PICNA

Nº13 NOTA DE DIVULGACIÓN

ÍNDICES DE VOLUMEN DIRECTOS E INDIRECTOS

LASPEYRES – PAASCHE – FISHER

.UBA económicas

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

LUIS A. SUÁREZ

Programa de Investigación en Cuentas Nacionales (PICNA),

FCE-UBA – E-mail: lsuare@yahoo.com.ar

Las Notas de Divulgación del PICNA tienen como finalidad principal difundir la investigación y los conceptos técnicos de las cuentas nacionales de una manera accesible para que sea comprensible por el público general.

Los autores son responsables de las opiniones expresadas en los documentos.

Universidad de Buenos Aires

Facultad de Ciencias Económicas

Programa de Investigación en Cuentas Nacionales

Nota de divulgación No. 13

ÍNDICES DE VOLUMEN DIRECTOS E INDIRECTOS

Laspeyres – Paasche – Fisher

Luis A. Suárez*

Junio 2022

* Programa de Investigación en Cuentas Nacionales [PICNA], FCE-UBA – E-mail: lsuare@yahoo.com.ar

ÍNDICES DE VOLUMEN DIRECTOS E INDIRECTOS

Laspeyres – Paasche – Fisher

Luis A. Suárez

I. Valor, precio y volumen

Una de las mayores responsabilidades en la elaboración de las cuentas nacionales, es dividir los cambios de valor del PIB y de las variables principales de la economía entre los cambios en volumen[1] y los cambios en precios.

Para ejemplificar el concepto de volumen, supongamos dos modelos de computadoras personales. El modelo A y el modelo B que es más potente que el A lo cual se refleja en el precio en el período 1: modelo A 15.000 y modelo B 30.000. En el período 1 se producen 500 unidades de cada modelo. La ponderación de cada modelo (cantidades ponderadas por sus precios) es A: 0.3333 y B: 0.6667. Estos supuestos pueden verse en el cuadro siguiente. Allí el valor total de PC es 22.500.000.

período 1	**precio**	**cantidad**	**valor**	**indice de volumen**	**ponderación**
modelo A	15000	500	7.500.000		0,3333
modelo B	30000	500	15.000.000		0,6667
		1000	**22.500.000**	**100,0**	**1,0000**

En el **período 2** la cantidad producida del modelo A es 200 y del modelo B es 800. La cantidad total producida sigue siendo 1.000. La cantidad total no varió. Para medir el volumen utilizamos los **precios del período 1**. El valor del período 2 a precios del período 1 es 27.000.000.

período 2	**precio**	**cantidad**	**valor**	**indice de volumen**	**ponderación**	**var. cantidad**	**var. volumen**
					(1)	**(2)**	**(3)=(1)*(2)**
modelo A	15000	200	3.000.000		0,3333	-60,0	-20,0
modelo B	30000	800	24.000.000		0,6667	60,0	40,0
		1000	**27.000.000**	**120,0**	**1,0000**	**0,0**	**20,0**

[1] El término **volumen** no incluye los efectos de las variaciones en los precios de los componentes de un agregado. Esto significa que las variaciones de las medidas del volumen están determinadas por cambios en **cantidad** y en **calidad**. Las estimaciones en términos **reales,** se refieren (en terminología de cuentas nacionales) a las medidas de **poder adquisitivo**. (Adriaan M. Bloem, *et al.* (2001), pág. 11)

Por lo tanto, el volumen aumentó 20 % (4.500.000) mientras que la cantidad se mantuvo en 1.000. El aumento de 4.500.000 surgió de un aumento de 9.000.000 por el modelo A (disminución de 300 unidades de 30.000 c/u) y una disminución de 4.500.000 por el modelo B (300 unidades menos a 15.000 c/u).

	aumento	modelo A		modelo B	mod A - mod B
volumen	4.500.000	9.000.000	-	4.500.000	4.500.000
precio		30.000		15.000	
cantidad		300		-300	

La última columna del período 2 (var. de volumen) se obtiene ponderando cada variación de cantidad (+60 y -60) por los respectivos precios. Son los precios los que captan la calidad, por eso es que la disminución de 60% en la cantidad del modelo A, representa una disminución del 20 % en términos de volumen. Y el aumento de 60 % en la cantidad del modelo B, representa un aumento del 40 % en términos de volumen.

Ahora veamos la versión del cuadro del ejemplo, a precios del período 2. A precios corrientes, los dos modelos suman 44.000.000 y relacionando este valor con el total a precios del período 1, obtenemos el índice de valor:

$$(44.000.000 / 22.500.000) * 100 = 195,56$$

período 2	**precio**	**cantidad**	**valor**	**índice de valor (1)**	**índice de volumen (2)**	**índice de precio (3)=(1)/(2)**
modelo A	20000	200	4.000.000			
modelo B	50000	800	40.000.000			
		1000	**44.000.000**	**195,56**	**120,00**	**162,96**

Luego, dividiendo el índice de valor entre el índice de volumen (obtenido en el período 2 a precios del período 1), calculamos el índice de precios del período 2:

$$\mathbf{195,56 / 120,0 = 162.96}$$

Con ayuda del siguiente cuadro, es posible, ahora, comprender en qué consiste la descomposición de la variación de valor en variación de volumen y variación de precios[2].

[2] Se describe aquí la descomposición ***temporal*** entre volumen y precios, es decir, aplicada a las variaciones *a lo largo del tiempo*. No se tratará aquí la descomposición ***espacial*** entre volumen y precios, es decir, aplicada a la comparación entre países, *en un mismo momento del tiempo*, y que da origen a la paridad del poder de adquisitivo (PPA).

		índice de valor			
	22.500.000	**195,56**			**44.000.000**
	VN$_1$ valor nominal 1		valor a precios constantes		VN$_2$ valor nominal 2
	22.500.000	**120,0**	**27.000.000**	**162,96**	**44.000.000**
precio	15.000		15.000		20000
cantidad	500		200		200
valor	7.500.000		3.000.000		4.000.000
precio	30.000		30000		50000
cantidad	500		800		800
valor	15.000.000		24.000.000		40.000.000
	22.500.000	**4.500.000**	**27.000.000**	**17.000.000**	**44.000.000**

El valor inicial de 22.500.000 pasa a 44.000.000 y ese paso se mide por el índice de valor 195,56. Esa variación de valor se descompone en: variación de volumen, medido por el índice de volumen 120 y variación de precios medido por el índice de precios 162,96[3].

