Revista
de
Ciencias Económicas

PUBLICACION MENSUAL DEL

"Centro Estudiantes de Ciencias Económicas", "Colegio de doctores en Ciencias Económicas y Contadores Públicos Nacionales"

Año VIII — Diciembre de 1920 — N.° 90

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

Coordenadas

Fórmulas de Interés y Descuentos

Es nuestro propósito de propender desde las columnas de esta Revista al repaso de temas referentes a las materias de matemática acturial y financiera; trataremos en esta oportunidad "Las coordenadas cortesianas".

La importancia de este tema se alcanza fácilmente con su sola enunciación, sin embargo, nuestra exposición será, como la que ya hicimos en temas tratados y que haremos en los sucesivos, lo más sintética posible.

Llámase "eje de coordenadas" a la intersección de dos normales.

El punto de intersección de dichas normales se llaman origen.

La recta horizontal, se denomina eje de las x o de las abscisas y la vertical eje de las y o de las ordenadas.

Si suponemos trazadas dichas rectas perpendiculares se habrán formado cuatro cuadrantes o ángulos rectos, que se suelen enunciar llamándolos, primero, segundo, tercero y cuarto cuadrante.

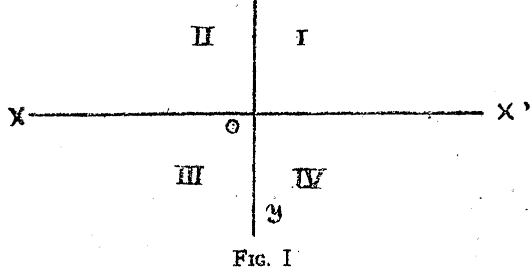

Fig. I

Por convención las coordenadas de un punto sobre el plano del primer cuadrante se dice que son positivas, verbigracia las del punto P (Fig. 2).

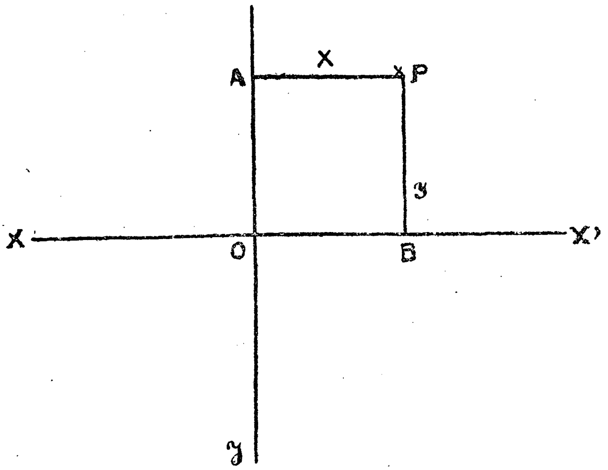

FIG. II

Se dice que son tales, porque se admite, que toda línea perpendicular al eje de las x ý colocada en la superior de ésta, sea positiva. Y lo mismo de toda línea perpendicular al eje de la y y colocada a la derecha de está línea.

En cambio, si en el primer caso, la línea perpendicular estuviera debajo del eje de las abscisas diríase que es negativa. Así, como si en el segundo caso, la línea perpendicular estuviera a la izquierda del eje de las ordenadas.

De lo expuesto, puédese deducir fácilmente el signo de las coordenadas, de los puntos sobre el plano de los tres cuadrantes restantes. En el segundo, tendríamos $(-x, +y)$; en el tercero $(-x, -y)$ y en el cuarto $(+x, -y)$.

Sentado esto, podemos pasar a la representación gráfica de ciertas ecuaciones.

Ante todo diremos, que la representación gráfica de una ecuación lineal o de primer grado da lugar a una recta, que puede o no pasar por el origen; y que la representación gráfica de una ecuación exponencial (en que la variable es exponente) da lugar a una curva.

