

PICNA

Nº9

NOTA DE
DIVULGACIÓN

DEMANDA, PRECIOS Y EMPLEO EN EL ANÁLISIS INSUMO PRODUCTO

.UBAeconómicas

LUIS A. SUÁREZ

Programa de Investigación en Cuentas Nacionales (PICNA),
FCE-UBA – E-mail: lsuarez@yahoo.com.ar

Las Notas de Divulgación del PICNA tienen como finalidad principal difundir la investigación y los conceptos técnicos de las cuentas nacionales de una manera accesible para que sea comprensible por el público general.

Los autores son responsables de las opiniones expresadas en los documentos.

El Programa de Investigación en Cuentas Nacionales (PICNA) reconoce a los autores de la Serie de Notas de Divulgación la propiedad de sus derechos patrimoniales para disponer de su obra, publicarla, traducirla, adaptarla y reproducirla en cualquier forma.

(Según el art. 2, Ley 11.723)



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas
Programa de Investigación en Cuentas Nacionales
Nota de divulgación No. 9

Demanda, precios y empleo
en el análisis insumo producto

Luis A. Suárez*
Abril 2022

* Programa de Investigación en Cuentas Nacionales [PICNA], FCE-UBA – E-mail: lsuare@yahoo.com.ar

Demanda, precios y empleo en el análisis insumo producto

Luis A. Suárez

El análisis insumo producto es una herramienta teórica creada por Wassily Leontief en la década de 1930. En 1968, Naciones Unidas publicó **A System of National Accounts**, en donde el marco insumo-producto, se integró en el sistema de cuentas nacionales.

En esta Nota, se presentan dos modelos del análisis insumo-producto: el modelo de demanda y el de precios; luego, como aplicación, el modelo de empleo.

Dada la siguiente MIP:

MATRIZ DE INSUMO PRODUCTO

	A	B	C	DI	f	q
A	5	30	0	35	65	100
B	10	40	10	60	90	150
C	10	10	0	20	120	140
CI	25	80	10	115	275	390
g	75	70	130	275		
q	100	150	140	390		

Donde:

A, B, C, sectores

CI consumo intermedio

g inputs primarios

q valor de producción

DI demanda intermedia

f demanda final

A continuación, se desarrollan los modelos de demanda y de precios, mostrando su equivalencia formal.

1. A partir de la MIP propuesta se definen las matrices de coeficientes A y A'

MODELO DE DEMANDA

MATRIZ A

	A	B	C
A	0,05	0,2	0
B	0,1	0,266666667	0,071428571
C	0,1	0,066666667	0
	0,25	0,533333333	0,071428571
g	0,75	0,466666667	0,928571429
p	1,000	1,000	1,000

MODELO DE PRECIOS

Traspuesta A'

	A	B	C
A	0,05	0,1	0,1
B	0,2	0,266666667	0,066666667
C	0	0,07142857	0

2. Luego las matrices unitarias

MATRIZ I

	A	B	C
A	1	0	0
B	0	1	0
C	0	0	1

MATRIZ I

	A	B	C
A	1	0	0
B	0	1	0
C	0	0	1

3. A continuación, las diferencias con la matriz unitaria

MATRIZ (I - A)

	A	B	C
A	0,95	-0,2	0
B	-0,1	0,733333333	-0,0714286
C	-0,1	-0,06666667	1

(I - A')

	A	B	C
A	0,95	-0,1	-0,1
B	-0,2	0,733333333	-0,06666667
C	0	-0,07142857	1

4. El paso siguiente: obtener la inversa de cada matriz.

MATRIZ (I - A)⁻¹

	A	B	C
A	1,08626198	0,29818956	0,02129925
B	0,15974441	1,41640043	0,10117146
C	0,11927583	0,12424565	1,00887469

(I - A')⁻¹

	A	B	C
A	1,08626198	0,15974441	0,11927583
B	0,29818956	1,41640043	0,12424565
C	0,02129925	0,10117146	1,00887469

5. Formalizando cada modelo:

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{A} \mathbf{q} + \mathbf{f} = \mathbf{q} \\
 \mathbf{f} = \mathbf{q} - \mathbf{A} \mathbf{q} \\
 \mathbf{f} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}) \mathbf{q} \\
 (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{f} = \mathbf{q}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{A}' \mathbf{p} + \mathbf{g} = \mathbf{p} \\
 \mathbf{g} = \mathbf{p} - \mathbf{A}' \mathbf{p} \\
 \mathbf{g} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}') \mathbf{p} \\
 (\mathbf{I} - \mathbf{A}')^{-1} \mathbf{g} = \mathbf{p}
 \end{array}$$

