

Revista

de

Ciencias Económicas

Publicación mensual del "Centro estudiantes de ciencias económicas"

Director:

DÍVICO ALBERTO FÜRNKORN

Administrador:

Luis Podestá

Sub-administrador:

Jorge Traversó

Redactores:

**Dr. José Barrau - Dr. Mauricio Greffier - Juan R.
Schillizzi - Guillermo J. Watson - Silvio J. Rigo
Egidio C. Trevisán - Raúl Prebisch - Julio Silva**

Año VIII

Diciembre de 1919

Núm. 78

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

Notas bibliográficas

Algebra complementaria
por M. Ordóñez

El erudito profesor, ingeniero M. Ordóñez ha publicado un compendio de sus lecciones en la Escuela Naval Militar, al que hace pre-

ceder de la interesante advertencia que sigue:

“La obra que, con el título *Complementos de Algebra*, sale hoy a la luz ha sido redactada para los aspirantes de la Escuela Naval Militar y Oficiales de la Armada.

A continuación voy a sintetizar con brevedad su contenido, exponiendo en términos generales su finalidad.

He ajustado el desarrollo de las diferentes cuestiones al proceso de generalización siempre creciente que caracteriza al álgebra y análisis.

En el estudio de las funciones y ecuaciones he empleado, además del método gráfico, que hoy, fuera de discusión, desempeña un papel importantísimo, no sólo desde el punto de vista de la geometría analítica, sino también como expresión de los resultados de un cálculo para “hablar al espíritu por intermedio de la vista”. Con esta base evidente es que el aspirante adquirirá preparación para que por sí solo pueda investigar la ley matemática empírica de un fenómeno cualquiera.

Este libro está orientado por las modernas tendencias de la matemática, siendo tal vez el único en su género escrito en nuestro país. En muchas cuestiones me he inspirado en los excelentes tratados de álgebra y análisis de J. Tannery, de P. Boutroux, de M. G. de Longchamps, de Ph. Gilbert, de C. de Comberousse, de E. Borel, de C. Bourlet, de C. Zoratti, de Ch. Briot, de H. Bousse, de S. idal, de J. Bertrand, de E. Amigues, de Vacquant y Lepinay, etc.; pero llevándolas a un terreno elemental compatible con la enseñanza que se da en la Escuela. De ahí que muchos puntos parezcan extensos, no siéndolo en realidad; sólo se ha tratado de hacer más humana, si se me permite la expresión, la enseñanza de algunas cuestiones difíciles. Otras han sido refundidas, ya para facilitar mejor su comprensión, ya por su poca importancia como disciplina mental.

En los tres primeros capítulos se trata de la resolución de ecuación

de segundo grado y de la de todas aquellas que puedan resolverse por medio de ésta.

Se dan numerosos problemas y ejercicios, apropiados para la ejercitación, que completa y afirma las cuestiones teóricas. En esa parte sólo se consideran como raíces las cantidades dirigidas en dos sentidos opuestos.

En el capítulo IV se explica el análisis combinatorio y la fórmula del binomio de Newton, y en especial el punto relativo al "cálculo de probabilidades", no sólo por su importancia en sí como disciplina, sino también para que el aspirante o el oficial pueda aplicarlo al estudio de las materias profesionales.

En el capítulo V se entra al estudio de las funciones de una variable, empezando por las funciones elementales y sus formas particulares

En la construcción de los gráficos correspondientes, se da la noción de pendiente, asíntota, punto de inflexión, centro, diámetro, etc. Se explica la resolución geométrica de las ecuaciones de primero, segundo y tercer grado.

Se establece que el gráfico del movimiento uniforme rectilíneo es una recta y se le aplica a la construcción de los gráficos de la marcha de un tren o de una tropa militar; también se explican los gráficos empíricos.

En el capítulo VI se trata de los principios de la teoría de límites y del cálculo de las derivadas de las funciones de una variable y su aplicación al estudio de las variaciones de ésta, resolviendo problemas adecuados sobre máximos y mínimos. Se establecen las ecuaciones de las tangentes y normales a las curvas planas, la fórmula de Taylor y de Mac-Laurin.

En el capítulo VII se exponen la teoría de las cantidades complejas o imaginarias y las operaciones que se efectúan con éstas; todo para generalizar el cálculo y representar la cantidad susceptible de existir en diferentes direcciones en el plano. En este punto me he esforzado en poner de manifiesto que la cantidad compleja no tiene nada de imaginario, proponiéndome, desde luego, el problema de hallar el símbolo analítico de un vector que gira en el plano alrededor de su origen.