Si suponemos las ecuaciones: $y = m x \quad (1)$

$$y = m x + n \quad (2)$$

Su representación nos daría como dijimos, en el primer caso una recta que pasa por el origen (Fig. 3); en el segundo también una recta, pero que no pasa por el origen (Fig. 4).

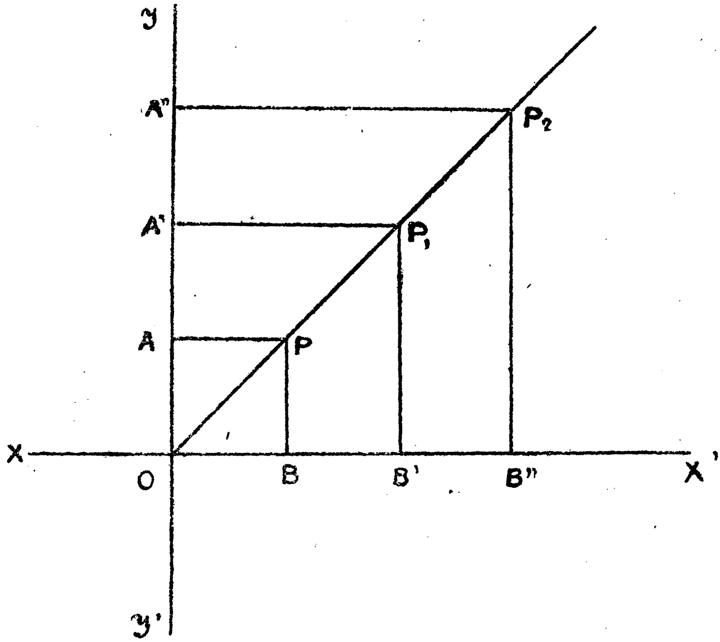

FIG. III

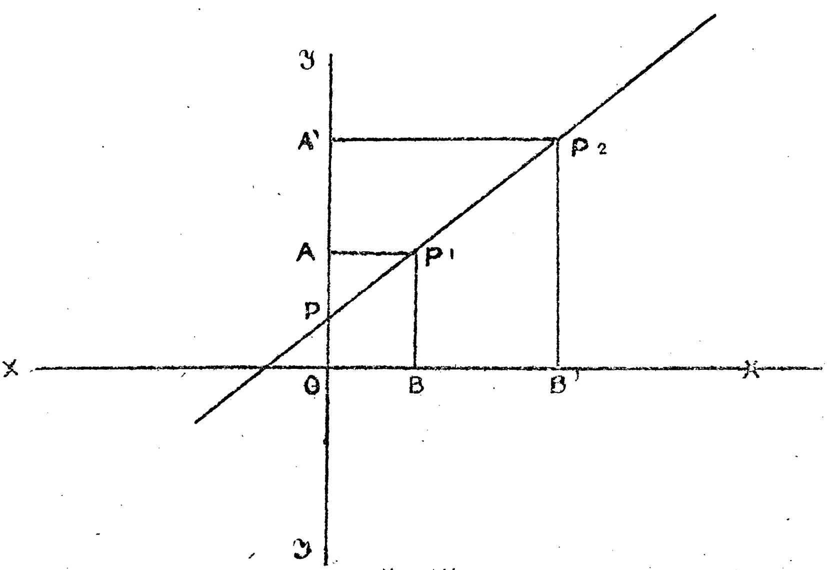

FIG IV

En cambio si se nos diera una ecuación de la forma:

$$y = (a + b)^n \quad (3)$$

siendo *n* la variable, su representación gráfica sería una curva (fig. 5).