En índices:

$$\boxed{120{,}0} \quad x \quad \boxed{162{,}96} \quad = \quad \boxed{195{,}56}$$

Donde:

120,00: (1 + variación de volumen/100) * 100, es un índice de volumen **Laspeyres** (**IVL**)

162,96: (1 + variación de precio/100) * 100, es un índice de precios **Paasche** (**IPP**)

195,56: (1 + variación de valor/100) * 100, es un índice de valor (**IV**)

y puede demostrarse que **IV = IVL * IPP** como sigue[4]:

$$\frac{\Sigma P_n Q_n}{\Sigma P_0 Q_0} = \frac{\cancel{\Sigma P_0 Q_n}}{\Sigma P_0 Q_0} \times \frac{\Sigma P_n Q_n}{\cancel{\Sigma P_0 Q_n}}$$

[3] La operación aritmética es (1,20 x 1,6296) x 100 = 195,56

[4] También se verifica que **IV = IVP * IPL.** En la literatura teórica, esta propiedad de los índices Laspeyres y Paasche se conoce con "test del producto".

En cuanto a la descomposición en niveles:

El incremento de **VN1** (25.000.000) hasta **VN2** (44.000.000) es de 21.500.000

44.000.000	valor nominal en 2
22.500.000	valor nominal en 1
21.500.000	diferencia de valor entre 1 y 2

La descomposición de ese incremento de 21.500.000,

17.000.000	variación de valor debido a cambio de precios
4.500.000	variación de valor debido a cambio de volumen
21.500.000	variación de valor

Y la secuencia de la descomposición:

	22.500.000	valor inicial del período VN 1
+	4.500.000	variación de volumen
=	27.000.000	valor a precios constantes del período 1
+	17.000.000	variación de precios
=	44.000.000	valor final del período VN 2

Esta descomposición, también puede expresarse así: entre los períodos 1 y 2, el valor nominal 1 aumentó un 95,56 %, de lo cual, 20 % corresponde a volumen y 62,96 % a precios

En síntesis, la cuestión descripta consiste en que una variación de valor entre dos periodos de tiempo, pueda descomponerse en un componente que mida la variación de precios entre los dos periodos - el **índice de precios**- y otro componente que mida la variación de volumen -el **índice de volumen**-.

II. Discrepancia económica

Consideremos el cambio de base del PIB de 1993 a 2004.

Entre 2004 y 2005, según la base 1993 del PIB, la economía creció 18,8 % en valor, de lo cual 9,2 % corresponde a volumen y 8,8 % a precios.

Entre 2004 y 2005, pero según la base 2004 del PIB, la economía creció 20,1 % en valor, de lo cual 8,9 % corresponde a volumen y 10,3 % a precios.

BASE 2004		**2005**	**2006**
variación de valor	**v**	20,1%	22,9%
variacion de volumen	**q**	8,9	8,0
variacion de precios	**p**	10,3%	14%
índice de valor	**(1+v)**	1,2008	1,2289
índice de valor	**(1+q) * (1+p)**	1,2008	1,2289
índice de volumen	**(1+q)**	1,0885	1,0805
índice de precios	**(1+p)**	1,1032	1,1374

BASE 1993		**2005**	**2006**
variación de valor	**v**	18,8%	23,0%
variacion de volumen	**q**	9,2	8,5
variacion de precios	**p**	8,8%	13,4%
índice de valor	**(1+v)**	1,1883	1,2303
índice de valor	**(1+q) * (1+p)**	1,1883	1,2303
índice de volumen	**(1+q)**	1,0918	1,0847
índice de precios	**(1+p)**	1,0884	1,1343

¿A qué se debe esa diferente variación entre los mismos años? ¿Cuál es la correcta?

Hasta 1993, la recomendación del Sistema de Cuentas Nacionales (SCN 1993), para medir el volumen, era utilizar preferentemente el método de los precios constantes, de un año de referencia.

Este método consiste en aplicar el sistema de precios, por ejemplo, del año de referencia **0**, a todas las observaciones (cantidades) de cada período **t = 1 …. n**, como se indica:

$$\Sigma\ p_0q_0,\ \Sigma\ p_0q_1,\ \Sigma\ p_0q_2,\ \Sigma p_0q_3, \ldots\ldots \Sigma p_0q_n$$

Con este método de estimaciones basadas en ponderaciones de precio fijo, que anula el efecto de las variaciones de precios en todos los componentes de las series, si el período t = 0,1,2,3, … n es muy largo, los valores $\Sigma\ p_0q_1$, $\Sigma\ p_0q_2$, Σp_0q_3, Σp_0q_n etc., siguen incorporando un sistema de precios -$\Sigma\ p_0q_0$- cuya estructura muy probablemente haya cambiado.

En consecuencia, a medida que **t** se aleja de **0**, la **estructura** del sistema de precios en $\Sigma p_0 q_n$ es cada vez menos representativa del sistema de precios en $\Sigma p_t q_n$.

Esta diferencia entre **estructuras**, modifica las ponderaciones y cambian las tasas de crecimiento[5], generando una "*discrepancia económica*" entre los valores $\Sigma p_t q_n$ y $\Sigma p_o q_n$. que será tanto mayor cuanto más se aleje el sistema de precios corrientes, del sistema de precios del año de referencia[6].

Por supuesto que la discrepancia puede deberse a otros aspectos tales como aparición de nuevos productos, desaparición de otros, incorporación de economía informal. Pero estos son aspectos **estadísticos**. Aun si hubiera un sistema estadístico perfecto, la *discrepancia económica* existiría porque su existencia surge de la aplicación del método de precios constantes para medir el volumen. Eso no es un problema estadístico. Es una cuestión económica que no tiene solución estadística dentro del método de precios constantes.

Por este problema, a partir de 1993 y, más aún, desde 2008, la recomendación del SCN 2008, es que, las estimaciones de volumen deberían apoyarse en la teoría de los números índices *encadenados* para que los resultados sean independientes del año tomado como base[7].

