Revista
de
Ciencias Económicas

PUBLICACION MENSUAL DE LA
Facultad de Ciencias Económicas, Centro de Estudiantes y Colegio de Egresados.

La Dirección no se responsabiliza de las afirmaciones, los juicios y las doctrinas qua aparezcan en esta Revista, en trabajos suscriptos por sus redactores o colaboradores.

Año X **Octubre-Noviembre de 1922** **Serie II. Nº 15-16**

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

Teoría del Trazado Comercial de las Vías de Comunicación

(Caminos y Ferrocarriles)

La presente publicación sintetiza las Conferencias sobre la segunda parte del curso de *Transportes y Tarifas,* dictado en la Facultad de Ciencias Económicas, en el año 1922.

Véase: *Teoría del trazado de Ferrocarriles,* por Guillermo Launhardt, profesor de la Escuela Politécnica de Hanover, versión libre del alemán, por Alberto Schneidewind, profesor de la Universidad de Buenos Aires, 1895. *Apuntes de Ferrocarriles,* Conferencias del profesor Dr. Ing. A. Schneidewind, publicadas por el Centro Estudiantes de Ingeniería. Buenos Aires, 1915.

I. — Teoría del trazado

El trazado de las vías de comunicación terrestre (caminos o ferrocarriles) responde a objetivos económicos o políticos subordinados, en general, a posibilidades financieras y técnicas para su construcción, en las zonas cruzadas con tales objetivos. Por esto es muy difícil someter a reglas teóricas o abstractas la elección de un trazado que deba satisfacer a condiciones preestablecidas respecto a empleo de capitales y a sus rendimientos en el tráfico.

Será siempre útil, sin embargo, tener ideas definidas de las relaciones que pueden establecerse entre la magnitud del tráfico, su costo de transporte y el trazado del camino, prescindiendo de las condiciones específicas de la vía, el vehículo y la fuerza motriz empleados: el conocimiento de tales relaciones constituye la *teoría del trazado.*

Si se prescinde, además, de las condiciones reales del terreno, suponiéndolo plano y horizontal, el costo de transporte dependerá principalmente de las características y magnitud del tráfico, y el trazado que resulte de estos supuestos será el *trazado comercial.*

Cuando se consideren las condiciones topográficas de la región y especialmente sus pendientes, se estará en el caso de considerar el *trazado técnico.*

La adaptación de uno a otro dependerá de razones circunstanciales que la permitan.

II. — Zonas de explotación de los Mercados

La situación de los mercados y su influencia relativa en el intercambio, no es arbitraria. Prescindiendo de los complejos motivos geográficos, políticos e históricos en que radica la existencia de las grandes ciudades, y atendiendo solo a razones económicas, la población se distribuye en un país agrupándose en núcleos urbanos o difundiéndose más o menos uniformemente en el territorio, según ciertas características profesionales.

Estos agrupamientos constituyen mercados locales para las zonas inmediatas, donde la población puede considerarse uniformemente repartida y en cuanto ellos han podido estar solo vinculados por caminos ordinarios, podría decirse que se han espaciado a la distancia de *una jornada,* resultando más o menos próximos según fueran más o menos imperfectos los caminos que los unían.

Llamaremos *Zona de explotación* de un mercado a la extensión del territorio hasta donde llega su influencia económica, para el intercambio inmediato de los productos naturales y de las manufacturas que de él procedan.

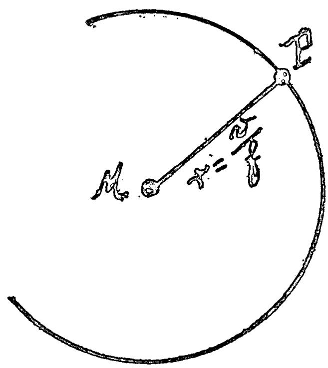

Fig. 1

Si suponemos (fig. I) que el mercado M tiene acceso libre y continuo desde o hasta cualquier punto P de su Zona de explotación, distante la longitud r de M i llamamos m al precio de venta y p al precio de costo de un producto o mercadería, que paga la tarifa (*) f por el transporte de la unidad de tráfico, la cantidad máxima total que podrá emplearse para el transporte de una mercadería de P a M será $m—p$, es decir que será

$$v = m - p = fr \qquad (1)$$

$$\therefore r = \frac{m - p}{f} = \frac{v}{f} \qquad (2)$$

Llamamos a

r = *radio de afluencia*

y a

v = *coeficiente de transporte,*

del producto o mercadería que se considere.

