	268	5	146	104	13
Resident in New Zealand	216	2	105	99	10
Non Resident	52	3	41	5	3
2 new Fellows					
	Total	Assoc/Ord	Fellow	Student	Retired
Members on 1 October 2009	268	5	146	104	13
Members on 1 October 2010	288	6	162	107	13
Data incomplete					
	Total	Assoc/Ord	Fellow	Student	Retired
Members on 1 October 2010	288	6	162	107	13
Members on 1 October 2011	297	12	164	105	16
Resident in New Zealand	231	9	109	100	13
Non Resident	66	3	55	5	3
1 new Fellow					

Extract from rules of the New Zealand Society of Actuaries.

Al año 2000 la CAS estimó que habría, en esta región, cerca de 100 actuarios en seguros patrimoniales.

5.3 Brasil

En Brasil, al igual que en nuestro país, la carrera se dicta en Universidad. Actualmente el Ministerio de Educación brasileño reconoce 18 universidades donde se estudia la carrera de “Ciencias Actuariales”. Más de dos tercios de estas universidades ofrecen la carrera desde el año 2000. La primera universidad en este

país en dictar la carrera es la Universidad Federal De Río de Janeiro (UFRJ) que inició la carrera en el segundo semestre de 1946. Le siguen la Universidad Católica de San Pablo (1955) y la Facultad de Educación Superior de Paraná, en Curitiba, que inició la carrera en 1957.

5.4 China

La Sociedad Actuarial de Hong Kong no reconoce exámenes propios ni otorga títulos, pero se ofrece como sede para rendir los exámenes de la SOA, la CAS, el Instituto de Actuarios de Reino Unido y el de Australia. Existen siete universidades que ofrecen preparación para estos exámenes que además funcionan como verdaderas bolsas de trabajo.

5.5 Estados Unidos de America y Canadá

Aquí se encuentran la sede de la SOA (Society of Actuaries) y la CAS (Casualty Actuaries Society).

La SOA es la organización profesional dedicada a la regulación de la carrera en Estados Unidos de América y Canadá. Su ámbito de aplicación también se extiende al campo de la investigación y desarrollo y esto lo logra a partir de la organización de seminarios, conferencias y por medio de la publicación y difusión de revistas y journals de interés académico y profesional, tanto de periodicidad fija como variable.

La SOA admite nuevos miembros cada año. Existen distintas categorías de membresía para la SOA y cada una de ellas exige distinta cantidad de exámenes. A continuación se presenta el detalle de los exámenes y acreditaciones para ser miembro:

Chartered Enterprise Risk Analyst (CERA)

4 exámenes:

- ✓ P (Probabilidad)
- ✓ FM (Matemática Financiera)
- ✓ MFE (Economía financiera)
- ✓ C (Modelos actuariales)

2 homologaciones exteriores a SOA:

- ✓ Economía
- ✓ Finanzas

2 cursos:

- ✓ Gestión de riesgos empresariales
- ✓ APC (Ética profesional)

Associate of the Society of Actuaries (ASA)

5 exámenes:

- ✓ P (Probabilidad)
- ✓ FM (Matemática Financiera)
- ✓ MFE (Economía financiera)
- ✓ MLC (Vida)
- ✓ C (Modelos actuariales)

3 homologaciones exteriores a SOA:

- ✓ Economía
- ✓ Finanzas
- ✓ Estadística aplicada

2 cursos:

- ✓ FAP (Fundamentos de la práctica actuarial)
- ✓ APC (Ética profesional)

Fellow of the Society of Actuaries (FSA)

5 exámenes:

- ✓ P (Probabilidad)
- ✓ FM (Matemática Financiera)
- ✓ MFE (Economía financiera)
- ✓ MLC (Vida)
- ✓ C (Modelos actuariales)

3 homologaciones exteriores a SOA:

- ✓ Economía
- ✓ Finanzas
- ✓ Estadística aplicada

2 cursos:

- ✓ FAP (Fundamentos de la práctica actuarial)
- ✓ APC (Ética profesional)

1 especialidad entre:

- Finanzas

- Inversiones
- Vida
- Retiro y pensiones
- Salud

2 módulos:

- ✓ Toma de decisiones y comunicaciones
- ✓ Curso de admisión

De acuerdo con las estadísticas provistas por la misma organización, la distribución de certificados emitidos por la institución puede sintetizarse en el siguiente cuadro, que da cuenta, además, de la creciente evolución de certificaciones:

Cuadro 2 Membresías otorgadas por año. SOA.

	FSAs	ASAs	CERAs
2011	614	1.108	173
2010	735	982	137
2009	571	1.165	301
2008	949	1.489	203
2007	819	1.402	96
2006	512	803	...
2005	446	648	...
2004	506	643	...
2003	483	743	...
2002	495	567	...
2001	466	631	...
2000	651	502	...
1999	230	282	...
1998	303	180	...
1997	292	83	...
1996	334	40	...
1995	328	1.168	...
1994	303	...	...
1993	281	...	...
1992	293	...	...
1991	296	...	...
1990	129	...	...
Hasta 1989	6.448	...	...

Fuente: Society of Actuaries

La «Casualty Actuarial Society», en adelante CAS, tiene, por su parte, como objetivo avanzar en el conocimiento y técnicas aplicados a los seguros patrimoniales y la gestión de riesgos en general. De acuerdo con la definición provista por esta institución, un actuario en seguros patrimoniales es el profesional con habilidad para el análisis, evaluación y gestión de las implicancias económicas de futuros eventos contingentes primordialmente en lo que respecta a seguros generales, incluyendo seguros patrimoniales y riesgos de exposición similar. Un actuario en seguros patrimoniales tiene conocimiento acerca de la manera en que estos riesgos interactúan entre ellos y con el ambiente en el cual ocurren.

La CAS, al igual que la SOA, distingue distintos tipos de membresías y solicita para cada categoría, un conjunto de exámenes. A continuación se presenta el detalle de los exámenes y acreditaciones para ser miembro:

Chartered Enterprise Risk Analyst (CERA)

9 exámenes:

- ✓ P (Probabilidad)
- ✓ FM (Matemática Financiera)
- ✓ MFE (Economía financiera)
- ✓ L (Vida)
- ✓ C (Modelos actuariales)
- ✓ Técnicas básicas de Ratemaking
- ✓ Estimación de reservas
- ✓ Riesgo económico y tasa de retorno
- ✓ ST9 Gestión de riesgo empresarial (UK)
- ✓ Normas regulatorias de la profesión (el candidato elige entre Estados Unidos, Canadá y China)

3 homologaciones exteriores a CAS:

- ✓ Economía
- ✓ Finanzas
- ✓ Estadística aplicada

2 cursos CAS:

- ✓ Gestión de riesgos
- ✓ Contabilidad de seguros

1 seminario de tres días para el desenvolvimiento profesional.

Associate

7 exámenes:

- ✓ P (Probabilidad)
- ✓ FM (Matemática Financiera)
- ✓ MFE (Economía financiera)
- ✓ L (Vida)
- ✓ C (Modelos actuariales)
- ✓ Técnicas básicas de Ratemaking
- ✓ Normas regulatorias de la profesión (el candidato elige entre Estados Unidos, Canadá y China)

3 homologaciones exteriores a CAS:

- ✓ Economía
- ✓ Finanzas
- ✓ Estadística aplicada

2 cursos CAS:

- ✓ Gestión de riesgos
- ✓ Contabilidad de seguros

Fellow

10 exámenes:

- ✓ P (Probabilidad)
- ✓ FM (Matemática Financiera)
- ✓ MFE (Economía financiera)
- ✓ L (Vida)
- ✓ C (Modelos actuariales)
- ✓ Técnicas básicas de Ratemaking
- ✓ Estimación de reservas
- ✓ Técnicas avanzadas de Ratemaking
- ✓ Riesgo económico y tasa de retorno
- ✓ Normas regulatorias de la profesión (el candidato elige entre Estados Unidos, Canadá y China)

3 homologaciones exteriores a CAS:

- ✓ Economía
- ✓ Finanzas

- ✓ Estadística aplicada

2 cursos CAS:

- ✓ Gestión de riesgos
- ✓ Contabilidad de seguros

Al año 2000 la CAS estimó que habría, en este país, más de 2000 actuarios en seguros patrimoniales.

Particularmente en Canadá, contamos con Estadísticas de la Universidad AQÀM (Université Québec à Montreal) . Así, el cuadro 4 realiza un seguimiento por cohorte de los estudiantes en esta universidad y la lectura de estos datos nos permite inferir que cerca del 40 % de los alumnos que empieza la carrera la termina. Por otro lado, analizando ambos cuadros al mismo tiempo se percibe que el aumento en la cantidad de diplomas entregados cada año crece con mayor rapidez que el número de inscriptos, lo que permite inferir que algunos alumnos demoran más de lo habitual en recibirse y que, como ocurre en nuestro país, el tiempo que dura la carrera resulta a veces superior a cinco años.

Cuadro 4. Análisis por cohorte. Canadá UQAM

Año académico	Nuevos inscriptos	Diplomas a Dic 2011
1999-00	90	38
2000-01	124	70
2001-02	106	53
2002-03	138	68
2003-04	179	80
2004-05	223	111
2005-06	253	105
2006-07	211	81
2007-08	199	63
2008-09	196	13
2009-10	188	0
2010-11	180	0

Cuadro 5. Diplomas expedidos. Canadá UQAM

Año académico	Diplomas
1999-00	10
2000-01	12
2001-02	14
2002-03	23
2003-04	61
2004-05	33
2005-06	63
2006-07	74
2007-08	90
2008-09	57
2009-10	122
2010-11	107

Fuente: UQAM Trousse d'évaluation des programmes 2011 et Master diplômés de novembre 2011

5.6 Francia

La carrera de actuario en Francia dura 5 años y se puede cursar en diez establecimientos reconocidos por el Instituto de Actuarios de Francia:

- École Nationale de la Statistique et de l'Administration Économique (ENSAE)

- Université Paris-Dauphine
- Institut de Science Financière et d'Assurances (ISFA Lyon)
- Institut de Statistiques (ISUP Paris)
- Université de Strasbourg
- Euro-Institut d'Actuariat (EURIA Brest)
- École Supérieure des Sciences Économiques et Commerciales (ESSEC)
- Conservatoire National des Arts et Métiers
- Centre d'études actuarielles
- Collège des Ingénieurs

Al año 2000 la CAS estimó que habría, en este país, más de 100 actuarios en seguros patrimoniales y se estima que existen menos de 2.000 actualmente en el país. Este dato fue relevado por el Observatorio de la Evolución de las Profesiones vinculadas al Seguro (Observatoire de l'Évolution des Métiers de l'Assurance) que constituye la base de datos sociales de los recursos humanos de la profesión. Así, por ejemplo, a través de este organismo podemos conocer estadísticas sobre la vinculación profesional de los actuarios a las distintas arrieras de la carrera. Por ejemplo, 60 % de los actuarios en Francia se desempeñan en seguros, 13 % en jubilaciones y pensiones, 12 % en asesoría, 8 % en sectores de administración (y contralor) y 7 % en Bancos e Instituciones financieras.

5.7 Japón

La carrera la dicta el Instituto de Actuarios de Japón (IAJ), una institución fundada en 1899 con la finalidad de formar actuarios, regular su actividad y facilitar el intercambio profesional y académico con el resto del planeta. La certificación de la carrera comienza con cinco exámenes que forman un ciclo primario: Matemática, Matemática de seguros de vida, Matemática de seguros patrimoniales, Matemática de pensiones, Teoría de la inversión y finanzas. Aprobados estos exámenes, el candidato debe elegir un curso entre tres posibles: vida, patrimoniales y pensiones.

Al año 2000 la CAS estimó que habría, en este país, más de 250 actuarios en seguros patrimoniales.

5.8 Reino Unido

Quien quiera graduarse como actuario en el Reino Unido debe tener inicialmente aprobado un examen A-Level en Matemática. Se trata de un examen

de nivel superior a la certificación de escuela secundaria y consta de seis módulos independientes y no correlativos, cuatro de los cuales son comunes para todos los candidatos y dos módulos a elección entre una oferta determinada, entre los cuales se encuentra «Estadística». Estos exámenes se rinden en enero y junio de cada año y se pueden volver a rendir todas las veces que sea necesario hasta aprobar cada módulo. Los exámenes son preparados y corregidos por más de una organización trabajando en conjunto. Por otro lado, debe tener una carrera universitaria afín a matemática y es preferible que se haya graduado con alguna distinción de honor. 31 universidades en el Reino Unido ofrecen carreras de grado de base. Adicionalmente, el “Institute and Faculty of Actuaries”, órgano que representa a los actuarios en esta región, determina y toma exámenes para quien quiera convertirse en Asociado o Miembro del citado organismo. Así, se instrumenta un variado número de exámenes que acreditan al candidato en distintas especialidades. Un mínimo de 14 exámenes determinados es necesario para calificar como Asociado y, adicionalmente, al menos tres años de experiencia para convertirse en Miembro.

Al año 2000 la CAS estimó que habría, en esta región, más de 300 actuarios en seguros patrimoniales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ENLACES DE INTERÉS

Alemania: <http://www.uni-ulm.de>

Brasil: <http://emec.mec.gov.br/>

China: <http://www.actuaries.org.hk>

Francia: www.institutdesactuaire.com

Japón: <http://www.actuaries.jp>

Reino Unido: www.actuaries.org.uk

Asociación Actuarial Internacional: www.actuaries.org

Society Of Actuaries: www.soa.org

Facultad De Ciencias Económicas – UBA: www.econ.uba.ar

Universidad Del Salvador: www.usal.edu.ar

García Venturini, Alejandro (2012), “La carrera de Actuario en la Argentina – orígenes y necesidades de su creación”, en XXVII Jornadas Nacionales de Matemática de Facultades de Ciencias Económicas y Afines, octubre.

ENVEJECIMIENTO Y MORTALIDAD DE LOS ADULTOS MAYORES EN ARGENTINA

Matías Belliard

Dolores Peña

Sofía Cerutti

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas, y gracias a avances tecnológicos, nuevas investigaciones y descubrimientos científicos, mejoras sanitarias y prevención, se ha observado una mejora en las condiciones de vida, principalmente en los países desarrollados pero también en varios en vías de desarrollo. Estos progresos trajeron aparejados un aumento en su esperanza de vida al nacer (EVN). Es así que hacia 1950, la EVN mundial se situaba en 45,2 años para los hombres y 47,9 para las mujeres. En 2010, la EVN es de 67,6 y 71,8 respectivamente¹. Al aumento de la EVN contribuyeron principalmente las edades infantiles y jóvenes adultos que lograron reducir de manera importante su mortalidad (Omran, 1971) pero en la actualidad los adultos mayores están aportando años de vida al aumento de la EVN al reducir su mortalidad. Conjuntamente con este fenómeno, se ha observado una disminución en la tasa global de fecundidad, cayendo de 5 hijos por mujer en edad fértil (1950) a 2,55 hijos por mujer.

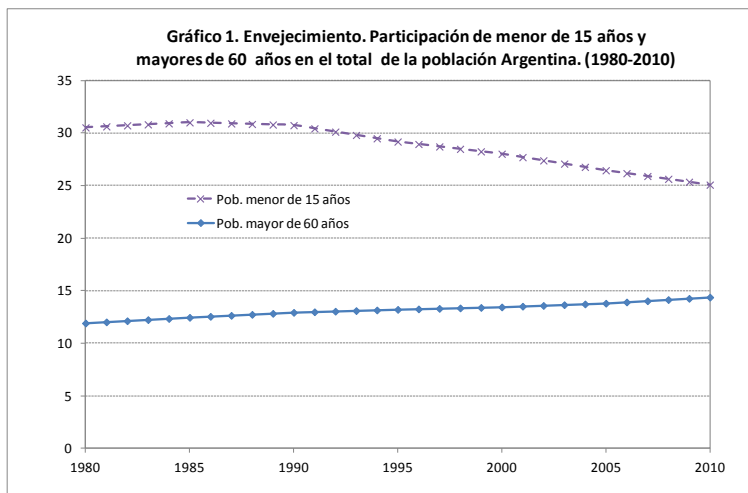
Estos dos fenómenos combinados dan origen a lo que se conoce como *transición demográfica*, producto de la cual resulta un proceso de envejecimiento de la población, característica principal de los países desarrollados y en vías de desarrollo.

Focalizando el estudio en América Latina, surge que es una región con muchos contrastes. Si bien todos los países están dentro de este proceso de envejecimiento, lo hacen a distintos ritmos: algunos ya tienen una población envejecida, mientras que otros recién inician esta transición. Este proceso presenta dos características principales, tal y como menciona CEPAL (2004):

"En primer lugar, el envejecimiento se produce y se seguirá produciendo en el futuro a un ritmo más rápido que el registrado históricamente en los países hoy desarrollados. En segundo lugar, se dará en un contexto caracterizado por una alta incidencia de pobreza, una persistente y aguda inequidad social, en un escaso desarrollo institucional, una baja cobertura de la seguridad social, y una probable tendencia hacia la disminución del tamaño de las fuentes de apoyo producto de los cambios en la estructura y composición familiar."

¹ Datos obtenidos de <http://data.worldbank.org>.

En este contexto, Argentina está experimentando un paulatino aumento de su población adulta en desmedro de la población menor a 15 años. Como se observa en el Gráfico 1, el peso de la población de 60 años y más experimenta un leve aumento, mientras que la población menor a 15 años sufre una leve caída en su participación.



Fuente: elaboración propia en base a datos de INDEC (2004).

Es así que la población de adultos mayores tiene una incidencia actual cercana al 15% (esta participación de los adultos mayores es diferencial por sexo, las mujeres poseen 2pp más y los hombres 2pp menos que el total de la población). Es importante destacar que Argentina se encuentra dentro de los países de América Latina con avanzado envejecimiento.

De este proceso que se viene observando en las últimas décadas nace la necesidad de realizar estudios acerca de esta temática. Investigando la mortalidad adulta mayor muchos autores buscaron encontrar diferentes aspectos que inciden sobre la misma. Es así que Peláez y Acosta (2011) estudian la relación entre el nivel educativo y la mortalidad en los adultos mayores de la provincia de Córdoba, tomando como hipótesis que a un mayor nivel educativo, mayor acceso a servicios de salud y mejores decisiones tomará respecto a su salud (miopía). Analizando la esperanza de vida adulta de acuerdo al nivel de instrucción, llegaron a la conclusión de que la mortalidad es efectivamente diferencial por nivel educativo, pudiéndose observar una diferencia de 28 años en la esperanza de vida, comparando hombres de baja instrucción con mujeres con alta instrucción.

Por su parte, al estudiar la mortalidad adulta mayor diferencial, Rofman (1994) estudia la población de jubilados, y concluye que las personas vinculadas con actividades “autónomas” presentan los niveles de mortalidad más bajos, mientras que los mayores niveles se observan en los trabajadores de la industria. Asimismo, Rofman encuentra una fuerte correlación inversa entre la mortalidad y el nivel de ingresos, dado que el nivel educativo es una buena proxy media de nivel de ingreso, puede decirse que Pelaez y Acosta (2011) observan similar comportamiento que Rofman.

Estudios similares realizados sobre personas mayores pertenecientes al sistema jubilatorio argentino, mostraron que quienes pertenecían al sistema jubilatorio, cobrando beneficios y quedando cubiertos por el sistema de salud, presentaban menores mortalidades que la población general para iguales tramos de edades (Belliard, 2005 y Lacasta, 2008), indicio de que quienes están cubiertos por la seguridad social pertenecen a una población selecta (en la actualidad la cobertura supera el 90%, con lo que este diferencial debiera haberse reducido).

En vista de este reto demográfico, es de vital importancia un análisis en profundidad del envejecimiento y de la mortalidad de los adultos mayores, para poder hacer frente a los desafíos que el futuro depara, con un considerable aumento del peso relativo de este segmento de población.

Al respecto Chackiel (1999), al analizar el envejecimiento en la población latinoamericana, observa que obligatoriamente este cambio en la estructura etárea obligará a los países a enfrentar el impacto que conlleva en aspectos tanto políticos, como económicos, culturales, sociales y éticos. Sin embargo concluye que en muchos casos se puede llegar a considerar el envejecimiento como una “oportunidad demográfica” para favorecer el desarrollo económico y social, destinando recursos antes reservados para satisfacer las demandas socio-económicas de sectores demográficos jóvenes para mejorar la calidad de vida de los adultos mayores, contemplando políticas y programas en torno al retiro laboral y la seguridad social. Aunque estas perspectivas de oportunidades fueron muy discutidas desde los especialistas en mercados laborales, puesto que los mercados Latinoamericanos quizás no estén preparados para incorporar la mayor cantidad de fuerza laboral.

En países más desarrollados, con un nivel de envejecimiento bastante mayor a los países latinoamericanos, autores como Vaupel, junto a otros, han estudiado la mortalidad de los últimos tramos de vida, discutiendo sobre su comportamiento observado y futuro, así como también sobre sus diferenciales respecto a variables de interés (Kannisto et al 1994, Jeune y Vaupel 1995, Thatcher et al 1998, Yi y Vaupel 2003)

Es dentro de este marco en el cual se desarrollará el presente trabajo de investigación. Luego de la presente introducción, lo secunda una sección donde se detallará la fuente de datos y metodología utilizada. En la tercera sección, se realiza un análisis minucioso de la mortalidad de personas mayores de 60 años, destacando diferencias entre causas de muerte por edad y sexo, descomponiendo los años de vida ganados la esperanza de vida a los 60 años. Para, en la última sección, brindar comentarios finales con pequeñas sugerencias de política enfocadas en la población mayor de 60 años.

1. FUENTES DE DATOS Y METODOLOGÍA

1.1 Fuente de datos

Para estimar las tasas de mortalidad son necesarios datos de fallecimientos (numerador) y de población expuesta a riesgo (denominador) en el período bajo estudio. El presente trabajo toma como período base para estudiar la mortalidad el período 1997-2010, puesto que están disponibles datos digitalizados con edades superiores a los 75 años y se refieren a la última modificación en la clasificación internacional de enfermedades. Entonces, los datos referidos responden a dos fuentes de información diferentes en cuanto a lo institucional, a la forma de registración y al objeto de estudio.

Los datos de población que se utilizan fueron proveídos por el INDEC en sus proyecciones de población, dado que es necesario disponer de la población por edad y año calendario desde 1997 hasta 2010 y que las proyecciones corrigen una diversa gama de problemas que presentan los censos nacionales de población (Naciones Unidas 1955; Chackiel y Macció 1979; Massa 1997; Massa y Bassarky, 2003) es que se elije el uso de proyecciones en lugar de los censos de población.

Conforme la decisión previa, se utilizaron datos publicados por el INDEC (2004) con algunos arreglos. En la citada publicación, se proveen efectivos de población según sexo y año calendario, desde 1950 hasta 2015, y las estructuras poblacionales por edad, sexo y quinquenio. Por tanto, para establecer los efectivos de población por año calendario fue necesario interpolar linealmente las estructuras de población quinquenales provistas para luego aplicarles el volumen de población establecido según sexo y año calendario.

Los datos de las defunciones son procesados, consistidos y difundidos por la Dirección de Estadísticas e Informes de Salud (DEIS) dependiente del Ministerio de Salud de la República Argentina. Los fallecimientos son informados y registrados a través de los certificados de defunción, cumplimentado, con fines estadísticos, por un profesional (generalmente) que certifica la defunción siguiendo las recomendaciones dadas por la Organización Mundial de la Salud (OMS).

Para la certificación de la causas de muerte se sigue lo definido por la Clasificación Internacional de Enfermedades (CIE) recomendada por la OMS. La CIE establece la causa básica de muerte como la enfermedad o el accidente que comienza el proceso de morbilidad que luego lleva a la muerte, o la circunstancia del accidente o de la violencia que produce la muerte.

Desde hace más de 100 años que las causas de muerte se clasifican según las diferentes CIE con el objetivo de generar información sobre causas de muerte consistente y comparable. La CIE ha sufrido diez modificaciones durante ese período que tienen que ver con avances médicos, tecnológicos y etiología de la causa de muerte. Más allá de la necesidad cierta de actualización, este proceso introdujo constantes dificultades para poder identificar y comparar la mortalidad por causas en el tiempo. Durante el período de estudio (1997-2010) ha estado vigente, en Argentina, la décima revisión (CIE-10) cuya vigencia data del inicio del período de estudio (1997) hasta 2010, fin del período de estudio.

En el presente artículo, para evaluar las causas de muerte de los adultos mayores en Argentina y su evolución reciente, primero, se agrupan las causas de muerte según lo hicieron Salomon y Muray (2002) tomándolo del estudio Global Burden of Disease 1990. Los autores presentan tres grupos de causas de muerte que permiten evaluar la transición epidemiológica por edad y sexo, basándose en los postulados de la transición epidemiológica propuesta por Omran (1971), según la cual en países desarrollados las causas del grupo 1 deberían estar relegadas y presentar una importancia mayor las causas del grupo 2 y 3.

Cuadro 1. Grupos de causas de muerte CIE-10

Grupos de causas	Principales causas o enfermedades	CIE-10
Grupo 1: Causas transmisibles, maternas, perinatales y nutricionales	Infecciosas y parasitarias Infecciones respiratorias Afecciones maternas y del periodo perinatal Deficiencia nutricional	A00-B99, G00-G04, N70-N73, J00-J06, J10-J18, J20-J22, H65-H66, O00-O99, P00-P96, E00-E02, E40-E46, E50, D50-D64
Grupo 2: Causas crónico-degenerativas	Neoplasias malignas y benignas Diabetes mellitus Desórdenes endócrinos Causas neuropsiquiátricas Enf. de los órganos de los sentidos, cardiovasculares, respiratorias crónicas, aparato digestivo, del aparato genitourinario, de la piel y subcutáneas Muslo-esqueléticas. Anomalías congénitas	C00-C97, D00-D48, D65-D89, E03-E07, E10-E16, E20-E34, E51-E89, F01-F99, G06-G99, H00-H61, H68-H95, I00-I99, J30-J99, K00-K92, N00-N64, N75-N99, L00-L99, M00-M99, Q00-Q99
Grupo 3: Causas accidentales y violentas	Causas involuntarias Causas voluntarias	V01-Y98
Resto de causas	Residual	Residual

Fuente: Elaboración propia sobre la base de Salomon J.A. y Murray CJL (2002).

1.2 Metodología para obtener indicadores de mortalidad

El riesgo de fallecimiento por edad se estima a través de la ***tasa específica de mortalidad por edad*** (${}_n m_x$), que relaciona las defunciones producidas en un año calendario de una población con edades exactas comprendidas entre "x" y "x+n" (${}_n D_x$) sobre la población a mitad de ese año calendario perteneciente al mismo grupo etario (${}_n N_x$) [${}_n m_x = {}_n D_x / {}_n N_x$].

Por otro lado, la ***tasa específica de mortalidad por edad y sexo*** (${}_n m_x^s$), se obtiene dividiendo las defunciones de un grupo etario y sexo ocurridas en una población específica durante el año, por la población a mitad de ese año perteneciente al mismo grupo de edades y sexo (${}_n m_x^s = {}_n D_x^s / {}_n N_x^s$).

