

# CALIBRACIÓN DE MODELOS DE ESTRUCTURA DE TASAS DE INTERÉS

*María Teresa Casparri  
Diego Cosentino  
Gonzalo Garcia*

## INTRODUCCIÓN

El objetivo de este trabajo es aplicar los modelos de simulación de la estructura temporal de tasas de interés a las tasas argentinas. En particular a la tasa BAIBOR (Buenos Aires InterBank Offered Rate) que es la tasa equivalente a la LIBOR en Buenos Aires (Argentina). El principal problema es que no posee mucha liquidez en las tasas a largo plazo, ya que en Argentina la mayoría de las operaciones son a un plazo corto debido a la incertidumbre de la sociedad frente a la evolución del tipo de cambio, y por ende también de la inflación.

El modelo principal a usar es el de Nelson y Siegel modificado por Svensson, el cual funciona ajustando la estructura temporal de tasas de interés a una función y la proyecta mediante el método de simulación de Monte Carlo. La ventaja de este modelo es que simula toda la estructura y no tasa por tasa, lo que hace que sean más consistentes las tasas entre sí.

En primer lugar, cabe aclarar que no hay un modelo predominante para la simulación de la estructura temporal de tasas de interés.

Los modelos de tasas de interés que se van a utilizar son modelos estocásticos, o sea que no tienen en cuenta ningún tipo de variable económica, ya sea la inflación, el tipo de cambio, el PBI del país, la base monetaria, etc. Suponen que para estimar las tasas por venir únicamente harían falta los datos históricos ya que estas contendrían toda la información pasada dado que la tasa de interés interactúa con todas las variables mencionadas anteriormente, es decir, los efectos de las otras variables macroeconómicas quedan incorporadas implícitamente en los datos de las tasas. El problema de algunos de estos modelos es que para valuar instrumentos financieros derivados que dependan meramente de las tasas de interés, podría llegarse a datos inconsistentes con el modelo de no arbitraje, ya que se darían oportunidades de arbitrar. Por esta razón hay modelos de no arbitraje, pero únicamente tienen en cuenta los datos de las tasas al contado para los distintos plazos, asumiendo que toda la información del pasado está contenida en los valores actuales, esto no es del todo cierto ya que datos empíricos muestran que las tasas de interés tienen una reversión a la media, que actuaría como una tasa de interés de equilibrio de largo plazo. Estos modelos sirven únicamente para valuar derivados financieros.

La importancia de simular una estructura temporal de tasas de interés reside en que el sistema financiero, y por lo tanto el mercado, se basan en ellas para hacer operaciones. Ya sea para medir el valor actual de flujos de fondos, valuar

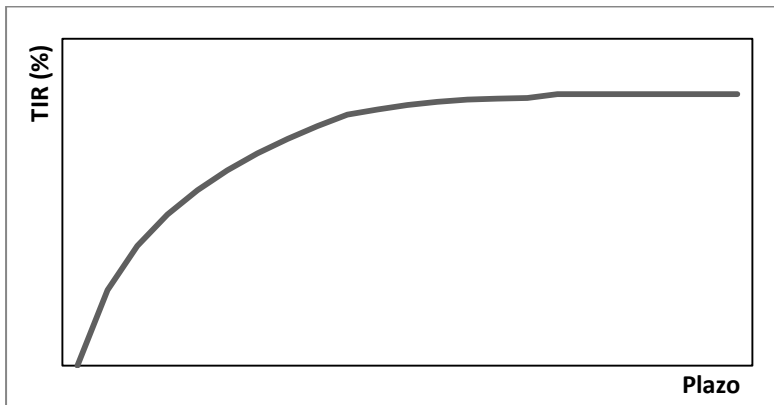
instrumentos financieros, etc. Es por eso que es de gran importancia reducir la incertidumbre tratando de proyectar las tasas de interés.

## 1. ESTRUCTURA TEMPORAL DE TASAS DE INTERÉS (ETTI).

Las tasas de interés pueden variar diariamente, y de hecho los modelos estocásticos suponen que varían de forma continua, lo que conlleva a varios problemas. El principal problema es que la ETTI no tiene una forma definida, por lo que puede tomar infinitas trayectorias. Las principales son:

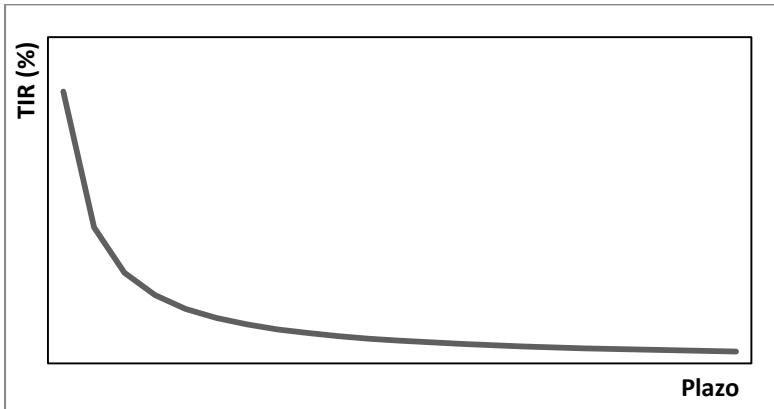
- **Curva creciente**, normal o positiva: Es la forma más común que se ve en los mercados. Las tasas nominales aumentan a medida que el plazo lo hace. Al principio crece de una manera muy rápida y luego va disminuyendo el crecimiento cuando los plazos son más largos.

Gráfico 1



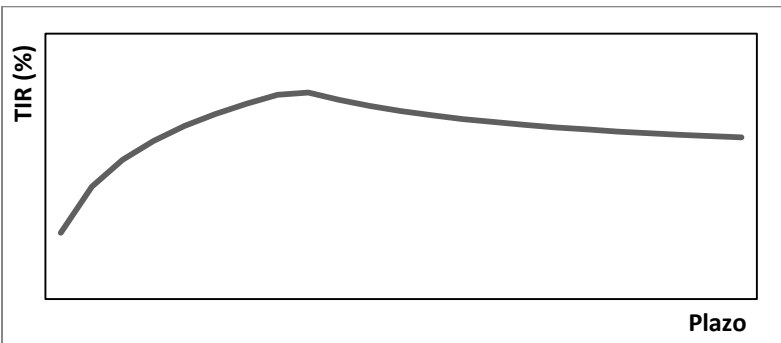
- **Curva invertida**, decreciente o negativa: Esta forma se observa mayormente en los mercados que están sufriendo altos niveles de stress. Se suele dar por una combinación de factores, como el hecho de la baja en la cantidad de depósitos a corto plazo, la necesidad de liquidez de las instituciones financieras, la incertidumbre con respecto al mediano y largo plazo, etc.

**Gráfico 2**



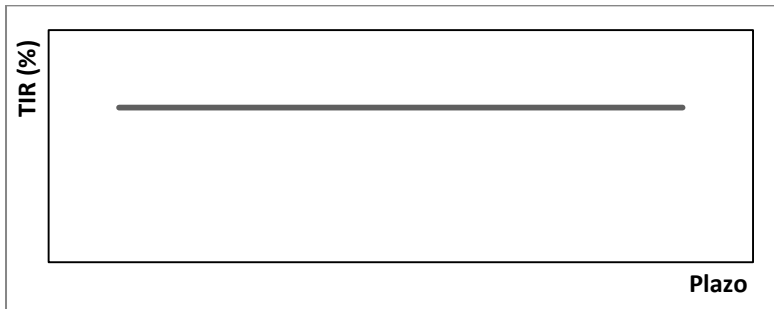
- **Curva "mixta"**: se da por una mezcla entre la curva normal y la curva invertida, al principio la tasa crece a medida que lo hace el plazo, hasta un punto en el cual comienza a decrecer manteniéndose así.

**Gráfico 3**



- **Estructura "flat"**, o plana: Es una recta, lo que supone una tasa de interés constante para todos los plazos.

**Gráfico 4**



Hay varias teorías que intentan explicar por qué se dan las distintas formas de las curvas y qué variables las explican.

La primera es la teoría **de las expectativas del mercado**, inicialmente planteada por Lutz y luego trabajada por varios economistas de gran renombre como Fisher, Keynes, etc.

Ésta plantea que la ETTI es determinada únicamente por las expectativas que el mercado tiene sobre la evolución de las tasas de interés en el futuro, o sea, los rendimientos que el mercado espera tener en un futuro sobre los bonos. La teoría se basa en que todos los participantes del mercado tienen expectativas homogéneas y que la tasa que esperan es la que realmente va a ser. Los supuestos de esta teoría son:

- Los inversores maximizan su utilidad esperada sin tener en cuenta su horizonte de inversión
- Mercado sin fricciones: No hay costos de transacción, todos los participantes son tomadores de precios, no hay barreras a la entrada o salida del mercado, hay movilidad perfecta de bienes, etc.
- Mercado eficiente: toda la información está disponible simultáneamente para todos y es reflejada instantáneamente en los precios.
- Los flujos de fondos son conocidos: Se tiene certeza en cuanto al valor a cobrar por los cupones (ya sean de interés, de amortizaciones o una combinación de ambas)

Luego está la teoría de la **preferencia por la liquidez**, la cual plantea que los inversores prefieren la liquidez, es por eso que la compensación para desprenderse

del dinero por más tiempo es mayor, lo que explica perfectamente a la curva positiva.

