

MODELIZACIÓN DE LA TASA DE INTERÉS. RESEÑA DE HERRAMIENTAS DE LA ECONOMETRÍA FINANCIERA

*Juan Antonio Dip
Antonia Elizabeth Godoy de Franco*

INTRODUCCIÓN

La econometría financiera (EF) ha venido desarrollándose en el área de las finanzas a pasos agigantados. Se trata de la ciencia que tiene como objetivo modelizar y predecir series financieras. Existen 2 grupos de modelos de EF: modelos econométricos dinámicos adaptados y aplicados a datos financieros y modelos desarrollados únicamente para datos financieros.

Se podría decir que la EF verifica las hipótesis de la economía financiera y usa algunas herramientas desarrolladas por la matemática financiera.

Las tasas de interés son modeladas a través de la EF, donde podemos considerar: la modelización de una única tasa para cada momento en el tiempo (tasas libre de riesgo), la modelización de la estructura conjunta de las tasas de interés – Yield Curve (para cada momento del tiempo hay infinitas tasas de interés), desarrollos financieros teóricos sobre tasas o bien tasas teóricas no observables que se extraen de un conjunto de datos existentes.

El trabajo versa sobre las alternativas y herramientas que la econometría financiera brinda para la modelización de la tasa de interés, resaltando las bondades y dificultades de cada alternativa, además de la evidencia empírica involucrada en cada estimación.

Los modelos de tasas de interés han tenido una vasta aplicación en la práctica financiera. Algunas herramientas son usadas para: política monetaria, finanzas corporativas, riesgo crediticio, derivados financieros, entre otros.

Los modelos de econometría financiera para precios de acciones y tipos de cambios son modelos de precios (Modelos ARIMA), y de volatilidad (Modelos GARCH).

El trabajo está dividido en secciones: Los modelos de aproximación de la Curva de rendimientos de la tasa de interés y los modelos dinámicos. Se evalúa cada uno de ellos en base a la aplicación empírica realizada por distintos autores. Cabe resaltar que las derivaciones matemáticas de los distintos modelos no han sido puestas en consideración en este trabajo. Si se desea consultar las mismas, se recomienda recurrir a las referencias bibliográficas.

Con el trabajo se pretende mostrar un marco referencial para aplicación de la econometría financiera a la estimación de la tasa de interés.

1. MODELOS DE TASAS DE INTERÉS

Cualquier tipo de modelo econométrico debe estar bien ajustado a hechos observados en el mundo real. De acuerdo a Jajuga (2006), esta misma afirmación debe cumplirse para los modelos de tasas de interés. Las características básicas observadas en el mundo financiero son:

- ✓ Las tasas de interés presentan reversión en media. Esto quiere decir que existe un nivel en las tasas de interés al cual dichas tasas se aproximan a largo plazo.
- ✓ Los cambios en las tasas de interés correspondientes a diferentes períodos (tasas mensuales o anuales), no están perfectamente correlacionados.
- ✓ La volatilidad de corto plazo es mayor a la volatilidad de largo plazo.
- ✓ La mayoría de los cambios en las tasas de interés pueden ser explicados a través de 3 factores:
 1. Movimientos paralelos: las tasas se modifican por la misma suba, ya sea hacia arriba o hacia abajo.
 2. Cambios en Pendientes: las tasas de corto plazo cambian más o menos que las tasas de mediano plazo. Lo mismo ocurre si se compara a las de mediano plazo con las de largo plazo. (Cambios en la pendiente de la curva de rendimiento).
 3. Cambios en la Curvatura: las tasas de mediano plazo cambian más o menos que las de corta y largo plazo.

Los modelos de tasas de interés podemos clasificarlos, principalmente en 2 grupos: los modelos de aproximación a la Curva de Rendimiento y los modelos dinámicos.

1.1 Modelos de curva de rendimiento

La "Curva de Rendimiento o Yield Curve", analiza la relación que existe entre el tiempo que resta hasta el vencimiento de obligaciones o bonos con el mismo grado de riesgo (amortización o rescate) y sus rendimientos durante dicho plazo. De acuerdo a Mascareñas (2010), estos términos se refieren a:

- ✓ *Rendimiento hasta el vencimiento*: se refiere a la tasa anual media de retorno que un inversor en bonos recibiría si los mantuviese en su poder hasta su vencimiento, y siempre que recibiese todos los pagos que le fueron prometidos en el momento de emitir dichos títulos.

✓ *Tiempo que resta hasta el vencimiento:* es el número de años existentes hasta que se realice el último pago prometido.

Así, la relación entre el tiempo hasta la madurez de un conjunto de bonos y sus correspondientes rendimientos se conoce con el nombre de "Estructura Temporal de Tasas de Interés". La forma gráfica de esta representación, con las fechas de maduración en abscisas y TIR en ordenadas recibe el nombre de "Curva de Rendimientos".

La principal característica de los modelos para determinar la curva de rendimiento de las tasas de interés es usar datos existentes de la misma para ajustarlos a una función. Los métodos disponibles, de acuerdo a Jajuga (2006) son:

✓ *Métodos directos:* Se relacionan con la técnica de *bootstrapping*, donde la tasa de interés no observada es derivada de las tasas observadas.

