

249
AÑO XIII, SERIE II, N.º 50

1925, sep.

REVISTA DE CIENCIAS ECONÓMICAS

PUBLICACIÓN DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
CENTRO DE ESTUDIANTES Y COLEGIO
DE GRADUADOS

DIRECTORES

Dr. Mario Sáenz

Por la Facultad

Adelino Galeotti

Por el Centro de Estudiantes

Nestor B. Zelaya

Por el Centro de Estudiantes

REDACTORES

Dr. Mario A. de Tezanos Pintos

Raúl Prebisch

Por la Facultad

Dr. José P. Podestá

Dr. Italo Luis Grassi

Por los Graduados

Enrique Julio Ferrarazzo

Emilio Calvo

Por el Centro de Estudiantes

ADMINISTRADOR

Juan C. Chamorro

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN

• CALLE CHARCAS, 1835

BUENOS AIRES

El seguro habitación

Alrededor de una simplísima aplicación del viejo « seguro de anualidad », se ha tejido un misterioso velo, a trueque de convertirla en una trasnochada trinidad, cuya más leve manifestación cuesta una sabrosa cantidad de pesos. Más por antipatía a esta tendencia ocultista, que por suponerlo inalcanzable, publicamos este ensayo.

CAPITULO I

EL SEGURO. — SUS PRIMAS

1. Supuesta la existencia de un grupo de personas, l_x . tomadoras de C pesos, cada uno, en préstamo hipotecario, y, supuesta la existencia de una institución, tal como el Hogar ferroviario, o la Caja de la ley 11.110, acreedora hipotecaria y aseguradora, podemos establecer las bases hipotéticas del contrato. Hipotéticas, por cuanto debemos simplificar las reales, para una primera aproximación.

Las l_x personas, de edad x , toman C pesos, cada una, pagaderos en n cuotas anticipadas de a pesos, las cuales devengan un interés de i por uno, capitalizable anualmente; al mismo tiempo constituyen un seguro decreciente, por el cual la institución salda la deuda, si llega a producirse el fallecimiento del prestatario-asegurador.

Evidentemente, el premio único a desembolsar por el conjunto de prestatario-asegurados, de edad x , estará dado por la fórmula :

$$[1] \quad (1) \quad l \quad [{}_n h A_x] = d_x C + d_{x+1} C_1 v + d_{x+2} C_2 v^2 + \dots \\ \dots + d_{x+n-1} C_{n-1} v^{n-1};$$

(1) . Fórmula sin pulimento, de los compañeros Desalvo-De Francesco, en su folleto *Contribución al estudio del Seguro-habitación*.

y el premio único a satisfacer por cada uno de los l_x individuos, el cociente de la expresión anterior, al número l_x .

2. Los valores C , C_1 , C_2 pueden determinarse analíticamente.

El saldo de capital adeudado por cada uno de los prestatario-asegurados, al principio del $p^{\text{ésimo}}$ período, es « la diferencia entre el valor adquirido por el capital tomado y el valor adquirido por las cuotas pagadas », o sea :

$$[2] \quad (2) \quad C_p = Cv^{-p} - a \frac{v^{-p} - 1}{i}.$$

3. C es, en función de la anualidad :

$$C = va \frac{1 - v^n}{1 - v},$$

y, reemplazando en [2]

$$C_p = va \frac{1 - v^n}{1 - v} v^{-p} - a \frac{v^{-p} - 1}{i},$$

o bien:

$$[3] \quad C_p = a \frac{v^{-n} - v^{-p}}{iv^{-n}}.$$

4. La fórmula [1] (Desalvo-De Francesco) puede escribirse :

$$| h\Lambda_x = \frac{\sum d_{x+p} C_p v^p}{l_x};$$

y reemplazando en ella, C_p , por el valor [3] § 3,

$$|_n h\Lambda_x = \frac{\sum d_{x+p} a \frac{v^{-n} - v^{-p}}{iv^{-n}} v^p}{l_x} \dots$$

$$|_n h\Lambda_x = \sum \frac{d_{x+p}}{l_x} a \frac{v^{-(n-p)} - 1}{iv^{-n}};$$

o también :

$$|_n h\Lambda_x = \sum \frac{l_{x+p} - l_{x+p+1}}{l_x} a \frac{v^{-(n-p)} - 1}{iv^{-n}} \dots$$

$$|_n h\Lambda_x = \sum \frac{l_{x+p}}{l_x} a \frac{v^{-(n-p)} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+p+1}}{l_x} a \frac{v^{-(n-p)} - 1}{iv^{-n}}.$$