Adicionalmente, el trabajo utiliza ***tasas específicas de mortalidad por edad y causa de muerte*** (${}_n m_x^i$) obtenidas dividiendo las defunciones por una causa de muerte específica de un grupo etario particular (${}_n D_x^i$) con la población a mitad de

período perteneciente a ese grupo de edad (${}_nN_x$), en fórmulas ${}_nm_x^i = {}_nD_x^i / {}_nN_x$. Estas tasas tienen una particularidad, dado que al sumarlas respecto a todas las causas se obtienen nuevamente la ${}_nm_x$.

Para construir las tablas de mortalidad que permiten obtener la esperanza de vida es necesario partir desde las ${}_nm_x$, observadas, consistidas y (habitualmente) suavizadas. Luego, para conseguir ${}_nq_x$ (probabilidad que tiene una persona con edad exacta x de no alcanzar con vida la edad exacta $x+n$) es necesario asumir una hipótesis respecto al comportamiento de la mortalidad dentro del intervalo de edades. Habitualmente, por motivos de sencillez y semejanza con lo observado, suele utilizarse una distribución uniforme de fallecimientos (DUF), dentro de cada grupo etario (Elandt-Johnson y Johnson, 1980). Así la relación entre ellas queda:

$${}_nq_x = \frac{{}_n \cdot {}_nm_x}{1 + \frac{{}_n}{2} \cdot {}_nm_x}$$

Conviene notar que cuando n (amplitud del intervalo) represente el grupo etario abierto final se tiene que ${}_nq_x = 1$.

Una vez calculadas las ${}_nq_x$, se establece una cohorte hipotética de nacimientos (en general se elige $l_0=100.000$) que al multiplicarla por uno menos las probabilidades de fallecimiento [$1 - {}_nq_x$] se consiguen los sobrevivientes a la edad exacta siguiente, los l_{x+n} [$l_{x+n} = l_x \cdot (1 - {}_nq_x)$]. Entonces, al restar los sobrevivientes entre dos edades exactas consecutivas se consiguen las defunciones ocurridas entre dichas edades exactas ${}_nd_x = l_x - l_{x+n}$ ². Así se completarán la cantidad de sobrevivientes y de defunciones en todos los grupos etarios. El paso siguiente es estimar ${}_nL_x$ (número de años-persona vividos por la generación de l_0 nacimientos entre las edades exactas x y $x+n$) que se logra dividiendo ${}_nd_x$ por ${}_nm_x$. A continuación, para obtener T_x (número de años-persona vividos por la generación de l_0 nacimientos desde la edad exacta x hasta su extinción) se deben sumar todas las ${}_nL_x$ con edades superiores e iguales a x . Y por último, para obtener la esperanza de vida a la edad exacta x [e_x], resta dividir T_x por l_x .

Adicionalmente, en el presente estudio se descompone la ganancia observada en años de la esperanza de vida a los 60 años [e_{60}] entre 1997 y 2010 para describir y analizar, cuál fue el aporte realizado por cada grupo de edad y causa de muerte, a esa ganancia de esos años de vida. Para realizar dicha descomposición se utilizó la metodología planteada por Arriaga (1984 y 1996) y Beltrán-Sánchez et al (2008).

² Lo anterior se cumple por ser una población cerrada en la que no existe migración, es decir, la única causa de ingreso a la población es el nacimiento y de salida, la mortalidad.

2. RESULTADOS

En primer lugar, al estudiar el comportamiento de la tasa de mortalidad diferenciada por edad y sexo se observa una sobre mortalidad masculina en todas las edades y todo el período. Por otro lado, se puede ver que el crecimiento de la mortalidad por edad (velocidad) es similar en ambos sexos. Es interesante destacar que se observa una mejora en la tasa femenina entre el año 2000 y el 2010, mientras que para el caso masculino prácticamente no se observa mejora alguna (o la misma es muy leve).

Gráfico 2a. Tasas de mortalidad según edad y año seleccionado. Hombres, total país.

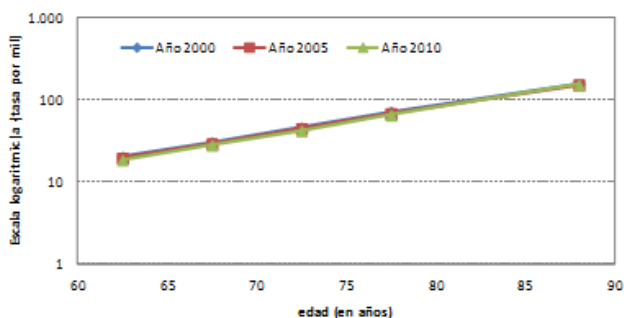
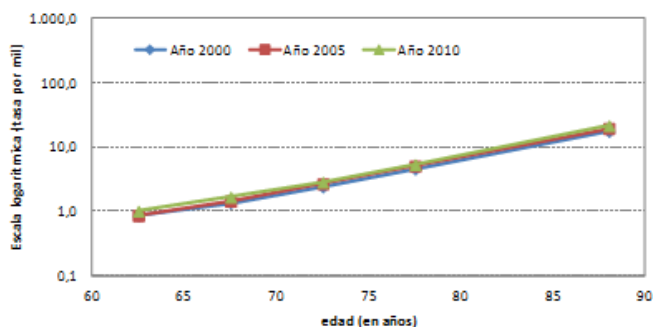


Gráfico 2b. Tasas de mortalidad según edad y año seleccionado. Mujeres, total país.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

En segundo lugar, como medidas resumen de la mortalidad en todas las edades, se estudiaron las esperanzas de vidas diferenciadas por edad y sexo

durante el período, en el Gráfico 2 se presentan para los años seleccionados (2000, 2005 y 2010).

Gráfico 2a. Esperanza de vida según edad y año seleccionado. Hombres, total país.

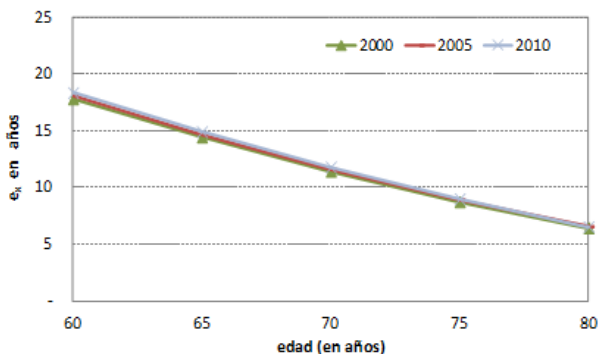
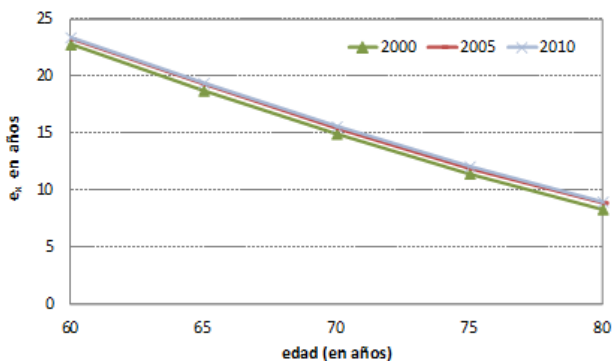


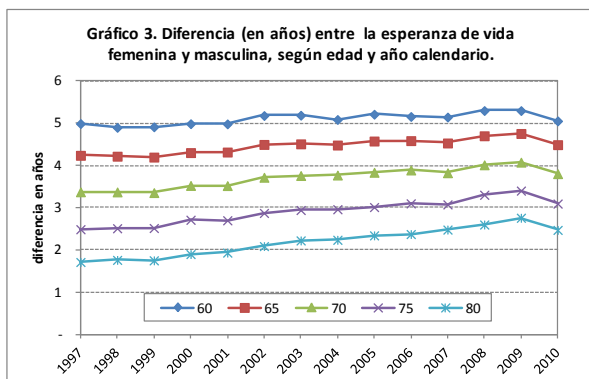
Gráfico 2b. Esperanza de vida según edad y año seleccionado. Mujeres, total país.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

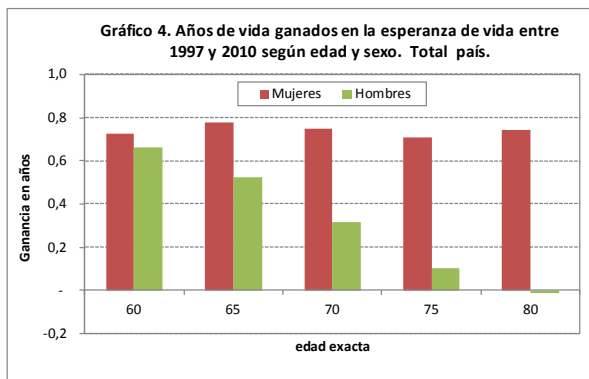
Al comparar la esperanza de vida entre sexos, lo primero que se destaca es una importante supervivencia femenina respecto de la masculina, en todas las edades superiores a 60 años, y lo segundo es que, dicha diferencia, se incrementa durante el período. Por ejemplo, la diferencia entre sexos para la esperanza de vida a los 60 años se aproxima a los 5 años en favor de las mujeres manteniéndose relativamente constante durante el período. Sin embargo, para la

esperanza de vida a los 80 años de edad el diferencial por sexo es 1,7 años en favor de las mujeres en el inicio del período de estudio (1997) y se incrementa a 2,7 años al final de período (2010) (ver Gráfico 3).



Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

Lo observado en el Gráfico 3 es producto de que las mujeres durante el período estudiado (1997-2010) mejoraron su expectativa de vida en todas las edades comparado con los hombres, aunque la ganancia lograda es poca en cantidad de años, es más significativo el diferencial a medida que se incrementa la edad a la que se calcula la esperanza de vida (ver Gráfico 4). Podría resumirse como: a medida que aumenta la edad aumenta la supremacía femenina, tanto respecto al nivel de supervivencia como respecto de su mejora. Debe destacarse, aunque es muy leve, que la expectativa de vida de los hombres de 80 años se vio reducida durante el período de estudio.



Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

Con el objetivo de seguir profundizando lo observado hasta aquí, se estudió la mortalidad según edad, sexo y grupos de causas de muerte. Las causas son agrupadas conforme lo descrito en la sección metodológica (ver Gráfico 5a y 5b).

Entonces, surge que la tasa de mortalidad del grupo G2 (muertes por enfermedades crónicas-degenerativas), son las que presenta mayor riesgo de fallecimiento para ambos sexos, mientras que la tasa de mortalidad por causas externas es la de menor impacto en ambos sexos pero con mayor diferencial entre hombres y mujeres. Continuando en el análisis del diferencial por sexo, se destaca que el riesgo de fallecimiento en todas las causas es mayor para los hombres, aunque para el G3 ese diferencial por sexo se reduce a medida que avanza la edad.

Gráfico 5a. Tasas de mortalidad según edad y grupo de causas de muerte. Hombres, total país, 1997-2010

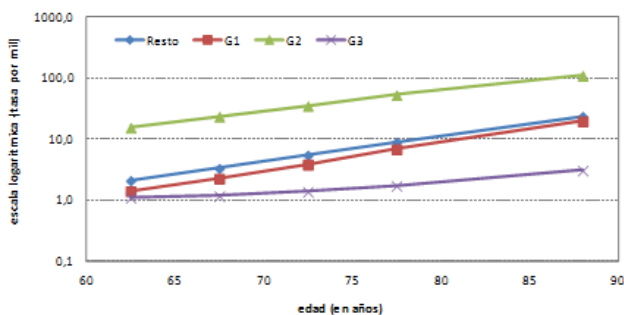
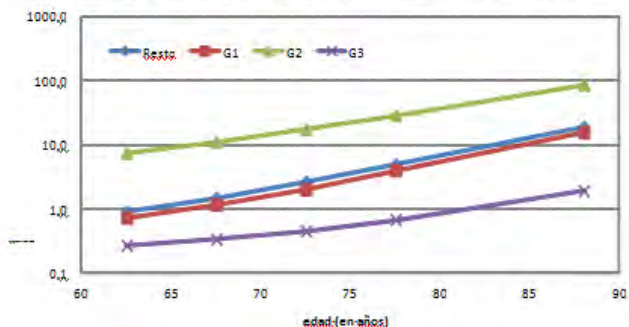


Gráfico-5b.-Tasas de mortalidad según edad y grupo de causas de muerte. Mujeres, total país, 1997-2010

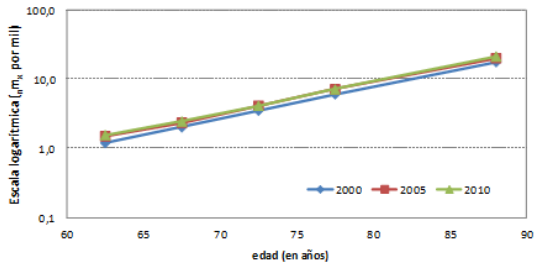


Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

El paso siguiente, es analizar el comportamiento que las tasas de mortalidad por edad, sexo y grupos de causa tuvieron en el tiempo. En los párrafos siguientes se separará el análisis según causas de muerte.

Al observar los resultados del primer grupo de causas -infecciosas, maternas, perinatales y nutricionales- se percibe que en las primeras edades la tasa de mortalidad es mayor en el sexo masculino, mientras que para los últimos grupos se advierte un comportamiento similar. Asimismo, puede notarse que las tasas aumentaron durante el período, en ambos sexos, creciendo, por ejemplo, de 1,20 hombres cada 1000 expuestos para el año 2000 en el primer grupo de edad a 1,56 cada 1000 para el año 2010. Entre las mujeres se dio el mismo comportamiento: para el grupo 60-64 años de edad, en el año 2000 la tasa por mil era de 0,62 mientras que en 2010 fue de 0,88. Este fenómeno se dio en todas las edades y parece ser una leve tendencia en el tiempo, contrario a lo postulado por Omran (1971) en su teoría de transición epidemiológica según la cual las enfermedades del G1 se irían reduciendo hasta desaparecer o ser imperceptibles.

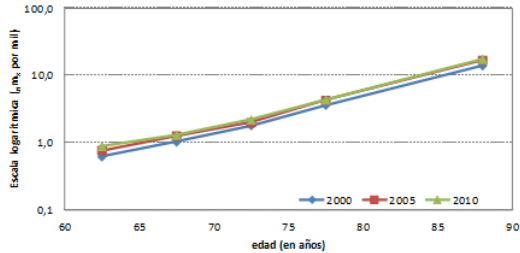
Gráfico 6a. Tasas de mortalidad causa G1 según edad y año seleccionado. Hombres, total país.



Tasas de mortalidad masculina por edad y causa, total país (por mil)

G1	2000	2005	2010
60-64	1,20	1,50	1,56
65-69	2,02	2,36	2,46
70-74	3,52	4,15	4,14
75-79	6,07	7,18	7,15
80 y más	17,77	20,26	21,45

Gráfico 6b. Tasas de mortalidad causa G1 según edad y año seleccionado. Mujeres, total país.



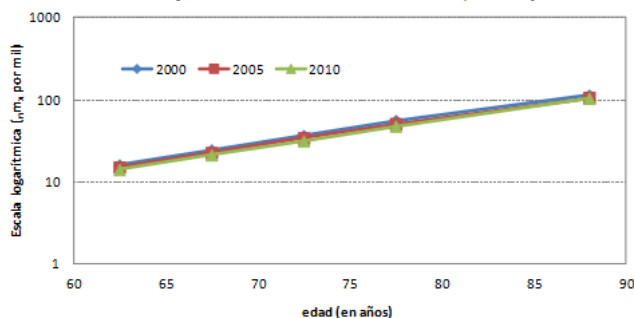
Tasas de mortalidad femenina por edad y causa, total país (por mil)

G1	2000	2005	2010
60-64	0,62	0,77	0,88
65-69	1,03	1,26	1,30
70-74	1,80	2,00	2,18
75-79	3,61	4,25	4,33
80 y más	13,90	16,80	17,41

Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

Respecto al segundo grupo de causas (G2), las crónicas-degenerativas, se puede ver que su crecimiento con la edad es similar en ambos sexos, siendo su incidencia mayor entre los hombres. Contrario a lo sucedido con las tasas de G1, se puede observar, en ambos sexos y para todas las edades, una leve disminución a través de los quinquenios estudiados. Situación observada por Vallín y Meslé (2004 y 2010, 2012) en países desarrollados, ellos plantean a esta situación como una quinta fase en la transición epidemiológica, planteada por Omran (1971), caracterizada principalmente por un descenso de las enfermedades cardiovasculares.

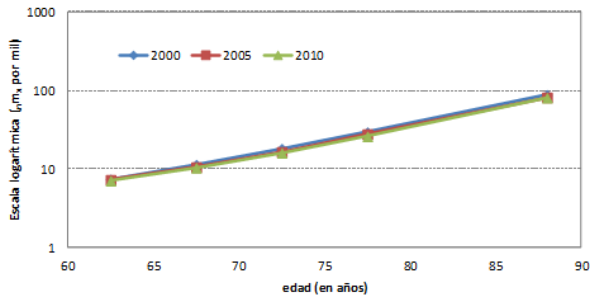
Gráfico 7a. Tasas de mortalidad causa G2 según edad y año seleccionado. Hombres, total país.



Tasas de mortalidad masculina por edad y causa, total país
(por mil)

G2	2000	2005	2010
60-64	16,06	15,08	14,04
65-69	24,36	22,57	21,15
70-74	36,39	34,00	31,37
75-79	55,63	50,74	47,73
80 y más	113,44	105,49	103,96

Gráfico 7b. Tasas de mortalidad causa G2 según edad y año seleccionado. Mujeres, total país



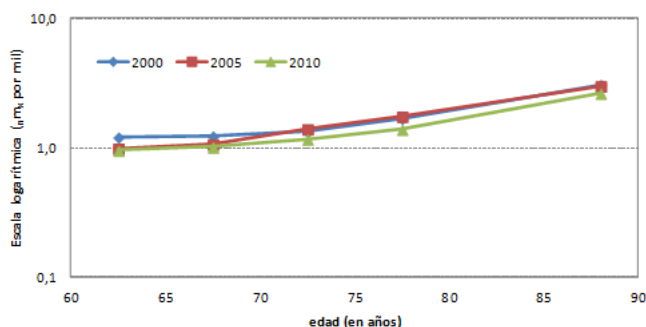
Tasas de mortalidad femenina por edad y causa, total país (por mil)

G2	2000	2005	2010
60-64	7,43	7,32	7,13
65-69	11,46	10,60	10,43
70-74	18,28	16,57	16,18
75-79	29,55	27,87	26,13
80 y más	88,22	81,62	80,91

Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

En el tercer grupo de causas, las accidentales y violentas, se observa un comportamiento más disímil. Se puede ver que las tasas de mortalidad son significativamente menores para el sexo femenino, destacándose primero un aumento y luego una disminución de la tasa a través de los años estudiados. En el caso masculino, se observa una disminución en casi todos los grupos de edades mientras que en el caso femenino se ve un aumento en el año 2005 respecto al 2000 y luego una disminución para el 2010, respecto al 2000 y al 2005.

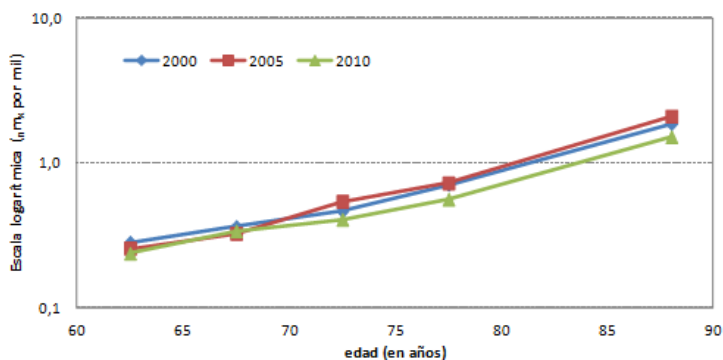
Gráfico 8a. Tasas de mortalidad causa G3 según edad y año seleccionado. Hombres, total país.



Tasas de mortalidad masculina por edad y causa, total país (por mil)

G3	2000	2005	2010
60-64	1,22	1,00	0,96
65-69	1,24	1,07	1,02
70-74	1,34	1,41	1,18
75-79	1,69	1,76	1,40
80 y más	3,09	3,02	2,65

Gráfico 8b. Tasas de mortalidad causa G3 según edad y año seleccionado. Mujeres, total país



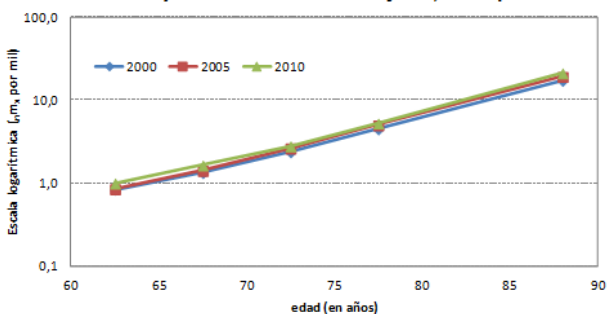
Tasas de mortalidad femenina por edad y causa, total país
(por mil)

G3	2000	2005	2010
60-64	0,28	0,25	0,24
65-69	0,36	0,32	0,34
70-74	0,46	0,54	0,40
75-79	0,70	0,72	0,56
80 y más	1,85	2,09	1,51

Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

Finalmente, para el grupo de causas residuales ("Resto"), se observa un comportamiento similar en ambos sexos, siendo las tasas de mortalidad por edad mayores en el caso masculino. Al analizar si hubo o no una disminución de la tasa, se puede ver que para los dos sexos se produjo un leve aumento de la misma.

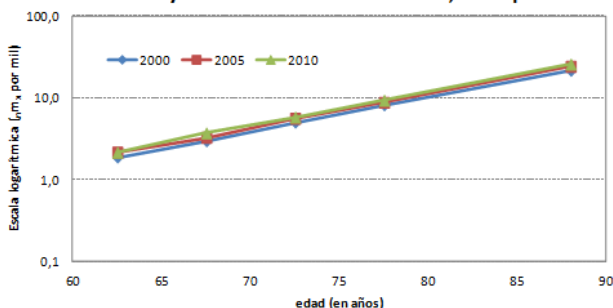
Gráfico 9b. Tasas de mortalidad causa "resto" según edad y año seleccionado. Mujeres, total país



Tasas de mortalidad femenina por edad y causa, total país
(por mil)

Resto	2000	2005	2010
60-64	0,84	0,85	1,00
65-69	1,33	1,42	1,65
70-74	2,37	2,65	2,81
75-79	4,48	5,03	5,30
80 y más	17,22	19,30	21,35

Gráfico 9a. Tasas de mortalidad causa "resto" según edad y año seleccionado. Hombres, total país.



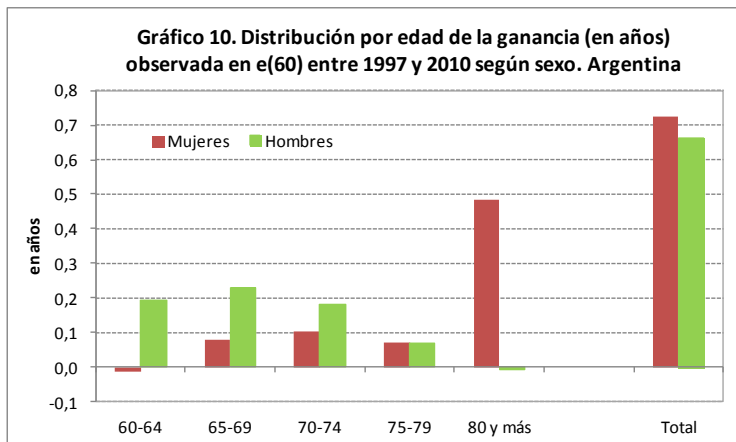
Tasas de mortalidad masculina por edad y causa, total país
(por mil)

Resto	2000	2005	2010
60-64	1,85	2,13	2,13
65-69	2,93	3,23	3,67
70-74	4,96	5,54	5,72
75-79	8,07	8,67	9,19
80 y más	21,32	23,83	25,43

Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

Por último y con una mirada más global utilizando indicadores resumen que no se encuentren afectados por la estructura de la población, se sintetiza y estudia qué grupo de edad y qué grupos de causa de muerte contribuyeron al incremento en la esperanza de vida a los 60 años de edad [e_{60}] observado entre 1997 y 2010.

En el período (1997-2010) la e_{60} creció cerca de un año en cada sexo (0,73 años para las mujeres y 0,66 para los hombres). El aporte a esa ganancia, por grupo de edad fue muy diferencial por sexo. Entre las mujeres cerca del 70% del incremento lo aportaron las mayores de 80 años, signo de que las mujeres se encuentran muy envejecidas respecto a los hombres, por lo tanto, este grupo debe estudiarse en detalle intentando desagregarlo para edades más avanzadas. Esto último quedará para un trabajo futuro puesto que deberán requerirse procesamiento especiales a la DEIS y al INDEC. En el caso masculino el total de la mejora en mortalidad la realizaron los hombres con edades comprendidas entre 60 y 79 años de edad, tal como se observa en el Gráfico 10.



Distribución de los años de vida ganados en e_{60} entre 1997 y 2010 por edad y sexo. Total país.

Grupos de edad	Hombres (en años)	Mujeres (en años)	Hombres (%)	Mujeres (%)
60-64	0,19	-0,01	29%	-2%
65-69	0,23	0,08	34%	11%
70-74	0,18	0,10	27%	14%
75-79	0,07	0,07	10%	10%
80 y más	-0,01	0,49	-1%	67%
Total	0,66	0,73	100%	100%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de DEIS e INDEC.

Al desagregar la ganancia en años de vida por causas de muerte (ver Gráfico 11) se observa que cada sexo logró reducir de manera importante la mortalidad por causas crónico-degenerativas (G2) en todas las edades, tal como lo postula Vallín y Meslé (2004 y 2010) y fuera expuesto previamente, pero también se redujeron las muertes correspondientes al grupo 3 aunque el descenso fue muy leve y similar para todas las edades.

Por el otro lado, cuando se observa el comportamiento de las causas del grupo 1, éste es contrario a lo planteado por Omran (1971) y más acorde con lo observado por Frenk (1991) para los países de Latinoamérica donde se da un modelo *prolongado polarizado* de transición epidemiológica en el que conviven muertes por enfermedades del G2 y G3 (propias de un país desarrollado) con las del G1 (propias de un país en vías de desarrollo) que no pierden preponderancia.

Lo que resulta interesante de destacar es que, según los valores presentados, se estaría ingresando a la sexta y última fase planteada por Horiuchi (1999) puesto que el resto de causas de muerte tiene un peso interesante en la mortalidad por causas. Horiuchi (1999) plantea que luego del descenso en las tasas de mortalidad por enfermedades degenerativas y enfermedades cardiovasculares, surgiría una nueva etapa donde la mortalidad se concentraría en edades muy avanzadas y las principales causas de muerte serían las enfermedades respiratorias, las mentales, las del sistema nervioso y enfermedades de difícil definición por la multiplicidad de factores relacionados en el suceso. Esta sexta y última fase sería la etapa final de la transición epidemiológica ampliada a la que denominó *fase del descenso o retraso de la senectud*.

Gráfico 11a. Distribución por edad y causa de muerte de la ganancia observada en e(60) entre 1997 y 2010.
Hombres, total país.