✓ *Métodos de Tipo Splines:* La curva de rendimientos está compuesta por segmentos particulares. Los *splines* corresponden a un conjunto de polinomios de algún orden unidos para conformar una curva que cumple cierta condición de suavidad.

✓ *Modelos Econométricos de la Curva de Rendimientos:* Acá se propone el modelo en el cual parámetros particulares pueden dar alguna interpretación de la curva de rendimiento.

1.1.1 Métodos directos-bootstrapping

La estructura temporal de la tasa de interés es una de las mayores relaciones fundamentales en finanzas. Es así debido a que la curva de rendimientos puede usarse para diferentes propósitos, como predecir la actividad económica futura, medir la efectividad de la política monetaria o bien detectar las expectativas de inflación, entre otros.

Desafortunadamente la relación entre el rendimiento y la madurez no es directamente observable en el mercado, lo cual significa que debe ser estimada en base a datos que el analista tiene a su disposición. Es decir que los inversionistas no observan las tasas spot en forma directa, solo tiene a su disposición las TIR's de los títulos que se encuentran en el mercado y a partir de estas se debe estimar o derivar la curva de rendimiento spot (cero cupón).

El método de *bootstrap* es un método de simulación, similar al de Montecarlo. Este enfoque asimila a la muestra observada como si fuese la población. La función de distribución para dicha población es la función de distribución empírica de los datos, y la estimación de los parámetros basados en la muestra observada son tratadas como los parámetros del modelo actual en el simulador. Provee una aproximación de las propiedades de los estimadores a medida que el tamaño de la

muestra aumenta. La particularidad de este método de remuestreo es que la selección de las remuestras se hace con reposición. Aunque cada remuestra tendrá el mismo número de elementos que la muestra original, mediante el remuestreo con reposición cada una podría incluir algunos de los datos originales más de una vez.

Basándonos en la aplicación del *bootstrap* a la curva de rendimiento y de acuerdo a Julio, Mera y Heraúlt (2002), el mismo consiste en hallar secuencialmente, a lo largo de las fechas de vencimientos, las tasas cero cupón para títulos con distintos vencimientos. Un bono puede ser descompuesto en un conjunto de bonos que corresponden tanto a los intereses como al principal. De esta manera el precio del bono es la suma de los precios de los bonos a descuento. Esto sugiere que el valor de un bono puede ser visto como el valor presente de un cash flow futuro descontado a su rendimiento hasta su vencimiento. Deaves y Parlas (1999), resaltan que los libros de texto clásico, al hablar de *bootstrap*, suponen inicialmente la existencia de un conjunto de bonos perfectamente espaciados en el tiempo: por ejemplo a 6 meses, a 12 meses, a 18 meses etc. Si estos bonos carecen de fricciones en el mercado de precios, el *bootstrap* devuelve una curva de rendimiento adecuada. Podemos resumir diciendo que este procedimiento produce tasas cero cupón para los distintos vencimientos de cada bono, las cuales se pueden interpolar o suavizar para lograr una mejor descripción de la curva.

Dentro de las *ventajas* que presenta esta técnica podemos decir que:

- ✓ Estadísticamente hablando, este método evita la mayoría de las fuertes suposiciones distribucionales requeridas en los procedimientos Monte Carlo¹.
- ✓ Puede ser usado para resolver estimaciones de difícil trato en forma analítica o de difusa solución.
- ✓ Las aproximaciones de *bootstrap* son equivalentes a los resultados asintóticos de primer orden en muestras grandes.
- ✓ Morales (2003) asevera que este método tiene la ventaja sobre métodos tradicionales en cuanto a que no requiere formulaciones teóricas y se puede emplear para cualquier tipo de estimador por más complejo que sea.

¹ La técnica Monte Carlo requiere la especificación de una función de distribución de probabilidad $F(X)$, siendo conocidos sus parámetros, en algún caso, estimados. Una gran diferencia es que Bootstrapping usa la original, es decir la muestra inicial como población a partir de la cual se hace el remuestreo mientras que la simulación de Montecarlo está basada en un proceso de generación de datos (se conocen los valores de los parámetros). La simulación de Montecarlo es usada para testear propiedades de los estimadores y bootstrap puede ser usada para estimar la variabilidad del estadístico y la forma de su distribución muestral.

✓ Una de las ventajas principales es que la curva cero cupón está libre de arbitraje para el conjunto de bonos utilizados.

✓ Se puede implementar de una manera sencilla y se basa en comportamientos pasados del mercado de activos, más que supuestos discutibles sobre modelos y parámetros.

✓ Müller y Bürgi (2004), resaltan que existe una transición natural del comportamiento de corto plazo al de largo plazo y que no existen grandes problemas de calibración en el modelo.

Las *desventajas* de este método son las siguientes:

✓ Este método confía fuertemente en la existencia apropiada y completa de una base de datos. Esta es su principal desventaja. Deaves y Parlar (1999) aseveran que en particular los puntos con datos perdidos representan un problema importante.

