AÑO XIII, SERIE II, n- 53

1925, dic

REVISTA

DE

CIENCIAS ECONÓMICAS

PUBLICACIÓN DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
CENTRO DE ESTUDIANTES Y COLEGIO
DE GRADUADOS

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN

CALLE CHARCAS, 1835

BUENOS AIRES

Imprenta de la Universidad

Las ecuaciones fundamentales de la tarificación ferroviaria

La presente publicación, que sintetiza algunas de mis conferencias del curso de transportes y tarifas, se ha redactado teniendo en vista las publicadas por el ingeniero A. Schneidewind, profesor de ferrocarriles en la Facultad de ciencias exactas y las dictadas en la de ciencias económicas por el ingeniero Julio Labarthe, durante algunos meses del año 1918, los originales de las cuales me fueron facilitados por éste, gentileza por la cual deseo expresarle mi agradecimiento en esta oportunidad.

Definida *la tarifa* como expresión de la relación existente entre el precio (Fx) pagado por el transporte de la unidad de peso, o sea *el flete de una tonelada*, y la distancia (x) recorrida en kilómetros, o bien el precio de la *unidad de tráfico* (*), expresada en toneladas-kilómetros, es decir, la unidad que, por extensión, puede considerarse como la que mide el trabajo que se realiza para mover la carga transportada de un lugar a otro, será

$$\frac{F}{x}\,\frac{\left[\frac{\$}{\mathrm{tn}}\right]}{[\mathrm{km}]}=f\left[\frac{\$}{\mathrm{tn\ Km}}\right],$$

y como el flete de la unidad de peso es una función ($\varphi(x)$) de la distancia de transporte x, *la tarifa* se expresará en general por

$$f=\frac{\varphi(x)}{x}, \tag{1}$$

y *el flete,* en su forma más simple y general, será

$$\varphi(x)=fx, \tag{2}$$

(*) En la práctica ferroviaria se denominan generalmente « tarifas », y a ellas se hace siempre referencia, al conjunto de los precios o fletes que, por una tonelada, se cobran entre las diversas estaciones de una red, reservando la denominación de *base de las tarifas* a la tarifa propiamente dicha tal como la hemos definido.

que corresponde a la ecuación de una recta que pasa por el origen de un sistema de coordenadas en que las abscisas sean las distancias (x) de transporte y las ordenadas los fletes $(\varphi(x))$ pagados para esas distancias, siendo *la tarifa* (f) el coeficiente angular de tal recta.

Sabemos que la función $\varphi(x)$, que llamaremos *ecuación del flete,* puede corresponder a cualquiera línea que satisfaga a la condición de que la $\varphi(x)$ que la determina sea una función directa de x, y esté comprendida entre los límites

$$f_0 = \alpha + \beta s_1 + \gamma s_2 \tag{3}$$

o sea el *costo directo de transportes,* siendo s_1 y s_2 las pendientes determinante y equivalente del trazado, y α, β, γ coeficientes numéricos a determinar, y

$$v = f_1 x + f_2 y = v_0 - \Delta = (1 - n)\, v_0 \tag{4}$$

o sea *el coeficiente de transporte* de la mercadería considerada, en que los símbolos representan :

v = coeficiente de transporte adoptado.

v_0 = coeficiente máximo de transporte, que determina el límite económico de la zona de explotación del ferrocarril.

$\Delta = nv_0$ = ganancia del productor, siendo n un coeficiente numérico.

f_1 = tarifa ferroviaria.

x = distancia de transporte ferroviario.

f_2 = tarifa de acarreo a la estación.

y = distancia de acarreo a la estación.

La *distancia máxima* de transporte ferroviario (a), correspondiente a cualquiera ecuación del flete, cuyo valor límite es

$$\varphi(x)_{x=a} = \varphi(a) = v = m - p \tag{5}$$

(siendo m el precio de venta de la mercadería en el mercado y p el costo de producción incluída la ganancia del productor) estará dada por la relación

$$a = \frac{v}{f_0} \tag{6}$$

deducida de la (2), haciendo en ella $\varphi(x) = v$, $x_{\text{máx}} = Q$, $f_{\text{mín}} = f_0$ o

$$\left[a = \frac{v}{f}\right]$$

para un determinado valor de f dado por la (2), teniendo en cuenta la (5).

