

95

Revista

de

Ciencias Económicas

PUBLICACION MENSUAL DE LA
Facultad de Ciencias Económicas, Centro de Estudiantes
y Colegio de Graduados.

La Dirección no se responsabiliza
de las afirmaciones, los juicios y
las doctrinas que aparezcan en esta
Revista, en trabajos suscritos por
sus redactores o colaboradores.

DIRECTORES:

Juan René Bach
Por el Centro de Estudiantes

Dr. Mario Sáenz
Por la Facultad

Santiago Pradel
Por el Centro de Estudiantes

REDACTORES:

Dr. José P. Podestá
Dr. Italo Luis Grassi
Por los Graduados

Dr. Luis A. Podestá Costa
Ing. T. Sánchez de Bustamante
Por la Facultad

Raúl Prebisch
Américo Riva
Por el Centro de Estudiantes

Año XI

Setiembre-Octubre de 1924

Serie II. N^{os.} 38-39

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACION
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

2003

Sobre un problema de matemática financiera

Sea $y = f(x)$
la función y de x definida implícitamente por la relación

$$y = \alpha + x y^{n+1} \tag{1}$$

en la cual α se supone constante. Se obtiene, derivando respecto a x

$$\frac{dy}{dx} = y^{n+1} + (n+1) x y^n \frac{dy}{dx};$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dx^2} = & 2(n+1) y^n \frac{dy}{dx} + n(n+1) x y^{n-1} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \\ & + (n+1) x y^n \frac{d^2 y}{dx^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^3 y}{dx^3} = & 3n(n+1) y^{n-1} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 3(n+1) y^n \frac{d^2 y}{dx^2} + \\ & + (n-1)n(n+1) x y^{n-2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + (n+1) x y^n \frac{d^3 y}{dx^3} + \\ & + 2 x n(n+1) y^{n-1} \frac{dy}{dx} \frac{d^2 y}{dx^2}; \dots \end{aligned}$$

.....

y para $x = 0$

- $y_0 = f(0) = \alpha$
- $y_0' = f'(0) = \alpha^{n+1}$
- $y_0'' = f''(0) = 2(n+1) \alpha^{2n+1}$
- $y_0''' = f'''(0) = 3(n+1)(3n+2) \alpha^{3n+1}$

.....

Tendremos, pues, como desarrollo de Mac Laurin de la función y

$$\begin{aligned}
 y = f(x) &= f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots \\
 &= a + x \alpha^{n+1} + (n+1) x^2 \alpha^{2n+1} + \\
 &+ \frac{(n+1)(3n+2)}{2} x^3 \alpha^{3n+1} + \dots \quad (2)
 \end{aligned}$$

Si suponemos que en la (1) α sea igual a $\frac{A}{a+A}$ x igual a $\frac{a}{a+A}$ la misma relación se transforma en

$$A = ay \frac{1 - y^n}{1 - y}$$

es decir en la ecuación fundamental de la teoría de las amortizaciones vencidas, siempre que se interprete y como el valor

$\frac{1}{1+i}$ de la unidad descontada por un año, y la (2) nos permite

calcular $\frac{1}{1+i}$ (y portanto i) por medio de una serie rapidamente

convergente de productos de potencias de $\frac{a}{A+a}$ y de $\left(\frac{A}{A+a}\right)^n$.

Al caso de la constitución de capitales por medio de im-
posiciones adelantadas corresponde

$$x = \frac{a}{A}, \alpha = \frac{A-a}{A}, y = 1+i.$$

Es dudoso que del problema tratado pueda darse una solución más inmediata y numericamente preferible.

HUGO BROGGI