✓ Muchas veces al aplicar Bootstrap a una muestra de bonos en bruto, nos puede llevar a una curva de rendimiento excesivamente volátil (tipo "choppy").

✓ Karelmo (2010), resalta que la apropiada elección del modelo depende altamente de las características y calidad de los datos, y deberían ser considerados cuidadosamente. Si la base de datos no es la adecuada las estimaciones serían erróneas.

✓ Rochowicz (2010), asegura que algunas desventajas de esta metodología radica en la necesidad de una PC con un buen procesador de datos. Siempre hay que tener en cuenta que existe un componente de error intrínseco. Asegura que se debe entender el concepto de aleatoriedad junto a la necesidad de generar muestras de tamaños grandes.

✓ Fernandez Quiroga y Vedia (2011), resaltan que la metodología del Bootstrapping induce a tasas forward anormales o irregulares.

1.1.2 Métodos splines

Schlesinger (2006), define a los *Splines* como un conjunto de polinomios de algún orden, unidos para conformar una curva que cumple cierta condición de suavidad. Los polinomios son definidos para ciertos intervalos separados por nodos, puntos en los cuales se cambia de una función a otra. En términos generales un *spline* cumple con continuidad y derivación de primer y segundo orden en los nodos. El autor resalta que las formas funcionales aplicadas a finanzas han evolucionado de manera de entregar mayor estabilidad a las curvas y métodos de cálculo más eficientes. Pero se debe tener en cuenta que la base teórica es la misma en cuanto a la representación de las funciones.

El primer intento de ajustar una curva que relacione el rendimiento con la madurez de instrumentos financieros fue en 1942. El graficó una curva sobre un

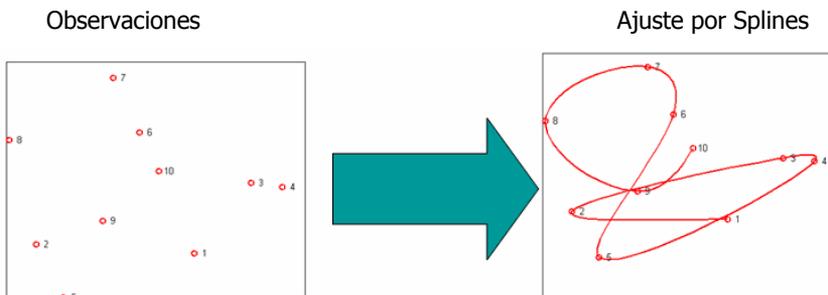
diagrama de dispersión con el objetivo de que se pueda interpretar esa relación. Años más tarde, McCulloch (1971), modelizó ese gráfico en lo que lo denominó *Splines* para modelar la estructura de tasas de interés. Específicamente ajustó un *spline* a la curva de descuento de bonos con cupones de la industria ferroviaria de EEUU. La ecuación planteada es la siguiente:

$$\delta(m) = 1 + \sum_{j=1}^k a_j \cdot f_j(m) \quad [1]$$

La función de descuento $\delta(m)$ es una combinación lineal de k funciones diferenciables de madurez m , $f_j(m)$. El parámetro k , establece el número de nodos que definen los $k-1$ intervalos y a_j son los parámetros a estimar por MCO. Este autor propone que $\delta(m)$ tenga la forma de un polinomio de 3er grado es decir un *spline* tipo cúbico.

Este método ha sido utilizado ampliamente en Argentina, dado que se ha implementado en la mayoría de los países desarrollados para estimar la estructura temporal de la tasa de interés.

Figura 1



Fuente: Schlesinger, Alan (2006)

Hay más de un modo de ajustar los *splines*. El método más simple es la regresión *splines* por mínimos cuadrados ordinarios pero esta aproximación produce curvas muy oscilantes. Santana (2008), resalta que los *splines* pueden ser también suavizados para contrarrestar las oscilaciones. Los *Smoothing Splines* son *splines* cúbicos que incorporan además una función de penalización por variabilidad de la curva (la forma funcional incluye un factor de suavidad que permite un mejor ajuste de los datos). También encontramos a los *B-splines*, que son funciones a partir de las cuales se genera una base del espacio de *splines*, con lo que cualquier curva cúbica a trozos puede ser representada como combinación lineal de ellas.

Analizando las *ventajas* de este método de estimación, García Riesco (2003), asegura que la gran ventaja de las *splines* (en especial sobre el *bootstrapping*) es la suavidad de las curvas estimadas. A medida que se aumenta el grado de la *spline*,

mejora el ajuste, pues las curvas son capaces de adaptarse mejor a los datos. Pereda (2009), resalta que los modelos *spline* permiten un mejor ajuste de la curva cuando se dispone de datos suficientes, sobre todo del tramo largo de la curva, en comparación a los modelos paramétricos.

