EL ANÁLISIS ESTÁTICO-COMPARATIVO EN MODELOS MUNDELL-FLEMING

María Teresa Casparri
Eduardo Tarullo

Resumen

El modelo de Mundell-Fleming fue desarrollado en base a los trabajos seminales de James Fleming (1962) y Robert Mundell (1962, 1963). Su mayor aporte fue el de incorporar los movimientos internacionales de capitales en los modelos basados en el análisis Keynesiano IS-LM de una economía cerrada y, de esta forma, brindar un marco para la evaluación de los impactos de distintas políticas macroeconómicas en una economía abierta.

Este modelo permite enfatizar que la efectividad relativa de las políticas monetarias y fiscales depende del régimen de tipo de cambio prevaleciente en la economía y del grado de integración financiera de la economía con el resto del mundo que queda reflejado por la movilidad internacional de capitales.

Este trabajo focaliza la aplicación del Teorema de Existencia Generalizado de las Funciones Implícitas para análisis de estática comparativa en este modelo. Los mismos comprenden política fiscal y monetaria en regímenes de tipo de cambio fijo y flexible con movilidad imperfecta y perfecta de capitales.

Abstract

The Mundell -Fleming model was developed based on the seminal works of James Fleming (1962) and Robert Mundell (1962, 1963). The main contribution was to incorporate international capital movements in the models based on the Keynesian IS- LM analysis of a closed economy and thus provide a framework for assessing the impact of different macroeconomic policies in an open economy.

This model allows emphasizing that the relative effectiveness of monetary and fiscal policies depends on the prevailing exchange rate regime on the economy and the degree of financial integration of the economy with the rest of the world, which is reflected by the international capital mobility.

This paper focuses on the application of the Generalized Existence Theorem of Implicit Functions in order to perform a comparative static analysis in this model. They include fiscal and monetary policies in fixed and flexible exchange rate regimes with imperfect and perfect capital mobility.

INTRODUCCIÓN

El modelo de Mundell-Fleming fue desarrollado en base a los trabajos seminales de James Fleming (1962) y Robert Mundell (1962, 1963).

Su mayor aporte fue el de incorporar los movimientos internacionales de capitales en los modelos basados en el análisis Keynesiano IS-LM de una economía cerrada y, de esta forma, brindar un marco para la evaluación de los impactos de distintas políticas macroeconómicas en una economía abierta.

Este modelo permite enfatizar que la efectividad relativa de las políticas monetarias y fiscales depende del régimen de tipo de cambio prevaleciente en la economía y del grado de integración financiera de la economía con el resto del mundo que queda reflejado por la movilidad internacional de capitales.

Este trabajo focaliza la aplicación del Teorema de Existencia Generalizado de las Funciones Implícitas para análisis de estática comparativa en este modelo. Los mismos comprenden política fiscal y monetaria en regímenes de tipo de cambio fijo y flexible con movilidad imperfecta y perfecta de capitales.

1. PRINCIPALES SUPUESTOS DEL MODELO

Los supuestos fundamentales del modelo son los siguientes:

- Los precios de los bienes nacionales (P) son iguales a los de los bienes extranjeros (P*) y se asume que $P = P^*$. Luego, el tipo de cambio nominal es igual al tipo de cambio real.
- No existe ni se espera inflación en el futuro. Por lo tanto, la tasa de interés nominal y la tasa de interés real son iguales.
- Existe movilidad de capitales.
- El tipo de cambio se ajusta instantáneamente para mantener el equilibrio en el mercado cambiario.

Nótese que los primeros dos supuestos sólo simplifican el análisis; en tanto los últimos dos permitan no considerar la dinámica del tipo de cambio.

1.1 El modelo en un régimen de tipo de cambio flexible Un régimen de *tipo de cambio flexible* (o flotación limpia) es aquél en que el tipo de cambio queda determinado en el mercado sin ninguna intervención de la autoridad monetaria[1].

