Revista

de

Ciencias Económicas

PUBLICACION MENSUAL DE LA

Facultad de Ciencias Económicas, Centro de Estudiantes y Colegio de Egresados.

DIRECTORES:

Dr. Alfredo L. Palacios
Por la Facultad

Raúl Prebisch
Por el Centro de Estudiantes

J. Waisman
Por el Centro de Estudiantes

REDACTORES:

Dr. Alfredo Echagüe
Dr. Hugo Broggi
Por la Facultad

Dr. Eduardo M. Gonella
Dr. José Barrau
Por los Egresados

Cecilio del Valle
Eugenio A. Bianco
Por el Centro de Estudiantes

ADMINISTRADOR: Bernardo J. Matta

Año IX — Septiembre de 1921 — Serie II. N° 2

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

Equilibrio económico (1)

1. EQUILIBRIO DEL CAMBIO. — Supóngase un individuo que posee las cantidades r_a y r_b de los bienes económicos A y B. Conviene ante todo formular una distinción fundamental: α) el individuo se atiene a los precios del mercado; no trata deliberadamente de modificarlos, aunque en rigor y apesar suyo contribuye a modificarlos con su oferta y su demanda; es lo que caracteriza, según Pareto, el estado de LIBRE CONCURRENCIA. β) el individuo, solo o de acuerdo con otros, realiza maniobras que tienen por objeto modificar esos precios y, tomando en consideración las variaciones de éstos, establece su demanda; estado característico, según Pareto, del MONOPOLIO, sindicatos, etc.

2. Si la función $(\Phi\ r_a, r_b)$ de ofelimidad total existe, según lo que ya se ha dicho (2), φ_a y φ_b, esto es, sus derivadas parciales respecto a r_a y r_b, serán las ofelimidades elementales de aquellos bienes para el individuo considerado. En tal suspuesto, si éste no se halla en posición de equilibrio, si desea por ejemplo aumentar el disponible de B, disminuyendo el de A, cambiará una determinada cantidad de A por otra de B. Supóngase asimismo que este cambio se haga sucesivamente en porciones infinitesimales de uno y otro bien. A medida que se realizan estos cambios, disminuye el disponible de A y aumenta el de B, en otros términos, φ_a crece y φ_b decrece; porque, según se ha dicho, las ofelimidades elementales son funciones decrecientes de las cantidades (3).

---

(1) Bolilla 9, programa oficial de economía, 2º curso, 1921.

(2) Véase PARETO, *Cours*, § 59, nota, § 64, nota 1.

(3) *Revista de Ciencias Económicas*, año IX, números 96-97, página 375: L. R. GONDRA, *Nota de economía matemática.*

3. ¿Cuándo cesará el individuo en sus cambios? Indudablemente, cuando las ofelimidades de las últimas porciones cambiadas sean iguales, es decir, cuando se tenga:

$$\varphi_a \frac{\delta r_a}{\delta r_b} d r_b = \varphi_b d r_b$$

De donde se infiere que:

$$\varphi_a \frac{\delta r_a}{\delta r_b} + \varphi_b = 0 \qquad (1)$$

Esta ecuación expresa, para el individuo, la variación de ofelimidad. Mientras le deja un residuo positivo, es decir, mientras es mayor que cero, continúa en sus cambios; cesa en ellos, cuando es igual a cero.

4. En el caso general, si el individuo posee las cantidades $r_a, r_b, r_c, \ldots . r_n$ de los bienes económicos A, B, C, ... N, como no se trata sino de una transformación de A en B, debe tenerse:

$$p_a r_a + p_b r_b + p_c r_c \ldots . = 0 \qquad (2)$$

Esta ecuación establece una relación entre r_a y $r_b, r_c \ldots p_a, p_b \ldots \ldots$. Puede suponerse, pues, que r_a es función de estas últimas cantidades. En el caso α los precios son constantes. Diferenciando, por consiguiente, la ecuación (2) y teniendo en cuenta que $p_a = 1$:

$$\frac{\delta r_a}{\delta r_b} + p_b = 0, \quad \frac{\delta r_a}{\delta r_c} + p_c = 0, \ldots \ldots$$

de donde se infiere que:

$$p_b = - \frac{\delta r_a}{\delta r_b} \qquad (3)$$

El segundo miembro de esta ecuación es negativo, porque, siendo p_b una cantidad que se resta al patrimonio del individuo, debe ir necesariamente precedida del signo (—). Ahora bien, introduciendo (3) en (1) y despejando φ_a se tiene que:

$$\varphi_a = \frac{\varphi_b}{p_b}$$

De análoga manera se obtendrían las otras ecuaciones

$$\varphi_a = \frac{\varphi_c}{p_c}, \quad \varphi_a = \frac{\varphi_d}{p_d}, \ldots\ldots$$

Todas ellas pueden escribirse

$$\varphi_a = \frac{\varphi_b}{p_b} = \frac{\varphi_c}{p_c} = \frac{\varphi_d}{p_b} = \ldots\ldots \qquad (4)$$

o bien, si la mercancía que sirve de numerario no es A

$$\frac{\varphi_a}{p_a} = \frac{\varphi_b}{p_b} = \frac{\varphi_c}{p_c} = \ldots\ldots$$

Las ecuaciones (2) y (4) son las llamadas ecuaciones de Walras; y, según Pareto, desempeñan en el estudio del equilibrio económico un papel semejante a las de Lagrange en el estudio del equilibrio mecánico.