En cuanto a las *desventajas* se puede decir que en general, las curvas estimadas mediante *splines* tienen una baja credibilidad en el ajuste de instrumentos no observados. Por el contrario, el exceso de flexibilidad, hace que estas curvas oscilen, perdiendo precisión para valorizar instrumentos no observados, y en ocasiones llegando a predecir tasas *forward* negativas. Cárceles (2009), resalta que la elección del número de nudos en la construcción de *splines* implica una incompatibilidad entre dos de las características más importantes en la estimación de la Estructura Temporal de la Tasa de Interés: ajuste y suavidad, por ello su determinación debe resolverse mediante el uso de métodos *ad-hoc*. Pereda (2009), muestra que la principal desventaja es que no tienen una forma de curva predeterminada, por lo que son muy sensibles a la muestra de datos disponible y al número de intervalos en que se divide la curva (*knots*). Resalta que estos modelos son utilizados con mayor éxito en países que cuentan con un número de bonos (precios o rendimientos) suficientes para cada intervalo de la curva, lo que generalmente no ocurre en la mayoría de países con un mercado de bonos en formación, en los que se prefiere optar por modelos paramétricos.

Fernandez Quiroga y Vedia (2011), aseguran que en los *splines* existe una ausencia de una forma de curva predeterminada. Presentan una alta sensibilidad a la muestra de datos disponibles y al número de intervalos en los que se divide la curva (*knots*).

1.1.3 Modelos econométricos

Dentro de este grupo tenemos los modelos paramétricos, los cuales han demostrado tener un buen ajuste y predicción sobre la curva de rendimiento. Estadísticamente, un modelo paramétrico es una familia funcional que obedece al comportamiento de alguna distribución de probabilidad, sobre la cual suponemos que las características de la población de interés pueden ser descriptas. Es así como los modelos diseñados en este contexto, basados en regresión, buscan describir el comportamiento de una variable de interés con otras llamadas exógenas, a través de funciones de vínculo lineales o no lineales.

Charles Nelson y Andrew Siegel (1987) diseñaron un modelo sencillo que representa la curva de rendimientos con un alto nivel de precisión. La estructura paramétrica asociada a este modelo permite analizar el comportamiento a corto y a largo plazo de los rendimientos y ajustar curvas monótonas, unimodales o del tipo S. Los autores supusieron que las clases de funciones mediante las cuales se puede crear una típica forma de la curva de rendimiento están asociadas con la solución de ecuaciones diferenciales. Schlesinger (2006), resalta que los autores proponen una forma funcional para la tasa *forward* instantánea la cual es una

solución a una ecuación diferencial de segundo orden con raíces reales y distintas, lo cual se muestra en la ecuación:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/t) + \beta_2 \cdot m/t \cdot \exp(-m/t) \quad [2]$$

donde β_0 , β_1 , β_2 , t , son los parámetros del modelo y m es la madurez a la que se calcula la tasa forward instantánea. La tasa de interés a término o cero cupón $R(m)$ es el promedio de las tasas forward instantáneas, como lo muestra la ecuación:

$$R(m) = \frac{1}{m} \int_0^m f(x) \cdot dx \quad [3]$$

Por lo tanto la forma de la tasa cero cupón será entonces como lo indica la ecuación:

$$R(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)[1 - \exp(-m/t)] \times m/t - \beta_2 \exp(-m/t) \quad [4]$$

Esta función tiende a una tasa de largo plazo dada por el parámetro β_0 a medida que m tiende a infinito. Para 0 , m se obtiene la tasa de corto plazo instantánea la cual corresponde a $\beta_0 + \beta_1$.

En la curva de Nelson-Siegel se destaca que cada coeficiente del modelo contribuye en el comportamiento de las tasas forward en el corto, mediano y largo plazo; no obstante, Svensson (1994) propone una nueva versión de la curva de Nelson-Siegel donde un cuarto término es incluido. En este caso, la función para describir la dinámica de las tasas forward es:

$$f(m) = \beta_0 + \beta_1 \exp(-m/t_1) + \beta_2 \cdot m/t_2 \cdot \exp(-m/t_2) + \beta_3 \cdot m/t_3 \cdot \exp(-m/t_3) \quad [5]$$

La tasa cero cupón para el modelo de Svensson se deriva de la misma forma que para el primer modelo. La inclusión de este término adicional permite la existencia de más de un óptimo, pudiendo la curva así presentar un máximo y un mínimo de manera simultánea. Se estiman todos los parámetros por máxima verosimilitud, aunque considera que también podrían emplearse mínimos cuadrados no lineales o el método de los momentos generalizados.

Cárceles (2009), verifica que la mayoría de bancos centrales se inclinan por los modelos que aplican formas funcionales simples, concretamente, tanto el modelo de Nelson y Siegel (1987) como el de Svensson (1994) han sido ampliamente utilizados para el análisis de política monetaria. Respecto de las *ventajas* de los modelos paramétricos, la autora resalta que es más sencillo trabajar con estos métodos que con *splines*, ya que se elimina toda la problemática del posicionamiento de los nudos. La mayoría de los métodos basados en *splines* ha mostrado gran sensibilidad respecto a la selección y posicionamiento de los nudos. Además los parámetros de los modelos tienen significado económico, lo que facilita la interpretación de los resultados obtenidos y no tienen el riesgo de sobreparametrización que tienen los modelos basados en *splines*.