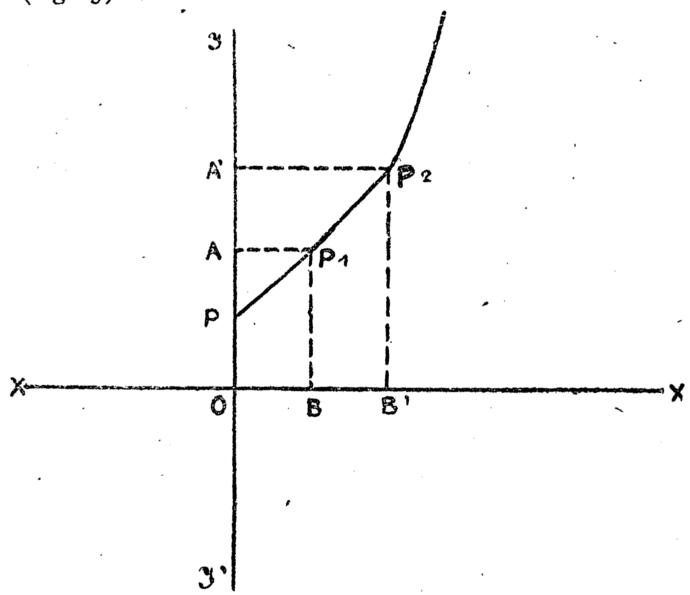

FIG. V

1º En lugar de tomar cualquier ecuación preferimos llevar a nuestros gráficos la representación de ecuaciones, si bien comunes en el estudio de estas materias, son, sin embargo, de utilidad recordarlas.

Tomemos, por ej., la fórmula del interés simple:

$$C = c\ (1 + n\,i)$$

y su representación nos dará una recta que no pasa por el origen; y para comprobarlo, no tenemos más que despejar el paréntesis:

$$C = c + c\,n\,i$$

con lo cual habremos llegado a la fórmula (2).

En cambio, si representamos la fórmula que nos da el interés compuesto:

$$C = c\ (1 + i)^n$$

donde la variable es exponente tendremos que su representación es una curva tal como la de la fórmula (3).

Si lleváramos a un mismo gráfico la representación de ambas ecuaciones obtendríamos consecuencias dignas de ser recordadas.

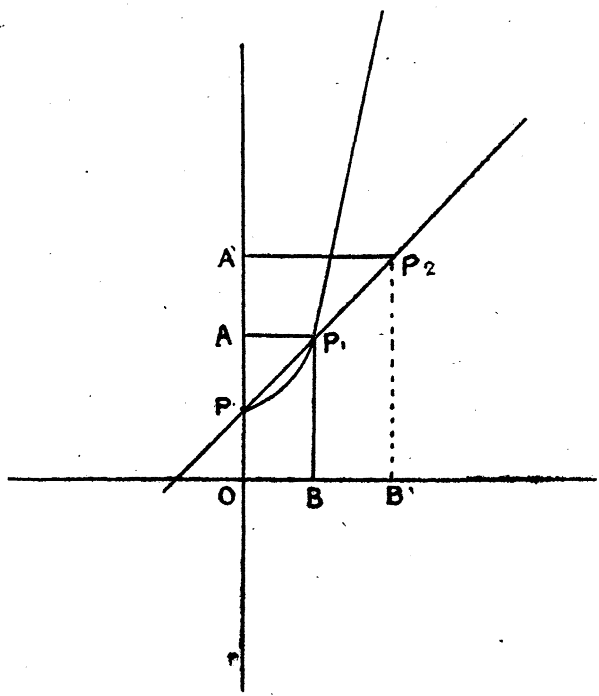

Fig. VI

1.ª En el primer período de tiempo transcurrido ambos capitales puestos respectivamente a interés simple y a interés compuesto son iguales, como si se encontraran en su período inicial.

Si $C = c\ (1 + ni)$
y hacemos $n = 0$, tendremos

$$C = c$$

Y si $C = c\ (1 + i)^n$
donde $n = 0$, tendremos

$$C = c$$

Para el primer caso.
Ahora si $n = 1$
tendremos, para $C = c\ (1 + ni)$

$$C = c + ci$$

Y para $C = c\ (1 + i)^n$

$$C = c + c\,i$$

Es decir, se cumple lo que dejamos sentado más arriba, o sea, que ambos capitales tanto al vencimiento del primer período como en el momento inicial son iguales.

