



# UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Económicas

Departamento de Matemática

Asignatura: MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS

Código: 288

*Plan "1997"*

Cátedra: Prof. Titular Javier GARCIA FRONTI

Carrera: Actuario y Lic. En Economía

**Aprobado por Res. Cons. Directivo**

**(F.C.E.)**

**Nro. : 2665/16**

En caso de contradicción entre las normas previstas en la publicación y las dictadas con carácter general por la Universidad o por la Facultad, prevalecerán éstas últimas.



**Departamento de Matemática**

**Asignatura:** Matemática para Economistas

**Código:** 288

***Plan "1997"***

**Cátedra:** Javier I. García Fronti

**Carreras:** Actuario y Licenciado en Economía

En caso de contradicción entre las normas previstas en la publicación y las dictadas con carácter general por la Universidad o por la Facultad, prevalecerán éstas últimas.

# MATEMÁTICA PARA ECONOMISTAS

Departamento de Matemática

Carreras de Actuario y Licenciatura en Economía

Cátedra: Javier I. García Fronti

## A. ENCUADRE GENERAL

### 1.1 Contenidos mínimos

Transformaciones lineales. Matrices semejantes. Diagonalización de matrices reales simétricas. Análisis de equilibrio. Formas cuadráticas libres y condicionadas. Aplicación de Extremos. Multiplicadores de Lagrange. Condiciones de Kuhn-Tucker. Matrices positivas y no negativas. Teoremas de Perron-Frobenius. Matrices de Minkowski y Markov. Nociones de topología. Conjuntos convexos. Teoremas del punto fijo. Teoría del equilibrio general. Diferencias. Ecuaciones en diferencias y diferenciales lineales de "enésimo orden". Ecuaciones lineales mixtas. Aplicaciones a modelos dinámicos. Elementos de optimización dinámica (Cálculo de variaciones. El problema del control. El principio del máximo. Aplicaciones.)

### 1.2. Razones que justifican la inclusión de la asignatura dentro del plan de estudio. Su importancia en la formación profesional.

#### *Actuario*

La formación del actuario articula conocimientos económicos, administrativos, contables y de derecho, para analizar los problemas del seguro, las jubilaciones, las pensiones, además prestaciones de seguridad social, y las finanzas mediante modelos económico-matemáticos idóneos para su tratamiento. Para ello es fundamental que el alumno cuente con una sólida formación matemática.

#### *Licenciatura en Economía*

La formación matemática es un requisito central para su formación, pues constituye un lenguaje propio del profesional, permitiendo el análisis y la comprensión de realidades económicas, a la vez que permite la comunicación entre profesionales.

### 1.3. Ubicación de la asignatura en el currículum y requisitos para su estudio.

Esta asignatura está ubicada en el Ciclo Profesional de las carreras de Licenciatura en Economía y Actuario. Complementa y articula las otras asignaturas del ciclo matemático, integrando el conocimiento matemático de los alumnos para que encaren el resto de su carrera.

Para su estudio, el alumno deberá tener aprobada la materia Análisis matemático II.

#### **1.4. Objetivos del aprendizaje (Misión de la asignatura)**

Que el alumno integre los conocimientos adquiridos en el ciclo matemático y los articule con nuevos conceptos de topología, de optimización y de análisis dinámico tanto en tiempo continuo como discreto. Asimismo se espera que el alumno desarrolle las técnicas numéricas y analíticas necesarias para abordar problemas económicos y actuariales específicos e interpretar teoría económica y actuarial formulada en lenguaje matemático.

## **B. PROGRAMA ANALITICO**

### **UNIDAD TEMATICA Nro. 1: NOCIONES BASICAS DE TOPOLOGIA Y EQUILIBRIO**

#### **Objetivos del aprendizaje**

*Que el alumno domine conceptos básicos topológicos necesarios para abordar el análisis de funciones y los modelos del equilibrio general.*

#### **Temas a desarrollar**

Transformaciones lineales. Matrices semejantes. Diagonalización de matrices reales simétricas. Formas cuadráticas sin restricciones. Binaria, ternaria, n-aria. Matriz y Discriminante. Formas cuadráticas definidas, semidefinidas e indefinidas. Diversos métodos para determinar su signo. Formas cuadráticas de variables condicionadas. Estudio de su signo.

Conjuntos abiertos y cerrados. Conjuntos acotados. Conjuntos compactos. Conjuntos convexos. Funciones cóncavas y convexas. Funciones cuasicóncavas y cuasiconvexas.

Teoremas del punto fijo. Brouwer y Kakutani. Aplicaciones económicas. Restricciones de no negatividad y el equilibrio económico. Análisis del modelo de insumo-producto. Teoría del equilibrio general. La existencia del equilibrio competitivo.

