

# IMPACTO DE EVENTOS EXTREMOS EN LA GESTIÓN DE PORTAFOLIOS

*Flavia E. Matsuda Yamada*  
*Javier I. García Fronti*

## INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de procedimientos para la gestión de riesgos financieros, la herramienta VaR es una de las más modernas y abarcativas, que engloba otras como por ejemplo las técnicas de valuación. El Comité de Basilea la ha incluido a comienzo de la década de 1990, y a partir de allí se ha convertido en una de las herramientas estándar más empleadas. La misma, que en sus orígenes se había desarrollado para cuantificar el riesgo de mercado y luego se la ha integrado al riesgo de crédito, tiene la ventaja de poder ser comprendida fácilmente por agentes no especializados técnicamente. La simplicidad de su concepto la convierte en una poderosa herramienta que favorece la comunicación entre los especialistas técnicos y los directivos. Adicionalmente, su popularidad se debe a la practicidad, ya que mide el riesgo resumiéndolo en un sólo número.

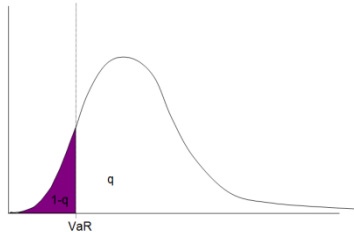
El trabajo está estructurado del siguiente modo: En la primera sección se presenta la herramienta Valor a Riesgo (VaR), se hace hincapié en el VaR bajo el supuesto de que los rendimientos de los activos se distribuyen normalmente. En la segunda se introduce el concepto de la Teoría de los Valores Extremos o EVT, (por sus siglas en inglés) y se centra la atención en los modelos *Peak over the threshold*. Luego se muestra el cálculo del VaR cuando los activos presentan rendimientos con distribuciones de colas pesadas. Para ello se aplica la EVT al mismo. Se detallarán los pasos a seguir para el cálculo. Seguidamente se presenta un caso práctico en el que se aplican los conceptos descriptos en las secciones precedentes. Se trata de un portafolio compuesto por ocho activos. A modo de conclusión, se recopilan los puntos resaltantes del trabajo y se realiza un análisis de los resultados obtenidos en el caso práctico. Finalmente, en el Anexo se hará un resumen de algunos conceptos estadísticos utilizados.

# 1. VALOR A RIESGO (VAR)

El Valor a Riesgo mide la peor pérdida dentro de un horizonte de tiempo, dado un nivel de confianza  $q$ . Brinda un límite superior de pérdida que sólo es superado en una proporción muy pequeña de casos. Se trata del cuantil de la distribución proyectada de las ganancias y pérdidas dentro de un horizonte de tiempo. (Jorion, 1997). Matemáticamente puede expresarse

$$VaR_q = F^{-1}(1-q) \quad (1), \text{ o lo que es lo mismo } \int_{-\infty}^{VaR} f(x) dx = 1-q \quad (2)$$

Gráficamente se representa del siguiente modo:



De este modo se realiza un análisis estático de las posiciones tomadas en un portafolio de inversión.

## 1.1 Modelo Delta-Normal

En este modelo se asume que los rendimientos de los activos de la cartera se distribuyen normalmente. Dado que el portafolio es una combinación lineal de los mismos, por las propiedades de las variables aleatorias normales, el rendimiento de la cartera también estará distribuido normalmente.

La variable aleatoria utilizada en el análisis es la tasa de rendimiento de la cartera. Para ello se determinan primero los rendimientos de cada activo  $i$ .

Debido a que al asumir una distribución normal de los rendimientos pueden obtenerse precios negativos, se utilizarán los rendimientos

geométricos: 
$$r_t = \text{Log} \left( \frac{P_t + D_t}{P_{t-1}} \right) \quad (3)$$

Asumiendo por simplicidad que no se pagarán dividendos,

$$r_{i,t} = \text{Log} \left( \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \right) \quad (4)$$

Definidos los rendimientos de cada activo  $i$ , puede definirse el rendimiento del portafolio:

$$R_t = \text{Log} \left( \frac{\sum_{i=1}^n W_i P_{i,t}}{\sum_{i=1}^n W_i P_{i,t-1}} \right) \quad (5)$$

Donde  $i = 1, 2, \dots, n$  es la cantidad de activos y  $t$  es el tiempo medido en días.