5. Si m es el número de bienes económicos, las ecuaciones (4) son m—1, y con la ecuación (2) forman un sistema de m ecuaciones que sirven para determinar las m cantidades $r_a, r_b, \ldots$ cuando se conocen los precios. Si suponemos que intervienen en el cambio θ individuos, habrá en total θm ecuaciones. Por otra parte, como las cantidades que se dan en cambio deben de ser iguales a las que se reciben, en el punto de equilibrio, se tendrán asimismo las m ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} r_{1a} + r_{2a} + r_{3a} + \ldots = 0 \\ r_{1b} + r_{2b} + r_{3b} + \ldots = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \qquad (5)$$

o sea, en total, $\theta m + m$ ecuaciones. Una de éstas, por ser consecuencia de las otras, resulta supérflua. En efecto, sumando las (2) se tiene:

$$p_a (r_{1a} + r_{2a} + r_{3a} + \ldots) + p_b (r_{1b} + r_{2b} + r_{3b} + \ldots) + \ldots = 0$$

Ahora bien, conociendo esta ecuación y m—1 de las (5), determínase la m^a Por consiguiente, se tienen

$$\Theta m + m - 1$$

ecuaciones que sirven para determinar las θm cantidades cantidades cambiadas y los $m - 1$ precios. Por donde se demuestra que el problema del equilibrio en el cambio está

bien determinado. Del hecho que, entre las condiciones (ecuaciones) del cambio se encuentran las que aseguran el máximo de ofelimidad, se deduce que: "bajo el régimen de libre concurrencia los precios se establecen de manera que procuran a cada individuo el máximo de ofelimidad". En efecto, cuando la ofelimidad total existe, se tiene:

$$\frac{\delta\,\Phi}{\delta\,r_a} = \varphi_a\,,\quad \frac{\delta\,\Phi}{\delta\,r_b} = \varphi_b\,,\ldots\ldots$$

lo que cambia las ecuaciones dadas para las variaciones de ofelimidad [véase ecuación (1) del párrafo 3] en

$$\frac{\delta\,\Phi}{\delta\,r_a}\,\frac{\delta\,r_a}{\delta\,r_b} + \frac{\delta\,\Phi}{\delta\,r_b} = 0$$

$$\frac{\delta\,\Phi}{\delta\,r_a}\,\frac{\delta\,r_a}{\delta\,r_c} + \frac{\delta\,\Phi}{\delta\,r_c} = 0$$

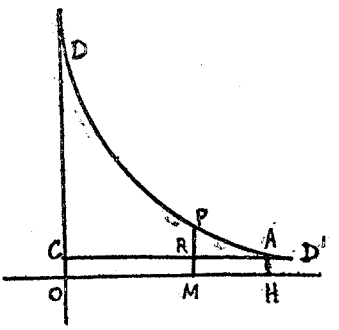
. . . . . .

Estas condiciones pueden ser de máximo o de mínimo. Pero este último se excluye; porque es evidente que el individuo, no hallándose en equilibrio, continuará los cambios.

6. EQUILIBRIO DE LA PRODUCCIÓN. — Establezcamos ante todo algunas premisas esenciales. Estudiando el cambio, hemos visto que, si las diferentes porciones infinitesimales de los bienes A y B se cambian a un precio constante, el individuo obtiene ganancias de ofelimidad que disminuyen sucesivamente hasta reducirse a o para las últimas porciones cambiadas. La suma total de estas ganancias de ofelimidad es lo que Marshall denomina 'ganancia o renta del consumidor' **(consumer's surplus)**. El mismo Marshall reconoce que la estimación de esta ganancia no es exacta sino cuando se prescinde del hecho que una misma cantidad de moneda (numerario) representa cantidades diferentes de satisfacción; en otros términos, cuando se admite que la ofelimidad elemental de la mercancía-numerario es constante. Porque, sólo en tal hipótesis, podemos medir exactamente la ganancia del consumidor mediante la diferencia entre el precio total que el individuo habría estado dispuesto a pagar, y el precio efectivamente pagado (1).

(1) A. MARSHALL, *Principes d'économie politique*, I, 268-269. Paris, GIARD-BRIÉRE, 1906.

Si DD' representa la demanda de te en un mercado, OH la cantidad comprada y HA el precio unitario (por libra, verbigracia), en el punto O, la ganancia de ofelimidad es OD (precio que habría estado dispuesto a pagar para conseguir la primera libra), menos OC = HA (precio efectivamente pagado), esto es, CD. En el punto M, la ganancia es MP — MR = RP. En el punto H (punto de equilibrio) la ganancia es *o*. La suma total de estas ganancias decre-



cientes está representada por el área CDA. Pero esta ganancia de moneda o numerario no es igual, salvo casos excepcionales, a la ganancia de ofelimidad. Sólo por aproximación puede la primera medir la segunda.

En efecto, supóngase un individuo que, poseyendo las cantidades r'_a y r'_b cambia A por B en porciones infinitesimales sucesivas, y alcanza un punto de equilibrio, en el cual posee las cantidades r_a y r_b La variación de ofelimidad será para él:

$$d\,\Phi = \varphi_a \frac{\delta\, r_a}{\delta\, r_b}\, d\, r_b + \varphi_b\, d\, r_b \qquad (6)$$

Al precio p_b según las ecuaciones (2) y (4), se tendrá:

$$r_a - r_a' + p_b (r_b - r_b') = o$$

$$\varphi_a = \frac{\varphi_b}{p_b} \qquad (7)$$

Por consiguiente, introduciendo (7) en (6) y extrayendo el factor común:

$$d\,\Phi = \left(1 + \frac{1}{p_b} \frac{\delta\, r_a}{\delta\, r_b}\right) \varphi_b\, d\, r_b \qquad (8)$$