En este contexto, el modelo simple de Mundell-Fleming puede expresarse considerando las siguientes ecuaciones:

$$Y = C(Y) + I(r) + G + XN(e, Y, Y^*) \quad \textbf{[1]}$$

$$\mathrm{M}/P = L(Y, r) \quad \textbf{[2]}$$

$$XN(e, Y, Y^*) + F(r - r^*) = 0 \quad \textbf{[3]}$$

La ecuación **[1]** refleja la condición de equilibrio en el mercado de bienes (identidad macroeconómica ex-post) y establece que el ingreso real (Y) debe ser igual al consumo (C) más la inversión (I) más el Gasto Público (G) más las Exportaciones Netas (XN) que, por simplicidad asumimos igual al saldo de la Cuenta Corriente del Balance de Pagos. En esta ecuación, las funciones de comportamiento y los parámetros estructurales son los siguientes:

C = C(Y) con $0 < C_Y < 1$

I = I(r) con $I_r < 0$

G = G

XN = XN(e, Y, Y*)[2] con $XN_e > 0$; $XN_Y < 0$; $XN_{Y^*} > 0$

---

[1] En la práctica, son muy raros los casos en que la autoridad monetaria se abstiene absolutamente de intervenir en el mercado.

[2] Nótese que el saldo de la Cuenta Corriente, se asume igual a las XN, se determina como la diferencia entre las exportaciones (X) y las importaciones (M). Se considera que las exportaciones son una función del tipo de cambio y del ingreso del resto del mundo y las importaciones son una función del tipo de cambio y el ingreso doméstico. Luego, el saldo de la Cuenta Corriente en este modelo medido en moneda doméstica podrá expresarse como $XN(e, Y, Y^*) = X(e, Y^*) - e.M(e, Y)$.

Habitualmente se representa esta ecuación en el plano Y-r y la curva que resulta se denomina **IS**. La curva IS muestra, entonces, todas las combinaciones de nivel de ingreso y tasa de interés que mantienen en equilibrio el mercado de bienes.

La ecuación **[2]** refleja la condición de equilibrio en el mercado de dinero y establece que la oferta real de dinero (M^s/P) debe ser igual a la demanda real de dinero (L). Las funciones de comportamiento y sus parámetros estructurales de esta ecuación son:

$$M^s = M$$

$$L = L(Y,r) \qquad \text{con} \qquad L_Y > 0 \ ; \ L_r < 0$$

La representación gráfica de esta ecuación en el plano Y-r se denomina curva **LM**. La curva LM muestra todas las combinaciones de nivel de ingreso y tasa de interés que mantienen en equilibrio el mercado de dinero.

La ecuación **[3]** refleja la condición de equilibrio del Balance de Pagos y establece que el saldo de la Cuenta Corriente (XN) más el saldo de la Cuenta de Capital o Financiera (F) debe ser igual a cero en un régimen de tipo de cambio flexible. En esta ecuación las funciones de comportamiento y parámetros estructurales son:

$$XN = XN(e,Y,Y^*) \qquad \text{con} \qquad XN_e > 0 \ ; \ XN_Y < 0 \ ; \ XN_{Y^*} > 0$$

$$F = F(r-r^*) \qquad \text{con} \qquad F_{r-r^*} > 0$$

La representación gráfica de esta ecuación en el plano Y-r se denomina curva **BP**. La curva BP muestra todas las combinaciones de nivel de ingreso y tasa de interés que mantienen en equilibrio el Balance de Pagos.

En este modelo, las *variables endógenas* son el ingreso real (Y), la tasa de interés doméstica (r) y el tipo de cambio (e). En tanto, las *variables exógenas* son el Gasto Público (G), la oferta nominal de dinero (M), el nivel de precios de la economía (P), el ingreso real del resto del mundo (Y*) y la tasa de interés internacional (r*).

El modelo puede expresarse en su *forma estructural* como sigue:

$$\begin{aligned} F^1(Y,r,e,G,Y^*) &= Y - C(Y) - I(r) - G - XN(e,Y,Y^*) = 0 \\ F^2(Y,r,M,P) &= L(Y,r) - M/P = 0 \qquad \textbf{[4]} \\ F^3(Y,r,e,Y^*,r^*) &= XN(e,Y,Y^*) + F(r-r^*) = 0 \end{aligned}$$