El procedimiento para el cálculo del VaR consta de tres pasos:

Paso 1: Se parte de un valor inicial de la cartera  $W = R_0$  (6)

Paso 2: Se calcula el desvío del portafolio  $\sigma_p$

Paso 3: El cálculo del VaR será:  $\boxed{VaR_p = Z_q * \sigma_p * W}$  (7)

Donde  $Z_q$  es la variable estandarizada correspondiente al nivel de confianza  $q$ . Para el cálculo del desvío del rendimiento del portafolio y de los rendimientos de los activos, debe remitirse al Anexo I.

Este modelo, al asumir normalidad, centra su atención en los valores centrales de la distribución y subestima el verdadero valor de las colas de la distribución. Por ello en los últimos años se ha hecho práctica común, sobre todo por parte de los agentes más aversos al riesgo, un estudio orientado a los valores extremos.

## 2. TEORÍA DE VALORES EXTREMOS (EVT)

Los eventos extremos se refieren a aquellos con una frecuencia muy baja e intensidad muy alta, es por ello que esta teoría es conocida también

como la de los pequeños números. La razón por la que su estudio es de tanto interés es justamente su alto costo, tanto económico como político y social. El objetivo es estar preparado para mitigar los daños económicos que son causados a una población, pero también prevenir y reducir las víctimas humanas y las consecuencias políticas que pueden acarrear. Una alerta temprana de cualquier catástrofe puede ser la diferencia entre la vida o la muerte. En el caso de un portafolio de inversión, una investigación del comportamiento del mercado que tenga en cuenta este tipo de eventos extremos, puede ser la diferencia entre lograr beneficios o la quiebra.

La Teoría de Eventos Extremos se basa en herramientas estadísticas para medir y cuantificar estos eventos y las consecuencias que producen. Estos se manifiestan en las colas de las distribuciones. Para ello debe encontrarse una función de distribución que se ajuste a los datos empíricos.

Los modelos Pick Over the Threshold se proponen analizar las observaciones de gran valor que sobrepasan un umbral suficientemente alto. Se trata del estudio de los riesgos residuales más allá de una pérdida grande. En este sentido, se realiza un análisis condicional.

Para ese fin, a continuación se introducen los conceptos acerca de esta teoría para su posterior aplicación al cálculo del VaR.

## 2.1 Función exceso de pérdida sobre el umbral

$$F_u(y) = P(X - u \leq y \mid X > u) \quad (8)$$

Con  $0 \leq y \leq x_0 - u$  donde  $x_0 \leq \infty$  es un umbral. Esta función representa la probabilidad de que el exceso de pérdida sea a lo sumo  $y$  dado que se ha sobrepasado el umbral  $u$ .

## 2.2 Teorema

$$\lim_{u \rightarrow x_0} \sup_{0 \leq y \leq x_0 - u} \left| F_u(y) - GP_{\xi, \mu, \sigma}(y) \right| = 0 \quad (9)$$

A medida que el umbral aumenta, la función de exceso de pérdida converge a una generalizada de Pareto. De este modo para valores de  $x$

mayores al umbral con función de distribución  $F$ , la función de distribución de excesos  $F_u$  será la generalizada de Pareto:

$$F_u \text{ y } = GP_{\xi, \mu, \sigma} \text{ y } \quad (10)$$

(Picklands, Balkema-in Haan result).

La función de distribución Generalizada de Pareto (GPD) es la siguiente: [1] (Bassi, Embrechts and Kafetzaki ,1998:15)

$$GP_{\xi, \mu, \sigma} = 1 - \left[ 1 + \xi \left( \frac{y - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi} \quad (11)$$

## 2.3 Elección del umbral

El umbral escogido debe ser lo suficientemente alto como para que el teorema pueda ser aplicado y lo suficientemente bajo como para poder contar con suficiente información. Un umbral demasiado pequeño tendrá como resultado estimadores sesgados y uno muy grande estimadores con alta varianza. La elección del mismo deberá tener en cuenta el trade off entre estas características.