2.° En todo período de tiempo comprendido entre cero y la unidad, el monto del Interés Compuesto es inferior al monto del Interés Simple. Verdad esta que puede comprobarse observando en el gráfico que la curva en ese período de tiempo representativa del Interés Compuesto pasa por debajo de la recta representativa del Interés Simple.

3.° A partir del primer período de tiempo la curva sobrepasa en forma creciente a la recta, hasta llegar la primera al infinito. De ahí que se rechace la aplicación de la fórmula del Interés Compuesto para los períodos largos de tiempo, pues el monto de los mismos llegarían a ser desproporcionados.

2º Ahora podríase pasar a tratar el descuento, con el propósito de representar gráficamente las diferentes formas del mismo.

Descuento se suele definir diciendo que por él se actualiza un capital futuro; o en otros términos, se trata de hallar el valor actual de un capital para cuyo cobro debe transcurrir un tiempo determinado. Se suelen distinguir dos clases de descuento:

1.° descuento matemático o racional;

2º descuento comercial.

Llámase así al primero porque para calcular el descuento toma en cuenta el valor actual del capital que se desea descontar, es decir, el capital que resulta después de disminuir al valor nominal el monto del descuento por el tiempo que se adelanta el pago de éste.

Y al segundo, se denomina de esa manera porque el descuento se calcula sobre el valor nominal del capital cuyo cobro se anticipa.

Cada una de estas divisiones comprende, la de descuento simple y compuesto.

El descuento racional simple se expresa por la fórmula:

$$D = a\ (1 + i\,n) - a = a + ain - a.$$

$$D = ai\ n \quad (4)$$

donde *D,* descuento, es igual al valor actual *a* del capital que se desea descontar, por la tasa del descuento *i* y por el tiempo *n*.

El *descuento comercial siemple* se representa por la fórmula:

$$D = A\,(1 + i\,n) - A$$
$$D = A\,i\,n \quad (5)$$

La que se diferencia de la anterior en el capital; en ésta es *A* (valor nominal), en aquélla era *a* (valor actual).

Si llevamos al gráfico la representación de ambas ecuaciones (4) y (5), tendremos:

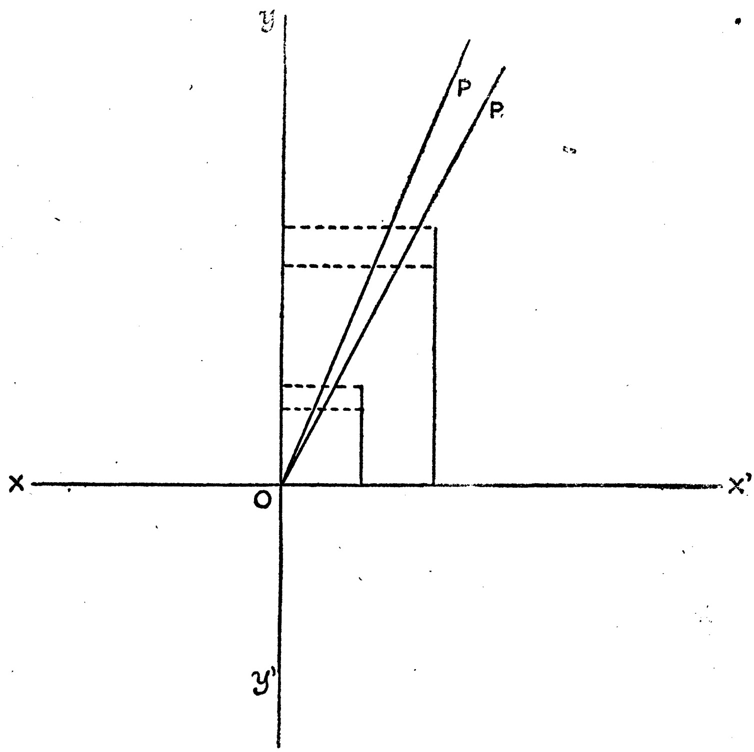

FIG. VII

Donde se comprueba que el descuento comercial siemple (O P) es mayor que el descuento racional simple (O P'). También se observa en ambas rectas representativas de ambos descuentos parten del origen y por último, que siendo ambas ecuaciones lineales su representación gráfica nos debía dar, como efectivamente ocurrió, una recta.