Siendo r la distancia máxima a que puede efectuarse el transporte desde el mercado M a cualquier punto de la zona, tal valor determina la *Zona de explotación* del mismo que, por la (2) queda definida como un círculo de radio r, cuyo centro sea el mercado M.

Si se consideran (fig. 2) dos mercados M_1 y M_2 que envían su mercadería a un mismo punto P, siendo los precios de

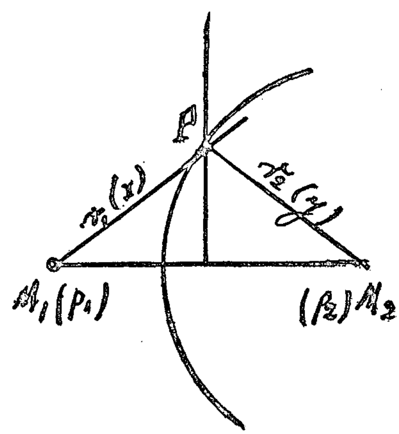

Fig. 2

costo de esta en cada mercado, respectivamente p_1 y p_2, transportándose sobre las distancias r_1 y r_2 respectivamente, con las tarifas f_1 y f_2, el precio de venta m en P, será

$$m = p_1 + f_1 r_1 = p_2 + f_2 r_2$$

(*) Llamamos *tarifa* al precio que se paga por el transporte de la unidad de peso sobre la unidad de distancia o sea el precio de la unidad de tráfico, que es la *tonelada-kilómetro.*

Análoga relación podría establecerse para los productos de costo p procedentes de P que se venden a los precios m_1 y m_2 en los mercados M_1 y M_2.

El lugar de los puntos P que iguala los precios de venta de cada mercadería, en los mercados M_1 y M_2, es el límite de las *Zonas de explotación* de cada uno de estos.

La línea que determina, en el caso más general, es una curva cerrada y de 4.° grado, definida por la ecuación

$$p_1 + f_1\, x = p_2 + f_2\, y \qquad (3)$$

denominada por Cartesio "elipse de segundo orden".

Cuando las tarifas son iguales a $f = f_1 = f_2$, tendremos

$$f(x - y) = p_2 - p_1$$

$$\therefore\ x - y = \frac{p_2 - p_1}{f}, \qquad (4)$$

que define una hipérbole cuyo lado cóncavo corresponde al mercado donde la mercadería tenga mayor costo.

Si, además, el precio de costo es el mismo, $p = p_1 = p_2$, en ambos mercados, será

$$x - y = 0 \quad \therefore x = y, \qquad (5)$$

condición satisfecha por una recta perpendicular en el punto medio de la recta $M_1\ M_2$ que une a los mercados.

Si se considera, en general, una serie de mercados M_1, M_2, M_3,... la línea límite de la zona de explotación de cada mercado y *para cada mercadería* será una poligonal mixtilínea, formada por arcos de elipses, hipérboles y rectas, dependientes de los valores relativos de cada uno de los factores que hemos considerado.

Dada la variedad de las mercaderías y la variabilidad de sus precios, aún en un mismo mercado, se comprende la dificultad de limitar por *una línea* la zona de explotación de un mercado, la que tendrá una forma más o menos fija, sujeta sin embargo a variar continuamente con los precios y las nuevas vías de comunicación que puedan construirse.

III. — Zonas de explotación de los Caminos

Las vías de comunicación que se construyen para vincular los mercados de un territorio pueden clasificarse en categorías según la importancia o eficiencia de su capacidad para el tráfico y denominarse de *primero, segundo, tercer orden,* etc. según sea tal capacidad.

Podríamos considerar así, como de primer orden, los canales o ferrocarriles que unen los mercados entre sí; de segundo orden los caminos generales de acceso, con calzadas perfeccionadas, que alimentan su tráfico; de tercer orden los caminos rurales afluentes de los anteriores, etc.