### **UNIDAD TEMATICA Nro. 2: OPTIMIZACIÓN (n variables)**

#### **Objetivos del aprendizaje**

*Que el alumno sea capaz de resolver problemas económicos y financieros modelados como optimización clásica o como programación matemática.*

#### **Temas a desarrollar**

Teorema de existencia de Weierstrass. Aplicación al cálculo de extremos libres y condicionados de funciones de n variables. El método de los multiplicadores de Lagrange.

Programación matemática. Calificación de restricciones. Condiciones de Kuhn-Tucker. Condiciones de suficiencia de la programación cóncava y cuasicóncava de Arrow-Enthoven.

Aplicaciones económicas y financieras a problemas de optimización: El problema del consumidor con ocio y el modelo de portafolio de acciones. El problema de extracción de tendencias en series temporales (filtro de Hodrick-Prescott). El problema de impuestos óptimos de Ramsey. El problema de consumo y ahorro intertemporal.



### **UNIDAD TEMATICA Nro. 3: PROCESOS MARKOVIANOS**

#### **Objetivos del aprendizaje**

*Que el alumno domine los conceptos matriciales necesarios para formalizar modelos económicos y financieros utilizando procesos estocásticos markovianos.*

#### **Temas a desarrollar**

Partición de matrices. Operaciones con matrices particionadas. Matrices positivas y matrices no negativas. Matrices descomponibles y no descomponibles. Los teoremas de Perron y de Frobenius. Condición de Hawkins-Simon. Matrices de Minkowski y Matrices de Markov. Aplicaciones económicas y financieras.

### **UNIDAD TEMATICA Nro. 4: ECUACIONES Y SISTEMAS EN DIFERENCIAS**

#### **Objetivos del aprendizaje**

*Que el alumno domine la operatoria con diferencias y ecuaciones en diferencias lineales de primer orden para aplicarlas a modelos económicos y actuariales dinámicos discretos. Asimismo, que el alumno incorpore el conocimiento de ecuaciones en diferencias de orden superior y las condiciones de estabilidad de sus soluciones que le permitan abordar modelos dinámicos más complejos.*

#### **Temas a desarrollar**

Diferencias. Propiedades. Los operadores diferencia y desplazamiento. Equivalencia entre los operadores. Aplicaciones económicas y financieras. Ecuaciones en diferencias. Ecuación en diferencias lineal de primer orden con coeficientes constantes. Caso homogéneo y no homogéneo. Soluciones generales y particulares. Análisis del comportamiento de la solución.

Ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes de orden superior. Ecuaciones lineales homogéneas. El método de D'Alembert. Ecuaciones lineales no homogéneas. El método de los coeficientes indeterminados. Comportamiento de la solución de equilibrio. Soluciones estables e inestables. Condiciones de estabilidad para una ecuación en diferencias lineal de segundo y tercer orden. Condiciones necesarias y suficientes e estabilidad. Teorema de Schur. Diagramas de fase. Condiciones iniciales y terminales.

Aplicaciones al cálculo financiero: Interés simple y compuesto, anualidades, amortizaciones.

Modelos económicos dinámicos discretos: Modelo de Hicks, de la telaraña, de Interacción de Samuelson y de inventarios de Metzler. Modelo de inflación de Cagan. Modelo de determinación del precio de una acción sobre la base de una condición de ausencia de arbitraje. Enfoques de expectativas adaptativas y racionales (previsión perfecta) en los modelos económicos dinámicos.

## **UNIDAD TEMÁTICA Nro. 5: ECUACIONES Y SISTEMAS DIFERENCIALES**

### **Objetivos del aprendizaje**

*Que el alumno sepa analizar y resolver sistemas de ecuaciones en diferencias lineales para aplicar al estudio cualitativo y cuantitativo de modelos económicos y actuariales. Asimismo, que el alumno incorpore el conocimiento de ecuaciones diferenciales de orden superior y las condiciones de estabilidad de sus soluciones que le permitan abordar modelos económicos y actuariales en el campo continuo.*

### **Temas a desarrollar**

Sistemas de ecuaciones en diferencias lineales. Métodos básicos de resolución. Solución por el procedimiento de la ecuación eliminante. Método de D'Alembert. Métodos simbólicos. Métodos matriciales. Condiciones de contorno. Estudio de la estabilidad de sistemas. El segundo método de Liapunov. Elementos de la teoría cualitativa de las ecuaciones en diferencias no lineales y sus aplicaciones a la economía. Ecuaciones lineales mixtas.

Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes de orden superior. Ecuaciones lineales homogéneas. El Método de D'Alembert. Ecuaciones lineales no homogéneas. El método de los coeficientes indeterminados. Comportamiento de la solución. Equilibrio. Soluciones estables e inestables. Regla de Descartes. Condiciones necesarias y suficientes de estabilidad. Teorema de Routh-Hurwitz. Condiciones de Liénard-Chipart. Modelos dinámicos continuos. Diagramas de fase. Introducción a la resolución numérica de ecuaciones diferenciales.