Franco González (2007), resalta que los modelos presentados acá (Nelson-Siegel y Svensson), poseen mínima discrecionalidad en la estimación y buen ajuste, parsimonia (requiere un número pequeño de parámetros para caracterizar completamente la curva de rendimiento), bajos requerimientos de información, además de estimar tasas de corto y largo plazo incluso fuera de la muestra con mucha precisión.

Analizando las *desventajas*, se sabe que el modelo de Nelson y Siegel no posee buenos ajustes cuando la estructura de las tasas de interés es compleja. En ese caso se recomienda seguir el Modelo de Svensson. Diebold y Li (2003), aseguran que la factorización del modelo presenta dificultades para la interpretación y estimación de los coeficientes, ya que los mismos han sido definidos como factores y al estar estrechamente relacionados pueden generar problemas de multicolinealidad en el modelo.

Por otro lado Frederick y Herzog (2012), aseguran que el poder de predicción del modelo N&S al añadirle factores macroeconómicos parece ser menos relevante en el entorno actual (después de la crisis), ya que tienden a sobreestimar las rentabilidades, especialmente en el tramo largo de la curva de rentabilidad. Canedo y otros (2003), resaltan que un defecto importante del modelo de Nelson y Siegel es que el ajuste no es el adecuado para ciertos plazos, sobre todo en curvas que contemplan plazos muy largos. Esto porque dependiendo del valor del parámetro t , la curva o ajusta bien en el corto plazo o en el largo, pero no en ambos. También Zervos (1995), muestra que si bien el modelo hace cumplir la convergencia asintótica de las tasas forwards, no garantiza que estas sean positivas y en especial en los vencimientos lejanos. Garcia Riesco (2003), aclara que el modelo de Svensson produce curvas con menores errores de ajuste que Nelson y Siegel, debido a la mayor flexibilidad en su forma funcional. Sin embargo, ante la ausencia de datos, puede producir estimaciones menos verosímiles que Nelson y Siegel.

1.2 Modelos dinámicos

El estudio de la dinámica que siguen las tasas de interés busca no sólo explicar la estructura de tasas, sino además, el comportamiento de las volatilidades de dichas tasas y los efectos que relacionan los tipos de interés de plazos diferentes. Tratan de explicar el comportamiento de la tasa de interés, más que la aproximación para el ajuste de los datos. Existe un gran número de modelos de este tipo y aún se siguen perfeccionando los mismos. Por esa razón para tener una idea del abanico de posibilidades de estos modelos los clasificaremos de la siguiente manera:

1) *Modelos dinámicos de tasas de interés clasificados según la estructura del mismo:*

a) Modelos Clásicos de econometría financiera aplicados a la tasa de interés y por lo general son modelos multivariados.

b) Modelos de Árboles Binomiales: la dinámica de la tasa de interés es descrita por un proceso de tiempo discreto estocástico.

c) Modelos de Ecuaciones Diferenciales estocásticas: la dinámica de la tasa de interés viene explicada por un proceso estocástico continuo en el tiempo el cual puede ser representado por una ecuación estocástica diferencial.

2) *Modelos dinámicos clasificados de acuerdo a la derivación de la tasa de interés:*

a) Modelos derivados endógenamente (modelos de factores): la dinámica de la tasa de interés viene explicada por pocos factores que se constituyen en las fuerzas de tendencia de esa dinámica. La mayoría de ellos puede ser descriptos dentro del marco de ecuaciones diferenciales estocásticas.

b) Modelos de Arbitrajes: estos modelos han sido desarrollados por la teoría financiera basados en la misma idea de los modelos de precios de opciones dentro del marco de Black-Scholes-Merton. Esto es una idea de no arbitraje en la cual el precio del instrumento financiero es determinado de tal manera que el arbitraje² no es posible. Los modelos dinámicos de tasas de interés son procesos estocásticos que cuentan con un componente de tendencia determinístico y un componente de volatilidad que agrega ruido al modelo.

Los modelos dinámicos de tasas de interés son los más avanzados de tasas de interés. Dados que los mismos son numerosos, presentamos a continuación una breve reseña de los más "populares".

Una de las estructuras de tasas de interés más utilizadas es el proceso de Ornstein-Uhlenbeck que viene dado por:

$$dr_t = \dots - r_t) dt + \sigma z_t \quad [6]$$

donde z_t es una variable aleatoria, σ es un parámetro que es interpretado como la reversión de la media, μ es otro parámetro que se lo interpreta como la tasa de interés de largo plazo y σ es el parámetro de la volatilidad. Este proceso fue usado para el primer modelo de equilibrio de no-arbitraje propuesto por Vasicek (1977). Este modelo fue el primero en incorporar reversión a la media a un modelo de tasas de interés de equilibrio. Esto permite un comportamiento acorde con el que

² La estrategia de arbitraje es la estrategia de no inversión inicial, no riesgo y utilidades positivas.

se observa en la realidad en cuanto a que las tasas tienden a volver a valores medios.