Cada categoría es así de un orden superior a la siguiente, pudiendo agruparse en general y relativamente, como *primarios* o *secundarios,* según que los segundos sean afluentes de los primeros y sus tarifas sean distintas.

Los *primarios* pueden asimilarse a una red triangular de primer orden, que uniera entre sí los mercados, dentro de cuyas mallas se formaría una red secundaria por caminos afluentes o de acceso.

Hemos visto que la zona de explotación de un mercado M es un círculo de radio $r = \frac{v}{f}$ si se supone que el acceso al mercado es directamente posible desde cualquier punto P de la zona.

Si suponemos ahora que el acceso al mercado es *sólo posible por un camino* M P, accesible a su vez por cualquiera de sus puntos (fig. 3), la zona de explotación del mercado M será la misma que la del camino y ésta será un doble triángulo rectángulo isosceles M P P', cuyos catetos sean iguales al radio de afluencia r del mercado.

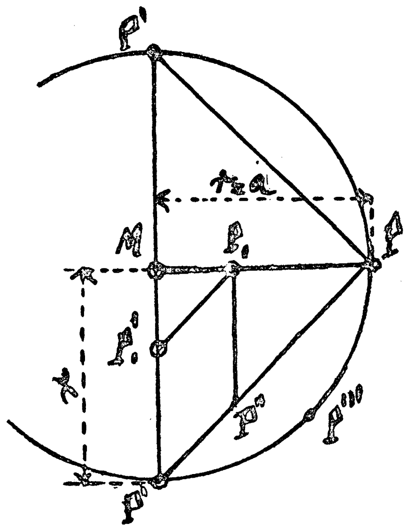

Fig. 3

En efecto, dado que la zona de explotación del mercado está definida por la relación

$$r = \frac{v}{f} \quad \therefore \; v = f r$$

y para cualquier punto P" de la hipotenusa del triángulo rectángulo M P P' se verifica que

$$M P_1 + P_1 P'' = M P_1' + P_1' P' = r,$$

los puntos P" del triángulo, para los cuales el costo de transporte es

$$(M P_1 + P_1 P'') f = r f = v \qquad (6)$$

substituyen a los puntos P del círculo y la zona de explotación del camino es la misma que la del mercado de acceso libre, disminuída de la superficie del segmento circular P' P''' P.

Sean ahora dos caminos M P_1 y M P_2 de longitud $r_1 = r_2 = r$ que concurren al mercado M formando entre sí un ángulo β (figura 4). La zona de explotación de cada uno sería, como hemos dicho, un triángulo isosceles, si ambas zonas no se superpusieran hasta una cierta distancia *d* del mercado M que vamos a determinar:

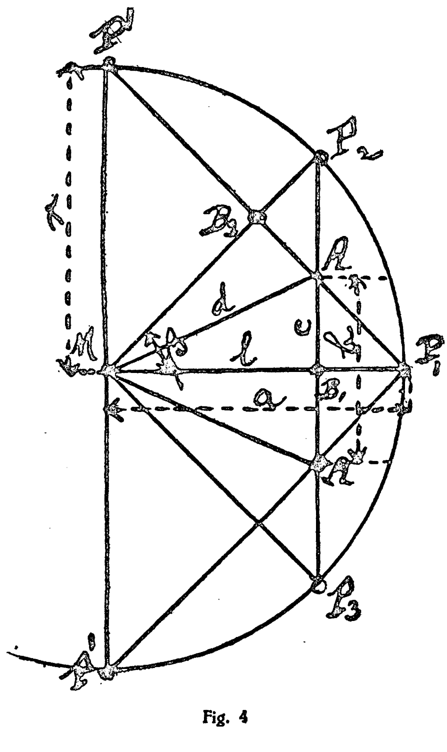

Fig. 4

Si las tarifas f y las condiciones del transporte en las zonas son las mismas para los dos caminos $M P_1$ y $M P_2$ los fletes fr serían directamente proporcionales a las longitudes recorridas en cada zona para llegar a M por cualquiera de ellos, que suponemos accesibles en todos sus puntos, y el lugar de los puntos que iguala estos fletes será la bisectriz del ángulo β o sea la recta M A.

