economía

Revista del Colegio de Graduados en Ciencias Económicas

Publicación trimestral
Año LXI - Serie - VII - Nº 2
Abril - Junio de 1973
535

CG
Ce

EL MODELO DE GAREGNANI

Y LA READOPCION DE TECNICAS

Héctor L. Diéguez y Alberto Porto

Los autores dejan constancia de la colaboración del Licenciado Jorge L. Remes Lenicov, con quien constituyeron el grupo de trabajo que en el primer semestre de 1972 consideró un conjunto de artículos referidos a la controversia en teoría del capital.

I

En 1953 Joan Robinson publicó un artículo (3) que resultó ser el punto de partida de una activa discusión sobre varios aspectos esenciales del pensamiento neoclásico.[1] Uno de los puntos allí presentados –a modo de curiosidad y sin pretensión de relevancia– fue objeto de ulterior análisis y controversia: es el tema de readopción de técnicas.

En la **concepción neoclásica** una menor tasa de beneficio se corresponde con la adopción de técnicas más intensivas en capital. La posibilidad indicada por Joan Robinson era la de readopción a altas tasas de beneficio de técnicas utilizadas a bajas tasas pero no elegibles a tasas intermedias.

No es nuestro propósito historiar aquí la controversia sino presentar un resumen e interpretación de uno de los modelos que la escuela de Cambridge ha presentado recientemente sobre este tema. Nos referimos al modelo de Garegnani (1).

---

[1] Ver reseña en (2) y la controversia en teoría del capital en (5).

II

Garegnani considera un modelo de un bien de consumo (que se adopta como numerario) que requiere para su producción trabajo y un bien de capital en proporciones fijas. El bien de capital es también producido por trabajo y el mismo bien de capital en proporciones fijas. Existen dos posibilidades tecnológicas, que se denominan α y β. El bien de consumo y el trabajo son los mismos en ambas tecnologías, pero en cada una de ellas el bien de capital adopta formas físicas diferentes. Pueden por tanto establecerse relaciones físicas entre ambas tecnologías en lo referente al bien de consumo y al trabajo, pero relaciones que incluyan al bien de capital sólo pueden formularse en términos de valor, tomando en cuenta los precios relativos de equilibrio.

La tecnología α se describe con el sistema:

$$\begin{aligned} l_a w + c_a P_c (r + d) &= 1 \\ l_c w + c_c P_c (r + d) &= P_c \end{aligned} \qquad (1)$$

donde:

l_a = cantidad de trabajo necesaria para producir una unidad del bien de consumo;

c_a = cantidad física de bien de capital α por unidad del bien de consumo;

l_c = cantidad de trabajo por unidad del bien de capital α;

c_c = cantidad física del bien de capital α por unidad del bien de capital α;

w = salario en términos del bien de consumo (salario real);

P_c = precio del capital en términos del bien de consumo;

r = tasa de beneficio;

d = tasa de depreciación del capital α.

A su vez la tecnología β queda descripta por el sistema:

$$\begin{aligned} \bar{l}_a \bar{w} + \bar{c}_a \bar{P}_c (\bar{r} + \bar{d}) &= 1 \\ \bar{l}_c \bar{w} + \bar{c}_c \bar{P}_c (\bar{r} + \bar{d}) &= \bar{P}_c \end{aligned} \tag{2}$$

En todos los casos se suponen rendimientos constantes a escala. En cada tecnología queda determinada la relación entre salario y beneficio. Resolviendo el sistema (1), por ejemplo, se obtiene que la tecnología α da lugar a la relación:

$$w = \frac{1 - c_c (r + d)}{l_a + (l_c c_a - l_a c_c) (r + d)} \tag{3}$$

El modelo presenta pues un grado de libertad. Puede, por ejemplo, suponerse que el salario real se determina exógenamente y entonces la economía ajusta la tasa de beneficio de equilibrio, o viceversa.

