Revista
de
Ciencias Económicas

Publicación mensual del "Centro estudiantes de ciencias económicas"

Año IX Junio-Julio de 1920 Nos. 84-85

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

Sobre una determinación de promedio

1. Si suponemos dada una estadística de réditos del tipo que corresponde al cuadro

Réditos	Número de personas que los tienen
Comprendidos entre r_1 y r_2	n_1
,, ,, r_2 y r_3	n_2
,, ,, r_3 y r_4	n_3
....	....

se presenta el problema de cómo ella pueda utilizarse para determinar el rédito medio correspondiente al grupo observado.

Porqué, mientras es evidente de que deberá formarse un promedio aritmético ponderal de réditos correspondiente al sistema de pesos

$$n_1,\ n_2,\ n_3,\ldots$$

no aparecen definidos por el cuadro los valores

$$r_1',\ r_2',\ r_3',\ldots$$

$(r_1 < r_1' < r_2;\ r_2 < r_2' < r_3,\ldots)$ que deberán considerarse como los réditos medios correspondientes a cada clase de réditos y que intervienen en la determinación del rédito medio

$$\frac{n_1\ r_1' + n_2\ r_2' + \ldots}{n_1 + n_2 + \ldots}$$

del conjunto. El criterio, que normalmente se sigue en los casos análogos, de igualar $r_1', r_2',\ldots$ a los promedios

$$\frac{r_1 + r_2}{2}, \quad \frac{r_2 + r_3}{2}, \ldots$$

de los datos extremos correspondientes a cada clase de réditos, no aparece justificado, si las diferencias $r_2 - r_1$, $r_3 - r_2, \ldots$ no son pequeñas relativamente a $r_1, r_2 \ldots$, circunstancia esta que difícilmente se verá realizada.

De hecho la identificación

$$r'_h = \frac{r_h + r_{h+1}}{2}$$
$$(h = 1, 2, 3, \ldots)$$

es legítima únicamente cuando puede admitirse con aproximación suficiente que las variaciones en las n son proporcionales a las variaciones en las r: corresponde, pues, a la hypóthesis que de las n_h personas de rédito comprendido entre r_h y r_{h+1}, $\frac{n_h}{2}$ aproximadamente gozan de un rédito comprendido entre r_h y $\frac{1}{2}(r_{h+1} + r_h)$, $\frac{n_h}{2}$ de un rédito comprendido entre $\frac{1}{2}(r_h + r_{h+1})$ y r_{h+1}, lo que evidentemente no es cierto: el primero de los dos subgrupos será en general más numeroso que el segundo.

Corresponde, pues, que se reemplace el promedio simple

$$\frac{r_h + r_{h+1}}{2}$$

por otro promedio, en la determinación del cual los réditos que menos difieren del rédito mínimo r_h aparezcan con un peso superior a los réditos que se acercan al rédito máximo r_{h+1}.

2. El problema resulta determinado si se utilizan las n y las r del cuadro supuesto para establecer una relación de la forma

$$n = f(r)$$

que los represente con suficiente aproximación. Tendríamos entonces, añadiendo la hypothesis de una continuidad de las variables n y r que no se encuentra realizada nunca y que prácticamente resulta justificada siempre

$$r_h = \frac{\int_{r_h}^{r_{h+1}} r\, f(r)\, dr}{n_h}$$

3. La fórmula de Pareto es precisamente equivalente a una relación de la forma

$$n = f(r)$$

y representa con una aproximación satisfactoria los datos de observación: goza, además, de la ventaja de contener un solo parámetro esencial — $\varkappa$ — y de ser analíticamente sencilla. La escribimos bajo la forma

$$N = C\, r^{-\varkappa}$$

donde N expresa el número de personas que tienen un rédito no menor que r y atribuímos a X el valor 1,5 alrededor del cual oscila normalmente:

$$- d N = \varkappa\, C\, r^{-(\varkappa + 1)}\, dr = 1.5\, C\, r^{-2.5} dr$$

define el número de personas que gozan de un rédito perteneciente al intervalo $(r_1\ r + dr)$ y es por tanto

$$n = f(r) = 1.5\ C\ r^{-2.5}$$

Esto nos da

$$\int_{r_h}^{r_{h+1}} r\, f(r)\, dr = 1.5\, C \int_{r_h}^{r_{h+1}} r^{-1.5}\, dr = 1.5\, C \left(-\frac{2}{\sqrt{r}}\right)_{r_h}^{r_{h+1}}$$

$$= 3\, C \left(\frac{1}{\sqrt{r_h}} - \frac{1}{\sqrt{r_{h+1}}}\right)$$

y por tanto como valor medio r'_h correspondiente a la clase $(r_h,\ r_{h+1})$

$$r'_h = \frac{\dfrac{3}{\sqrt{r_h}} - \dfrac{3}{\sqrt{r_{h+1}}}}{\dfrac{1}{r_h \sqrt{r_h}} - \dfrac{1}{r_{h+1}\sqrt{r_{h+1}}}} = 3\, r_h\, r_{h+1}\, \frac{\sqrt{r_{h+1}} - \sqrt{r_h}}{r_{h+1}\sqrt{r_{h+1}} - r_h \sqrt{r_h}}$$

por ser aproximadamente

$$n_h = Cr_h^{-1.5} - Cr_{h+1}^{-1.5}$$

Si es, p. e.,

$$r_h = 4, \quad r_{h+1} = 9$$

(en miles de pesos) es también

$$r'_h = 108 \frac{1}{27 - 8} = 5.684.$$

el rédito central calculado es en 816 menor que el promedio sencillo 6500 que el criterio usual llevaría a admitir.

La diferencia es por lo demás relativamente tanto mayor cuanto menores son r_h y r_{h+1}.

4. Hemos llegado al mismo tiempo a un resultado de carácter puramente algebráico, y que puede formularse así:

$$\begin{matrix} 2-1 \\ 8-1 \end{matrix}$$

"Idénticamente en $r_2 > r_1 > \theta$

$$\frac{1}{r_2} < 3 \frac{\sqrt{r_2} - \sqrt{r_1}}{r_2 \sqrt{r_2} - r_1 \sqrt{r_1}} < \frac{1}{r_1} \quad , \quad \frac{3}{7}$$

HUGO BROGGI.