---

[5] $[(\Sigma P_{93}\ q_{05} / \Sigma P_{93}\ q_{04}) -1] * 100 \neq [(\Sigma P_{04}\ q_{05} / \Sigma P_{04}\ q_{04}) -1] * 100$

[6] Otra forma de describir el problema de la discrepancia económica es: la identidad entre oferta y demanda solo se verifica a los precios corrientes. No se verifica a sistema de precios distintos a los corrientes (**cfr.** El encadenamiento: un nuevo método para establecer las evoluciones en volumen de las Cuentas Nacionales. Octubre 2010. Departamento Administrativo Nacional de Estadística, DANE, Colombia). Presentación a los usuarios del cambio de metodología.

[7] Los índices encadenados ¿eliminan la discrepancia económica? La respuesta se dará luego de ver los índices encadenados.

III. En qué consisten los índices en cadena

Usualmente, se dice que un índice Laspeyres es de ponderaciones fijas y un índice Paasche es de ponderaciones móviles (variables).

En un sentido estricto, *ambos* son de base fija, porque se hace referencia a que las ponderaciones no se modifican durante el período en que se mide la variación.

Si la variación que se pretende medir es entre t0 y t3, las ponderaciones serán de t0 (Laspeyres) o t3 (Paasche) y se mantendrán fijas entre t0 y t3 sea Laspeyres o Paasche. Por eso se los llama ***índices directos de base fija*** entre t0 y t3.

En cambio, los ***índices indirectos de base variable***, conocidos como índices en cadena, tienen la base móvil, esto es, si la variación que se pretende medir es entre t0 y t3, primero se mide la variación t0/t1 con ponderaciones (base) de 0, luego la variación t1/t2 con ponderaciones (base) de 1 y por último la variación t2/t3 con ponderaciones (base) de 2.

Luego se *encadenan* (multiplican) las variaciones 0/1, 1/2, 2/3 obteniendo la variación 0/3.; que es una variación obtenida en forma indirecta (pasando por 1 y 2) con ponderaciones móviles. Por eso se dice, índices de base variable.

“El encadenamiento es un método para medir el volumen y precios en las cuentas nacionales y consiste en construir medidas de precios y volumen a largo plazo, mediante la acumulación de movimiento en los índices de corto plazo con diferentes períodos base”[8].

*　　*　　*

En la siguiente sección, se efectúan las estimaciones de volumen según la clasificación de índices que se muestra en el siguiente esquema:

- **INDICES DE VOLUMEN**
  - **DIRECTOS** (base fija)
    - **LASPEYRES**
    - **PAASCHE**
    - **FISHER**
  - **INDIRECTOS** (base variable)
    - **LASPEYRES**
    - **PAASCHE**
    - **FISHER**

    encadenados

[8] Adriaan M. Bloem, *et al.* (2001), pág. 173, 9.23

Las fórmulas a utilizar son las siguientes:

* Índices anuales de volumen, directos de base fija, como cociente de canastas:

Laspeyres[9], Paasche[10], Fisher[11].

$$L_q = \Sigma\, p_0 q_n \,/\, \Sigma\, p_0 q_0$$

$$P_q = \Sigma\, p_n q_n \,/\, \Sigma\, p_n q_0$$

$$Fq = (Lq \times Pq)^{1/2}$$

* Índices anuales de volumen, indirectos de base variable, en cadena, como cociente de canastas: Laspeyres, Paasche, Fisher.

$$L^C_Q = \frac{\Sigma\, P_0Q_0}{\Sigma\, P_0Q_0} \times \frac{\Sigma\, P_0Q_1}{\Sigma\, P_0Q_0} \times \frac{\Sigma\, P_1Q_2}{\Sigma\, P_1Q_1} \times \frac{\Sigma\, P_2Q_3}{\Sigma\, P_2Q_2} \times \ldots\ldots\ldots \times \frac{\Sigma\, P_{n-1}Q_n}{\Sigma\, P_{n-1}Q_{n-1}}$$

$$P^C_Q = \frac{\Sigma\, P_0Q_0}{\Sigma\, P_0Q_0} \times \frac{\Sigma\, P_1Q_1}{\Sigma\, P_1Q_0} \times \frac{\Sigma\, P_2Q_2}{\Sigma\, P_2Q_1} \times \frac{\Sigma\, P_3Q_3}{\Sigma\, P_3Q_2} \times \ldots\ldots\ldots \times \frac{\Sigma\, P_nQ_n}{\Sigma\, P_nQ_{n-1}}$$

$$F^C_Q = \left(L^C_Q \times P^C_Q \right)^{1/2}$$

[9] Como promedio aritmético: $Lq = \Sigma\, w_0(q_i/q_0)$

[10] Como promedio armónico: $Pq = [\, \Sigma\, w_t\, (q_i/q_0)^{-1}]^{-1}$

[11] Al ser un promedio geométrico del Laspeyres y del Paasche, el índice de volumen Fisher incorpora el cambio en el volumen que capta el índice de volumen Laspeyres y el cambio en la estructura de precios que capta el índice de precios Paasche.

IV. Medición de volumen a precios constantes y con índices encadenados

Datos del ejercicio:

Una canasta formada por 3 productos: a, b, c. Los datos de cantidades y precios corresponden a cada uno de los productos en los cuatro años. El valor corriente de la canasta en cada año es: 360, 408, 470, 510.