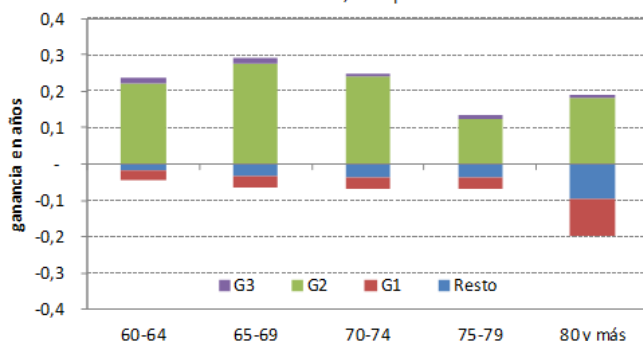
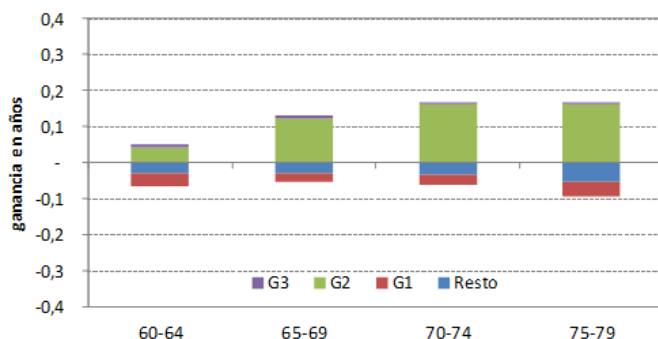


Gráfico 11b. Distribución por edad y causa de muerte de la ganancia observada en e(60) entre 1997 y 2010.
Mujeres, total país.



En el caso de las mujeres, a pesar de que el último grupo de edad es el que más aporta al aumento de la esperanza de vida, no se lo expone porque se va de escala en el gráfico presentado. El comportamiento por causas es similar a las demás edades, donde el grupo de causas 2 es el que más contribuyó al aumento de esperanza de vida, junto con el pequeño aporte del grupo 3, luego los grupos de causas 1 y “resto” redujeron los años de vida ganados, es decir la mortalidad por estas causas de muerte creció durante el período, como ya fuera destacado.

COMENTARIOS FINALES

El trabajo aquí realizado es exhaustivo y novedoso tanto para Argentina como para Latinoamérica y los países menos desarrollados. En él se estudian las tasas de mortalidad por edad, sexo y grupo de causas de muerte para la población adulta mayor de 60 años. Un interesante aporte del trabajo es el indicador utilizado para resumir cuál y cuánto fue la contribución que cada causa de muerte y grupo etario realizó sobre el aumento observado en la esperanza de vida. Este indicador es muy utilizado por autores como Vallín y Meslé (2004, 2010 y 2012) para estudiar la mortalidad por causas y su evolución en el tiempo.

Al estudiar las tasas de mortalidad por sexo, se observa que para todas las edades y durante todo el período, los hombres poseen mayores riesgos que las mujeres, la esperanza de vida femenina a los 60 años supera a la masculina en aproximadamente cinco años. Esta diferencia a medida que aumenta la edad se reduce, pero existe un fenómeno interesante, que tiene que ver con que las mujeres lograron reducir más que los hombres sus mortalidades en los últimos tramos de edad, revelando que las diferencias en las esperanzas de vida aumentaron en el tiempo.

Adicionalmente, con los resultados obtenidos, es posible concluir que el grupo de causas que mayormente afecta a la población adulta es el de causas crónicas y degenerativas (G2), pero durante el estudio, hemos descripto el importante hallazgo de que este grupo de causas de muerte está reduciéndose en el tiempo, de hecho su reducción aportó de manera substancial, años de vida al aumento en la esperanza de vida, en ambos sexos.

Por otro lado, el grupo de causas 1 y “Resto”, aunque con menor importancia fueron los dos grupos de causas para los que se incrementaron los riesgos durante el período.

Conforme lo anterior y tal como fuera planteado en párrafos previos, Argentina pareciera encuadrar en el modelo de transición *prolongado polariza* de Frenk (1991) pero al mismo tiempo podría pensarse en una etapa final del modelo transicional planteado por Horiuchi (1999), esto aunque ambiguo seguramente tenga que ver con el diferencial socioeconómico y de mortalidad hacia el interior

del país, puesto que existen provincias o regiones en distintas fases transicionales. Éste es un punto interesante que deberá ser abordado en posteriores trabajos.

Es así que en vista a los resultados obtenidos con la presente investigación es pertinente el planteo de nuevas políticas económico-sociales que permitan hacer frente a este cambio en la estructura poblacional Argentina y de la mortalidad adulta mayor. Es mediante la adaptación ante esta nueva estructura que podrían llegar a evitarse mayores problemáticas y costos futuros.

Respecto a este último punto, es oportuno resaltar y reiterar la importancia del análisis de la mortalidad por causas en la lucha contra las enfermedades que aquejan a la población mayor. A partir de los resultados presentados en esta investigación sería acertado concluir que se podría lograr una reducción de la mortalidad o aumento de la esperanza de vida en los adultos mayores, atacando las enfermedades crónicas degenerativas con métodos preventivos puesto que los paliativos resultan más costosos aunque también deberán, sin duda, llevarse ambos adelante. En este sentido, deberá avanzarse en investigar cuánto de los años que se logra aumentar la esperanza de vida adulta son libres de discapacidad. Sin embargo, cabe aclarar que es necesaria una reforma integral en Salud que suponga actualización de los tratamientos, mayor financiamiento a la investigación médica, inversión en infraestructura, reducción de la fragmentación institucional, acceso a medicamentos y a la salud (Cetrangolo et al 2011), para hacer frente a las crecientes demandas de este sector poblacional.

En previsión a estos desafíos será necesario tomar nueva cuenta de las necesidades de este grupo demográfico que aumenta su importancia cada vez más. El reconocimiento de los derechos de la tercera edad y sus problemáticas es el primer paso hacia la creación de un ambiente propicio para fortalecer el protagonismo y la participación de la vida en sociedad de la población adulta mayor.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arriaga, E. (1984). Measuring and Explaining the Change in Life Expectancies. Demography, Vol. 21, No. 1 (Feb., 1984), pp. 83-96.

Arriaga, E. (1996). Los Años de Vida Perdidos: su utilización para medir el nivel y cambio de la mortalidad. Notas de Población CELADE 1996; 24(63):7-38.

Belliard M. (2005). Mortalidad de jubilados en el régimen de capitalización argentino. Anales. VI Jornadas Actuariales. Facultad de Ciencias Económicas. U.B.A, Buenos Aires.

Beltrán-Sánchez H, PRESTON SH y CANUDAS-ROMO V, (2008). An integrated approach to cause-of-death analysis: cause-deleted life tables and decompositions of life expectancy. *Demographic Research*, 19:35, 1323-1350.

CEPAL (2004). *Población, envejecimiento y desarrollo*. Trigésimo período de sesiones de la CEPAL. Puerto Rico

Cetrangolo O. (ed.) (2011). El sistema de salud argentino y su trayectoria de largo plazo: logros alcanzados y desafíos futuros. Programa Naciones Unidas para el Desarrollo.

Chackiel J. (1999). El envejecimiento de la población Latinoamericana: ¿Hacia una relación de dependencia favorable? Encuentro Latinoamericano y Caribeño sobre las personas de Edad. CEPAL. Santiago de Chile.

Chackiel J. y Macció G. (1979) Evaluación y corrección de datos demográficos. VII. Técnicas de corrección y ajuste de la mala declaración de la edad, serie B - N° 39d, Centro Latinoamericano de Demografía (CELADE), Santiago de Chile.

Elandt-Johnson R.C. y N.L. Johnson (1980) *Survival models and data analysis*. John Wiley and Sons, New York.

INDEC (2004). Estimaciones y proyecciones de población. Total del país. 1950-2015. Serie Análisis Demográfico N° 30.

Jeune B., y Vaupel J.W. (1995). *Exceptional longevity: from prehistory to the present*, Odense: Odense University Press, 169

Kannisto V., Lauritsen J., THATCHER A.R. y VAUPEL J.W. (1994). Reductions in Mortality at Advanced Ages: Several Decades of Evidence from 27 Countries. *Population and Development Review*, 20: 793-870.

Lacasta L. (2008) Estudio de la mortalidad en el SIJP. 2002-2006. Ministerio de Trabajo, Empleo y Seguridad Social, Buenos Aires.

Massa C. M. (1997). Evaluación de la declaración de la edad a partir de los datos de los Censos Nacionales de Población y Vivienda de 1980 y 1991. En: *Evaluación de la calidad de datos y avances metodológicos*, INDEC, Serie J, N° 2, Buenos Aires.

Massa C. M. y Bassarky L. (2003). Evaluación de la declaración de la edad en el Censo Nacional del 2001. INDEC, DNES y P/ DEP/PAD/DT N° 143, Buenos Aires (mimeo).

NACIONES UNIDAS (1955) Manual II. Métodos para evaluar la calidad de los datos básicos destinados a los cálculos de población, ST/SOA/Serie A, Estudios sobre población N° 23, Nueva York.

Omran A., (1971). The epidemiologic transition: a theory of the epidemiology of population change. The Milbank Memorial Fund Quarterly, Vol. 49, No. 4, pp. 509–38. (Reprinted: Milbank Mem Fund Quarterly, Vol. 83, No. 4, 2005, pp. 731-57).

Peláez E. y Acosta L. (2011). Educación y mortalidad diferencial de adultos. Provincia de Córdoba, República Argentina. Papeles de población 17(70):9-31. Universidad Autónoma de México.

Rofman R. (1994). Diferenciales de mortalidad adulta en Argentina. Notas de Población. CELADE, Santiago de Chile.

Salomon J.A. y Murray CJL (2002). The Epidemiologic Transition Revisited: Compositional Models for Causes of Death by Age and Sex. Population and Development Review, Vol. 28, No. 2, pp. 205-228

Thatcher A.R., Kannisto V. y Vaupel J.W. (1998). The Force of Mortality at Ages 80 to 120. Odense: Odense University Press.

Vallin, J. y F. Meslé. (2004). Convergences and Divergences in Mortality. A New Approach to Health Transition. Demographic Research, Special Collection 2. Determinants of Diverging Trends in Mortality:12–43.

Vallin, J. y Mesle, F. (2010). De la transition epidemiologique a la Transition sanitaire: l'improbable convergence generale. INED, Chaire Quetelet, 2010.

Vallin, J. y Mesle, F. (eds) (2012). Mortality and causes of death in 20th-century Ukraine. Demographic Research Monographs 9. Springer.

Yi Z y Vaupel JW (2003). Oldest-Old Mortality in China. Demographic Research 8(7):215-244.

LA CRISIS ECONÓMICO-FINANCIERA DEL 2001 Y LA MORTALIDAD EN LA ARGENTINA

*Matías Belliard
Laura Conti*

INTRODUCCIÓN

En la literatura internacional existe un fuerte consenso acerca de que las condiciones económicas constituyen un importante determinante del estado de salud y la mortalidad de una población en el largo plazo (Omran 1971; Preston 1975 y Frenk et al 1991a). Sin embargo, la evidencia a favor de que las crisis económicas coyunturales y el consiguiente deterioro en las condiciones de vida tengan un impacto significativo en la mortalidad en el corto plazo no es concluyente, puesto que existen controversias teóricas y empíricas al respecto (Cruces et al 2011; Tapia Granados 2011; Tapia Granados y Diez Roux, 2009; Romero y Szwarcwald, 2000, Abdala et al 2000).

Una serie de estudios recientes acerca de la relación entre mortalidad y ciclos económicos en los países desarrollados apoyan el resultado contraintuitivo de que la mortalidad en la mayoría de los grupos de edad, incluyendo la mortalidad infantil, es procíclica (a menos empleo, menor mortalidad). Este resultado lo explican a través de lo que denominaron efecto comportamiento y efecto selección.

El primero hace referencia al hecho de que durante las recesiones, cuando el costo de oportunidad del tiempo es más bajo, las personas sustituyen el tiempo fuera del mercado laboral por actividades que promueven la salud, compensando el efecto ingreso de manera que el efecto global en la salud es positivo.

Por otro lado, el efecto selección se refiere al hecho de que los shocks económicos podrían inducir a las mujeres a postergar la maternidad y si este efecto es más fuerte en aquellas mujeres con mayor riesgo de mortalidad infantil, la composición de los nacimientos durante las recesiones conllevaría, de manera selectiva, una menor mortalidad infantil.

Autores como Mendoza y Rees (2009) sugieren que una recesión económica puede generar, por un lado, un efecto sustitución que lleve a adoptar mayores conductas que promuevan la salud como resultado de la caída en el ingreso del hogar; por ejemplo, las mujeres pueden comenzar a trasladarse a centros de atención sanitaria lejanos para obtener medicamentos y vacunas o dedicar más tiempo a recoger agua potable de lugares distantes. Pero, por otro lado, la recesión puede generar un efecto contrario afectando negativamente la salud. Por

ello, el efecto final dependerá de cuál de los dos efectos predomine. Los autores concluyen que el veredicto final es una cuestión empírica.

Por otro lado, hay muy poca evidencia acerca del alcance de estos mecanismos en países de ingresos medios y bajos, donde los mercados y el gobierno no son capaces de brindar garantías apropiadas frente a los shocks macroeconómicos (Bhalotra, 2007). Y existen varias razones para esperar que, en los países en vías de desarrollo, las crisis económicas tengan un impacto negativo y más pronunciado en el bienestar de la población. Primero, estos países suelen estar más expuestos a periódicas y prolongadas fluctuaciones económicas. Luego, en estos países estas crisis suelen ser acompañadas de medidas de austeridad que incluyen importantes recortes en el gasto público social, lo cual sumado a la existencia de mercados financieros incompletos e imperfectos, configuran una débil capacidad para amortiguar el impacto de la crisis sobre la salud de los más vulnerables.

En cuanto a la evidencia empírica acerca de los costos en el bienestar derivados de los ciclos económicos en estos países y, en particular, en los países de América Latina, esta es ambigua. Palloni y Tienda (1992) encuentran una escasa asociación entre la crisis económica de la década del '80 y mortalidad infantil en un conjunto de países latinoamericanos mientras que Romero y Szwarcwald (2000), utilizando información de 9 países latinoamericanos, encuentran evidencias de asociación negativa entre crisis económica y mortalidad infantil durante las últimas décadas del siglo XX. Aunque señalan, que el impacto de la crisis económica de los ochenta tuvo diferente intensidad entre los países considerados, ofreciendo como la explicación más plausible para dichas diferencias el impacto de la desigualdad del ingreso acentuada por la crisis.

Para Palloni y Tienda (1992) el impacto de las crisis económicas en las variables demográficas variará dependiendo de las circunstancias específicas de cada país. Dichos autores sugieren que la intensidad de la crisis, el nivel de desarrollo alcanzado, la viabilidad política de la intervención gubernamental derivada de las relaciones de poder entre los distintos sectores de la sociedad y la etapa de la transición demográfica en la que se encuentra el país con anterioridad a la crisis; son todos factores que deben ser tenidos en cuenta al momento de evaluar las respuestas de las variables demográficas a las recesiones económicas.

En una sociedad donde la nutrición y el estado de salud de las madres, lactantes y niños se encuentra menos asociado al nivel del ingreso familiar y más ligado al acceso a los bienes y servicios públicos, los cambios en la mortalidad infantil y en la niñez como resultado de las prolongadas recesiones económicas serán más o menos detectables en función del compromiso y la capacidad del gobierno para brindar servicios y programas públicos que promuevan y mantengan el bienestar de las capas sociales más desfavorecidas.

En este sentido los autores explican que la débil asociación entre mortalidad infantil y la crisis económica de los 80, se debe en parte al hecho de que la relativa prosperidad durante las décadas del 50 y 60 les permitió a estos países construir una infraestructura social que, si bien se vio erosionada por la crisis, permitió amortiguar en mayor o menor medida los efectos negativos de la misma en el bienestar de la población. A esta explicación añaden el nivel de agregación de los datos analizados, que podría estar ocultando procesos diferenciales entre los distintos grupos sociales. Subrayan que sin un análisis diferencial de la mortalidad por estrato social, los efectos de la recesión serán visibles únicamente en aquellos países con mayor desigualdad y menor estándar de vida.

En Argentina, Cruces et al (2012) analizaron la crisis económica y su impacto en distintos aspectos del bienestar de la población como son la pobreza, la educación, la salud, a partir de datos del producto bruto e indicadores sociales provinciales. Respecto a la mortalidad, encuentran que por cada punto que se reduce el PIB per cápita, la mortalidad materna aumenta en 0,04 casos por cada 10.000 nacidos vivos mientras que la mortalidad infantil lo hace 0,05 por cada 1.000.

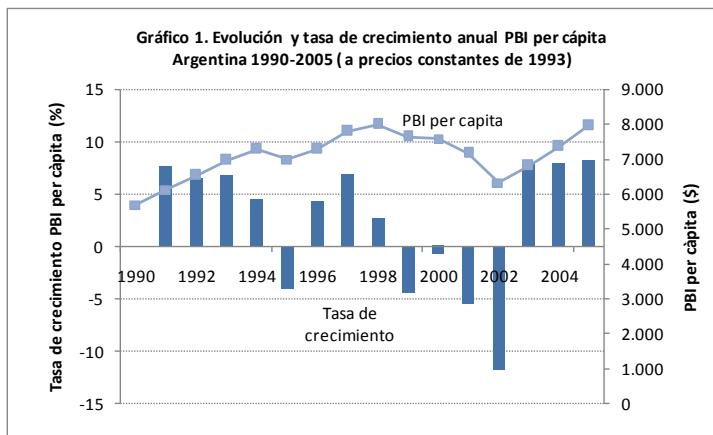
Evolución de los indicadores socio-económicos durante el período

Hacia fines de la década de 1980 la economía argentina se encontraba en una situación crítica caracterizada por una caída en el nivel de actividad económica, crisis hiperinflacionarias, profundo deterioro de las cuentas públicas, creciente endeudamiento externo, reservas internacionales en niveles mínimos y fuga de capitales.

En este contexto y con el objetivo de la estabilización como prioridad, se implementa un programa económico de carácter marcadamente neoliberal dirigido a avanzar en el retiro del Estado de una serie de funciones para confiarlas al mercado, consagrándolo como el principal mecanismo de asignación de los recursos. Este conjunto de medidas va a consolidar y profundizar el régimen de acumulación basado en la valorización financiera que se instaura en Argentina hacia mediados de la década del 70 y que conlleva una drástica redistribución del ingreso a favor de los sectores más concentrados del capital nacional y extranjero. Las principales reformas estructurales realizadas durante la década comprendieron el Plan de Convertibilidad que estableció un tipo de cambio fijo entre el peso y el dólar; la desregulación y liberación de la economía a través de una amplia apertura comercial y financiera; la flexibilización del mercado laboral y la reforma del Estado, la cual incluyó la privatización de un gran número de empresas públicas. (Rapoport 2003; Llach y Gerchunoff 2003).

La estabilidad lograda por la convertibilidad de la moneda sumada al flujo del capital extranjero hacia el país, favorecido por las bajas tasas de interés internacionales, dieron lugar a una rápida recuperación de la situación económica. Durante los primeros años de la década, la economía argentina se embarcó en una senda de crecimiento que se vería interrumpida en el año 1995 como resultado del impacto de la crisis en México (denominada: “tequila”), para retomar nuevamente la tendencia ascendente hasta el año 1998 donde la situación se revierte y el régimen de convertibilidad comienza a mostrar su alta dependencia a la entrada de capitales extranjeros y su gran vulnerabilidad a las crisis externas: la crisis de los países del sudeste asiático, la crisis rusa y la devaluación de la moneda brasilera, repercutieron fuertemente en la economía argentina. Entonces, se ingresa en un período de recesión que habría de desembocar en una de las mayores crisis económicas del país hacia finales del 2001, la cual terminaría con la declaración del default de la deuda externa, el abandono de la convertibilidad y una fuerte devaluación de la moneda.

El PBI per cápita creció a una tasa anual promedio de aproximadamente el 5% durante el período 1990-1998. A partir de allí, cae de manera sostenida durante 4 años contrayéndose en más de un 20% (acumulado) entre 1998 y el 2002.

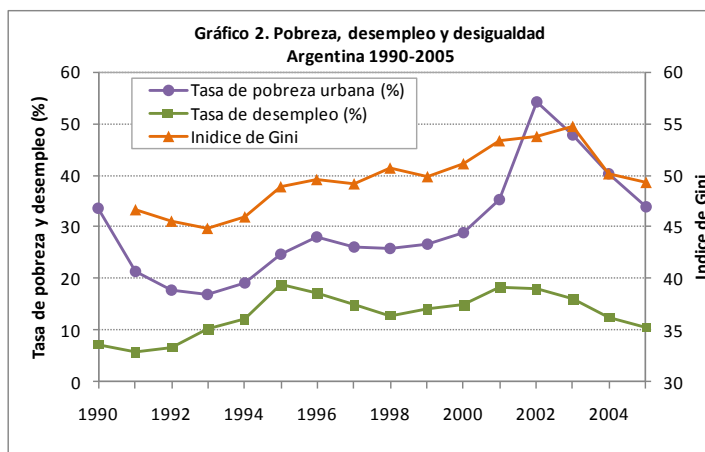


Fuente: Elaboración propia en base a la tabla 1 del anexo.

Los indicadores de pobreza, desigualdad y desempleo siguen una evolución similar, evidenciando el profundo deterioro en el bienestar de la población durante la crisis económica. La tasa de pobreza urbana crece de manera prácticamente ininterrumpida desde 1993, este incremento se acelera a partir de 1998 hasta

alcanzar un pico máximo del 54,3% en el año 2002; mientras que la desigualdad, medida a través del índice de Gini¹, empeora a lo largo de toda la década pasando desde su nivel más bajo de 44,9 en 1993 a 54,7 en el 2003. Por su parte, la tasa de desempleo también aumenta prácticamente sin pausa a lo largo de la década manteniéndose por encima del 10,0% desde 1993 y llegando al 18,3% en el 2001.

Cabe destacar que estos indicadores empeoran tanto en períodos de aceleración como de desaceleración de la actividad económica, signo de que el crecimiento registrado durante el primer quinquenio de la década no alcanzó a todos los estratos sociales por igual sino que las reformas estructurales de la década tendieron a consagrar un patrón de crecimiento regresivo que excluyó a vastos sectores de la sociedad, sumiéndolos en la pobreza y marginalidad.



Fuente: Elaboración propia en base a la tabla 1 del anexo.

A partir del 2003 ya empiezan a evidenciarse signos de la rápida mejoría, impulsada por la expansión de la demanda agregada, la notable mejora en los términos de intercambio y el favorable contexto internacional. El PBI per cápita retoma su senda ascendente, creciendo a una tasa anual promedio del 8% durante el periodo 2003-2005. El porcentaje de personas por debajo de la línea de la pobreza se reduce significativamente pasando del 54,3% en el 2002 al 33,8% en el 2005 y la tasa de desempleo también disminuye ubicándose alrededor del 10% hacia el 2005.

¹ Toma valores entre 0 y 100, en donde 0 representa una distribución igualitaria del ingreso y 100 corresponde a una desigualdad absoluta.

1. FUENTES DE DATOS Y METODOLOGÍA

1.1 Fuente de datos

Los datos referidos al PIB, PIB per cápita, desempleo, pobreza e índice de Gini, fueron tomados de la base de datos pública administrada por el Banco Mundial (<http://data.worldbank.org>).

Para estimar las tasas de mortalidad son necesarios datos de fallecimientos (numerador) y de población expuesta a riesgo (denominador) durante el período bajo estudio, que para el presente trabajo se eligen los años 1990-2005 que rodean a la crisis económica financiera Argentina. Los datos necesarios responden a dos fuentes de información diferentes en cuanto a lo institucional, a la forma de registración y al objeto de estudio.

Para los datos de población se utilizaron las proyecciones de población realizadas por INDEC en lugar de los censos, en vistas de que es necesario disponer de la población por edad, sexo y año calendario desde 1990 hasta 2005 y que en las proyecciones se corrige una diversa gama de problemas que presentan los censos nacionales de población (Massa y Bassarky, 2003; Massa 1997; Chackiel y Macció 1979; Naciones Unidas 1955).

Conforme lo previo, se usaron las últimas proyecciones publicadas por el INDEC (2004) con algunos arreglos. En la citada publicación, se proveen efectivos de población por sexo y año calendario desde 1950 hasta 2015, y las estructuras poblacionales por edad, sexo y quinquenio. Por tanto, para establecer las estructuras de población en cada año calendario fue necesario interpolar linealmente las estructuras quinquenales provistas para luego aplicarles el volumen de población establecido por INDEC para cada sexo y año calendario.

Los datos de fallecimientos son procesados, consistidos y difundidos por la Dirección de Estadísticas e Informes de Salud dependiente del Ministerio de Salud de la República Argentina. Los fallecimientos son informados y registrados de forma continua a través de los certificados de defunción, cumplimentado, con fines estadísticos, por un profesional que certifica la defunción siguiendo las recomendaciones dadas por la Organización Mundial de la Salud (OMS).

Para la certificación de la causas de muerte se sigue lo definido en la Clasificación Internacional de Enfermedades (CIE) tal como lo recomienda la OMS. La CIE establece la causa básica de muerte como la enfermedad o el accidente que comienza el proceso de morbilidad que luego lleva a la muerte, o la circunstancia del accidente o de la violencia que produce la muerte.

Desde hace más de 100 años que las causas de muerte se clasifican según las diferentes CIE con el objetivo de generar información sobre causas de muerte

consistente y comparable. La CIE ha sufrido diez modificaciones durante ese período que tienen que ver con avances médicos, tecnológicos y etiología de la causa de muerte. Más allá de la necesidad cierta de actualización, este proceso introdujo constantes dificultades para poder identificar y compara la mortalidad por causas en el tiempo.

Durante el período de estudio (1990-2005) han estado en uso, en Argentina, dos revisiones de la CIE, la novena revisión desde 1969 hasta 1996 (CIE-9) y la décima (CIE-10) desde 1997 hasta la actualidad.

Por ello, en el presente artículo, para evaluar las causas de muerte en Argentina, se agrupan, las causas de muerte, según lo hicieron Salomon y Muray (2002) tomándolo del estudio Global Burden of Disease 1990. Los autores presentan tres grupos de causas de muerte que permiten evaluar la transición epidemiológica por edad y sexo, basándose en los postulados de la transición epidemiológica propuesta por Omran (1997), según la cual en países desarrollados las causas del grupo 1 deberían estar relegadas y presentar una importancia mayor las causas del grupo 2 y 3, aunque un punto importante del agrupamiento es que permite comparar al mismo tiempo que agrupar, causas de muerte pertenecientes a la CIE-9 y CIE-10.

