



**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**

Facultad de Ciencias Económicas

Departamento de Matematica

Asignatura: MATEMATICA PARA ECONOMISTAS

Código: 288

***Plan "1997"***

Cátedra: Prof. Titular Gustavo ZORZOLI

Carrera: Lic. en Economía – Carrera de Actuario

**Aprobado por Res. Cons. Directivo  
(F.C.E.)**

**Nro. : 2257/16**

En caso de contradicción entre las normas previstas en la publicación y las dictadas con carácter general por la Universidad o por la Facultad, prevalecerán éstas últimas.



Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

## 1. ENCUADRE GENERAL

### 1.1. Contenidos Mínimos

Los contenidos mínimos aprobados por las Resoluciones que norman el Plan de Estudios de 1997 son los siguientes:

Transformaciones lineales. Matrices semejantes. Diagonalización de matrices reales simétricas. Análisis de equilibrio. Formas cuadráticas libres y condicionadas. Aplicación de Extremos. Multiplicadores de Lagrange. Condiciones de Kuhn-Tucker. Matrices positivas y no negativas. Teoremas de Perron- Frobenius. Matrices de Minkowski y Markov. Nociones de topología. Conjuntos conexos. Teoremas del punto fijo. Teoría del equilibrio general. Diferencias. Ecuaciones en diferencias y diferenciales lineales de "enésimo orden". Ecuaciones lineales mixtas. Aplicaciones a modelos dinámicos. Elementos de optimización dinámica (Cálculo de variaciones. El problema del control. El principio del máximo. Aplicaciones.)

### 1.2. Razones que justifican la inclusión de la asignatura dentro del plan de estudio. Su importancia en la formación profesional.

Entre las aptitudes y habilidades que se requiere de los graduados en Economía y Actuario de la Facultad de Ciencias Económicas se visualiza la formulación de modelos y la toma de decisiones en algunos de sus campos de actuación profesional. Estos modelos económicos que permiten la toma de decisiones a menudo se basan sobre modelos matemáticos. Por otro lado, la era de la informática ha permitido procesar, resumir y almacenar rápidamente datos, pero analizarlos e interpretarlos correctamente es obra del profesional.

El estudio de esta materia proporciona conocimientos para desarrollar esas habilidades necesarias para la formulación, análisis y la toma de decisiones fundadas sobre la base de modelos. La variedad de conceptos y procedimientos que se desarrollan en esta asignatura constituyen una herramienta fundamental aplicable a innumerables campos de investigación, como así también otorga técnicas necesarias para la práctica profesional, tanto en empresas privadas como públicas.

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

### 1.3. Ubicación de la asignatura en el currículum y requisitos para su estudio.

Esta materia es común a las carreras de Actuario y Licenciatura en Economía, que se dictan en la Facultad de Ciencias Económicas.

La ubicación de Matemática para Economistas en el Ciclo Profesional de la currícula, permite que los alumnos puedan comprender toda la teoría matemática que se necesite para comprender los conceptos que se desarrollan en Dinero, Crédito y Bancos, Estadística Actuarial, Análisis Numérico, Microeconomía II, Macroeconomía II, Econometría y Crecimiento Económico,

Para abordarla cuentan con las bases estudiadas en Análisis Matemático I y Álgebra del Primer Tramo del Ciclo General y en Análisis Matemático II del Segundo Tramo del Ciclo General.

### 1.4. Objetivos del aprendizaje

Que el alumno:

- domine conceptos básicos topológicos necesarios para abordar el análisis de funciones y los modelos del equilibrio general;
- sea capaz de resolver problemas económicos y financieros modelados como optimización clásica o como programación matemática;
- se apropie de los conceptos matriciales necesarios para formalizar modelos económicos y financieros utilizando procesos estocásticos markovianos;
- incorpore la operatoria con diferencias y ecuaciones en diferencias lineales de primer orden para aplicarlas a modelos económicos y actuariales dinámicos discretos;
- domine el conocimiento de ecuaciones en diferencias de orden superior y las condiciones de estabilidad de sus soluciones que le permitan abordar modelos dinámicos más complejos;
- sepa analizar y resolver sistemas de ecuaciones en diferencias lineales para aplicar al estudio cualitativo y cuantitativo de modelos económicos y actuariales;
- se apropie de los conceptos de ecuaciones diferenciales de orden superior y las condiciones de estabilidad de sus soluciones que le permitan abordar modelos económicos y actuariales en el campo continuo; y
- se introduzca en el problema del Control Óptimo y de optimización dinámica discreta para abordar el estudio de la optimización contemplando la dimensión del tiempo en forma explícita.



Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

## 2. PROGRAMA ANALÍTICO

### ➤ UNIDAD TEMÁTICA I:

#### Objetivos de aprendizaje.

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos logren:

- Comprender el cuerpo conceptual asociado a las transformaciones lineales.
- Conceptualizar la diagonalización de matrices reales y simétricas.
- Aplicar el análisis de equilibrio de modelos lineales y la estática comparativa a modelos económicos.

#### Temas a desarrollar:

Transformaciones lineales y matrices asociadas. Transformaciones ortogonales y matrices ortogonales. Matrices equivalentes, propiedades. Matrices semejantes, propiedades. Autovalores y autovectores de una transformación lineal y de una matriz. Polinomio y ecuación característica. Teorema de Cayley-Hamilton, aplicación al cálculo de la matriz inversa. Diagonalización de matrices. Potencia de una matriz por relación de semejanza. Diagonalización de matrices reales y simétricas. Aplicaciones económicas. Modelos económicos. Modelos lineales. Análisis del equilibrio en modelos lineales. Funciones definidas implícitamente, teorema de la función implícita. Estática comparativa aplicada a modelos económicos.

### ➤ UNIDAD TEMÁTICA II:

#### Objetivos de aprendizaje.

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos logren:

- Comprender el cuerpo conceptual asociado a las formas cuadráticas.
- Entender las características de las Funciones cóncavas, convexas, cuasiconcavas y cuasiconvexas.
- Conceptualizar la Programación no lineal.
- Aplicar el cálculo de extremos libres y condicionados de funciones de  $n$  variables y lo apliquen a problemas económicos de optimización.

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

Temas a desarrollar:

Formas cuadráticas sin restricciones. Formas cuadráticas definidas, semidefinidas e indefinidas. Diversos métodos para determinar su signo. Formas cuadráticas de variables condicionadas. Estudio de su signo. Nociones breves de topología. Conjuntos convexos. Funciones cóncavas, convexas, cuasiconcavas y cuasiconvexas. Cálculo de extremos libres y condicionados de funciones de  $n$  variables. El método de los multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones económicas a problemas de optimización. Restricciones de no negatividad. Programación no lineal. Condiciones de Kuhn-Tucker. Aplicaciones económicas a problemas de optimización.

➤ **UNIDAD TEMÁTICA III:**

Objetivos de aprendizaje.

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos logren:

- Comprender el cuerpo conceptual asociado a las Matrices positivas y no negativas.
- Conceptualizar los teoremas relacionados con las Matrices positivas y no negativas.
- Entender las características de las Matrices de Minkowski y Matrices de Markov
- Aplicar el Teorema del punto fijo y la Teoría del equilibrio general.

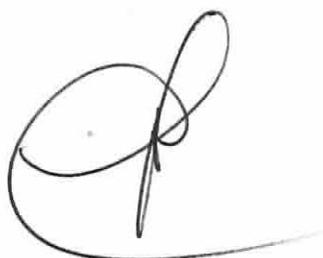
Temas a desarrollar:

Matrices positivas y no negativas. Partición de matrices. Operaciones con matrices particionadas. Matrices descomponibles y no descomponibles. Teoremas de Perron y de Frobenius. Condición de Hawkins-Simon. Matrices de Minkowski y Matrices de Markov. Teorema del punto fijo. Análisis del modelo de insumo-producto. Teoría del equilibrio general. La existencia del equilibrio competitivo.

➤ **UNIDAD TEMÁTICA IV:**

Objetivos de aprendizaje.

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos logren:



Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

- Comprender el cuerpo conceptual asociado a las Ecuaciones en diferencias.
- Analizar el comportamiento de la solución de las ecuaciones en diferencia.
- Entender los métodos de soluciones de los Sistemas de ecuaciones en diferencias lineales.
- Aplicar la teoría cualitativa de las ecuaciones en diferencias no lineales a Modelos dinámicos discretos.