Si las porciones sucesivas se cambian al precio constante:

$$p_b = - \frac{\delta r_a}{\delta r_b}$$

introduciendo este valor en (3) se tendrá:

$$d \Phi = (1 - \frac{p_b}{p_b}) \varphi_b \, d \, r_b$$

Multiplicando esta ecuación por p_b:

$$p_b \, d \, \Phi = (p_b - p_b) \varphi \, d \, r_b$$

y dividendo esta última por φ_b:

$$d \, \Phi \, \frac{p_b}{\varphi_b} = (p_b - p_b) \, d \, r_b \qquad (9)$$

Pero:

$$d \, V = (p_b - p_b) \, d \, r_b$$

es el elemento de la **consumer's surplus**, es decir, la expresión analítica del área CDA; y $\frac{p_b}{\varphi_b}$ la recíproca de φ_a. Podemos, pues, escribir la ecuación (9) en la forma siguiente:

$$d \, V = \frac{d \, \Phi}{\varphi_a}$$

Ahora bien, $d \, \Phi$ es para el individuo considerado la variación de ofelimidad que le resulta de los cambios sucesivos de A por B; y φ_a la ofelimidad elemental de A, es decir, del bien que sirve de numerario. Por donde se demuestra la proposición enunciada, a saber, que sólo puede medirse la ganancia de ofelimidad $d \, \Phi$ mediante la ganancia de numerario dV, si la ofelimidad elemental de éste, φ_a es constante (1).

7. Estudiando el cambio, hemos supuesto que los individuos poseen ciertas cantidades de bienes sin examinar cómo los han obtenido. Pasamos ahora a estudiar el equilibrio de la producción, vale decir, a estudiar cómo han obtenido esos bienes, suponiendo un régimen de libre concurrencia. Conviene recordar que estudiamos un estado límite, en el cual la

(1) PARETO, *Cours*, § 83, nota 3.

concurrencia es completa (1), definido por la hipótesis de Walras, a saber, la de un empresario ideal (cuyo salario directivo se incluye en los gastos de producción) que no realiza ganancia ni pérdida; en otros términos, un estado límite en el que costo y precio tienden a ser iguales. El balance del empresario (condición de igualdad de costo y precio) ha de establecerse para un período dado y para una fecha determinada.

8. Llamamos capital a todo bien económico que sirve más de una vez para la producción. No es necesario que materialmente sirva más de una vez: basta que al fin de cada período productivo se encuentre reintegrado (amortizado). El ahorro que se emplea en los anticipos de la producción es, pues, un capital. Pareto lo denomina *ahorro-capital.* El uso de un capital durante un período determinado de tiempo se llama *servicio* de ese capital. Un servicio cualquiera puede o no ser un bien directo para su poseedor. α) Si lo es, tiene una ofelimidad elemental propia; y su poseedor observará en el cambio las normas que ya conocemos. β) Si no lo es, careciendo de ofelimidad elemental propia, su poseedor estará dispuesto a ceder íntegramente su disponible del mismo, para obtener en cambio la mayor suma posible de bienes directos (2).

9. Con tales supuestos, expresemos matemáticamente las condiciones del equilibrio de la producción: a) *Condiciones del cambio,* entre las cuales se comprenden las de los servicios que se hallan e el caso α. Para los que se hallan *en el caso* β, *la cantidad ofrecida es igual a la cantidad existente.* Si S es uno de los capitales del caso α y T uno de los del caso β, se tendrán desde luego las ecuaciones:

$$\frac{\varphi_a}{p_a} = \frac{\varphi_b}{p_b} = \ldots\ldots = \frac{\varphi_s}{p_s} = \ldots\ldots \quad (10)$$

φ_s es la ofelimidad correspondiente a la cantidad de los servicios de S que el individuo consume. Por esto precisamente falta φ_t; porque el individuo ofrece íntegramente su disponible de T, cuyos servicios no consume. Si hay n_1 capitales S y

(1) La concurrencia es *completa,* cuando abarca productos y servicios productores. Cuando no se hace sentir para ciertos servicios productores, se dice *incompleta.* PARETO, *Cours,* § 88.

(2) PARETO, *Cours,* §§ 86-99.

n_2 capitales T, el número de ecuaciones (10) es $m + n_1 - 1$. Y con la ecuación

$$p_a r_a + p_b r_b + \ldots\ldots - p_s r_s - p_t r_t + \ldots\ldots = 0, \quad (11)$$

$m + n_1$ ecuaciones. Por otra parte, las cantidades $r_t \ldots$ son conocidas, puesto que, según se ha dicho, se ofrece todo el disponible. Por consiguiente:

$$m + n_1 + n_2 = m + n,$$

si n es el número total de capitales (S y T) que intervienen en la producción. Si θ es el número de individuos, hay en total para todo el sistema $(m + n)\ \theta$ ecuaciones. b) *El costo de producción es igual al precio de los bienes.* Esta condición se expresa de la manera siguiente: llamamos *coeficientes de fabricación* a las cantidades $a_s, a_t, \ldots. b_s, b_t, \ldots.$ variables o constantes, de servicios productores necesarios para obtener una unidad de los productos A, B,... Los coeficientes de fabricación pueden variar técnica o económicamente; pero en esta primera aproximación se consideran constantes. Los costos de producción serán, pues:

$$\left.\begin{aligned} \pi_a &= a_s p_s + a_t p_t + a_v p_v + \ldots\ldots \\ \pi_b &= b_s p_s + b_t p_t + b_v p_v + \ldots\ldots \\ \pi_c &= c_s p_s + c_t p_t + c_v p_v + \ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Puesto que, para cada bien producido, costo y precio son iguales, se tendrá:

$$\left.\begin{aligned} p_a &= a_s p_s + a_t p_t + a_v p_v + \ldots\ldots \\ p_b &= b_s p_s + b_t p_t + b_v p_v + \ldots\ldots \\ p_c &= c_s p_s + c_t p_t + c_v p_v + \ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Total, m ecuaciones para los m bienes producidos, y m—1 precios, puestos que uno de estos (el del bien-numerario) es igual a la unidad. c) *La cantidad total de servicios productores demandados es igual a la cantidad empleada.* Las cantidades de bienes producidos y de servicios empledos son:

$$\left.\begin{aligned} R_a &= r_{1a} + r_{2a} + r_{3a} + r_{4a} + \ldots\ldots \\ R_b &= r_{1b} + r_{2b} + r_{3b} + r_{4b} + \ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

$$\left.\begin{aligned} R_s &= r_{1s} + r_{2s} + r_{3s} + r_{4s} + \ldots\ldots \\ R_t &= r_{1t} + r_{2t} + r_{3t} + r_{4t} + \ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

