



**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**  
*Facultad de Ciencias Económicas*

Departamento de Matemática

Asignatura: MATEMATICA PARA ECONOMISTAS

Código: 288

**Plan "1997"**

Cátedra: Prof. Emérito Maria Teresa CASPARRI

Carrera: Actuario y Lic. En Economía

**Aprobado por Res. Cons. Directivo  
(F.C.E.)**

**Nro.: 3489/13**

En caso de contradicción entre las normas previstas en la publicación y las dictadas con carácter general por la Universidad o por la Facultad, prevalecerán éstas últimas.

# MATEMATICA PARA ECONOMISTAS

## PROGRAMA

### A. ENCUADRE GENERAL

#### A. 1. FUNDAMENTACION

Esta materia brinda el instrumental matemático necesario para Licenciados en Economía y Actuarios. Complementa y relaciona las otras asignaturas del ciclo matemático, integrándolas al desarrollo de temas no abarcados en ellas, que son imprescindibles tanto para investigar, como para abordar problemas teóricos y prácticos de su vida profesional.

#### A. 2. UBICACIÓN

Esta asignatura está ubicada en el Ciclo General del Ciclo Profesional de las carreras de Licenciatura en Economía y Actuario, con el requisito de Análisis Matemático II.

Dado su marco teórico: "Espacios vectoriales y transformaciones lineales" se considera necesario actualizar los conocimientos de estos temas, así como los del Análisis Matemático, de modo de poder manejarlos con solvencia. Se requieren conocimientos de Economía para aprovechar mejor el instrumental desarrollado en la materia.

Por otro lado, esta asignatura provee elementos imprescindibles para encarar otras asignaturas del curriculum.

#### A. 3. OBJETIVOS GENERALES

Que el alumno maneje el lenguaje y los conceptos básicos del álgebra lineal y el análisis dinámico, tanto en tiempo continuo como discreto y desarrolle las técnicas numéricas y analíticas necesarias para abordar problemas económicos y actuariales específicos e interpretar teoría económica y actuarial formulada en lenguaje matemático.

#### A. 4. CONTENIDOS MÍNIMOS

Transformaciones lineales. Matrices semejantes. Diagonalización de matrices reales simétricas. Análisis de equilibrio. Formas cuadráticas libres y condicionadas. Aplicación de Extremos. Multiplicadores de Lagrange. Condiciones de Kuhn-Tucker. Matrices positivas y no negativas. Teoremas de Perron-Frobenius. Matrices de Minkowski y Markov. Nociones de topología. Conjuntos convexos. Teoremas del punto fijo. Teoría del equilibrio general. Diferencias. Ecuaciones en diferencias y diferenciales lineales de "enésimo orden". Ecuaciones lineales mixtas. Aplicaciones a modelos dinámicos. Elementos de optimización dinámica (Cálculo de variaciones. El problema del control. El principio del máximo. Aplicaciones.)

### B. ENFOQUE CONCEPTUAL

#### B.1. UNIDADES TEMÁTICAS

##### *UNIDAD I*

Transformaciones lineales y matrices asociadas. Transformaciones ortogonales y matrices ortogonales. Matrices equivalentes. Propiedades. Autovalores y autovectores de una transformación lineal y de una matriz. Polinomio y ecuación característica. Teorema de Cayley-Hamilton: po-

tencia de una matriz. Aplicación al cálculo de la matriz inversa. Matrices semejantes. Propiedades. Potencia de una matriz por relación de semejanza. Diagonalización de matrices. Diagonalización de matrices reales y simétricas. Matrices involutivas, matrices idempotentes y nilpotentes. Aplicaciones económicas. Modelos económicos. Modelos lineales. Análisis del equilibrio en los modelos lineales. La estática comparativa. Teorema generalizado de las funciones implícitas.

