MODELO DE TRANSMISIÓN DE INFORMACIÓN EN EL MERCADO FINANCIERO

Juan Ramón Garnica Hervas[1]
Gonzalo Daniel Garcia[2]
Manuel Maurette[3]

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, los economistas han intentado darle mayor capacidad de predicción a sus modelos, han intentado volverlos más realistas. Se sabe que la economía por ciencia social, no posee las ventajas que sí posee la ciencia exacta para poder modelar y luego probar esos modelos: la tarea consiste en recrear cómo se comporta la gente, y luego ver si se acierta o no; lo cual es una tarea monumental ya que las condiciones de los sujetos cambian constantemente y encima aprenden de sus errores y de sus experiencias. Es sabido que en las ciencias sociales la experimentación basada en condiciones que se mantengan constantes a través del tiempo es simplemente imposible; la economía ha intentado sortear esta dificultad ingresándole una restricción al análisis: ciertas condiciones cambian y el resto permanece constante (*ceteris paribus*), pero todos sabemos que si bien ha sido de muchísima utilidad en el desarrollo de esta ciencia, no condice con la realidad. La economía de los últimos 150 años ha buscado en la matemática un espacio donde poder realizar experimentos como lo hace la física, pero a cambio tuvo que dejar de lado la realidad. Durante las últimas décadas hemos visto la implementación de políticas económicas que no coincidían con la realidad, generando catástrofes financieras y en la economía real, tan solo porque se olvidaron que los modelos están basados en supuestos muy básicos como para explicar la realidad, que es compleja y que no todo puede ser llevado a algunas ecuaciones matemáticas y esperar que estas solucionen todos los problemas.

---

[1] Actuario (UBA) – Master en Economía y Administración (ESEADE). Profesor Titular Interino de Cálculo Financiero y Estadística para Administradores y Profesor asociado Regular Área Actuarial (FCE-UBA). Director de Investigaciones del Área Estadística y Actuarial del CECyT.
[2] Estudiante de Actuario en Administración FCE-UBA; Estudiante de Ciencias Matemáticas FCEyN-UBA.
[3] Licenciado en Cs. Matemáticas FCEN-UBA. Actualmente desarrollando el Doctorado en Matemáticas en la misma institución con el financiamiento del UBACYT X837.

En contraste con este pensamiento, en los últimos años han ido apareciendo modelos económicos que intentan darle mayor realidad a sus dinámicas. No se trata de complejizar demasiado, pero tampoco simplificar por demás. El pensamiento de esta "nueva escuela" de la economía compleja apunta a la economía del no-equilibrio y de la no-linealidad, el análisis de los sistemas jerárquicos y la complejidad, así como también los modelos auto-organizados en el tiempo y en el espacio, en los que la aleatoriedad y el caos parecen evolucionar de una manera espontánea hacia un orden insospechado. En fin, intenta darle mayor realismo a los modelos para poder predecir mejor, implementar políticas económicas más fructíferas para poder mejor la calidad de la gente; ya que ése es el objetivo de todo economista.

En línea con este pensamiento, hemos recurrido al estudio de los sistemas complejos para crear un modelo realista (aunque simple) que intente explicar la transmisión de información en los mercados financieros. Recordaremos de nuestros estudios que la hipótesis del mercado eficiente dice que los precios reflejan toda la información relevante y que si surge un nueva información, se incorpora rápidamente al precio; de esta manera no existe la posibilidad de arbitraje ya que todos los agentes tienen acceso a la misma información y además el precio se ajusta inmediatamente ante nuevos "shocks"; así es como los precios suben o bajan para encontrar siempre un equilibrio entre compradores y vendedores. De aquí surgen algunas dudas que cabría preguntarnos: ¿estamos seguros que todos los agentes tienen acceso a la misma información? ¿el precio se actualiza al instante?