Del mismo modo, el *radio de afluencia* o sea la distancia máxima de acarreo (r) en la zona, a la distancia x del mercado, será, por la (4),

$$r = \frac{v - \varphi(x)}{f_2}, \tag{7}$$

(haciendo $y_{\text{máx}} = r$, y , $f_1 x = \varphi(x)$) cuyo valor máximo, suponiendo a f_2 constante en la zona, corresponderá al radio de afluencia en el mercado, cuando $x = 0$, es decir,

$$r_{\text{máx}} = \frac{v}{f_2}.$$

La determinación del valor más conveniente de $\varphi(x)$ depende del punto de vista económico que predomine para tal determinación, dado que el criterio determinante de la implantación de un sistema de tarifas ferroviarias puede ser el de obtener un máximo lucro para el porteador o un máximo beneficio público, entendiendo por éste no el hecho de que los cultivadores o industriales de la zona de explotación del ferrocarril obtengan una ganancia máxima, sino el de que tal zona sea lo más amplia posible, es decir, que la utilidad del transporte ferroviario alcance al mayor número de productores, lo que vale decir que produzca un máximo tráfico.

Tal resultado se obtendrá sin duda, como ya lo sabemos, con un precio de transporte unitario que no corresponderá ni al precio mínimo de costo (f_0), para el cual toda la utilidad es absorbida por los productores, ni al precio máximo (v_0), en que la utilidad total se anula al anularse la demanda por ser $\triangle = 0$.

Depende, pues, del valor que se adopte para f, o más bien de la ley de variación que se fije para $\varphi(x)$, es decir de la *ecuación del flete,* que el tráfico (Q), la utilidad (U) del porteador ferroviario y la utilidad (E) de los productores, lleguen a valores máximos relativos, compatibles con el valor de los transportes y la utilidad total que éstos producen.

Para determinar la función $\varphi(x)$ adaptándola a las necesidades reales del transporte, se la ha concretado a algunas expresiones simples para definir y comparar las tarifas entre sí, a fin de poder apreciar sus ventajas o inconvenientes desde el punto de vista del interés público (por la magnitud del tráfico que producen) o del interés privado (por la ganancia que proporcionan al porteador). Tales expresiones corresponden a las ecuaciones de una recta o de una parábola, a saber :

$$\varphi(x) = fx, \tag{9}$$
$$\varphi(x) = f' + f''x, \tag{10}$$
$$\varphi(x) = f'x - f''x^2, \tag{11}$$
$$\varphi(x) = f'\sqrt{x}, \tag{12}$$

de las que se deduce el valor unitario que corresonde a la definición del tipo o sistema de la tarifa :

$$f = \frac{fx}{x} = f,$$

$$f = \frac{f'}{x} + f'',$$

$$f = f' - f''x,$$

$$f = \frac{f'}{\sqrt{x}}.$$

La primera ecuación del flete (9) determina un valor constante de la tarifa, que en tal caso se llama *tarifa sencilla* o kilométrica, independiente de la distancia recorrida, resultando los fletes cobrados directamente proporcionales a ésta. Tal ley de variación no corresponde, como sabemos, ni a las variaciones del valor ni a las de los gastos totales unitarios de los transportes, de modo que se ha tratado de establecer tarifas que contemplaran en una u otra forma estas condiciones, para que las tasas que el transporte impone a las mercaderías, resultaran más justas y equitativas.

Tal resultado se obtiene con los tres tipos de tarifas siguientes que responden, o bien a la ecuación de una recta que no pasa por el origen (10) y se denomina tarifa con cuota terminal o simplemente *tarifa terminal,* o bien a la ecuación de una parábola tangente (12) o no (11) en el origen al eje de ordenadas y que se denomina *tarifa parabólica.*

A este grupo de tarifas cuyo valor unitario (kilométrico) disminuye a medida que la distancia aumenta, se las llama, por este motivo, genéricamente, *diferenciales,* por oposición a las sencillas que se denominan *proporcionales,* siendo las primeras las más difundidas y generalmente usadas en el transporte ferroviario y las únicas, puede decirse, que se aplican actualmente en nuestro país.