Contrarrestando al supuesto de mercado sin fricciones que hace la teoría de las expectativas aparece John M. Culbertson proponiendo la teoría **de la segmentación del mercado**. Él dice que en la práctica hay varios mercados en los cuales se negocian distintos tipos de instrumentos o derivados financieros, a los cuales sólo algunos inversores tienen acceso. Todos los participantes de cada segmento del mercado buscan cobertura (en particular las empresas) y tienen como objetivo la supervivencia. El principal supuesto de esta teoría es que todos son fuertemente aversos al riesgo, lo cual no es del todo cierto, porque por más que algunas empresas utilicen los mercados de capitales para cubrirse frente a distintos tipos de riesgo hay muchas que están dispuestas a tomar riesgos. Y también deja afuera a los inversores especuladores.

Por ello Franco Modigliani y Richard Sutch propusieron la **teoría del hábitat preferido**, que sugiere que los que buscan inmunizar sus portafolios buscando cobertura en los mercados son los que soportan menor incertidumbre ya que eliminan el riesgo sistemático, pero que todos los participantes del mercado lo soportan, y que no son necesariamente aversos. Esta teoría engloba a las teorías de las expectativas, de preferencia por la liquidez y de la segmentación de los mercados.

## 2. MODELOS ESTOCÁSTICOS

Rendleman y Bartter (RB): Proponen un modelo estocástico para un mundo neutral al riesgo con la siguiente estructura:

$$dr = \mu \cdot r \cdot dt + \sigma \cdot r \cdot dz$$

siendo:

**dr**: La variación de la tasa de interés.

**μ**: La media a lo largo del tiempo, de la tasa de interés.

**r**: La tasa de interés compuesta continua.

**dt**: La variación del tiempo.

**σ**: La volatilidad (desvío) de la tasa de interés.

**dz**: La variación de un proceso estocástico con media 0 y varianza 1.

El principal problema de este modelo es que no tiene en cuenta el efecto de reversión a una tasa media de largo plazo. Otro gran problema es que la tasa puede tomar valores negativos, y como lo que se está estimando son las tasas nominales, carece de sentido financiero y económico que las tasas nominales tomen valores no positivos.

Vasicek: se modifica el modelo de RB añadiéndole que la evolución de la tasa de interés a lo largo del tiempo tiende a una media.

$$dr = \alpha(b - r)dt + \sigma \cdot dz$$

siendo:

**dr**: La variación de la tasa de interés.

**$\alpha$** : Constante que determina la velocidad a la cual la tasa se ajusta a la media de largo plazo.

**b**: Tasa media de largo plazo.

**r**: La tasa de interés compuesta continua.

**dt**: La variación del tiempo.

**$\sigma$** : La volatilidad (desvío) de la tasa de interés.

**dz**: La variación de un proceso estocástico con media 0 y varianza 1.

El problema principal es uno de los problemas del modelo de RB que es que las tasas nominales pueden tomar otros valores más allá de los positivos.

Cox, Ingersoll y Ross: éste modelo es la evolución del modelo anterior, ya que acota la tasa de interés a los valores positivos únicamente.

$$dr = \alpha(b - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz$$

siendo:

**dr**: La variación de la tasa de interés.

**$\alpha$** : Constante que determina la velocidad a la cual la tasa se ajusta a la media de largo plazo.

**b**: Tasa media de largo plazo.

**r**: La tasa de interés compuesta continua.

**dt**: La variación del tiempo.

**$\sigma$** : La volatilidad (desvío) de la tasa de interés.

**dz**: La variación de un proceso estocástico con media 0 y varianza 1.

Los modelos recién presentados tienen la deficiencia de que sólo dependen de una sola fuente de incertidumbre ( $dz$ ), y que la volatilidad tiene la estructura dada por el modelo y no puede ser modificada según la ocasión. El inconveniente de no poder modificar la estructura de la volatilidad no es un problema menor, ya que la volatilidad observada hoy cambia muy significativamente con el correr del tiempo,

ya que la volatilidad es no estacionaria. Es por eso que la vigente en el presente difícilmente sea la misma en el futuro.

Luego están los modelos de Heath, Jarrow y Morton (HJM) y Libor Market Model (LMM) que son una combinación de modelos de no arbitraje y de equilibrio.

Finalizando, encontramos el modelo de Nelson y Siegel, y su posterior modificación hecha por Svensson.

Ellos plantearon un modelo parsimonioso paramétrico el cual plantea un ajustamiento de una función analítica a la estructura temporal de tasas de interés; y luego esa función es la que va a seguir un proceso estocástico. La función a la cual se ajustan los datos es la solución de una ecuación diferencial en diferencias de segundo orden con raíces iguales.

