



# UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Económicas

Departamento de Matemática

Asignatura: ANALISIS MATEMATICO II

Código: 284

***Plan "1997"***

Cátedra: Prof. Asociada Regular María José BIANCO

Carrera: Licenciatura en Economía. Actuario.

**Aprobado por Res. Cons. Directivo  
(F.C.E.)**

**Nro. : 2373/16**

En caso de contradicción entre las normas previstas en la publicación y las dictadas con carácter general por la Universidad o por la Facultad, prevalecerán éstas últimas.

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Análisis Matemático II (Código 284)	Carreras: Actuario; Lic. en Economía Cátedra: MARÍA JOSÉ BIANCO
--	---	---



## **1. ENCUADRE GENERAL**

### **1.1. Contenidos Mínimos**

Funciones de dos o más variables. Derivadas direccionales y parciales y sus aplicaciones. Desarrollos en series de potencias. Teoría de extremos libres y condicionados y sus aplicaciones Integrales múltiples. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden.

### **1.2. Razones que justifican la inclusión de la asignatura dentro del plan de estudio. Su importancia en la formación profesional.**

La inclusión de esta asignatura dentro de las carreras de Actuario y Licenciatura en Economía se debe a que permite un riguroso desarrollo analítico, sintético y deductivo de las situaciones problemáticas que se plantean en estas disciplinas.

Dada la relación de esta materia con los ejes temáticos fundamentales de distintas disciplinas de la currícula de las carreras de Actuario y Licenciatura en Economía, el aporte de modelos matemáticos que provienen del Cálculo de varias variables se hace imprescindible para dar respuesta con rigor matemático a cualquier abordaje serio de temas específicos.

La importancia de la materia en la formación del graduado emerge del carácter informativo, formativo e instrumental de la misma. La transferencia de las herramientas matemáticas a las aplicaciones económicas y actuariales contribuye a encarar situaciones problemáticas con precisión.

### **1.3. Ubicación de la asignatura en el curriculum y requisitos para su estudio.**

La ubicación de Análisis Matemático II en el Segundo Tramo del Ciclo General para las carreras de Licenciatura en Economía y Actuario en Economía y en el Ciclo Profesional para la carrera de Actuario en Administración permite que los alumnos puedan comprender toda la teoría matemática que se desarrolle ya que cuentan con Análisis Matemático I y Álgebra aprobadas, ambas asignaturas correspondientes al Primer Tramo del Ciclo General.

La utilidad de los conocimientos que Análisis Matemático II proporciona se pone de manifiesto en aquellas materias donde el análisis cuantitativo sea relevante para la comprensión de la disciplina en la cual se aplica, siendo un requisito previo de las asignaturas Matemática para Economistas, Estadística II y Microeconomía I.

### **1.4. Objetivos del aprendizaje**

La misión de la asignatura es que al finalizar la misma los alumnos sean capaces de:

- Generalizar los conceptos de cálculo diferencial e integral de una variable a funciones de varias variables

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Análisis Matemático II (Código 284)	Carreras: Actuario; Lic. en Economía Cátedra: MARÍA JOSÉ BIANCO
--	---	---



- Articular los conceptos económicos y financieros incorporados en Análisis Matemático I con los desarrollados en más de una variable como las nociones de marginalidad y elasticidad.
- Modelizar situaciones problemáticas de estática comparativa y optimización.
- Plantear y resolver modelos económicos mediante ecuaciones diferenciales.
- 

## 2. PROGRAMA ANALÍTICO

### Unidad Temática I: Funciones de varias variables. Límite y Continuidad

#### **Objetivos del aprendizaje**

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos:

- Adquieran la capacidad de establecer analítica y gráficamente el dominio de funciones de dos variables
- Entiendan la importancia de las curvas de nivel para la resolución de problemas económicos.
- Comprendan el concepto de continuidad de funciones de dos variables.

#### **Temas a desarrollar:**

Espacio  $n$ -dimensional. Conjuntos abiertos y cerrados. Punto de interior, punto de clausura, punto frontera, punto aislado. Conjunto compacto. Conjunto convexo. Revisión de conceptos de geometría analítica en  $\mathbb{R}^2$ . Elementos de geometría analítica en  $\mathbb{R}^3$ . Funciones de dos o más variables independientes. Expresión analítica y representación gráfica del dominio de funciones de dos variables. Curvas de nivel. Aplicaciones económicas. Límite doble de funciones de dos variables. Propiedades. Límites sucesivos o reiterados. Límites radiales. Relaciones existentes entre los distintos límites. Definición de función continua. Clasificación de funciones discontinuas. Aplicación al estudio de funciones económicas.

### Unidad Temática II: Derivada y Diferencial

#### **Objetivos del aprendizaje**

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos:

- Incorporen el concepto de derivada parcial y sus aplicaciones a problemas económicos y actuariales.
- Comprendan el concepto de función diferenciable.
- Adquieran la habilidad para calcular plano tangente a una superficie en un punto

#### **Temas a desarrollar:**

Derivada direccional y gradiente de un campo escalar. Definición de derivada parcial. Interpretación geométrica. Derivadas parciales de orden superior. Teorema de Schwarz. Teorema del valor medio. Función diferenciable. Diferencial total. Plano tangente a una superficie en un punto. Interpretación geométrica del diferencial total. Diferenciales sucesivos. Aplicaciones económicas: Funciones marginales. Clasificación de bienes. Elasticidad. Tasa marginal de sustitución. Tasa de sustitución técnica.