El salario máximo corresponde a la tasa de beneficio nula y es por consiguiente:

$$w_{máx.} = W = \frac{1 - c_c d}{l_a + (l_c c_a - l_a c_c) d} \tag{4}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{dw}{dr} = - \frac{l_c c_a}{\left(l_a + (l_c c_a - l_a c_c) (r + d) \right)^2} \tag{5}$$

y

$$\frac{d^2w}{dr^2} = \frac{2 l_c c_a (l_c c_a - l_a c_c)}{\left(l_a + (l_c c_a - l_a c_c) (r + d) \right)^3}$$

se concluye que la función salario-tasa de beneficio tiene siempre pendiente negativa y que su derivada segunda depende del signo del paréntesis $(l_c c_a - l_a c_c)$. La frontera es convexa respecto del origen si la producción de bienes de consumo tiene una relación capital físico-trabajo mayor que la producción de bienes de capital y es en cambio cóncava respecto del origen si es la producción de bienes de capital la que presenta una más alta relación capital físico-trabajo.[2]

El precio de equilibrio de la unidad de capital α queda determinado por la expresión:

$$P_c = \frac{l_c}{l_a + (l_c c_a - l_a c_c)(r + d)}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\frac{dP_c}{dr} = \frac{-l_c (l_c c_a - l_a c_c)}{\left(l_a + (l_c c_a - l_a c_c)(r + d)\right)^2}$$

se concluye que si $(l_c c_a - l_a c_c) > 0$, el precio del capital disminuye al aumentar la tasa de beneficio; en tanto que si $(l_c c_a - l_a c_c) < 0$, entonces el precio de la unidad de capital aumenta al aumentar la tasa de beneficio.[3]

En este trabajo se supone que la tecnología α es del primer tipo (o sea que la relación capital físico-trabajo es mayor en la industria de bienes de consumo que en la industria de bienes de capital) y la tecnología β del segundo, siendo además el salario máximo mayor en la tecnología α (o sea $W > \overline{W}$), teniendo los coeficientes de ambos sistemas valores tales que las respectivas

---

2 En el primer caso, $\frac{c_c}{l_c} < \frac{c_a}{l_a}$ y entonces $(l_c \cdot c_a - l_a \cdot c_c) > 0$; en el segundo $\frac{c_c}{l_c} > \frac{c_a}{l_a}$ y entonces $(l_c \cdot c_a - l_a \cdot c_c) < 0$.

3 Las expresiones anteriores implican una relación definida entre el comportamiento del precio relativo del bien de capital y la derivada segunda de la función $w - r$. Si al aumentar la tasa de beneficio el precio relativo del bien de capital aumenta (disminuye), la función $w - r$ es cóncava (convexa) respecto del origen.

funciones w-r se cruzan dos veces. En los puntos de intersección, $w = \overline{w}$ y $r = \overline{r}$, de modo que las coordenadas de dichos puntos críticos surgen de resolver la ecuación:

$$\frac{1 - c_c\,(r + d)}{l_a + (l_c\,c_a - l_a\,c_c)\,(r + d)} =$$

$$= \frac{1 - \overline{c}_c\,(r + \overline{d})}{\overline{l}_a + (\overline{l}_c\,\overline{c}_a - \overline{l}_a\,\overline{c}_c)\,(r + \overline{d})} \tag{6}$$

que es una ecuación de segundo grado en r que permite determinar las condiciones que deben cumplir los valores de los coeficientes tecnológicos para que pueda darse el caso de dos cruces en el cuadrante positivo del espacio w-r.

Debe obserbarse que el término cuadrático –que posibilita la existencia de dos raíces– proviene del cómputo de "interés sobre interés", ya que en la industria del bien de consumo se incluye tasa de beneficio sobre un componente –el bien de capital– en cuyo costo de producción hay a su vez una imputación de tasa de beneficio.

El modelo debe interpretarse en el sentido de valores de equilibrio competitivo de largo plazo. Si prevalece en la economía un salario elevado (mayor que el correspondiente al primer cruce de las funciones w-r) la tecnología óptima es la α; a niveles intermedios de salario (comprendidos entre los valores correspondientes a las intersecciones) la tecnología óptima es la β; a niveles bajos de salario (menores que los correspondientes al segundo cruce) es de nuevo la tecnología α la óptima. Así, la tecnología α resulta óptima a bajas y altas tasas de beneficio.