Haciendo variar a p , de 0 a $n - 1$, tenemos :

$$\begin{aligned}
 |_n h \Lambda_x = & \frac{l_x}{l_x} a \frac{v^{-n} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+1}}{l_x} a \frac{v^{-n} - 1}{iv^{-n}} + \\
 & + \frac{l_{x+1}}{l_x} a \frac{v^{-(n-1)} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+2}}{l_x} a \frac{v^{-(n-1)} - 1}{iv^{-n}} + \\
 & + \frac{l_{x+2}}{l_x} a \frac{v^{-(n-2)} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+3}}{l_x} a \frac{v^{-(n-2)} - 1}{iv^{-n}} + \\
 & + \dots \dots \dots + \\
 & + \frac{l_{x+n-2}}{l_x} a \frac{v^{-2} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+n-1}}{l_x} a \frac{v^{-2} - 1}{iv^{-n}} + \\
 & + \frac{l_{x+n-1}}{l_x} a \frac{v^{-1} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+n}}{l_x} a \frac{v^{-1} - 1}{iv^{-n}}.
 \end{aligned}$$

Reduciendo el primer término y agrupando los demás de manera conveniente :

$$\begin{aligned}
 |_n h \Lambda_x = & a \frac{v^{-n} - 1}{iv^{-n}} - \\
 & - \left\{ \frac{l_{x+1}}{l_x} a \frac{v^{-n} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+1}}{l_x} a \frac{v^{-(n-1)} - 1}{iv^{-n}} + \right. \\
 & + \frac{l_{x+2}}{l_x} a \frac{v^{-(n-1)} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+2}}{l_x} a \frac{v^{-(n-2)} - 1}{iv^{-n}} + \\
 & + \frac{l_{x+3}}{l_x} a \frac{v^{-(n-2)} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+3}}{l_x} a \frac{v^{-(n-3)} - 1}{iv^{-n}} + \\
 & + \dots \dots \dots + \\
 & + \frac{l_{x+n-2}}{l_x} a \frac{v^{-3} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+n-2}}{l_x} a \frac{v^{-2} - 1}{iv^{-n}} + \\
 & + \left. \frac{l_{x+n-1}}{l_x} a \frac{v^{-2} - 1}{iv^{-n}} - \frac{l_{x+n-1}}{l_x} a \frac{v^{-1} - 1}{iv^{-n}} + \right. \\
 & \left. + \frac{l_{x+n}}{l_x} a \frac{v^{-1} - 1}{iv^{-n}} \right\}.
 \end{aligned}$$

Puede dársele la forma de sumatorio

$$\begin{aligned}
 [4] \quad |_n h \Lambda_x = & a \frac{1 - v^n}{i} - \\
 & - \sum_1^n \frac{l_{x+p}}{l_x} \left\{ a \frac{v^{-(n-p+1)} - 1}{iv^{-n}} - a \frac{v^{-(n-p)} - 1}{iv^{-n}} \right\}.
 \end{aligned}$$

4. Pueden, también, resolverse las diferencias del sumatorio

$$\begin{aligned} & \frac{l_{x+p}}{l_x} \left\{ a \frac{v^{-(n-p+1)} - 1}{iv^{-n}} - a \frac{v^{-(n-p)} - 1}{iv^{-n}} \right\} = \\ & = \frac{l_{x+p}}{l_x} a \frac{v^{-(n-p+1)} - v^{-(n-p)}}{iv^{-n}} = \frac{l_{x+p}}{l_x} a \frac{v^{-n+p} - (v^{-1} - 1)}{iv^{-n}} = \\ & = \frac{l_{x+p}}{l_x} a \frac{iv^{-n+p}}{iv^{-n}} = \frac{l_{x+p}}{l_x} av^p, \end{aligned}$$

y, por consecuencia

$$[5] \quad |_n hA_x = a \frac{1 - v^n}{i} \sum_1^n \frac{l_{x+p}}{l_x} a \cdot v^p$$

o, lo que es igual, para $a = 1$

$$|_n hA_x = a_{\overline{n}|} - |_n a_x.$$

La fórmula [6] es, simplemente, el premio único de un seguro de anualidad (3).

5. Pudiera también deducirse la fórmula del seguro de anualidad, partiendo de los seguros sobre dos cabezas.

Una renta temporaria de supervivencia de la cabeza $[x]$, de entre dos: $[x]$ y $[z]$, está reglada por la doble dependencia del tiempo (n años) y de la supervivencia de $[x]$ sobre $[z]$.

Se comprende, fácilmente, que el premio único de este contrato, esté en función de $|_n a_x$; y por no pagarse en tanto el grupo subsista, en función de $|_n a_{xz}$ (renta pagadera a dos cabezas, mientras ambas vivan.)