6. Resolviendo cada modelo para la MIP propuesta:

modelo abierto de Leontief (demanda)	$\begin{bmatrix} 1,08626198 & 0,29818956 & 0,021299 \\ 0,15974441 & 1,41640043 & 0,101171 \\ 0,11927583 & 0,12424565 & 1,008875 \end{bmatrix}$	x	$\begin{bmatrix} 65 \\ 90 \\ 120 \end{bmatrix}$	=	$\begin{bmatrix} 100 \\ 150 \\ 140 \end{bmatrix}$
---	--	----------	---	----------	---

modelo de precios	$\begin{bmatrix} 1,08626198 & 0,15974441 & 0,119276 \\ 0,29818956 & 1,41640043 & 0,124246 \\ 0,02129925 & 0,10117146 & 1,008875 \end{bmatrix}$	x	$\begin{bmatrix} 0,7500 \\ 0,4667 \\ 0,9286 \end{bmatrix}$	=	$\begin{bmatrix} 1,0000 \\ 1,0000 \\ 1,0000 \end{bmatrix}$
----------------------------------	--	----------	--	----------	--

7. Una forma alternativa de la inversa $(\mathbf{I} - \mathbf{A}')^{-1}$ en el modelo de precios es:

	$[(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}]'$		g		p
modelo de precios	$\begin{bmatrix} 1,08626198 & 0,15974441 & 0,119276 \\ 0,29818956 & 1,41640043 & 0,124246 \\ 0,02129925 & 0,10117146 & 1,008875 \end{bmatrix}$	x	$\begin{bmatrix} 0,7500 \\ 0,4667 \\ 0,9286 \end{bmatrix}$	=	$\begin{bmatrix} 1,0000 \\ 1,0000 \\ 1,0000 \end{bmatrix}$

basándose en el teorema del álgebra lineal que establece que la inversa de una matriz traspuesta es igual a la traspuesta de una matriz inversa:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A}')^{-1} = [(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}]'$$

8. Estos modelos de la MIP son 3×3 para facilitar el análisis, pero, en forma general, son $n \times n$. En cuanto a los vectores \mathbf{g} y \mathbf{f} el detalle es el siguiente:

Componentes del vector fila \mathbf{g} para el modelo de precios

- IMPORTACIONES de BIENES y SERVICIOS
- IMPUESTOS netos de SUBVENCIONES SOBRE PRODUCTOS IMPORTADOS
- IMPUESTOS netos de SUBVENCIONES SOBRE PRODUCTOS NACIONALES
- REMUNERACION DE ASALARIADOS REGISTRADOS
- REMUNERACION DE ASALARIADOS NO REGISTRADOS
- CONTRIBUCIONES DE LA SEGURIDAD SOCIAL¹
- EXCEDENTE DE EXPLOTACION BRUTO
- INGRESO MIXTO BRUTO

Componentes del vector columna \mathbf{f} para el modelo abierto² de Leontief (demanda)

- GASTO de CONSUMO de los HOGARES
- GASTO de CONSUMO del GOBIERNO (individual y colectivo)
- GASTO de CONSUMO de las ISFLSH
- FORMACIÓN BRUTA de CAPITAL FIJO
- VARIACION de EXISTENCIAS (trabajos en curso y terminados)
- ADQUISICION NETA de OBJETOS VALIOSOS
- EXPORTACIONES de BIENES y SERVICIOS REALES

¹ Las contribuciones a la S.S., integran la remuneración de asalariados; no se incluyeron en asalariados registrados para identificarlas, y en no registrados no aplican.

² En el modelo abierto la demanda final se trata como variable exógena.

MODELO DE EMPLEO

Definiciones:

1) Coeficiente directo de empleo (λ^d)

$$\lambda_j^d = N_j / VBP_j$$

2) Coeficiente total (directo e indirecto) de empleo (λ^T)

$$\lambda_j^T = \sum (a_{ij} \lambda_i^d)$$

3) Multiplicador de empleo (μ)

$$\mu_j = \lambda_j^T / \lambda_j^d$$

Simbología:

N: ocupados o puestos de trabajo

VBP: valor bruto de producción

λ : coeficiente de empleo

a: coeficiente de la matriz $(I - A)^{-1}$

μ : multiplicador de empleo

subíndices:

i: fila (ramas de actividad)

j: columna (ramas de actividad)

superíndices:

d: directo

T: total

Procedimiento matricial de cálculo:
(ejemplo con 3 ramas: $i = j = 3$)

1) Requisitos directos de empleo

$$\begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} 1 / VBP_1 \\ 1 / VBP_2 \\ 1 / VBP_3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \lambda_1^d & \lambda_2^d & \lambda_3^d \end{bmatrix}_{1 \times 3}$$

$$\text{Ecuación 1} \quad \begin{bmatrix} n & (x) & vbp^* \end{bmatrix} = \Lambda^d$$

n : vector fila de empleo j

vbp^* : vector columna vbp diagonalizado

Λ^d : vector fila de coeficientes directos de empleo

$$vbp = \begin{bmatrix} 1 / VBP_1 \\ 1 / VBP_2 \\ 1 / VBP_3 \end{bmatrix}$$

2) Requisitos totales de empleo

$$\begin{bmatrix} \lambda_1^d & \lambda_2^d & \lambda_3^d \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \lambda_1^T & \lambda_2^T & \lambda_3^T \end{bmatrix}_{1 \times 3}$$

$$\text{Ecuación 2} \quad \begin{bmatrix} \Lambda^d & (x) & (I - A)^{-1} \end{bmatrix} = \Lambda^T$$