Existen dos enfoques gráficos para la elección del umbral límite. Por un lado observando el gráfico del exceso medio (mean excess) y por el otro a través del gráfico de Hill.

## 2.4 Gráfico de Mean Excess Function

Dado un umbral  $x_0$  la función mean excess over the threshold se define como la esperanza del exceso sobre el umbral  $e u = E X - u / X > u$  (12), donde  $0 \leq u < x_0$  Para la distribución

generalizada de Pareto esta función se define como:  $e u = \frac{\sigma + \xi u}{1 - \xi}$  (13)

donde  $\sigma + \xi u > 0$ . La función mean excess se localiza entre  $e u = \lambda^{-1}$  (14), que es la correspondiente a la función de distribución exponencial y la GPD. La misma es lineal y tiende a infinito conforme lo hace el umbral. Por lo tanto el umbral seleccionado será aquel que se encuentre en un área donde el gráfico sea lineal.

## 2.5 Gráfico de Hill

Para comenzar debe ordenarse los estadísticos de menor a mayor (tratándose de pérdidas con signo negativo), de las variables aleatorias iid,  $X_1, \dots, X_n$  obteniéndose  $X_n^n < \dots < X_s^n < \dots < X_1^n$ . El estimador de Hill, que es el estimador máximo verosímil de la GPD, para el parámetro de forma  $\xi$  utilizando  $s+1$  estadísticos es: (Bassi, Embrechts and Kafetzaki, 1998:14)

$$H = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \ln X_i - \ln X_{s+1} \quad (15)$$

El gráfico de Hill estará definido por las siguientes coordenadas:

$$s, H^{-1} \quad \text{donde } 1 \leq s \leq n-1.$$

El umbral  $u$  seleccionado será aquel a partir del cual el gráfico comience a estabilizarse. De acuerdo a este criterio, la selección será en parte subjetiva, ya que no habrá un único umbral correcto.

## 3. VAR BAJO LA TEORÍA DE VALORES EXTREMOS

En este capítulo se presenta un esquema de pasos a seguir para la determinación del VaR en el contexto de la Teoría de Valores Extremos.

### 3.1 Paso 1: Exploración de los datos

Para comenzar a hacer un análisis de variables con distribuciones de colas pesadas, primero debe cerciorarse de que los datos con que se cuenta presentan efectivamente dicho comportamiento. Dado que en este trabajo se pretende realizar un análisis comparativo del VaR Normal y el Var Extremo, se comienza descartando la normalidad en la distribución de los log- rendimientos. Para tal efecto pueden destacarse tres procedimientos:

**QQ Plot.** Dada una sucesión de variables aleatorias iid  $X_1, \dots, X_n$ , y  $X_n^n < \dots < X_s^n < \dots < X_1^n$  la misma en orden ascendente, donde el subíndice indica el orden, siendo  $F_n = \frac{n-k+1}{n}$  (16) su función de

distribución empírica y  $F$  la distribución teórica (en este caso la distribución normal), el gráfico QQ Plot estará definido por las siguientes coordenadas:

$$\left\{ X_s^n, F^{-1}\left(\frac{n-s+1}{n}\right) \right\} \text{ para } s=1, \dots, n \quad (17).$$

**Curtosis.** Puede demostrarse que la función de distribución normal posee como una de sus características principales una curtosis igual a 3. Puede definirse como la división entre el cuarto momento centrado y la varianza al cuadrado:

$$\kappa = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{E\left[ X - \mu^4 \right]}{\sigma^4} \quad (18)$$

**Mean Excess Function.** Se trata de la media de la función exceso sobre el umbral (12) mencionada precedentemente en la sección 2:  $e u = E X - u / X > u$ .

Se estará frente a una distribución de colas pesadas siempre que la pendiente de la función sea positiva.

