95

Revista
de
Ciencias Económicas

PUBLICACION MENSUAL DE LA

Facultad de Ciencias Económicas, Centro de Estudiantes y Colegio de Graduados.

Año XI — Setiembre-Octubre de 1924 — Serie II. N[os.] 38-39

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACION
CHARCAS 1835
BUENOS AIRES

Sobre un problema de matemática financiera

Sea
$$y = f(x)$$
la función y de x definida implícitamente por la relación
$$y = \alpha + x\, y^{n+1} \qquad (1)$$
en la cual α se supone constante. Se obtiene, derivando respecto a x

$$\frac{dy}{dx} = y^{n+1} + (n+1)\, x\, y^{n} \frac{dy}{dx};$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2(n+1)\, y^{n} \frac{dy}{dx} + n(n+1)\, x\, y^{n-1} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + $$
$$+ (n+1)\, x\, y^{n} \frac{d^2 y}{dx^2};$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = 3n(n+1)\, y^{n-1} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 3(n+1)\, y^{n} \frac{d^2 y}{dx^2} +$$
$$+ (n-1)\, n(n+1)\, x\, y^{n-2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + (n+1)\, x\, y^{n} \frac{d^3 y}{dx^3} +$$
$$+ 2\, x\, n(n+1)\, y^{n-1} \frac{dy}{dx} \frac{d^2 y}{dx^2};\ldots$$

....

y para $x = 0$

$$y_0 = f(0) = \alpha$$
$$y_0' = f'(0) = \alpha^{n+1}$$
$$y_0'' = f''(0) = 2(n+1)\, \alpha^{2n+1}$$
$$y^{0'''} = f'''(0) = 3(n+1)(3n+2)\, \alpha^{3n+1}$$

....

Tendremos, pues, como desarrollo de Mac Laurin de la función y

$$y = f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2^1} f''(0) + \dots$$

$$= \alpha + x\,\alpha^{n+1} + (n+1)\,x^2\,\alpha^{2n+1} +$$

$$+ \frac{(n+1)(3n+2)}{2}\,x^3\,\alpha^{3n+1} + \dots \qquad (2)$$

Si suponemos que en la (1) α sea igual a $\frac{A}{a+A}$ x igual a $\frac{a}{a+A}$ la misma relación se transforma en

$$A = ay\,\frac{1-y^n}{1-y}$$

es decir en la ecuación fundamental de la teoría de las amortizaciones vencidas, siempre que se interprete y como el valor $\frac{1}{1+i}$ de la unidad descontada por un año, y la (2) nos permite calcular $\frac{1}{1+i}$ (y portanto i) por medio de una serie rapidamente convergente de productos de potencias de $\frac{a}{A+a}$ y de $\left(\frac{A}{A+a}\right)^n$.

Al caso de la constitución de capitales por medio de imposiciones adelantadas corresponde

$$x = \frac{a}{A},\ \alpha = \frac{A-a}{A},\ y = 1+i.$$

Es dudoso que del problema tratado pueda darse una solución más inmediata y numericamente preferible.

HUGO BROGGI