Cuadro 1. Agrupamiento de causas de muerte según CIE-9 y CIE-10

Grupos de causas	Principales causas o enfermedades	CIE-9	CIE-10
Grupo 1 (G1): Transmisibles, maternas, perinatales y Nutricionales	Infecciosas y parasitarias Infecciones respiratorias Afecciones maternas y del periodo perinatal Deficiencia nutricional	001-139, 243, 260-269, 279.5, 280-285, 320-323, 381-382, 460-465, 466, 480-487, 614-616, 630-676, 760-779	A00-B99, G00-G04, N70-N73, J00-J06, J10-J18, J20-J22, H65-H66, O00-O99, P00-P96, E00-E02, E40-E46, E50, D50-D64
Grupo 2 (G2): Crónico-Degenerativas	Neoplasias malignas y benignas Diabetes mellitus Desordenes endocrinos Causas neuropsiquiátricas Enf. de los órganos de los sentidos, cardiovasculares, respiratorias crónicas, aparato digestivo, del aparato genitourinario, de la piel y subcutáneas Muslo-esqueléticas. Anomalías congénitas	 140-242, 244-259, 270-279, 286-319, 324-380, 383-459, 470-478, 490-613, 617-629, 680-759	C00-C97, D00-D48, D65-D89, E03-E07, E10-E16, E20-E34, E51-E89, F01-F99, G06-G99, H00-H61, H68-H95, I00-I99, J30-J99, K00-K92, N00-N64, N75-N99, L00-L99, M00-M99, Q00-Q99
Grupo 3 (G3): Externas	Causas involuntarias Causas voluntarias	 E800-999	 V01-Y98
Resto de	Residual	Residual	Residual

Fuente: Elaboración propia sobre la base de Salomon J.A. y Murray CJL (2002).

1.2 Metodología para obtener indicadores de mortalidad

El riesgo de fallecimiento por edad se estima a través de la **tasa específica de mortalidad por edad** (${}_n m_x$), que relaciona las defunciones producidas en un año calendario de una población con edades exactas comprendidas entre "x" y "x+n" (${}_n D_x$) con la población a mitad de ese año calendario perteneciente al mismo grupo etario (${}_n N_x$) [${}_n m_x = {}_n D_x / {}_n N_x$].

En particular la tasa de mortalidad infantil (TMI), que captura el riesgo de mortalidad de los menores de un año, se calcula dividiendo el total de fallecidos de personas menores al año ocurridos dentro de un año calendario (D_0) sobre los nacimientos registrados durante ese año (B). La TMI puede separarse en neonatal que corresponde a personas que fallecen antes de cumplir 28 días de vida durante un año calendario y post-neonatal correspondiente a personas fallecidas antes de cumplir un año y posterior a 28 días, durante un año calendario. Ambas tasa llevan el mismo denominador que la TMI.

Por otro lado, la **tasa específica de mortalidad por edad y sexo** (${}_n m^s_x$), se obtiene dividiendo las defunciones de un grupo etario y sexo ocurridas en una población específica durante el año, por la población a mitad de ese año perteneciente al mismo grupo de edades y sexo (${}_n m^s_x = {}_n D^s_x / {}_n N^s_x$).

Adicionalmente, el trabajo utiliza **tasas específicas de mortalidad por edad y causa de muerte** (${}_n m^i_x$) obtenidas dividiendo las defunciones por una causa de muerte específica de un grupo etario particular (${}_n D^i_x$) con la población a mitad de período perteneciente a ese grupo de edad (${}_n N_x$), en fórmulas ${}_n m^i_x = {}_n D^i_x / {}_n N_x$. Estas tasas tienen una particularidad, dado que al sumarlas respecto a todas las causas se obtienen nuevamente la ${}_n m_x$.

Para construir las tablas de mortalidad es necesario partir desde las ${}_n m_x$, observadas, consistidas y (habitualmente) suavizadas. Luego para conseguir ${}_n q_x$ (probabilidad que tiene una persona con edad exacta x de no alcanzar con vida la edad exacta x+n) es necesario asumir una hipótesis respecto al comportamiento de la mortalidad dentro del intervalo de edades. Habitualmente, por motivos de sencillez y semejanza con lo observado, suele utilizarse una distribución uniforme de fallecimientos (DUF), dentro de cada grupo etario (Elandt-Johnson y Johnson, 1980). Así la relación entre ellas queda:

$${}_n q_x = \frac{{}_n m_x}{1 + \frac{{}_n m_x}{2}}$$

Conviene notar que cuando **n** (amplitud del intervalo) represente el grupo etario abierto final se tiene que ${}_n q_x = 1$.

Una vez calculadas las ${}_nq_x$, se establece una cohorte hipotética de nacimientos (en general se elige $l_0=100.000$) que al multiplicarla por uno menos las probabilidades de fallecimiento [$1- {}_nq_x$] se consiguen los sobrevivientes a la edad exacta siguiente, los l_{x+n} [$l_{x+n} = l_x \cdot (1- {}_nq_x)$]. Entonces, al restar los sobrevivientes entre dos edades exactas consecutivas se consiguen las defunciones ocurridas entre dichas edades exactas ${}_nd_x = l_x - l_{x+n}$ ². Así se completarán la cantidad de sobrevivientes y de defunciones en todos los grupos etarios. El paso siguiente es estimar ${}_nL_x$ (número de años-persona vividos por la generación de l_0 nacimientos entre las edades exactas x y $x+n$) que se logra dividiendo ${}_nd_x$ por ${}_nm_x$. A continuación, para obtener T_x (número de años-persona vividos por la generación de l_0 nacimientos desde la edad exacta x hasta su extinción) se deben sumar todas las ${}_nL_x$ con edades superiores e iguales a x . Y por último, para obtener la esperanza de vida a la edad exacta x [e_x], resta dividir T_x por l_x .

Muchas veces es deseable controlar el efecto distorsivo provocado por distintas variables socio-demográficas sobre el riesgo de muerte, para ello es necesario realizar un procedimiento denominado *estandarización o tipificación de las tasas de mortalidad* (Elandt-Johnson y Johnson, 1999). La estandarización es un método de ajuste basado en promedios ponderados para permitir la comparación de dos poblaciones con diferente estructura en la variable de interés. Entonces, en el presente artículo se genera un indicador resumen de la mortalidad por causas controlando el efecto que la estructura etarea tiene sobre cada tasa de mortalidad por causa. La *tasa estandarizada de mortalidad de la causa "i"* (TEMCⁱ) es calculada como:

$$TEMC^i = \sum_{x=1}^M {}_nm_x^i \cdot \frac{{}_nN_x^e}{N^e}$$

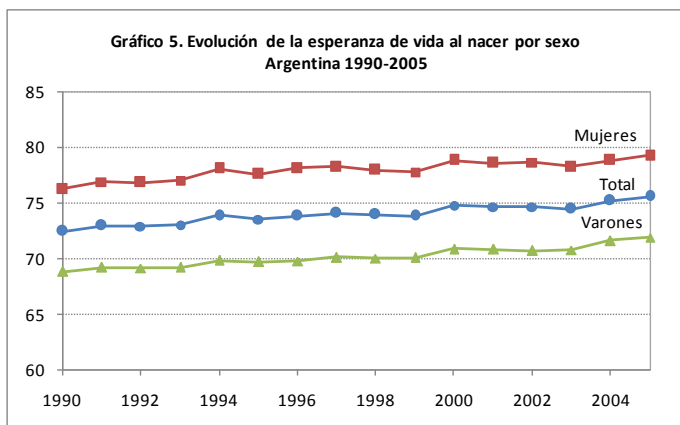
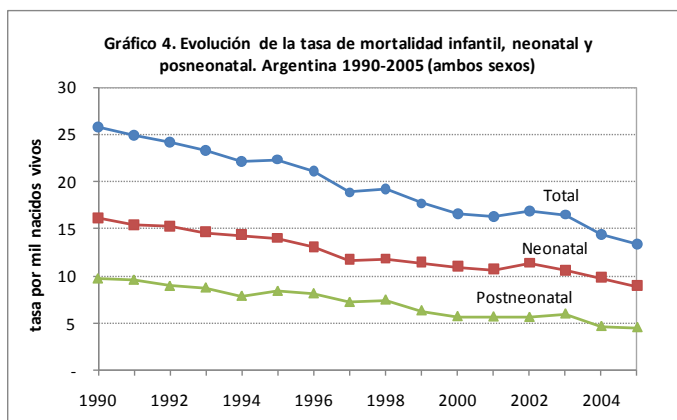
Siendo "M" el total de causas de muerte, N^e la población estándar y ${}_nN_x^e$ la población estándar por edad. En el presente estudio se utilizará como población estándar, la población por edad y sexo referente al año 1990, con el objetivo de que permita conocer cómo se hubiese comportado la mortalidad bajo el supuesto de que la población mantenía la estructura etaria de 1990.

Por último, durante el trabajo se utilizan las correlaciones de Pearson, como un indicador que mide el grado de asociación entre dos variables (Los lectores que precisen detalles sobre su cálculo ver Agresti 2007). La estimación de correlaciones fue realizada con el paquete estadístico E-Views.

² Lo anterior se cumple por ser una población cerrada en la que no existe migración.

2. RESULTADOS

En Argentina, durante el período bajo análisis, la evolución de la TMI muestra una clara tendencia al descenso, coherente con la esperanza de vida al nacer [e_0 , EVN] que presenta un ascenso, este fenómeno se observa para ambos sexos. La TMI se redujo a la mitad de su valor, al pasar de 25,8 defunciones por 1.000 nacidos vivos en 1990 a 13,4 por 1.000 en 2005. Por su parte, la EVN para ambos sexos se incrementó de 72,4 años en 1990 a 75,6 en 2005, la femenina de 76,2 a 79,2 y la masculina de 68,8 a 71,9, lo que implicó una ganancia en el entorno de 3 años en todos los casos (ver Gráfico 4 y 5).



Fuente: Elaboración propia en base a la tabla 2 del anexo.

Esto estaría evidenciando que la crisis económica no tuvo un impacto significativo en las condiciones de salud de la población, o bien que el impacto no fue suficiente como para revertir la tendencia general a la mejora en dichas condiciones. Sin embargo, al comparar la evolución de la TMI y la EVN durante el período de recesión 1998-2002 con los períodos de mayor expansión económica, se observa que durante el primero, cuando la pobreza y el desempleo aumentaron con mayor velocidad, la TMI y la EVN continuaron su tendencia al descenso y al ascenso respectivamente, aunque lo hicieron a un ritmo menor durante el período recesivo.

Durante 1998-2002, donde el PBI per cápita cayó a una tasa promedio anual del 6%, la TMI disminuyó en un 0,58 por 1.000 anual promedio y la ganancia anual media en la EVN fue de 0,17 años; mientras en los primeros cuatro años de la década y el período de recuperación (2002-2005), el PBI per cápita creció a una tasa anual promedio de 6 y 8% respectivamente, la TMI se redujo en 0,91 y 1,17 por 1.000 anual promedio y la ganancia anual media en la EVN fue 0,36 y 0,31 años, respectivamente. Dichos valores parecieran indicar que en períodos recesivos los indicadores de salud son sólo levemente afectados por las crisis económicas puesto que sólo muestran, menores velocidades de mejora.

Para analizar la asociación entre mortalidad y crisis se estimaron correlaciones entre los cambios anuales en las condiciones económicas (medidos a través de la tasa de crecimiento anual del PBI per cápita y la variación anual relativa en las tasas de pobreza y desempleo) y los cambios anuales en la TMI y la EVN (medidos a través de la variación anual relativa de la TMI y la ganancia anual absoluta en la EVN) (Ver cuadro 2).

Se encontró que la variación anual relativa de la TMI se encuentra negativamente asociada al crecimiento del PBI per cápita y positivamente asociada a los cambios en la tasa de pobreza y desempleo, sin embargo, esta última no resultó estadísticamente significativa (aunque el signo de la asociación es esperable).

Por otra parte, al descomponer la TMI en neonatal y postnatal se encontró que mientras los cambios en la primera están estrechamente asociados al crecimiento del PBI per cápita y la pobreza, los cambios en la segunda parecieran no guardar relación alguna con los cambios en las condiciones socioeconómicas. Esto estaría indicando que la mortalidad durante los primeros días de vida es más sensible a las fluctuaciones económicas de corto plazo.

En vistas de que las muertes postneonatales tienen más que ver con causas exógenas y las neonatales con causas endógenas (congénitas), el bajo cambio ante crisis de las muertes postneonatales estaría apoyando la hipótesis de que en épocas de crisis las mujeres pueden dedicar más tiempo a la salud (efecto

comportamiento) o bien que las mujeres con mayores problemas de vulnerabilidad postergan sus nacimientos (efecto selectividad).

En cuanto a la ganancia absoluta anual de la EVN, si bien las correlaciones presentan los signos esperados (relación directa con la tasa de crecimiento del PBI per cápita e inversa con la pobreza y el desempleo) no resultaron significativas en el nivel del 10% de significancia. Esto se corresponde a lo planteado por Preston (1975) quien muestra que a medida que se obtienen avances importantes en la EVN es difícil retroceder ante cambios en el PIB o PIB per cápita.

Cuadro 2. Coeficientes de correlación de Pearson entre los cambios en las condiciones económicas y los cambios en la tasa de mortalidad infantil y la esperanza de vida al nacer. Argentina. 1990-2005

			Coeficientes de correlación de Pearson		
			Tasa de crecimiento del PBI per cápita	Variación anual relativa tasa de pobreza	Variación anual relativa tasa de desempleo
Variación anual relativa tasa de mortalidad infantil	Total		-0,5273 (0.0434)*	0,5216 (0.0461)*	0,3456 (0.2071)
	Neonatal		-0,7114 (0.0029)*	0,6195 (0.0138)*	0,3047 (0.2695)
	Postnatal		-0,1580 (0.5739)	0,2276 (0.4146)	0,2546 (0.3599)
	Ambos sexos		0,3555 (0.1934)	-0,2697 (0.3309)	-0,3197 (0.2454)
	Femenina		0,2999 (0.2775)	-0,1931 (0.4904)	-0,2769 (0.3177)
	Masculina		0,3921 (0.1483)	-0,3401 (0.2148)	-0,3396 (0.2156)

P-value en paréntesis. * indica que la correlación es significativa al 5%

Fuente: elaboración propia en base a datos de las Tablas 1 y 2 del anexo.

En paralelo, se analizó la evolución de las tasas específicas de mortalidad por edad y sexo. Observando que para los grupos de edad comprendidos entre los 0 y 14 años (Gráfico 6a y 6b) la tendencia general es al descenso, tanto para los hombres como para las mujeres; siendo más marcada la caída para el grupo de

edades de 0 a 4 años donde se destaca un leve aumento en los dos años posteriores a la crisis.

Las tasas de mortalidad para los grupos de edades entre los 15 y 29 años (Gráfico 6c) muestran un comportamiento diferencial por sexo: en las mujeres se observa una muy leve tendencia al descenso, y en los hombres una leve tendencia al aumento durante toda la década del '90 para luego caer a partir del 2002.

Para el resto de los adultos la tendencia general es al descenso en ambos sexos, con leves oscilaciones. Aunque en el caso de los adultos mayores (Gráfico 6f), las tasas de mortalidad se mantienen relativamente estables en el período.

En cuanto al diferencial por sexo de las tasas de mortalidad para todas las edades se encontró una sobremortalidad masculina.

Gráfico 6a. Tasas de mortalidad por edad (0-4) y sexo
Argentina 1990-2005

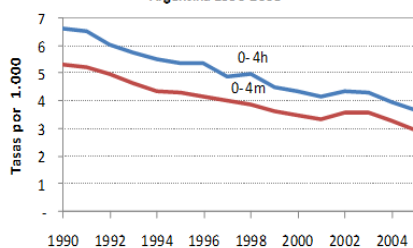


Gráfico 6b. Tasas de mortalidad por edad (5-14) y sexo
Argentina 1990-2005.

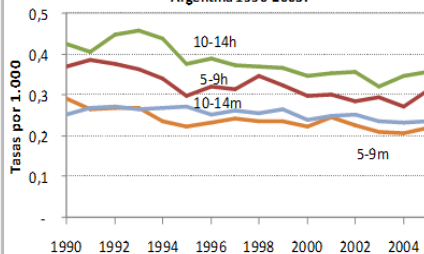


Gráfico 6c. Tasas de mortalidad por edad (15-29) y sexo
Argentina 1990-2005

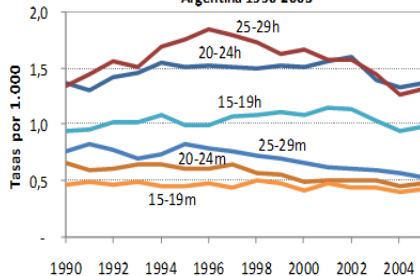
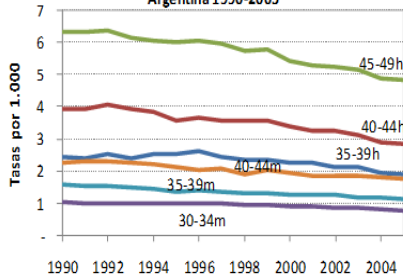
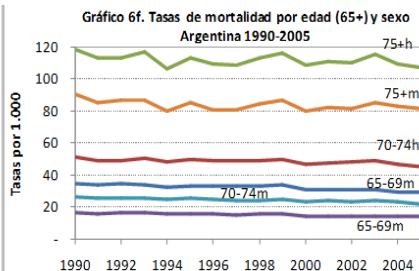
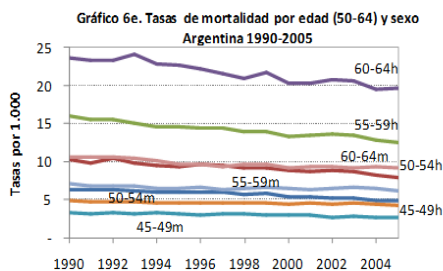


Gráfico 6d. Tasas de mortalidad por edad (30-49) y sexo
Argentina 1990-2005





Fuente: Elaboración propia en base a la tabla 3a y 3b del anexo.

A fin de profundizar el análisis diferencial por edad y sexo, se estimó la correlación entre los cambios en los indicadores económicos y las variaciones en las tasas de mortalidad por edad y sexo (ver Cuadro 3).

Los resultados indicaron la existencia de una asociación negativa con la tasa de crecimiento del PBI per cápita y positiva con los cambios en la tasa de pobreza para el caso de las mujeres entre 0 y 4 años y los hombres entre los 55 y 59 años; en el caso de la mortalidad masculina durante los primeros 5 años de vida, la correlación resultó significativa únicamente con la pobreza. En todos los demás casos, las correlaciones no resultaron significativas al 10% de significancia.

Con respecto a los cambios en la tasa de desempleo, únicamente se encontraron correlaciones positivas y significativas para las mujeres entre los 50 y 54 años y tanto para los hombres como las mujeres entre los 70 y 74 años. Llama la atención la correlación negativa y positiva entre los cambios en la tasa de desempleo y los cambios en la mortalidad masculina entre los 5 y 9 años.

Estos resultados estarían apoyando la idea de que las crisis económicas tienen un impacto negativo en la mortalidad durante los primeros años de vida mientras que la mortalidad en los demás grupos pareciera no verse afectada por las fluctuaciones económicas coyunturales.

Cuadro 3. Coeficientes de correlación de Pearson entre los cambios en las condiciones económicas y los cambios en la tasas de mortalidad por edad y sexo. Argentina. 1990-2005

		Coeficientes de correlación de Pearson					
		Tasa de crecimiento del PBI per cápita		Variación relativa pobreza	anual de	Variación relativa desempleo	anual de
		Varones	Mujeres	Varones	Mujeres	Varones	Mujeres
Variación anual relativa tasa de mortalidad	0-4	-0,3856 (0,1557)	-0,5843 (0,0222)*	0,4912 (0,0630)**	0,5585 (0,0305)*	-0,0878 (0,7556)	0,0138 (0,9612)
	5-9	0,4073 (0,1319)	0,0623 (0,8256)	-0,3781 (0,1646)	-0,0861 (0,7603)	-0,5630 (0,0289)*	-0,0292 (0,9176)
	10-14	0,1836 (0,5124)	-0,1159 (0,6809)	-0,2152 (0,4412)	-0,1041 (0,7120)	-0,2478 (0,3733)	0,0179 (0,9496)
	15-19	0,0428 (0,8797)	0,0954 (0,7352)	-0,1005 (0,7216)	-0,1348 (0,6321)	-0,0281 (0,9208)	0,0135 (0,9620)
	20-24	-0,2165 (0,4383)	0,1001 (0,7226)	0,2471 (0,3747)	0,1123 (0,6903)	0,3650 (0,181)	0,2347 (0,3999)
	25-29	0,0606 (0,8302)	-0,1378 (0,6243)	0,0318 (0,9104)	0,1423 (0,6131)	0,1828 (0,5144)	0,1706 (0,5433)
	30-34	-0,027336 (0,9230)	-0,1741 (0,5348)	0,142697 (0,6119)	0,3381 (0,2177)	0,086272 (0,7598)	0,2926 (0,2899)
	35-39	-0,0196 (0,9447)	-0,1471 (0,6008)	0,0658 (0,8157)	0,0953 (0,7355)	0,2540 (0,3610)	-0,1370 (0,6263)
	40-44	0,0098 (0,9724)	0,0216 (0,9392)	-0,0757 (0,7887)	-0,2457 (0,3774)	-0,2718 (0,3271)	-0,0855 (0,7620)
	45-49	-0,0983 (0,7275)	0,3057 (0,2678)	0,0362 (0,8980)	-0,2417 (0,3855)	0,0475 (0,8664)	-0,0512 (0,8563)
	50-54	-0,3005 (0,2765)	-0,3917 (0,1487)	0,3035 (0,2714)	0,3568 (0,1918)	-0,0173 (0,9511)	0,5720 (0,0259)*
	55-59	-0,6125 (0,0152)*	-0,4374 (0,1030)	0,5776 (0,0241)*	0,4100 (0,1291)	0,2610 (0,3474)	0,1854 (0,5084)
	60-64	-0,2786 (0,3147)	-0,0823 (0,7706)	0,1098 (0,6968)	-0,0747 (0,7912)	0,3609 (0,1863)	-0,3346 (0,2228)
	65-69	-0,1876 (0,5032)	-0,0768 (0,7856)	0,1869 (0,5048)	0,0884 (0,7540)	0,2520 (0,3649)	0,0591 (0,8342)
	70-74	-0,3683 (0,1768)	-0,4101 (0,1289)	0,3319 (0,2268)	0,3363 (0,2203)	0,5033 (0,0558)**	0,5674 (0,0274)*
	75+	-0,254075 (0,3608)	-0,2300 (0,4095)	0,164474 (0,5580)	0,1269 (0,6522)	0,377489 (0,1654)	0,3007 (0,2762)

P-value en paréntesis. * indica que la correlación es significativa al 5%.** indica que la correlación es significativa al 10%

Fuente: Elaboración propia en base a datos de las Tablas 1, 3a. y 3b. del anexo.

Por último, se calcularon TEMCⁱ para analizar su evolución durante el período (ver Gráficos 7a y 7b).

Se encontró que, tanto para los hombres como para las mujeres, las muertes del grupo G2 constituyen la principal causa de muerte, pero es importante destacar el descenso en ambos sexos durante el período, siguiendo lo observado por Vallín y Meslé (2004 y 2010) en países desarrollados contrario a los postulados de la transición epidemiológica planteada por Omran (1971).

También se notó una muy leve tendencia al descenso en la mortalidad por causas externas [G3] para ambos sexos, aunque la mortalidad por este grupo de causas es notoriamente mayor en los hombres.

Respecto a la mortalidad por causas transmisibles [G1], estas muestran una tendencia al aumento que es más visible en mujeres que en hombres. Nuevamente contrario a los postulados de Omran y más acorde con las ampliaciones posteriores realizadas por Frenk et al (1991) que observa que los países latinoamericanos siguen un modelo *prolongado polarizado* (Frenk et al 1991b) en el que conviven causas de muerte asociadas al desarrollo [G2 y G3] con causas de muerte asociadas al subdesarrollo [G1].

Sin embargo, más allá de estas tendencias, llama la atención que durante los períodos de crisis la mortalidad por causas transmisibles [G1] y las crónico-degenerativas [G2] presentan un leve estancamiento.

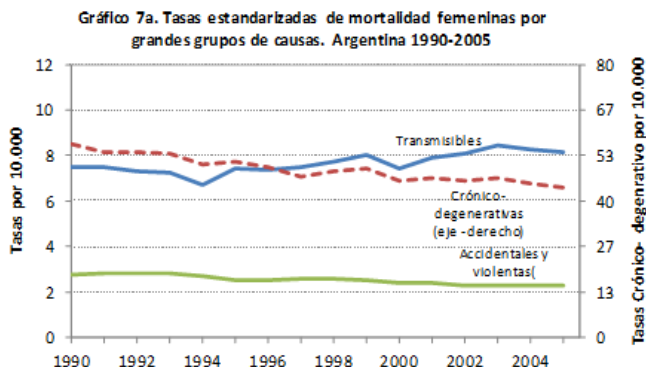
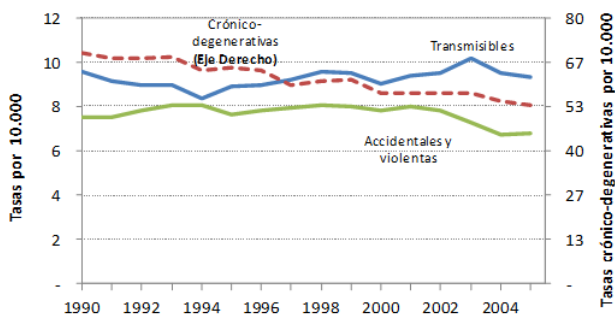


Gráfico 7b. Tasas estandarizadas de mortalidad masculinas por grandes grupos de causas, Argentina 1990-2005



Nota: como población estándar se utilizó la población de 1990 según sexo.

Fuente: Elaboración propia en base Tabla 4 del anexo.

Con el objetivo de profundizar el presente análisis para grupos de edades y sexo más vulnerables, se estimó la correlación entre cambios en las condiciones económicas y variaciones en las $m^{1,5}_x$ para edades y sexos seleccionados (ver Cuadro 4).

Para la mortalidad del grupo de causas 1 se eligieron las tasas de mortalidad de los primeros cinco años de vida de cada sexo y femeninas entre los 20 y 34 años, ya que este grupo de causas comprende las muertes por causas transmisibles, maternas, perinatales y nutricionales. En ambos casos se podría esperar, tal como lo platean Palloni y Tienda (1992), que la mortalidad aumente durante las crisis económicas, dado el incremento en la pobreza y el deterioro en las condiciones de vida, factores estrechamente vinculados a la prevalencia de las enfermedades infecciosas sobre todo en los sectores más desfavorecidos de la población. Los resultados del análisis de correlación apoyan ésta hipótesis para el caso de la tasa mortalidad G1 y el primer grupo de edad. Para ambos sexos se encontraron evidencias de que las variaciones en dichas tasas se encuentran relacionadas negativamente con la tasa de crecimiento del PBI per cápita y positivamente con las variaciones en la tasa de pobreza. Sin embargo, para las mujeres en edades fértiles las correlaciones no resultaron estadísticamente significativas a un nivel del 10% de significancia aunque mantuvieron el signo hallado en las edades jóvenes.

Para estudiar la mortalidad por causas crónico-degenerativa (G2) se seleccionaron las tasas masculinas entre 45 y 59 años, con el objetivo de contrastar la hipótesis de que en las crisis aumentan las muertes por enfermedades cardiovasculares.

El análisis de correlación del G2 arrojó la existencia de una asociación inversa con la tasa de crecimiento del PBI per cápita y directa con el cambio en la tasa de pobreza, pero únicamente para los hombres entre 55 y 59 años resultaron estadísticamente significativas a un nivel del 10% de significancia. Pareciera que los fallecimientos de adultos hombres con edades superiores están asociados con las condiciones económicas.