AÑO	cantidades	precios corrientes	valor a precios corrientes
2020	**(1)**	**(2)**	**(3) = (1) x (2)**
a	10	8	80
b	15	12	180
c	20	5	100
			360
2021			
a	12	6	72
b	15	14	210
c	21	6	126
			408
2022			
a	15	4	60
b	16	16	256
c	22	7	154
			470
2023			
a	19	2	38
b	16	18	288
c	23	8	184
			510

INDICE DIRECTO - LASPEYRES - BASE FIJA

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AÑO	**cantidades**	**precios constantes de 2020**	**valor a precios constantes de 2020**	**índice directo de volumen de base fija**	**cantidades**	**precios constantes de 2020**	**valor a precios constantes de 2020**	**índice directo de volumen de base fija**	**cantidades**	**precios constantes de 2020**	**valor a precios constantes de 2020**	**índice directo de volumen de base fija**	**índices directos de volumen de base fija LASPEYRES**	Volumen en unidades monetarias del año 2020
2020	**a precios de 2020**				**a precios de 2020**				**a precios de 2020**					
a	10	8	80		10	8	80		10	8	80			
b	15	12	180		15	12	180		15	12	180			
c	20	5	100		20	5	100		20	5	100			
			360	**1,000**			**360**	**1,000**			**360**	**1,000**	**1,000**	**360,0**
2021														
a	12	8	96											
b	15	12	180											
c	21	5	105											
			381	**1,058**									**1,058**	**381,0**
2022														
a					15	8	120							
b					16	12	192							
c					22	5	110							
							422	**1,172**					**1,172**	**422,0**
2023														
a									19	8	152			
b									16	12	192			
c									23	5	115			
											459	**1,275**	**1,275**	**459,0**

Primer cuadro: estimación de volumen mediante índices directos, tipo Laspeyres, de base fija.

Todos los cuadros tienen 14 columnas sin contar la de los años.

Las 12 primeras están divididas en tres bloques: 1 a 4; 5 a 8; 9 a 12. Cada bloque corresponde al cálculo de un año

Cada bloque tiene una columna de cantidades (1, 5, 9), una de precios (2, 6, 10) una de valores constantes (3, 7, 11) y otra de índices directos (4, 8, 12).

En cada año los precios (las ponderaciones) son los del año base (2020) porque es tipo Laspeyres.

La columna 13 es la serie de números índices directos.

La columna 14 se obtiene multiplicando el valor monetario de 2020 por cada uno de los índices directos de cada año

Por último, el siguiente cuadro resume los resultados. Con los valores monetarios corrientes y el volumen en unidades monetarias se obtiene el índice de precios (Paasche) que, multiplicado por el índice de volumen (Laspeyres) recompone el índice de valor.

AÑO	valor a precios corrientes	volumen en unidades monetarias del año 2020	índice de precios implícitos Paasche	índices directos de volumen de base fija LASPEYRES	índice de valor
	(1)	**(2)**	**(3) = (1) / (2)**	**(4)**	**(5) = (3) x (4)**
2020	360,0	360,0	1,000	1,000	1,000
2021	408,0	381,0	1,071	1,058	1,133
2022	470,0	422,0	1,114	1,172	1,306
2023	510,0	459,0	1,111	1,275	1,417

INDICE DIRECTO - PAASCHE - BASE FIJA

	1	2	3	4	5	6	7	8		10	11	12	13	14
AÑO	**cantidades**	**precios constantes de 2021**	**valor a precios constantes de 2021**	**índice directo de volumen de base fija**	**cantidades**	**precios constantes de 2022**	**valor a precios constantes de 2022**	**índice directo de volumen de base fija**	**cantidades**	**precios constantes de 2023**	**valor a precios constantes de 2023**	**índice directo de volumen de base fija**	**índices directos de volumen de base fija PAASCHE**	volumen en unidades monetarias del año 2020
2020														
a	10	6	60		10	4	40		10	2	20			
b	15	14	210		15	16	240		15	18	270			
c	20	6	120		20	7	140		20	8	160			
			390	**1,000**			**420**	**1,000**			**450**	**1,000**	**1,000**	**360,0**
2021														
a	12	6	72											
b	15	14	210											
c	21	6	126											
			408	**1,046**									**1,046**	**376,6**
2022														
a					15	4	60							
b					16	16	256							
c					22	7	154							
							470	**1,119**					**1,119**	**402,9**
2023														
a									19	2	38			
b									16	18	288			
c									23	8	184			
											510	**1,133**	**1,133**	**408,0**

Segundo cuadro: estimación de volumen mediante índices directos, tipo Paasche, de base fija.

A diferencia del primer cuadro, aquí los precios no son los del año 2020 sino del año actual

(2021, 2022, 2023, o sea de año que se calcula) porque es un índice Paasche.

La columna 13 es la serie de números índices directos.

La columna 14 se obtiene multiplicando el valor monetario de 2020 por cada uno de los índices directos de cada año

Por último, el siguiente cuadro resume los resultados. Con los valores monetarios corrientes y el volumen en unidades monetarias se obtiene el índice de precios (Laspeyres) que, multiplicado por el índice de volumen (Paasche) recompone el índice de valor.

AÑO	valor a precios corrientes	volumen en unidades monetarias del año 2020	índices de precios implícitos LASPEYRES	índices directos de volumen de base fija PAASCHE	índice de valor
	(1)	(2)	(3) = (1) / (2)	(4)	(5) = (3) x (4)
2020	360,0	360,0	1,000	1,000	1,000
2021	408,0	376,6	1,083	1,046	1,133
2022	470,0	402,9	1,167	1,119	1,306
2023	510,0	408,0	1,250	1,133	1,417

Tercer cuadro: cálculo de los índices Fisher directo base fija según la fórmula descripta anteriormente.

Por ejemplo, el Fisher del año 2022 es igual a

$$1{,}145 = (1.172 * 1.119)^{1/2}$$

LASPEYRES DIRECTO - base fija				
	DIRECTO			SERIE
2020	1,000	1,000	1,000	1,000
2021	1,058			1,058
2022		1,172		1,172
2023			1,275	1,275

PAASCHE DIRECTO - base fija				
	DIRECTO			SERIE
2020	1,000	1,000	1,000	1,000
2021	1,046			1,046
2022		1,119		1,119
2023			1,133	1,133

FISHER DIRECTO - base fija				
	DIRECTO			SERIE
2020	1,000	1,000	1,000	1,000
2021	**1,052**			1,052
2022		**1,145**		1,145
2023			**1,202**	**1,202**

Como en los casos anteriores, la columna 2 del cuadro siguiente se obtiene multiplicando el valor monetario de 2020 por cada uno de los índices directos de cada año

Luego con los valores monetarios corrientes y el volumen en unidades monetarias se obtiene el índice de precios (Fisher) base fija que, multiplicado por el índice de volumen (Fisher) base fija, recompone el índice de valor.