Modelo de mercado con expectativas de precios. Demanda excedente y ajuste del producto. El modelo de Solow. La curva de Phillips. Modelo de sobre-reacción del tipo de cambio de Dornbusch. El principio de correspondencia de Samuelson. Modelos de predador-presa.

## **UNIDAD TEMÁTICA Nro. 6: CONTROL ÓPTIMO y OPTIMIZACIÓN DINÁMICA DISCRETA**

### **Objetivos del aprendizaje**

*Que el alumno se introduzca en el problema del Control Óptimo y de optimización dinámica discreta para abordar el estudio de la optimización contemplando la dimensión del tiempo en forma explícita.*

### **Temas a desarrollar**

Elementos de optimización dinámica. El problema de Lagrange. Fronteras fijas y móviles. La función Hamiltoniana. Métodos de los multiplicadores generalizados de Lagrange. Cálculo de variaciones: ecuación de Euler. La teoría del control Óptimo. El principio del máximo discreto y continuo. Recurrencia y la optimización dinámica discreta. Ecuación de Bellman. Aplicaciones económicas y financieras. Modelo de crecimiento (en tiempo discreto y continuo). Modelos de consumo y ahorro intertemporal. El modelo de Hotelling sobre explotación de recursos no renovables. El modelo de crecimiento de Ramsey.



### 3. BIBLIOGRAFIA

#### 3.1. BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA

AIUB, Alberto – *Ecuaciones en diferencias finitas*, El Coloquio, Bs. As., 1985

BERNARDELLO, A., CASPARRI, M.T. y Otros, *Matemática para economistas con Excel y Matlab*, Omicron, Bs. As., 2009 (2da Edición)

CHIANG, A., *Elements of Dynamic Optimization*. Mc. Graw-Hill, 1992

CHIANG, Alpha C. y WAINWRIGHT, Kevin – *Métodos fundamentales de Economía Matemática*, Mc. Graw-Hill, Madrid, México, 2006

GANDOLFO, G., *Economic Dynamics*. Berlin New York: Springer- Verlag, 1997

ROJO, A., *Algebra II*. El Ateneo, Buenos Aires, 1995

SAMUELSON, P.A., *Foundation of Economic Analysis*, Enlarged Edition, Cambridge: Harvard University Press, 1983

SYDSAETER, K., HAMMOND, P., SEIRSTAD, A. Y STROM, A., *Further Mathematics for Economic Analysis*, Prentice Hall, England, 2005

#### 3.2. BIBLIOGRAFÍA AMPLIATORIA

##### GENERAL

ALLEN, R.G.D., *Economía Matemática*, Aguilar, Madrid, 1965

APOSTOL, T. *Calculus*, Volumen 2, Reverté, Barcelona, 1973

AZARIADIS, C. *Intertemporal Macroeconomics*, Blackwell, Cambridge, Massachusetts, 1993

BENAVIE, A., *Técnicas matemáticas del Análisis Económico*, Prentice Hall, Madrid, 1973

BERK, P. y SYDSAETER, K., *Formulario para Economistas*, Antoni Bosch, Barcelona, 1994

BLANCHARD, O.J. y FISCHER S. *Lectures on Macroeconomics*. MIT Press, Cambridge, Massachussets, 1989

DE LA FUENTE, A. *Mathematical Methods and Models for Economists*, Cambridge University Press, 2000

FERNANDEZ-POL, J.E., *Economía, Teoría Económica y Metateoría Económica*, El Ateneo, Buenos Aires, 1980

GANDOLFO, G., *Economic Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin, 1997

MUTH, J.F., "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", *Econometrica* 29 (Julio): 315-335. 1961

OBSTFELD, M. y ROGOFF, K., *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, Massachusetts, 1996

SARGENT, T., *Macroeconomic Theory*, 2nd. Edition, Academic Press, Orlando, Florida, 1987

SIMON, C.P., BLUME L., *Mathematics for Economists*, W. W. Norton & Company, 1994

TAKAYAMA, A., *Mathematical Economics*, Cambridge U.P., Cambridge, 1991

WEINTRAUB, E.R., *Mathematics for Economists – An integrated approach*, Cambridge U.P., Cambridge, 1986

YAMANE, T., *Matemáticas para economistas*, Ariel, Barcelona, 1981

### **ESPECÍFICA PARA UNIDAD 1 y 2**

ACCINELLI, E., *Introducción a la optimización no lineal*, Aportaciones Matemáticas, Serie Textos de la Sociedad Matemática Mexicana; No. 34, 2009.