Presentaremos un modelo basado en la idea de que la información se transmite de la misma forma en que lo haría una epidemia, *id est* al contacto. Si bien existen varios modelos matemáticos que explican el movimiento de una epidemia (por ejemplo el trabajo de Kermack y McKendrick[4], gracias al cual surgió la idea de este trabajo) nosotros decidimos volcarnos al estudio de los autómatas celulares dada su versatilidad para tratar con diferentes condiciones de los parámetros y darle mayor realidad a la modelización. El objetivo de este trabajo es mostrar que no siempre se cumplen las condiciones del mercado eficiente y que la posibilidad de arbitraje es muy real.

---

[4] KERMACK, W.O. and MCKENDRICK, A. G. (1927), "*Contributions to the mathematical theory of epidemics*". Proc. R. Soc. Lond. A, 115:700–721.

1. MARCO CONCEPTUAL

Este trabajo se encuentra inscripto en el marco de los sistemas complejos, nos referimos a modelos donde interactúan una gran cantidad de elementos, con intercambio de información y relaciones no-lineales entre ellos y con su entorno, con estructura flexible; de esta manera se producen comportamientos emergentes y se genera sinergia. Von Neumann, define a los autómatas celulares de la siguiente manera:

"*Un espacio celular particular que tiene las siguientes características:*

- *un plano infinito que es dividido en cuadrados.*
- *cada cuadrado contiene un copia del mismo autómata finito (el cuadrado junto con el autómata es llamado célula).*
- *asociado a cada célula está su vecindario, consistente de sí mismo y las cuatro células no diagonales vecinas.*
- *el estado de una célula al tiempo t+1 está sólo determinado por el estado de su vecindario al tiempo t, junto con la función de transición f del autómata celular asociado a cada célula.*
- *el autómata finito asociado con cada célula posee un estado particular v0 llamado "estado inactivo", tal que f(v0, v0, v0….. v0) = v0.*
- *en cada paso de tiempo, todos excepto algunas células están en el "estado inactivo".*
- *una función de transición f particular está especificada y mostrada para producir una cierta construcción de propiedades.*

Un estado inicial está especificado para cada célula en el espacio. Esta configuración inicial (o estado de patrón) junto con las propiedades locales del espacio citadas arriba, determina unívocamente la configuración del espacio celular para cada paso temporal."

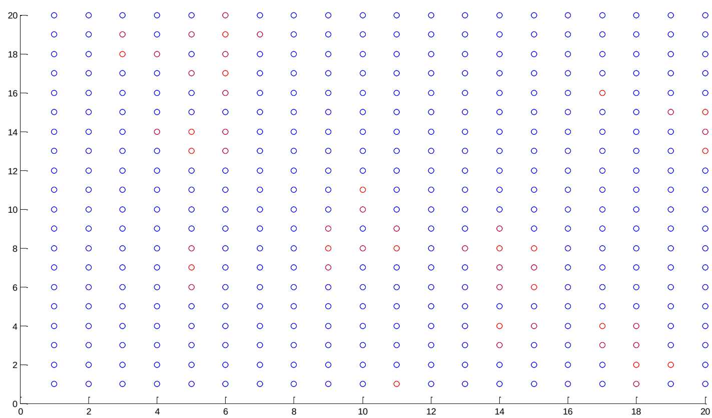
Puntualmente, definiremos un autómata celular como un arreglo iterativo de simples "máquinas" que procesan la misma información, llamadas células; donde cada célula puede comunicarse con sus vecinos, y a momentos discretos de tiempo pueden cambiar de estado debido no sólo a una función propia de la célula sino también por las relaciones emergentes de sus vecinos. Queda claro entonces que estamos hablando de un tipo especial de dinámica no-lineal, ya que este cambio de estado de cada célula no sólo depende de la función lineal que la hace cambiar de estado por sí sola, sino también por una función no-lineal que representa esa relación de la célula con sus vecinas y con las funciones de cambio de estado de ellas. El autómata celular consta entonces de una retícula de células que se comunican entre ellas, y en este caso hablaremos de vecindad de Von Neumann ya que la relación de cada célula con sus vecinas es con respecto al eje vertical y horizontal (consiste en un elemento central x(i,j) (llamada célula central) y sus vecinos que son las células x(i,j − 1), x(i,j + 1), x(i − 1,j) y x(i + 1,j), es decir, la célula en cuestión y sus células vecinas más próximas, arriba, abajo, izquierda y derecha, respectivamente). Gráficamente:

				O				
			O	X	O			
				O				

La célula que contiene la cruz es la iniciadora, y aquellas con círculos son sus vecinas (vecindad de Von Neumann).