Mientras que para las el grupo 3 también se eligieron tasas masculinas entre los 25 a 39 años, apoyándose en la hipótesis de que durante las crisis aumentan las muertes por homicidios, accidentes y suicidios, principalmente en los hombres. En este caso no se encontraron evidencias de asociación entre los cambios en dichas tasas y los cambios en las condiciones económicas, con excepción del grupo de edad entre los 35 y 39 años para el cual se encontró la existencia de una correlación significativa y positiva con los cambios en la tasa de desempleo.

Cuadro 4. Coeficientes de correlación de Pearson entre los cambios en las condiciones económicas y los cambios en la tasas de mortalidad por causas. Argentina. 1990-2005

		Coeficientes de correlación de Pearson			
		Tasa de crecimiento del PBI per cápita	Variación anual relativa tasa de pobreza	Variación anual relativa tasa de desempleo	
Variación anual relativa tasa de mortalidad	G1	0-4m	-0,6392 (0.0103)*	0,5907 (0.0239)*	0,0238 (0.9328)
		0-4h	-0,4978 (0.0590)**	0,5783 (0.0204)*	-0,0743 (0.7925)
		20-24m	-0,2728 (0.3253)	0,3115 (0.2584)	0,2096 (0.4534)
		25-29m	0,0644 (0.8197)	0,0110 (0.9691)	0,0257 (0.9276)
		30-34m	-0,3303 (0.2292)	0,4103 (0.1287)	0,2558 (0.3574)
	G2	45-49h	-0,1200 (0.6702)	0,0071 (0.9800)	0,1281 (0.6491)
		50-54h	-0,3481 (0.2036)	0,3056 (0.2681)	0,0510 (0.8567)
		55-59h	-0,5707 (0.0263)*	0,4967 (0.0596)**	0,2038 (0.4662)
		25-29h	-0,1340 (0.6340)	0,1448 (0.6065)	0,1631 (0.5613)
		30-34h	0,1231 (0.6620)	0,0002 (0.9995)	-0,1684 (0.5484)
	G3	35-39h	-0,0766 (0.7862)	0,0252 (0.9290)	0,5020 (0.0566)**

P-value en paréntesis. * indica que la correlación es significativa al 5%.** indica que la correlación es significativa al 10%

G1, G2 y G3 refieren a grupos de causas definidos en el Cuadro 1.

0-4m = mujeres entre 0 y 4 años; 0-4h= hombres entre 0 y 4 años; etc.

Fuente: elaboración propia en base a datos de las Tablas 1 y 4 del anexo.

COMENTARIOS FINALES

En el presente trabajo se analizó la relación entre la crisis económica argentina del 2001 y las condiciones de salud y mortalidad de la población. Diferenciándose

de trabajos previos por estudiar el impacto que la crisis tuvo sobre la mortalidad por edades y causas de muerte específicas.

Se encontró que a pesar del profundo deterioro de la situación económica y el empobrecimiento en las condiciones de vida durante fines del siglo XX y principios del siglo XXI, los indicadores de salud continuaron con su tendencia a la mejora, y el impacto de la crisis parece haber consistido únicamente en una disminución en el ritmo de la mejora en las condiciones de salud.

Sin embargo, se encontraron evidencias de que la crisis tuvo un impacto diferencial entre los distintos grupos de edad, siendo la mortalidad de los niños menores a 5 años el grupo más vulnerable a las fluctuaciones económicas de corto plazo. Específicamente, se verificó la existencia de una asociación negativa entre los cambios en las condiciones económicas y la tasa de mortalidad infantil y durante los primeros cinco años de vida, principalmente en el caso de la mortalidad por causas transmisibles. Adicionalmente, los fallecimientos de hombres adultos entre 55 y 59 años por causas crónico degenerativas, presentan una asociación inversa con el crecimiento económico y directa con la pobreza. En cambio, se encontró una escasa o nula asociación entre los cambios socioeconómicos y la mortalidad en los demás grupos de edad así como también con la esperanza de vida al nacer.

Uno de los factores que puede haber amortiguado el impacto de la crisis en las condiciones de salud y mortalidad de la población es el leve incremento que registró el gasto en salud (tanto público como privado) como porcentaje del PBI, durante el periodo de mayor crisis. Dejando el análisis específico de este punto para estudios futuros.

Otro factor que podría explicar el débil impacto de la crisis en la mortalidad es la creciente desigualdad en la distribución del ingreso que se evidenció a lo largo de la década del '90, aunque existe desde siempre hacia el interior del país, con lo cual los resultados podrían estar escondiendo impactos diferenciales entre los distintos grupos sociales que se compensan en el resultado global. Un análisis similar de la mortalidad por estrato social o región geográfica podría arrojar nuevas conclusiones y evidencias acerca de la relación entre los cambios en la mortalidad y las recesiones económicas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agresti A (2007). *An introduction to categorical data analysis*. Ed. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey

Abdala, F.; Geldstein, R. N. Y Mycaszula, S. M. (2000). Economic Restructuring and Mortality Changes in Argentina: Is There any Connection? En: Cornia, G. A. y

Paniccia, R. (eds.) Mortality Crisis in Transitional Economies. Oxford University Press, London, 328-350.

Baird, S.; Friedman, J. y Schady, N. (2007). Aggregate Income Shocks and Infant Mortality in the Developing World. World Bank Policy Research Working Paper Series, 4346.

Bhalotra, S. (2007). Fatal fluctuations? Cyclicity in Infant Mortality en India. IZA Discussion Paper, Bonn, 3086.

Cruces, G.; Glúzman P. y Lòpez Calva L. F. (2011). Economic Crises, Maternal and Infant Mortality, Low Birth Weight and Enrollment Rates: Evidence from Argentina's Downturns. Centro de Estudios Distributivos Laborales y Sociales, Universidad Nacional de La Plata, Documento de Trabajo 121.

Cucca, M. (2003). Mortalidad en un contexto de inestabilidad macroeconómica extrema Argentina, 1980-2001. VII Jornadas Nacionales de la Asociación de Estudios de Población de la Argentina, Tafi del Valle, Tucumán.

Elandt-Johnson, R.C. Y N.L. Johnson (1980) Survival models and data analysis. John Wiley and Sons, New York.

Frenk, J. ; Bobadilla, J. L. ; Stern, C. ; Frejka, T. y Lozano, R. (1991a). Elements for a theory of the health transition. Health Transition Review, 1(1)21-38.

Frenk, J. ; Frejka, T.; Bobadilla, J. L. ; Stern, C. ; Lozano, R.; Sepúlveda J y José M. (1991b). La transición epidemiológica en América Latina. Bol of Sanit Panam, 111(6)

INDEC (2004). Estimaciones y proyecciones de población. Total del país. 1950-2015. Serie Análisis Demográfico N° 30.

Khang, Y.; Lynch, J. W. y Kaplan G. A. (2005). Impact of economic crisis on cause-specific mortality in South Korea. International Journal of Epidemiology, 34:1291-1301.

Llach, L. y Gerchunoff, P. (2003). El ciclo de la ilusión y el desencanto: Un siglo de políticas económicas argentinas. Ed. Ariel, Buenos Aires.

Massa C. M. (1997). Evaluación de la declaración de la edad a partir de los datos de los Censos Nacionales de Población y Vivienda de 1980 y 1991. En: Evaluación de la calidad de datos y avances metodológicos, INDEC, Serie J, N° 2, Buenos Aires.

Massa C. M. y Bassarky L. (2003). Evaluación de la declaración de la edad en el Censo Nacional del 2001. INDEC, DNES y P/ DEP/PAD/DT N° 143, Buenos Aires (mimeo).

Mendoza, R.U. Y Rees N. (2009). Infant Mortality during Economic Downturns and Recovery. Unicef working paper, New York.

NACIONES UNIDAS (1955) Manual II. Métodos para evaluar la calidad de los datos básicos destinados a los cálculos de población, ST/SOA/Serie A, Estudios sobre población N° 23, Nueva York.

Omran, A., (1971). The epidemiologic transition: a theory of the epidemiology of population change. The Milbank Memorial Fund Quarterly, 49(4): 509–38. (Reprinted: 2005, Milbank Mem Fund Quarterly, 83(4): 731-57).

Palloni A. Y Tienda M. (1992). Demographic responses to Economic Recessions in Latin America since 1900. Sociological Inquiry, 62:246-270.

Preston, S.H. (1975). The Changing Relation Between Mortality and Level of Economic . Development. Population Studies, 29(2): 231-248.

Rapoport, M. (2003). Historia económica, política y social de la Argentina, 1880-2000. Ed. Macchi, Buenos Aires.

Romero, D. E. y Szwarcwald, C. L. (2000). Crisis económica y mortalidad infantil en Latinoamérica desde los años ochenta. Cad. Saúde Pública, Rio de Janeiro, 16(3):799-814

Salomon J.A. y Murray CJL (2002). The Epidemiologic Transition Revisited: Compositional Models for Causes of Death by Age and Sex. Population and Development Review, 28(2): 205-228.

Tapia Granados, J.A. (2007). Salud, economía y libertad: 40 años de crecimiento económico, transición política y condiciones de salud en España. Medicina Clínica, Barcelona, 128(12):463-467

Tapia Granados, J.A. (2011). La mejora de la salud durante las crisis económicas: un fenómeno contraintuitivo. Papeles de relaciones ecosociales y cambio global, 113:121-137

Tapia Granados, J. A. y Diez Roux A. V. (2009). Life and death during the Great Depression. Proceedings of The National Academy of Sciences, USA, 106(41):17290-17295

Vallin, J. y F. Meslé. (2004). Convergences and Divergences in Mortality. A New Approach to Health Transition. Demographic Research, Special Collection 2. Determinants of Diverging Trends in Mortality:12–43.

Vallin, J. y Mesle, F. (2010). De la transition epidemiologique a la Transition sanitaire: l'improbable convergence generale. INED, Chaire Quetelet, 2010

ANEXO

Tabla 1. Indicadores socioeconómicos seleccionados. Argentina, 1990-2005

Año	PBI per capita (*)	Tasa de crecimiento anual PBI per cápita (%)	Tasa de pobreza urbana (%)	Tasa de desempleo (%)	Índice de Gini
1990	5.695	-	33,7	7,30	-
1991	6.131	7,65	21,5	5,80	46,61
1992	6.529	6,50	17,8	6,70	45,48
1993	6.973	6,80	16,8	10,10	44,89
1994	7.286	4,49	19	12,10	45,96
1995	6.992	-4,04	24,8	18,80	48,91
1996	7.291	4,28	27,9	17,20	49,52
1997	7.792	6,87	26	14,90	49,11
1998	8.002	2,69	25,9	12,80	50,74
1999	7.648	-4,43	26,7	14,10	49,81
2000	7.587	-0,79	28,9	15,00	51,11
2001	7.177	-5,41	35,4	18,30	53,36
2002	6.331	-11,79	54,3	17,90	53,79
2003	6.824	7,79	47,8	16,10	54,72
2004	7.371	8,01	40,2	12,60	50,18
2005	7.973	8,16	33,8	10,60	49,28

(*) en pesos a precios constantes de 1993

Fuente: elaboración propia en base a datos INDEC y Banco Mundial (<http://data.worldbank.org>)

Tabla 2. Tasa de mortalidad infantil (por 1.000) y esperanza de vida al nacer por sexo. Argentina, 1990-2005

Año	Tasa de mortalidad infantil			Esperanza de vida al nacer		
	Total	Neonatal	Postnatal	Ambos sexos	Mujeres	Varones
1990	25,77	16,09	9,68	72,42	76,23	68,80
1991	24,88	15,33	9,55	72,94	76,89	69,18
1992	24,10	15,21	8,89	72,89	76,84	69,12
1993	23,30	14,58	8,72	73,00	77,00	69,19
1994	22,11	14,27	7,84	73,84	78,05	69,82
1995	22,32	13,96	8,37	73,52	77,53	69,68
1996	21,10	13,00	8,10	73,83	78,10	69,76
1997	18,87	11,69	7,19	74,08	78,23	70,10
1998	19,20	11,76	7,44	73,92	77,97	70,02
1999	17,69	11,40	6,29	73,83	77,75	70,04
2000	16,62	10,94	5,68	74,77	78,82	70,85
2001	16,31	10,67	5,64	74,64	78,58	70,80
2002	16,90	11,31	5,59	74,62	78,65	70,71
2003	16,51	10,55	5,96	74,44	78,23	70,74
2004	14,40	9,77	4,63	75,19	78,82	71,59
2005	13,38	8,88	4,50	75,55	79,24	71,86

Fuente: elaboración propia en base a datos de Estadísticas Vitales e INDEC.

Tabla 3a. Tasas de mortalidad masculinas por edad y año calendario (tasas por mil). Argentina 1990-2005

Edad	Año															
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
0-4	6,64	6,52	6,04	5,76	5,53	5,36	5,35	4,90	4,99	4,51	4,36	4,16	4,37	4,29	3,98	3,66
5-9	0,37	0,38	0,38	0,36	0,34	0,30	0,32	0,32	0,35	0,32	0,30	0,30	0,29	0,30	0,27	0,31
10-14	0,43	0,41	0,45	0,46	0,44	0,38	0,39	0,37	0,37	0,37	0,35	0,35	0,36	0,32	0,35	0,36
15-19	0,94	0,96	1,02	1,02	1,08	1,00	1,00	1,07	1,09	1,11	1,08	1,15	1,13	1,03	0,94	0,97
20-24	1,37	1,30	1,42	1,46	1,55	1,51	1,52	1,51	1,49	1,52	1,51	1,57	1,60	1,40	1,33	1,37
25-29	1,35	1,46	1,57	1,52	1,70	1,77	1,85	1,80	1,73	1,64	1,67	1,58	1,58	1,45	1,27	1,32
30-34	1,65	1,74	1,77	1,78	1,96	1,86	2,08	1,96	1,95	1,88	1,84	1,87	1,88	1,71	1,56	1,50
35-39	2,45	2,41	2,54	2,38	2,51	2,51	2,62	2,43	2,33	2,35	2,26	2,28	2,15	2,13	1,96	1,91
40-44	3,92	3,94	4,08	3,93	3,86	3,58	3,67	3,58	3,56	3,55	3,40	3,23	3,26	3,12	2,89	2,83
45-49	6,29	6,32	6,34	6,11	6,01	6,01	6,04	5,96	5,73	5,77	5,41	5,28	5,24	5,15	4,86	4,83
50-54	10,22	9,88	10,40	9,80	9,55	9,39	9,64	9,44	9,21	9,12	8,78	8,67	8,85	8,61	8,15	7,97
55-59	16,04	15,55	15,46	15,00	14,57	14,59	14,47	14,35	14,00	13,96	13,30	13,47	13,65	13,51	12,89	12,56
60-64	23,57	23,29	23,28	24,18	22,79	22,75	22,23	21,51	21,00	21,68	20,32	20,37	20,72	20,60	19,57	19,71
65-69	34,72	33,55	34,12	33,99	32,31	33,11	33,25	33,03	33,19	33,46	30,59	30,67	30,74	30,81	29,23	29,28
70-74	50,75	48,56	49,10	50,51	48,06	49,44	48,38	48,52	48,57	49,38	46,29	47,40	48,10	48,76	46,37	45,25
75+	118,37	112,88	113,37	116,56	106,21	112,91	108,96	108,13	112,77	115,82	108,70	110,73	110,07	115,25	109,45	106,97
TBM	8,99	8,75	8,84	8,91	8,50	8,69	8,65	8,56	8,69	8,82	8,37	8,50	8,59	8,73	8,32	8,23
TEM	8,99	8,72	8,78	8,81	8,38	8,53	8,44	8,29	8,36	8,42	7,94	7,99	8,03	8,08	7,65	7,52

TBM= Tasa Bruta de Mortalidad

TEM= Tasa Estandarizada de Mortalidad (población estándar estructura de la población de 1990 según sexo)

Fuente: elaboración propia en base a datos de Estadísticas Vitales e INDEC.

Tabla 3b. Tasas de mortalidad femeninas por edad y año calendario (tasas por mil). Argentina 1990-2005

Edad	Año															
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
0-4	5,33	5,23	4,98	4,67	4,36	4,31	4,16	4,00	3,86	3,63	3,48	3,35	3,58	3,58	3,27	2,95
5-9	0,29	0,26	0,27	0,27	0,24	0,22	0,23	0,24	0,23	0,24	0,22	0,25	0,23	0,21	0,21	0,22
10-14	0,25	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0,25	0,26	0,25	0,26	0,24	0,25	0,25	0,24	0,23	0,24
15-19	0,47	0,50	0,47	0,49	0,45	0,46	0,48	0,44	0,51	0,48	0,41	0,48	0,43	0,43	0,39	0,43
20-24	0,66	0,59	0,60	0,64	0,65	0,61	0,61	0,65	0,57	0,55	0,50	0,50	0,51	0,51	0,46	0,48
25-29	0,77	0,83	0,77	0,70	0,73	0,83	0,78	0,77	0,73	0,70	0,66	0,62	0,61	0,59	0,57	0,53
30-34	1,03	0,98	1,00	0,97	0,99	0,97	1,01	0,97	0,95	0,94	0,89	0,88	0,87	0,87	0,80	0,75
35-39	1,56	1,53	1,49	1,45	1,44	1,34	1,37	1,35	1,27	1,29	1,24	1,25	1,23	1,18	1,16	1,11
40-44	2,23	2,29	2,29	2,24	2,19	2,08	2,03	2,08	1,86	2,01	1,91	1,85	1,83	1,83	1,77	1,74
45-49	3,30	3,19	3,31	3,08	3,20	3,16	3,04	3,07	3,08	3,02	2,90	2,92	2,72	2,84	2,71	2,71
50-54	4,80	4,66	4,68	4,74	4,50	4,63	4,63	4,57	4,51	4,50	4,42	4,48	4,46	4,52	4,33	4,16
55-59	7,10	6,79	6,72	6,71	6,43	6,47	6,61	6,28	6,44	6,63	6,43	6,35	6,46	6,61	6,42	6,14
60-64	10,64	10,59	10,54	10,47	10,08	9,61	9,70	9,32	9,56	9,66	9,20	9,32	9,37	9,20	9,39	9,24
65-69	16,35	15,81	15,99	16,06	15,31	15,18	15,32	14,98	15,17	15,24	14,22	13,97	14,06	14,19	13,86	13,66
70-74	26,44	25,10	25,13	25,60	24,36	25,11	24,43	23,89	23,84	24,46	22,99	23,48	23,40	23,71	22,71	21,85
75+	90,41	85,33	86,83	86,69	79,40	85,01	80,14	80,78	84,13	86,72	79,99	82,38	81,31	85,16	82,42	80,96
TBM	6,99	6,76	6,86	6,89	6,52	6,81	6,66	6,69	6,91	7,12	6,73	6,93	6,96	7,26	7,09	7,01
TEM	6,99	6,69	6,73	6,69	6,27	6,48	6,26	6,21	6,33	6,43	6,02	6,11	6,08	6,24	6,03	5,88

TBM= Tasa Bruta de Mortalidad

TEM= Tasa Estandarizada de Mortalidad (población estándar estructura de la población de 1990 según sexo)

Fuente: Elaboración propia en base a datos de Estadísticas Vitales e INDEC.

Tabla 4. Tasas de mortalidad por edad, sexo, grupo de causa y año calendario (tasas por 10 mil). Argentina 1990-2005

Grupo de Causa	Edad y sexo	Año																
		1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	
G1	0-4m	31,85	30,93	30,13	26,96	24,63	24,78	23,76	21,76	21,71	20,20	18,50	17,89	20,25	20,13	18,11	15,54	
	0-4h	41,44	39,85	36,85	34,03	32,83	31,61	30,92	27,91	28,90	25,75	24,59	23,69	25,69	25,40	22,85	20,65	
	20-24m	0,30	0,25	0,22	0,17	0,21	0,18	0,25	0,36	0,27	0,28	0,33	0,27	0,31	0,30	0,24	0,30	
	25-29m	0,30	0,20	0,25	0,21	0,12	0,27	0,34	0,36	0,30	0,45	0,42	0,26	0,29	0,34	0,41	0,28	
	30-34m	0,30	0,22	0,25	0,24	0,26	0,44	0,31	0,45	0,52	0,53	0,50	0,42	0,55	0,55	0,38	0,39	
G2	45-49h	48,05	48,19	48,60	46,15	44,84	45,12	45,37	41,41	40,11	40,21	36,40	36,50	35,39	33,98	32,32	32,71	
	50-54h	84,03	81,25	84,04	79,55	77,03	75,19	77,66	70,93	69,85	69,05	66,86	65,67	66,17	62,95	60,27	58,44	
	55-59h	136,48	132,82	131,53	126,41	122,89	122,38	120,52	113,86	113,59	111,85	105,73	106,79	107,51	106,38	101,69	98,19	
	25-29h	7,66	8,02	8,53	8,43	9,03	9,33	9,82	9,64	10,23	10,28	10,62	10,19	10,42	9,38	8,15	8,56	
	30-34h	7,53	8,06	7,79	7,80	8,92	7,66	8,81	8,48	9,13	8,47	8,41	9,20	8,93	8,33	7,48	7,59	
G3	35-39h	8,04	7,66	8,41	8,34	8,41	8,81	8,92	8,57	8,29	8,71	8,48	8,53	7,99	7,27	7,07	7,13	
	TEM_G1	h	9,56	9,17	8,97	8,97	8,38	8,93	8,96	9,18	9,59	9,50	9,04	9,40	9,48	10,17	9,53	9,31
	m	7,46	7,49	7,32	7,27	6,71	7,42	7,35	7,46	7,73	8,04	7,45	7,90	8,07	8,44	8,28	8,14	
	TEM_G2	h	69,50	67,73	67,93	68,03	64,04	65,02	64,08	59,67	61,07	61,43	57,51	57,42	57,38	57,50	54,75	53,61
	m	56,62	54,19	54,45	53,89	50,58	51,66	49,82	47,13	48,73	49,33	46,08	46,61	45,89	46,76	45,21	43,91	
TEM_G3	h	7,51	7,54	7,81	8,07	8,09	7,62	7,83	7,93	8,08	8,02	7,83	7,98	7,82	7,28	6,75	6,80	
	m	2,78	2,82	2,85	2,85	2,70	2,52	2,50	2,60	2,60	2,55	2,43	2,41	2,29	2,29	2,26	2,30	

TEM_iG_i= Tasa Estandarizada de Mortalidad del grupo de causa i (población estándar estructura de la población de 1990 según sexo)

Fuente: elaboración propia en base a datos de Estadísticas Vitales e INDEC.

MODELOS BASADOS EN CÓPULAS: ¿DE DÓNDE VENIMOS Y HACIA DÓNDE VAMOS?

Daniel Aníbal Sarto

INTRODUCCIÓN

Un problema que ha interesado mucho a los estadísticos es la relación existente entre una función de distribución multidimensional y sus distribuciones marginales.

Tradicionalmente, la dependencia entre dos variables aleatorias se representó mediante familias de distribuciones clásicas bivariadas. En este contexto los modelos más populares han utilizado distribuciones como la normal, la log-normal o la gamma. La principal limitación de este enfoque reside en que el comportamiento individual de las dos variables aleatorias debe ser caracterizado por la misma familia de distribuciones univariadas. Los modelos basados en cópulas evitan esta restricción.

La relación de una función de distribución multidimensional con sus marginales unidimensionales viene dada mediante una función con características determinadas y a la que Abe Sklar denominará "cópula", que relaciona las marginales unidimensionales para producir la función de distribución conjunta. Una cópula es simplemente una función de distribución multivariada con distribuciones marginales uniformes estándares univariadas. Las cópulas se han convertido en una herramienta potente para modelos donde la dependencia multivariada es de gran interés.

Estos modelos de dependencia encuentran su fundamento en el teorema de representación de Sklar (1959), que está compuesto por dos partes. La primera afirma que para cualquier función de distribución acumulada conjunta H , con marginales $F_1, \dots, F_d$, existe una cópula C , tal que:

$$H(x_1, \dots, x_d) = C\{F(x_1), \dots, F(x_d)\}, \quad \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^d \quad (1)$$

Esta descomposición no es necesariamente única, salvo en el caso de que todas las marginales $F_1, \dots, F_d$ sean continuas. La segunda parte brinda la afirmación inversa. Dada cualquier cópula C y funciones de distribución univariadas $F_1, \dots, F_d$, H –definida en (1)– es una función de distribución con marginales $F_1, \dots, F_d$.

Así, por ejemplo, F_1 podría representar una distribución normal; F_2 , una distribución gamma y C podría provenir de la familia de cópulas de Farlie-Gumbel-Morgenstern, definida para cada $\theta \in [-1, 1]$ por:

$$C(u, v) = uv + \theta uv(1 - u)(1 - v), \quad u, v \in [0, 1] \quad (2)$$

La principal ventaja de este enfoque radica en que la selección del modelo apropiado para la dependencia entre las variables aleatorias involucradas, representado por la cópula, podría surgir en forma independiente de la elección de las distribuciones marginales.

Una introducción amplia a la teoría de las cópulas y una gran selección de modelos relacionados se pueden encontrar en los libros de Joe (1997), de Nelsen (1999) o de Cherubini y otros (2004).

1. ¿DE DÓNDE VENIMOS?

Con anterioridad a 1986 los trabajos eran escasos y mayormente matemáticos. El concepto de cópula puede encontrarse en las obras de Wassily Hoeffding (1940) y Maurice Fréchet (1957), aunque el nombre se debió a Abe Sklar (1959).

A partir de 1986 se puede observar un lento y sistemático aumento en el número de publicaciones. El crecimiento se debió principalmente a la difusión del concepto de cópula en estadística y a tres conferencias dedicadas al tema: Roma (1990), Seattle (1993) y Praga (1996).

A partir de 1999, el número de contribuciones creció considerablemente y los libros de Joe (1997) y Nelsen (1999) permitieron expandir el conocimiento de la teoría de cópulas. El libro de Drouet-Mari y Kotz (2001), vinculado con correlación y dependencia, también tuvo una gran relevancia.

Las aplicaciones pueden clasificarse en nueve categorías mutuamente excluyentes: matemáticas, estadística, bioestadística, investigación operativa, ciencias naturales, ingeniería, ciencias actuariales, economía y finanzas.

A continuación se presentarán algunas aplicaciones desarrolladas en ciencias actuariales y finanzas.

1.1 Aplicaciones en ciencias actuariales

1.1.2 Supervivencia de múltiples personas

En estudios actuariales y epidemiológicos se examina con frecuencia el comportamiento de la mortalidad de grupos integrados por más de una persona. Estos conjuntos de personas pueden estar constituidos, por ejemplo, por un marido y su esposa, por una familia con hijos o por gemelos o mellizos. Una antigua aplicación de cópulas a modelos de supervivencia conjunta se puede encontrar en el trabajo de Clayton de 1978, donde se estudia una tabla de mortalidad de padres e hijos.

1.1.3 Teoría de decrementos múltiples o de riesgos competitivos.

Se trata de la distribución del tiempo hasta que se produzca un evento previamente definido de sistemas sujetos a causas que compiten. Este tema se conoce como teoría de decrementos múltiples en ciencias actuariales, y se encuentra desarrollado también en ingeniería y estudios médicos. Por ejemplo, una persona puede fallecer por distintas causas: cáncer, enfermedad coronaria, accidente, etcétera. Desde otro punto de vista, una máquina o un instrumento mecánico podrían dejar de funcionar por la falla de algún componente.