Pasemos al *descuento compuesto*. Como ya dijimos, este comprende al igual que el simple dos divisiones: descuento racional compuesto y descuento comercial compuesto.

El primero se expresa por la fórmula:

$$D = a\,(1 + i)^n - a = \\ = a\,[\,(1 + 1)^n - 1] \qquad (6).$$

Y el segundo, por la fórmula:

$$D = A\,(1 + i)^n - A = \\ = A\,[\,(1 + 1)^n - 1] \qquad (7).$$

Si representáramos gráficamente las ecuaciones (6) y (7) obtendríamos que la curva representativa del descuento racional compuesto pasaría por debajo de la curva representativa del descuento comercial compuesto; de lo que se deduce que es mayor el segundo descuento que el primero. Consecuencia fácil de sacar, por otra parte, si se tiene en cuenta que el primero se calcula sobre el valor actual del capital a descontar (a) y el segundo, en cambio, sobre el valor nominal del mismo (A).

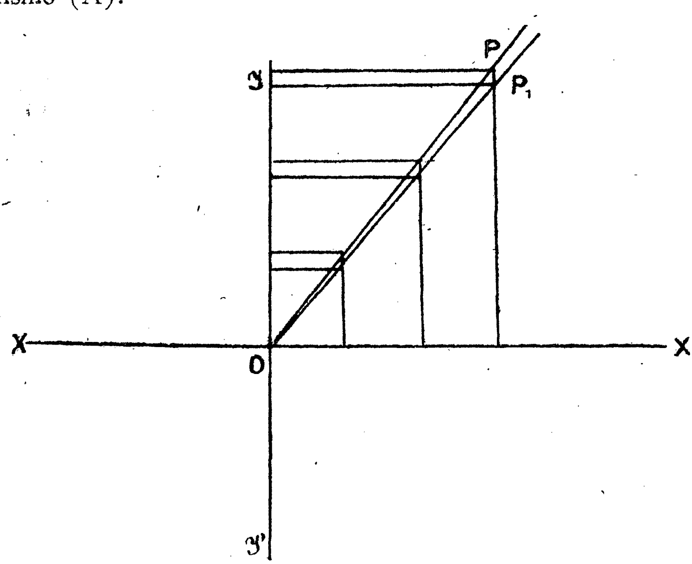

FIG. VIII

Insisitimos en manifestar que estas son rápidas nociones cuya sola finalidad consiste en servir de repaso y tendientes a explicar ligeramente la bolilla 1.ª del programa de Matemática Financiera (primer curso).

Antes de poner fin a estas breves exposiciones diremos acerca del descuento comercial compuesto es impracticable sobre todo cuando se trata de plazos largos, pues en tal supuesto, podría ocurrir que el *descuento* fuera mayor que el capital que se lleva a descontar, es decir, $D > A$.

En efecto, supongamos $n = 17$ e $i = 0.06$ y sustituyamos en la fórmula (7):

$$D = A \, [\, (1 + 0.06)^{17} - 1]$$

El valor $(1 + 0.06)^{15}$, según las tablas es igual a 2,70 aproximadamente, luego

$$D = A \times 1.70 = A + A \times 0.70$$

de donde D igual al capital A más cierta cantidad 0.70 A.

De aquí se deduce, que quien desea descontar un capital A, debería aún pagar a quien lo descuenta una suma mayor a la que representa el título que se propone descontar. Lo que como se comprende es inadmisible.

Luego, el que se emplea, como se deprende fácilmente de lo expuesto es el descuento racional.

EMILIO B. BOTTINI.