$(I - A)^{-1}$ Matriz inversa de Leontief

Λ^T Vector fila de coeficientes totales de empleo

3) Multiplicadores de empleo

$$\begin{bmatrix} \lambda_1^T & \lambda_2^T & \lambda_3^T \end{bmatrix}_{1 \times 3} \times \begin{bmatrix} 1 / \lambda_1^d \\ 1 / \lambda_2^d \\ 1 / \lambda_3^d \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \end{bmatrix}_{1 \times 3}$$

$$\text{Ecuación 3} \quad \begin{bmatrix} \Lambda^T & (x) & [L^d]^* \end{bmatrix} = M$$

Λ^T : vector fila de coeficientes totales de empleo

$[L^d]^*$: vector columna L^d diagonalizado

$$L^d = \begin{bmatrix} 1 / \lambda_1^d \\ 1 / \lambda_2^d \\ 1 / \lambda_3^d \end{bmatrix}$$

(*) denota diagonalización de un vector columna

M : vector fila de multiplicadores de empleo para cada rama j

EJERCICIO DE APLICACIÓN

EL MODELO DE EMPLEO

0. Dada una matriz de insumo producto, IP

	PRIMARIO	INDUSTRIAL	SERVICIOS	DI	DF	VBP
PRIMARIO	10	40	0	50	50	100
INDUSTRIAL	10	60	30	100	100	200
SERVICIOS	10	20	0	30	120	150
CI	30	120	30	180		
VA	70	80	120		270	
VBP	100	200	150			450

1. Considerando que el nivel de empleo de la matriz de insumo producto IP es

	PRIMARIO	INDUSTRIAL	SERVICIOS
empleo	84	120	320

2. se determinan los coeficientes de requerimientos directos de empleo ($L^d = \text{empleo} / \text{VBP}$)

	PRIMARIO	INDUSTRIAL	SERVICIOS
empleo	84	120	320
VBP	100	200	150
L^d	0,84	0,60006	2,13333333

3. para determinar los coeficientes de requerimientos totales de empleo (L^T) se multiplica $(L^d)^{\wedge} \times (I - A)^{-1}$

donde $(L^d)^{\wedge}$ significa vector L^d diagonalizado

requerimientos directos de empleo $(L^d)^{\wedge}$	x	requerimientos directos e indirectos de producción $(I - A)^{-1}$	=	requerimientos directos e indirectos de empleo (L^T)
0,84 - - - 0,60006 - - - 2,13333333		1,15646 0,3401361 0,0680272 0,20408 1,5306122 0,3061224 0,13605 0,1870748 1,037415		0,9714286 0,2857143 0,05714286 0,1224612 0,9184592 0,18369184 0,2902494 0,399093 2,21315193

4. para el vector de demanda final **DF = (50, 100,120)** los niveles totales de empleo surgen de:

requerimientos directos e indirectos de empleo 0,97142857 0,285714 0,0571429 0,12246123 0,918459 0,1836918 0,29024943 0,399093 2,2131519	x	DF 50 100 120	=	84 120 320 524
---	----------	------------------------	----------	-------------------------

5. y para una demanda final **DF = (52, 105, 123)** los niveles totales de empleo serán

requerimientos directos e indirectos de empleo 0,97142857 0,285714 0,0571429 0,12246123 0,918459 0,1836918 0,29024943 0,399093 2,2131519	x	DF 52 105 123	=	requerimientos totales de empleo 88 125 329 542
---	----------	------------------------	----------	---

6. comparando con la situación inicial, las variaciones en los niveles de empleo serán:

variación de empleo del sector primario	4
variación de empleo del sector industrial	5
variación de empleo del sector servicios	9
variación del empleo total	18

7. de los cuales el empleo directo se obtiene haciendo.

$(L^d)^A$ 0,84 0 0 0 0,60006 0 0 0 2,1333333	x	var. DF 2 5 3	=	empleo directo 2 3 6
---	----------	------------------------	----------	-------------------------------

8. luego el empleo indirecto es

	(1) directo	(2)= (3) - (1) indirecto	(3) total
variación de empleo del sector primario	2	2	4
variación de empleo del sector industrial	3	2	5
variación de empleo del sector servicios	6	3	9
variación del empleo total	11	7	18

APÉNDICE: el uso de N_d y r_t

N_d empleo directo

μ multiplicador de empleo

V valor de producción de una industria

r_t requerimiento total de empleo (coeficiente)

r_d requerimiento directo de empleo (coeficiente)

N_T empleo total

$$\mu = r_t / r_d$$

$$N_d \mu = N_T$$

$$V r_t = N_T$$

Para estimar el empleo total

- 1 si se dispone del multiplicador de empleo (μ), se requiere el empleo directo (N_d).
- 2 si se dispone del valor de producción (V), se requiere el coeficiente de requerimiento total (r_t)