### 3.2 Paso 2: Determinación de la sub-muestra a analizar

Como primer paso debe realizarse la elección del umbral límite. Luego se procede a identificar la serie de los estimadores que se utilizarán como datos, es decir, la parte de la cola afectada.

Dado el umbral  $u$  y las variables aleatorias que superan el mismo  $X_1, \dots, X_n$ , se determinan las variables de excedentes  $Y_1, \dots, Y_n$ , donde  $Y_i = X_i - u$ . La función de distribución de esta variable será  $F_u$  y  $P Y \leq y / X > u$  (19), para  $y > 0$ .

### 3.3 Paso 3: Estimación de la cola

Puede demostrarse que  $F x = 1 - F u GP_{\xi, \mu, \sigma} y + F u$  (20) (McNeil, 1999).

De este modo puede estimarse la cola de la distribución original mediante dos estimaciones separadas: la de las variables que superan el umbral y la de las que no lo hacen.

Se define  $N_u$  como la cantidad de datos que exceden el umbral, por lo tanto  $F_u = \frac{n - N_u}{n}$  (21) es la probabilidad acumulada hasta el umbral.

$\hat{F}_x = 1 - \frac{N_u}{n} \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - u - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-1/\xi}$  (22) es el estimador de la cola de la distribución.

### 3.4 Paso 4: Estimación de parámetros

**Estimadores basados en la optimización.** Conociendo a priori el hecho de que las distribuciones empíricas y teóricas no coincidirán con exactitud, el propósito es que se aproximen lo más que se pueda y que ese error sea cuantificable. El estimador utilizado en este apartado es el estimador Cramér von Mises.

El estimador  $\theta$  es el que

$$\text{Min } Q(\theta) = \sum_{k=1}^t v_k \left[ H_k(c_k; \theta) - H_n(c_k) \right]^2 \quad (23), \text{ donde } c_k \text{ y } v_k \text{ son}$$

seleccionados arbitrariamente,  $H_k(c_k; \theta)$  es la distribución teórica y  $H_n(c_k)$  la empírica.

### 3.5 Estimación del cuantil

Finalmente para un nivel de confianza  $q > F_u$ , el VaR será calculado como:

$$\hat{VaR}_q = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left\{ \left[ \frac{n}{N_u} (1 - q) \right]^{-\hat{\xi}} - 1 \right\} + \hat{\mu} \quad (24)$$



## 4. CASO PRÁCTICO

### 4.1 Presentación del portafolio de inversión

El portafolio analizado se compone de ocho activos, se trata de las cotizaciones diarias de Sony Corporation, Google Inc., Exxon Mobil Corporation, Molinos Río de la Plata, Mapfre S.A., Toyota Motor Corporation, Tenaris S.A., Pfizer Inc.

Se toman datos históricos, desde el 4 de mayo de 2007 hasta el 10 de marzo de 2011. La cantidad de datos de precios es 1001 y la de los log-rendimientos es  $n = 1000$ .

En primer lugar se hará un análisis bajo el supuesto de normalidad y luego incorporando EVT. En ambos casos, se calculará el VaR para cada activo por separado y para el portafolio. Se tendrán en cuenta diferentes niveles de confianza.

### 4.2 Modelo Delta Normal

Los resultados obtenidos para cada activo se resumen en el siguiente cuadro:

VaR	Sony	Google	Exxon Mobil	Toyota	Pfizer	Mapfre	Tenaris	Molinos
99%	0.008165	-0.000872	0.001321	0.002005	0.007397	-0.025128	-0.031816	0.009475
99.90%	0.008240	-0.000880	0.001333	0.002023	0.007465	-0.025356	-0.032105	0.009561
99.99%	0.008247	-0.000881	0.001334	0.002025	0.007471	-0.025379	-0.032134	0.009570

Luego, el VaR para la cartera resulta:

VaR	Suma	Portafolio
99%	-0.029452	-0.000014
99.90%	-0.029720	-0.000014
99.99%	-0.029747	-0.000014

Puede observarse que la suma de los VaRs es superior al VaR del portafolio, producto de la diversificación.