2. MODELO

El modelo funciona de la siguiente manera: consiste en un autómata celular de N1xN2 agentes (representando la cantidad de agentes presente en el mercado, donde cada agente es una célula), y estos agentes tienen sólo dos estados posibles: conocen la información o no la conocen; se comienza la simulación con un número determinado de agentes conociendo la información a priori; esta cantidad está dada como un porcentaje del total y aparece en la simulación como p(0) (refiriéndose al porcentaje en t=0). La función de transmisión de información es: se comienza con un porcentaje del total de agentes conociendo la información a priori y luego en cada paso (t) la transmisión a cada agente (acepta darle validez a la información, cambio de estado) se dará si está rodeado de dos o más agentes que conocen la información, y si sólo está rodeado por un agente con conocimiento lanza una moneda para decidir si creer o no (probabilidad 50-50, o 0.5).



En rojo los agentes que conocen la info, en azul los que no.

3. METODOLOGÍA

Se corre la simulación para distintas variantes de los parámetros iniciales: N1, N2, p(0), para de esta manera ver como responde el mecanismo de transmisión. No sólo se incrementa p(0) sino que también la cantidad total de agentes (N1xN2), y se cambia la forma cuadricular de la grilla (donde N1=N2) a una rectangular (N1≠N2).

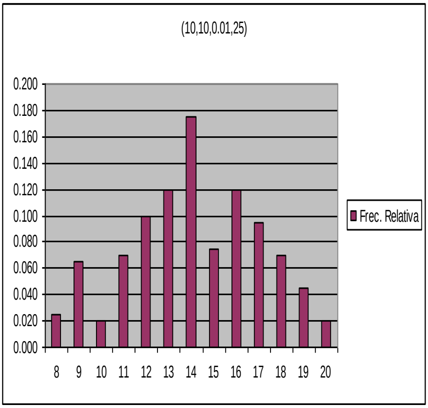
Se supone que cada corrida de la simulación es independiente de la anterior ya que el programa no trabaja con memoria del proceso, y además están igualmente distribuidas ya que el modelo que genera la corrida es siempre el mismo. De esta manera se consigue una muestra aleatoria simple, factible de ser analizada estadísticamente. Luego de cada corrida anotamos el resultado de cuántos pasos (t) le tomó al modelo llevar la información al 100% de la población y se anota; esto se hace una cantidad N de veces y se crea un histograma representando la frecuencia relativa de aparición de cada t (tiempo tardado en transmitir la información a todos los agentes). Luego se calculan algunas medidas básicas tales como: media, varianza, desvío, coeficiente de variación, asimetría, curtosis, y se delimita un intervalo de confianza basado en la desigualdad de Tchebychev para que encierre por lo menos el 75% de la probabilidad. Es importante aclarar que todas las medidas son muestrales y para las mismas se utilizaron estimadores consistentes (media muestral, varianza muestral, y coeficientes basados en momentos centrados muestrales), y dado el número de veces muestreado el modelo, creemos que estos valores son muy cercanos a los verdaderos.

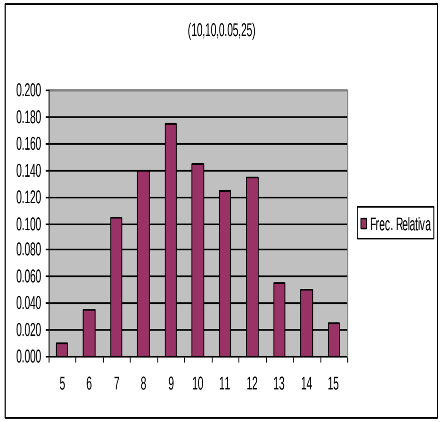
Después analizamos los valores calculados comparándolos contra aquellos surgidos de otras corridas con parámetros diferentes, para lograr encontrar una relación estadística e intentar sacar una conclusión no sólo de la conveniencia de utilizar este modelo sino también de las implicancias estadísticas que nos deja el mismo.