Aunque esto se comprende por simples razones de simetría, para demostrarlo referiremos el punto A a M por sus coordenadas ortogonales $M B_1 = l$ i $A B_1 = c$, siendo $A B_1$ perpendicular a $M P_1$

Por semejanza de los triángulos $M P_1 P'$ y $A B_1 P_1$ siendo

$$M P_1 = M P' = r,$$

será

$$A B_1 = B_1 P_1$$

y por lo tanto

$$(M B_1 + B_1 A) f = M P_1 f = r f = v, \qquad (7)$$

lo que nos dice que A es un punto del límite de la zona de explotación del mercado M, y siendo iguales los triángulos $M B_1 A$ y $M B_2 A$ se verificará también

$$(M B_2 + B_2 A) f = M P_2 f = r f = v$$

luego

$$(M B_1 + B_1 A) f = (M B_2 + B_2 A) f \qquad (8)$$

condición que es satisfecha por cualquier punto (A) de la bisectriz M A.

Llamemos ahora:

a = $M P_1$ el valor particular de la máxima distancia de transporte (r) sobre el camino $M P_1$ (o $M P_2$).

d = distancia máxima M A sobre la bisectriz.

c = $A B_1 = A B_2$ = a la amplitud de la zona, correspondiente al punto límite A de los caminos afluentes de $M P_1$ o $M P_2$

$l = a - B_1 P_1$ a la longitud del tramo de camino primario $M P_1$ (o $M P_2$) hasta donde llega la influencia de la zona adyacente, correspondiente al camino $M P_2$ (o $M P_1$), que llamaremos la *distancia reducida* del camino $M P_1$ (o $M P_2$).

Con los datos de la figura y teniendo en cuenta la semejanza de los triángulos $A B_1 P_1$ y $P' M P_1$, resulta

$$\frac{A\,B_1}{B_1\,P_1} = \frac{d \operatorname{sen} \frac{\beta}{2}}{a - d \cos \frac{\beta}{2}} = 1$$

$$\therefore\ d = \frac{a}{\operatorname{sen} \frac{\beta}{2} + \cos \frac{\beta}{2}} \qquad (9)$$

Si se suponen los caminos $M\,P_1$, $M\,P_2$, $M\,P_3$, ... igualmente distribuídos alrededor del mercado M, a los triángulos $M\,A\,B_1$ y $M\,A\,B_2$, corresponderán otros, simétricos e iguales, adyacentes en cada uno de los caminos $M\,P_1$, $M\,P_2$, $M\,P_3$ de modo que los triángulos que hemos considerado representan la mitad de la zona de cada camino, cuya amplitud máxima total será $b = 2c$.

Hemos supuesto hasta ahora una única tarifa aplicada en toda la zona, pero ocurrirá normalmente que la tarifa f_1 de los caminos primarios (ferrocarriles) no será la misma f_2 de los caminos afluentes o secundarios (carreteros).

En tal caso, y tratándose de un sólo camino primario, el flete máximo total (7) se descompondrá en dos partes tales que

$$v = f_1\,x + f_2\,r,$$

llamando x y r, respectivamente, a las distancias sobre cada uno de los caminos; sus valores serán

$$x = \frac{v - f_2\,r}{f_1} \qquad (10)$$

$$r = \frac{v - f_1\,x}{f_2} \qquad (11)$$

alcanzando sus máximos respectivamente:

x, cuando $f_2\,r = o$, y por lo tanto $r = o$, o sea

$$X_{max} = a = \frac{v}{f_1} \qquad (12)$$

en el límite económico de la zona;

r, cuando $f_1\,x = o$, y por lo tanto $x = o$, o sea

$$r_{max} = \frac{v}{f_2} \qquad (13)$$

en el Mercado, que se supone directamente accesible por los caminos secundarios.

La zona de explotación del camino primario (o sea la misma del Mercado) será siempre un triángulo (P_1 M P') rectángulo (no isosceles[5]), cuya base, en el Mercado, es el *radio de afluencia* de los caminos secundarios (r_{max}) y su altura la *distancia máxima* de transporte (a) en el camino primario.