ARROW, K.J. ENTHOVEN, A.C., *Quasi-concave programming*, *Econometrica*, vol. 29, No. 4 (Oct 1961) pp. 779-800, 1961

ARROW K.J., CHENERY H.B., MINHAS B.S. y SOLOW R.M. "Capital-labor substitution and economic efficiency". *Review of Economics and Statistics*, 43, pp. 225-250, 1961

INTRILIGATOR, M.D., *Mathematical Optimization and Economic Theory*, SIAM, 2002 (1971)

LANCASTER K., *Mathematical Economics*, Dover Publications Inc., New York, 1987 (1968).

### **ESPECÍFICA PARA UNIDAD 3**

R.A. HOWARD. 'Comments on the origin and application of Markov decision processes', *Operations Research*, 50(1), 100-102, 2002





M.L. PUTERMAN, *'Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming'*, New York, Wiley, 1994.

PUGACHEV, V.S., *Introducción a la Teoría de las Probabilidades*, Editorial Mir, Moscú, 1973

USPENSKY, J.V., *Matemáticas de las Probabilidades*, editorial Nigar, Buenos Aires, 1947

#### **ESPECÍFICA PARA UNIDAD 4**

CAGAN, P., "The Demand for Currency Relative to Total Money Supply", *National Bureau of Economic Research*, pp 1-37. 1958

METZLER, L.A., "The Nature and Stability of Inventory Cycles", *Review of Economic Statistics*. Vol, 23 No. 3. Aug 1941

SAMUELSON, P.A., "Interaction Between the Multiplier Analysis and the Principle of Acceleration", *Review of Economic Statistics*. May 1939

#### **ESPECÍFICA PARA UNIDAD 5**

BLANCHARD, DEVANEY, AND HALL, 'Differential Equations', Brooks/Cole, 1998.

DORNBUSCH, R. "Expectations and Exchange Rate Dynamics", *Journal of Political Economy* 84 (Diciembre): 1161-76. 1976

ELSGOLTZ, L. *Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional*, Segunda Edición, Ed. Mir, Moscú, 1977

SOLOW, R.M., "A contribution to the theory of economic growth", *The Quarterly Journal of Economics* 70 (Enero): 65-94. 1956

WILLIAM E. BOYCE AND RICHARD C. DIPRIMA 'Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems' 9<sup>th</sup> Edition. John Wiley and Sons, 2008.

#### **ESPECÍFICA PARA UNIDAD 6**

BARRO, R. y XALA-I-MARTIN X., *Economic Growth*, McGraw-Hill, New York, 1995

BELLMAN, R., *Introducción al Análisis Matricial*, editorial Reverté, Barcelona, 1965

CERDÁ TENA, E., *Optimización Dinámica*, Prentice-Hall, Madrid, 2001



CHIANG, A.C., *Elements of Dynamic Optimization*, McGraw-Hill, New York, 1992

HOTELLING, H., "The Economics of Exhaustible Resources", *Journal of Political Economy*, vol. 39 (abril): 137-175. 1931

LIUNGQVIST, L., SARGENT, T.J., *Recursive Macroeconomic Theory*, 2nd Edition. Massachusetts Institute of Technology, 2000

LUCAS, R.E., STOKEY, N.L. y PRESCOTT, E.C., *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press, Massachusetts, 1989

SARGENT, T., *Dynamic Macroeconomic Theory*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1987

SILBERBERG, E., *The Structure of Economics. A Mathematical Analysis*, Second Edition, Mc. Graw-Hill International Editions, 1990.

#### 4. METODOLOGIA DE CONDUCCION DEL APRENDIZAJE

Las clases son teórico-prácticas, estimulando el trabajo grupal para la interpretación teórica y para la ejercitación práctica. Eventualmente se solicita la presentación de trabajos de alguna aplicación específica.

#### 5. METODOLOGÍA DE EVALUACIÓN

La metodología de evaluación de este programa está sujeta a las resoluciones vigentes del Consejo Directivo de la Facultad de Ciencias Económicas y del Consejo Superior de la Universidad de Buenos Aires al respecto.

En los cursos presenciales cuatrimestrales los alumnos deberán rendir DOS parciales teórico-prácticos según defina el profesor a cargo del curso, cuyas fechas se fijan a principios del curso, de los cuales se puede recuperar sólo uno. La evaluación debe verificar la asimilación de los conceptos por parte del alumno y su capacidad para aplicar lo aprendido a la resolución de problemas. Los resultados de la evaluación permitirán al profesor y a los alumnos regular el proceso de enseñanza - aprendizaje mediante una adecuada retroalimentación.

Los alumnos que se presenten "como libres", deberán responder a un examen integral sobre los contenidos de la asignatura, en forma teórica y en forma práctica respondiendo a las preguntas en forma escrita, salvo que el profesor solicite expresamente una prueba oral.