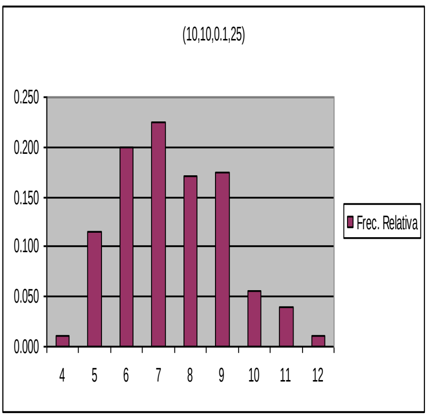
4. DESARROLLO

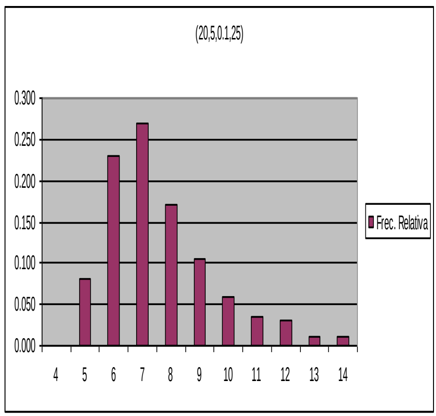
Se comenzó el muestreo con autómatas de 100 células; y se utilizaron valores de $p(0)=\{0.01, 0.02, 0.05, 0.1\}$. Para el primer parámetro se obtuvo una función de probabilidad asimétrica hacia la izquierda ($\gamma_1<0$) y platicúrtica, con un coeficiente de variación de 0.20; casi la mitad de la probabilidad está concentrada muy cerca de la media, y el resto está igualmente repartido hacia cada cola. Con el segundo parámetro conseguimos resultados parecidos, excepto que cambió el sentido de la asimetría. Con $p(0)=0.05$ y $p(0)=0.1$, lo que cambió es que la función de probabilidad se va apuntalando (pero sin llegar a ser mesocúrtica) y los valores ya no están concentrados igualmente en las dos colas, sino que la cola de la izquierda (aquella que representa una velocidad alta de transferencia de información) empieza a tomar mayores valores.

Sin embargo, cuando hacemos que la retícula deje de ser simétrica (cuadrangular) observamos un apuntalamiento mayor de la función de distribución (valores de leptocurtosis) así como también mayor profundización de la asimetría hacia la derecha (hecho que se mantendrá durante el resto de los muestreos); también es notable que aumenta el coeficiente de variación, señalando (como era de prever) que aumenta la variación de los parámetros distintos de la media.