Si las funciones F^1, F^2 y F^3son continuas y admiten derivadas parciales continuas en un entorno del punto P_0 = $(Y_0, r_0, e_0, G_0, M_0, P_0, Y_0^*, r_0^*)$ y se anulan en dicho punto (esto es, existe el equilibrio estático), pero no se anula en P_0 el Jacobiano:

$$|J| = \left|\frac{\partial(F^1, F^1, F^1)}{\partial(Y, r, e)}\right| = \begin{vmatrix} F_Y^1 & F_r^1 & F_e^1 \\ F_Y^2 & F_r^2 & F_e^2 \\ F_Y^3 & F_r^3 & F_e^3 \end{vmatrix} \neq 0$$ [3]

entonces, de acuerdo con el Teorema de Existencia Generalizado de las Funciones Implícitas (Cauchy-Dini)[4], existen las funciones:

$$Y = Y(G, M, P, Y^*, r^*)$$

$$r = r(G, M, P, Y^*, r^*) \textbf{[5]}$$

$$e = e(G, M, P, Y^*, r^*)$$

Quedan *unívocamente* determinadas, satisfacen *idénticamente* el sistema dado y son *continuas y derivables en un entorno de* P_0.

Nótese que la expresión **[5]** corresponde a la *forma reducida* del modelo.

Teniendo en cuenta que las funciones anteriores satisfacen *idénticamente* el sistema dado, podemos diferenciar totalmente cada una de las ecuaciones del sistema **[4]** en un entorno del punto P_0. Esto es:

$$\frac{\partial F^1}{\partial Y} dY + \frac{\partial F^1}{\partial r} dr + \frac{\partial F^1}{\partial e} de + \frac{\partial F^1}{\partial G} dG + \frac{\partial F^1}{\partial Y^*} dY^* = 0$$

$$\frac{\partial F^2}{\partial Y} dY + \frac{\partial F^2}{\partial r} dr + \frac{\partial F^2}{\partial M} dM + \frac{\partial F^2}{\partial P} dP = 0$$

$$\frac{\partial F^3}{\partial Y} dY + \frac{\partial F^3}{\partial r} dr + \frac{\partial F^3}{\partial e} de + \frac{\partial F^3}{\partial Y^*} dY^* + \frac{\partial F^3}{\partial r^*} dr^* = 0$$

Y teniendo en cuenta la estructura de cada una de estas funciones resulta:

---

[3] Esto garantiza que las ecuaciones del sistema son funcionalmente independientes en las variables endógenas y, por lo tanto, el modelo es *completo*.

[4] Recuérdese que este teorema da condiciones suficientes.

$$(1 - C_Y - XN_Y)dY - I_r dr - XN_e de - dG - XN_{Y^*}\, dY^* = 0$$

$$L_Y\, dY + L_r\, dr - \tfrac{1}{P}\, dM + \tfrac{M}{P^2}\, dP = 0 \qquad \textbf{[6]}$$

$$XN_Y\, dY + F_{r-r^*}\, dr + XN_e\, de - F_{r-r^*}\, dr^* + XN_{Y^*}\, dY^* = 0$$

El análisis de estática comparativa consiste en estudiar cómo se modifican las variables endógenas del modelo cuando se altera *una* de las variables exógenas, asumiendo que el nuevo equilibrio existe y que el ajuste es instantáneo. Esto es, en este análisis se ignora el proceso temporal de ajuste y la estabilidad dinámica del equilibrio.

A continuación se desarrollan en el contexto de este modelo los análisis de estática comparativa correspondientes a política fiscal (incremento / reducción del Gasto Público) y política monetaria (aumento / disminución de la oferta nominal de dinero).

1.1.1 Política fiscal

Se entiende por política fiscal en este modelo la expansión o contracción del Gasto Público financiado con deuda pública.

Por lo tanto, en este análisis de estática comparativa se supone que:

$$dM = dP = dY^* = dr^* = 0$$

Luego, **[6]** resulta:

$$(1 - C_Y - XN_Y)dY - I_r dr - XN_e de - dG = 0$$

$$L_Y\, dY + L_r\, dr = 0$$

$$XN_Y\, dY + F_{r-r^*}\, dr + XN_e\, de = 0$$

Dividiendo cada una de las ecuaciones anteriores por dG e interpretando el cociente de dos diferenciales como una derivada parcial, podemos expresar el sistema en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 - C_Y - XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial G} \\ \frac{\partial r}{\partial G} \\ \frac{\partial e}{\partial G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Puesto que la matriz de coeficientes del sistema es de rango completo ya que es la matriz Jacobiana cuyo determinante es distinto de cero, por hipótesis, podemos resolver el sistema utilizando la regla de Cramer, y teniendo en cuenta la configuración de los parámetros estructurales, resulta:

$$\frac{\partial Y_0}{\partial G} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -I_r & -XN_e \\ 0 & L_r & 0 \\ 0 & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}} = \frac{L_r XN_e}{(1-C_Y)XN_e L_r + (I_r - F_{r-r^*})L_Y XN_e} > 0$$

$$\frac{\partial r_0}{\partial G} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & 1 & -XN_e \\ L_Y & 0 & 0 \\ XN_Y & 0 & XN_e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}} = \frac{-L_Y XN_e}{(1-C_Y)XN_e L_r + (I_r - F_{r-r^*})L_Y XN_e} > 0$$

$$\frac{\partial e_0}{\partial G} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & 1 \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}} = \frac{L_Y F_{r-r^*} - L_r XN_Y}{(1-C_Y)XN_e L_r + (I_r - F_{r-r^*})L_Y XN_e}$$

Nótese que el signo en esta última expresión queda indeterminado y dependerá de las pendientes de las curvas LM y BP en el entorno del punto de equilibrio.

Si la pendiente de la curva LM es menor que la de la curva BP, la política fiscal expansiva inducirá una depreciación del tipo de cambio.

En efecto, si:

$$-\frac{L_Y}{L_r} < -\frac{XN_Y}{F_{r-r^*}} \Rightarrow L_Y F_{r-r^*} - L_r XN_Y < 0$$

Y, puesto que el denominador es negativo, resulta:

$$\frac{\partial e_0}{\partial G} = = \frac{L_Y F_{r-r^*} - L_r XN_Y}{(1 - C_Y)XN_e L_r + (I_r - F_{r-r^*})L_Y XN_e} > 0$$

Esto es, si la pendiente de la curva BP es más pronunciada que la de la curva LM, significa que los flujos de capital son relativamente poco sensibles a cambios en la tasa de interés, en tanto, la demanda real de dinero es más sensible a dichos cambios.

Obsérvese que en este caso, el deterioro en el Balance de Pagos como consecuencia del incremento en el ingreso es compensado con una combinación de una mayor tasa de interés y una depreciación del tipo de cambio.

Por otra parte, si la pendiente de la curva LM es mayor que la de la curva BP, la política fiscal expansiva inducirá una apreciación del tipo de cambio:

$$-\frac{L_Y}{L_r} > -\frac{XN_Y}{F_{r-r^*}} \Rightarrow L_Y F_{r-r^*} - L_r XN_Y > 0$$

Esto es:

$$\frac{\partial e_0}{\partial G} = = \frac{L_Y F_{r-r^*} - L_r XN_Y}{(1 - C_Y)XN_e L_r + (I_r - F_{r-r^*})L_Y XN_e} < 0$$

En este caso, los flujos de capital son relativamente más sensibles que la demanda real de dinero a cambios en la tasa de interés. Por lo tanto, el incremento en el flujo de capital como consecuencia de la suba de la tasa de interés, más que compensa el deterioro que experimenta la cuenta corriente como consecuencia del aumento del ingreso. Luego, para establecer el equilibrio en el Balance de Pagos, el tipo de cambio se aprecia.

En un contexto de ***tipo de cambio flexible*** **y** ***perfecta movilidad de capitales***, una expansión del Gasto Público no tiene efecto sobre el ingreso real de equilibrio[5].

En efecto, si existe perfecta movilidad de capitales, entonces $F_{r-r^*} \to \infty$.[6] Luego:

[5] Esto es así si la economía es pequeña e incapaz de afectar la tasa de interés internacional.

[6] Se asume en este análisis que los restantes parámetros estructurales son finitos.

$$\frac{\partial Y_0}{\partial G} = \lim_{F_{r-r^*} \to \infty} \frac{L_r}{(1 - C_Y)L_r + (I_r - F_{r-r^*})L_Y} = 0$$

Análogamente, puede demostrarse fácilmente que en el nuevo equilibrio el tipo de cambio es menor (apreciación de la moneda doméstica) y no se modifica la tasa de interés.

1.1.2 Política monetaria

Se entiende por política monetaria en este modelo la expansión o contracción de la oferta nominal de dinero por parte de la autoridad monetaria mediante operaciones de mercado abierto o expansión del crédito interno.

