

Revista **de** **Ciencias Económicas**

PUBLICACION DE LA FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
CENTRO DE ESTUDIANTES Y COLEGIO
DE GRADUADOS

DIRECTORES

Enrique Forn

Por la Facultad

Vicente García González

Por el Centro de Estudiantes

Juan José Guaresti (h.)

Por el Colegio de Graduados

SECRETARIO DE REDACCION

Carlos E. Daverio

REDACTORES

Esteban Balay

Jacobo Wainer

Por el Colegio de Graduados

Egidio C. Trevisán

Silvio Pascale

Por la Facultad

José M. Cascarini

J. Domingo Mestorino

Por el Centro de Estudiantes

AÑO XXII

NOVIEMBRE DE 1934

SERIE II, N° 160

DIRECCION Y ADMINISTRACION

CALLE CHARCAS 1835

BUENOS AIRES

de Miguel Castro

Cálculo global de intereses

Algunas grandes Instituciones de Crédito, como también ciertas Cajas de Previsión, necesitarían poder determinar en forma global los intereses ganados durante un período de capitalización para controlar las cifras determinadas por el procedimiento corriente — bastante engorroso — de analizar, separadamente, cada uno de los créditos concedidos.

No sólo con el objeto de facilitar el control de tales operaciones, sino con el de simplificar el trabajo que demanda la contabilización de ellas, he buscado un medio de determinar globalmente los intereses que durante un cierto período han ganado los capitales invertidos en créditos “tipo hipotecario”, o sea, que se desarrollan de acuerdo con la fórmula conocida en matemáticas como “fórmula general de las amortizaciones”.

Supongamos que se presta la cantidad C al tanto por uno i mediante la obligación de cancelarla con cierto número de dividendos d de pago vencido. (La amortización y el tiempo quedan definidos por d).

Es evidente que el saldo $C^{(m)}$ después de transcurridos m períodos de capitalización y de haberse abonado m dividendos d es:

$$1) \quad C^{(m)} \times C(1+i)^m - \frac{d[(1+i)^m - 1]}{i}$$

$$1^* \quad C^{(m)} = C \cdot q^m - d \cdot s_{\overline{m}|i}$$

Se puede demostrar, además que:

$$2) \quad d - [C^{(m-1)} - C^{(m)}] = i \cdot C^{(m-1)}$$

ya que: $C^{(m-1)} - [d - i \cdot C^{(m-1)}] = C^{(m)}$, o sea, que el interés ganado durante un período de capitalización: $(i \cdot C^{(m-1)})$ es

igual al dividendo menos la diferencia entre los saldos a principio y fin del período.

Ahora bien, siendo las expresiones 1) y 2) independientes del plazo de duración de las deudas y de la tasa de amortización, es incuestionable que si se agrupan todos los préstamos otorgados a la misma tasa de interés por "vigencia" de ellos (llamo vigencia al tiempo corrido expresado en períodos de capitalización), es incuestionable digo, que se pueden determinar *globalmente* los intereses de todos esos préstamos. Bastará para ello:

1º — Confeccionar por cada préstamo una ficha (mejor si es Hollerith) que contenga *lo menos* los siguientes datos:

- a) Fecha inicial (del primer período).
- b) Monto del préstamo.
- c) Monto del dividendo.
- d) Tasa de interés.

2º — Agruparlos por "vigencia". (Después de haber agregado las nuevas fichas, retirado las vencidas y ejecutado las modificaciones del ejercicio).

3º — Realizar las operaciones indicadas en la planilla que adjunto (A.)

4º — Sumar las columnas III, VI y IX de la planilla y aplicar la siguiente expresión:

$$3) \quad I = \sum d - [\sum C^{(m-1)} - \sum C^{(m)}]$$

considerando que: $\sum C^{(m-1)}$ es el valor análogo a: $\sum C^{(m)}$ determinado por medio de la planilla anterior (o de fines del período precedente).

Como es natural, el procedimiento indicado tiene tanta o más importancia cuanto mayor sea el número de préstamos otorgados a distintos plazos, *pero a la misma tasa de interés*, que haya que analizar.

He dicho que por el camino insinuado no sólo puede conseguirse un buen control de las operaciones, sino que la eliminación absoluta del análisis y desarrollo de cada uno de los créditos. En efecto, pudiendo con el auxilio de una Tabla de Amortización conocerse el saldo de cada préstamo, en un momento dado, sólo a gastos y trabajos inútiles conduciría el llevar, además de la "ficha" a que me referí, un detalle del desarrollo de cada préstamo.

