AÑO XIV, SERIE II

REVISTA
DE
CIENCIAS ECONOMICAS

PUBLICACION DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
CENTRO DE ESTUDIANTES Y COLEGIO
DE GRADUADOS

DIRECCION Y ADMINISTRACION
CALLE CHARCAS, 1835
BUENOS AIRES

Sobre una aplicación del Teorema de Bernoulli

POR

RAFAEL SALAS

I) Determinemos la prima pura del Capital Diferido, de tal manera que la compañía de seguros pueda anular totalmente, o en su mayor parte, el riesgo de que vivan más asegurados de los indicados en la tabla.

Para eso es necesario, entonces, calcular hasta qué límite máximo se puede extender para tener una probabilidad de 0,999 (por. ej.).

II) Sabemos, que la fórmula para calcular la probabilidad de un desvío determinado es:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2 \pi n p q}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2 n p q}}$$

Es decir, la probabilidad de que salga el acontecimiento $m = np \pm x$ veces, siendo **n** el número de pruebas.

Luego:

$$n p + x > n p > n p - x$$

Pongamos:

$$\frac{x^2}{2 n p q} = \gamma^2 ; x = \gamma \sqrt{2 n p q}$$

Queda

$$n p + \gamma \sqrt{2 n p q} > n p > n p - \gamma \sqrt{2 n p q}$$

Y la probabilidad de que se presente comprendido entre los desvíos — x y + x, estaría dada por:

$$P = \frac{2}{\sqrt{2\,\pi\, n\, p\, q}} \int_{o}^{x} e^{-\frac{x^2}{2\,n\,p\,q}}\, dx$$

Introduciendo la variable γ:

$$\frac{x^2}{2\,n\,p\,q} = \gamma^2\,;\; \gamma = \frac{x}{\sqrt{2\,n\,p\,q}}\,;\; dx = \sqrt{2\,n\,p\,q}\; d\gamma$$

$$P = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{o}^{\gamma} e^{-\gamma^2}\, d\gamma$$

III) Considerando nuestro problema tenemos:

$$m = n\,p \pm x\,;\; \frac{m}{n} = p \pm \frac{x}{n}$$

$$p = \frac{r}{n}\,,\; q = \frac{S}{n}$$

Entonces:

$$\frac{m}{n} = \frac{r}{n} \pm \frac{x}{n}$$

$$\frac{r}{n} + \frac{x}{n} > \frac{r}{n} > \frac{r}{n} - \frac{x}{n}$$

O también:

$$\frac{r}{n} + \gamma \sqrt{\frac{2\,r\,s}{n^3}} > \frac{r}{n} > \frac{r}{n} - \gamma \sqrt{\frac{2\,r\,s}{n^3}}$$

Siendo:

$$\frac{r}{n} = \frac{l_{x+n}}{l_x}\,;\; \frac{s}{n} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

Reemplazando:

$$\frac{l_{x+n}}{l_x} + \gamma \sqrt{\frac{2\,l_{x+n}\,(l_x - l_{x+n})}{l_x^3}} > \frac{l_{x+n}}{l_x} > \frac{l_{x+n}}{l_x} - \gamma \sqrt{\frac{2\,l_{x+n}\,(l_x - l_{x+n})}{l_x^3}}$$

IV) La probabilidad de que ocurra el hecho comprendido entre cero y l_{x+n} es $\frac{1}{2}$. Entonces nos falfa calcular la probabilidad de que se presente entre l_{x+n} y x.

Luego, tendremos que tener en cuenta lo siguiente:

$$\frac{l_{x+n}}{l_x} + \gamma \sqrt{\frac{2\, l_{x+n}\,(l_x - l_{x+n})}{l^3_x}} > \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Entonces:

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_o^{\gamma} e^{\gamma^2} d\gamma$$

De donde la probabilidad total será:

$$P_t = \frac{1}{2} + P_1$$

Ejercicio: Calcular por este procedimiento la prima pura y única de un Capital Diferido por 10 años, edad 30, suma asegurada \$ 10.000, $i = 0.05$, $P_t = 0.999$.

$$P_1 = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_o^{2.2} e^{-\gamma^2} d\gamma = 0.499 \quad \gamma = 2.2$$

$${}_nE'_x = v^n \left[\frac{l_{x+n}}{l_x} + \gamma \sqrt{\frac{2\, l_{x+n}\,(l_x - l_{x+n})}{l^3_x}} \right]$$

(1) 10.000. ${}_{10}E'_{30} = 0.6139 \left[0{,}900953 + 0{,}00348 \right] 10.000 = 5552.31$

(2) 10.000. ${}_{10}E_{30} = 0.6139 \times 0.900953 \times 10.000 = 5528{,}35$

La diferencia entre la (1) y (2) es: \$ 23.96.

NOTA: = La tabla de mortalidad que hemos tomado es la de los Sres. Porto y Sánchez.