Cuando se presentan modelos de riesgos que compiten, generalmente se asume que los tiempos de vida de los componentes son estadísticamente independientes. Al asumir la independencia, los modelos son simples y se elude el problema de la identificación. Sin embargo, muchas veces se reconoce que este supuesto no es práctico o realista.

Para considerar la dependencia, un enfoque general se basa en la aplicación de cópulas. En particular, modelos de fragilidad parecen adecuados para tratar riesgos competitivos. Oakes (1989), por ejemplo, analiza el número de ciclos de dos tipos de quimioterapia, tolerados por 109 pacientes enfermos de cáncer.

1.1.4 Siniestros y gastos de liquidación de siniestros

Frees y Valdez, 1998, analizaron la distribución conjunta de siniestros y gastos de liquidación de siniestros. La estimación de la distribución conjunta se complica por la presencia de censura. En primer lugar, a partir de datos reales, Frees y Valdez ajustaron una distribución de Pareto a las distribuciones marginales. Luego identificaron una cópula para la distribución conjunta, a partir de analizar tres cópulas diferentes muy utilizadas: la de Gumbel-Hougaard, la de Frank y la de Cook-Johnson. El procedimiento aplicado terminó sugiriendo el uso de la cópula de Gumbel-Hougaard

1.2 Aplicaciones en Finanzas

En el campo de las finanzas, las primeras aplicaciones importantes fueron elaboradas por el grupo de investigación de Paul Embrechts. Ya en 1999, Embrechts, McNeil y Straumann utilizaron el concepto de cópula para alertar a los lectores de *Risk Magazine* sobre las limitaciones de las medidas de correlación lineal. Los trabajos de Embrechts y sus colaboradores sobre el uso de cópulas en la administración de riesgos financieros son los más numerosos y citados. Dichos trabajos culminaron con la publicación del libro de McNeil, Frey y Embrechts (2005).

En el año 2000 otro grupo de investigación sobre cópulas en finanzas, a cargo de Umberto Cherubini y Elisa Luciano, surgió en Italia. Ellos publicaron más de

diez trabajos sobre la valuación de opciones y cobertura mediante derivados de crédito. Estas investigaciones quedaron reflejadas en el libro escrito por Cherubini, Luciano y Vecchiato, de 2004.

Las dos mayores causas de la utilización de cópulas en finanzas son la falta de normalidad de las tasas de rendimiento y la dependencia entre valores extremos de los precios de distintos títulos financieros. En general, las contribuciones pueden agruparse en cuatro categorías:

- *Administración de riesgos.* Aquí los temas desarrollados están vinculados con riesgo de crédito, riesgo de mercado, riesgo operacional y agregación de riesgos. Los desarrollos en esta área estuvieron influenciados por el Acuerdo de Basilea II.
- *Administración de carteras.* Los trabajos en esta área consideran dependencia entre mercados financieros internacionales, clases de valores financieros y monedas. Un ejemplo aparece en el trabajo de Patton (2004)
- *Valuación de derivados.* Las contribuciones en este tema están vinculados con la valuación de opciones exóticas, obligaciones garantizadas y permutas por incumplimiento crediticio (*credit default swaps*). Cherubini y otros fueron los que más trabajaron en estas cuestiones, según se puede apreciar en su libro de 2004.
- *Medición de riesgos.* En esta categoría se encuentran los análisis vinculados con valor a riesgo, caída esperada (*expected shortfall*) y contagio financiero. El trabajo de Embrecht, Hoing y Juri (2003) es uno de los primeros que se concentra en valor a riesgo y cópulas.

2. EL CASO DE LA CÓPULA GAUSSIANA Y EL RIESGO DE CRÉDITO

Una de las aplicaciones que adquirió mala reputación con la crisis financiera internacional de 2007 es el modelo de carteras de crédito de David X. Li (2000).

Lo propuesto por David Li se puede describir brevemente de la siguiente forma. Si se parte del modelo de riesgo de crédito clásico, se pueden considerar d empresas con procesos de valor $V_1, \dots, V_d$ y sus respectivas deudas $D_1, \dots, D_d$. Una empresa entra en cesación de pagos al final de un año si $V_i(1) < D_i(1)$. En consecuencia, las probabilidades de cesación de pagos individuales en un año son iguales a:

$$P(V_1(1) < D_1(1)), \dots, P(V_d(1) < D_d(1))$$

Se puede asumir que después de una transformación logarítmica, $(V_1(t), \dots, V_d(t))_{t \leq 1}$ sigue un movimiento browniano de d dimensiones. En consecuencia, la probabilidad de cesación de pagos conjunta corresponde a:

$$P(V_1(1) \leq D_1(1), \dots, V_d(1) \leq D_d(1))$$

Esto lleva al cálculo de la probabilidad conjunta bajo un modelo normal multivariado. El problema reside en que este modelo brinda probabilidades muy bajas para la cesación de pagos conjunta. Una manera de superar esta limitación sería considerar d distribuciones marginales normales y luego elegir una cópula que permita una mayor dependencia en las colas, como una t -cópula. Este modelo se conoce como *meta-t*, en el sentido de que la cópula determina finalmente la cesación de pagos conjunta en lugar de las distribuciones marginales.

David Li siguió un enfoque diferente y consideró que el tiempo hasta la cesación de pagos seguía una distribución exponencial. Entonces, la cartera de crédito consiste en el vector aleatorio $(E_1, \dots, E_d)$, donde $E_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$, $i = 1, 2, \dots, d$ y debe calcularse:

$$P(E_1 \leq 1, \dots, E_d \leq 1),$$

donde el 1 corresponde a un horizonte anual de la cesación de pagos.

En contraste con la distribución normal multivariada o la t , no existe una distribución exponencial estándar de dimensión d . En consecuencia, mientras se mantienen las distribuciones marginales exponenciales, se puede elegir cualquier cópula C sobre $(E_1, \dots, E_d)$. Li propuso para C una cópula Gaussiana, que es relativamente fácil de ajustar a los datos de riesgo de crédito. Este modelo resultó enormemente popular, causando finalmente problemas porque el mercado creyó demasiado en él.

Se podrían haber elegido versiones de este modelo más realistas, como una combinación de Gaussianas o una combinación infinita, que llevan a cópulas elípticas. Desafortunadamente, la mayoría de estos modelos son estáticos y fallan al incorporar la dinámica de los mercados, especialmente en períodos de dificultades. La crisis de 2007 alrededor de la valuación de obligaciones de crédito garantizadas es un claro ejemplo de ello.

3. ¿HACIA DÓNDE VAMOS?

Los desarrollos descritos anteriormente muestran un gran interés de la comunidad científica por los modelos de dependencia representados por cópulas. Asimismo, las aplicaciones en agregación de riesgos y pruebas de resistencia en el sector de bancos y empresas de seguros tuvieron como consecuencia que la metodología se haya incorporado a las normas regulatorias internacionales.

Conviene señalar que las cópulas constituyen una idea muy útil para entender el concepto de dependencia estocástica, pero no son una panacea en cuanto a las posibilidades de desarrollar modelos que contemplen dicha dependencia estocástica. Justamente, los desafíos actuales están relacionados con las dimensiones altas, la estimación estadística y los cálculos numéricos.

Una gran parte de las investigaciones se presentan en el caso bivariado, que ofrece facilidades para la construcción de las cópulas y donde los problemas numéricos no son severos. En cambio, cuando la dimensión es alta, resulta más difícil encontrar un modelo lo suficientemente flexible para incorporar datos reales.

También se presentan problemas numéricos cuando se trata, por ejemplo, de calcular las funciones de densidad de cópulas que describen la dependencia de distribuciones multivariadas de valores extremos. Además del desafío teórico de encontrar fórmulas matemáticas explícitas, puede resultar incluso más complicado evaluar las fórmulas en forma rápida y confiable con una computadora. En dimensiones altas, puede ser necesario ingresar al mundo de la multiprecisión aritmética y de la computación paralela.

Otros desafíos están vinculados con la construcción de pruebas de bondad de ajuste para modelos representados por cópulas, la adaptación de los modelos de cópulas a técnicas de conteo de datos y el desarrollo de métodos de inferencia para estructuras con valores extremos.

CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado diversas aplicaciones de las cópulas, con especial énfasis en las ciencias actuariales y las finanzas, incluyendo una breve exposición del modelo que algunos presentaron como el culpable de la última crisis financiera internacional (ver Salmon, 2012).

En cuanto a la popularidad del tema, Thomas Mickosch (2006) menciona que el número de consultas en Google de la palabra “cópula” pasó de 10 mil a 650 mil entre 2003 y 2005. Sin duda, el mayor interés se ha concentrado en finanzas.

Asimismo, se han mencionado una gran cantidad de referencias bibliográficas. Para el principiante, lo más recomendable sería recurrir a la lista de libros que se refieren al tema desde distintas facetas: actuarial, financiera, matemática, estadística, etcétera.

Luego se podría continuar con las reseñas escritas por Frees y Valdez (1998), Owzar y Sen (2004), Trivedi y Zimmer (2005), Kolev y otros (2006) y Genest y Favre (2007). También es muy recomendable la lectura del trabajo de Mickosch (2006), ya que presenta una posición fuertemente crítica respecto de las ventajas de la utilización de las cópulas en comparación con otras herramientas estadísticas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aas, K., Czado, C., Frigessi, K. y Bakken, H., 2008, *Pair-copula constructions of multiple dependence*. Insurance: Mathematics and Economics.

- Carriere, J.F. y Chan, L. K., 1986, The bounds of bivariate distributions that limit the value of last-survivor annuities. Transactions of the Society of Actuaries.
- Chavez-Demoulin, V. y McGill, J., 2012, High-frequency financial data modeling using Hawkes processes, Journal of Banking and Finance.
- Cherubini, U. y Luciano, E., 2002, Bivariate option pricing with copulas. Applied Mathematical Finance.
- Cherubini, U., Luciano, E., y Vecchiato, W., 2004, Copula Methods in Finance, Wiley.
- Clayton D. G., 1978, A model for Association in Bivariate Lifes Tables and its Application in Epidemiological Studies of Familiar Tendency in Chronic Disease Incidence, Biometrika
- Connelly y Embrechts P., 2010, The devil is in the tails. ASTIN Bulletin.
- Denuit, M., Dhaene, J., Goovaerts, M. y Kaas, R., 2005, Actuarial theory for dependent risks: measures, orders and models. Wiley.
- Drouet-Mary, D. y Kotz, S., 2001, Correlation and dependence. Imperial College Press.
- Embrechts, P., Hoing y Juri, 2003, Using copulae to bound the value at risk for functions of dependent risks. Finance and Stochastics.
- Embrechts, P., McNeil y Straumann, 2002, Correlation and dependence in risk management. Risk Management: value at risk and beyond. Cambridge University Press.
- Fréchet, M., 1957, Sur les tableaux de correlation dont les marges son données. Annales de l'Université de Lyon, Sciences.
- Frees J. y Valdez E., 1998, Understanding relationships using copulas, North American Actuarial Journal.
- Genest, C., Gendron y Bourdeau-Brien, 2009. The Advent of Copulas in Finance, The European Journal of Finance.
- Genest, C., Rémillard, B. y Beaudoin, D., 2009, Goodness of fit tests for copulas: a review and a power study. Insurance: Mathematics and Economics.
- Genest, C. and Favre, A., 2007, Everything you always wanted to know about copula modeling but were afraid to ask. Journal of Hydrologic Engineering.
- Hoffding, W., 1940, Massstabinvariante Korrelationstheorie, Schriften des Mathematischen Seminars und des Instituts für Angewandte Mathematik der Universität Berlin.

- Joe, H, 1997, Multivariate Models and Dependence Concepts. Chapman and Hall
- Kolev, N., dos Anjos, U. y Mendes, B., 2006, A review and recent developments. Stochastic Models.
- Li, D, 2000, On default correlation: a copula function approach. Journal of Fixed Income.
- McNeil, A., Frey, R. y Embrechts, P., 2005, Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools. Princeton University Press.
- Mikosch, T., (2006), Copulas: Tales and Facts, Extremes.
- Nelsen, R., 1999, An introduction to copulas. Springer.
- Oakes, D., 1989, Bivariate Survival Models Induced by Frailties, Journal of the American Statistical Association.
- Owzar, K. y Sen, P.K., 2004, Copulas: concepts and novel applications. Metron.
- Patton, A. J., 2004, On the out of sample importance of skewness and asymmetric dependence for asset allocation. Journal of Financial Econometrics.
- Patton, A. J., 2009, Copula-based models for financial time series. Handbook of financial time series. Springer.
- Roncalli, T., 2004, La gestion de risques financiers. Paris Economica.
- Salmon, F., 2012, The formula that killed Wall Street, Significance.
- Sklar, A., 1959, Fonctions de répartition a n dimensions et leurs marges. Publications de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris.
- Trivedi, P.K., y Zimmer, D. M., 2005, Copula modeling: an introduction for practitioners. Foundations and Trends in Econometrics.
- Viens, F., Mariani, M. y Florescu, I., 2012, Handbook of Modeling High-Frequency Data in Finance. Wiley

TRAYECTORIAS DE PROBABILIDAD EN LA TEORÍA DE CREDIBILIDAD BAYESIANA

Federico Tassara

1. PLANTEO DEL PROBLEMA

El negocio del seguro tiene la particularidad de que los costos se conocen después de la fijación de los precios. En un negocio tradicional, ya sea de producción o comercialización, primero se conocen los costos de la mayor parte de los insumos, salarios y servicios, y en base a ellos, con las tasas de ganancia que correspondan, se fijan los precios que pagará el cliente.

En el caso del seguro el proceso es inverso. Primero se establece la prima, a cobrar al comienzo o durante el plazo de cobertura de la póliza y recién tras un lapso de tiempo de prolongación indeterminada puede ocurrir, o no, el siniestro, que dará lugar un tiempo después al reclamo que derivará o no en un pago de cuantía incierta hasta el momento efectivo de su desembolso. La compañía de seguros debe fijar tarifas de un producto cuyos costos, en cantidad e intensidad, le son totalmente desconocidos, ya que los eventos desencadenantes de ellos aún no ocurrieron. Toda esta incertidumbre hace indispensable el desarrollo de modelos estadísticos para predecir cada uno de los factores expuestos con el fin de cuantificarlos anticipadamente y establecer una prima que le permita a la compañía hacer frente a sus pagos futuros. Diferentes áreas de la ciencia actuarial abordan estos aspectos. Una de las más utilizadas es la Teoría de la Credibilidad que se desarrolla a continuación.

Existen diferentes tipos de asegurados, tanto en individuos como en empresas. En rigor existen tantos tipos como asegurados tenga la compañía, y cada uno tiene un grado de exposición al riesgo distinto: la edad, sexo, hábitos, profesión influyen en los perfiles de riesgos de individuos; y el tamaño, ubicación, instalaciones, actividad, y muchos otros influyen en el perfil de riesgo de empresas, todos según de qué ramo de seguro se trate. Es muy importante para una eficiente gestión del riesgo que se pueda distinguir entre diferentes categorías de asegurados para suscribirles pólizas o no, en una primera etapa, e ir ajustando la tarifa según su evidencia siniestral con el pasar del tiempo.

Es eficiente porque se minimiza el riesgo de Selección Adversa¹, que afecta a todos los negocios de seguros, ya que cobra a cada asegurado la tarifa más justa según su perfil. Si se cobrara por igual a todos, se tendrían riesgos “malos” –que

¹. Varian, Hal. Microeconomía intermedia, Antoni Bosch Editor (1998).

producirán más pagos de siniestros que la media- a los cuales les cobraríamos por debajo de lo que les corresponde y riesgos “buenos” –que se siniestran menos que la media- a los cuales les estaríamos cobrando de más. El resultado natural en un mercado de competencia en que los asegurados “buenos” migren a la compañía que haga discriminación de precios y les reconozca su siniestralidad menor con una prima menor, y en la aseguradora que no discrimina se aseguren únicamente los asegurados “malos” por lo que el pago que tendrá que hacer de siniestros será mayor a la recaudación de primas ubicándola en serio riesgo de quiebra.

También de esta forma se persuade el Riesgo Moral²: se premia a los asegurados con buen antecedente -que hayan tenido pocos siniestros- con una prima más baja. Esto incentiva a los asegurados a tomar conductas de prevención para evitar riesgos y se desincentiva la actitud de relajarlas con la intención de transferir al asegurador cualquier contingencia sin mayores consecuencias propias.

Queda expuesta entonces la importancia de definir categorías de riesgo, para convertir nuestro problema de incertidumbre en uno de riesgo propiamente dicho³. Pero pensemos en el caso de un nuevo asegurado que no tiene historia siniestral en la compañía. ¿Qué tarifa corresponde cobrarle? ¿Observamos 5 años sus siniestros y en base a eso decidimos? Definitivamente no, porque eso implicaría con seguridad perder el cliente.

Se debe fijar la tarifa sin información particular. Un primer esbozo de tarifa sería cobrarle según la siniestralidad promedio del mercado, una tarifa genérica que no es la más eficiente pero nos permite recibirlo como cliente. Deberíamos tener un modelo para ir ajustando su tarifa según la siniestralidad que vayamos observando, identificando de qué categoría proviene para cobrarle la tarifa que corresponda lo más pronto posible antes que lo haga otra compañía aseguradora. De este problema se encarga el modelo de Teoría de la Credibilidad que analizaremos, prestando especial atención a la velocidad de convergencia de los valores de probabilidad y su nivel de acierto bajos distintos parámetros (cantidad de categorías, separación entre ellas, magnitud de la frecuencia e intensidad siniestral, supuestos sobre las distribuciones de probabilidad subyacentes, etc...). Para comenzar con el desarrollo matemático de la Teoría de Credibilidad corresponde introducir primero su herramienta más fuerte: la Inferencia Bayesiana.

² Varian, Hal. Microeconomía intermedia, Antoni Bosch Editor (1998).

³ Es Incertidumbre cuando no se conocen los valores posibles que puede tomar la variable aleatoria. Es Riesgo cuando se conocen, y a cada uno se le puede asignar un valor de probabilidad.

2. INTRODUCCIÓN A LA INFERENCIA BAYESIANA

La inferencia Bayesiana está basada en la interpretación de las probabilidades como *grados de confianza*. Esto permite actualizar las probabilidades determinadas *a priori* a las diferentes hipótesis en función de los incrementos en la información disponible, es decir, mediante la aplicación del Teorema de Bayes, se recalculan las probabilidades a medida que se introduce información empírica.

Dado un grupo de eventos $X = \{x_i\}$, que podrán ser el resultado de una observación empírica o bien de un experimento estadístico, y un conjunto finito de posibles explicaciones al evento $G = \{G_i\}$ que presentan una probabilidad asociada *a priori* $p(G_i)$, se evalúan las probabilidades de dicho conjunto, condicionadas por las observaciones X_i , esto es $p(G_i/x)$.

De acuerdo con el Teorema de Bayes:

$$p(G_i/x) = \frac{p(G_i)p(x/G_i)}{p(x)}$$

Desagregando el denominador se obtiene:

$$p(G_i/x) = \frac{p(G_i)p(x/G_i)}{\sum_{i=1}^N p(G_i)p(x/G_i)}$$

Esta metodología no pretende determinar cuál de los grupos alternativos es verdaderamente el generador de esa muestra, sino simplemente, cuál es aquel más plausible con relación a las restantes alternativas.

3. APLICACIÓN DEL MODELO DE CREDIBILIDAD BAYESIANA

El primer paso en el modelo es definir, en base a la experiencia de la compañía en años anteriores, cuántas y cuáles son las categorías de riesgo que se utilizarán.

Se deben agrupar los asegurados de la base histórica de clientes según la cantidad de siniestros por año⁴ de cada asegurado, de forma tal que haya cantidad suficiente de grupos como para que cada asegurado esté representado dentro del suyo⁵, pero no demasiados para que el modelo determine con precisión la categoría. Más adelante extraeremos conclusiones sobre las implicancias para el modelo de la cantidad de grupos, así como su separación y homogeneidad. Se debe destacar que se hace un supuesto fuerte sobre que estas "categorías de

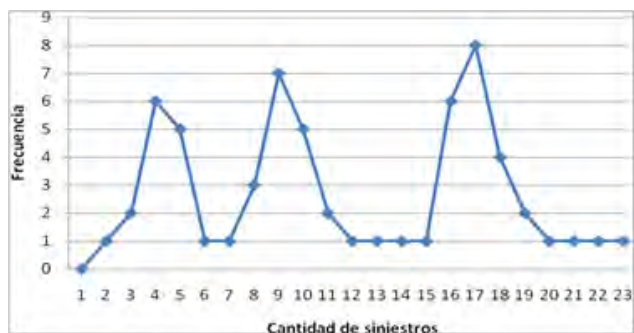
⁴ Se toma siniestros por año para homogeneizar la unidad de exposición al riesgo, pudiendo así comparar la historia de clientes que hayan estado asegurados por distintos periodos de tiempo en la compañía.

⁵ Evitar que el valor real esté demasiado lejos del valor del grupo en el que se lo incluye.

riesgo” existen y que cada asegurado pertenece a una de ellas, por lo cual se va a comportar según el comportamiento histórico de su categoría en el futuro. El foco del análisis está en la frecuencia de siniestros y no en la intensidad de los mismos.

Si las categorías efectivamente son visibles, al analizar los datos históricos surgirán rápidamente, concentrando en torno de valores particulares una gran cantidad de siniestros.

Gráfico 3.1 Concentración de datos empíricos

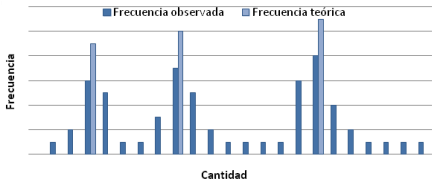


En este ejemplo, se tienen tres categorías claramente diferenciadas en torno a los valores 4, 9 y 17. Es decir, hay un tipo de riesgo que genera un promedio de 4 siniestros por año, otro que genera 9 por año y otro que genera 17.

Si no se tuvieran categorías tan bien marcadas se podría aplicar Mínimos Cuadrados para, dada una cantidad de grupos requerida, seleccionar los valores que minimicen la distancia entre los valores reales y el valor del grupo al cual pertenecen, reduciendo así la varianza de cada grupo.

Otro test de bondad de ajuste de aplicación extensa es el Test de Chi-Cuadrado. Pero en este caso no podría ser aplicado por las características de la función de distribución teórica a la cual queremos ajustar nuestros datos. Este test requiere que no existan probabilidades nulas para ninguno de los valores de categorías posibles.

Gráfico 3.2 Frecuencia de datos empíricos



Las probabilidades a priori de que un asegurado tomado al azar provenga de determinado grupo pueden surgir de este relevamiento previo en el cual se determinan las categorías o pueden distribuirse parejo entre todos los grupos en el caso de no tener información. En este último caso la probabilidad *a priori* asignada a cada uno de los “n” grupos será “1/n”. Aunque en principio todos sean equiprobables, el modelo rápidamente distingue entre grupos definiendo candidatos firmes y descartando otros.

Una vez determinadas categorías y probabilidades *a priori*, corresponde observar durante un período –que en este caso fue establecido arbitrariamente en un año- el comportamiento siniestral del asegurado. El dato que incorporaremos es la cantidad de siniestros que tuvo ese cliente en el año, que no es otra cosa que una realización de la variable aleatoria cuyo valor esperado se busca determinar.

Una vez que se tiene el valor observado, corresponde preguntarse ¿Cuál era la probabilidad de obtener este valor para un asegurado perteneciente al grupo A? ¿Cuál para B? ¿Cuál para C? etc.

A esto responde la expresión

$$p(x = x_i / G = G_i)$$

donde x_i es el valor observado y G_i el grupo en cuestión.

Esta probabilidad se multiplica por la probabilidad *a priori* que se tenía de que el grupo del asegurado efectivamente fuera ese y se obtiene un ponderador que le asigna un “grado de creencia” a que, con el dato observado, el asegurado provenga de ese grupo.

$$p(G = G_i / x = x_i) = p(x = x_i / G = G_i) p(G = G_i)$$

Como estos “ponderadores” no suman 1, juega su rol el denominador –que es la probabilidad de x_i obtenido como la suma de los numeradores posibles- convirtiendo los “grados de creencia” en probabilidades propiamente dichas.

$$p(x) = \sum_{i=1}^n p(x / G_i) p(G_i)$$

$$p(G = G_i / x = x_i) = \frac{p(x = x_i / G = G_i) p(G = G_i)}{p(x)}$$

A continuación se desarrolla un ejemplo:

Ejemplo 3.1

Se tienen cinco grupos inicialmente equiprobables. La variable aleatoria "cantidad de siniestros" de cada uno se distribuye conforme una distribución Poisson con medias 2, 5, 7, 9 y 15. Se observan 5 siniestros el primer año:

$$P(x=5/ G=G_1) = \lambda^x e^{-\lambda} / x! = 2^5 e^{-2} / 5! = 0,036089409$$

$$P(x=5/ G=G_2) = 5^5 e^{-5} / 5! = 0,17546737$$

$$P(x=5/ G=G_3) = 7^5 e^{-7} / 5! = 0,12771667$$

$$P(x=5/ G=G_4) = 9^5 e^{-9} / 5! = 0,06072688$$

$$P(x=5/ G=G_5) = 15^5 e^{-15} / 5! = 0,00193579$$

$$P(G=G_i) = 0,20 \text{ para todo } i$$

$$p(x) = \sum_{i=1}^n p(x/G_i)p(G_i) = 0,08038722$$

Y se calculan las nuevas probabilidades *a posteriori* de haber observado 5 siniestros el primer año:

$$P(G=G_1 / x_1=2) = 0,036089409 * 0,2 / 0,08038722 = 0,089788918$$

$$P(G=G_2 / x_1=5) = 0,17546737 * 0,2 / 0,08038722 = 0,436555372$$

$$P(G=G_3 / x_1=7) = 0,12771667 * 0,2 / 0,08038722 = 0,31775365$$

$$P(G=G_4 / x_1=9) = 0,06072688 * 0,2 / 0,08038722 = 0,1510859$$

$$P(G=G_5 / x_1=15) = 0,00193579 * 0,2 / 0,08038722 = 0,00481616$$

Las probabilidades se distanciaron respecto a los valores iniciales, aumentando las vinculadas a valores cercanos a la realización de la variable aleatoria y disminuyendo las lejanas. Creció la probabilidad de que provenga del grupo de 5 y 7 y se redujeron las demás. Se observa un nuevo período para definir la trayectoria y se vuelve a calcular.

En este momento se tienen dos alternativas, que se desarrollan a continuación.

4. DOS FORMAS DISTINTAS DE CÁLCULO PARA PERÍODOS SUCEIVOS

La primera es **recalcular las probabilidades** usando la obtenida en el periodo anterior como **nueva probabilidad *a priori*** y trabajando con la realización del segundo año únicamente (la del primero está implícita en la nueva probabilidad *a priori*).

La segunda es **agrupar los dos años** y tomarlos como un solo período bianual en el cual la probabilidad *a priori* es la que se consideró al comienzo, la realización es la suma de las realizaciones de los dos años, y el valor esperado de la variable aleatoria para el período bianual es el doble del valor esperado considerado anteriormente.

En los periodos sucesivos el primer método toma las probabilidades *a priori* del período anterior y la realización del actual, mientras que el segundo parte siempre de la inicial sumando todas las realizaciones y multiplicando el valor esperado por la cantidad de períodos observados.