#### Temas a desarrollar:

Diferencias. Propiedades. Los operadores diferencia y desplazamiento. Ecuaciones en diferencias. Ecuación en diferencias lineal de primer orden con coeficientes constantes. Caso homogéneo y no homogéneo. Soluciones generales y particulares. Análisis del comportamiento de la solución. Ecuaciones en diferencias lineales con coeficientes constantes de orden superior. Comportamiento de la solución de equilibrio. Soluciones estables e inestables. Teorema de Schur. Sistemas de ecuaciones en diferencias lineales. Métodos básicos de resolución. Estudio de la estabilidad de sistemas de ecuaciones en diferencia lineales. Elementos de la teoría cualitativa de las ecuaciones en diferencias no lineales y sus aplicaciones a la economía. Aplicaciones financieras y económicas. Modelos dinámicos discretos.

#### ➤ **UNIDAD TEMÁTICA V:**

#### Objetivos de aprendizaje.

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos logren:

- Comprender el cuerpo conceptual asociado a las Ecuaciones diferenciales.
- Analizar el comportamiento de la solución de las ecuaciones diferenciales.
- Entender los métodos de soluciones de los Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales.
- Aplicar la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales no lineales a Modelos dinámicos continuos.
- Estudiar las Ecuaciones lineales mixtas diferenciales-en diferencias.

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

Temas a desarrollar:

Ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes de orden superior. Ecuaciones lineales homogéneas. Ecuaciones lineales no homogéneas. El método de los coeficientes indeterminados. Variación de los parámetros y Ecuaciones de Cauchy Euler. Comportamiento de la solución. Condiciones necesarias y suficientes de estabilidad. Teorema de Routh-Hurwitz. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales. Métodos básicos de resolución. El operador diferencial. Solución de sistemas por métodos simbólicos. Estudio de la estabilidad de sistemas. Elementos de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales no lineales. Ecuaciones lineales mixtas diferenciales-en diferencias. Aplicaciones a modelos económicos dinámicos continuos.

➤ **UNIDAD TEMÁTICA VI:**

Objetivos de aprendizaje.

Se espera que al finalizar la unidad los alumnos logren:

- Comprender el cuerpo conceptual asociado a la optimización dinámica. Analizar los métodos del Control Óptimo en tiempo continuo.
- Entender el cálculo de variaciones.
- Estudiar el Control óptimo en tiempo discreto.
- Aplicar la teoría del control óptimo en aplicaciones económicas y financieras.

Temas a desarrollar:

Elementos de optimización dinámica. Introducción al cálculo de variaciones. Control Óptimo en tiempo continuo. La función Hamiltoniana. Condiciones de transversalidad. Aplicaciones económicas. Control óptimo en tiempo discreto. Principio de optimalidad de Bellman. Aplicaciones económicas y financieras.





Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

### 3. BIBLIOGRAFÍA

#### 3.1. Bibliografía Básica

- AIUB, Alberto. **Ecuaciones en diferencias finitas**, El Coloquio, BsAires, 1985.
- Bernardello, A. et al. **Matemática para economistas**. Omicron System, Buenos Aires. . 2004.
- CHIANG, Alpha C. - **Métodos fundamentales de economía matemática**. Cuarta edición. McGraw-Hill, México, 2006.
- GANDOLFO, Giancarlo. **Métodos y modelos matemáticos en dinámica económica**. Tecnos, Madrid, 1976.
- Grossman, S.I. (1996). **Álgebra lineal**. Mc Graw-Hill, México.
- Rojo, A.. **Álgebra II**. Editorial El Ateneo, Buenos Aires. 1978.
- Sydsaeter, K y P. Hammond. **Matemáticas para el análisis económico**, Prentice Hall, Madrid. 1996.

#### 3.2. BIBLIOGRAFIA AMPLIATORIA

##### GENERAL

- ALLEN, R.G.D. **Economía matemática**, 2da. edición, Aguilar, Madrid, 1967.
- APOSTOL, Tom. **Calculus** Volumen 2, Reverté, Barcelona, 1973.
- Bernardello A. y García Fronti J. **Aplicaciones económicas y financieras de matemática superior**, Omicron, Buenos Aires, 2011.
- Bernardello A., Bianco M. J. y García Fronti J. (Coordinación de contenidos). **Matemática de los modelos económicos**. Ejercicios y aplicaciones. Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos aplicados a la Economía y la Gestión (CMA), Facultad de Ciencias Económicas, UBA. Buenos Aires, 2005.
- BENAVIDE, Arthur - **Técnicas matemáticas del análisis económico**, Prentice Hall, Madrid, 1973.
- BERK, Peter y SYDSAETER, Knut. **Formulario para economistas**, Antoni Bosch, Barcelona, 1994.
- FERNANDEZ-POL, Jorge E. **Economía, teoría económica y metateoría económica**, El Ateneo, Bs. Aires, 1980.
- LANCASTER, Kelvin. **Economía matemática**, Bosch, Barcelona, 1972.



Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

- TAKAYAMA, Akira. **Mathematical economics**, Cambridge U.P., Cambridge, 1991.
- WEINTRAUB, E. Roy - **Mathematics for economists - An integrated approach**, Cambridge U.P., Cambridge, 1986.
- YAMANE, Taro - **Matemáticas para economistas**, Ariel, Barcelona, 1981.

#### ESPECIFICA PARA UNIDADES I, II y III

- ANTON, Howard - **Introducción al algebra lineal**, 3era. edición, Limusa, México, 2003.
- BAUMOL, William J. - **Teoría económica y análisis de operaciones**, Herrero Hnos., México, 1974.
- BELLMAN, Richard - **Introduction to matrix Analysis**, Mc Graw-Hill, N.York, 1970.
- CABALLERO FERNANDEZ, R.E., GONZALEZ PAREJA, A.C. y TRIGUERO RUIZ, F.A. - **Métodos matemáticos para la economía**, Mc.Graw-Hill., Madrid, 1992.
- FERNANDEZ-POL, Jorge E. **Lecciones de programación no lineal**, Macchi, Bs. Aires, 1980.
- GANTMACHER, F.R. - **The theory of matrices** - Vol. I y II, Chelsea, N. York, 1977.
- GROSSMAN, Stantey I. **Algebra lineal**, 6ta edición, Mc.Graw-Hill, México, 2008.
- GUTIERREZ VALDEGON, Sinesio **Algebra lineal para la economía**, Editorial AC, Madrid, 1992.
- HERAS MARTINEZ Y VILLAR, Zanón J. L. **Problemas de algebra lineal para la economía**, Editorial AC, Madrid, 1988.
- INTRILIGATOR, Michael D. **Optimización matemática y teoría económica**, Prentice/Hall, Madrid, 1973.
- KLEIN, Erwin - **Mathematical methods in theoretical economics**, Academic Press, N.York, 1973.
- MUÑOZ, Francisco, DEVESA, José, MOCHOLI, Manuel y GUERRA, Juan. **Manual de álgebra lineal**, Ariel, Barcelona, 1988.
- NIKAIDO, H. - **Métodos matemáticos del análisis económico moderno**, Vicens-Vives, Barcelona, 1978.
- PASINETTI, Luigi L. **Lecciones de teoría de la producción**, Fondo de Cultura Económica, México, 1984.
- PERIS, Josepe y CARBONELL, Lorenzo - **Problemas de matemáticas para economistas**, Ariel, Barcelona, 1986.
- PITA RUIZ, Claudio de J. **Algebra lineal**, Mc Graw-Hill, México, 1991.
- VERGARA CAPRIO, José M. - **Economía política y modelos multisectoriales**, Tecnos, Madrid, 1979.



Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

#### ESPECIFICA PARA UNIDADES IV

- BAUMOL, William J. **Introducción a la dinámica económica**, Marcombo, Barcelona, 1972.
- CASPARRI, María T. **Ecuaciones en diferencias**, El Coloquio, Bs. Aires, 1980.
- Gandolfo Giancarlo. **Economic Dynamics**, Springer, Heidelberg, 1997.
- GOLDBERG, Samuel **Introducción a las ecuaciones en diferencias finitas**, Marcombo, Barcelona, 1964.
- MICKENS, Ronald E. **Difference equations**, Van Nostrand Rei, N.York, 1987.