En los capítulos VII y IX se sientan y se explican los principios necesarios para resolver el problema fundamental del álgebra, cuyo enunciado en su concepto más amplio sería el siguiente: "Hallar los valores de la variable x para los cuales las funciones $f(x)$ y (x) toman valores iguales", y en particular el problema de hallar las soluciones de la ecuación en x de grado m en los casos que con más frecuencia pueden presentarse al marino. Al exponer los métodos para calcular por aproximación las raíces inconmensurables se dan ejemplos numéricos, en especial del método de Newton.

Al final de la teoría de las ecuaciones en x se trata de la resolución geométrica y algebraica de las ecuaciones de tercero y cuarto grado, dando al propio tiempo la solución trigonométrica para las primeras en el caso irreducible.

Aun cuando en esa parte no han sido expuestos algunos de los

teoremas clásicos que permiten separar las raíces, creemos haber resuelto el problema, por lo menos, en el caso especial que nos ocupa.

En el capítulo X se estudia la convergencia de las series, o sea la cantidad finita, compuesta de infinitas cantidades finitas, haciendo notar su importancia en el cálculo aproximado del valor de una función.

En el capítulo XI se hace una revisión y extensión de la logaritmo-tecnia, dando ejemplos apropiados.

En estos dos últimos capítulos se trata del desarrollo de algunas funciones en series convergentes, haciendo conocer al propio tiempo las fórmulas que han servido para el cálculo de los logaritmos neperianos y vulgares, a fin de que el aspirante tenga una idea del modo como se construyeron las actuales tablas logarítmicas.

Las cuestiones que no figuran en esta obra con la amplitud debida se explican en las clases prácticas que se dan en la Escuela Naval, en las cuales los alumnos se familiarizan con la resolución de importantes ejercicios y problemas.

Se han impreso con tipo menor aquellas cuestiones que no se exigen en los exámenes de la Escuela, es decir a título de aplicación y como antecedentes necesarios para estudios posteriores.

Se notará que muchas proposiciones se han tratado sintéticamente, en primer lugar, porque no figuran en los programas vigentes; en segundo lugar por su poco valor educativo y escasa aplicación, y en tercer lugar, por el poco tiempo de que he dispuesto para redactar estas lecciones.

Esta obra es no sólo el desarrollo del programa oficial sino un resumen de la experiencia adquirida durante varios años de dictar esta asignatura. Como es sabido, la práctica sugiere muchas observaciones que deben tenerse en cuenta oportunamente para la mayor eficacia de la enseñanza."

Trigonometría general rectilínea y esférica por M. Ordóñez

Obra de grande utilidad ha producido la fecunda inteligencia del estudioso matemático don Manuel Ordóñez. Inicia su libro con estas palabras:

"La favorable acogida que se le dispensó en el país y en extranjero a nuestro *Tratado de Trigonometría*, publicado hace varios años y que se encuentra agotado, y las continuas solicitudes de colegas y amigos nos han decidido a publicar esta nueva obra titulada *Trigonometría General, Rectilínea y Esférica*, que está muy lejos de ser una mera copia de la primera. Vamos brevemente a sintetizar su contenido.

La obra completa comprenderá dos volúmenes correspondientes a las dos partes en que se divide la trigonometría: el primero que hoy sale a luz, trata de la trigonometría general, de la rectilínea y de numerosas aplicaciones topográficas; el segundo, que se está imprimiendo, contendrá un complemento de las aplicaciones del primero, la trigonometría esférica y algunas cuestiones de geometría celeste.

En esta obra, de acuerdo con el estado actual de esta parte de la matemática, hemos definido las funciones *cos* o y *sen* o, la primera

como la abscisa y la segunda como la ordenada rectilínea del punto de la circunferencia trigonométrica, cuya abscisa circular con respecto a un origen es el número α . Las funciones $\sec \alpha$, $\csc \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ y $\operatorname{cotg} \alpha$, que transforman las divisiones en multiplicaciones, han sido definidas por las relaciones

Esto tiene ventajas por la rapidez con que se marcha hacia el completo dominio de lo fundamental de la asignatura y de sus aplicaciones. Después se hace ver que estos números, derivados de coseno y de seno, son, por ciertas convenciones, los equivalentes algebraicos de determinados vectores relacionados a la circunferencia trigonométrica. Cada problema se estudia desde su punto de vista geométrico y numérico. Así se encarará en particular el problema de calcular el valor de cualquier función circular de un número α dado y el recíproco, o sea el de hallar el número α correspondiente a una función circular dada de α . Para este último se da un cuadro, resumen de las soluciones particulares.