Con todo, aunque a la tarifa sencilla no se la aplique *sistemáticamente* para el tráfico, a ella se hace referencia continua en la práctica del transporte, por traducir en su más simple expresión el concepto de flete, a cuyo valor unitario, de estación a estación, se aplica, como hemos dicho, la denominación común de tarifa.

También es de uso corriente que en la división proporcional de los precios de transporte que se aplican al *tráfico* común o de intercambio, o sea al que se realiza sobre varias líneas ferroviarias que se continúan unas a otras, que se establezcan *tarifas combinadas,* que son generalmente *precios firmes* o fijos entre determinadas estaciones, cuya división entre los ferrocarriles interesados se hace, por lo general, deduciendo del flete total establecido de común acuerdo, contemplando los sistemas de tarifas aplicados en cada línea, una cuota terminal que se divide teniendo en cuenta los gastos terminales de cada una de ellas y dividiendo uniformemente el resto del flete en proporción a los recorridos kilométricos hechos por la carga en cada ferrocarril.

Además, como el *costo directo* del transporte es directamente proporcional a la distancia recorrida, su comparación con el flete unitario cobrado se hace siempre con el valor kilométrico que resulta de su división por la distancia considerada en el transporte.

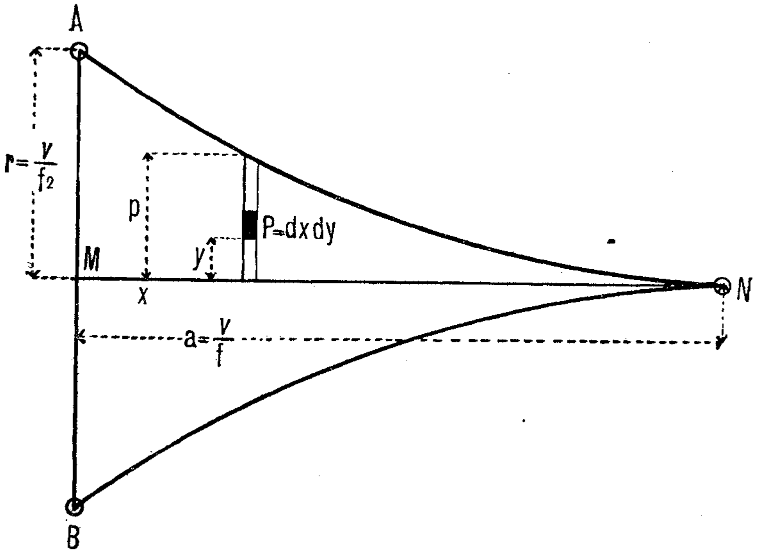
Las consideraciones que anteceden justifican, pues, que denominemos *tarifa equivalente,* para una distancia x dada, a la relación

$$\frac{F_x}{x} = \frac{\varphi(x)}{x} = f \qquad (13)$$

que determina el flete directo que resultaría de aplicar virtualmente para esa distancia una tarifa sencilla (f) en substitución de la realmente establecida $\left(\frac{\varphi(x)}{x}\right)$ correspondiente al sistema adoptado en el ferrocarril. La *tarifa equivalente* será así el coeficiente angular de la recta que une el origen con el punto de coordenadas (χ, $\varphi(x)$ en el sistema coordenado que define la ecuación del flete (*).

Determinada esta ecuación por las fórmulas (9) a (12), se trataría de saber cuál es la que mejor consulta los intereses públicos y privados para la explotación de un ferrocarril a cuyo fin debe establecerse cómo puede influir en ellos el tipo de tarifa adoptada, analizando cómo se refleja en la producción de la zona, considerada como tráfico del ferrocarril, y en la utilidad que el transporte produce al porteador y a los productores de la mercadería.