La diferencia entre una y otra, es el premio único :

$$[7] \quad |_n a_z |_{[x]} = |_n a_x - |_n a_{xz}.$$

Si la persona de edad $[x]$, es reemplazada por una de duración de vida, cierta y mayor que n , evidentemente

$$(4) \quad |_n a_z |_{[x]} = a_{\overline{n}|} - |_n a_z.$$

(1) (2)

(3) M. Poterin du Motel, *Théorie des assurances sur la vie*, pág. 240. Ruiz Feduchy, op. cit., pág. 357. G. Minutilli, *Nozioni di scienza attuariale*, pág. 131, etc.

(4) Perfectamente explicable, pues siendo $[x]$ reemplazado por un término cierto, $|_n a_x$ ya no depende de vida alguna y se hace igual a $a_{\overline{n}|}$; en cuanto a (2) $|_n a_x$ depende, solamente de la vida $[z]$, y se hace $| a_z$.

6. Una manera de calcular este premio único, en función de valores conmutativos, pero poco práctica, es la dada por Minutelli (op. cit., pág. 133). Parte del compromiso de la institución prestataria-aseguradora, y razona (5) así : « Si el asegurado muere en el primer año, la compañía debe pagar la primera cuota, al fin del año y una anualidad cierta de $n - 1$ cuotas, cuyo valor actual hemos visto que es $\frac{1 - v^{-(n-1)}}{i}$. Y porque la probabilidad de pagar esta anualidad es $\frac{C_x}{D_x}$, el valor actual del compromiso de la compañía es :

$$\left(1 + \frac{1 - v^{-(n-1)}}{i}\right) \frac{C_x}{D_x} .»$$

Siguiendo el razonamiento de Minutelli :

$$\begin{aligned} {}_n h \Lambda_x &= \sum_0^{n-1} \frac{C_{x+p}}{D_x} \left(1 + \frac{1 - v^{-n-p-1}}{i}\right) \dots \\ {}_n h \Lambda_x &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \sum_0^{n-1} \frac{1 - v^{-n-p-1}}{i} \frac{C_{x+n}}{D_x} \\ [8] \quad {}_n h \Lambda_x &= \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x} + \frac{M_x - M_{x+n-1}}{D_x} - \\ &\quad - \left(\frac{v^{-n}}{i} - \frac{v^{-1} D_{x+n-1}}{i D_x}\right). \end{aligned}$$

7. El doctor Hugo Broggi, ha determinado la fórmula afinada del problema, en su informe a la caja de la ley 11.110, del 18 de diciembre de 1922. Da, para el premio único de la operación :

$$[9] \quad Q'v^{\frac{1}{2}} \frac{1 - v^{\frac{N'}{2}}}{1 - v^2} + Sv^{\frac{N'}{2}} - S \frac{D_{x+\frac{N'}{2}}}{D_x} - 2Q'v^{\frac{N'}{2}} a_x^{(12)} .$$

Tres nuevas limitaciones entran en la hipótesis :

- a) El servicio es capitalizable semestralmente;
- b) Los abonos son mensuales;
- c) El capital no se amortiza, en un número exacto de pagos; de

(5) Se suponen anualidades vencidas.

ahí que quede una pequeña suma de residuo, a pagar en la última cuota.

Si eliminamos las limitaciones a) y b), la fórmula [9] se hace :

$$[10] \quad a \frac{1-v^n}{1-v} + Sv^n - S \frac{D_x + n}{D_x} - a|_n a_x,$$

y eliminando c), es decir, suponiendo, al capital, amortizable en un número exacto de anualidades, desaparecen los términos en S, y [10] pasa a ser

$$a \frac{1-v^n}{1-v} - a|_n a_x;$$

para $a = 1$:

$$\frac{1-v^n}{1-v} - |_n a_x = a_{\overline{n}|} - |_n a_x \text{ . igual a [6].}$$

8. « Si N' es par, es decir $= 2r$, donde r es un número entero :

$$[10] \quad |_n h \Lambda_x = Q' v^{\frac{1}{2}} \frac{1-v^{\frac{N'}{2}}}{1-v^{\frac{1}{2}}} + S v^{\frac{N'}{2}} - S \frac{D_x + \frac{N'}{2}}{D_x} - 2Q|_r a_x^{(12)}.$$

Si $N' = 2r + 1$, es decir, impar

$$[11] \quad |_n h \Lambda_x = Q' v^{\frac{1}{2}} \frac{1-v^{\frac{N'}{2}}}{1-v^{\frac{1}{2}}} - S v^{\frac{N'}{2}} - S \frac{\frac{1}{2}(D_x + r + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}(D_x + r + 1)}{D_x} - 2Q \frac{|_r a_x^{(12)} + |_{r+1} a_x^{(12)}}{2} \text{ .} \quad (6)$$

9. Algunas fórmulas auxiliares, son necesarias para la mejor comprensión.

La determinación de N (duración en semestres), se halla :

$$N = 2 \frac{\log Q - \log \left[Q - 1.000 \left\{ v^{-\frac{1}{2}} - 1 \right\} \right]}{\log v^{-1}} \quad (7)$$

Si N resulta un valor no entero, es decir : N' semestres más una

(6) H. Broggi, *Informe cit.*, pág. 11.