Lo interesante de este modelo es que simula toda la estructura temporal en su conjunto, haciendo que se rompa un supuesto importante que tienen los anteriores modelos: que las tasas de interés eran independientes entre sí cuando se las proyectaba. El modelo supone que la tasa forward instantánea es la solución de una ecuación diferencial de segundo orden con dos raíces idénticas. La ventaja de este modelo es que es parsimonioso, ya que sólo se estiman 4 parámetros para llegar a la función, y explica los distintos tipos de curvas de manera ajustada.

Se conforma de la siguiente manera:

$$r(m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} - \beta_2 e^{-\frac{m}{\tau}}$$

siendo:

**$r(m)=r(0,m)$ :** La tasa de interés compuesta continua al contado con vencimiento en  $m$ .

**$(\tau, \beta_0, \beta_1, \beta_2)$ :** El vector de parámetros que dan forma a la curva.

Particularmente:

**$\beta_0$ :** Es la ponderación al ajuste al largo plazo.

**$\beta_1$ :** Es la ponderación al ajuste al corto plazo.

**$\beta_2$ :** Es la ponderación al ajuste al mediano plazo.

**$\tau$ :** Determina la velocidad de convergencia de los términos en los que aparece. A valores grandes de  $\tau$  el ajuste es mejor en el largo plazo, en cambio a pequeños valores el ajuste al corto plazo se dará mejor.

A este modelo Svensson le hizo una modificación en 1994, agregándole 2 parámetros ( $\beta_3, \tau_2$ ) más haciendo un mejor ajuste a la curva sin perder la parsimonia del modelo de Nelson y Siegel.

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} - e^{-\frac{m}{\tau_1}} \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_2}}}{\frac{m}{\tau_2}} - e^{-\frac{m}{\tau_2}} \right)$$

siendo:

**$r(m)=r(0,m)$ :** La tasa de interés compuesta continua al contado con vencimiento en  $m$ .

**$(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \beta_3, \tau_2)$ :** El vector de parámetros que dan forma a la curva.

Particularmente:

**$\beta_0$ :** Es la importancia que se le va a dar al ajuste al largo plazo.

**$\beta_1$ :** Es la importancia que se le va a dar al ajuste al corto plazo.

**$\beta_2$ :** Es la importancia que se le va a dar al ajuste al mediano plazo.

**$\tau_1$ :** Determina la velocidad a la cual los términos en los que aparece tienden a su límite. A valores grandes de  $\tau$  el ajuste es mejor en el largo plazo, en cambio a pequeños valores el ajuste al corto plazo se dará mejor.

**$(\beta_3, \tau_2)$ :** Estas dos variables que se agregan forman otro componente adicional al mediano plazo, haciendo que las formas que pueda tomar la curva sean más diversas y logrando un mejor ajuste.

### 3. PARÁMETROS

Al modelo de Nelson y Siegel lo conforman las siguientes variables  $\tau, \beta_0, \beta_1$  y  $\beta_2$ .

Las variables se estimaron utilizando el complemento SOLVER de Microsoft® Excel®. Utilizando como celda objetivo la suma de los residuos al cuadrado buscando minimizarla. Así se construyeron todas las curvas para los distintos años. Luego se vio que el modelo realmente explicara los datos observados viendo el  $R^2$ .

Una vez que el modelo ajusta de manera robusta, se procede a simular.

Llamando a  $\mu = \begin{bmatrix} \bar{\tau} \\ \bar{\beta}_0 \\ \bar{\beta}_1 \\ \bar{\beta}_2 \end{bmatrix}$ : Vector columna de valores medios de los parámetros a

lo largo de toda la serie.



$$\Delta = \begin{bmatrix} \sigma_{\tau}^2 & \sigma_{\tau,\beta_0} & \sigma_{\tau,\beta_1} & \sigma_{\tau,\beta_2} \\ \sigma_{\beta_0,\tau} & \sigma_{\beta_0}^2 & \sigma_{\beta_0,\beta_1} & \sigma_{\beta_0,\beta_2} \\ \sigma_{\beta_1,\tau} & \sigma_{\beta_1,\beta_0} & \sigma_{\beta_1}^2 & \sigma_{\beta_1,\beta_2} \\ \sigma_{\beta_2,\tau} & \sigma_{\beta_2,\beta_0} & \sigma_{\beta_2,\beta_1} & \sigma_{\beta_2}^2 \end{bmatrix} : \text{Matriz de varianzas y covarianzas.}$$

*L*: Factorización de Cholesky de la matriz de varianzas y covarianzas.

$\varepsilon$ : Vector columna de números aleatorios, pertenecientes a una distribución uniforme de parámetros  $(0,1)^4$ .

$$X^* = \begin{bmatrix} \tau^* \\ \beta_0^* \\ \beta_1^* \\ \beta_2^* \end{bmatrix} = \mu + L * \varepsilon : \text{Vector de los parámetros simulados.}$$

Por último, la modificación de Svensson al modelo de Nelson y Siegel está compuesto por las siguientes variables descriptas anteriormente:  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau_1, \beta_3$  y  $\tau_2$ .