Expresado en fórmulas para el caso de una distribución de siniestros Poisson tenemos:

Si se recalculan año a año las probabilidades de pertenencia

$$P(x_1 / Gi) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_1}}{x_1!}$$

Donde

λ es el valor que caracteriza a cada grupo Gi

x_1 de cantidad de siniestros observados en el primer año

$P(Gi)$ = Probabilidad asignada *a priori* de pertenencia a Gi

$$P(x_1) = \sum_{i=1}^n P(x_1 / Gi)P(Gi)$$

$$P(Gi / x_1) = \frac{P(x_1 / Gi)P(Gi)}{P(x_1)}$$

Y esta última probabilidad para cada grupo es la que se toma como nueva $P(Gi)$ para las etapas siguientes. Se interpreta como la probabilidad de que el asegurado provenga de la categoría Gi dado que en el primer año de experiencia siniestral se observaron x_1 siniestros. Al año siguiente se observan x_2 siniestros con

$$P(x_2 / Gi) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^{x_2}}{x_2!}$$

Donde

λ es el valor que caracteriza a cada grupo Gi .

x_2 es la cantidad de siniestros observados en el segundo año.

$P(Gi) = P(Gi / x_1)$ es la probabilidad calculada por el modelo en el período anterior como resultado de la experiencia acumulada hasta el momento.

$$P(x_2) = \sum_{i=1}^n P(x_2 / Gi)P(Gi)$$

$$P(Gi / x_2) = \frac{P(x_2 / Gi)P(Gi)}{P(x_2)}$$

Y se obtiene un nuevo vector de valores para $P(Gi)$ incorporando la información siniestral del segundo año. Este dato se usará en el período siguiente y así sucesivamente.

Si se agrupa la experiencia de los "t" primeros años

$$P\left(\sum_{j=1}^t x_j / Gi\right) = \frac{e^{-t * \lambda_i} (t * \lambda_i)^{\sum_{j=1}^t x_j}}{\sum_{j=1}^t x_j!}$$

Donde:

λ es el valor que caracteriza a cada grupo Gi.

$t * \lambda_i$ es la cantidad esperada de siniestros para un asegurado del grupo Gi al cabo de "t" períodos. Por propiedad de la distribución Poisson, al multiplicar el tiempo de exposición por un escalar, se multiplica la esperanza de la variable aleatoria en la misma magnitud. Al acumular "t" períodos de exposición, el valor esperado de la variable aleatoria será $t * \lambda_i$.

$\sum_{j=1}^t x_j$ es la cantidad de siniestros observados del asegurado desde el comienzo y hasta el período actual (período "t")

$P(Gi)$ = Probabilidad asignada al inicio de pertenencia a Gi (se mantiene constante en todos los períodos)

$$P(\sum_{j=1}^t x_j) = \sum_{i=1}^n P(x_j / Gi) P(Gi)$$

$$P(Gi / \sum_{j=1}^t x_j) = \frac{P(\sum_{j=1}^t x_j / Gi) P(Gi)}{P(\sum_{j=1}^t x_j)}$$

De esta forma se tiene la probabilidad de que el asegurado provenga de cada grupo dada la cantidad acumulada de siniestros que vino teniendo en los “t” periodos observados.

Nos proponemos demostrar que ambos métodos dan exactamente los mismos resultados en todas las etapas.

Para cumplir la demostración, se analizan teóricamente los resultados obtenidos a partir de cada una de las metodologías. En ambos casos se realizan aplicaciones sucesivas del Teorema de Bayes, donde existe una cantidad finita de grupos de riesgo $G = \{G_a; G_b; G_c; \dots G_n\}$ y “h+1” periodos observados que implican “h+1” realizaciones de la variable aleatoria “cantidad de siniestros” $X = \{x_0; x_1; \dots x_h\}$. Cada X_i es el resultado de un año de observación.

	Agrupando por años	Recalculando probabilidades
x_0	$p(x = x_0 / G = G_k) = \frac{\lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{x_0!}$ $p(x_0 / G_k) p(G_k) = p(G_k) \frac{\lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{x_0!}$ $p(G_k / x_0) = \frac{p(G_k) \frac{\lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{x_0!}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \frac{\lambda_i^{x_0} e^{-\lambda_i}}{x_0!}}$ $p(G_k / x_0) = \frac{p(G_k) \lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0} e^{-\lambda_i}}$	$p(x = x_0 / G = G_k) = \frac{\lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{x_0!}$ $p(x_0 / G_k) p(G_k) = p(G_k) \frac{\lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{x_0!}$ $p(G_k / x_0) = \frac{p(G_k) \frac{\lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{x_0!}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \frac{\lambda_i^{x_0} e^{-\lambda_i}}{x_0!}}$ $p(G_k / x_0) = \frac{p(G_k) \lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0} e^{-\lambda_i}}$
x_1	$p(x = x_0 + x_1 / G = 2G_k)$	$p(x = x_1 / G = G_k) = \frac{\lambda_k^{x_1} e^{-\lambda_k}}{x_1!}$

	$= \frac{(2\lambda_k)^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_k}}{(x_0 + x_1)!}$ $p(x_0 + x_1/2G_k)p(G_k)$ $= p(G_k) \frac{(2\lambda_k)^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_k}}{(x_0 + x_1)!}$ $= \frac{p(G_k/x_0 + x_1)}{(x_0 + x_1)!} \frac{p(G_k)(2\lambda_k)^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \frac{(2\lambda_i)^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_i}}{(x_0 + x_1)!}}$ $= \frac{p(G_k/x_0 + x_1)}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_k}} \frac{p(G_k)\lambda_i^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_i}}$	$= \frac{p(x_1/G_k) p(G_k/x_0)}{\lambda_k^{x_1} e^{-\lambda_k} p(G_k) \lambda_i^{x_0} e^{-\lambda_k}}$ $= \frac{x_1!}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0} e^{-\lambda_i}} \frac{p(G_i/x_1)}{\lambda_i^{x_1} e^{-\lambda_i} p(G_k) \lambda_k^{x_0} e^{-\lambda_k}}$ $= \frac{\lambda_s^{x_1} e^{-\lambda_s}}{x_1!} \frac{p(G_s) \lambda_s^{x_0} e^{-\lambda_s}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0} e^{-\lambda_i}}$ $= \frac{p(G_i/x_1)}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_i}} \frac{p(G_i)\lambda_i^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_i}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1} e^{-2\lambda_i}}$
x_h	... $p(x = x_0 + x_1 + \dots + x_h/G = hG_k)$ $= \frac{(h\lambda_k)^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_k}}{(x_0 + x_1 + \dots + x_h)!}$ $p(x_0 + x_1 + \dots + x_h/hG_k)p(G_k)$ $= p(G_k) \frac{(h\lambda_k)^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_k}}{(x_0 + x_1 + \dots + x_h)!}$ $= \frac{p(G_k/x_0 + x_1 + \dots + x_h)}{(x_0 + x_1 + \dots + x_h)!} \frac{p(G_k)(h\lambda_k)^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \frac{(h\lambda_i)^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_i}}{(x_0 + x_1 + \dots + x_h)!}}$ $= \frac{p(G_k/x_0 + x_1 + \dots + x_h)}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_k}} \frac{p(G_k)\lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_i}}$	... $p(x = x_h/G = G_k) = \frac{\lambda_k^{x_h} e^{-\lambda_k}}{x_h!}$ $p(x_h/G_k) p(G_k/x_0; x_1 \dots; x_{h-1})$ $= \frac{\lambda_k^{x_h} e^{-\lambda_k}}{x_h!} \frac{p(G_k)\lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_{h-1}} e^{-\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_{h-1}} e^{-\lambda_i}}$ $= \frac{p(G_i/x_1)}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_{h-1}} e^{-\lambda_k}} \frac{\lambda_k^{x_h} e^{-\lambda_k}}{x_h!} \frac{p(G_k)\lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_{h-1}} e^{-\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_{h-1}} e^{-\lambda_i}}$ $= \frac{\lambda_s^{x_h} e^{-\lambda_s}}{x_h!} \frac{p(G_s)\lambda_s^{x_0+x_1+\dots+x_{h-1}} e^{-\lambda_s}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_{h-1}} e^{-\lambda_i}}$ $= \frac{p(G_k)\lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_k}}{\sum_{i=a}^n p(G_i) \lambda_i^{x_0+x_1+\dots+x_h} e^{-h\lambda_i}}$

Mediante la agrupación por años o recalculando probabilidades se alcanzan resultados idénticos en cada una de las etapas del proceso, por lo que ambos métodos pueden utilizarse indistintamente.

Continuando con el ejemplo precedente, suponiendo que la segunda realización es 4. **Recalculando** se toman las probabilidades del paso anterior como nuevas probabilidades *a priori* y se calculan las nuevas con el dato observado de 4 siniestros. **Agrupando** se mantienen las probabilidades *a priori* de 0,2, pero el valor esperado de siniestros de cada grupo se duplica (4, 10, 14, 18, 30) y los siniestros observados son la suma de los dos años: $5+4=9$.

Por ambos métodos se obtiene el nuevo vector de probabilidades

λ (Gi)	2	5	7	9	15
P(Gi)	0,06819654	0,64484535	0,24402255	0,04290938	0

Se descarta completamente la categoría de $\lambda=15$ ya que es imposible obtener 2 realizaciones seguidas tan alejadas de la media, y se concentró la probabilidad entre el $\lambda=5$ y $\lambda=7$ con prioridad para el primero.

Una nueva realización de 4 confirma aún más la suposición de que se trata del grupo G_2 asignándole una confianza cercana al 80%

λ (Gi)	2	5	7	9	15
P(Gi)	0,0430241	0,7911922	0,1556609	0,0101225	0

Si la siguiente es 6, desvía probabilidad de 2 y 9 hacia $\lambda=7$ a la vez que reafirma aún más el G_2

λ (Gi)	2	5	7	9	15
P(Gi)	0,0036884	0,8244522	0,1652883	0,006571	0

Y con una realización final de 3 termina por confirmar el grupo con una confianza del 92%

λ (Gi)	2	5	7	9	15
P(Gi)	0,0053197	0,9250235	0,0688691	0,0007875	0

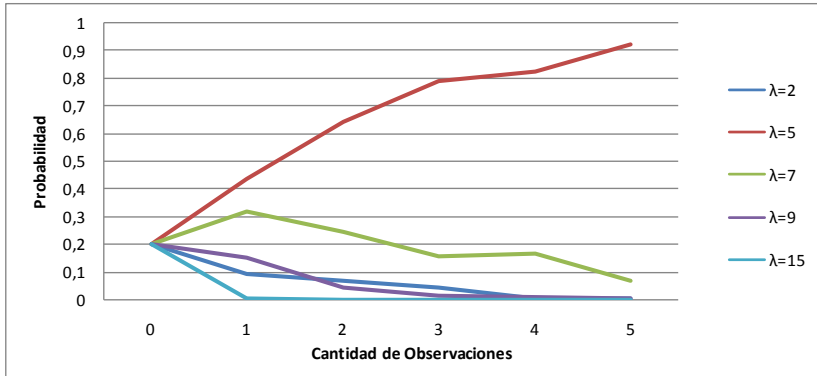
Este vector final de probabilidades de 5 pasos debe leerse como: Hay una probabilidad de 0,5% de que el asegurado provenga del grupo con $\lambda=2$, un 92,5%

de $\lambda=5$, un 6,9% de $\lambda=7$, un 0,1% de $\lambda=9$ y se descarta que provenga de $\lambda=15$. La confianza en el grupo elegido converge a la certeza a medida que se aumenta el tamaño de muestra. El proceso realizado se resume en el siguiente cuadro:

Cant.Obs.	Valor observado	$\lambda=2$	$\lambda=5$	$\lambda=7$	$\lambda=9$	$\lambda=15$
0	-	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
1	5	0,089788918	0,436555372	0,317753652	0,1510859	0,00481616
2	4	0,068196548	0,644845354	0,244022554	0,04290938	0,00002616
3	4	0,043024145	0,791192246	0,155660921	0,01012257	0
4	6	0,003688409	0,824452213	0,165288375	0,006571	0
5	3	0,005319733	0,925023594	0,068869158	0,00078751	0

Estas trayectorias se observan en el Gráfico 4.1.

Gráfico 4.1 Trayectorias de probabilidad



El gráfico de trayectorias de probabilidad muestra cómo se van reasignando las probabilidades con las sucesivas realizaciones del proceso. El comportamiento de estas trayectorias, con sus cruces y convergencias, permite estudiar la eficacia del modelo. Se puede ver gráficamente el impacto de alteraciones en las condiciones iniciales. No solo se buscan analizar sus valores finales, sino integrar los intermedios al proceso para obtener conclusiones más ricas. Diferentes variaciones generarán trayectorias definidas u oscilantes. En el Anexo se describe el proceso de simulación que se utiliza para simular gran cantidad de trayectorias bajo distintos escenarios y obtener las conclusiones que se desarrollan a lo largo del trabajo.

5. VARIANTES SEGÚN LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DEL RIESGO

Otra de las características interesantes del modelo de Credibilidad basado en la inferencia bayesiana es que permite trabajar con cualquier función de distribución de probabilidad discreta asociada a la variable aleatoria "Cantidad de siniestros por año".

Por sus propiedades las dos más utilizadas son Poisson y Binomial:

Poisson

Se utiliza cuando un mismo asegurado puede tener más de un siniestro dentro del período, es decir, en seguros patrimoniales (autos, responsabilidad civil, incendio) y en coberturas de ART que cubre accidentes laborales.

Su esperanza es igual a su varianza. " λ " será la característica que definirá al grupo y buscaremos cual de los valores posibles es el " λ del asegurado".

Las fórmulas serán

$$P(x/Gi) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} \quad \text{Utilizando el } \lambda \text{ que caracteriza a cada grupo } Gi$$

$P(Gi)$ = Probabilidad asignada a priori de pertenencia a Gi

$$P(x) = \sum_{i=1}^n P(x/Gi)P(Gi)$$

$$P(Gi/x) = \frac{\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} P(Gi)}{\sum_{i=1}^n \frac{e^{-\lambda_i} \lambda_i^x}{x!} P(Gi)}$$

Binomial

Se utiliza cuando cada asegurado puede tener como máximo un siniestro. La cantidad de siniestros posibles está limitada como máximo a la cantidad de asegurados. Se utiliza en seguros de vida y cobertura de ART donde el siniestro cubierto es la muerte del empleado. El parámetro "n" será la cantidad de expuestos a riesgo, que podemos fijar en 100 para comparar proporcionalmente empresas con diferente cantidad de expuestos, y el parámetro que identificará a la categoría es "p", la probabilidad de que ocurra el siniestro. Buscaremos entonces la "p" de cada asegurado que estará dada por el cociente entre la cantidad de siniestros y la cantidad de expuestos.

Las fórmulas serán

$$P(x/Gi) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Utilizando el "p" que caracteriza a cada grupo Gi

$P(Gi)$ = Probabilidad asignada a priori de pertenencia a Gi

$$P(x) = \sum_{i=1}^n P(x/Gi)P(Gi)$$

$$P(Gi/x) = \frac{\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} P(Gi)}{\sum_{j=1}^n \binom{n}{x} p_i^x (1-p_i)^{n-x} P(Gi)}$$

6. ANÁLISIS DE DISPERSIÓN

El estudio de la influencia de la varianza de la distribución utilizada para cada grupo y la cercanía entre ellos remite directamente a la medida de “ruido” en los datos que utiliza Bühlmann en su aproximación lineal a Bayes, conocida como “K de Bühlmann”⁶.

Este método aproxima linealmente el resultado de Bayes asignando un ponderador “z” al grado de confianza que tenemos en la historia siniestral del asegurado y su complemento “(1-z)” a la confianza sobre el dato genérico del mercado.

Ese nivel de confianza z, que crece a medida que aumentan las unidades expuestas a riesgo observadas “n”, lo obtiene a partir del cociente $z = n / n+k$ donde “k” es esta medida de ruido en los datos antes mencionada. Mayores valores de “n” van diluyendo la importancia del “k” convergiendo a $z=1$, es decir, confianza plena en la historia siniestral del asegurado.

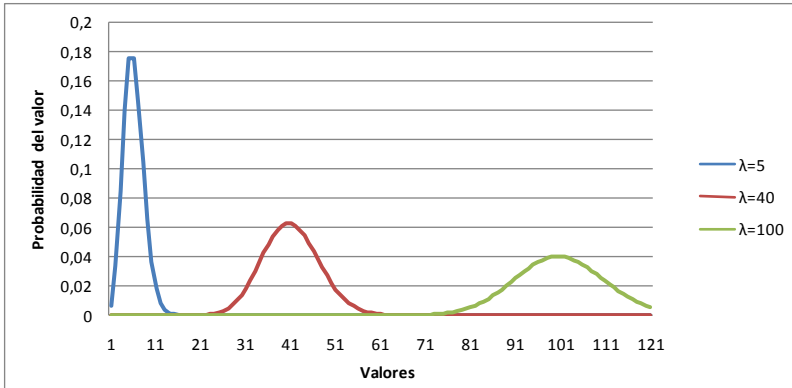
“K” se obtiene como EVP / VMH , el cociente entre el “Valor Esperado de la Varianza del Proceso” y la “Varianza de las Medias Hipotéticas”. Este mismo concepto aparece en el modelo puro de Bayes, aunque no es mencionado por la bibliografía tradicional.

La EVP representa el promedio de las varianzas propias de cada grupo, que vienen dadas por su distribución. En el modelo Poisson, es el “λ” que caracteriza al grupo. $\lambda = \text{Esperanza} = \text{Varianza}$. Cuanto mayor sea el λ del grupo mayor será su varianza y por ende su desvío típico.

Esto puede verse claramente graficando la función de probabilidad de una Poisson de media 5, otra de 40 y otra de 100. Cada curva es más aplanada que la anterior, porque tiene mayor desvío. Cuanto mayor sea el rango de valores probables alejándose de la media, más superposición de curvas y por ende más ruido se tendrá.

⁶ Mahler, Howard. “Credibility” en *Foundations of Casualty Actuarial Science* (1989).

Gráfico 6.1 Aproximaciones continuas a la distribución de Poisson



El EVP es la variabilidad interna promedio de los grupos. Cuanto mayor sea se tendrá más dispersión dentro de cada uno.

Lo que determina si habrá superposición o no, luego de analizada la EVP, es que tan lejos están los valores. Esto es, la varianza entre grupos. No la interna de cada uno, sino la que se genera por la diferencia entre las medias hipotéticas de cada uno. Esto es lo que llamamos VMH, Varianza de las Medias Hipotéticas.

Para la distribución Poisson con grupos inicialmente equiprobables,

$$EVP = \sum_{i=1}^n V(G_i) * P(G_i) = \sum_{i=1}^n \lambda_i * (1/n) = \bar{\lambda}$$

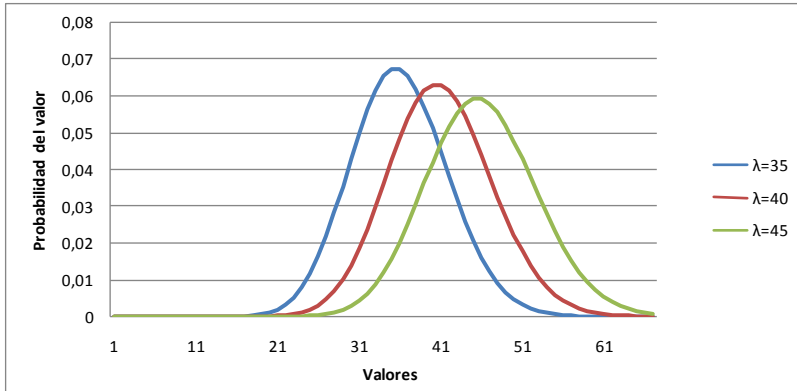
$$VMH = E(X^2) - E^2(X) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 P(G_i) - \bar{\lambda}^2$$

La EVP y la VMH sumadas conforman la Varianza Total.

En el gráfico anterior los valores están bien separados, por lo que a pesar de que dos de ellos tienen mucha varianza, no se llega a producir superposición de curvas.

Pero si los valores estuvieran cercanos, como el siguiente ejemplo, la distancia entre ellos (VMH) no alcanza a compensar la fuerte variabilidad interna (EVP) y quedan zonas de superposición inevitables.

Gráfico 6.2 Aproximaciones continuas a la distribución de Poisson



El valor 40 es generado casi indistintamente por los tres grupos. Se necesitarían muchos pasos para lograr distinguirlos.

Queda visto entonces que una mayor VMH implica mayor separación entre los grupos, lo cual es indispensable a la hora de distinguirlos.

Como un factor aumenta el ruido en el modelo y el otro lo disminuye, lo más sencillo es crear un indicador que los refleje a partir de su cociente.

$$K = \frac{EVP}{VMH} = \frac{\text{Esperanza de las Varianzas del Proceso}}{\text{Varianza de las Medias Hipotéticas}}$$

Se deriva de esta forma, a partir del modelo de credibilidad de Bayes, la medida de incertidumbre conocida en la bibliografía tradicional como "K" de Bühlmann. Podemos definirla como un indicador del grado de incerteza que tendremos en la aplicación del modelo.

Al aumentar la EVP, aumenta la variabilidad interna de cada grupo, aplanando las curvas y generando superposición que implica ruido y menos precisión del modelo.

Al aumentar la VMH, aumenta la distancia entre las medias, separando las curvas y evitando las superposiciones y el ruido consecuente. Hace más preciso al modelo, es decir, que encuentra el resultado correcto con más probabilidad mayor cantidad de veces.

Al disminuir cada factor, se produce el efecto opuesto. De la combinación de EVP y VMH que generen las categorías establecidas depende el "K" y por ende el nivel de acierto esperado del método.

Puede establecerse la precisión en función del K de los datos. A continuación se presentan dos ejemplos:

Ejemplo 6.1

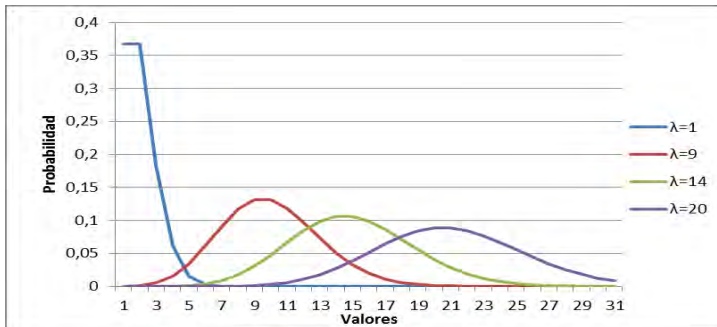
Las categorías son A=1, B=9, C=14, D=20. Todas con igual probabilidad inicial.

$$EVP = 0,25 * (1+9+14+20) = 11$$

$$VMH = 0,25 * (1^2 + 9^2 + 14^2 + 20^2) - 11^2 = 48,5$$

$$K = 11 / 48,5 = 0,226$$

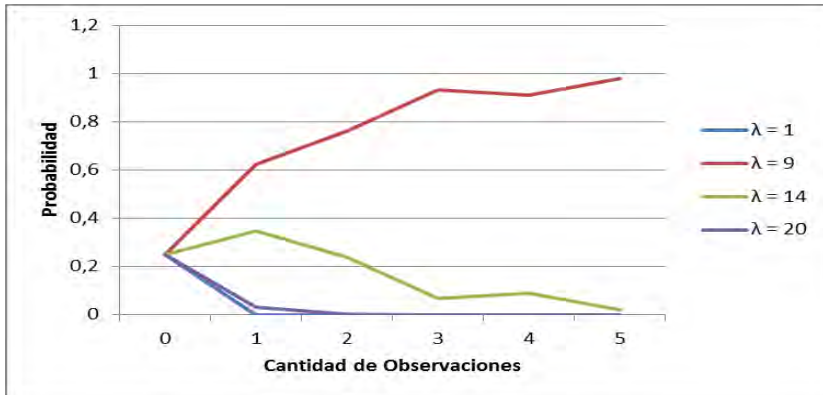
Gráfico 6.3 Aproximaciones Continuas a la distribución de Poisson



$K=0,226$ es un valor bajo, lo que indica que no hay excesiva superposición entre los grupos. La separación entre ellos es más grande que su variabilidad interna y no genera demasiado ruido, como se muestra en el Gráfico 6.3.

Cada sucesión aleatoria de cinco valores generará una trayectoria distinta para las probabilidades de cada grupo. Cuanto más alta sea la probabilidad final de la categoría, tendremos mayor nivel de confianza en el resultado. En el Gráfico 6.4 se ve una de las trayectorias generadas por los valores observados 10, 10, 8, 12 y 8 para un riesgo de $\lambda=9$.

Gráfico 6.4. Trayectorias de probabilidad



La probabilidad del Grupo $\lambda=9$ va aumentando con el pasar de las observaciones hasta alcanzar un nivel de confianza determinado en el quinto paso. Simulando gran cantidad de estas trayectorias se puede determinar en qué porcentaje de los casos se alcanza cada nivel de confianza.

En el 82,6% de los casos el modelo llegó al valor correcto asignándole un nivel de confianza (expresado por su probabilidad final) mayor al 90%, en un 71,5% la confianza fue mayor al 95% y en un 52,9% superó el 99%.

Grado de confianza	90%	95%	99%
Probabilidad de superarlo	82,6%	71,5%	52,9%

Ejemplo 6.2

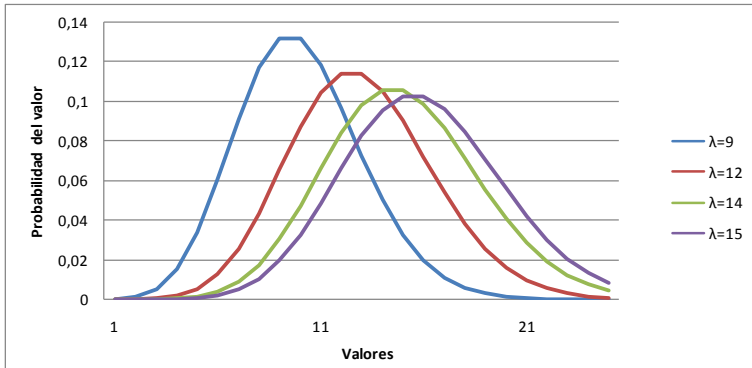
Las categorías son A=9, B=12, C=14, D=15. Todas con igual probabilidad inicial.

$$EVP = 0,25 * (9+12+14+15) = 12,5$$

$$VMH = 0,25 * (9^2 + 12^2 + 14^2 + 15^2) - 12,5^2 = 5,25$$

$$K = 12,5 / 5,25 = 2,38$$

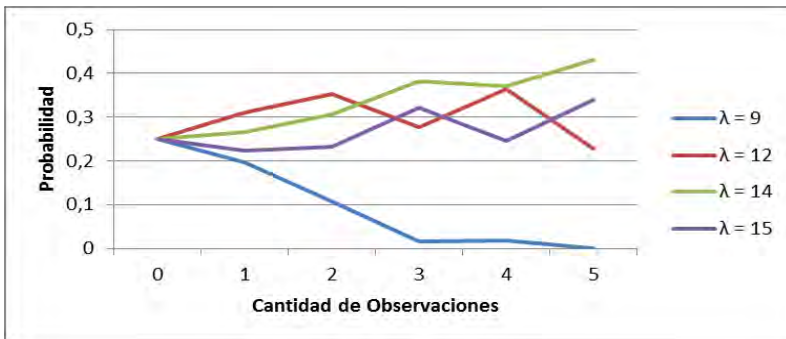
Gráfico 6.5 Aproximaciones continuas a la distribución de Poisson



Los valores de K mayores a 1 indican que la superposición y el ruido son significativos. Se necesitarán muchas observaciones para encontrar el valor correcto. Las trayectorias serán oscilantes, no se definirá un candidato firme.