### Objetivo del aprendizaje:

*Que el alumno adquiera los conocimientos sobre transformaciones lineales, operatoria con matrices y sistemas de ecuaciones lineales para el abordaje de modelos económicos y actuariales.*

## **UNIDAD II**

Formas cuadráticas sin restricciones. Binaria, ternaria, n-aria. Matriz y discriminante. Formas cuadráticas definidas, semidefinidas e indefinidas. Diversos métodos para determinar su signo. Formas cuadráticas de variables condicionadas. Estudio de su signo. Aplicación al cálculo de extremos libres y condicionados de funciones de n variables. El método de los multiplicadores de Lagrange. Elementos de topología: conjuntos abiertos, cerrados, compactos, convexos. Teorema de Weierstrass – Teorema del Local – Global. El problema general de la programación matemática. Programación clásica. Programación no lineal. Programación lineal. Condiciones de Kuhn-Tucker: Calificación de restricciones. El problema del consumidor con ocio, equilibrio competitivo, modelo de portafolio de acciones (minimización de la varianza de la cartera sujeta a restricciones)

### Objetivo del aprendizaje:

*Que el alumno sea capaz de analizar el signo de formas cuadráticas libres y condicionadas para aplicar a la optimización clásica y la programación matemática en forma estática.*

## **UNIDAD III**

Partición de matrices. Operaciones con matrices particionadas. Matrices positivas y matrices no negativas. Matrices descomponibles y no descomponibles. Los teoremas de Perron y de Frobenius. Condición de Hawkins-Simon. Matrices de Minkowski y Matrices de Markov. Nociones breves de topología. Conjuntos convexos. Teoremas del punto fijo. Brouwer y Kakutani. Aplicaciones económicas. Restricciones de no negatividad y el equilibrio económico. Análisis del modelo de insumo-producto. Teoría del equilibrio general. La existencia del equilibrio competitivo.

### Objetivo del aprendizaje:

*Que el alumno domine el manejo de las propiedades de las matrices no negativas y conceptos topológicos necesarios para abordar los modelos del equilibrio general.*

## **UNIDAD IV**

Diferencias. Propiedades. Los operadores diferencia y desplazamiento. Equivalencia entre los operadores. Aplicaciones económicas y financieras. Ecuaciones en diferencias. Ecuación en diferencias lineal de primer orden con coeficientes constantes. Caso homogéneo y no homogéneo. Soluciones generales y particulares. Análisis del comportamiento de la solución, Aplicaciones al cálculo financiero. Modelos económicos dinámicos discretos.

### Objetivo del aprendizaje:

*Que el alumno domine la operatoria con diferencias y ecuaciones en diferencias lineales de primer orden para aplicarlas a modelos económicos y actuariales dinámicos discretos.*

## **UNIDAD V**

Ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes de orden superior. Ecuaciones lineales homogéneas. El método de D'Alembert. Ecuaciones lineales no homogéneas. El método de los coeficientes indeterminados. Comportamiento de la solución de equilibrio. Soluciones estables e inestables. Condiciones de estabilidad para una ecuación en diferencias lineal de segundo y tercer orden. Condiciones necesarias y suficientes de estabilidad. Teorema de Schur. Aplicaciones financieras y económicas. Modelos dinámicos discretos.

### Objetivo del aprendizaje:

*Que el alumno incorpore el conocimiento de ecuaciones en diferencias de orden superior y las condiciones de estabilidad de sus soluciones que le permitan abordar modelos dinámicos más complejos.*

#### **UNIDAD VI**

Sistemas de ecuaciones en diferencias lineales. Métodos básicos de resolución. Solución por el procedimiento de la ecuación eliminante. Método de D'Alembert. Métodos simbólicos. Métodos matriciales. Estudio de la estabilidad de sistemas. El segundo método de Liapunov. Sistemas con matrices de Minkowski y matrices de Markov. Aplicaciones financieras y económicas. Elementos de la teoría cualitativa de las ecuaciones en diferencias no lineales y sus aplicaciones a la economía.