El cálculo del  $R^2$  es el mismo que para el modelo de Nelson y Siegel. Una vez lograda una buena estimación de los parámetros se procede a simularlos.

$$\text{Llamando a } \mu = \begin{bmatrix} \bar{\tau}_1 \\ \bar{\tau}_2 \\ \bar{\beta}_0 \\ \bar{\beta}_1 \\ \bar{\beta}_2 \\ \bar{\beta}_3 \end{bmatrix} : \text{Vector columna de valores medios de los parámetros a}$$

lo largo de toda la serie.

$$\Delta = \begin{bmatrix} \sigma_{\tau_1}^2 & \sigma_{\tau_1,\tau_2} & \sigma_{\tau_1,\beta_0} & \sigma_{\tau_1,\beta_1} & \sigma_{\tau_1,\beta_2} & \sigma_{\tau_1,\beta_3} \\ \sigma_{\tau_2,\tau_1} & \sigma_{\tau_2}^2 & \sigma_{\tau_2,\beta_0} & \sigma_{\tau_2,\beta_1} & \sigma_{\tau_2,\beta_2} & \sigma_{\tau_2,\beta_3} \\ \sigma_{\beta_0,\tau_1} & \sigma_{\beta_0,\tau_2} & \sigma_{\beta_0}^2 & \sigma_{\beta_0,\beta_1} & \sigma_{\beta_0,\beta_2} & \sigma_{\beta_0,\beta_3} \\ \sigma_{\beta_1,\tau_1} & \sigma_{\beta_1,\tau_2} & \sigma_{\beta_1,\beta_0} & \sigma_{\beta_1}^2 & \sigma_{\beta_1,\beta_2} & \sigma_{\beta_1,\beta_3} \\ \sigma_{\beta_2,\tau_1} & \sigma_{\beta_2,\tau_2} & \sigma_{\beta_2,\beta_0} & \sigma_{\beta_2,\beta_1} & \sigma_{\beta_2}^2 & \sigma_{\beta_2,\beta_3} \\ \sigma_{\beta_3,\tau_1} & \sigma_{\beta_3,\tau_2} & \sigma_{\beta_3,\beta_0} & \sigma_{\beta_3,\beta_1} & \sigma_{\beta_3,\beta_2} & \sigma_{\beta_3}^2 \end{bmatrix} : \text{Matriz de varianzas y covarianzas.}$$

*L*: Factorización de Cholesky de la matriz de varianzas y covarianzas.

$\varepsilon$ : Vector columna de números aleatorios, pertenecientes a una distribución uniforme de parámetros  $(0,1)^2$ .

---

<sup>1</sup> Los números aleatorios de distribución uniforme  $(0,1)$  fueron generados por el método de Mersenne Twister

$$X^* = \begin{bmatrix} \tau_1^* \\ \tau_2^* \\ \beta_0^* \\ \beta_1^* \\ \beta_2^* \\ \beta_3^* \end{bmatrix} = \mu + L * \varepsilon : \text{Vector de los parámetros simulados.}$$

En el Anexo 1 se encuentran las fórmulas para la obtención de  $R^2$ , de  $R^2_{ajust}$  y de la factorización de Cholesky.

#### 4. SIMULACIÓN USANDO EL MODELO DE NELSON SIEGEL

A partir de los datos históricos del Anexo 2, se obtuvieron los siguientes valores de los parámetros:

$$X^* = \begin{bmatrix} 0,02418266 \\ 0,1861177 \\ -0,0985433 \\ 0,0032168 \end{bmatrix}$$

Dando como resultado la siguiente estructura para el año 2012:

**Tabla 1**

1 día	1 semana	1 mes	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	18 meses
8,815%	9,151%	10,320%	12,556%	14,544%	15,662%	16,338%	17,077%

Obteniendo un  $R^2 = 0,9876541$  y un  $R^2_{ajust} = 0,9827158$ .

Luego se introdujo la estructura del año 2012 y se simuló la del año 2013, dando por resultado:

**Tabla 2**

1 día	1 semana	1 mes	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	18 meses
8,745%	9,078%	10,237%	12,464%	14,460%	15,591%	16,279%	17,034%

---

<sup>2</sup> Los números aleatorios de distribución uniforme (0,1) fueron generados por el método de Mersenne Twister

## 5. SIMULACIÓN USANDO LA MODIFICACIÓN DE SVENSSON AL MODELO DE NELSON SIEGEL

El vector simulado generó los siguientes valores:

$$X^* = \begin{bmatrix} 2,296200339 \\ 5,093633504 \\ 0,979667906 \\ -0,877681177 \\ 0,218755806 \\ -0,231570435 \end{bmatrix}$$

Obteniéndose la siguiente estructura para el año 2012:

**Tabla 3**

1 día	1 semana	1 mes	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	18 meses
10,231%	10,421%	11,142%	12,867%	15,046%	16,725%	17,889%	18,573%

Dando como resultado un  $R^2 = 0,888124498$  y un  $R^2_{ajust} = 0,843374297$ .