Siendo conocidas

$$\beta, \quad a = \frac{v}{t_1}, \qquad r = \frac{v}{t_2}$$

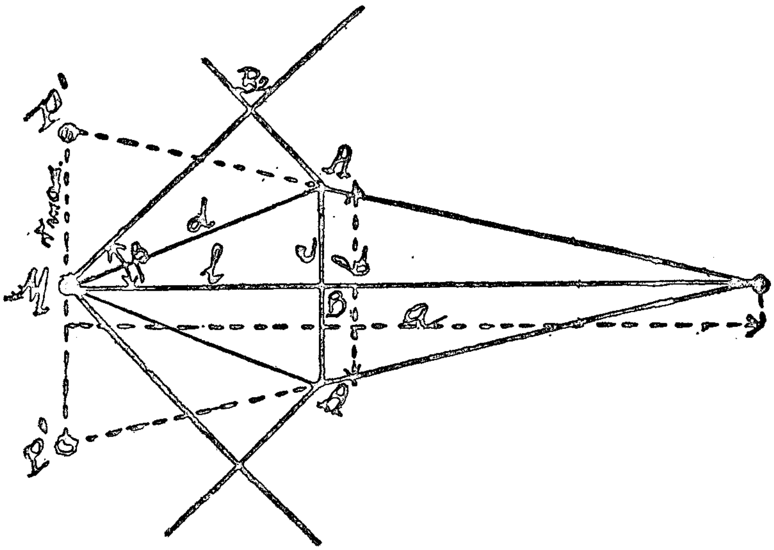

Fig. 5

pueden determinarse los valores de d, c, l, para definir la zona de explotación de los caminos concurrentes, como sigue:

En los triángulos semejantes P_1 M P' y P_1 B_1 A es

$$\frac{c}{a - l} = \frac{r}{a}$$

$$\therefore c = \frac{r\,(a - l)}{a}$$

y en el triángulo M A P_1 es

$$l = d \cos \frac{\beta}{2}$$

luego

$$c = \frac{r\left(a - d\cos\frac{\beta}{2}\right)}{a}$$

y como es

$$d = \frac{c}{\operatorname{sen}\frac{\beta}{2}}$$

tendremos, substituyendo el valor de c (*)

$$d = \frac{r\,a}{a\operatorname{sen}\frac{\beta}{2} + r\cos\frac{\beta}{2}}, \qquad (14)$$

del mismo modo

$$c = \frac{r\,a}{a + r\operatorname{cotg}\frac{\beta}{2}}, \qquad (15)$$

y también

$$l = \frac{r\,a}{a\operatorname{tang}\frac{\beta}{2} + r} \qquad (16)$$

Sintetizando todo lo dicho precedentemente resulta que:

La zona de explotación de un camino primario, es el doble de la superficie de un triángulo rectángulo, cuya base es el radio de afluencia (r) en el mercado, y su altura la longitud máxima de transporte (a) en el camino.

El límite de las zonas de explotación de dos caminos primarios concurrentes a un mercado (M) es la parte de la bisectriz del ángulo (β) que forman ambos caminos, comprendida entre el mercado (M) y el punto de intersección (A) de las zonas originarias de ambos caminos.

La proyección ortogonal de este segmento de la bisectriz sobre cada camino determina la *longitud reducida* de cada uno de ellos. Esta longitud es la base de un triángulo rectángulo, cuya altura es la perpendicular bajada desde el punto límite (A) de la bisectriz y cuya superficie mide la *zona de explotación reducida* del camino. Denominando así a la parte de la zona influenciada por el camino concurrente.

En el caso de un sistema de caminos uniformemente distribuídos alrededor de un mercado (M), la zona de explotación

(*) Haremos notar que el valor de d dado por la (9) es el mismo que la (14) cuando $r = a$ es decir cuando $f_1 = f_2 = f$ en las (12) i (13); lo mismo hubiera ocurrido con c i l.

total de cada uno es un cuadrilátero formado por la proyección hecha desde el mercado (M) y desde el punto límite (P) de la zona económica, de la recta que une los puntos de intersección (A) de las zonas originarias de cada camino, o sean los puntos límites de sus *zonas reducidas.*

La superficie de este cuadrilátero es el doble de la de un triángulo que tenga por base la longitud máxima de transporte (a) en el camino y por altura el radio de afluencia ($r = c$) en el límite de la *zona reducida.*