A continuación voy a señalar un procedimiento análogo más ventajoso que el esbozado.

(A)

Vigencia (m)	Cantidad de préstamos	Monto de los préstamos	q^m	$q^m \cdot C$ III . IV	Dividendos (d)	$a \frac{m}{n}$	$d \cdot s \frac{m}{n}$ VI . VII	$C^{(m)}$ V — VIII	Vigencia (m)
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X

Si designamos con n el número de períodos en que se amortiza una deuda, $(n - m)$ representa el tiempo que falta, después de transcurridos m períodos, para la extinción de la deuda. Y es también evidente que:

$$C^{(m)} = d \frac{v(1 - v^{n-m})}{1 - v} = d \frac{1 - v^{n-m}}{i}$$

$$4) \quad C^{(m)} = d \cdot a_{\overline{n-m}|i}$$

Fácil es, por lo demás, demostrar que:

$$C^{(m)} = d \cdot a_{\overline{n-m}|i} = C_{qm} - d \cdot s_{\overline{m}|i} \text{ ya que para: } m = n$$

$$C^{(n)} = 0 = C_{qn} - d \cdot s_{\overline{n}|i}$$

Ahora bien, si tabulamos los valores de: $a_{\overline{n-m}|i}$ y confeccionamos una planilla para los valores de: $C^{(m)}$ según la fórmula 4) y agrupamos los préstamos considerando su vencimiento, podremos aplicar la expresión:

$$3) \quad I = \sum d - [\sum C^{(m-1)} - \sum C^{(m)}]$$

y obtener con menos operaciones (la planilla de agrupaciones en este caso es más simple) el mismo resultado que se perseguía.

Antes de analizar las diferencias y ventajas recíprocas de ambos procedimientos, veamos cómo sería la nueva planilla de agrupación y la "ficha" de control de los créditos:

Término del Préstamo (Mes y año)	Períodos por transcurrir ($n - m$)	Cantidad de Préstamos	Monto de los Préstamos	Dividendos	$a_{\overline{n-m} i}$	$C^{(m)}$ V VI
I	II	III	IV	V	VI	VII

(En esta planilla se considerarían, naturalmente, todos los préstamos vigentes, es decir, los computados el mes anterior más los nuevos y menos los vencidos; previa realización de todas las modificaciones que hubiere sido necesario efectuar).

Haciendo las sumas de las columnas V y VII tendríamos, respectivamente: $\sum d$ y: $\sum C^{(m)}$. En consecuencia, para conocer el valor de I (fórmula 3) sólo nos faltaría: $\sum C^{(m-1)}$; pero este valor lo proporciona la planilla del período anterior.

La "ficha" de control de los créditos debería tener, a lo menos, los siguientes datos:

- a) Término del préstamo (mes y año).
- b) Monto del préstamo.
- c) Dividendo.
- d) Tasa de interés.

En los casos de préstamos en que se fijan previamente la tasa de interés y el plazo, o sea, en aquellos en que se paga un número exacto de dividendos, el segundo procedimiento tiene ventajas sobre el primero, por cuanto siendo la determinación de $C^{(m)}$ más sencilla, el cálculo de los intereses se puede hacer más rápidamente.

Pero cuando se trata de deudas a tasas de interés y amortización previas, en que el plazo (número de períodos de amortización) resulta generalmente un número mixto; o, lo que es lo mismo, en que por lo común resulta un último dividendo algo diferente del fijado de acuerdo con las tasas de interés y amortización, el procedimiento de agrupación por "períodos por transcurrir" provoca errores sistemáticos que el primer procedimiento reduce a un mínimo tolerable.

Sin embargo, puede evitarse este inconveniente (y en tal caso el segundo método es ideal) por dos medios:

1º — Modificando la tasa de amortización de tal manera que resulte un número entero de períodos; o,

2º — Cobrando inmediatamente después de constituido el crédito — como si se tratara de una "especie" de primer dividendo anticipado — el valor actual de la última cuota que habría que pagar después de transcurridos los períodos enteros del plazo.

Para aclarar las ideas, pensemos que si se designa con:

i , el tanto por uno de interés *anual*

t , el tanto por uno de amortización *anual*

K , fraccionamiento de la anualidad. (Si el dividendo es mensual, $K = 12$).

$$5) \quad n = \frac{\log \left(1 + \frac{i}{t}\right)}{\log \left(1 + \frac{i}{K}\right)}$$

Como en general n será igual a:

$$n' + \frac{p}{q}$$

conseguiríamos un plazo de períodos enteros, o sea, un número entero de dividendos iguales, si variáramos ligeramente t haciendo: $n = n'$ ó $n = n' + 1$, según quisiéramos elevar o reducir un tanto el dividendo previsto.

