

20065

Revista

de

Ciencias Económicas

PUBLICACION MENSUAL DE LA

Facultad de Ciencias Económicas, Centro de Estudiantes
y Colegio de Graduados.

La Dirección no se responsabiliza de las afirmaciones, los juicios y las doctrinas que aparezcan en esta Revista, en trabajos suscritos por sus redactores o colaboradores.

DIRECTORES:

Juan René Bach
Por el Centro de Estudiantes

Dr. Mario Sáenz
Por la Facultad

Santiago Pradel
Por el Centro de Estudiantes

REDACTORES:

Dr. José P. Podestá
Dr. Italo Luis Grassi
Por los Graduados

Dr. Luis A. Podestá Costa
Ing. T. Sánchez de Bustamante
Por la Facultad

Raúl Prebisch
Américo Riva
Por el Centro de Estudiantes

Año XI

Julio-Agosto de 1924

Serie II. N^{os.} 36-37

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

Sobre una equivocada construcción del diagrama de Lardner

Me propongo, en este artículo, señalar un error cometido por Tajani (1) al construir, en su curso de "Tariffe ferroviarie", el diagrama de Lardner (2).

Sirve este diagrama para estudiar las relaciones entre los precios cobrados por una empresa ferroviaria y las ganancias o productos netos correspondientes.

Los antecedentes, o conocimientos previos, necesarios para construir este diagrama son, en síntesis, de acuerdo con la exposición de Tajani, los siguientes:

Los servicios directos principales prestados por un ferrocarril consisten en transportes de pasajeros y cargas.

Podemos estimar cuantitativamente los servicios de carga efectuados durante un período determinado multiplicando los pesos, en toneladas, de las diferentes cargas por las distancias, en kilómetros, a que hayan sido transportadas y sumando todos los productos obtenidos. Expresaremos así en *tonelada-kilómetros* dichos servicios.

Análogamente, podemos estimar cuantitativamente los servicios de pasajeros multiplicando los números de pasajeros transportados por las distancias correspondientes, y sumando estos productos. Expresaremos así el servicio de pasajeros en *pasajero-kilómetros*.

Sumando las cantidades de tonelada-kilómetros efectuadas durante un período con las cantidades de pasajero-kilómetros efectuadas durante el mismo período, tendremos en *unida-*

(1) FILIPPO TAJANI, profesor del R. Politécnico de Milán, autor además, de un *Trattato moderno di materiale mobile ed esercizio delle ferrovie*, (Milán, 1921).

(2) DYONISIUS LARDNER, matemático y físico inglés, autor de varias obras; publicó en su *Railway economy, a treatise on the new art of transport, its management, prospects, and relations commercial, financial and social*, (Nueva York, 1850), el diagrama que lleva su nombre.

des de tráfico el total de los servicios directos principales prestados por el ferrocarril en el período considerado; (tonelada-kilómetro y pasajero-kilómetro son especies del género unidad de tráfico).

Valor de uso de un transporte, (o capacidad impositiva del mismo, o simplemente capacidad de transporte), es el precio máximo que, subjetivamente, atribuye a un transporte quien lo demanda; es el precio más alto que el transportador podría imponer a un demandante en las condiciones más desfavorables para éste, v. gr., en el caso que el transportador ejerciese su industria en régimen de monopolio, sin sujetarse a las normas de publicidad e igualdad de tratamientos y demás limitaciones que establecen las leyes.

Representando en coordenadas cartesianas las cantidades de unidades de tráfico que corresponderían en un período dado a las diversas capacidades impositivas de transporte, se obtiene *la curva de la demanda ferroviaria*, (figura 1).