Y para el año 2013:

**Tabla 4**

1 día	1 semana	1 mes	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	18 meses
10,255%	10,445%	11,165%	12,889%	15,074%	16,768%	17,953%	18,698%

## 6. RESULTADOS FINALES

**Tabla 5**

	1 día	1 semana	1 mes	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	18 meses
<b>2011</b>	9,650 %	10,178%	11,458 %	12,354 %	13,344 %	13,931 %	14,21 9%	14,471%
<b>Nelson Siegel</b>								
<b>2012</b>	8,816 %	9,159%	10,365 %	12,755 %	15,086 %	16,619 %	17,74 9%	19,464%
<b>2013</b>	8,746 %	9,086%	10,281 %	12,660 %	14,996 %	16,540 %	17,67 9%	19,408%
<b><math>\Delta 2012</math></b>	- 0,834	-1,018%	- 1,093	0,400 %	1,742%	2,688%	3,529 %	4,993%

	%		%					
<b>Δ2013</b>	-0,070%	-0,074%	-0,084%	-0,095%	-0,090%	-0,079%	-0,069%	-0,056%
<b>Nelson Siegel Svensson</b>								
<b>2012</b>	10,232%	10,432%	11,194%	13,076%	15,626%	17,820%	19,588%	21,419%
<b>2013</b>	10,257%	10,456%	11,217%	13,099%	15,657%	17,868%	19,666%	21,584%
<b>Δ2012</b>	0,582%	0,254%	-0,264%	0,721%	2,283%	3,889%	5,369%	6,947%
<b>Δ2013</b>	0,025%	0,024%	0,023%	0,023%	0,030%	0,048%	0,077%	0,166%

La tabla presentada anteriormente muestra la estructura temporal de tasas de interés para el año 2011 y las simuladas para el año 2012 y 2013. Las filas de Δ2012 y Δ2013 muestran la variación interanual de la tasa de interés, pudiendo hacer un análisis más detallado.

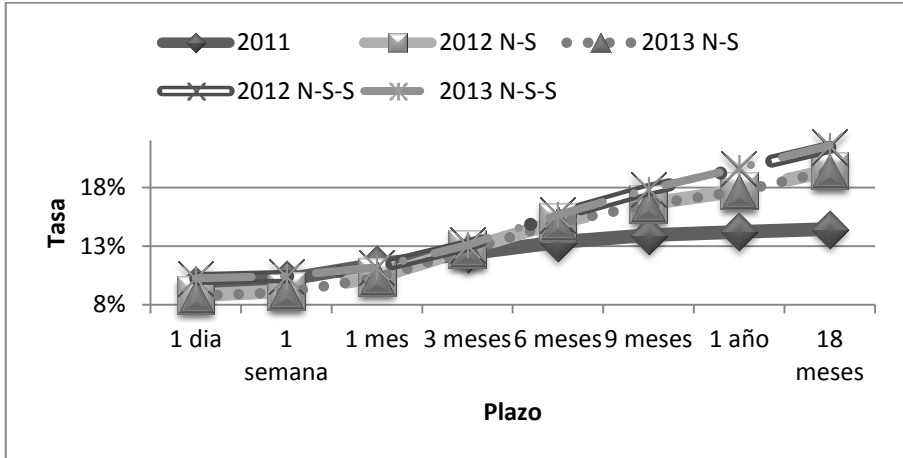
Lo que se pudo observar en la simulación es que en ambos modelos las tasas de interés a un plazo mayor a 3 meses van a seguir subiendo, lo que traducido a la economía significa que la perspectiva que los bancos tienen sobre la economía a plazos mayores que el mencionado anteriormente es más incierta que la actual.

Como la tasa de interés es el resultado de muchas variables mezcladas, entre otras la inflación esperada, se puede deducir también que el sistema financiero prevé un crecimiento generalizado de los precios en el mediano plazo.

El modelo de Nelson y Siegel proyecta que las tasas menores a 1 mes, inclusive, van a bajar. Contrariamente a lo que se proyecta con la modificación de Svensson, a excepción de la tasa a 1 mes. En términos económicos el primer modelo prevé que el sistema financiero va a tener una leve mejoría en la percepción a corto plazo, mientras que el segundo percibe lo contrario.

El siguiente gráfico muestra la ETTI del año 2011 con ambas proyecciones para el año 2012 y 2013.