##### **Objetivo del aprendizaje:**

*Que el alumno sepa analizar y resolver sistemas de ecuaciones en diferencias lineales para aplicar al estudio cualitativo y cuantitativo de modelos económicos y actuariales.*

#### **UNIDAD VII**

Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes de orden superior. Ecuaciones lineales homogéneas. El método de D'Alembert. Ecuaciones lineales no homogéneas. El método de los coeficientes indeterminados. Comportamiento de la solución. Equilibrio. Soluciones estables e inestables. Regla de Descartes. Condiciones necesarias y suficientes de estabilidad. Teorema de Routh-Hurwitz. Condiciones de Liénard-Chipart. Método de variación de parámetros. Ecuaciones diferenciales del tipo de Liénard-Chipart. Modelos dinámicos continuos. Aplicaciones a modelos financieros.

##### **Objetivo del aprendizaje:**

*Que el alumno incorpore el conocimiento de ecuaciones diferenciales de orden superior y las condiciones de estabilidad de sus soluciones que le permitan abordar modelos económicos y actuariales en el campo continuo.*

#### **UNIDAD VIII**

Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Métodos básicos de resolución. Método de la ecuación eliminante. Método de D'Alembert. Métodos matriciales. El operador diferencial. Solución de sistemas por métodos simbólicos. Estudio de la estabilidad de sistemas. Aplicaciones a modelos económicos dinámicos continuos. Elementos de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales no lineales y sus aplicaciones a la economía. Ecuaciones lineales mixtas diferenciales-en diferencias y sus aplicaciones a la economía. El principio de la correspondencia.

##### **Objetivo del aprendizaje:**

*Que el alumno sepa analizar y resolver sistemas de ecuaciones diferenciales para aplicar al estudio de la estabilidad de modelos dinámicos continuos.*