Es útil analizar la intensidad de uso de factores en el modelo. Para ello es conveniente introducir el concepto de industria integrada.[4]

La industria integrada es en el modelo de Garegnani un conjunto compuesto por la cantidad de trabajo y capital necesario para producir, en condiciones de equilibrio de largo plazo (estado estacionario), una unidad del bien de consumo. La industria inte-

---

[4] Ver (1), p. 409.

grada tiene una asignación de recursos a la industria de bienes de capital suficiente para producir en cada período la reposición del capital depreciado en la producción de bienes de consumo y en la producción de bienes de capital. El lector puede verificar que por cada unidad de trabajo (o de capital) asignada a la industria de bienes de consumo debe haber:

$$\frac{c_a\, d}{1 - c_c\, d}$$

unidades en la industria de bienes de capital.

La intensidad de uso de factores es variable en cada punto de la función salario-tasa de beneficio por cuanto el capital se mide en términos de valor y el precio de la unidad de capital es función de la tasa de beneficio.[5]

Se verifica que P (valor del capital por trabajador) es igual al valor capitalizado de la ganancia por trabajador y, alternativamente, también igual al capital físico por trabajador (c) multiplicado por el precio del bien de capital, o sea que:

$$B = \frac{W - w}{r} = c \cdot p_c$$

Como c es constante, se tiene que:

$$\frac{dB}{dr} = c \cdot \frac{dp_c}{dr}$$

De acuerdo con los supuestos adoptados sobre las relaciones capital físico-trabajo en cada tecnología, surge de la relación anterior que el valor del capital por trabajador disminuye en la tecnología α al aumentar la tasa de beneficio, y en cambio aumenta en la tecnología β. Sin embargo, el valor del capital es mayor en α que en β aun en el segundo punto de cruce de las funciones

---

[5] El trabajo y el capital físico por unidad de producto son constantes para cada tecnología, cualquiera sea el punto de equilibrio de la función w — r en que la economía se encuentre. El valor del capital, en cambio, depende del punto de equilibrio. La comparación entre puntos de una misma función w — r (o sea correspondientes a la utilización de una misma técnica) dan lugar al denominado "efecto precio de Wicksell", que alude al cambio de valor del mismo capital físico al variar la tasa de beneficio. La comparación de valores de capital en puntos de cruce de funciones w — r refleja la diferencia de dicho valor entre distintas técnicas y es el denominado "efecto real de Wicksell" que ocurre al cambiar de técnica de producción.

$w - r$.[6] De tal modo la readopción de la técnica α a altas tasas de interés implica pasar a una técnica con mayor intensidad de uso de capital por trabajador.[7]

Garegnani no provee una explicación conceptual de porqué se produce tal readopción de la técnica α y ello puede inducir al

---

6 El valor del capital por trabajador es mayor en α que en β para el intervalo de tasa de beneficio comprendido entre cero y el segundo punto de intersección de las funciones $w - r$. A valores mayores de la tasa de beneficio el capital en β puede o no llegar a ser mayor que el de α, pero ello no es relevante para explicar la readopción de la técnica α. Es fácil ver que el valor del capital por trabajador en los puntos críticos es mayor para la tecnología α que para la tecnología β, por unidad de ocupación, pues el valor correspondiente a α es:

$$\overline{B} = \frac{W - w}{r}$$

y el correspondiente a β es:

$$B = \frac{\overline{W} - \overline{w}}{\overline{r}}$$

y como en dichos puntos $w = \overline{w}$ y $r = \overline{r}$, en tanto que $W > \overline{W}$, entonces $B > \overline{B}$.

7 El signo de $\frac{dw}{dr}$ y las relaciones halladas entre $\frac{d^2w}{dr^2}$, $\frac{dp_c}{dr}$ y $\frac{dB}{dr}$ permiten establecer una explicación conceptual de la forma de la función $w - r$ correspondiente a una tecnología dada.

Se demostró antes que $\frac{dw}{dr} < 0$, o sea, que la pendiente de la función $w - r$ es negativa. Esto refleja el hecho de que al ser constante el producto por trabajador ($W = rB + w$), al aumentar el salario debe necesariamente disminuir el beneficio por trabajador.