**Gráfico 5**



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alan Brace, Dariusz Gatarek y Marek Musiela (1997): *The Market Model of Interest Rate Dynamics*. Mathematical Finance.

Charles R. Nelson y Andrew F. Siegel (1987): *Parsimonious Modeling of Yield Curves*. The Journal of Business, Volume 60, Issue 4

David Heath, Robert A. Jarrow y Andrew Morton (1992): *Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology*. Econometrica.

F. A. Lutz (1940): *The Structure of Interest Rates*. Quarterly Journal of Economics.

Franco Modigliani y Richard Sutch (1966): *Innovations in Interest Rate Policy*. American Economic Review.

Javier Márquez Díez-Canedo, Carlos E. Nogués Nivón y Viviana Vélez Grajales (2003): "Un método eficiente para la simulación de curvas de tasas de interés". Banco de México.

John C. Cox, Jonathan E. Ingersoll y Stephen A. Ross (1985): *A Theory of the Term Structure of Interest Rates*. Econometrica.

John M. Culbertson (1957): *The Term Structure of Interest Rates*. The Quarterly Journal of Economics.

Juan Mascareñas (2010): *La estructura temporal de los tipos de interés*. Universidad Complutense de Madrid.

Lars E. O. Svensson: *Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994*. Working paper No. 4871.

Oldrich A. Vasicek (1977): *An Equilibrium Characterization of the Term Structure*. Journal of Financial Economics.

Richard J. Rendleman Jr. y Brit J. Bartter (1980): *The Pricing of Options on Debt Securities*. Journal of Financial and Quantitative Analysis.

## APÉNDICE 1

Siendo:

$X = \begin{bmatrix} r(m_1) \\ r(m_2) \\ \vdots \\ r(m_n) \end{bmatrix}$  : Vector columna de todas las tasas de interés a los distintos plazos.

$\hat{X} = \begin{bmatrix} \hat{r}(m_1) \\ \hat{r}(m_2) \\ \vdots \\ \hat{r}(m_n) \end{bmatrix}$  : Vector columna de las estimaciones de todas las tasas de interés a

los distintos plazos.

El  $R^2$  y su posterior ajuste se calcularon con la siguiente metodología:

### Tasas (en portenjes)

	1 día	1 semana	1 mes	3 meses	6 meses	9 meses	1 año	18 meses
<b>1997</b>	7,279	7,565	8,493	8,862	9,139	9,236	9,375	9,595%
<b>1998</b>	7,012	7,535	9,595	10,632	11,594	12,304	12,853	13,059
<b>1999</b>	7,114	7,699	10,180	11,782	13,269	15,079	15,883	15,963
<b>2000</b>	8,131	8,567	10,063	11,113	12,114	12,569	13,261	13,586
<b>2001</b>	21,771	23,798	28,574	29,810	29,913	26,480	25,847	24,712
<b>2002</b>	40,184	43,404	53,057	55,346	53,094	62,489	59,524	54,105
<b>2003</b>	3,897	5,010	8,804	11,467	13,569	20,207	23,231	25,314
<b>2004</b>	2,170	2,626	3,672	4,565	5,640	7,995	9,379	10,461
<b>2005</b>	4,001	4,512	5,481	6,004	6,646	7,322	8,232	9,084
<b>2006</b>	7,021	7,658	9,560	9,722	9,938	10,220	10,432	10,798
<b>2007</b>	8,465	9,147	10,774	11,083	11,281	11,225	11,344	11,838
<b>2008</b>	9,383	10,485	13,305	14,262	14,736	15,485	16,159	16,195
<b>2009</b>	10,298	11,235	12,749	13,996	15,696	16,396	17,175	17,092
<b>2010</b>	9,233	9,719	10,905	12,023	13,035	13,297	13,517	13,534
<b>2011</b>	9,650	10,178	11,458	12,354	13,344	13,931	14,219	14,471

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\text{Var}(X)} \text{ con } \sum_{i=1}^n e_i^2 = [(X - \hat{X})^T (X - \hat{X})]$$

$$R^2_{\text{ajust}} = 1 - \frac{n-1}{n-3} (1 - R^2)$$

La factorización de Cholesky de la matriz de varianzas y covarianzas se construye de la siguiente manera:

Elementos de la diagonal principal:  $u_{ii}^2 = a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} u_{ik}^2$

El resto de los elementos:  $u_{ij} = \frac{a_{jj} - \sum_{k=1}^{i-1} u_{ik} u_{jk}}{u_{jj}}$

## **ANEXO 1**

Los datos históricos fueron obtenidos de la página del Banco Central de la República Argentina ( [www.bcra.gov.ar](http://www.bcra.gov.ar) ) y están disponibles desde el año 1997 al 2011. Se sacaron promedios anuales y se utilizó la serie entera.