AÑO	valor a precios corrientes	volumen en unidades monetarias del año 2020	índice de precios implícitos FISHER	índices directos de volumen de base fija FISHER	índice de valor
	(1)	**(2)**	**(3) = (1) / (2)**	**(4)**	**(5) = (3) x (4)**
2020	360,0	360,0	1,000	1,000	1,000
2021	408,0	378,8	1,077	1,052	1,133
2022	470,0	412,3	1,140	1,145	1,306
2023	510,0	432,7	1,179	1,202	1,417

INDICE INDIRECTO - LASPEYRES - BASE VARIABLE (ENCADENADO)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AÑO	cantidades	precios constantes del año anterior	valor a precios constantes del año anterior	índice directo base fija (eslabón)	cantidades	precios constantes del año anterior	valor a precios constantes del año anterior	índice directo base fija (eslabón)	cantidades	precios constantes del año anterior	valor a precios constantes del año anterior	índice directo base fija (eslabón)	encadenamiento de los eslabones (índice indirecto)	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020
	a precios 2020				a precios 2021				a precios 2022					
2020														
a	10	8	80											
b	15	12	180											
c	20	5	100											
			360	**1,000**									**1,000**	**360,0**
2021														
a	12	8	96		12	6	72							
b	15	12	180		15	14	210							
c	21	5	105		21	6	126							
			381	**1,058**			**408**	**1,000**					**1,058**	**381,0**
2022														
a					15	6	90		15	4	60			
b					16	14	224		16	16	256			
c					22	6	132		22	7	154			
							446	**1,093**			**470**	**1,000**	**1,157**	**416,5**
2023														
a									19	4	76			
b									16	16	256			
c									23	7	161			
											493	**1,049**	**1,214**	**436,9**

Cuarto cuadro: siguen los índices indirectos (Laspeyres, Paasche y Fisher), de base variable.

En el caso Laspeyres base variable (cuadro anterior), los índices de cada año son a precios del año anterior porque son Laspeyres: el índice de volumen de 2021 es a los precios de 2020; el índice de 2022 es a los precios de 2021; el índice de 2023 es a los precios de 2022.

Cada índice con base 1,000 en el año anterior se denomina “eslabón” Laspeyres: 1.058, 1.093, 1.049.

Luego esos eslabones se “encadenan”:

2020: (1.000)

2021: (1.000*1.058 = 1.058)

2022: (1.000*1.058*1.093 = 1.157)

2023: (1.000*1.058*1.093*1.049 = 1.214)

Por último, el cuadro igual a los casos anteriores, pero ahora con los índices encadenados Laspeyres de volumen:

AÑO	valor a precios corrientes	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020	índice de precios implícitos encadenados PAASCHE	índices encadenados de volumen de base variable LASPEYRES	índice de valor
	(1)	(2)	(3) = (1) / (2)	(4)	(5) = (3) x (4)
2020	360,0	360,0	1,000	1,000	1,000
2021	408,0	381,0	1,071	1,058	1,133
2022	470,0	416,5	1,128	1,157	1,306
2023	510,0	436,9	1,167	1,214	1,417

Nota: la columna (2) ya no se denomina a precios constantes[12]

[12] Las medidas encadenadas de volumen en términos monetarios no son medidas a precios constantes y no deben denominarse como medidas “a precios constantes de xxx” (…) En cambio, pueden denominarse como “medidas encadenadas de volumen con referencia a su nivel nominal en xxx”. (Adriaan M. Bloem, *et all* (2001), pág. 186, 9.51)

INDICE INDIRECTO - PAASCHE - BASE VARIABLE (ENCADENADO)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
AÑO	cantidades	precios constantes del año corriente	valor a precios constantes del año corriente	índice directo base fija (eslabón)	cantidades	precios constantes del año corriente	valor a precios constantes del año corriente	índice directo base fija (eslabón)	cantidades	precios constantes del año corriente	valor a precios constantes del año corriente	índice directo base fija (eslabón)	encadenamiento de los eslabones (índice indirecto)	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020
	a precios 2021				**a precios 2022**				**a precios 2023**					
2020														
a	10	6	60											
b	15	14	210											
c	20	6	120											
			390	**1,000**									**1,000**	**360,0**
2021														
a	12	6	72		12	4	48							
b	15	14	210		15	16	240							
c	21	6	126		21	7	147							
			408	**1,046**			**435**	**1,000**					**1,046**	**376,6**
2022														
a					15	4	60		15	2	30			
b					16	16	256		16	18	288			
c					22	7	154		22	8	176			
							470	**1,080**			**494**	**1,000**	**1,130**	**406,9**
2023														
a									19	2	38			
b									16	18	288			
c									23	8	184			
											510	**1,032**	**1,167**	**420,1**

Quinto cuadro: el índice indirecto base variable Paasche.

Ahora el eslabón de cada año es a los precios actuales o sea del año corriente: eslabón 2021 a precios de 2021; eslabón 2022 a precios de 2022; eslabón 2023 a precios de 2023.

Se encadenan los eslabones Paasche en la columna 13:

2020: 1.000

2021: 1.000 * 1.046 = 1.046

2022: 1.000 * 1.046 * 1.080 = 1.130

2023: 1.000 * 1.046 * 1.080 * 1.032 = 1.167

Y el cuadro igual a los casos anteriores, con los índices de precios (Paasche), volumen (Laspeyres) y valor:

AÑO	valor a precios corrientes	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020	índice de precios implícitos encadenados LASPEYRES	índices encadenados de volumen de base variable PAASCHE	índice de valor
	(1)	(2)	(3) = (1) / (2)	(4)	(5) = (3) x (4)
2020	360,0	360,0	1,000	1,000	1,000
2021	408,0	376,6	1,083	1,046	1,133
2022	470,0	406,9	1,155	1,130	1,306
2023	510,0	420,1	1,214	1,167	1,417

Nota: la columna (2) ya no se denomina a precios constantes (ver nota 12)

Sexto cuadro: cálculo de los índices Fisher indirectos base variable.