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Análisis Matemático II (Código 284)	Carreras: Actuario; Lic. en Economía Cátedra: MARÍA JOSÉ BIANCO
--	---	---



### **Unidad Temática III: Funciones compuestas, implícitas y homogéneas. Aproximación de funciones mediante polinomios**

#### **Objetivos del aprendizaje**

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos:

- Puedan calcular derivadas de funciones compuestas y de funciones expresadas en forma implícita.
- Reconozcan funciones homogéneas y su aplicación a las funciones económicas.
- Logren realizar aproximaciones de funciones de dos variables mediante polinomios de Taylor y Mac Laurin

#### **Temas a desarrollar:**

Funciones compuestas. Derivada de funciones compuestas. Funciones implícitas. Derivada de funciones implícitas. Funciones homogéneas. Propiedades. Teorema de Euler.

Polinomio de Taylor y Mac Laurin para funciones de dos variables. Aproximación de funciones.

Aplicaciones económicas: Funciones económicas marginales definidas en forma compuesta e implícita. Funciones económicas homogéneas. Función de Cobb – Douglas. Modelo IS-LM. Introducción a la estática comparativa.

### **Unidad Temática IV: Optimización de funciones de dos variables**

#### **Objetivos del aprendizaje**

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos:

- Adquieran los conceptos de extremos locales y globales.
- Puedan calcular extremos libres y condicionados y su aplicación a problemas de la especialidad
- Comprendan la interpretación económica de los multiplicadores de Lagrange

#### **Temas a desarrollar:**

Extremos libres de una función de dos variables. Condición necesaria y suficiente para la existencia de extremos. Extremos condicionados. Condición necesaria y suficiente.

Aplicaciones económicas: Problemas de optimización aplicados. Interpretación económica de los multiplicadores de Lagrange.

### **Unidad Temática V: Integración múltiple**

#### **Objetivos del aprendizaje**

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos:

- Incorporen la forma de resolución de integrales dobles y sus diferentes aplicaciones

#### **Temas a desarrollar:**

Concepto de integral doble. Propiedades. Cálculo de integrales dobles por integrales iteradas.

Cálculo de áreas y volúmenes.

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Análisis Matemático II (Código 284)	Carreras: Actuario; Lic. en Economía Cátedra: MARÍA JOSÉ BIANCO
--	---	---



Aplicaciones económicas

## **Unidad Temática VI: Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer y segundo orden**

### **Objetivos del aprendizaje**

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos:

- Puedan reconocer y resolver distintos tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden.
- Comprendan cómo hallar la solución general de una ecuación diferencial lineal a coeficientes constantes de segundo orden
- Incorporen los conceptos de ecuaciones diferenciales para poder aplicarlos a modelos económicos y financieros dinámicos continuos
- Logren modelizar situaciones problemáticas económicas o actuariales mediante ecuaciones diferenciales.

### **Temas a desarrollar:**

Definición. Conceptos fundamentales: orden y grado. Solución general y solución particular Ecuaciones diferenciales de primer orden. Variables separables, homogéneas, lineales, Bernoulli, exactas y reducibles a exactas.

Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes constantes. Solución de la ecuación homogénea. Solución general mediante el método de coeficientes indeterminados.

Aplicaciones económicas: Modelos económicos dinámicos continuos.

## **3. BIBLIOGRAFÍA**

### **3.1. Bibliografía Básica**

- Barbolla, R.; Cerdá, E.; Sanz, P. (2001) *Optimización. Cuestiones, ejercicios y aplicaciones a la economía*. Prentice Hall, Madrid.
- Bernardello, A.; Bianco, M.J.; Casparini, M.T.; García Fronti, J.; Marzana, S. (2010) *Matemática para Economistas con Excel y Matlab*. Editorial Omicron System, Buenos Aires.
- Bianco, M.J.; García, R.A.; Zorzoli, G. ; Muñoz, A. ; Santos, J. (2003) *Matemática para la Economía, Administración y Dirección de Empresas*. Editorial Universitas, Madrid.
- Chiang, Alpha (2006) *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. Mc Graw – Hill, México.
- De Burgos, Juan (1995) *Cálculo infinitesimal de varias variables*. Mc Graw – Hill, Madrid.
- Di Caro, H.; Gallego, L. (2000) *Análisis Matemático II con aplicaciones a las Ciencias Económicas*. Editorial Macchi, Buenos Aires.
- Marsden, J. E.; Tromba, A. J. (2004) *Cálculo vectorial*. Addison-Wesley, Iberoamericana, México.
- Larson, R E.; Hostetler, R. P.; Edward, B. H. (2003) *Cálculo II*. Pirámide, Madrid.
- Simon, C.; Blume, L. (1994) *Mathematics for Economists*. W. W. Norton & Company, New York.