Dentro de las *ventajas* del modelo de Vasicek se puede mencionar la facilidad de implementación, la simpleza analítica y la capacidad de generar distintas formas de la estructura de tasas de interés como crecientes, decrecientes y con montes o valles. El modelo de Vasicek tiene una base conceptual sólida que permite interpretar la información que contienen las tasas de interés a través del tiempo.

Los modelos con un solo factor consideran como única variable que define la estructura temporal de la tasa de interés, la tasa instantánea, siendo esta la única fuente de incertidumbre. Además del modelo de Vasicek, tenemos el modelo de Dothan (1978), el modelo Cox, Ingersoll y Ross (1985), el modelo de Hull y White (1990), el modelo de Black y Karasinski (1991), el modelo de Mercurio y Morales, entre otros.

La principal *desventaja* de estos modelos es que únicamente consideran movimientos paralelos de la estructura temporal de la tasa de interés, es decir que si existe una modificación de la tasa de interés de corto plazo en el momento t , se transmite a lo largo de todos los vencimientos de tal manera que la curva de rendimiento se traslada en forma paralela. Es decir que existe una perfecta correlación entre los rendimientos de los instrumentos y sus distintos vencimientos. Si bien los modelos de un factor son muy atractivos para valorizar derivados de la tasa de interés, no logran explicar completamente la evolución de ellas, y son incapaces de describir completamente la estructura de volatilidad observada. También Longstaff y Schwartz (1992), resaltan que los modelos de un factor usualmente producen estructuras de tasas de interés muy planas y no logran captar la variabilidad de las tasas de largo plazo.

Los modelos de 2 o más factores se incorporan a la estimación de la estructura de la tasa de interés para resolver algunos de los problemas o desventajas resaltados en el punto anterior.

Dentro de los modelos de 2 factores, encontramos a Brennan y Schwartz (1979) quienes postulan que toda la ETI puede ser expresada como una función de un proceso multifactorial, resaltando que se debe considerar la evolución de la tasa de interés en el corto y largo plazo. Las tasas siguen un proceso conjunto de Gauss Markov. Longstaff y Schwartz (1992) desarrollan un modelo de dos factores, los que en conjunto representan el retorno de la producción en la economía, en la que la tasa de interés instantánea y la volatilidad son combinaciones lineales de estas variables de estado, cada una de las cuales sigue un proceso estocástico.

Además de estos modelos, encontramos otros modelos multifactoriales como ser el de Heath, Jarrow y Morton (1992), quienes retomaron los trabajos de Ho y Lee para desarrollar un marco general para modelar la tasa de interés. Schaefer y Schwartz (1984) proponen un modelo, utilizando la tasa de corto plazo y el

diferencial entre la tasas de corto y largo plazo. La primera sigue un proceso de Ornstein-Uhlenbeck, mientras que el segundo, un proceso de CIR³. Fong y Vasicek (1991) proponen un modelo de dos factores, con procesos para la volatilidad del tipo CIR, y del tipo Ornstein-Uhlenbeck para la tasa. Los precios de bonos y opciones sobre éstos, se obtiene de soluciones numéricas.

Siguiendo a García Riesco (2003), podemos resaltar que gran parte de las teorías dinámicas de tasas de interés pueden sintetizarse en lo que se conoce como Modelos Afines de Estructuras de Tasas de Interés, propuestos por Duffie y Kan (1996), y generalizados por Dai y Singleton (2000). Un modelo afín de tasas de interés es aquel que especifica una relación lineal entre tasa de interés y sus variables explicativas. Si la tasa de corto plazo es función de K factores estocásticos, X_i , entonces la relación que define a un modelo afín es de la forma:

$$r(t) = \delta + \delta' \cdot X(t) \quad [7]$$

en donde δ y X son vectores K -dimensionales, con δ_i el ponderador del factor X_i . Este modelo resume sucesivos aportes teóricos, los cuales dieron forma a las actuales dinámicas utilizadas para modelar la evolución de la tasa de interés de corto plazo.

2. EVIDENCIA EMPÍRICA Y SELECCIÓN DE MODELOS

Anderson y Sleath (2001), proponen los siguientes criterios de desempeño para que se pueda seleccionar el modelo a utilizar a la hora de estimar la estructura temporal de la tasa de interés:

1- *Suavidad de la curva (smoothness)*: el objetivo es obtener estimados de las expectativas de tasas de interés antes que una valuación precisa de los bonos.

2- *Flexibilidad*: el método debe capturar los movimientos de la curva, principalmente en el corto plazo, que es el más sensible a las expectativas.

3- *Estabilidad*: la curva no debe variar de manera significativa ante cambios pequeños en los datos correspondientes a un bono de un plazo en particular.

De esta manera, Pereda (2009) realiza una reseña de modelos para estimar la ETTI empleados en distintos países y resalta que todos ellos muestran que la elección de un modelo determinado para estimar las curvas cupón cero no debe realizarse *a priori*, sino que debe basarse en ciertos criterios de selección, de tal manera que se elija el modelo que proporcione el mejor desempeño, no sólo para una fecha en particular, sino durante un período de tiempo adecuado.