En caso de ser el valor del capital por hombre constante en cada punto de la función $w - r$, entonces ante un aumento en el salario por trabajador la tasa de beneficio debe disminuir de modo de provocar una caída igual en el beneficio por trabajador. O sea, $dw = - dr\,B$. Como B es constante $\frac{dw}{dr} = - B$, de modo que tal constancia del valor del capital por hombre sólo es compatible con una función $w - r$ lineal, que no es el caso del modelo que se comenta, pues no se cumple el requisito de igual intensidad de capital en la industria del bien de consumo y en la industria del bien de capital.

Si el valor del capital por hombre disminuye (aumenta) al disminuir la tasa de beneficio, entonces ante un aumento en el salario por trabajador la disminución necesaria en la tasa de beneficio será menor (mayor) que en el caso anterior, en que el valor del capital por hombre permanecía constante. Estos son los dos casos que se presentan en el modelo.

error de concebir su modelo como proporcionando una explicación alternativa (vía diferentes proporciones de intensidades de uso de factores en la industria del bien de consumo respecto a la industria del bien de capital para distintas tecnologías) de la explicación previamente conocida basada en los procesos de gestación de los bienes, de acuerdo, por ejemplo, al modelo de Sraffa (6).

La explicación ha sido sintetizada en un conciso ejemplo por Samuelson. Supóngase –para un modelo de capital circulante–, que se dispone de dos técnicas alternativas para producir champagne. La técnica A consiste en producir brandy en el período t - 2 utilizando siete hombres durante un período, y luego en un período subsiguiente el brandy fermenta convirtiéndose en una unidad de champagne en el período t. La técnica B consiste en producir (dos hombres son requeridos durante un período) jugo de uva en el período t - 3, luego en el período siguiente el jugo así elaborado se convierte en vino y en el período subsiguiente (aplicando seis hombres) se lo puede convertir en una unidad de champagne disponible en el período t y de calidad idéntica al resultante de utilizar la tecnología A.

A bajas tasas de interés la capitalización del trabajo insertado en diferentes períodos no afecta la optimalidad de la técnica A, que utiliza menos mano de obra (siete hombres-período contra ocho de la técnica B). A niveles muy altos de la tasa de beneficio la técnica A es también la óptima, por cuanto la carga de interés compuesto sobre el costo de trabajo en el período t - 3 en la técnica B la torna antieconómica. Pero a niveles intermedios de la tasa de beneficio es la técnica B la óptima.[8]

El modelo de Garegnani no introduce una explicación alternativa (no dice hacerlo, pero tampoco aclara la relación de su modelo con tal explicación), sino que es un ejemplo más de la misma explicación, pues el modelo tiene implícita la estructura de diferencias de inserción temporal de los costos, al existir bienes de capjital sobre los que hay un recargo por beneficio, lo que conduce al tema de interés compuesto y elección de técnicas en condiciones en que es posible la readopción a altas tasas de beneficio de técnicas utilizadas a tasas bajas, pero que son subóptimas a tasas intermedias.

III

En esta sección se presenta un modelo con estructura temporal distinta a la implícita en el modelo de Garegnani para ejemplificar que al no presentar el fenómeno de interés compuesto no da lugar a readopción de técnicas. Las alternativas tecnológicas (α y β) son las mismas que en las dos secciones anteriores de modo que son iguales los coeficientes tecnológicos y de depreciación correspondientes a las tecnologías α y β.

$$\text{tecnología } \alpha \quad \begin{cases} w \cdot l_a + c_a \cdot p_c \cdot (r + d) = 1 \\ w \cdot l_c + c_c \cdot p_c \cdot d = p_c \end{cases} \tag{7}$$

$$\text{tecnología } \beta \quad \begin{cases} \overline{w} \cdot \overline{l_a} + \overline{c_a} \cdot \overline{p_c} \cdot (\overline{r} + \overline{d}) = 1 \\ \overline{w} \cdot \overline{l_c} + \overline{c_c} \cdot \overline{p_c} \cdot \overline{d} = \overline{p_c} \end{cases} \tag{8}$$

Dicho modelo puede por ejemplo interpretarse representando un caso en que la producción de bienes de capital es instantánea (teniendo en cuenta el propósito del ejemplo, no es necesario examinar otras posibles interpretaciones).