Las observaciones fueron 12, 13, 16, 11 y 17.

Gráfico 6.6 Trayectorias de probabilidad



En la simulación de 5 etapas obtenemos

Grado de confianza	30%	35%	40%	45%
Probabilidad de superarlo	82%	71%	52%	0%

El modelo no pudo resolver el grupo correcto con una confianza significativa, como se observa en el Gráfico 6.6. Comprobado que el índice K anticipa la superposición de la gráfica, se comprueba por simulación que también repercutirá en la confianza alcanzada.

7. ANÁLISIS DE DATOS

Cercanía entre grupos

El principal problema del modelo se da cuando los grupos están muy cercanos entre sí. Esto es, cuando hay poca distancia entre el valor esperado de grupos contiguos. Al estar cerca, dos grupos distintos pueden generar la misma cantidad de siniestros en un período lo cual no permite distinguir de forma limpia de cuál de los dos proviene el riesgo. Por la varianza de la variable aleatoria se generan áreas grises de realizaciones que no permiten determinar el grupo. Cuantos más sean y más cercanos estén, más se superponen las áreas grises y una misma observación puede provenir de una realización a un desvío típico a la derecha de la media de una categoría, sobre la media de otra y un desvío típico a la izquierda de otra. En ese caso el dato sirve pero sólo para aumentar la probabilidad de estos tres datos en detrimento de los otros, pero no ayuda a definir cuál de los tres es el correcto.

Ejemplo 7.1.1

Si se tienen categorías inicialmente equiprobables de $\lambda=4$, $\lambda=6$, $\lambda=8$, $\lambda=9$ y el riesgo tiene $\lambda=8$, este valor de λ implica que la variable tomará el valor 5 en el 6% de los casos, 6 en el 10%, 7, 8 y 9 en el 13% cada uno, 10 en el 11% y 11 en el 8%. Su coeficiente de variación (Desvío/Media) es elevado: 35%

La primera realización puede ser 9, que nos genera un vector de probabilidades

G_i	4	6	8	9
$P(G_i)$	0,039156863	0,20372309	0,36719768	0,38992237

Descartando el 4 pero manteniendo posibles los otros valores. La siguiente puede ser 7 resaltando a los favoritos pero sin definirse por ninguno

G_i	4	6	8	9
$P(G_i)$	0,01831412	0,22032728	0,4026337	0,3587249

La próxima podrá ser 6 haciendo nuevamente borrosa la distinción

Gi	4	6	8	9
P(Gi)	0,016015371	0,29701462	0,41272724	0,27424277

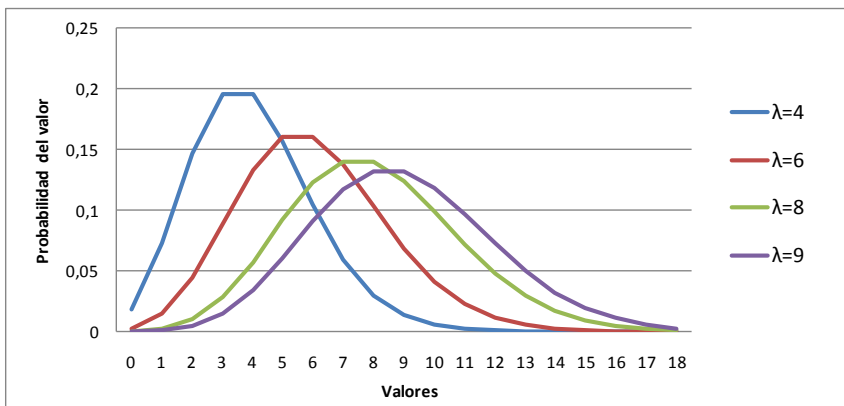
Y la siguiente nuevamente 6 arrojando un resultado ambiguo

Gi	4	6	8	9
P(Gi)	0,013374808	0,38237277	0,40403197	0,2002204

Luego de varios períodos convergirá a 8, neutralizando los efectos del azar, pero tomará muchos más períodos por esta cercanía de los candidatos. El modelo confunde la realización de 6 con la esperada de un grupo con media 6. No se define por ella porque reconoce que la realización de 9 obtenida al principio sería poco probable, entonces el resultado queda indefinido.

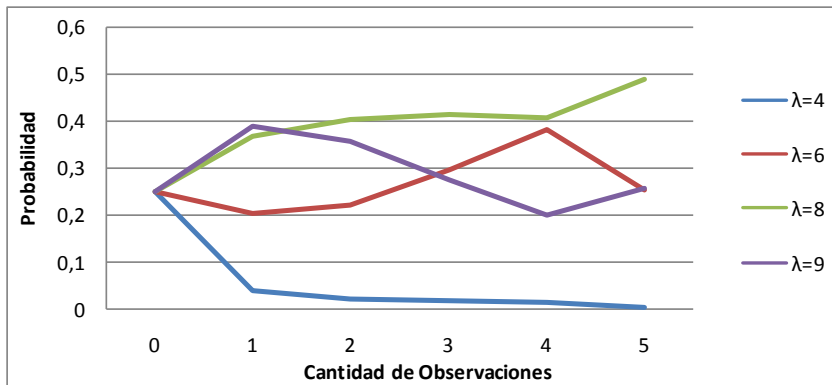
El Gráfico 7.2.1 muestra lo que ocurre hasta la quinta realización hipotética.

Gráfico 7.1.1 Aproximaciones continuas a distribuciones Poisson



La forma en que estas campanas se superponen es la que genera distorsiones a la aplicación del modelo, pudiendo incluso conducir a resultados erróneos.

Gráfico 7.1.2 Trayectorias de probabilidad



Se observa que cuanto más separados estén los grupos, mejor será la convergencia. Aunque también es cierto que si están demasiado separados no será necesario modelo porque con una sola realización se podrá determinar con certeza de qué grupo se trata. El modelo funciona para los casos intermedios.

Ejemplo 7.1.2

Se tienen categorías que son, en principio, equiprobables de $\lambda=50$, $\lambda=52$), $\lambda=54$) y $\lambda=56$. Esto es, esperanzas medias superiores y asimismo una mayor dispersión de los datos. Suponemos una muestra aleatoria generada por una categoría de riesgo de $\lambda=54$.

La variable tiene un 4,8% de probabilidad de tomar el valor 50, 5,1% 51, 5,3% 52, 5,4% 53, 5,4% 54, 5,3% 55, 5,1% 56 y 4,8% 57 por mencionar solo los valores más probables. Se observa que esto generará resultados difusos si las otras categorías estás cercanas, ya que es prácticamente igual de probable obtener cada valor independientemente del grupo. Su coeficiente de variación es del 14%.

Su primera realización genera el valor $x_1=54$; y el vector de probabilidades condicionales

G_i	50	52	54	56
$P(G_i)$	0,226189525	0,25449769	0,26434881	0,25496398

Una segunda realización aleatoria $x_2=55$

G_i	50	52	54	56
$P(G_i)$	0,19176073	0,25247346	0,28287409	0,27289172

Luego $x_3=52$

Gi	50	52	54	56
P(Gi)	0,195065885	0,26716653	0,28831828	0,2494493

Luego $x_4=50$

Gi	50	52	54	56
P(Gi)	0,22207099	0,2925301	0,28196326	0,20343564

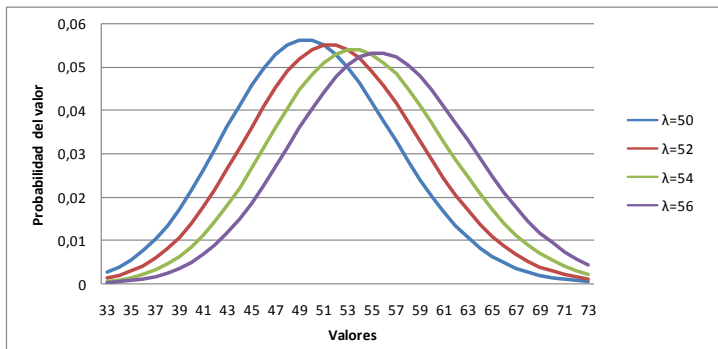
Por último $x_5=50$

Gi	50	52	54	56
P(Gi)	0,249133925	0,31563824	0,27173365	0,16349419

Como puede verse, la conclusión alcanzada por el método es errónea. En este caso la distorsión no está dada únicamente por la cercanía entre los grupos, sino también porque la dispersión de los datos, medida a través del desvío típico, influye aumentando el rango de valores probables que podrían ser resultado de una generación azarosa.

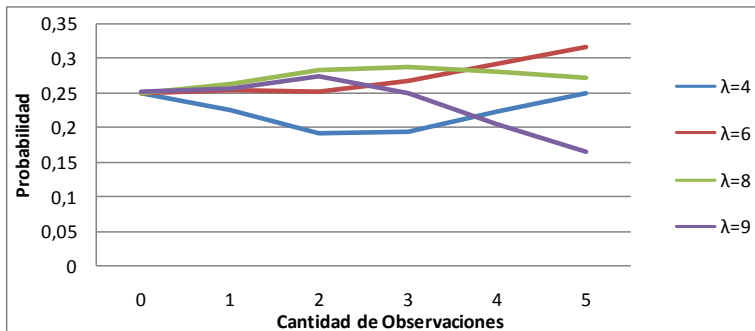
En el gráfico 7.1.3 se observa el origen de esta distorsión.

Gráfico 7.1.3 Aproximaciones continuas a la distribución de Poisson



En este caso la superposición de las campanas es todavía más marcada haciendo difícil poder discernir entre muestras tomadas de una u otra población.

Gráfico 7.1.4 Trayectorias de probabilidad



Grupos equidistantes

Otra variable a analizar es la distancia entre los grupos, es decir la diferencia entre el valor de cada grupo y sus contiguos. En principio parece ideal que estén equiespaciados, lo que significa que esta distancia sea la misma para cualquier par de valores consecutivos. Pero ¿No es agregar otro supuesto demasiado fuerte al modelo pedirle esto? Los grupos deben definirse según las observaciones que hayamos hecho de la historia de la compañía, no sería común que esta arroje valores probables distribuidos de este modo. En principio no hay ninguna causa que nos permita suponer que los valores están equiespaciados, por lo que forzar al modelo a que lo estén es restarle aplicabilidad. En nuestras simulaciones del modelo no se vieron ventajas significativas entre grupos equiespaciados y grupos que no lo están. La velocidad de convergencia y el nivel de acierto del método fueron similares, dependiendo más de otros factores –como su magnitud y cantidad- que de la distancia. Concluimos que no aporta al modelo exigir que los valores de grupos equidisten, se deben tomar como la historia evidencie.

8. EL CASO DE UN RIESGO CUYO λ NO ESTÁ DENTRO DE LAS CATEGORÍAS PREESTABLECIDAS

Al comienzo se hizo el supuesto no menor de que cada riesgo está asociado a una frecuencia siniestral representada por cada una las categorías. Pero ¿Qué ocurre si nos encontramos con un asegurado cuyo “ λ ” no está contemplado por ninguno de los grupos definidos? ¿Qué resultado dará el modelo?

Más grave que llegar a un resultado inválido que nos avise que el riesgo es de otra categoría sería que se defina por alguna categoría errónea y no se pueda distinguir que el riesgo no cumple los supuestos iniciales, porque lo estaríamos

encasillando en un grupo que no le corresponde sin saberlo. Lo grave sería que la probabilidad convergiera acercándose a 1 en alguna de las categorías contiguas.

La simulación arrojó buenos resultados al respecto. Se observa que cuando el valor esperado de la variable aleatoria es distinto de los preestablecidos, las sucesivas realizaciones van variando la probabilidad del grupo inmediato inferior e inmediato superior sin convergencia. Cuando producto del azar la variable aleatoria Poisson arroja una realización con valores superiores a su esperanza, aumenta la probabilidad de que el grupo sea el superior y se disminuyen las restantes. Cuando arroja valores menores a la media aumenta la probabilidad del grupo menor, también en detrimento de los otros. Y cuando coincide con el valor de la media, aumentan ambos contiguos pero en menor proporción. De esta forma en los pasos sucesivos, quedan “compitiendo” los grupos contiguos y tienden a nulas las probabilidades de los otros.

De esta forma se tiene una solución parcial al problema, pero ¿Cómo se determina cuál es el valor puntual del asegurado? El modelo también auxilia esta situación, ya que la distribución de la probabilidad entre ambos grupos contiguos converge proporcionalmente a la distancia entre el valor verdadero y el de cada categoría. La forma de obtenerlo es a partir de una combinación lineal entre $\lambda(G_i)$ y $\lambda(G_{i+1})$ tomando las probabilidades de cada uno como ponderadores. La expresión formal es

$$\lambda = P(G_i) * \lambda(G_i) + P(G_{i+1}) * \lambda(G_{i+1})$$

Donde

λ es el valor verdadero del asegurado

$\lambda(G_i)$ es el valor del grupo inferior que mantiene probabilidad positiva

$P(G_i)$ es la probabilidad de ese grupo calculada por el modelo

$\lambda(G_{i+1})$ es el valor del grupo superior que mantiene probabilidad positiva

$P(G_{i+1})$ es la probabilidad de ese grupo calculada por el modelo

Como se espera que las probabilidades de los demás grupos converjan en 0, puede reexpresarse como

$$\lambda = P(G_i) * \lambda(G_i) + [1 - P(G_{i+1})] * \lambda(G_{i+1})$$

En adelante se puede incluir este valor como nueva categoría para futuras fijaciones de precio en el caso de observar que se repite con cierta frecuencia. De esta forma el modelo convierte lo que es un obstáculo para otros métodos en una fuente de información para mejorar la adecuación de las condiciones iniciales.

CONCLUSIONES

De la investigación realizada surgen varios factores que influyen en los resultados y condiciones de aplicación del modelo. Estas relaciones, una vez identificadas, son disparadores de múltiples análisis –individuales y conjuntos– sobre cada factor.

Las principales conclusiones obtenidas a partir del análisis cualitativo y cuantitativo desarrollado son:

1. El proceso de determinación *a priori* de las categorías de riesgo existentes constituye parte esencial del modelo. Se deben elegir de forma tal que haya cantidad suficiente de grupos como para que cada asegurado esté realmente representado dentro del propio, pero no demasiados para que el modelo logre dar por resultado una única categoría bien distinguida.
2. Las fórmulas de cálculo para períodos sucesivos propuestas, recalculando probabilidades o agrupando años, arrojan idénticos resultados en todos los períodos. Con la demostración desarrollada pueden aplicarse indistintamente.
3. La función de distribución de la probabilidad de ocurrencia del siniestro influye en la velocidad de convergencia principalmente a través de su varianza. Cuanto más varianza tenga cada categoría, mayor será la superposición de sus gráficas y los resultados serán menos contundentes. De esta forma, se espera mayor velocidad de convergencia si se supone que cada riesgo se distribuye Binomial que si se distribuye Poisson, ya que la varianza de la segunda coincide con su esperanza mientras que la varianza de la primera es siempre menor que su media.
4. La “K de Bühlmann” desarrollada por el matemático suizo en su aproximación lineal también puede deducirse a partir de análisis dentro del campo de la teoría de credibilidad bayesiana. Funciona como un indicador del ruido que tendrá el modelo para encontrar la categoría y por ende también de la velocidad de convergencia. A mayor “K”, menor velocidad de convergencia. Esto es el equivalente a afirmar dentro del modelo de Bühlman que a mayor “K” serán necesarias más observaciones para que el ponderador alcance la unidad y por ende credibilidad total.
5. La velocidad de convergencia es mayor si el asegurado proviene de un grupo que se encuentra en los extremos de los previstos originalmente. Es decir, es mucho más fácil detectar a un asegurado cuyos siniestros son muy pocos o muchos, porque se evita la confusión entre las categorías intermedias.
6. La cercanía entre los grupos es un factor clave para anticipar la velocidad. Si los grupos están cercanos, sus gráficas estarán superpuestas y la información que dará cada realización será ambigua ya que la misma realización puede

proceder de cualquiera de las categorías cercanas. Cuanto más separados estén los grupos, mayor será la velocidad de convergencia del modelo porque podrá distinguir mejor entre ellos.

7. Que los grupos sean equiespaciados no parece influir significativamente. En principio se obtienen resultados similares si los grupos que se toman tienen una distancia fija entre ellos o si esta distancia no es pareja. Se recomienda no forzar que los grupos sean equiespaciados sino respetar las estadísticas del mercado al momento de determinar los grupos *a priori*.

8. Cuando el " λ " del asegurado es distinto de los preestablecidos, las sucesivas realizaciones van asignando la probabilidad entre el grupo inmediato inferior e inmediato superior sin convergencia. Esto es un acierto del modelo ya que advierte la anomalía y permite detectarla. También se ofrece una alternativa cuando ocurre esta situación, que es la de calcular el " λ " correcto a partir de una combinación lineal de los " λ " de los grupos contiguos. Se debe aclarar que este nuevo " λ " también será oscilante con las sucesivas realizaciones y tendrá una velocidad de convergencia de segundo orden hacia su valor real. "De segundo orden" porque subyace la oscilación de las probabilidades de los grupos que impacta en la oscilación del " λ " calculado a partir de ellas.

Queda abierto, tras la identificación inicial realizada en este trabajo en forma principalmente cualitativa, el camino a investigaciones futuras específicas en cada uno y la simulación de escenarios que sometan a prueba su impacto.

La incorporación de trayectorias de probabilidad para el análisis dinámico de los resultados del modelo permite incorporar otras áreas de la matemática al análisis. Simulando estas trayectorias para distintas condiciones iniciales se obtienen probabilidades sobre las probabilidades finales de cada grupo, dándole una dimensión de exploración más rica y compleja.

Quedan planteados entonces los disparadores para investigaciones más profundas en trayectorias de probabilidad sobre modelos de credibilidad bayesiana.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bühlmann, H. (2005) *A course in Credibility Theory and its applications*. Zurich, Swiss Federal Institute of Technology.

Canavos, G. (1984) *Probabilidad y Estadística*, México, McGraw-Hill.

Daykin, C. (1996) Aplicaciones prácticas de la teoría del riesgo para actuarios (Traducido por E. Melinsky y A. Sáenz. Buenos Aires, Die Kölnische Rück.

D'hooge, L. (1916) Bayesian Inference in credibility theory www.casact.org (1972)

- Herzog, T. (1999) Introduction to Credibility Theory. Winsted, ACTEX Publications.
- Ibarra Alfaraz, A. (2006) Las Bases Bayesianas de la Teoría de la Credibilidad. Madrid, Universidad Complutense de Madrid.
- Klugman, S. Bayesian statistics in actuarial science: with emphasis on credibility, London, Kluwer Academic Publishers. (1992)
- Klugman, S. (2004) Loss models: from data to decisions. Canada, Wiley Series in Probability and Statistics.
- Landro, A. (2010) Acerca de la probabilidad, Buenos Aires. Ediciones Cooperativas,
- Mahler, H. (1989) "Credibility" en Foundations of Casualty Actuarial Science. Virginia.
- Mahler, H. (1986) "Actuarial Note on credibility parameters", www.casact.org
- Markham Kahn, P. (1974) Credibility: theory and applications. University of California.
- Ruiz-Maya Pérez, L. (1994) Fundamentos de Inferencia Estadística. Madrid, Editorial AC.
- Toranzos, F. (1982) Teoría Estadística y Aplicaciones. Buenos Aires, Kapelusz.
- Varian, H. (1998) Microeconomía intermedia. Barcelona, Antoni Bosch Editor.

ANEXO: Desarrollo del proceso de simulación utilizado

Para la simulación utilizada para comprobar el impacto de los distintos factores en el resultado final se programó una Macro en Microsoft Excel basada en una planilla que calcula automáticamente las probabilidades del modelo. A continuación se expone la planilla generada para la distribución Poisson.

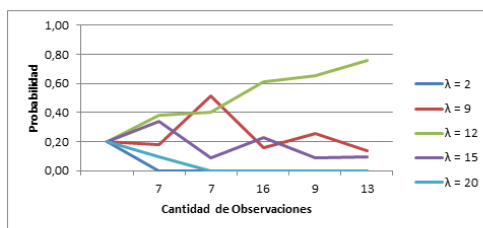
El input que se toma incluye:

1. La cantidad de grupos a utilizar.
2. El λ de cada grupo.
3. Las probabilidades *a priori* de cada grupo.
4. El valor de cada una de las realizaciones observadas.

Esta planilla expone todos los pasos intermedios de cálculo, y la nueva probabilidad luego de cada realización. Luego recoge la información de estas celdas en una tabla de probabilidades con las realizaciones en el eje vertical y los grupos en la horizontal. Esta tabla es la que se utiliza para generar los gráficos de trayectorias. La cantidad de grupos a utilizar, el λ de cada grupo y las probabilidades *a priori* de cada uno se determinan arbitrariamente según las hipótesis que se deseen probar.

Introduciendo modificaciones en estos campos se observan las modificaciones en las trayectorias surgidas por grupos cercanos, extremos, equiespaciados, etc.

$\lambda =$	15	Grupo	A	B	C	D	E
EVP	11,6	λ	2	9	12	15	20
VMH	36,24	$P(G_i)$ a priori	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2



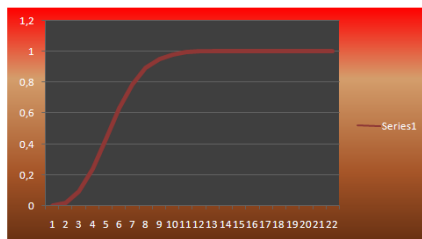
Realizaciones	Valor	$\lambda = 2$	$\lambda = 9$	$\lambda = 12$	$\lambda = 15$	$\lambda = 20$
0		0,2000	0,2000	0,2000	0,2000	0,2000
1	7	0,0000	0,1808	0,3788	0,3431	0,0973
2	7	0,0000	0,5123	0,4004	0,0861	0,0012
3	16	0,0000	0,1569	0,6092	0,2317	0,0022
4	9	0,0000	0,2539	0,6538	0,0922	0,0001
5	13	0,0000	0,1411	0,7615	0,0973	0,0000

El valor de cada una de las realizaciones observadas se genera aleatoriamente con el fin de simular de forma auténtica la variable aleatoria. Para esto se desarrolló la planilla simuladora de Poisson.

Una vez determinado el λ del grupo que se desea probar se calcula la probabilidad acumulada de una variable aleatoria Poisson con dicho valor como parámetro para valores enteros entre 0 y el triple del parámetro (este límite superior se toma porque se considera que la probabilidad contenida excediendo este límite es despreciable).

Una vez generada esta tabla, se generan números aleatorios entre 0 y 1 (que representan la probabilidad acumulada de la distribución) y se busca a través de la función de Excel BuscarV cuál es el valor hasta el cual se acumula este valor de probabilidad generado aleatoriamente. Ese resultado es la realización aleatoria de la variable Poisson con el λ determinado.

Generador de Simulación Poisson			Poisson acumulada $\lambda=4$
			4
1	4	0.018315639	1
2	4	0.091578194	2
3	2	0.238103306	3
4	2	0.43347012	4
5	1	0.628836935	5
6	4	0.785130387	6
7	2	0.889326022	7
8	3	0.948866384	8
9	5	0.978636566	9
10	4	0.991867757	10
11	5	0.997160234	11
12	4	0.999084771	12
13	7	0.999726283	13
14	4	0.999923672	14
15	5	0.999980068	15
16	4	0.999995107	16
17	3		
18	4		
19	3		
20	4		
21	3		
22	6		
23	5		



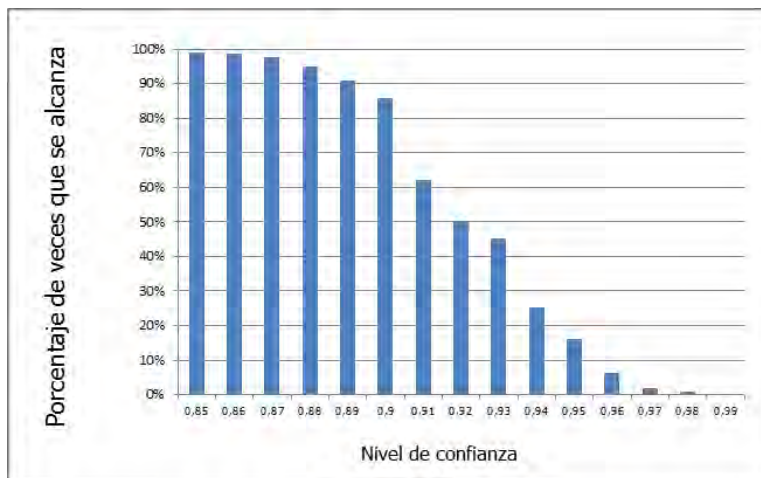
La planilla principal está vinculada a las 5 primeras realizaciones aleatorias y las toma como realizaciones observadas para el cálculo de los pasos intermedios y la definición del vector de probabilidades final.

Finalmente, se recopila el vector de probabilidades finales de cada tanda de realizaciones simuladas repitiendo la operación 1000 veces. Con esto se tiene qué probabilidad le dio el modelo al valor correcto en 1000 simulaciones distintas, todas bajo idénticas condiciones iniciales. Se ordenan de mayor a menor y se agrupan en intervalos para establecer conclusiones tales como que "En el 0,72% de los casos, el modelo resuelve el grupo correcto asignándole una probabilidad mayor al 98%, En el 1,81% de los casos, el modelo resuelve el grupo correcto asignándole una probabilidad mayor al 97%, etcétera... ". Cuanto más veces el

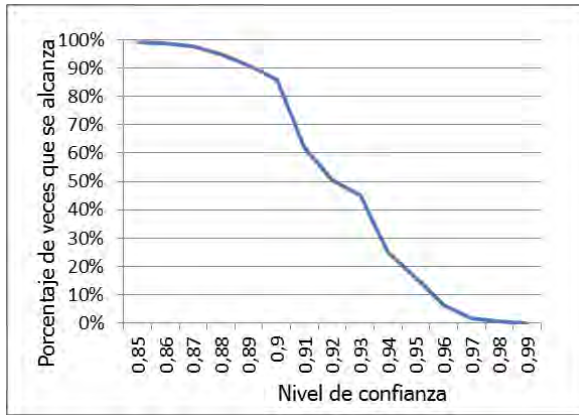
modelo alcance niveles de confianza más altos, se dirá que el modelo funciona y su velocidad de convergencia es buena.

Nivel de Confianza	% de veces que lo supera
0,99	0,06%
0,98	0,72%
0,97	1,81%
0,96	6,29%
0,95	15,93%

Esta evolución de los niveles de confianza puede analizarse a través del siguiente histograma. Cuanto más altas sean las barras del extremo derecho de la gráfica, más precisa es la respuesta del modelo.



En la gráfica continua asociada al histograma anterior, se puede interpretar que las mejores condiciones para la aplicación del modelo son las que maximicen el área bajo la curva.



De esta forma se pueden expresar conclusiones tales como que la curva superior se corresponde con condiciones iniciales que darán al modelo más velocidad de convergencia que las asociadas a la curva inferior.