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Análisis Matemático II (Código 284)	Carreras: Actuario; Lic. en Economía Cátedra: MARÍA JOSÉ BIANCO
--	---	---



- Stewart, James (2012) *Cálculo varias variables*. Cengage Learning Editores S.A., México.

### 3.2. Bibliografía Ampliatoria

- Casparri, M.T.; Trucco, S; Foncuberta, J. (1974) *Análisis Matemático II: orientación Ciencias Económicas*. Editorial El Coloquio, Buenos Aires.
- Edwards, C.; Penney, D. (1994) *Ecuaciones Diferenciales Elementales y Problemas con Condiciones en la Frontera*. Pearson Educación, México.
- Haeussler, Ernest (2008) *Matemáticas para Administración y Economía*. Prentice Hall, México.
- Leithold, Louis (1998) *El cálculo*. Oxford University Press, México.
- Perez Grassa, I.; Minguillón, E.; Jarne, G. (2001) *Matemática para la Economía*. Mc Graw Hill, Madrid.
- Nagle, R.; Saff, E.; Snider, A. (2001) *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Pearson Educacion, México.
- Sundaram, R. (1996) *A First Course in Optimization Theory*. Cambridge University Press, United States of America.
- Trench, W. (2002) *Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera*. Thomson Learning, México.
- Weber, Jean (1984) *Matemática para Administración y Economía*. Harla, México.
- Zill, D.; Cullen, M. (2002) *Ecuaciones diferenciales con problemas de valores en la frontera*. Thomson Learning, México.

## 4. METODOLOGÍA

### 4.1. Metodología de conducción del aprendizaje

Al principio del curso se presentarán objetivos, contenidos y aspectos conceptuales generales de la asignatura. Se tendrá especial dedicación en aplicar medios para que la enseñanza de esta materia brinde ventajas al estudiante de las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas, mostrando la posibilidad de aplicación en su práctica profesional de los principales conceptos matemáticos desarrollados. Para ello el docente arbitrará una metodología que contemple la introducción de los temas, la fundamentación teórica que se considere necesaria para su mejor comprensión y ejemplificación con aplicaciones económicas. Además, se dedicarán a guiar, controlar y apoyar metodológicamente a los alumnos en el trabajo que cada uno de ellos deberá hacer sobre los problemas propuestos, ya sean a través de guía de trabajos prácticos, trabajos de campo grupales o trabajos de investigación monográficos.

Como complemento de las clases presenciales, el docente podrá establecer pautas para el estudio independiente, como hacer lecturas adicionales de artículos, revistas o capítulos de libros de puntos teóricos del programa.

### 4.2. Metodología de evaluación

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Análisis Matemático II (Código 284)	Carreras: Actuario; Lic. en Economía Cátedra: MARÍA JOSÉ BIANCO
--	---	---



Los exámenes parciales y finales se calificarán con números enteros en una escala de 0 a 10 puntos. Un examen se considerará aprobado cuando la nota sea de 4 (cuatro) o más puntos. La revisión de los exámenes una vez entregadas las notas es obligatoria.

**Exámenes Parciales y Recuperatorio:** Se tomarán dos exámenes parciales teórico-prácticos escritos con posibilidad de una única instancia de recuperación después de haber rendido ambas pruebas parciales.

- Aquellos alumnos que, luego de haber rendido todas las instancias de evaluación, obtengan un promedio de 7 (siete) o más puntos, serán promovidos directamente.
- Aquellos alumnos que, luego de haber rendido todas las instancias de evaluación, obtengan un promedio 4 (cuatro) o más puntos pero inferior a 7 (siete) serán considerados “regulares” a los fines de rendir un examen final de la asignatura.
- Aquellos alumnos que aprueben uno de los parciales y desapruében o estén ausentes en el otro examen parcial, podrán rendir examen recuperatorio del parcial desaprobado o ausente.
- Aquellos alumnos cuyo promedio entre ambas pruebas parciales esté comprendido entre 4 (cuatro) y 6 (seis) puntos podrán rendir examen recuperatorio del examen con menor nota. En este caso la nota del recuperatorio reemplazará la nota del examen recuperado.
- Aquellos alumnos que, luego de haber rendido todas las instancias de evaluación, obtengan un promedio inferior a cuatro (4) puntos se les asignará la nota “Insuficiente”
- Los alumnos que no se presenten a todas las instancias de evaluación establecidas serán calificados como “Ausentes” salvo cuando hayan tenido una evaluación con nota inferior a 4 (cuatro) puntos no recuperada, en cuyo caso la nota final será “Insuficiente”

**Examen final:** El examen final será escrito y consistirá en la resolución de ejercicios y problemas de aplicación desarrollados durante el curso, incluyendo los fundamentos teóricos y las aplicaciones económicas respectivas de cada tema.

**Examen final libre:** La evaluación correspondiente a un examen final libre será escrita. Constará de una parte práctica y de una parte teórica. Para aprobar el examen se requiere aprobar las dos partes de la evaluación. Los temas podrán referirse a cualquier punto del programa.