Por ejemplo, el Fisher base variable, del año 2023 es igual a

$$1{,}190 = (1.214 * 1.167)^{1/2}$$

LASPEYRES INDIRECTO - base variable

	ESLABONES (directos)			ENCADENADO
2020	1,000			1,000
2021	**1,058**	1,000		1,058
2022		**1,093**	1,000	1,157
2023			**1,049**	**1,214**

PAASCHE ENCADENADO - base variable

	ESLABONES (directos)			ENCADENADO
2020	1,000			1,000
2021	**1,046**	1,000		1,046
2022		**1,080**	1,000	1,130
2023			**1,032**	**1,167**

FISHER INDIRECTO - baser variable

	ESLABONES (directos)			ENCADENADO
2020	1,000			1,000
2021	**1,052**	1,000		1,052
2022		**1,087**	1,000	1,144
2023			**1,041**	**1,190**

Como en los casos anteriores, la columna 2 del cuadro siguiente se obtiene multiplicando el valor monetario de 2020 por cada uno de los índices directos de cada año

Luego con los valores monetarios corrientes y el volumen en unidades monetarias se obtiene el índice de precios (Fisher) que, multiplicado por el índice de volumen (Fisher) recompone el índice de valor.

AÑO	valor a precios corrientes	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020	índice de precios implícitos encadenado FISHER	índices indirectos de volumen de base variable FISHER	índice de valor
	(1)	(2)	(3) = (1) / (2)	(4)	(5) = (3) x (4)
2020	360,0	360,0	1,000	1,000	1,000
2021	408,0	378,8	1,077	1,052	1,133
2022	470,0	411,7	1,142	1,144	1,306
2023	510,0	428,4	1,190	1,190	1,417

Nota: la columna (2) ya no se denomina a precios constantes (ver nota 12)

Resumiendo, el encadenamiento se lleva a cabo en tres fases:

Primera fase: se calculan las variaciones porcentuales entre el período corriente y el anterior a los precios del período anterior (columnas 1 a 12)

Segunda fase: se encadenan las variaciones (por multiplicación de cada tasa con la siguiente) (columna 13)

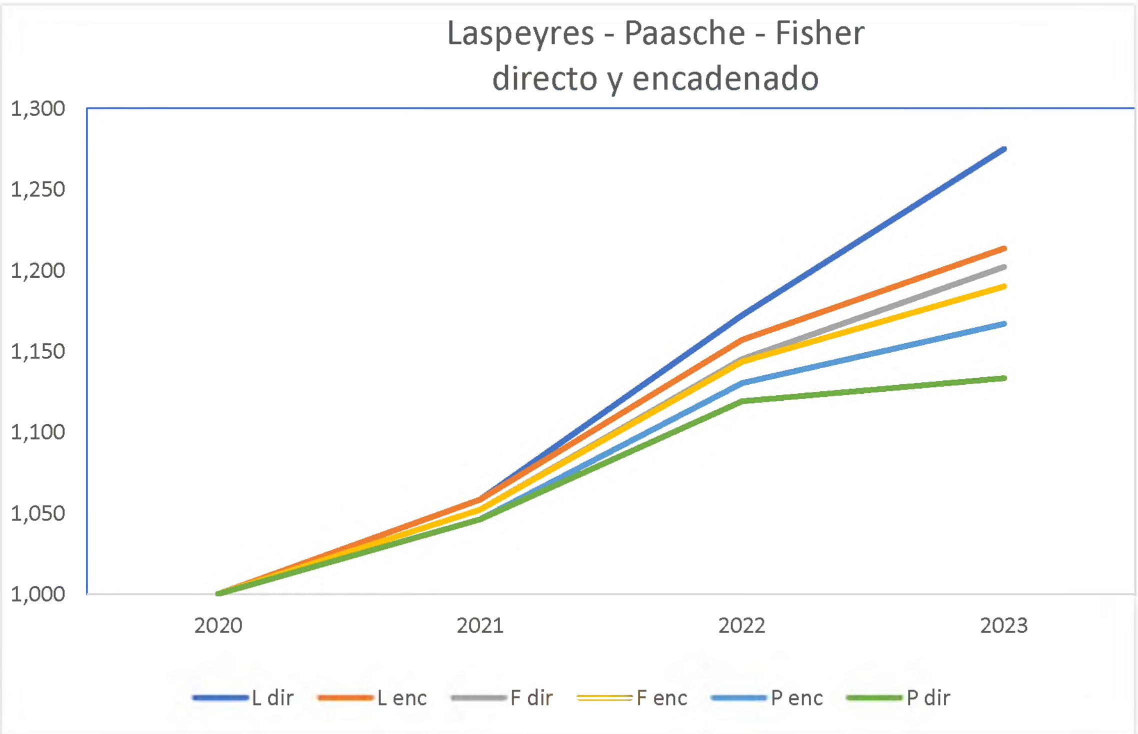
Tercera fase: se calculan las series en valores absolutos multiplicando las tasas por el valor corriente del año de referencia (columna 14)

Los encadenados Fisher se calculan como promedios geométricos de los encadenados Laspeyres y Paasche.

V. RELACION ENTRE LOS ÍNDICES LASPEYRES, PAASCHE Y FISHER EN BASE FIJA Y VARIABLE

Hemos visto seis casos de cálculo de volumen. Tres directos y tres indirectos. Cada trío en su versión Laspeyres, Paasche y Fisher. Los seis resultados para cada año se resumen a continuación tanto en números como en un gráfico:

AÑOS	L dir	L enc	F dir	F enc	P enc	P dir
2020	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2021	1,058	1,058	1,052	1,052	1,046	1,046
2022	1,172	1,157	1,145	1,144	1,130	1,119
2023	1,275	1,214	1,202	1,190	1,167	1,133



La lectura del gráfico es la siguiente:

A) el índice Laspeyres de volumen base fija, sobreestima; el índice Paasche de volumen base fija, subestima; el índice Fisher de volumen base fija, promedia ambas variaciones[13].

B) el índice Laspeyres de volumen base variable (móvil), sobreestima menos que el índice Laspeyres de volumen base fija; el índice Paasche de volumen base variable (móvil), subestima menos que el índice Paasche de volumen base fija; el índice Fisher de volumen base variable (móvil), ajusta mejor la variación que el índice Fisher base fija.