Cipolina y Truppia (2009), analizan la ETTI para Argentina y resaltan que el mercado argentino presenta una estructura particular donde algunos supuestos

³ Modelo de Tasas de Interés Cox-Ingersoll-Ross (CIR).

básicos para la estimación de la estructura temporal no se cumplen. Aseguran que las técnicas tradicionales propuestas por la literatura se basan en supuestos que no se verifican en el mercado argentino, por lo que es necesario desarrollar un método más apropiado para este mercado. Concluyen que el modelo a utilizar dependerá del objetivo del análisis, ya que, como veremos, de acuerdo al destino del estudio, ciertas ventajas pesan más que otras cuando se elige uno de los modelos. Es por esto que los modelos no pueden rankearse de acuerdo a su efectividad. Lo que debe hacerse es analizar las fortalezas y debilidades de cada uno, y elegir el que más se ajuste al objetivo buscado.

Algunos autores han comparado distintos modelos para ver cuales mostraban un mejor ajuste, entre ellos podemos citar a:

Shea (1984), comparó los *splines* cúbicos de McCulloch (1975) con los *splines* exponenciales de Vasicek y Fong (1982), concluyendo que los resultados no mejoraban si se interpolaba con una función exponencial, en vez de una polinomial. En cambio, resultaba numéricamente más inestable, pues pequeñas variaciones en el parámetro α causaban una gran variación en las tasas forward implícitas.

Bliss (1996), compara cuatro métodos para estimar estructuras de tasas de interés: McCulloch (1975), Fisher, Nychka y Zervos (1994), Nelson y Siegel (1987) y un método propuesto por el autor. La comparación se hace analizando los errores cometidos en los precios estimados por cada modelo, especialmente con datos fuera de la muestra. El estudio concluye que los métodos tienen un desempeño comparable en los ajustes dentro de la muestra, siendo el método de Fisher el único incapaz de ajustar el corto plazo. Además se señala que el método que mejor ajusta el largo plazo fuera de la muestra, corresponde al trabajo del autor.

Anderson y Sleath (2001) comparan los modelos de Nelson y Siegel (1987), Svensson (1994), Fisher (1994) y Waggoner (1997). El trabajo se enmarca en un estudio para determinar un método que apoye las decisiones de política monetaria del Banco de Inglaterra. El trabajo concluye que el método que mejor se adapta al mercado británico es una extensión de Waggoner (1997), con una función continua para el parámetro de penalización, dependiente de la madurez.

Carceles (2009), enuncia que por todas estas ventajas la tendencia de los trabajos aparecidos en los últimos años parece retornar hacia la utilización de modelos paramétricos de estimación frente a los *splines*, sobre todo a partir de la publicación de un artículo de Diebold y Li (2006) en el que se realizaban predicciones precisas de la estructura temporal partiendo del modelo de Nelson y Siegel (1987). Además, son muchos los trabajos que comparan diversos métodos para ver empíricamente cuál aproxima mejor la ETTI. En este punto el volumen de trabajos es muy elevado y sus características muy heterogéneas, lo que no siempre permite obtener conclusiones de forma clara. Sin embargo, en lo que a

comparación entre *splines* y modelos paramétricos se refiere, la mayoría obtienen mejores resultados con estos últimos.

Klein y Deventer (2009), han comparado los modelos de Nelson y Siegel con algunos modelos de tipo *splines* para algunos bonos rusos, y concluyeron que:

- Las aproximaciones de tipo *splines* en general han sido superiores a las estimaciones de Nelson – Siegel en algunas dimensiones críticas: en la precisión de la estimación observable del precio de los bonos y otros datos de mercado. Los otros puntos críticos han sido la suavización y la racionalidad de las curvas de la tasa forward, dado que la curva forward debe ajustar a los datos observables.
- Las curvas de rendimientos de los bancos centrales derivadas usando la aproximación de Nelson-Siegel son potencialmente inconsistentes con el precio actual de los bonos utilizados como insumos en el proceso de suavización. Se debería evitar los datos del proceso suavizado de Nelson -Siegel como insumos para los cálculos de riesgo.
- El proceso de suavización de Nelson-Siegel no es lo suficiente exacto para las valuaciones FAS 157 y los informes claves de riesgo, dada la magnitud de los errores que pueden resultar y la tendencia de usuarios a aceptar resultados sin chequear si el ajuste del modelo a los datos ha sido bueno o no.

Para finalizar los autores resaltan que algunos analistas deberían preguntarse qué hacer en el caso de que la base de datos esté mal. Aseguran que aun cuando la base de datos es buena, la aproximación de Nelson y Siegel falla en el ajuste en gran porcentaje.

Podemos concluir que después de analizar las alternativas vistas en el análisis teórico y algunas evidencias empíricas podemos resaltar que en la estimación de la estructura temporal de la tasa de interés, son muchas las cuestiones importantes a tener en cuenta y que condicionarán los resultados obtenidos. Así, los datos empleados, la elección de la función a estimar, la técnica de estimación a utilizar, son elementos que deben elegirse cuidadosamente en función del objetivo último perseguido por la estimación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Anderson, N. and J. SLEATH (2001). *New estimates of the UK real and nominal yield curves*. Working Paper 126, Bank of England.