		Rendimientos								
Desde	23-Mar-07	Sony	Google	Exxon	Toyota	Pfizer	Mapfre	Tenaris	Molinos	Portafolio
Hasta	11-Apr-11	-0.24443	0.09697	0.05506	-0.24078	-0.09392	-0.13428	0.19408	0.93823	0.01530
	12-Aug-11	-0.39278	-0.08662	-0.01784	-0.25287	-0.15738	-0.20783	0.03269	0.88303	-0.05151

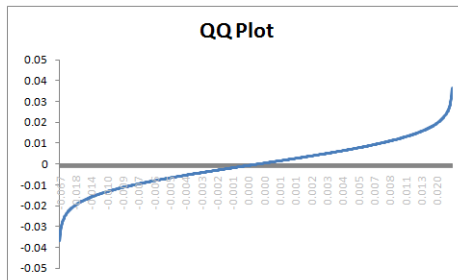
Los datos utilizados son hasta el 10 de marzo, día anterior al terremoto en Japón. Al 11 de abril el rendimiento de la cartera es de 0.0153 y al 12 de agosto es de -0.05151, este último superior a la estimada a priori a través del VaR asumiendo una distribución normal, cualquiera sea el nivel de confianza.

### 4.3 VaR Extremo

#### 4.3.1 Sony Corporation

##### 4.3.1.1 Pruebas de normalidad

$$\text{Curtosis} = 8.859 > 3$$

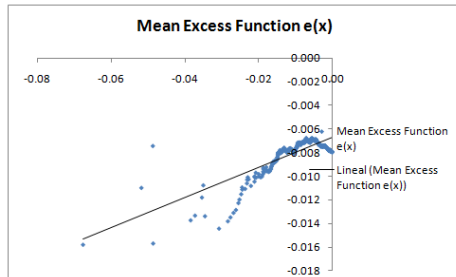


La función de exceso medio se puede aproximar a través de la función de exceso medio empírico. Dada una sucesión de variables aleatorias iid  $X_1, \dots, X_n$ , y  $X_n^n < \dots < X_s^n < \dots < X_1^n$  la misma en orden ascendente, ya que en este caso se toman las pérdidas con signo negativo y las ganancias con positivo.

$$\hat{e}_u = \frac{\sum_{j=1}^n \text{Max } X_j - u; 0}{N_u} \quad (25)$$

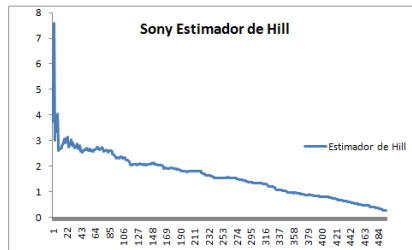
Es práctica común tomar como umbral a las observaciones mismas, de modo que  $u = X_{k+1}$ . Para  $s = 1, \dots, n-1$

$$\hat{e} X_s = \frac{\sum_{j=1}^s X_j}{s} - X_{s+1} \quad (26)$$

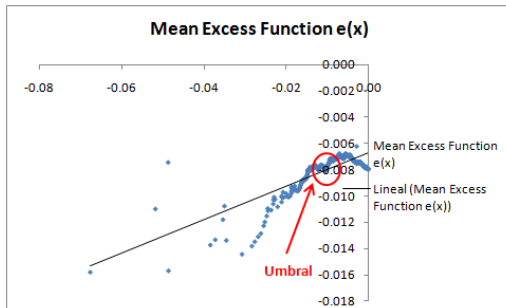


Se descarta normalidad en los rendimientos.

#### 4.3.1.2 Estimación del umbral



El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



De acuerdo a la función de excesos medios se elige  $s = 57$ , como punto en el cual la función de exceso de pérdida se encuentra en una recta lineal creciente. De este modo el umbral es  $u = -3.124815$ .