---

[8] Ver (4) para un mayor detalle e ilustración numérica del ejemplo. El tema de interés compuesto también puede dar lugar a readopción de técnicas no a través de diferencias en la estructura temporal de costos sino a consecuencia de diferencias en la estructura temporal de la producción, como se explica en (4).

La relación entre tasa de beneficio y salario está dada, para la tecnología α, por la expresión:

$$w = \frac{1 - c_c d}{l_a + c_a \cdot l_c \cdot r + d\,(l_c \cdot c_a - c_c\, l_a)} \qquad (9)$$

Las funciones $w - r$ correspondientes a las tecnologías α y β tienen sólo para $r = 0$ los mismos valores que en el modelo de Garegnani, o sea que los máximos niveles de salario son los mismos. Pero las funciones difieren en todos los demás puntos, siendo decrecientes y ambas convexas respecto del origen. Para todo nivel de salario el valor absoluto de la pendiente es siempre mayor para la misma tecnología, o es siempre igual en ambas, de modo que las funciones o no se cortan o se cortan una sola vez, sin que pueda producirse readopción de técnicas.

El eventual punto de intersección (que de existir es único) se determina igualando (9) con la función $w - r$ correspondiente a la tecnología β, o sea:

$$\frac{1 - c_c \cdot d}{l_a + c_a \cdot l_c \cdot r + d\,(c_a \cdot l_c - c_c \cdot l_a)} =$$

$$\frac{1 - \bar{c}_c \cdot \bar{d}}{\bar{l}_a + \bar{c}_a \cdot \bar{l}_c \cdot \bar{r} + \bar{d}\,(\bar{c}_a \cdot \bar{l}_c - \bar{c}_c \cdot \bar{l}_a)}$$

Si en el modelo las funciones $w - r$ correspondientes a las dos tecnologías se cruzan una sola vez, ello implica el cumplimiento de la regla de adopción de tecnologías intensivas en trabajo a bajos salarios (y altas tasas de interés) y de tecnologías intensivas en capital a altos salarios (y bajas tasas de interés), con un solo punto crítico de cambio.

En nuestro caso de opción entre α y β, la tecnología α es óptima a bajas tasas de interés por su mayor producto por trabajador, pero a partir de una cierta tasa crítica de beneficio la tecnología β es la elegible por cuanto su menor uso de capital compensa su menor producto por trabajador.

Se verifica que la eliminación del interés compuesto del modelo de Garegnani deja sin efecto la posibilidad de readopción de técnicas.

Ubicar la explicación conceptual del fenómeno no implica, obviamente, pretender disminuir su interés analítico. Más aún, siendo el sistema de fijación de precios en una economía competitiva de mercado el sintetizado en el modelo de Garegnani y estando allí localizada la causa de la readopción de técnicas se aumenta la posible relevancia empírica de tal readopción, que fuera inicialmente presentada por Joan Robinson a modo de un simple "curiosum".

RESUMEN

Se presenta el modelo de Garegnani, interpretándolo como un caso particular de la explicación general de posibilidad de readopción de técnicas por el fenómeno de interés compuesto, que aparece en modelos con estructuras temporales de costos y/o producción. Se considera un modelo con estructura temporal distinta, en que el interés compuesto no existe, verificándose que no da lugar a readopción de técnicas.

REFERENCIAS

(1) GAREGNANI, P.; Heterogeneous capital, the production function and the theory of distribution, **Review of Economic Studies**, vol. 37, N° 111, July 1970.

(2) HARCOURT, G. C.; Some Cambridge controversies in the theory of capital, **Journal of Economic Literature**, June 1969.

(3) ROBINSON, J.; The production function and the theory of capital, **Review of Economic Studies**, vol. 21, N° 55, 1953-1954.

(4) SAMUELSON, P. A.; A summing up, **Quarterly Journal of Economics**, vol. 80, 1966.

(5) SYMPOSIUM "Paradoxes in capital theory", **Quarterly Journal of Economics**, vol. 80, 1966.

(6) SRAFFA, P.; **Producción de mercancías por medio de mercancías**, Oikos-Tau, Barcelona, 1966.