174
BIJ

Revista

de

Ciencias Económicas

Publicación mensual del Centro Estudiantes de Ciencias Económicas

Director:

Luciano Carrouché

Administrador:

Miguel G. Di Ció

Secretario de Redacciòn:

Italo Luis Grassi

Redactores:

Mario V. Ponisio - Mauricio E. Greffier - Agustín A. Forné
Jacobo Waisman - Dívico A. A. Fürnkorn - Luis Marforio

Año III | Marzo-Abril de 1916 | Núms. 33-34

C.E.C.E.

Dirección y Administración

1835 - CALLE CHARCAS - 1835

BUENOS AIRES

Sobre los coeficientes de asociación de Yule y de Benini

---

1. Como es sabido, decimos en estadística que dos caracteres A y B son asociados (positivamente), cuando, si expresamos por (A) el número de los elementos de un grupo de N elementos observados, que gozan de la propiedad A; por (B) el número de entre los N que gozan de B y por (A B) el número de los que gozan de A y de B, es

$$(A\,B) > \frac{(A)\,(B)}{N}.$$

Decimos asimismo que A y B son negativamente asociados, o desasociados, si

$$(A\,B) < \frac{(A)\,(B)}{N};$$

que son independientes, si

$$(A\,B) = \frac{(A)\,(B)}{N};$$

y definimos la asociación como completa si es

$$(A) = (A\,B) \quad \text{ó} \quad (B) = (A\,B);$$

la desasociación como completa si es

$$(A\,B) = 0 \quad \text{ó} \quad (A\,B) = (A) + (B) - N > 0 \ \text{(1)}$$

2. Entre los dos polos de la asociación completa y de la completa desasociación, hay toda la escala de las asociaciones más o menos intensas. Los dos hechos:

A—de haber sido sometido al tratamiento preventivo contra una cierta enfermedad, y

B—de no haberse enfermado de la misma,

resultan más o menos asociados según la mayor o menor eficacia del tratamiento considerado.

Se presenta, por lo tanto, la idea de medir el *grado de asociación* que existe entre dos hechos.

3. Llamemos α el carácter que no es A; β el que no es B. El cuociente

$$Q = \frac{(A\,B)\ (\alpha\,\beta) - (A\,\beta)\ (\alpha\,B)}{(A\,B)\ (\alpha\,\beta) + (A\,\beta)\ (\alpha\,B)}$$

es igual a $+1$ si la asociación es completa; a 0 si A y B son independientes; a -1 si A y B son completamente desasociados.

A valores de Q comprendidos entre -1 y $+1$ corresponden los grados posibles de asociación (negativa o positiva) entre A y B.

Es Q que G. U. Yule propone como medida de la asociación. (2).

4. En sus interesantes estudios sobre los factores de la cohesión social, R. Benini (3) se propuso determinar numéricamente la intensidad con la cual las afinidades respecto a ciertos caracteres (estado civil, instrucción, etc.) influyen sobre la elección matrimonial, y lo hizo determinando los que él llamó índices de atracción (y de repulsión) que pueden fácilmente reconstruirse a la forma general y esquemática.

$$C = \frac{N.\,(A\,B) - (A)\,(B)}{N.\ (A) - (A)\,(B)}$$

---

(1) Cfr. G. U. Yule, *An Introduction to the Theory of Statistics*, London 1912, cap. III.

(2) *Philosofical Transactions of the Royal Society*, London 1900.

(3) *Principî di Demografia*, Firenze 1901, cap. IV, sez. II.

si (A) < (B), o

$$C = \frac{N.(A\,B) - (A)(B)}{N.\,(B) - (A)(B)}$$

si (B) < (A). Si es (A) < (B) y (A) = (AB) (asociación completa) es:

$$C = 1$$

si es $(A\,B) = \frac{(A)\ (B)}{N}$ (independencia) es

$$C = 0$$

El coeficiente de Benini varía, como el de Yule, entre 0 y 1. A la asociación negativa corresponde $(A\ B) < \frac{(A)\,(B)}{N}$

$$C < 0$$

sin que C tome el valor —1 (salvo que $(B) = (\beta) = \frac{1}{2}\,N$) en caso de asociación negativa completa.

El intervalo total de variación de C tiene, pues, un límite inferior no constante, sino función de (B), y un límite superior igual a + 1.

5. Podría considerarse esta circunstancia como una deficiencia del coeficiente C de Benini respecto al coeficiente Q de Yule, que, por otra parte, presenta la ventaja (no decisiva por cierto) de una mayor simetría. Observamos, sin embargo, que decir "A y B son negativamente asociados" equivale a decir "A y β lo son positivamente". Y que, por lo tanto, la consideración de asociaciones negativas no añade nada a la consideración de asociaciones positivas.

6. Decisiva me parece al contrario una consideración de naturaleza muy diferente. Una asociación resulta definida por la indicación del sistema de valores

$$[\ N,\quad (A),\ (B),\ (A\,B)\ ]$$

No tiene en general un sentido muy definido la afirmación "la asociación que existe entre A y B es igual a la que existe entre C y D", o la otra "la asociación que existe entre A y B es doble de la que existe entre C y D". Pero ambas lo tienen, sí, a paridad de N (lo que siempre puede conseguirse) es

$$(A) = (C)\,;\quad (B) = (D)$$

porque en este caso la asociación resulta definida por la amplitud de las diferencias

$$(A\,B) - \frac{(A)\ (B)}{N} \quad ; \quad (C\,D) - \frac{(C)\ (D)}{N}$$

La asociación que existe entre A y B es doble de la que existe entre C y D si

$$(A\,B) - \frac{(A)\ (B)}{N} = 2\left[(C\,D) - \frac{(C)\ (D)}{N}\right]$$

Si el coeficiente de asociación P que corresponde a A y B tiene que ser doble del coeficiente P^{1} que corresponde a C y D, deberá ser también supuesto k constante

$$P = k\left[(A\,B) - \frac{(A)\ (B)}{N}\right]$$

La condición

$$P = 1$$

si la asociación es completa $\big((A) = (A\,B)$, si $(A) < (B)\big)$ nos da

$$1 = k.\left[(A) - \frac{(A)\ (B)}{N}\right]$$

y por lo tanto

$$P = \frac{1}{(A) - \frac{(A)\ (B)}{N}}\left\{(A\,B) - \frac{(A)\ (B)}{N}\right\} = \frac{N\ (A\,B) - (A)\ (B)}{N\ (A) - (A)\ (B)}$$

Llegamos así otra vez, por diferente camino, al coeficiente C de Benini, que la consideración establecida impone, con exclusión de los demás coeficientes, que podrían imaginarse y proponerse.

Hugo BROGGI.