#### 4.3.1.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 56$  los parámetros son:

xi	-9.01801534
mu	-10.4696953
sig	85.48199677

#### 4.3.1.4 Cálculo del VaR

Los resultados son:

q	VaR
99%	-4.11549
99.9%	-4.11548
99.99%	-4.11548

### 4.3.2 Google Inc.

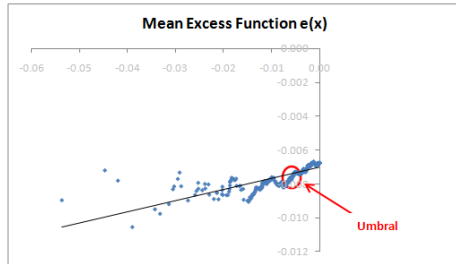
#### 4.3.2.1 Pruebas de normalidad

$Curtosis = 11.53$

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

#### 4.3.2.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



El umbral escogido es  $u = -0.14609$ .

#### 4.3.2.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 185$

xi	-6.81745
mu	-1.93538
sig	12.75612

#### 4.3.2.4 Cálculo del VaR

q	VaR
99%	-0.21037
99.9%	-0.21037
99.99%	-0.21037

### 4.3.3 Exxon Mobil Corporation

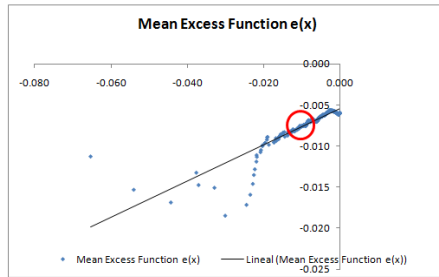
#### 4.3.3.1 Pruebas de normalidad

$Curtosis = 15.34$

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

#### 4.3.3.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



Se escoge  $u = -0.96046$ .

### 4.3.3.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 83$ :

xi	-3.502820
mu	-4.867835
sig	17.051140

### 4.3.3.4 Cálculo del VaR

q	VaR
99%	-0.96340
99.9%	-0.96046
99.99%	-0.96046

### 4.3.4 Toyota Motor Corporation

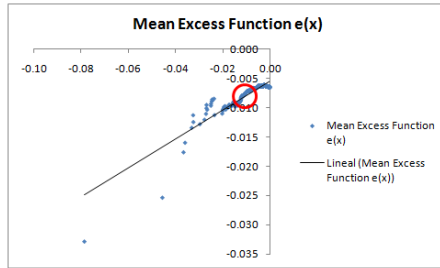
#### 4.3.4.1 Pruebas de normalidad

$Curtosis = 11.8$

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

#### 4.3.4.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



Se escoge  $u = -1.232656$ .

#### 4.3.4.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 60$  :

xi	-3.146724
mu	-5.906593
sig	18.586417

#### 4.3.4.4 Cálculo del VaR

q	VaR
99%	-1.25368
99.9%	-1.23267
99.99%	-1.23266

#### 4.3.5 Pfizer Inc.

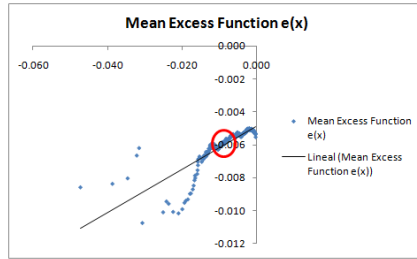
##### 4.3.5.1 Pruebas de normalidad

$Curtosis = 8.086$

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

##### 4.3.5.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



Se escoge  $u = -2.47186$ .

#### 4.3.5.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 50$ :

xi	-3.634185
mu	-4.385411
sig	14.972650

#### 4.3.5.4 Cálculo del VaR

q	VaR
99%	-2.74920
99.9%	-2.73732
99.99%	-2.73732

#### 4.3.6 Mapfre S.A.

##### 4.3.6.1 Pruebas de normalidad

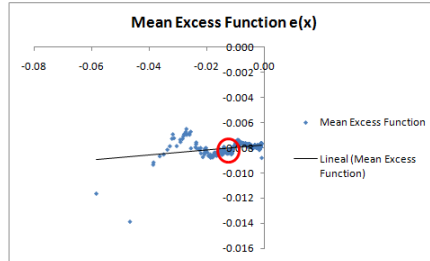
$Curtosis = 7$

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

##### 4.3.6.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.





Se escoge  $u = -5.7$ .