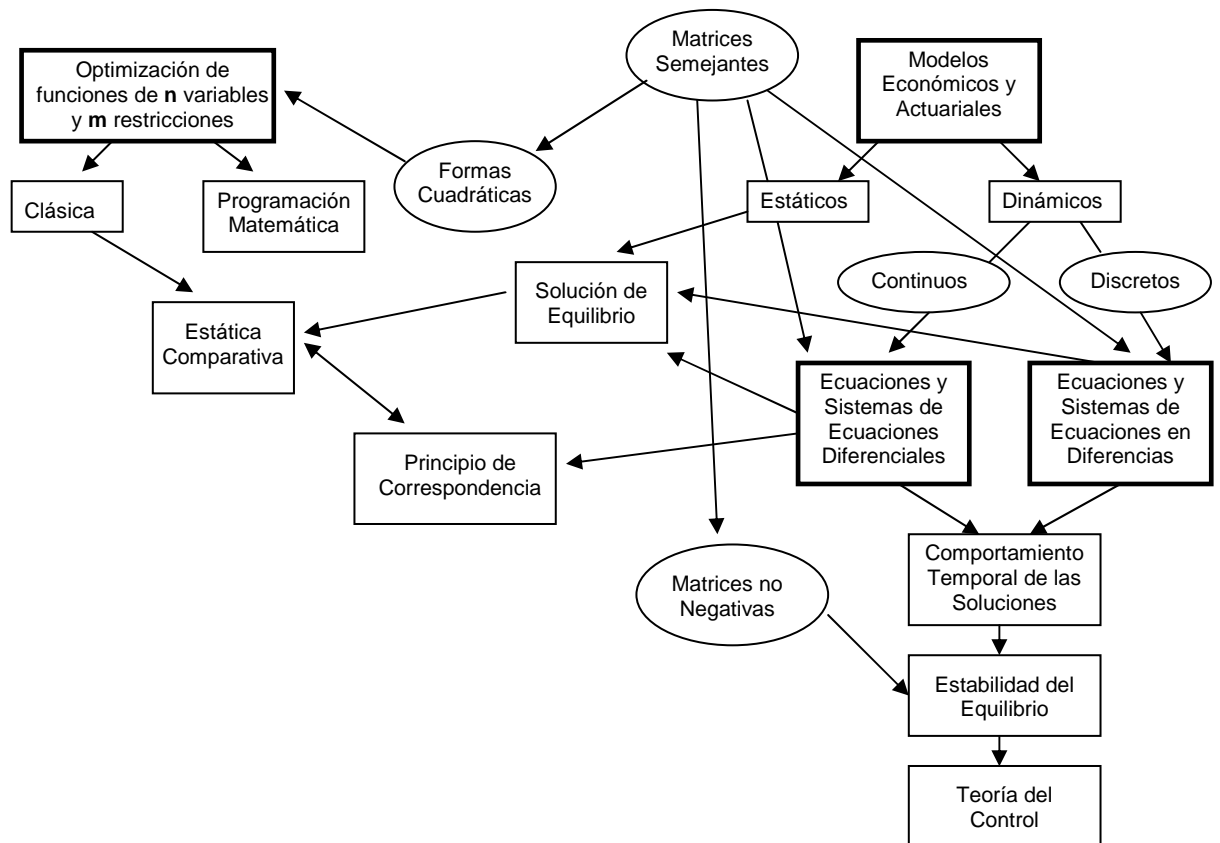
#### **UNIDAD IX**

Elementos de optimización dinámica. El problema variacional. Cálculo de variaciones. El problema de Lagrange. Fronteras fijas y móviles. La función Hamiltoniana. Método de los multiplicadores generalizados de Lagrange. La teoría del Control Óptimo. El principio del máximo discreto y continuo. Recurrencia y la optimización dinámica discreta. Ecuación de Bellman. Aplicaciones económicas y financieras. Modelo de crecimiento (en tiempo discreto y continuo)

##### **Objetivo del aprendizaje:**

*Que el alumno se introduzca en el problema del Cálculo de Variaciones y del Control Óptimo para abordar el estudio de la optimización contemplando la dimensión del tiempo en forma explícita.*

## MARCO TEÓRICO: Espacios Vectoriales – Transformaciones Lineales



## C. BIBLIOGRAFÍA

### C. 1. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

AIUB, Alberto - *Ecuaciones en diferencias finitas*, El Coloquio, Bs. Aires, 1985

BERNARDELLO, A., CASPARRI, M.T. y otros, *Matemática para economistas con Excel y Matlab*, Omicron, Bs. Aires, 2004.

CASPARRI, María T. - *Ecuaciones en diferencia*, El Coloquio Bs. Aires 1980

CHIANG, Alpha C. y WAINWRIGHT, Kevin - *Métodos fundamentales de Economía Matemática*, Mc.Graw-Hill, Madrid, Mexico, 2006

GANDOLFO, Giancarlo - *Métodos y modelos matemáticos en Dinámica Económica*, Tecnos, Madrid, 1976

GANDOLFO, G., *Economic Dynamics*. Berlin New York: Springer-Verlag, 1997

INTRILIGATOR, Michael D. – *Optimización matemática y teoría económica*, Prentice/Hall, Madrid, 1973

SYDSAETER, K., HAMMOND, P., SEIRSTAD, A. Y STROM, A. *Further Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, England, 2005.

ZILL, Dennis. – *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*, Grupo Editorial Iberoamérica, 1988

## C. 2. BIBLIOGRAFÍA AMPLIATORIA

### C.2.1. GENERAL

- ALLEN, R.G.D. - *Economía Matemática*, Aguilar, Madrid, 1965
- APOSTOL, Tom - *Calculus* Volumen 2, Reverté, Barcelona, 1973
- AZARIADIS, C. *Intertemporal Macroeconomics*, Blackwell, Cambridge, Massachusetts, 1993
- BENAVIE, Arthur - *Técnicas matemáticas del Análisis Económico*, Prentice Hall, Madrid, 1973
- BERK, Peter y SYDSAETER, Knut - *Formulario para Economistas*, Antoni Bosch, Barcelona, 1994
- BLANCHARD, O.J. y FISCHER S. *Lectures on Macroeconomics*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1989
- DE LA FUENTE, A. *Mathematical Methods and Models for Economists*, Cambridge University Press, 2000
- FERNANDEZ-POL, Jorge E. - *Economía, Teoría Económica y Metateoría Económica*, El Ateneo, Bs. Aires, 1980
- LANCASTER, Kelvin - *Economía Matemática*, Bosch, Barcelona, 1972
- MUTH, J.F., “*Rational Expectations and the Theory of Price Movements*”, *Econometrica* 29 (Julio): 315-335. 1961
- OBSTFELD, M. y ROGOFF, K., *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, Massachusetts, 1996
- SARGENT, T., *Macroeconomic Theory*, 2nd. Edition, Academic Press, Orlando, Florida, 1987
- SIMON, C.P., BLUME L., *Mathematics for Economists*, W. W. Norton & Company, 1994
- TAKAYAMA, Akira - *Mathematical economics*, Cambridge U.P., Cambridge, 1991
- WEINTRAUB, E. Roy - *Mathematics for economists - An integrated approach*, Cambridge U.P., Cambridge, 1986
- YAMANE, Taro - *Matemáticas para economistas*, Ariel, Barcelona, 1981