Entre estos servicios empleados se incluye el ahorro-capital que sirve, según se ha dicho, para los anticipos necesarios a la producción. Exprésase esta tercera condición, diciendo que la cantidad total de cada servicio es igual a la suma de los productos que se obtienen multiplicando el coeficiente de fabricación de aquel servicio que corresponde a cada bien producido, por la cantidad total de éste, a saber:

$$\begin{aligned} R_s &= a_s R_a + b_s R_b + c_s R_c + \ldots\ldots \\ R_t &= a_t R_a + b_t R_b + c_t R_c + \ldots\ldots \qquad (16) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Estas ecuaciones son tantas como servicios productores, esto es, n.

Por consiguiente, el sistema de ecuaciones que determina el equilibrio de la producción se compone $(m + n)\,\theta$ ecuaciones (10) y (11), m ecuaciones (13) y n ecuaciones (16), o sea en total:

$$(m + n)\,\theta + m + n.$$

Contenemos las incógnitas: $(m + n)\,\theta$ cantidades $r_{1a}, r_{2a}\ldots\ldots r_{1s}, r_{2s}, \ldots\ldots$ cantidades de bienes y servicios, $m - 1$ precios de bienes producidos y n precios de servicios, en total:

$$(m + n)\,\theta + m + n - 1.$$

Hay una ecuación demás. Pero se demuestra que una de las ecuaciones del sistema es mera consecuencia de las otras. En efecto, sumando las ecuaciones (11) y teniendo en cuenta las (14):

$$p_a R_a + p_b R_b + \ldots\ldots - p_s R_s - p_t R_t \ldots\ldots = 0$$

Por otra parte, obtiénese esta misma ecuación, multiplicando las (16) por $p_s\ p_t\ \ldots$

$$\begin{aligned} R_s p_s &= p_s (a_s R_a + b_s R_b + \ldots\ldots) \\ R_t p_t &= p_t (a_t R_a + b_t R_b + \ldots\ldots) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots; \end{aligned}$$

sumando estas ecuaciones miembro a miembro; y teniendo en cuenta las (13):

$$R_s p_s + R_t p_t + \ldots\ldots = R_a (a_s p_s + a_t p_t + \ldots\ldots) + R_b (b_s p_s + b_t p_t + \ldots\ldots) + \ldots\ldots;$$

los paréntesis son respectivamente iguales a $p_a, p_b, p_c, \ldots$; substituyendo e igualando a cero se tiene:

$$p_a R_a + p_b R_b + \ldots\ldots - p_s R_s - p_t R_t - \ldots\ldots = 0$$

Luego: conociendo las ecuaciones (11) y $n - 1$ de las (16) se determina la $n.^a$

El hecho que la ecuación de satisfacción máxima forma parte del sistema que determina el equilibrio de la producción, demuestra que todos los individuos que intervienen en ella obtienen el máximo de ofelimidad.

10. Algunos economistas afirman que el costo de producción se mide por el 'grado final de utilidad' (ofelimidad elemental) de la última porción de bien producida. Como hemos visto, esta proposición sólo es exacta, si la ofelimidad elemental del bien-numerario es constante. En efecto, fuera de que se olvida el carácter subjetivo de la ofelimidad, confúndese la curva de los precios con la de la ofelimidad (1). Costos en numerario iguales representan sumas distintas de sacrificios. Las ecuaciones (10) aplicadas a cada individuo nos dan:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{p_b}{p_a} = \dfrac{\varphi_{1b}}{\varphi_{1a}} = \dfrac{\varphi_{2b}}{\varphi_{2a}} = \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dfrac{p_s}{p_a} = \dfrac{\varphi_{1s}}{\varphi_{1a}} = \dfrac{\varphi_{2s}}{\varphi_{2a}} = \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \quad (17)$$

Dividiendo por p_a las ecuaciones (13):

$$\frac{p_b}{p_a} = \frac{p_s}{p_a} b_s + \frac{p_t}{p_a} b_t + \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

e introduciendo en estas ecuaciones, los valores hallados en las (17):

$$\left.\begin{array}{l} \varphi_{1b} = b_s \varphi_{1s} + b_t \varphi_{1t} + \ldots\ldots \\ \varphi_{1c} = c_s \varphi_{1s} + c_t \varphi_{1t} + \ldots\ldots \end{array}\right\} \quad (18)$$

(1) Véase pág. 116.

Ahora bien, φ_{1b} es para el individuo 1, la ofelimidad elemental de la última porción de B que obtiene por cambio; y el segundo miembro de la ecuación, nos da precisamente la suma de las ofelimidades elementales que 1 sacrifica para lograr B. Por consiguiente: *la ofelimidad elemental de la última porción producida mide la suma de sacrificios hechos para obtener esta última porción.*

Las ecuaciones (17) y (18) nos permiten establecer:

$$\frac{p_b}{p_c} = \frac{b_s\,\varphi_{1s} + b_t\,\varphi_{1t} + b_v\,\varphi_{1v} + \ldots\ldots}{c_s\,\varphi_{1s} + c_t\,\varphi_{1t} + c_v\,\varphi_{1v} + \ldots\ldots} = \ldots\ldots$$

Esto es, *en el punto de equilibrio, los precios son proporcionales a los costos expresados en ofelimidades.* Si en vez de tener:

$$\frac{b_s\,\varphi_{1s} + b_t\,\varphi_{1t} + \ldots\ldots}{c_s\,\varphi_{1s} + c_t\,\varphi_{1t} + \ldots\ldots} = \frac{b_s\,\varphi_{2s} + b_t\,\varphi_{2t} + \ldots\ldots}{c_s\,\varphi_{2s} + c_t\,\varphi_{2t} + \ldots\ldots}$$

el primer miembro fuese mayor o menor que el segundo, los cambios continuarían. Tal el principio de la teoría de los costos comparados de Ricardo (1).