C) los índices de volumen Laspeyres, Paasche y Fisher base fija, son iguales a los respectivos índices de volumen Laspeyres, Paasche y Fisher base variable (móvil), para el período siguiente al momento de referencia.

D) el índice de volumen Fisher base variable (móvil), da una **mejor variación** que el Fisher base fija, desde un período **0** hasta un período **t,** porque el índice Laspeyres base variable (móvil) y el índice Paasche base variable (móvil) están más cercanos que el índice Laspeyres base fija y el índice Paasche base fija.

* * *

¿Por qué el Fisher encadenado, da una **mejor variación**? Porque está más cercano al "valor verdadero". Y ¿qué es el valor verdadero? Es el valor del **verdadero índice** (de volumen o de precios). Un índice **verdadero** es un índice **económico**, porque está relacionado con categorías económicas como la función de utilidad o la función de producción (ej. índice del costo de vida)[14].

---

[13] Si los cambios de precio y cantidad están correlacionados negativamente, entonces el índice de Laspeyres supera el índice de Paasche. La brecha entre ambos tiende a ampliarse con el tiempo en términos de niveles de índice. Por otro lado, si los cambios en el precio y la cantidad ponderados, están correlacionados positivamente, entonces el índice de Paasche excede al índice de Laspeyres. El resultado normal al calcular estos índices es:
Laspeyres ≥ Fisher ≥ Paasche

[14] "El verdadero índice de precios, τ, es la razón expresada por el ingreso que se necesita en el año 2 para alcanzar la curva de indiferencia del año 1 (I_2^T) sobre el ingreso real observado en el año 1 (I_1):

$$(I_2^T / I_1) = \sum P_2 q_2 / \sum P_1 q_1 = \tau$$

Este es un índice de precios "verdadero" debido a que no lleva a confusiones en la estimación de los cambios en la utilidad del consumidor de un año a otro." Call S. y Holahan W., Microeconomía, Grupo Editorial Iberoamérica, página 140. [el superíndice **T** de la fórmula se refiere a "**True**" (verdadero)]

En cambio, los índices que se basan en datos observables y en la agregación de precios y cantidades (ej. Laspeyres, Paasche, Fisher, Tornqvist) se denominan índices **estadísticos**. La literatura teórica sobre números índices, busca encontrar índices estadísticos que, en forma exacta o aproximada, se correspondan con el índice verdadero. En este sentido, el índice Fisher pertenece a la categoría de índice *superlativo* porque, para determinado tipo de función, coincide con el índice teórico (verdadero) [15].

*   *   *

Por último, la pregunta de la nota 7: los índices encadenados ¿eliminan la *discrepancia económica*?

No la eliminan totalmente; sí la reducen a un mínimo (año) y la limitan. Pero sigue existiendo a precios del año anterior (en el eslabón anual[16]).

VI. PERDIDA de ADITIVIDAD y DISCREPANCIA ESTADISTICA

Si bien los índices encadenados obtienen tasas de crecimiento de volúmenes más exactas, el método tiene un inconveniente: la pérdida de aditividad en los valores absolutos encadenados.

Esta pérdida de aditividad[17] significa que, a diferencia del método de precios constantes, ya no se puede calcular un agregado sumando directamente sus componentes.

La obtención de una mejor variación de volumen, por el encadenamiento, tiene como costo la pérdida de aditividad.

En el ejercicio realizado, se puede observar la discrepancia entre el volumen en valor absoluto a precios constantes de 2020 y el volumen en unidades monetarias encadenadas; para los tipos Laspeyres, Paasche y Fisher.

[15] Otro ejemplo de índice superlativo sería el índice de Tornqvist. Ver una estimación con índice Fisher en Kidyba, S. y Suárez, L. (2017, 2021), *Aplicación de índices encadenados al empalme de series. Argentina 1935 – 2020,* Programa de Investigación en Cuentas Nacionales (PICNA) -UBA/FCE

[16] Tampoco se elimina con índices **trimestrales** encadenados porque tanto los **eslabones trimestrales** como los anuales son a precios del año anterior.

[17] Técnicamente, la aditividad, significa que, “el índice de volumen de un agregado asume la forma de un promedio aritmético ponderado de los índices de sus componentes, utilizando como ponderaciones los valores del período base” (SCN 1993, párrafo 16.55).

Laspeyres

AÑO	volumen en unidades monetarias del año 2020	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020	Discrepancia estadística
2020	360,0	360,0	-
2021	381,0	381,0	-
2022	422,0	416,5	5,5
2023	459,0	436,9	22,1

Paasche

AÑO	volumen en unidades monetarias del año 2020	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020	Discrepancia estadistica
2020	360,0	360,0	-
2021	376,6	376,6	-
2022	402,9	406,9	-4,1
2023	408,0	420,1	-12,1

Fisher

AÑO	volumen en unidades monetarias del año 2020	Unidades monetarias encadenadas con referencia al valor nominal del año 2020	Discrepancia estadística
2020	360,0	360,0	-
2021	378,8	378,8	-
2022	412,3	411,7	0,6
2023	432,7	428,4	4,3

ADITIVIDAD

comparación Laspeyres, Paasche, Fisher

AÑO	Entre Laspeyres directo y Laspeyres encadenado	Entre Paasche directo y Paasche encadenado	Entre Fisher directo y Fisher encadenado
2020	-	-	-
2021	-	-	-
2022	5,5	-4,1	0,6
2023	22,1	-12,1	4,3

La discrepancia que resulta del encadenamiento, es inevitable[18] y carece de interpretación económica. Por esa razón, a diferencia de la discrepancia *económica* vista al comienzo de esta nota, a esta última se la denomina **discrepancia estadística[19].**

¿Cómo se expresa la pérdida de aditividad en la publicación de Cuentas Nacionales?

Supóngase que se tiene que publicar la serie 2020-2023 en volumen del PIB y los componentes del GASTO AGREGADO en millones de pesos[20]. Si el método aplicado fuese el de precios constantes con año de referencia 2020, la publicación, en **niveles** y en **estructura,** sería la siguiente:

LASPEYRES DIRECTO EN BASE FIJA

AÑO	XN	CONSUMO	FBC	PIB
2020	80000	180000	100000	360000
2021	96000	180000	105000	381000
2022	120000	192000	110000	422000
2023	152000	192000	115000	459000

AÑO	XN	CONSUMO	FBC	PIB
2020	22,2	50,0	27,8	100,00
2021	25,2	47,2	27,6	100,00
2022	28,4	45,5	26,1	100,00
2023	33,1	41,8	25,1	100,00

Aquí se puede ver que el agregado PIB es igual a la suma de sus componentes. De tal manera que los componentes del Gasto Agregado suman 100.