### C.2.2. ESPECÍFICA PARA UNIDADES I, II y III

- ACCINELLI, E., *Introducción a la optimización no lineal*, Aportaciones Matemáticas, Serie textos de la sociedad matemática Mexicana; No 34, 2009
- ANTON, Howard - *Introducción al Álgebra Lineal*, Limusa, México, 1985
- ARROW, K.J. ENTHOVEN, A.C. *Quasi-concave programming*, *Econometrica*, vol. 29, No 4(Oct 1961) pp. 779-800, 1961
- BAUMOL, William J. - *Teoría Económica y análisis de operaciones*, Herrero Hnos., México, 1974
- BARBOLLA, R., CERDÁ, E. y SAENZ, P. – *Optimización – Cuestiones. Ejercicios y aplicaciones a la economía*, Prentice Hall, Madrid, 2001.
- BELLMAN, Richard - *Introduction to Matrix Analysis*, Mc.Graw-Hill, N.York, 1970
- CABALLERO FERNANDEZ, R.E., GONZALEZ PAREJA, A.C. y TRIGUERO RUIZ, F.A. - *Métodos Matemáticos para la Economía*, Mc.Graw-Hill/Interamericana de España S.A., Madrid, 1988

- FERNANDEZ-POL, Jorge E. - *Lecciones de programación no lineal*, Macchi, Bs. Aires, `1980
- GANTMACHER, F. R. - *The theory of matrices* - Vol. I y II, Chelsea, N. York, 1977
- GROSSMAN, Stantey I. - *Algebra Lineal*, Mc.Graw-Hill, México, 1996
- GUTIERREZ VALDEGON, Sinesio - *Algebra Lineal para la Economía*, Editorial AC, Madrid, 1992
- HERAS MARTINEZ Y VILLAR, Zanón J. L. - *Problemas de Algebra Lineal para la Economía*, Editorial AC, Madrid, 1988
- INTRILIGATOR, Michael D. - *Optimización matemática y teoría económica*, Prentice/Hall, Madrid, 1973
- KLEIN, Erwin - *Mathematical methods in theoretical economics*, Academic Press, N.York, 1973
- LANCASTER K., *Mathematical Economics*, Dover Publications Inc., New York, 1987 (1968)
- MUÑOZ, Francisco y otros - *Manual de Algebra Lineal*, Ariel, Barcelona, 1988
- NIKAIDO, H. - *Métodos matemáticos del análisis económico moderno*, Vicens-vives, Barcelona, 1978
- PASINETTI, Luigi L. - *Lecciones de Teoría de la Producción*, Fondo de Cultura Económica, México, 1984
- PERIS, J. y CARBONELL, L. - *Problemas de Matemáticas para Economistas*, Ariel, Barcelona, 1986
- PITA RUIZ, Claudio de J. - *Algebra Lineal*, Mc.Graw-Hill, México, 1991
- VERGARA CAPRIO, José M. - *Economía Política y Modelos Multisectoriales*, Tecnos, Madrid, 1979

### *C.2.3. ESPECÍFICA PARA UNIDADES IV, V y VI*

- BAUMOL, William J. - *Introducción a la Dinámica Económica*, Marcombo, Barcelona, 1972
- CASPARRI, María T. - *Ecuaciones en diferencias*, El Coloquio, Bs. Aires, 1980
- GOLDBERG, Samuel - *Introducción a las ecuaciones en diferencias finitas*, Marcombo, Barcelona 1964
- MICKENS, Ronald E. - *Difference equations*, Van Nostrand Rei, N.York, 1987