11. La Capitalización. Estudiando la producción, hemos supuesto que los individuos poseen ciertos servicios productores, sin examinar cómo los han obtenido. Pasamos ahora a estudiar el equilibrio de la capitalización, es decir, a estudiar cómo han obtenido esos servicios productores, suponiendo como en el caso anterior un régimen de libre concurrencia.

Establezcamos ante todo algunas definiciones y premisas esenciales. El *homo œconomicus* ahorra: a) por *previsión* de necesidades futuras a cuya satisfacción aplicará los bienes ahorrados; b) por *conveniencia,* esto es, por las ventajas que obtendrá de su ahorro, alquilándole a ciertos empresarios que lo utilizarán en la fabricación de capitales. El alquiler del ahorro representa la diferencia de precio entre un bien presente y un bien futuro. Mediante el ahorro,, pues, puede transformarse un bien futuro en un bien presente.

Estudiando la capitalización, es necesario considerar: 1) la formación del ahorro; 2) la transformación del ahorro en ca-

(1) Véase una ilustración gráfica del punto en E. Barone, *Principi di econ. pol.,* § 82-87; y un ejemplo aritmético muy sencillo en *Anales de la Facultad de Ciencias Económicas.* I p. 127.

pitales. Unas personas ahorran, absteniéndose de consumir parte de los bienes que poseen. Los empresarios alquilan el ahorro y lo transforman en capitales. Otros empresarios alquilan estos capitales y transforman sus servicios en bienes económicos que venden.

12. El tiempo diferencia los bienes presentes de los futuros: a) en que retarda la posibilidad de disfrutarlos; b) en que torna incierta esta posibilidad. Tiénese en cuenta esta incertidumbre respecto a la cosa, en cuanto puede perecer en todo o en parte, mediante la *prima de seguro*. Respecto al ahorro, esta prima corresponde a la probabilidad de que no sea restituído a su poseedor.

Los hombres estiman el ahorro, según la disposición de espíritu y las circunstancias en que se hallan. Entre estas circunstancias, la fortuna del poseedor desempeña un papel importantísimo. Daniel Bernouilli fué el primero que la tomó en consideración: afirmaba que el valor relativo (ofelimidad) de una suma infinitamente pequeña es igual a su valor absoluto dividido por la fortuna total de su poseedor.

Sea q la fortuna de un indviduo estimada en numerario. Con esta suma q se procura los bienes A, B, ... que consume; se tendrá, pues:

$$q = p_a r_a + p_b r_b + \ldots\ldots \qquad (9)$$

Las ecuaciones (10) permiten calcular la ofemilidad elemental que corresponde a q, es decir:

$$\varphi(q) = \frac{\varphi_a}{p_a} = \frac{\varphi_b}{p_b} = \ldots\ldots \qquad (20)$$

Suponiendo constantes los precios, si la fortuna del individuo crece en dq, por la ecuación (19) se tendrá:

$$dq = p_a dr_a + p_b dr_b + \ldots\ldots \qquad (21)$$

La variación de ofelimidad será la dada por la fórmula:

$$dU = \varphi_a dr_a + \varphi_b dr_b + \ldots\ldots$$

Multiplicando miembro a miembro las ecuaciones (20) y (21):

$$\varphi(q)\, dq = \varphi_a dr_a + \varphi_b dr_b + \ldots\ldots$$

Por consiguiente:

$$dU = \varphi\ (q)\ dq. \qquad (22)$$

La ofelimidad total de una fortuna q, que se inicia por q_o será:

$$U_q = \int_{q_o}^{q} \varphi\ (q)\ dq. \qquad (23)$$

Supóngase una probabilidad y de que esta fortuna se transforma en q_1. La esperanza matemática del aumento de ofelimidad correspondiente, será:

$$y\ (U_{q_1} - U_q).$$

Sea $q + x$ la fortuna presente que daría a su poseedor un aumento de ofelimidad igual a esta esperanza matemática. Se tendrá:

$$U_{q+x} - U_q = y\ (U_{q_1} - U_q). \qquad (24)$$

Esta ecuación determina a x. Daniel Bernoulli dió a x el nombre de *esperanza moral*, suponiendo equivocadamente que $\varphi\ (q)$ es inversamente proporcional a q, es decir, que si K es una constante:

$$\varphi\ (q) = \frac{K}{q}$$

Substituyendo $\varphi\ (q)$ por su valor en (23):

$$U_q = \int_{q_o}^{q} \frac{K}{q}\ dq.$$

Integremos esta ecuación, teniendo en cuenta que:

$$\frac{d \log. q}{dq} = \frac{1}{q}$$

y tendremos que la ecuación (14) se transforma en:

$$U_q = K \log. \frac{q}{q_o}$$

La ecuación (24) se transforma en:

$$K \log\ (q + x) - K \log\ q = y\ K\ (\log.\ q_1 - \log\ q)$$

En otros términos:

$$\log \frac{q + x}{q} = \log \left(\frac{q_1}{q}\right)^y$$

Y pasando de los logaritmos a los números:

$$\frac{q + x}{q} = \left(\frac{q_1}{q}\right)^y$$

De donde se deduce que:

$$x = q\left(\frac{q_1}{q}\right)^y - q$$

o sea en definitiva:

$$x = q_1^y \, q^{1-y} - q$$

Tal es la fórmula de la *esperanza moral* de Bernouilli. La experiencia demuestra que sólo se verifica en casos excepcionales, pues entre $\varphi(q)$ y q no hay una relación de proporcionalidad estricta. Todo lo que puede decirse es que si q crece, $\varphi(q)$ decrece.