Por lo tanto, en este análisis de estática comparativa se asume que:

$$dG = dP = dY^* = dr^* = 0$$

Entonces, **[6]** resulta:

$$(1 - C_Y - XN_Y)dY - I_r dr - XN_e de = 0$$

$$L_Y\, dY + L_r\, dr - \frac{1}{P}\, dM = 0$$

$$XN_Y\, dY + F_{r-r^*}\, dr + XN_e\, de = 0$$

Dividiendo cada una de las ecuaciones anteriores por dM e interpretando el cociente de dos diferenciales como una derivada parcial, se puede expresar el sistema en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 - C_Y - XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial Y}{\partial M} \\ \frac{\partial r}{\partial M} \\ \frac{\partial e}{\partial M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/P \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como se mostró en el punto anterior la matriz de coeficientes del sistema es de rango completo. Luego, resolviendo el sistema utilizando la regla de Cramer y considerando la configuración dada de los parámetros estructurales, se tiene:

$$\frac{\partial Y_0}{\partial M} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -I_r & -XN_e \\ 1/P & L_r & 0 \\ 0 & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{(1/P)\,XN_e(I_r - F_{r-r^*})}{(1-C_Y)XN_eL_r + (I_r - F_{r-r^*})L_YXN_e} > 0$$

$$\frac{\partial r_0}{\partial M} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & 0 & -XN_e \\ L_Y & 1/P & 0 \\ XN_Y & 0 & XN_e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{(1/P)\,XN_e(1 - C_Y)}{(1-C_Y)XN_eL_r + (I_r - F_{r-r^*})L_YXN_e} < 0$$

$$\frac{\partial e_0}{\partial M} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & 1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_Y-XN_Y & -I_r & -XN_e \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & XN_e \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{(-1/P)\,[XN_YI_r + F_{r-r^*}(1 - C_Y - XN_Y)]}{(1-C_Y)XN_eL_r + (I_r - F_{r-r^*})L_YXN_e} > 0$$

Por lo tanto, una política monetaria expansiva induce una depreciación del tipo de cambio, una reducción de la tasa de interés doméstica y un incremento del ingreso.

Obsérvese que la reducción de la tasa de interés, reduce el flujo neto de capitales, en tanto el incremento del ingreso desmejora la cuenta corriente. Por lo tanto, el tipo de cambio debe depreciarse para mejorar la cuenta corriente lo suficiente para compensar los efectos anteriores.

En un contexto de ***tipo de cambio flexible*** **y** ***perfecta movilidad de capitales***, la política monetaria expansiva es muy efectiva para incrementar el nivel de ingreso de equilibrio[7]. En efecto:

$$\frac{\partial Y_0}{\partial M} = \lim_{F_{r-r^*} \to \infty} \frac{(1/P)\,(I_r - F_{r-r^*})}{(1 - C_Y)L_r + (I_r - F_{r-r^*})L_Y} = \frac{1/P}{L_Y} > 0$$

Como puede observarse al comparar $\partial Y_0 / \partial M$, el impacto de la política monetaria sobre el ingreso real de equilibrio es mayor cuanto mayor sea la movilidad del capital.

Asimismo, puede demostrarse fácilmente que en el nuevo equilibrio el tipo de cambio se aprecia y no se modifica la tasa de interés.

1.2 El modelo en un régimen de tipo de cambio fijo

Un régimen de *tipo de cambio fijo* es aquél en el que la autoridad monetaria fija el valor del tipo de cambio e interviene en el mercado a fin de mantener la cotización.

Bajo un régimen de *tipo de cambio fijo*, el modelo simple de Mundell-Fleming puede expresarse teniendo en cuenta las ecuaciones siguientes:

$$Y = C(Y) + I(r) + G + XN(e, Y, Y^*) \qquad \textbf{[7]}$$

$$(CI + \Delta R)/P = L(Y, r) \qquad \textbf{[8]}$$

$$XN(e, Y, Y^*) + F(r - r^*) = \Delta R \qquad \textbf{[9]}$$

La ecuación **[7]** de este modelo es la misma que la ecuación **[1]** del modelo anterior y refleja la condición de equilibrio en el mercado de bienes. En esta ecuación, las funciones de comportamiento, variables y parámetros estructurales deben interpretarse en igual sentido que en el modelo previo.

[7] Se asume en este análisis que los restantes parámetros estructurales son finitos.