En cambio, si el método aplicado para la medición de volumen fuera el de índices encadenados la publicación de resultados hubiese sido como sigue:

[18] "La razón de la no aditividad es que se utilizan diferentes ponderaciones para distintos períodos anuales y, por lo tanto, no darán los mismos resultados a menos que no haya habido cambios en las ponderaciones." (Adriaan M. Bloem,2001, pág. 183)

[19] Esta discrepancia **estadística** originada en el encadenamiento, crece, al igual que la **económica** (la cual el encadenamiento la reduce al mínimo) a medida que el período actual se aleja del año de referencia. Por lo tanto, ubicando el año de referencia próximo al final de la serie, se logra una discrepancia estadística relativamente pequeña.

[20] Este ejemplo está basado en los cuadros primero y cuarto del ejercicio desarrollado, (índices directo/indirecto, base fija/variable). Los valores se expresan en millones y la canasta (a, b, c) se redefine como componentes de gasto del PIB.

LASPEYRES DIRECTO EN BASE VARIABLE

AÑO	XN	CONSUMO	FBC	PIB	discrepancia
2020	80000	180000	100000	360000	0,0
2021	96000	180000	105000	381000	0,0
2022	120000	192000	110000	416485	5514,7
2023	152000	192000	115000	436866	22133,5

Donde el PIB ya no es igual a la suma[21] de los componentes del Gasto como lo muestra la discrepancia estadística para 2022 y 2023. Y en la estructura ya no suma 100.

AÑO	XN	CONSUMO	FBC	PIB	
2020	22,2	50,0	27,8	100,00	0,0
2021	25,2	47,2	27,6	100,00	0,0
2022	28,8	46,1	26,4	**101,32**	-1,3
2023	34,8	43,9	26,3	**105,07**	-5,1

VII. COMENTARIO FINAL SOBRE EL VINCULO CON LOS USUARIOS

Los países que han incorporado los índices encadenados en las cuentas nacionales, se vieron en la necesidad de explicar a los usuarios:

a) la naturaleza del nuevo método de estimación de las series de volumen.

b) el problema de desactualización del sistema de precios de referencia en el método de base fija

c) el porqué, el nuevo método de los índices encadenados, permite que los resultados no dependan del año base.

d) los aspectos técnicos de la teoría de los índices encadenados (tipos de encadenamiento, propiedades de los índices, encadenamiento trimestral, etc.)

e) los problemas de pérdida de aditividad: la naturaleza de la discrepancia estadística, su tratamiento, advertencia a los usuarios sobre las publicaciones, etc.

f) ventajas y desventajas de la nueva metodología, experiencia internacional.

[21] El hecho de que no haya discrepancia en el año 2021 se debe a que, a precios constantes los precios de 2021 son los de 2020 y en índices encadenados, el eslabón anual de 2021 es a precios del año anterior, es decir, de 2020.

<u>Breve referencia bibliográfica</u>

La teoría de los índices de precios. *Javier Curiel Díaz.* Cuadernos de Estudios Empresariales 1997. número 7. 71-88
file:///D:/DATOS%20DEL%20USUARIO/Downloads/11228-Texto%20del%20art%C3%ADculo-11309-1-10-20110601.PDF

Manual de cuentas nacionales trimestrales. Conceptos, fuentes de datos y compilación *Adriaan M. Bloem, Robert J. Dippelsman y Nils O. Maehle.* Capítulo 9. FMI, Washington 2001
https://www.imf.org/external/pubs/ft/qna/2000/textbook/spa/text.pdf

Medición de Cuentas Nacionales basada en índices encadenados. *Gerardo Aceituno, Gonzalo Encina, Antonio Escandón.* Notas de investigación - Volumen 6, N°1 / abril 2003 Banco Central de Chile
https://si3.bcentral.cl/estadisticas/Principal1/Metodologias/CCNN/anuales/nrecv6n1abr2003_ota_inv_1.pdf

Sistema de Cuentas Nacionales 2008. Comisión Europea, FMI, OCDE, Naciones Unidas, Banco Mundial. Capítulo 15
https://www.cepal.org/sites/default/files/document/files/sna2008_web.pdf

Sistema de Cuentas Nacionales 1993. Comisión Europea, FMI, OCDE, Naciones Unidas, Banco Mundial. Capítulo 16
https://www.snieg.mx/DocumentacionPortal/iin/Acuerdo_5_IV_2016/emec/20_SCN-1993.pdf

12.06.2022

APENDICE: ejercicio de aplicación

Transcriba el cuadro en una hoja Excel, complete todas las columnas vacías según el encabezado e indique:

a) qué columnas son iguales y por qué.

b) cuál es el índice de volumen, 2010=100, para 2020.

(0)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)
AÑO	PIB en millones de pesos a precios corrientes	tasa de variación	Indice encadenado de volumen Laspeyres 2015 = 100	tasa de variacion	PIB en pesos encadenados con referencia al valor nominal en 2015	tasa de variacion	Índice encadenado de precios Paasche 2015 = 100	tasa de variacion	Indice encadenado de volumen Laspeyres 2020 = 100	tasa de variacion	PIB en pesos encadenados con referencia al valor nominal en 2020	tasa de variacion	Índice encadenado de precios Paasche 2020 = 100	tasa de variacion	Índice de valor 2010 = 100	Índice encadenado de precios Paasche 2010 = 100	Índice encadenado de volumen Laspeyres 2010 = 100
2010	447.205		81,8														
2011	473.855		83,8														
2012	503.921		87,0														
2013	534.496		90,9														
2014	579.942		95,2														
2015	630.263		100,0														
2016	680.678		103,7														
2017	729.206		106,5														
2018	782.531		109,7														
2019	841.042		113,3														
2020	908.450		117,3														