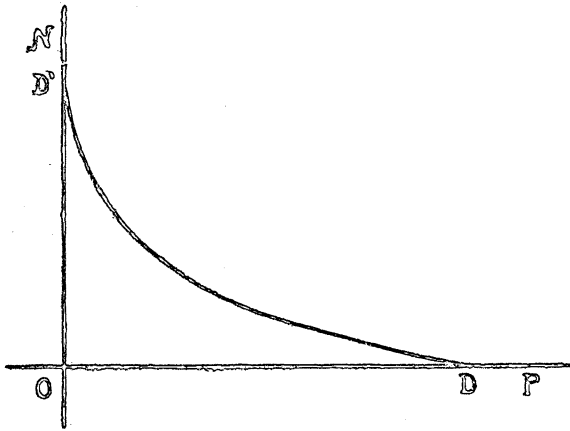


FIG. 1

Esta curva, en conjunto, es cóncava hacia el origen de los ejes. En efecto, no hay una relación constante entre los descensos de precios y los aumentos de cantidades de transportes demandados correspondientes; la relación entre estas magnitudes va en aumento, a medida que descienden los precios, como consecuencia de las dos circunstancias siguientes:

1^o—Los valores de uso de los transportes, por su carácter subjetivo, varían según las necesidades y deseos de las personas pero, prácticamente, están limitados por los medios indi-

viduales de satisfacción de esos deseos, o sea por las riquezas o fortunas individuales;

2ª—A medida que se desciende en la escala de las fortunas individuales, a iguales descensos de fortunas corresponden aumentos crecientes del número de individuos que las poseen.

Los gastos que el ferrocarril efectúa durante un período pueden dividirse en:

Constantes, indirectos, o sensiblemente independientes de la importancia del tráfico, (gastos de dirección de la empresa, intereses de las obligaciones, desgaste de las vías e instalaciones por la acción del tiempo, etc.);

Variables, directos, o dependientes de la intensidad del tráfico, (desgaste por uso de las vías y material rodante, consumo de combustible, etc.). Estos gastos son proporcionales, aproximadamente, al número de unidades de tráfico efectuadas.

Por consiguiente, llamando A a los gastos fijos realizados durante un período y N al número de unidades de tráfico efectuadas durante el mismo período, los gastos totales, G , serán:

$$G = A + bN,$$

siendo b , coeficiente de proporcionalidad, el costo parcial directo de realización de la unidad de tráfico.

En coordenadas cartesianas, (figura 2), esta función está representada por una recta de ordenada al origen igual a A y de coeficiente angular igual, numéricamente, a b .

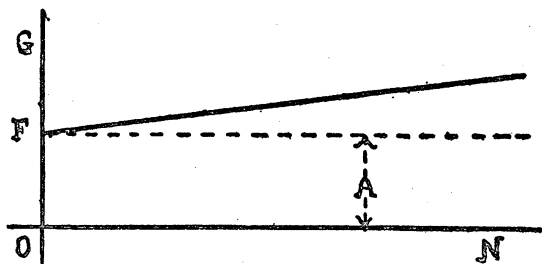


FIG. 2

Sentados estos antecedentes, veamos como expone Tajani el diagrama de Lardner, (págs. 26 y 27):

“En el diagrama de Lardner, sobre las abscisas se cuentan los precios y sobre las ordenadas los productos y los gastos.

“Si, para un determinado transporte, el ejerciente adopta el precio cero, tendrá un rédito cero, como también tendrá un rédito cero si adopta un precio p que es aquel para el cual la demanda se anula. La curva de los productos tendrá pues el desarrollo $O R'R_p$ representado en la figura 3; es decir, que los productos crecen a medida que los precios aumentan, alcanzan un máximo y luego descienden a medida que la cantidad de transportes va disminuyendo, para, en fin, anularse. El ejerciente se procura siempre un igual producto bruto, sea que adopte el precio Op' , sea que adopte aquel Op'' ”, pero en el primer caso transportará una cantidad mucho mayor que en el segundo; él preferirá, sin embargo, entre el uno o el otro precio aquel que le suministrará el máximo producto, y será éste un precio que no coincidirá ciertamente con aquél que dá lugar a la mayor cantidad de transportes.

“Tengamos en cuenta los gastos sobreponiendo su diagrama al precedente. En el caso de precio Op' , la cobranza será menor que en el caso del precio mucho más alto Op'' ” y la cobranza neta máxima a que aspira el ejerciente será CR dada por la tangente paralela a la recta SS' y correspondiente al precio Op_m intermedio entre los dos considerados primeramente.