(*) Esta denominación nos la sugiere la de *pendiente equivalente* introducida por Launhardt en la « Teoría del trazado » de los ferrocarriles para referirse a la « pendiente uniforme, en recta, para toda la línea, que origina los mismos gastos de explotación que la línea con pendientes y curvas diferentes ». (V. A. Schneidewind, *Apuntes de ferrocarriles,* tomo I, pág. 76, Buenos Aires, 1915).



Sea MAN la semizona de explotación de superficie S del ferrocarril MN, cuya densidad de producción (o de tráfico) por unidad de superficie llamaremos γ.

La *producción total* (Q) de la zona ANB será

$$Q\,[\mathrm{tn}] = 2S\,[\mathrm{Km}^2]\,\gamma\left[\frac{\mathrm{tn}}{\mathrm{Km}^2}\right];$$

para expresar analíticamente el valor de Q, consideremos un elemento diferencial $dx\ dy$ de la superficie en el punto P, de coordenadas $(x,\ y)$. La producción elemental de la lonja de ancho dx y altura r, *será*

$$dQ = \int_0^r \gamma d\chi dy = \gamma r d\chi$$

y por la (7)

$$dQ = \gamma\,\frac{v - \varphi(x)}{f_2}\,d\chi.$$

Suponiendo homogénea y constante la densidad de la producción en toda la zona ANB del ferrocarril, el valor de Q será entonces

$$Q\,[\mathrm{tn}] = \frac{2\gamma}{f_2}\int_0^a \left(v - \varphi(x)\right) d\chi \qquad (14)$$

quedando definido el límite (a) por la (5).

Si la producción no fuera constante a lo largo del ferrocarril y dependiera de la distancia (x), siendo por ejemplo :

$$\gamma_x = \alpha + \beta\varphi_1(x) \qquad (15)$$

debería ponerse a γ_x bajo el signo integral, y el valor de Q sería entonces

$$Q = \frac{2}{f_2} \int_0^a (v - \varphi(x))\, \gamma_x d\chi. \qquad (16)$$

El *trabajo en tn km* necesario para mover sobre la distancia x la producción de $[tn]$ *de la lonja considerada, será*

$$\gamma \frac{v - \varphi(x)}{f_2} x d\chi,$$

y el trabajo total TK, que ocasiona la zona ANB de densidad supuesta constante, será

$$\text{TK}\,[\text{tn Km}] = \frac{2\gamma}{f_2} \int_0^a (v - \varphi(x)\, x d\chi. \qquad (17)$$

El *recorrido medio* de una tonelada a distancia media de transporte (D) de la carga en la zona se obtendrá dividiendo el trabajo TK $[tn\ Km]$ por el peso R $[tn]$ se obtendrá multiplicando la producción elemental por el flete $\varphi(x) \left[\frac{\$}{\text{tn}}\right]$ aplicado a la distancia x

$$v\,[\text{Km}] = \frac{\int_0^a (v - \varphi(x))\, x d\chi}{\int_0^a (v - \varphi(x))\, d\chi}. \qquad (18)$$

e integrando, o sea

$$\text{P}\,[\$] = \frac{2\gamma}{f_2} \int_0^a (v - \varphi(x))\, \varphi(x)\, d\chi; \qquad (19)$$

Análogamente, el *gasto* total que ocasionará el transporte de $Q[tn]$ será su producto por el costo unitario $f_0 x \left[\frac{\$}{\text{tn}}\right]$:

$$\text{G}\,[\$] = \frac{2\varphi}{f_2} \int_0^a (v - \varphi(x)) f_0 x d\chi. \qquad (20)$$

Estos mismos valores de P y G se obtendrán también multiplicando la distancia media de transporte (D) dada por la (18) por la carga (Q) transportada y la *tarifa equivalente* $\left(\frac{\varphi(x)}{x} = f\right)$ o el costo de la tonelada-kilómetro (f_0), respectivamente aplicados en cada caso, siendo éste el procedimiento de cálculo normalmente empleado en la práctica ferroviaria para comparar los producidos medios que puedan resultar de un determinado tráfico con el costo correlativo del transporte.