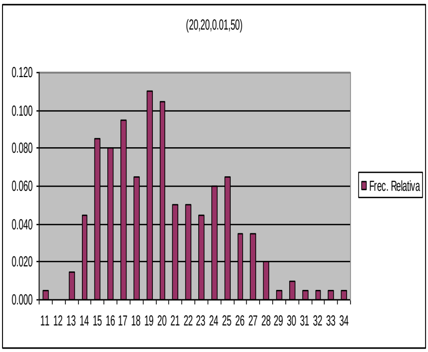


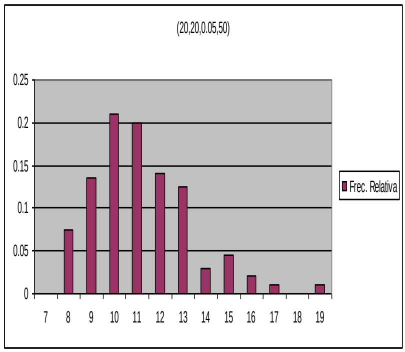


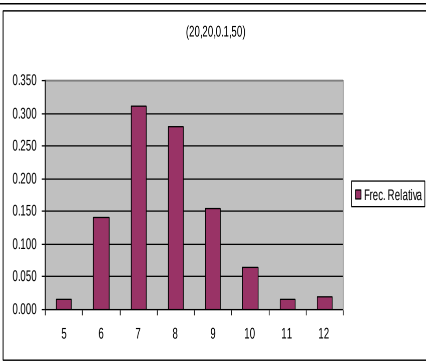


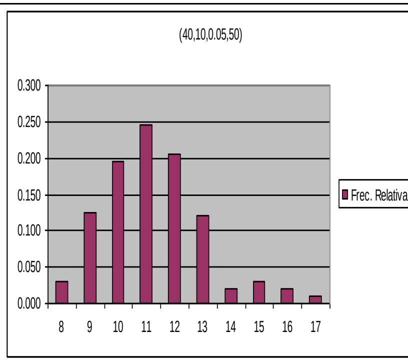


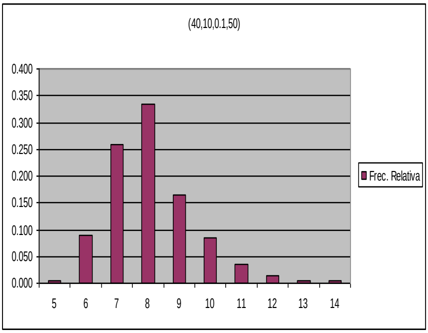
Cuando pasamos a 400 agentes y testeamos para valores de p(0)={0.01; 0.05; 0.1}, encontramos para el primer valor un función de distribución casi mesocúrtica ($\gamma_2 \approx 3$) pero un coeficiente de variación alto; además, el intervalo de probabilidad de Tchebychev indica que valores mayores a 28 eran pocos probables, sin embargo encontramos que el intervalo de valores [29;34] se presentó con una probabilidad de 0.04. En cuanto a p(0)=0.05, la curtosis aumenta (γ_2=4.06) y los valores extremos tienen una probabilidad de 0.04. Al pasar a un parámetro p(0)=0.1, encontramos una menor variabilidad con respecto a la media, y un leptocurtosis un poco menos pronunciada (γ_2=3.7) y valores altos de transmisión de la información con una probabilidad también cercana a 0.04. Al pasar a una retícula rectangular, encontramos un mayor apuntalamiento (γ_2=4.6) y probabilidad de valores altos de t igual a 0.06; extrañamente, el coeficiente de variación se mantiene en los mismos valores que si la retícula fuese cuadrangular, signo de que la variabilidad no depende de la forma de la retícula sino de la cantidad de agentes presentes en el mercado.









 	*Estos gráficos muestran la frecuencia relativa de cada valor t surgido del muestreo del modelo para diferentes sets de parámetros. El gráfico entonces es un histograma y se puede leer como la probabilidad de que se dé una cierta cantidad de tiempo para que la información llegue a todos los agentes del mercado. En la mayor parte de estos, se pueden ver las colas anchas, la leptocurtosis, la asimetría y cómo hay ciertos valores extremos con probabilidad mayor a la que la escuela clásica predice.*

Hemos podido observar a través de los distintos muestreos que hay una persistencia en este modelo a la asimetría de la función de probabilidad; además encontramos que la misma es leptocúrtica. También sabemos que la variabilidad en el modelo disminuye con la cantidad de agentes (a mayor cantidad de agentes, menor coeficiente de variabilidad). Aunque la variabilidad disminuya, es persistente la presencia de leptocurtosis en la función, dando a entender que aunque la cantidad de momentos (t) que se necesitan para llevar la información a todo el conjunto de agentes tiende a concentrarse con gran probabilidad alrededor de la media, los valores extremos (velocidad baja de transmisión) tienen un probabilidad de ocurrencia mayor a lo esperado. También es de notar que el extremo que puede presentar mayor probabilidad es aquel que presenta que la información puede tardar en llegar a todos, y no la de transmisión inmediata de información (quedando en claro que la premisa del mercado eficiente de que el conocimiento de la información es rápido no es compatible con este modelo).