“El máximo interés del público sería de ver adoptado, en vez de aquél, el precio Ox , para el cual se tendría un producto tal que cubriría los gastos sin dejar utilidad alguna. Así, por ejemplo, un ejercicio de Estado podría ser hecho sobre tales bases. Es decir que el Estado podría proponerse explotar el ferrocarril de manera de sacar sólo los gastos, esto es, de hacer un ejercicio *sin déficit*, y esto porque yendo más allá, o sea haciendo un ejercicio con déficit (gastos superiores a los productos), vendría a cargar a los contribuyentes aquel tanto dado a las personas que viajan o transportan.

“De todos modos es siempre verdad que el interés de un ejerciente que se atiene al concepto del lucro es contrario al interés del público.

“Con el mismo diagrama precedente podemos demostrar también la conveniencia de la multiplicidad de los precios.

“Refiérase el razonamiento hecho a un solo género de transportes, que podemos suponer sea aquel prevaleciente sobre una red ferroviaria. Para un segundo transporte la demanda siendo diversa, la línea de los productos no será más OR_p , sino OLM . El diagrama de los gastos, si admitimos que

la carga fija sea totalmente compensada por los primeros transportes, será MZ.

“Si el ejerciente debiera elegir para los dos transportes un precio idéntico, elegiría aquel Of que le procura para la primera categoría de operaciones un lucro R'C' y para la segunda categoría un lucho D'L'. Pero si fuera libre para adoptar dos precios diferentes, él mantendrá aquel Op_m para la primera categoría y adoptará aquel Or_m que da el lucro máximo para la segunda categoría. De tal modo tendría una utilidad medida ya no por:

$$R'C' + L'D'$$

sino por

$$RC + LD,$$

superior a la precedente, porque $RC > R'C'$ y $LD > L'D'$.”

El error cometido por Tajani al efectuar la precedente construcción del diagrama de Lardner consiste en haber tomado como diagrama de los gastos una recta, la SS', en vez de la curva, de origen determinado, que corresponde.

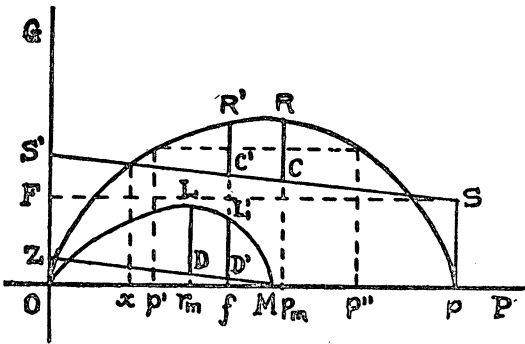


FIG. 3

Es un error, porque admitir como representación una recta implica admitir que los gastos sean función de primer grado de los precios, suposición contraria a la realidad y a los antecedentes expuestos por Tajani pues, como hemos visto, los gastos son función lineal, (figura 2), de las cantidades de transporte:

$$G = A + bN,$$

y la función que liga a N con los precios no es de primer grado; no podemos expresar analíticamente esta función pero sa-

bemos que su línea representativa es una curva cóncava hacia el origen de los ejes, (curva de la demanda, figura 1).

En consecuencia, para corregir el diagrama construido por Tajani habría que sustituir la recta SS' por una curva SB , (figura 4), que se obtendría por el procedimiento siguiente:

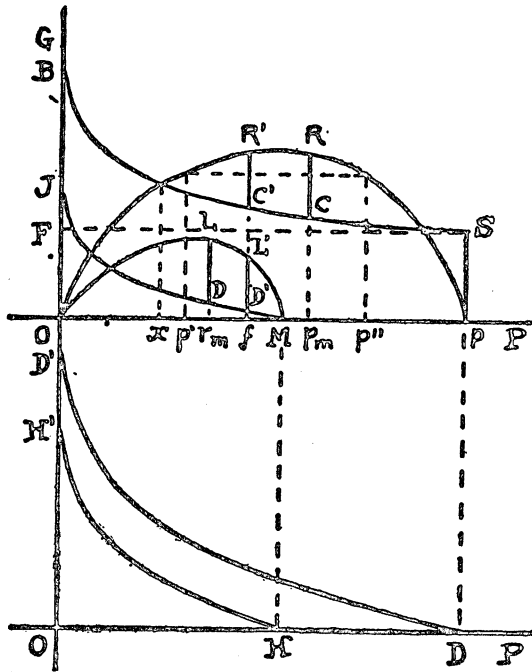


FIG. 4

mantendríamos la recta SF , paralela al eje de los precios, de ordenada A (gastos fijos), y llevaríamos como ordenada sobre esta recta, para cada abscisa p , el producto de b por la ordenada N de la curva de la demanda que correspondiera a la misma abscisa p . (Para mayor claridad he dibujado al pie del diagrama de Lardner corregido la curva de la demanda correspondiente, DD') (1).