La ecuación **[8]** refleja la condición de equilibrio en el mercado de dinero y establece que la oferta real de dinero (M^s/P) debe ser igual a la demanda real de dinero (L). En este caso la oferta nominal de dinero se ve afectada por el Crédito Interno (CI) y la variación de Reservas Internacionales (ΔR) de la autoridad monetaria[8]. Esto es:

$$M^s = CI + \Delta R$$

Los parámetros estructurales de la demanda real de dinero son los mismos que en el modelo anterior.

La ecuación **[3]** refleja la condición de equilibrio del Balance de Pagos y establece que el saldo de la Cuenta Corriente (XN) más el saldo de la Cuenta de Capital o Financiera (F) debe ser igual a la variación de Reservas en un régimen de tipo de cambio fijo. En esta ecuación las funciones de comportamiento y parámetros estructurales deben interpretarse en el mismo sentido que en el modelo previo.

En este modelo, las *variables endógenas* son el ingreso real (Y), la tasa de interés doméstica (r) y la variación de Reservas Internacionales (ΔR). En tanto, las *variables exógenas* son el Gasto Público (G), el tipo de cambio (e), el Crédito Interno (CI), el nivel de precios de la economía (P), el ingreso real del resto del mundo (Y*) y la tasa de interés internacional (r*).

El modelo puede expresarse en su *forma estructural* como sigue:

$$F^1(Y,r,e,G,Y^*) = Y - C(Y) - I(r) - G - XN(e,Y,Y^*) = 0$$

$$F^2(Y,r,\Delta R,CI,P) = L(Y,r) - (CI + \Delta R)/P = 0 \qquad \textbf{[10]}$$

$$F^3(Y,r,\Delta R,e,Y^*,r^*) = XN(e,Y,Y^*) + F(r - r^*) - \Delta R = 0$$

Si las funciones F^1, F^2 y F^3son continuas y admiten derivadas parciales continuas en un entorno del punto $P_0 = (Y_0, r_0, \Delta R_0, e_0, G_0, CI_0, P_0, Y_0^*, r_0^*)$ y se

[8] La autoridad monetaria puede crear dinero ya sea por medio de operaciones de cambio que involucran cambios en las reservas internacionales o por medio de operaciones de crédito interno que involucran crédito directo y operaciones de mercado abierto. Por simplicidad, se asume que el multiplicador de la oferta monetaria es la unidad.

anulan en dicho punto (es decir, existe el equilibrio estático), pero no se anula en P_0 el Jacobiano:

$$|J| = \left|\frac{\partial(F^1, F^1, F^1)}{\partial(Y, r, \Delta R)}\right| = \begin{vmatrix} F_Y^1 & F_r^1 & F_e^1 \\ F_Y^2 & F_r^2 & F_e^2 \\ F_Y^3 & F_r^3 & F_e^3 \end{vmatrix} \neq 0$$

entonces, de acuerdo con el Teorema de Existencia Generalizado de las Funciones Implícitas, existen las funciones:

$$Y = Y(e, G, CI, P, Y^*, r^*)$$

$$r = r(e, G, CI, P, , Y^*, r^*) \qquad \textbf{[11]}$$

$$\Delta R = \Delta R(e, G, CI, P, Y^*, r^*)$$

Quedan *unívocamente* determinadas, satisfacen *idénticamente* el sistema dado y son *continuas y derivables en un entorno de* P_0.

La expresión **[11]** corresponde a la *forma reducida* del modelo.

Considerando que las funciones anteriores satisfacen *idénticamente* el sistema dado, se puede diferenciar totalmente cada una de las ecuaciones del sistema **[10]** en un entorno del punto P_0. Así se tiene:

$$\frac{\partial F^1}{\partial Y}\,dY + \frac{\partial F^1}{\partial r}\,dr + \frac{\partial F^1}{\partial e}\,de + \frac{\partial F^1}{\partial G}\,dG + \frac{\partial F^1}{\partial Y^*}\,dY^* = 0$$

$$\frac{\partial F^2}{\partial Y}\,dY + \frac{\partial F^2}{\partial r}\,dr + \frac{\partial F^2}{\partial \Delta R}\,d\Delta R + \frac{\partial F^2}{\partial CI}\,dCI + \frac{\partial F^2}{\partial P}\,dP = 0$$

$$\frac{\partial F^3}{\partial Y}\,dY + \frac{\partial F^3}{\partial r}\,dr + \frac{\partial F^3}{\partial \Delta R}\,d\Delta R + \frac{\partial F^3}{\partial e}\,de + \frac{\partial F^3}{\partial Y^*}\,dY^* + \frac{\partial F^3}{\partial r^*}\,dr^* = 0$$