#### 4.3.6.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 110$ .

xi	-5.041114
mu	-16.999953
sig	74.467189

#### 4.3.6.4 Cálculo del VaR

q	VaR
99%	-7.93207
99.9%	-7.93199
99.99%	-7.93199

#### 4.3.7 Tenaris S.A.

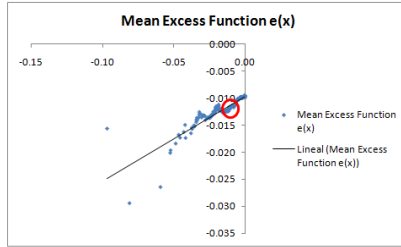
##### 4.3.7.1 Pruebas de normalidad

*Curtosis* = 9.5

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

##### 4.3.7.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



Se escoge  $u = -0.69780$ .

#### 4.3.7.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 199$  :

xi	-3.269140
mu	-4.029917
sig	12.345866

#### 4.3.7.4 Cálculo del VaR

q	VaR
99%	-0.95144
99.9%	-0.95123
99.99%	-0.95123

#### 4.3.8 Molinos Río de la Plata

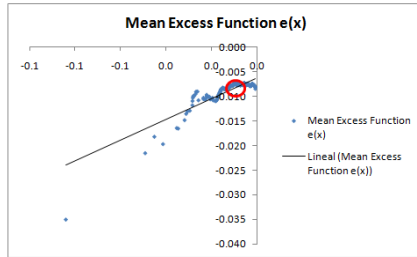
##### 4.3.8.1 Pruebas de normalidad

$Curtosis = 7.874$

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

##### 4.3.8.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



#### 4.3.8.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 79$  :

xi	-2.678986
mu	-4.664502
sig	11.791688

#### 4.3.8.4 Cálculo del VaR

q	VaR
99%	-2.83514
99.9%	-2.81785
99.99%	-2.81781

#### 4.3.9 Portafolio

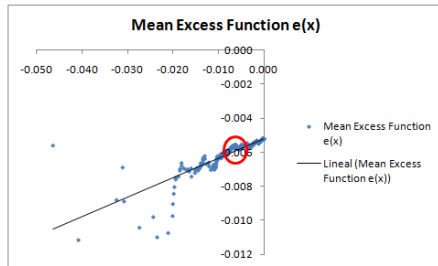
##### 4.3.9.1 Pruebas de normalidad

*Curtosis* = 10.54

El QQ Plot y el Mean Excess Function descartan normalidad de los rendimientos.

##### 4.3.9.2 Estimación del umbral

El gráfico no se estabiliza en ningún punto, por lo tanto no podrá emplearse para la determinación del umbral.



Se escoge  $u = -0.00719$ .

#### 4.3.9.3 Estimación de parámetros

Para  $N_n = 119$  :

xi	-12.265287
mu	-0.941232
sig	11.519967

#### 4.3.9.4 Cálculo del VaR

q	VaR Portafolio	Suma VaRs
99%	-0.01154858	-21.01079445
99.9%	-0.01154858	-20.95737928
99.99%	-0.01154858	-20.95732428

Puede observarse que el VaR del portafolio es menor al del resultante de la suma entre los VaRs por separado, efecto producido por la diversificación del riesgo.

## 5 CONCLUSIONES

En este trabajo se han presentado los procedimientos seguidos para la obtención del VaR bajo distribuciones normal y de eventos extremos. Se ha analizado un caso práctico de un portafolio, previo al terremoto de Japón. Los resultados arrojados, confirman que el VaR Extremo provee información más acertada respecto de los eventos catastróficos que el VaR Delta Normal. Ello lleva a tomar decisiones más prudentes y

conservadoras. Aún así, la realidad ha indicado que las pérdidas han sido mayores a las calculadas y ha puesto en evidencia que el VaR Extremo tiene sus limitaciones. Uno de los obstáculos más grandes es el modelo multivariado, ya que la distribución conjunta de las marginales extremas no siempre es la distribución de la variable agregada. Es por ello que ésta debe ser complementada con Tests de Stress que incluyan diferentes escenarios.