La tasa BAIBOR esta expresada en forma nominal anual con capitalización para el plazo de la misma. Para la estimación de los parámetros se convirtió la tasa a capitalización continua, para luego volver a pasarla a nominal anual.



## ANEXO 2

Los valores estimados de los parámetros fueron para cada año los siguientes:

	$\tau$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$
<b>1997</b>	0,0518652	0,0947107	-0,022447	-6,63E-07
<b>1998</b>	0,1076108	0,1330009	-0,06192	-1,69E-06
<b>1999</b>	0,1781456	0,1724319	-0,098941	-3,55E-06
<b>2000</b>	0,1509763	0,1397299	-0,056958	6,585E-07
<b>2001</b>	0,1274113	0,2223577	-0,005593	0,2927588
<b>2002</b>	0,0385944	0,5783076	-0,189547	0,0717851
<b>2003</b>	0,3912268	0,3570333	-0,309591	-0,083704
<b>2004</b>	0,3549551	0,1514544	-0,126648	-0,070398
<b>2005</b>	0,5637889	0,1144008	-0,070012	0,0001771
<b>2006</b>	0,0287608	0,1044418	-0,036621	0,0012686
<b>2007</b>	0,0324583	0,1150475	-0,032638	0,0102687
<b>2008</b>	0,045393	0,15984	-0,06738	2,587E-05
<b>2009</b>	0,1547995	0,1797812	-0,073682	-4,06E-05
<b>2010</b>	0,0985841	0,138959	-0,046429	-3,82E-05
<b>2011</b>	0,1365877	0,1484903	-0,050423	-2,35E-06

$$\mu = \begin{bmatrix} 0,16407718 \\ 0,18733246 \\ -0,0832553 \\ 0,01480636 \end{bmatrix};$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0,0239923 & -0,0003749 & -0,0047176 & -0,0035764 \\ -0,0003749 & 0,0157335 & -0,0063703 & 0,0017188 \\ -0,0047176 & -0,0063703 & 0,0059443 & 0,0025124 \\ -0,0035764 & 0,0017188 & 0,0025124 & 0,0071173 \end{bmatrix}$$

### ANEXO 3

	$\tau_1$	$\tau_2$	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$
<b>1997</b>	2,7242747	5,061364	0,6057452	-0,528167	-0,010845	0,2395205
<b>1998</b>	1,6212152	4,6911836	0,9573094	-0,879599	-0,050047	0,668167
<b>1999</b>	1,7039089	4,9794021	1,1803022	-1,101426	0,0149995	0,5393299
<b>2000</b>	1,5260787	4,9762137	0,7820857	-0,694954	-0,046383	0,6120125
<b>2001</b>	0,563315	4,6833016	1,4680458	-1,234711	-0,037357	2,5112335
<b>2002</b>	2,125513	5,0875226	3,2235076	-2,778734	1,1407749	-1,67514
<b>2003</b>	2,2528478	5,058322	1,3546178	-1,30541	0,5708055	-1,141191
<b>2004</b>	2,2387985	5,1287287	0,5124555	-0,488112	0,1274876	-0,222394
<b>2005</b>	2,1349174	5,1208573	0,4265626	-0,381424	0,0044218	0,1186992
<b>2006</b>	2,182886	5,1206868	0,6272628	-0,547549	0,032472	0,1781658
<b>2007</b>	2,1143861	5,1131948	0,6067982	-0,512496	-0,011347	0,291872
<b>2008</b>	2,3654456	5,131309	1,0918976	-0,98328	0,2579913	-0,192391
<b>2009</b>	2,3680469	5,1273608	1,0927636	-0,981811	0,3339906	-0,391346
<b>2010</b>	2,3388257	5,126359	0,8503641	-0,752155	0,1811742	-0,102639
<b>2011</b>	2,3097887	5,1230662	0,7926869	-0,690166	0,1570153	-0,091035

$$\mu = \begin{bmatrix} 2,038016559 \\ 5,035258147 \\ 1,038160326 \\ -0,923999674 \\ 0,177676863 \\ 0,089524331 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0,264566672 & 0,059818529 & -0,059938486 & 0,047463596 & 0,042094508 & -0,32903296 \\ 0,059818529 & 0,022569024 & -0,013650642 & 0,011443539 & 0,013652755 & -0,088809935 \\ -0,059938486 & -0,013650642 & 0,46047923 & -0,370354939 & 0,170778125 & -0,221659347 \\ 0,047463596 & 0,011443539 & -0,370354939 & 0,343653648 & -0,14953111 & 0,205376112 \\ 0,042094508 & 0,013652755 & 0,170778125 & -0,14953111 & 0,100934815 & -0,212645543 \\ -0,32903296 & -0,088809935 & -0,221659347 & 0,205376112 & -0,212645543 & 0,846657621 \end{bmatrix}$$