### *C.2.4. ESPECÍFICA PARA UNIDADES VII y VIII*

- BAUMOL, William J. - *Introducción a la Dinámica Económica*, Marcombo, Barcelona, 1972
- BELLMAN, Richard - *Introduction to Matrix Analysis*, Mc.Graw-Hill, N.York, 1970
- BLANCHARD, DEVANEY, AND HALL, '*Differential Equations*', Brooks/Cole, 1998.
- DORNBUSCH, R. "*Expectations and Exchange Rate Dynamics*", *Journal of Political Economy* 84 (Diciembre): 1161-76. 1976
- ELSGOLTZ, L. *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional*, Segunda Edición, Ed. Mir, Moscú, 1977

- GANTMACHER, F.R. - *The theory of matrices* - Vol. I y II, Chelsea, N. York, 1977
- RABENSTEIN, Albert L. - *Ecuaciones diferenciales elementales con Algebra Lineal*, Continental, México, 1973
- ROBERTS, Charles E. Jr. - *Ecuaciones diferenciales ordinarias - Un enfoque al cálculo numérico*, Prentice Hall, Cali, 1980
- ROXIN, E. O. y SPINADEL, Vera W. de - *Ecuaciones diferenciales ordinarias*, EUDEBA, Bs. Aires, 1976
- SOLOW, R.M., "A contribution to the theory of economic growth", *The Quarterly Journal of Economics* 70 (Enero): 65-94. 1956
- TRUCCO, Sixto E. y CASPARRI, María T. - *Ecuaciones diferenciales*, Macchi, Bs. Aires, 1969
- WILLIAM E. BOYCE AND RICHARD C. DIPRIMA 'Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems' 9<sup>th</sup> Edition. John Wiley and Sons, 2008
- C.2.5. ESPECÍFICA PARA UNIDAD IX**
- BARRO, R. y XALA-I-MARTIN X., *Economic Growth*, McGraw-Hill, New York, 1995
- BELLMAN, R., *Introducción al Análisis Matricial*, editorial Reverté, Barcelona, 1965
- CERDÁ TENA, E., *Optimización Dinámica*, Prentice-Hall, Madrid, 2001
- CHIANG, A.C., *Elements of Dynamic Optimization*, McGraw-Hill, New York, 1992
- HOTELLING, H., "The Economics of Exhaustible Resources", *Journal of Political Economy*, vol. 39 (abril): 137-175. 1931
- INTRILIGATOR, Michael - *Optimización matemática y teoría económica*, Prentice Hall, Madrid ,1973
- KAMIEN, M. I. y SCHWARTZ, N. L. - *Dynamic Optimization, the Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*, Elsevier, New York, 1991
- LJUNGQVIST, L., SARGENT, T.J., *Recursive Macroeconomic Theory*, 2nd Edition. Massachusetts Institute of Technology, 2000
- LUCAS, R.E., STOKEY, N.L. y PRESCOTT, E.C., *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press, Massachusetts, 1989
- SARGENT, T., *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1987
- SILBERBERG, E., *The Structure of Economics. A Mathematical Analysis*, Second Edition, Mc. Graw-Hill International Editions, 1990.

## **D. METODOLOGÍA**

### **D. 1. METODOLOGÍA DE CONDUCCIÓN DEL APRENDIZAJE**

Las clases son teórico-prácticas; eventualmente se solicita la presentación de trabajos de alguna aplicación específica y se estimula el trabajo grupal para la interpretación teórica y la ejercitación práctica.



## **D. 2. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN**

En los cursos presenciales se toman tres parciales teórico-prácticos, cuyas fechas se fijan a principios del curso, de los cuales se puede recuperar sólo uno, después de rendir el tercero.

En los exámenes libres se evaluará en forma escrita y/u oral sobre los temas teóricos, prácticos y de aplicación, del programa analítico, que soliciten los profesores.