Además debe tenerse en cuenta que la elección de la periodicidad de datos es relativamente subjetiva y dependerá de las características de los activos de la cartera. No existe una fórmula matemática para la elección del mismo, pero sí ciertas pautas que deben tenerse en cuenta. El horizonte de tiempo debe ser lo suficientemente largo como para captar los movimientos y comportamientos de los mismos. Cuanto más corto sea, más temprano se detectarán los potenciales problemas y pérdidas, mayor será la cantidad de observaciones con las que se cuenta, y menores serán los cambios en la composición de la cartera. A su vez, ello generará mayores costos, derivados del constante monitoreo. Debe utilizarse un horizonte de tiempo que equilibre todas estas cuestiones.

Por último, debe considerarse que la elección del umbral límite es en parte también subjetiva.

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

Bassi, Embrechts and Kafetzaki (1998): *A survival kit on quantile estimation*. ETH Zurich: Working paper. Departament of Mathematics.

Bensalah, Y. (2000): *Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review*. Bank of Canada. Working Paper. 2000-20.

Casparri, M. T., y colaboradores (2003): *Acerca del Riesgo. Selección de algunos trabajos de investigación*. Buenos Aires, Centro de investigación en métodos cuantitativos aplicados a la economía y la gestión.

Casparri, M. T., y colaboradores (2007): *Acerca del Riesgo II. Selección de algunos trabajos de investigación*. Buenos Aires, Centro de investigación en métodos cuantitativos aplicados a la economía y la gestión.

Chavez-Demoulin, V. (2004): *Extreme Value Theory can Save your Neck*. Suiza, ETHZ Armin Roehrl, Approximity GMBH.

- Embrechts, P.: *Extreme Value Theory in Finance and Insurance*. Zurich, Switzerland Department of Mathematics, ETH.
- Embrechts, P., Klüppelberg, C. and Mikosch, T. (1997): *Modelling extremal events for insurance and finance*. New York, Springer.
- Fassio, A., Pascual, L. y Suárez, F. (2004): *Introducción a metodología de la Investigación. Aplicada al saber administrativo y al análisis organizacional*. Buenos Aires, Ediciones Macchi.
- García Perez, A. (2004): *La Teoría del Valor Extremo: Una Aplicación al Sector Asegurador*. Madrid, España.
- Hull, J. (2003): *Options, futures and other derivatives*. 5th ed, *Prentice Hall finance series*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- JORION, P. (1997): *Value at risk: the new benchmark for controlling market risk*. Chicago, IL, Irwin Professional Publishing.
- Klugman, S., Panjer, H., Willmot, G. (2008): *Loss Models. From Data to Decisions*. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons, Inc.
- Gilli, M., Käellezi, E.: *An Application of Extreme Value Theory for Measuring Financial Risk*. Switzerland, Department of Econometrics, University of Geneva and FAME.
- McNeil, A. J. (1999): *Extreme Value Theory for Risk Managers*. Zurich, ETH Zentrum. CH-8092.

## ANEXO

A continuación se presentan algunas fórmulas estadísticas. El subíndice  $j$  se refiere a las  $n$  observaciones de los rendimientos.

Para cada activo  $i$ :

- Esperanza:  $E X_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_{j,i}$

- Varianza:  $V X_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [X_{j,i} - E X_i]^2$

- Desvío:  $\sigma X_i = \sqrt{V X_i}$

- Covarianza:

$$\text{cov } X_i, X_k = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n [X_{j,i} - E X_i][X_{j,k} - E X_k]$$

- Coeficiente de correlación:  $\rho X_i, X_k = \frac{\text{cov } X_i, X_k}{\sigma_i \sigma_k}$

- Para el caso de  $n$  activos la matriz de varianza y covarianza es:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \cdots & \sigma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \cdots & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$