Arango L. Y Otros (2001). *Estimación de la estructura a plazo de las tasas de interés en Colombia*. Banco de la República. Colombia.

- Carceles E. (2009). *La estimación de la estructura temporal de los tipos de interés: metodología y aplicaciones*. Tesis Doctoral. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid. España.
- Cipolina L. Y Trupia J. (2009). *Estimación de la Estructura Temporal de Tasas de Interés en el Caso Argentino*. Working Paper. Argentina.
- Cox, J., J. Ingersoll, and Ross, S. (1985a). *An intertemporal general equilibrium model of asset prices*. *Econometrica* 53(2): 363-384.
- Cox, J., J. Ingersoll, and Ross, S. (1985b). *A theory of the term structure of interest rates*. *Econometrica* 53(2): 385-407.
- Dabos M. Y Bugallo F (2000). *Term Structure of Interest Rates Changes during International Financial Crises: The case of Argentina vs. USA*. Working Paper. Argentina.
- Deaves R. Y Parlar M. (1999). *A Generalized Bootstrap Method to Determine the Yield Curve*. De Groote School of Business McMaster University Hamilton. Ontario. Canadá.
- Diebold, F.X. Y LI, C. (2006). *Forecasting the Term Structure of Government Bond Yields*. *Journal of Econometrics*, 130, 337-364.
- Dothan, L. U. (1978). *On the term structure of interest rates*. *Journal of Financial Economics* 6: 59-69.
- García Riesco J. (2003). *Estructuras de tasas de interés nominales y reales en Chile: estimación de modelos estáticos y de modelos dinámicos mediante filtro de Kalman aplicado sobre paneles de datos incompletos*. Tesis de Maestría. Escuela de Ingeniería. Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Gilli M. Y Otros (2010). *Calibrating the Nelson–Siegel–Svensson model*. COMISEF working papers series. Wps-031. Bruselas.
- Ho Y. y B. Lee (1986). *Term structure movements and pricing interest rate contingent claims*. *Journal of Finance* 41: 1011-1029.
- Hull, J. y A. White (1990). *Pricing interest rates derivative securities*. *Review of Financial Studies* 3(4): 573-592.
- Jajuga, K. (2006). *Interest Rate models and tools of financial econometrics*. *Dinamic Econometric Models*. Vol 7. Nikolaus Copernicus University, Torún.
- Julio J.; Mera S Y Otros (2002). *La curva Spot, estimación con Splines cúbicos suavizados, usos y ejemplos*. Banco Central de la República de Colombia, Bogotá.
- Karelmo K. (2010). *Interest Rate Term Structure Modeling in the Presence of Missing Data*. Working Paper. Zürich. Suiza.

- Klein S. y Deventer R (2009). *Yield Curve Smoothing: Nelson-Siegel versus Spline Technologies*. Kamakura Corporation Working paper. Honolulu.
- Kopányi S. (2010). *An Econometric Analysis of the Hungarian Sovereign Yield Curve*. Proceedings of FIKUSZ '10 Symposium for Young Researchers, 2010, 139-148. Hungría.
- Mascareñas J. (2010). *La estructura temporal de los tipos de interés*. Universidad Complutense de Madrid.
- Morini S. (2003). *Estimación de la curva cupón cero con polinomios legender*. Asociación de Economía Aplicada. Pag. 363- 375. Madrid. España.
- Munguía A. (2010). *La estructura temporal de las tasas de interés y su interpretación*. Revista de la Escuela de Ciencias Económicas y Empresariales. Universidad Panamericana. Número 28. Mexico.
- Pienaar R. Y Choudhry M. (2002). *Fitting the term structure of interest rates: the practical implementation of cubic spline methodology*. Working Paper. London.
- Santana J. (2008). *La curva de rendimientos: una revisión metodológica y nuevas aproximaciones de estimación*. Cuadernos de economía. Vol. 27 – pag. 71-113 Bogotá. Colombia.
- Schlesinger A. (2006). *Estimación de la estructura de tasas de interés reales, de los instrumentos de renta fija en Chile*. Facultad de Economía y Negocios. Universidad de Chile.
- Svensson L. (1994). *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994*. Working Paper 4871, National Bureau of Economic Research.
- Terceño Gomez A. Y Otros (2007). *Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés utilizando métodos de regresión borrosa. Aplicación al mercado de bonos públicos de Argentina*. Cuadernos del CIMBAGE N° 9 (2007) 59-82. Argentina.
- Vasicek O. (1977). *An equilibrium characterisation of the term structure*. Journal of Financial Economics 5: 177-188.
- Vasicek O. and G. Fong (1982). *Term structure modeling using exponential splines*. Journal of Finance XXXVII(2): 339-348.
- Vedia R. Y Quiroga M. (2011). *Análisis e implicaciones de política de la estructura temporal de tasas de interés en Bolivia*. Banco Central de Bolivia.