El otro medio consistiría —como he dicho— en calcular el “valor actual” del último dividendo fraccionario:

Sabemos que:

$$C = \frac{d}{i} (1 - v^n)$$

Para:

$$n = n' + \frac{p}{q}$$

$$C = \frac{d}{i} (1 - v^{n' + \frac{p}{q}})$$

Sumando y restando v^n del paréntesis,

$$7) \quad C = \frac{d}{i} (1 - v^{n'}) + \frac{d}{i} (v^{n'} - v^{n' + \frac{p}{q}})$$

Ahora bien, como el primer sumando de 7) representa el valor actual de los n' dividendos enteros d , es incuestionable que el otro sumando es el valor actual de la última cuota fraccionaria (del período $\frac{p}{q}$).

Deduciendo esta cuota en el momento de constituirse el crédito, *podríamos aprovechar* la Tabla de desarrollo para las tasas de interés y amortización previstas, considerar un número entero de dividendos d por pagarse y despreciar la última cuota con su respectivo período fraccionario, al utilizar la Tabla de desarrollo de la deuda.

Pero tanto para determinar con más o menos precisión el monto de los intereses, como para simplificar la agrupación y hacer tolerable la cuota inicial que exige deducir el segundo medio señalado, es necesario *calcular* el dividendo mensual vencido; y terminar, en consecuencia, con el arcaico y abusivo procedimiento de fijar dividendos semestrales vencidos y cobrarlos por sextos mensuales anticipados.

Si la deuda se liquidara antes de su término, el *saldo* proporcionado por la “Tabla de desarrollo” debería ser corregido, abonando al deudor el monto del último dividendo fraccionario pagado anticipadamente con sus intereses hasta la fecha (o lo que es lo mismo, su “valor actual” en ese momento). Por eso he dicho que sólo podría aprovecharse la Tabla de desarro-

llo de la deuda en el caso de cobrar por anticipado el último dividendo fraccionario.

Designando con: $d_{(u)}$ este dividendo:

$$v^n \cdot d_{(u)}$$

su valor en el momento de iniciarse la operación.

Ahora bien, después de transcurridos m períodos, el saldo de la deuda, si se ha pagado anticipadamente ese dividendo, no sería $C^{(m)}$ sino:

$$C^{(m)} - v^n \cdot d_{(u)} \cdot q^m \text{ o su valor equivalente}$$

$$C^{(m)} - v^{(n-m)} \cdot d_{(u)}$$

De consiguiente, la Tabla de desarrollo de una deuda debería tener las siguientes columnas:

TIEMPO		No del dividendo	SalDOS	Valor actual del último dividendo fraccionario	SalDOS efectivos (IV — V)
Años	Meses				
I	II	III	IV	V	VI

NOTA — Cuando el último dividendo fraccionario se ha pagado anticipadamente, los saldos son los de la columna VI. Estos se hallan restando a los valores de la columna IV los de la columna V.

Antes de poner término a este trabajo, quisiera indicar un procedimiento práctico relacionado con cierto aspecto secundario de la cuestión planteada.

Aunque no habrá necesidad de llevar el desarrollo de las deudas, será indispensable conocer la variación de los saldos en función de la capitalización mensual, tanto para informar sobre una deuda en determinado momento como para conocer

el último saldo y el correspondiente período $\frac{P}{q}$, el cual, por lo demás, puede determinarse, directamente, con auxilio de la fórmula 5).

Pero para estos objetos no es necesario calcular las Tablas de desarrollo completas, sino una sola columna de ellas: la de los saldos.

Con este simple propósito puede aplicarse la expresión:

$$C^{(m)} = C q^m - ds_{\frac{m}{m}}/$$

la cual para: $C = 1.000$ se transforma en:

$$C_{1000}^{(m)} = 1000 q^m - d_{1000} \cdot s_{\overline{m}} /$$

Fórmula que permite calcular simultáneamente los saldos para diversas tasas de amortización, en relación con una misma tasa de interés.

El cálculo de tales saldos simultáneos se simplifica para aquel que trabaja con una máquina Mercedes Euklid, puesto que en tal tipo de máquinas es posible determinar, inmediatamente, cada valor de $C_{1000}^{(m)}$.