La *utilidad* o producto neto que le reporta a la empresa el transporte de la producción (Q) será, evidentemente, la diferencia U = P — G, entre producto y gastos, o sea

$$U\,[\$] = \frac{2\varphi}{f_2} \int_0^a (v - \varphi(x))\ (\varphi(x) - f_0 x)\, d\chi \tag{21}$$

a cuyo resultado se llegaría también directamente integrando la utilidad elemental

$$dU = (\varphi(x) - f_0 x)\, dQ$$

producida por el transporte de la lonja superficial que hemos considerado.

En todas las ecuaciones establecidas se ha supuesto la densidad de la producción (y) homogénea y constante en toda la zona de explotación, pero dado que ésta varíe con la distancia (x) al mercado, de acuerdo con una ley determinada tal como la (15), sus variaciones se tomarán en cuenta poniendo su valor, variable con x (φ_x) bajo el signo integral, con lo cual las fórmulas establecidas tomarán formas análogas a la (16), determinada para la producción.

Asimismo se ha considerado el coeficiente de transporte (v) con un valor cualquiera, pero que incluye una ganancia determinada para el productor, o sea

$$v = v_0 - \Delta = v_0\,(1 - n), \tag{22}$$

en que v_0 es el coeficiente límite, para el cual

$$\Delta = nv_0 = 0,$$

o sea el valor $v_{\text{máx}}$ que limita la zona de los transportes económicamente posibles, para cuyos puntos límites la ganancia de los productores es nula. Si se quiere introducir estas condiciones en las fórmulas establecidas, bastará reemplazar en ellas el valor de v por v_0 o $(1 - n)\,v_0$, pues aquéllas han sido obtenidas para cualquier valor del coeficiente de transporte.

En este último caso se expresarán las fórmulas en función de *la ganancia de los productores*, cuyo valor total (E) para la zona se determina como sigue :

Si en la (22) reemplazamos v por su valor dado por la (4), tendremos el valor unitario de la ganancia del productor

$$\Delta = nv_0 = v_0 - f_1 x - f_2 y = v_0 - \varphi(x) - f_2 y, \tag{23}$$

y la ganancia elemental en el punto P, de coordenadas (x, y) o sea en el elemento superficial de producción y $dx\ dy$, será

$$dE = (v_0 - \varphi(x) - f_2 y)\,\gamma\, d\chi\, dy,$$

de modo que la ganancia total entre los límites de la zona ANB será

$$E = 2\gamma \int_0^a d\varphi \int_0^r (v_0 - \varphi(x) - f_2 y)\, dy\,;$$

el radio de afluencia (r) a la distancia x es, por la (7) y la (22)

$$r = \frac{v - \varphi(x)}{f_2} = \frac{v_0 - \Delta - \varphi(x)}{f_2},$$

luego

$$E = 2\gamma \int_0^a d\chi \left[v_0 y - \varphi(x) y - \frac{f_2 y^2}{2} \right]_0^{\frac{v_0 - \Delta - \varphi(x)}{f_2}} =$$

$$= \frac{2\gamma}{f_2} \int_0^a d\chi\, [v_0 - \Delta - \varphi(x)] \left[v_0 - \varphi(x) - \frac{v_0 - \Delta - \varphi(x)}{2} \right]$$

o sea finalmente

$$E = \frac{\gamma}{f_2} \int_0^a (v_0 - \Delta - \varphi(x))\, (v_0 + \Delta - \varphi(x))\, d\chi, \qquad (24)$$

en cuya expresión de E se pondrá bajo el signo integral el coeficiente de densidad (γ_x), que se ha supuesto constante, cuando la densidad de producción varía con la distancia de transporte x.

Las relaciones establecidas son ecuaciones fundamentales que permitirán analizar y comparar entre sí los distintos sistemas de tarifas, definidos por la ecuación del flete $(\varphi(x))$, que pueden aplicarse al transporte ferroviario.

CARLOS M. RAMALLO.