(1) En su obra original, Lardner define la intensidad del tráfico por el producto de dos factores: número de unidades (toneladas, pasajeros), efectivamente presentadas al ferrocarril y distancia media (en millas) a que esas unidades hayan sido transportadas. Ambos factores son indirectamente influenciados por la tarifa del ferrocarril; en conse-

Análogamente, habría que sustituir la recta MZ por una curva, MJ, que se obtendría llevando como ordenada, para cada abscisa p , el producto de b por la ordenada N de la curva de la demanda del segundo transporte, HH' , que corresponda a la misma abscisa p . (2).

En cuanto a las curvas de los ingresos, $OR'Rp$ y $OLL'M$, podemos observar que ellas se obtendrían multiplicando las abscisas, (precios), por las ordenadas, (cantidades de transportes), de las curvas de las demandas respectivas, DD' y HH' .

La diferencia máxima entre una curva de ingresos, ($OR'Rp$ ó $OLL'M$), y la curva de los gastos correspondientes, (SB ó MJ), correspondería a la abscisa, (precio), para la cual las tangentes a las curvas consideradas fuesen paralelas, pues ambas curvas representan funciones de la misma variable, p y

cuencia, el producto de ellos también es influenciado por el precio cobrado. Pero Lardner ha mantenido individualizados estos dos factores, y no ha construído, como Tajani, un diagrama (figura 2) que exprese los gastos en función del producto de esos dos factores. Tajani ha estimado la intensidad del tráfico sumando los productos de los números de unidades (toneladas, pasajeros) efectivamente presentadas al ferrocarril por las distancias reales, (en kilómetros), correspondientes a que esas unidades hayan sido transportadas. Esta suma es numéricamente equivalente al producto de los dos factores considerados por Lardner (previa reducción de los kilómetros a millas), pero expresa menos, en cuanto a las modalidades del tráfico, que el producto indicado de Lardner. En su "Railway economy", Lardner no ha construído ningún diagrama de los gastos en función de las cantidades de tráfico; en el diagrama que estudiamos, Lardner no representa los gastos por la recta SS' ; traza directamente a partir de S una curva de desarrollo análogo a la $S B$.

(2) Desde un punto de vista puramente geométrico, si superpusiéramos el diagrama de la demanda, (parte inferior de la figura 4), sobre el diagrama de los ingresos y de los gastos, (parte superior de la misma figura), podríamos obtener la curva SB efectuando con los puntos de la curva DD' las dos transformaciones sucesivas siguientes: primera, una traslación paralela al eje de las ordenadas, de valor igual a OF ; segunda, una afinidad ortogonal con relación al eje FS y con parámetro igual a b . Análogamente, podríamos obtener la curva MJ mediante una transformación afin ortogonal de la curva HH' con relación al eje OP y con parámetro b . (Sobre transformaciones continuas de sistemas de puntos, ver SOPHUS LIE y G. SCHEFFERS, *Conferencia sobre ecuaciones diferenciales, con transformaciones infinitesimales conocidas*, obra citada y traducida, en parte, por JORGE DUCLOUT, *Introducción al curso de Teoría de la Elasticidad*).

si esas funciones fueran $f_1(p)$, ingresos y $f_2(p)$, gastos, se tendría que, cuando la diferencia

$$u = f_1(p) - f_2(p)$$

fuese máxima se verificaría la igualdad.

$$\frac{du}{dp} = \frac{df_1}{dp} - \frac{df_2}{dp} = 0,$$

y por consiguiente:

$$\frac{df_1}{dp} = \frac{df_2}{dp}.$$

TEODORO, SÁNCHEZ DE BUSTAMANTE.