13. Denomínase *alquiler neto* del ahorro, a la suma que se obtiene cuando se deduce del alquiler bruto la prima de seguro. Llámase generalmente *interés* al alquiler neto del ahorro. Pero cuando se dice *interés del capital* confúndense dos cantidades que deben separarse: error semejante al que se comete cuando se confunden costo de producción y precio de una mercancía. Estas dos cantidades tienden a ser iguales en el punto de equilibrio; pero existen separadamente, y de las diferencias que pueden ofrecer, originanse fenómenos económicos muy interesantes. Por análogo modo, interés del capital y alquiler neto del ahorro tienden a ser iguales en el punto de equilibrio.

14. Los empresarios compran el uso del ahorro y lo transforman luego en capitales: fenómeno de producción que obedece a las normas que ya conocemos. Observemos el balance de estos empresarios. Tendremos en el débito: 1) la suma de ahorro que han recibido y deben restituir, además de la que les corresponde como salario directivo; 2) los alquileres brutos pagados por el uso de este ahorro. Y en el crédito: 1) sumas que recibirán al liquidar por los capitales que poseen; 2) alquileres brutos que percibirán por el uso de estos capita-

les. Si la suma de ahorro más la de salario directivo que figura en el débito, y la que obtienen por venta de capitales fabricados, son iguales, la comparación de los alquileres pagados y recibidos nos revelará el resultado de la empresa. Si la segunda suma es menor que la primera, se igualan mediante una parte de los alquileres percibidos que figuran en el crédito. Esta parte se denomina *amortización material y económica* de los capitales. En definitiva, el resultado de la empresa se revela en la comparación del alquiler neto pagado por el uso del ahorro y el alquiler neto percibido por el uso de los capitales. El *alquiler neto* de un capital es igual al alquiler bruto del mismo menos las primas de seguro y amortización.

15. De todo lo expuesto se infiere que el alquiler neto del ahorro representa el costo de producción de los *servicios* los capitales producidos; y que el alquiler neto de los capitales representa el precio de venta de dichos servicios.

16. Cómo se repartirá el ahorro entre los diferentes capitales? Para resolver este problema nos falta una condición. En efecto, si las π_a, π_b, ... de las fórmulas (12) no son iguales a las p_a, p_b, ... de las fórmulas (13), el problema de la producción presenta más incógnitas que ecuaciones. En otros términos: si costos y precios no son iguales, pueden haber, para los empresarios de la producción de capitales, ganancias o pérdidas; y en tanto que esta indeterminación subsiste, no puede saberse de qué manera se repartirá el ahorro entre los diferentes capitales. Puede suprimirse esta indeterminación de tres maneras. α) Supóngase un estado de libre concurrencia entre los empresarios: los esfuerzos de éstos para lograr el máximo de ganancia llegarán a establecer la igualdad de los alquileres netos. β) Supóngase una autoridad cualquiera, el Estado socialista, verbigracia, que distribuya el ahorro con la mira de obtener el máximo de ganancia para la colectividad. γ) Supóngase por último que la producción de capitales constituya un monopolio (caso que, por ahora, se excluye).

α) En un régimen de libre concurrencia, los empresarios acudirán a los empleos más remunerativos, abandonando los menos remunerativos. Sus esfuerzos por consiguiente terminarán por nivelar todas las ganacias; en otros términos, costo de producción (alquiler neto del ahorro) y precio (alquiler neto de los capitales) llegarán a ser iguales. Debemos, pues, modificar las fórmulas del equilibrio de la producción, intro-

duciendo en ellas la capitalización. En esas fórmulas, según hemos dicho, figura ya el ahorro, en forma de alquiler del ahorro-capital destinado a la transformación de bienes futuros en bienes presentes. Este alquiler se determina, al mismo tiempo que las demás incógnitas del problema, mediante el conjunto de las ecuaciones del cambio, de la producción y de la capitalización.

Sean los capitales ..... S, T, ...
los alquileres netos de los servicios producidos
por unidad de cada capital ..... $p_s, p_t, \ldots$
los alquileres brutos ..... $p'_s, p'_t, \ldots$
las primas anuales de amortización y seguro por
unidad de capital ..... $y_s, y_t, \ldots$
los precios venta de la unidad de los capitales .. $P_s, P_t, \ldots$
los costos de producción por unidad de capitales $\Pi_s, \Pi_t, \ldots$

Sea i el alquiler del ahorro. Los empresarios que fabrican los capitales gastarán anualmente $i\Pi_s, i\Pi_t, \ldots$ y recibirán $p_s, p_t, \ldots$ La condición de igualdad de costo y precio de venta da:

$$p_s = i\Pi_s, \quad p_t = i\Pi_t, \ldots$$

de donde se deduce:

$$i = \frac{p_s}{\Pi_s} = \frac{p_t}{\Pi_t} = \ldots \quad (25)$$

En otros términos: el alquiler neto del ahorro, i, es igual alquiler neto del capital, $\frac{p}{\Pi}$ Además, por esta misma condición, se tendrá:

$$P_s = \Pi_s, \quad P_t = \Pi_t, \ldots$$

es decir, el precio de venta de la unidad de capital será igual al costo de la misma. Si algún capital, S verbigracia, no puede fabricarse, Π_s no existe, y P_s se determina por la ecuación:

$$P_s = \frac{p_s}{i}$$

Por último, se tiene por definición:

$$p'_s = p_s + y_s \Pi_s, \quad p'_t = p_t + y_t \Pi_t, \ldots \quad (26)$$

En este caso, como en el anterior, se trata de obtener una distribución del ahorro entre los diferentes capitales, que

asegure a la colectividad el máximo de ganancia (máximo de ofelimidad). Walras demostró que, para ello, era menester que todos los intereses netos de los capitales fuesen iguales (1). Por donde recaemos en la misma condición que expresa el resultado de la libre concurrencia entre los empresarios. Los dos sistemas α y β no difieren sino por su forma, puesto que deben terminar necesariamente en el mismo punto. "Una verdad importante que los economistas afirmaban sin demostrar se establece por fin, apesar de las negaciones socialistas, a saber, que el mecanismo de la libre concurrencia, es bajo ciertas condiciones y dentro de límites determinados, un mecanismo automotor y autorregulador de transformación de ahorros en capitales propiamente dichos, como de transformación de servicios en productos. Y así en materia de capitalización y de crédito como en materia de cambio y de producción, la conclusión de la economía política pura nos suministra el punto de partida de la economía aplicada" (2). La distribución del ahorro en el caso β presenta dificultades prácticamente insuperables. Supuesto el caso que pudiesen superarse, llegaríase, después de un trabajo enorme, al mismo resultado que se obtiene automáticamente, mediante la libre concurrencia, en el caso α (3).

13. Podemos ahora considerar en general el equilibrio económico.

1) Para cada individuo, una ecuación que expresa el balance entre gastos y recursos:

$$p_s\ r_s + p_t\ r_t + \ldots = p_a\ r_a + p_b\ r_b + \ldots\ldots + r\varepsilon, \quad (27)$$

Si el individuo posee el ahorro ε y vende sus servicios, encontrárase su precio entre los términos $p_s\ r_s$, $p_t\ r_t$, ... del primer miembro. Si, por el contrario, consume los servicios

---

(1) L. WALRAS: *Eléments d'écon. polit. pure,* §§ 263 y 264.

(2) WALRAS: *op. cit.* § 264.

(3) La experiencia bolchevista de Rusia verifica muy sospechadamente, por lo que se ve, la verdad del teorema walrasiano. Después de mil horribles experiencias comunistas y de una destrucción ingente de capitales, Lenín y sus acólitos conservadores, urgidos por el hambre... y por el temor de perder una situación política que, a pesar de todo, no parece desdeñable, vuelven, con pretextos y excusas torpemente desmañados, a la libertad de comercio y a la libre circulación de dinero; en otros términos, a la tan zarandeada libre concurrencia o *anarquía de la producción,* que, por luengos años, vilipendiaron todos los asnos del marxismo.

de su ahorro, anticipando gastos, se hallará este gasto anticipado entre los términos $p_a r_a$, $p_b r_b$ .... del segundo miembro. Puesto que interviene el ahorro, se tendrán $m + n$ ecuaciones que expresan la igualdad de las ofelimidades elementales ponderadas:

$$\frac{\varphi_a}{p_a} = \frac{\varphi_b}{p_b} = \ldots\ldots\ldots = \varphi\varepsilon \qquad (28)$$

En total para θ individuos $(m + n + 1)\,\theta$ ecuaciones. Por otra parte se tiene:

$$\left.\begin{aligned} R_a &= r_{1a} + r_{2a} + \ldots\ldots \\ R_b &= r_{1b} + r_{2b} + \ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ R_s &= r_{1s} + r_{2s} + \ldots\ldots \\ R\varepsilon &= r_{1\varepsilon} + r_{2\varepsilon} + \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Por consiguiente, no contamos las R_a, $R_b, \ldots R_s, R\varepsilon, \ldots$ entre las incógnitas, porque se determinan cuando se conocen las cantidades $r_{1a}\ r_{2a}, \ldots$

2) Para los empresarios que transforman el ahorro ε en capitales, suponemos que producen ν capitales antiguos, de los que obtienen las cantidades R'_s, R'_t, ... y ν' capitales nuevos, de los que obtienen las cantidades R'_h, R'_k, ... Se tendrán las $\nu + \nu'$ ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} R\varepsilon &= \Pi_s R'_s + \ldots\ldots\ldots + \Pi_h R'_h + \ldots\ldots \\ \frac{p_s}{\Pi_s} &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{p_h}{\Pi_h} = \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

3) Para los empresarios que fabrican los productos y los capitales, la condición de igualdad de costo y precio da las $m + \nu + \nu'$ ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} p_a &= a_s (p_s + y_s \Pi_s) + a_t (p_t + y_t \Pi_t) + \ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Pi_s &= s_s (p_s + y_s \Pi_s) + s_t (p_t + y_t \Pi_t) + \ldots\ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \Pi_h &= h_s (p_s + y_s \Pi_s) + h_t (p_t + y_t \Pi_t) + \ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Se tendrán asimismo las n ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} R_s &= a_s R_a + \ldots + s_s y_s R_s + \ldots + s_s R'_s + \ldots + h_s R'_h + \ldots \\ R_t &= a_t R_a + \ldots + s_t y_s R_s + \ldots + s_t R'_s + \ldots + h_t R'_h + \ldots \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \quad (32)$$

En suma, para todo el sistema del equilibrio en el caso general:

$$(m + n + 1)\,\theta + v + v' + m + v + v' + n = (m + n)(\theta + 1) + 2(v + v') + \theta$$

ecuaciones. Pero no son todas distintas, pues, multiplicando las ecuaciones (32) respectivamente por p_s' p_t' ...., se tiene:

$$R_s p_s' = p_s' a_s R_a + \ldots + p_s' s_s y_s R_s + \ldots + p_s' s_s R_s' + \ldots + p_s' h_s R_h$$
$$R_t p_t' = p_t' a_t R_a + \ldots + p_t' s_t y_s R_s + \ldots + p_t' s_t R_s' + \ldots + p_t' h_t R_h$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots \quad \ldots\ldots$$