(7) Los cálculos son para un seguro de 1000 pesos.

fracción; para determinar la fracción, no amortizada en N' semestres, se usa :

$$S = 1000 v^{-\frac{N'}{2}} - Q \frac{v^{-\frac{N'}{2}} - 1}{v^{-\frac{1}{2}} - 1}.$$

Para determinar, Q' vale :

$$Q' = \frac{1.000 (v^{-\frac{1}{2}} - 1)}{1 - v^{-\frac{N'}{2}}}.$$

Y para, $|_r a_x^{(12)}$;

$$|_r a_x^{(12)} = |_r a_x + \frac{11}{24} \left(1 - \frac{D_x + r}{D_x} \right).$$

CAPITULO II

PREMIO PERIODICO. — RESERVAS. — MANERA DE SORTEAR EL PELIGRO DE RESERVAS NEGATIVAS

10. La determinación del premio periódico no merece mayor comentario. El anual será igual a

$$\frac{|_n h \Lambda}{|_n a_x}$$

para $n = \frac{N'}{2}$ y $N' = 2r$, y r entero.

Para $N' = 2r + 1$, es decir, impar

$$|_{r+\frac{1}{2}} a_x = \frac{1}{2} [|_r a_x + |_{r+1} a_x].$$

El premio periódico mensual, será :

$$[12] \quad \frac{|_{nh} \Lambda_x}{12 |_{n a_x^{(12)}}} = |_{nh} P_x.$$

11. La naturaleza de este contrato de seguro, hace que las reservas puedan ser negativas, cuando la prima periódica es constante

y el número de ellas igual al de cuotas de amortización, del préstamo asegurado (8).

Algunas maneras de sortear el peligro de tales reservas, han sido proyectadas o aplicadas.

Eliminada toda posibilidad de pago de premio único, dada la calidad de los prestatario-asegurados, cuyos contratos contemplan, el reglamento del artículo 9º, segunda parte, de la ley 11.110, y la ley 11.173 (Hogar ferroviario) y la inconveniencia del pago de primas naturales, quedan dos soluciones : abonar una parte del premio único, al constituirse el préstamo, tal que elimine toda posibilidad de reservas negativas (Broggi), o disminuir el número de primas periódicas, con respecto al número de cuotas de amortización. (González Galé, aplicada en el Hogar ferroviario.)

12. El doctor Broggi, en su antecitado informe determina, como valor de la parte del premio único a abonar, al constituirse el préstamo, el valor Q , es decir, una suma igual a una semestralidad de amortización.

De ello se deduce que

$${}_n h A_x - Q,$$

es el valor del premio único, a pagar en mensualidades; hecha una carga del 10 por ciento para cubrir desvíos, resulta :

$$p' = p \frac{11}{10}$$

y

$$p = \frac{{}_n h A_x - Q}{12 \cdot {}_n a^{(12)}}$$

13. El Hogar ferroviario aplica otro principio. Sus préstamos tienen una duración de diez, quince, veinte, veinticinco y treinta años y el pago de los seguros se extingue a los seis, nueve, trece, diez y nueve y veinticinco, respectivamente.

ANTONIO VALIENTE ORTEGA.

Septiembre, 1925.

(8) Alcanzaría, este ensayo, una longitud no deseable, si se insistiera mucho sobre el tópic. Remitimos, al lector curioso, al excelente folleto de González Galé, *El seguro de vida y la hipoteca*. Buenos Aires, 1920.

BIBLIOGRAFIA

1. *Contribución al estudio del « seguro-habitación »*, Desalvo-De Francesco. Buenos Aires, 1922.
2. *Manual del actuario de compañías de seguro de vida*, Ruiz-Feduchy. Madrid, 1922.
3. *Théorie des assurances sur la vie*, M. Poterin du Moteil. París, 1899.
4. *Nozioni di scienza attuariale*. G. Minutilli. Milán.
5. *Estudios técnico-matemáticos*, Hugo Broggi. En la caja de la ley 11.110, 18 de diciembre de 1922.
6. Préstamos hipotecarios. Reglamento de la segunda parte del artículo 9° de la ley 11.110. Buenos Aires, decreto del Poder ejecutivo, 30 de junio de 1923.
7. Ley 11.173 y Decreto reglamentario.