Es importante entender que el mecanismo que genera la transmisión de la información es un híbrido entre una función determinística y una probabilística; además, la parte probabilística está conformada tanto por un función uniforme (debido a que todos los agentes tienen la misma probabilidad de ser elegidos para empezar sabiendo la información en t=0, esto es la configuración inicial) como por una binomial de parámetro p=0.5. El estudio del tipo de proceso estocástico generado escapa a los objetivos de este trabajo, pero es de destacar que las dos funciones probabilísticas son simétricas mientras que el proceso estocástico generado es siempre asimétrico (basado en los resultados de las muestras).

Además, es muy importante desde dónde se empieza a transmitir la información ya que es una de las principales razones para que se den valores extremos. Cuando los agentes que empiezan sabiendo la información en t=0 están en las puntas del espacio celular, o están todos juntos, es cuando se registraron los mayores tiempos; en cambio cuando los agentes con información inicial están repartidos más homogéneamente en el espacio celular, la información tarda menos tiempo en llegar a todos.

Desde el punto de vista de los autómatas celulares, este modelo puede ser clasificado como de Clase I (según definición de Wolfram[5]) ya que la evolución del modelo tiende a una configuración estable y homogénea, todas las células terminan por llegar al mismo valor.

5. CONCLUSIONES

La teoría del mercado eficiente postula que el precio de los activos refleja toda la información pertinente a los mismos, y que si aparece cualquier tipo de información nueva, ésta se incorpora inmediatamente al precio, dejando sin sentido las noción de arbitraje ya que todos los agentes del mercado están al tanto de toda la información pertinente para valuar los activos, nadie tiene ventaja. Sin embargo este modelo postula la posibilidad de que a veces la información tarda en llegar a todos por igual (leptocurtosis y colas anchas hacia la derecha) y entonces se pueden generar oportunidades de arbitraje y sacarle ventajas a aquellos agentes que no están totalmente informados ya que no siempre la información se transmite de manera rápida, sino que depende de cómo empieza el mecanismo de transmisión, de la forma del mercado (en cuanto a su arquitectura espacial) y a la cantidad de agentes en el mismo; encontramos que a mayor cantidad de agentes, es mayor la probabilidad de eventos extremos, y nosotros sólo muestreamos hasta 400 agentes, entonces es de esperar que en mercados en los cuales esa cantidad es

[5] WOLFRAM, S. (2002), "*A New Kind of Science*", Wolfram Media Inc., USA.

mayor (cualquier mercado financiero real…) también sea mayor la probabilidad de que la información tarde tiempo en llegar a todos los agentes y de esa manera algunos se podrán beneficiar con las oportunidades de arbritaje.

Queda para trabajos posteriores la construcción de un modelo que represente de manera todavía más realista el comportamiento de los agentes, tanto en la idea de la disposición de los agentes en el espacio (por ejemplo podemos suponer que existen diversos grupos [como islotes], y ver cómo se transmite la información dentro del grupo y luego hacia afuera), como en la teoría de decisión de aceptar la información (plantear diferentes alternativas de creencia, y dejar de lado la hipótesis de "tirar una moneda" para decidir), y también en dónde hay personas (crear configuraciones azarosas con células activas y células inactivas [espacios en blanco]). Hablamos de modelos con configuraciones espaciales irregulares, modelos más complejos de decisión, aparición de contra-informaciones, caducidad en la transmisión de la información.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Banks, E. (1971): "Information processing and transmisión in cellular automata". Tesis de Doctorado, Project MAC, Massachusetts Institute of Technology. MIT Press.

Codd, E.F. (1968): *Cellular Automata*. Academia Press Inc.

Fama, E. (1965): *The behavior of stock-market prices*. Journal of Businesss 38 (1): 34-105.

Fernández Díaz, A. (1999): *Dinámica Caótica en Economía*. Universidad Complutense de Madrid. Mc Graw Hill, Madrid.

Mandelbrot, B. (2004): *The (Mis) Behavior of Markets*. Ed. Basic Books, New York.

Schuschny, A. (2001): "Auto-organización en Sistemas Económicos". Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Económicas, UBA, Buenos Aires.

Von neumann, J. (1966): "The Theory of Automata: Construction, Reproduction, Homogeneity", Part II of "*The theory of self-reproducing automata*". University of Illinois Press.