Sumando estas ecuaciones:

$$R_s p_s' + R_t p_t' + \ldots\ldots = R_a (a_s p_s' + a_t p_t' + \ldots\ldots) + \ldots\ldots + R_s y_s (s_s p_s' + s_t p_t' + \ldots\ldots) + \ldots\ldots + R_s' (s_s p_s' + s_t p_t' + \ldots\ldots) + \ldots\ldots$$

De las ecuaciones (31) se infiere que los paréntesis de los términos del segundo miembro son respectivamente iguales a p_a, ... Π_s, ... Por consiguiente:

$$R_s p_s' + R_t p_t' + \ldots = R_a p_a + \ldots = R_s y_s \Pi_s + \ldots\ldots + R_s' \Pi_s + \ldots.$$

Introduciendo en esta ecuación el valor de R_ε hallado en la primera de las ecuaciones (30):

$$R_s p_s' + R_t p_t' + \ldots = R_a p_a + \ldots + R_s y_s \Pi_s + \ldots + R_\varepsilon$$

En otros términos:

$$R_s (p_s' - y_s \Pi_s) + R_t (p_t' - y_t \Pi_t) + \ldots = R_a p_a + R_b p_b + \ldots + R_\varepsilon$$

Pero, de las ecuaciones (26) se deduce que los paréntesis del primer miembro son respectivamente iguales a p_s, p_t, ...; luego:

$$R_s p_s + R_t p_t + \ldots\ldots = R_a p_a + R_b p_b + \ldots\ldots R_\varepsilon$$

Ahora bien, puede hallarse esta misma ecuación, sumando las (27) y teniendo en cuenta las (29). Por lo tanto, conociendo la ecuación (27) de cada uno de los θ individuos y $n - 1$ de las (32), determínase la n^a. Las ecuaciones del sistema se reducen, pues, a

$$(m + n)(\theta + 1) + 2(v + v') + \theta - 1$$

Para las incógnitas puede formarse el cuadro siguiente:

INCÓGNITAS	NÚMERO
$p_a, p_b, \ldots\ldots p_s, \ldots\ldots$	$m + n - 1$
$r_{1a}, r_{2a}, \ldots\ldots r_{1s}, r_{2s}, \ldots\ldots r_{1\varepsilon}, \ldots$	$\theta\,(m + n + 1)$
$R_s', \ldots\ldots R_2', \ldots\ldots$	$\nu + \nu'$
$\Pi_s, \ldots\ldots \Pi_2, \ldots\ldots$	$\nu + \nu'$

Sumándolas, se obtiene precisamente un número igual al de ecuaciones. El problema está, por consiguiente, bien determinado; y todas las conclusiones a que se llegó, estudiando la producción, subsisten en el caso general, en el que se tienen en cuenta el ahorro y la capitalización.

14. De todo lo expuesto se infiere que, realizándose en el mercado operaciones de cambio y de producción: a) unos individuos ofrecen sus servicios productivos; b) otros sus capitales y ahorros; c) otros en fin sus tierras. A precios determinados en una mercancía-numerario, todos estos individuos venden sus servicios (trabajo, capitales, ahorro, tierras) a otros, llamados empresarios, los cuales, combinándolos oportunamente, mediante una serie de transformaciones, producen los capitales nuevos y las mercancías que constituyen la demanda del mercado. Con lo que obtienen en cambio de sus servicios productivos (salario, interés, renta, arrendamiento, ganancia), los individuos que forman el mercado: a) compran y consumen las mercancías; b) forman y aumentan sus fondos de ahorro y seguro.

En tales supuestos, se tienen, según se ha visto: a) una serie de precios de productos y servicios productivos; b) otra de cantidades ofrecidas; c) otra de cantidades demandadas; d) otra en fin de cantidades de productos y servicios productivos fabricados. Todas estas cantidades se hallan vinculadas por relaciones de dependencia funcional; y se determinan perfectamente, si se dan: a) las cantidades de cada servicio productivo poseídas por cada individuo; b) los gustos de estos individuos; c) el estado de la técnica productiva. Es esto, precisamente, lo que se ha demostrado.

Los individuos, como consumidores, se guían por consideraciones de máximo de ofelimidad; como empresarios, por consideraciones de máximo de ingreso neto en numerario. La concurrencia los conduce a todos hacia el punto de equilibrio, esto es, hacia el punto en que costos de producción y precios de ven-

ta son iguales y en que son iguales por consiguiente intereses netos de los nuevos capitales y alquiler neto del ahorro. Un determinado equilibrio del cambio suscita un determinado equilibrio de la producción y de la capitalización, y éste a su vez perturba las condiciones de aquél; y así sucesivamente.

La imagen del mercado que acaba de darse a título de primera aproximación, revela que la realidad económica es un cambio incesante, un perpetuo *devenir*. Las condiciones del mismo, por efecto de circunstancias técnicas y económicas, cambian con mayor celeridad que los hombres para acomodarse a ellas. Por esto, la economía matemática, procediendo en forma rigurosa, estudia un *estado límite*, puramente teórico, al rededor del cual, oscilan constantemente sin alcanzarlo los movimientos de la realidad. El equilibrio económico, por consiguiente, puede definirse como un estado que se mantendría indenidamente, si no cambiasen las magnitudes económicas, a saber, número de consumidores y productores, cantidades producidas y vendidas, precios, condiciones naturales y técnicas de la producción, etc. (1).

LUIS ROQUE GONDRA.
Profesor de economía política.

(1) Esta exposición se propone únicamente facilitar la tarea de los estudiantes, poniendo a su alcance la teoría paretiana del equilibrio económico, en forma un tanto más clara y elemental que la muy condensada del *Cours*.