De igual manera exponemos el problema conocido de expresar el valor de las funciones circulares de un número α o por medio de las mismas o diferentes funciones de su número reducido del intervalo $(0^\circ, 90^\circ)$, resumiendo todas las transformaciones para los diferentes cuadrantes en cuadros apropiados.

Basándonos en el teorema relativo a la proyección de una poligonal sobre un eje, que se explica en el capítulo VI, establecemos las fórmulas fundamentales de la trigonometría general, rectilínea y esférica.

Introducimos en los lados de un triángulo rectilíneo o en los de una poligonal, como lo hace H. Andoyer para el triángulo esférico, el concepto de dirección en dos sentidos opuestos, definiendo al efecto el ángulo en un vértice (ángulo topográfico) como un número positivo del intervalo $(0^\circ, 360^\circ)$.

Este concepto permite, no sólo generalizar la fórmula que expresa la suma de los ángulos de un triángulo rectilíneo, de un cuadrilátero o de cualquiera poligonal plana cerrada, sino también interpretar las diferentes soluciones que provienen de ecuaciones entre los elementos de un triángulo o de un polígono.

Las cuestiones relativas a la preparación de las fórmulas para su cálculo con los logaritmos ordinarios, en vista de su indiscutible importancia, se tratan ampliamente, complementando cada cuestión teórica con aplicaciones numéricas, cuyos desarrollos se consignan en cuadros a fin de formar al operador lógico y ordenado.

Las ecuaciones que allí se resuelven se han elegido no sólo por su valor educativo sino para que puedan ser útiles más tarde al que siga la carrera de ingeniero, marino, militar, etc.

En la resolución de los triángulos rectilíneos, rectángulos u oblicuángulos, damos ejemplos completos, para cada caso, también con el propósito de enseñar al alumno a rabajar con método y orden.

Los últimos capítulos de esta obra tratan en especial de problemas prácticos de topografía y de la resolución del cuadrilátero, resolviendo teórica y numéricamente los problemas que se presentan con más

frecuencia al agrimensor o ingeniero en las operaciones de levantamientos de planos, división de terrenos, etc.

Hemos prestado preferente atención a la terminología de la trigonometría. Así, en vez de las expresiones ya anticuadas de *línea trigonométrica*, *arcos iguales* y *de signos contrarios*, *proyección de un segmento de recta* y *proyección de un polígono*, *ángulo de dos rectas*, empleamos, por ser las adecuadas, respectivamente las siguientes: *función trigonométrica o circular*, *arcos simétricos u opuestos*, *proyección de un vector*, *proyección de una poligonal*, *ángulo de dos direcciones o de dos ejes*.

Todas las cuestiones teóricas se integran y complementan con ejemplos numéricos apropiados, como hemos dicho precedentemente, pues pensamos que sólo así se puede desarrollar en el alumno la facultad de comprender. Para robustecer más nuestro modo de ver no estará de más citar este pensamiento profundo de Emilio Borel: "Una educación matemática teórica y práctica a la vez puede ejercer la más poderosa influencia en la formación del espíritu".

No nos hemos ajustado en particular a seguir ningún programa determinado; pero, teniendo a la vista los adoptados en los diversos establecimientos de enseñanza de nuestro país, nos permitimos afirmar que cualquiera de ellos podrá explicarse perfectamente explicando nuestra obra. Claro está que los señores profesores podrán omitir algunos puntos que consideren innecarios en casos especiales, como ser tratándose de escuelas normales o colegios nacionales, ya porque no los consiguen los programas respectivos, ya porque sean superiores a la mentalidad de los alumnos, ya por su carácter eminentemente profesional. Al personal docente incumbe, pues, adoptar en cada caso un temperamento adecuado.

Antes de terminar consignaremos que hemos hecho de nuestra parte lo posible para que esta obra resulte clara, correcta y con la precisión que debe distinguir a las de su índole. A nuestros ilustrados colegas, cuyas opiniones oiremos con agrado, corresponde decir en qué medida hemos llenado el propósito que abrigábamos cuando comenzamos la redacción de estas lecciones de trigonometría.

Me es satisfactorio, por último, manifestar mi agradecimiento a mi estimado ex discípulo el señor Pedro E. Marque, hoy agrimensor nacional, y a mi estimado discípulo José A. T. Ojeda, sobresaliente alumno de sexto año del Colegio Nacional de Buenos Aires, quienes han revisado todos los ejercicios y problemas contenidos en esta obra.