#### ESPECIFICA PARA UNIDADES V

- BAUMOL, William J. **Introducción a la dinámica económica**, Marcombo, Barcelona, 1972.
- BELLMAN, Richard. **Introduction to Matrix Analysis**, Mc.Graw-Hill, N.York, 1970.
- Gandolfo Giancarlo. **Economic Dynamics**, Springer, Heidelberg, 1997.
- GANTMACHER, F.R. **The theory of matrices** - Vol. I y II, Chelsea, N. York, 1977.
- RABENSTEIN, Albert L. **Ecuaciones diferenciales elementales con Algebra Lineal**, Continental, México, 1973.
- ROBERTS, Charles E. Jr. **Ecuaciones diferenciales ordinarias - Un enfoque al cálculo numérico**, Prentice Hall, Cali, 1980.
- ROXIN, E. O. y SPINADEL, Vera W. de **Ecuaciones diferenciales ordinarias**, EUDEBA, Bs. Aires, 1976.
- TRUCCO, Sixto E. y CASPARRI, María T. **Ecuaciones diferenciales**, Macchi, Bs. Aires, 1969.

#### ESPECIFICA PARA UNIDAD VI

- CHIANG, Alpha C. - **Optimización Dinámica** Mc.Graw-Hill, Madrid, 1987.
- BENAIVIE, Artur. **Técnicas matemáticas del análisis económico**, Edit. Prentice Hall Internacional, 1973.
- BORREL, Vidal - **Máximo teoría del control Optimo**, Hispano Europea S.A., Barcelona, 1985.
- Cerdá, Emilio. **Optimización dinámica**. Prentice Hall, Madrid. 2001.
- INTRILIGATOR, Michael D.-**Optimización matemática y teoría económica**, Prentica Hall, Madrid, 1973.



Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

## 4. METODOLOGÍA

### 4.1. Metodología de conducción del aprendizaje

Se tendrá especial dedicación en aplicar medios para que la enseñanza de esta asignatura que brinde ventajas al estudiante de las carreras de la Facultad de Ciencias Económicas, mostrando la posibilidad de aplicación en su práctica profesional de los principales conceptos desarrollados. Para ello el docente arbitrará una metodología que contemple la introducción de los temas, el desarrollo riguroso de la fundamentación teórica que se considere necesaria para su mejor comprensión y ejemplificación con aplicaciones económicas. Además, se dedicarán a guiar, controlar y apoyar metodológicamente a los alumnos en el trabajo que cada uno de ellos deberá hacer sobre los problemas propuestos, ya sea a través de guía de trabajos prácticos, trabajos de campo grupales o trabajos de investigación monográficos.

Como complemento de las clases presenciales, el docente usará los recursos de la plataforma virtual de la Facultad.

### 4.2. Metodología de evaluación

Los exámenes parciales y finales se calificarán con números enteros en una escala de 0 a 10 puntos. Un examen se considerará aprobado cuando la nota sea de 4 (cuatro) o más puntos.

La revisión de los exámenes una vez entregada las notas es obligatoria.

**Exámenes Parciales y Recuperatorio:** Se tomarán dos exámenes parciales teórico-prácticos escritos con posibilidad de una única instancia de recuperación después de haber rendido ambas pruebas parciales.

- Aquellos alumnos que, luego de haber rendido todas las instancias de evaluación, obtengan un promedio de 7 (siete) o más puntos, serán promovidos directamente.
- Aquellos alumnos que, luego de haber rendido todas las instancias de evaluación, obtengan un promedio 4 (cuatro) o más puntos, pero inferior a 7 (siete) serán considerados "regulares" a los fines de rendir un examen final de la asignatura.
- Aquellos alumnos que aprueben uno de los parciales y desapruében o estén ausentes en el otro examen parcial deberán rendir un examen recuperatorio del parcial desaprobado o ausente.
- Aquellos alumnos que, luego de haber rendido todas las instancias de evaluación, obtengan un promedio inferiores a cuatro (4) puntos obtendrán como nota "Insuficiente".

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas	PROGRAMA OFICIAL Asignatura Matemática para Economistas (Código 288)	Carreras: Actuario y Licenciatura en Economía. Cátedra: Gustavo Zorzoli
---	--	---

**Examen final:** El examen final será escrito y consistirá en la resolución de ejercicios y problemas de aplicación desarrollados durante el curso, incluyendo los fundamentos teóricos y las aplicaciones económicas respectivas de cada tema.

**Examen final libre:** La evaluación correspondiente a un examen final libre será escrita. Constará de una parte práctica y de una parte teórica. Para aprobar el examen se requiere aprobar las dos partes de la evaluación. Los temas podrán referirse a cualquier punto del programa.