Un sistema de caminos, uniformemente distribuídos alrededor de un mercado (M), determina un polígono regular cuyo número de lados es igual al número de caminos y tienen una longitud (A A = b) igual al doble del radio de afluencia ($r = c$) en el límite de la *zona reducida.*

IV. — Frente de afluencia de los caminos

Consideremos (fig. 6) un punto cualquiera P de la zona de explotación de un camino primario M N, que sirve a un mercado M. Suponemos al camino accesible en todos sus puntos y al punto P de la zona determinado por sus coordenadas ortogonales (l, c) respecto a M. Ocurre preguntar: ¿cuál es la dirección más conveniente, o sea aquella para la cual los *gastos*

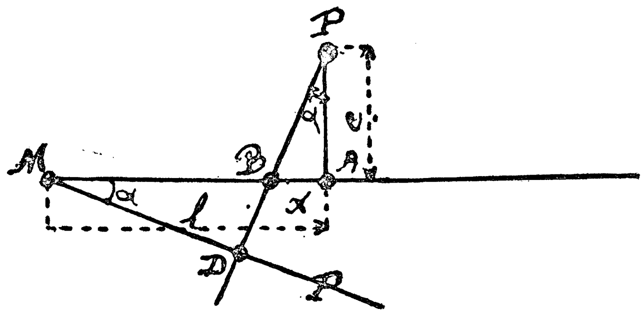

Fig. 6

de transporte resultan mínimos, qué debe seguirse para llevar los productos desde P a M? o, generalizando: ¿cuál es la dirección económicamente más conveniente para el tráfico del mercado M, en la zona del camino M N? Tal dirección debe ser la correspondiente a los caminos secundarios afluentes de M N. Supongamos que P B es tal dirección y sean

f_1 = tarifa sobre M N
f_2 = tarifa sobre P B
α = ángulo B P A
x = A B.

El costo de transporte de la unidad de tráfico desde P a M será:

$$K = \overline{PB}\, f_2 + \overline{BM}\, f_1 \qquad (17)$$

Dependiendo las magnitudes P B y B M de la cantidad variable x, el minimo de K dependerá de la ecuación.

$$\frac{dK}{dx} = 0$$

pero

$$PB = \sqrt{x^2 + c^2}$$

y

$$BM = l - x$$

luego

$$K = (x^2 + c^2)^{\frac{1}{2}} f_2 + (l - x) f_1$$

y

$$\frac{dK}{dx} = \frac{2x}{2(x^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}} f_2 - f_1 = 0$$

$$\therefore \frac{f_1}{f_2} = \frac{x}{(x^2 + c^2)^{\frac{1}{2}}} = \operatorname{sen} \alpha$$

es decir que la dirección P B del costo mínimo de transporte, en la zona de explotación del camino M N, o sea el valor del ángulo α, está definida por la relación

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{f_1}{f_2}. \qquad (18)$$

Tracemos ahora M D perpendicular a P B; la dirección M F (o M D), que forma el ángulo α con el camino primario M N, se llama *el frente de afluencia* de éste.

En el triángulo M D B:

$$MB = \frac{DB}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{DB}{\frac{f_1}{f_2}}$$

y substituyendo en la (17):

$$K = P\,B\,f_2 + \frac{D\,B}{\frac{f_1}{f_2}}\,f_1$$

o bien

$$K = P\,B\,f_2 + D\,B\,f_2 = P\,D\,f_2 \qquad (19)$$

Las (18) y (19) expresan:

Que siendo el *frente de afluencia* de un camino primario la dirección perpendicularmente a la cual debe dirigirse su tráfico afluente, para que el *costo de transporte* desde cualquier punto de su zona de explotación, hasta el mercado que sirve, sea mínima, ella queda determinada por la relación de las tarifas aplicadas en cada camino.

Que el *costo de transporte* desde cualquier punto de la zona de explotación de un camino primario, hasta el mercado, equivale al que resultaría de aplicar la tarifa de los caminos secundarios de la zona, en uno cuya longitud fuera la distancia perpendicular al *frente de afluencia* desde el punto considerado.

(*Continuará*).

C. M. RAMALLO.