Revista de Ciencias Económicas

Publicación mensual del "Centro estudiantes de ciencias económicas"

Año IV — Septiembre y octubre de 1916 — Núm. 39 - 40

C.E.C.E.

Dirección y Administración
CHARCAS 1835
Buenos Aires

Una aplicación de la fórmula de Pareto [*]

El cálculo de las tarifas telefónicas

Al tratar de determinar la tarifa que ha de regir en una compañía telefónica, debemos, ante todo, tener en cuenta que el número de personas que solicitarán los servicios de la compañía, variará en más o en menos, según sea menor o mayor el precio de tarifa. Luego, lo que debemos hallar como costo del abono, no es una cantidad muy alta o muy baja, sino una cantidad tal que, multiplicada por el número de abonados y restados los gastos que ocasionen los servicios, permita un máximun de utilidad.

Llamemos p a nuestra incógnita (precio del abono); y sean Qcp) el número de personas abonadas y F(p) los gastos (funciones de p). De acuerdo con lo que acabamos de decir, tendremos:

$$p\ Q(p) - F(p) = \text{máximun}. \qquad (1)$$

Derivando nos resultará

$$Q(p) + p\ Q'(p) - F'(p) = 0 \qquad (2)$$

Ahora, tratemos de determinar el valor de Q(p); para esto apliquemos la fórmula propuesta por Wilfredo Pareto, en la cual C y α son dos constantes y N expresa el número de individuos que poseen un rédito por lo menos igual a r, es decir, $N = Cr^{-\alpha}$.

Supongamos que harán uso del teléfono, aquellas personas cuya renta es, por lo menos, m veces mayor que la tarifa, o lo que es lo mismo, posean un rédito m p.

(*) Del curso de «Estadística», que dicta el Dr. Hugo Broggi, en la Facultad de ciencias económicas.

Aplicando la fórmula de Pareto, el número de personas que poseen, por lo menos, una renta m p, será igual a $Cm^{-\alpha}p^{-\alpha} = Q(p)$. Derivando este resultado en función de p, tendremos:

$$Q'(p) = -\alpha C m^{-\alpha} p^{-(\alpha+1)}$$

Reemplazando en la fórmula (2) Q(p) y Q'(p) por los valores que acabamos de determinar, hallamos

$$Cm^{-\alpha}p^{-\alpha} + p\,[-\alpha C m^{-\alpha} p^{-(\alpha+1)}] - F'(p) = 0 \therefore$$

$$Cm^{-\alpha}p^{-\alpha} - \alpha C m^{-\alpha} p^{-\alpha} - F'(p) = 0 \qquad (3)$$

Nos falta determinar, todavía, la forma F(p), o sea la función de gastos de la empresa. En una compañía telefónica, se producen gastos como los de administración, que son casi independientes del número de abonados. A esta clase de erogaciones llamaremos a. Otros gastos hay, como los de instalación, costo de los aparatos, etc., que varían en función directa del número de abonados. Estos gastos los representaremos por b Q(p). Finalmente, otros gastos (los de comunicación p. ej.), por ser proporcionales a las combinaciones binarias de los abonados, nos dan un término proporcional al cuadrado de Q(p), el que expresaremos por $c\,Q^2(p)$, y un término proporcional a Q(p), y que supondremos sumado al término anterior de igual grado.

Resumiendo tenemos que:

$$F(p) = a + b\,Q(p) + c\,Q^2(p)$$

y reemplazando Q(p) por su valor:

$$F(p) = a + b\,C m^{-\alpha} p^{-\alpha} + c\,(C m^{-\alpha} p^{-\alpha})^2; \text{ derivando:}$$

$$F'(p) = -\alpha\, b\, C m^{-\alpha} p^{-(\alpha+1)} - 2c\alpha C^2 m^{-2\alpha} p^{-(2\alpha+1)}$$

Reemplacemos ahora, en la fórmula (3), F' por su valor y tendremos:

$$Cm^{-\alpha}p^{-\alpha} - \alpha C m^{-\alpha} p^{-\alpha} + \alpha b C m^{-\alpha} p^{-(\alpha+1)} + 2\alpha c C^2 m^{-2\alpha} p^{-(2\alpha+1)} = 0 \therefore$$

$$p - \alpha p + \alpha b + \frac{2\alpha c C m^{-\alpha}}{p^{\alpha}} = 0 \therefore$$

$$p(\alpha-1)-\alpha b-\frac{2\alpha c C m^{-\alpha}}{p^{\alpha}}=0 \therefore$$

$$(\alpha-1)p^{(\alpha+1)}-\alpha b p^{\alpha}-2\alpha c C m^{-\alpha}=0$$

Se trata, como vemos, de una ecuación trinomia de la forma $x^n+ax^m+b=0$, es decir, análoga a las ecuaciones que se presentan en matemática financiera, en el estudio de la tasa del interés que corresponde a anualidades o amortizaciones dadas, y que tienen, como raíz, el valor buscado de p.

EMILIO P. GIACCHINO.