Y teniendo en cuenta la estructura de cada una de estas funciones resulta:

$$(1 - C_Y - XN_Y)dY - I_r dr - XN_e de - dG - XN_{Y^*}\,dY^* = 0$$

$$L_Y\,dY + L_r\,dr - \frac{1}{P}\,d\Delta R - \frac{1}{P}\,dCI + \frac{(CI + \Delta R)}{P^2}\,dP = 0 \qquad \textbf{[12]}$$

$$XN_Y\,dY + F_{r-r^*}\,dr - d\Delta R + XN_e\,de - F_{r-r^*}\,dr^* + XN_{Y^*}\,dY^* = 0$$

Abajo se desarrollan en el contexto de este modelo los análisis de estática comparativa correspondientes a política fiscal (incremento / reducción del Gasto Público) y política monetaria (aumento / disminución de la oferta nominal de dinero).

1.2.1 Política fiscal

Como en el modelo anterior, se entiende por política fiscal la expansión o contracción del Gasto Público financiado con deuda pública.

Por lo tanto, en este análisis de estática comparativa se supone que:

$$de = dCI = dP = dY^* = dr^* = 0$$

Luego, el sistema **[12]** resulta:

$$\left(1 - C_y - XN_Y\right)dY - I_r dr - dG = 0$$

$$L_Y\, dY + L_r\, dr - \frac{1}{P} d\Delta R = 0$$

$$XN_Y\, dY + F_{r-r^*}\, dr - d\Delta R = 0$$

Dividiendo miembro a miembro e interpretando el cociente de dos diferenciales como una derivada parcial, podemos expresar el sistema en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 - C_y - XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial Y}{\partial G} \\ \dfrac{\partial r}{\partial G} \\ \dfrac{\partial \Delta R}{\partial G} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dado que la matriz de coeficientes del sistema es de rango completo ya que es la matriz Jacobiana cuyo determinante es distinto de cero, por hipótesis, se puede resolver el sistema utilizando la regla de Cramer, y teniendo en cuenta la configuración de los parámetros estructurales, se tiene:

$$\frac{\partial Y_0}{\partial G} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -I_r & 0 \\ 0 & L_r & -1/P \\ 0 & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{-L_r + (F_{r-r^*}/P)}{(1-C_Y-XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]} > 0$$

$$\frac{\partial r_0}{\partial G} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & 1 & 0 \\ L_Y & 0 & -1/P \\ XN_Y & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{(-XN_Y/P) + L_Y}{(1-C_Y-XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]} > 0$$

$$\frac{\partial \Delta R_0}{\partial G} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 1 \\ L_Y & L_r & 0 \\ XN_Y & F_{r-r^*} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{L_Y F_{r-r^*} - XN_Y L_r}{(1 - C_Y - XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]}$$

Como puede observarse el signo en esta última expresión queda indeterminado y dependerá de las pendientes de las curvas LM y BP en el entorno del punto de equilibrio.

Si la pendiente de la curva LM es menor que la de la curva BP, la política fiscal expansiva inducirá una caída en las Reservas Internacionales.

En efecto, si:

$$-\frac{L_Y}{L_r} < -\frac{XN_Y}{F_{r-r^*}} \Rightarrow L_Y F_{r-r^*} - L_r XN_Y < 0$$

Y, puesto que el denominador es positivo, resulta:

$$\frac{\partial \Delta R_0}{\partial G} = \frac{L_Y F_{r-r^*} - XN_Y L_r}{(1 - C_Y - XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]} < 0$$

En tanto, si la pendiente de la curva LM es mayor que la de la curva BP, la política fiscal expansiva inducirá un incremento de las Reservas Internacionales. Esto es, si:

$$-\frac{L_Y}{L_r} > -\frac{XN_Y}{F_{r-r^*}} \Rightarrow L_Y F_{r-r^*} - L_r XN_Y > 0$$

Luego:

$$\frac{\partial \Delta R_0}{\partial G} = \frac{L_Y F_{r-r^*} - XN_Y L_r}{(1 - C_Y - XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]} > 0$$

En un contexto de ***tipo de cambio fijo* y *perfecta movilidad de capitales***, una expansión del Gasto Público tiene mayor efecto sobre el ingreso real de equilibrio[9].

En efecto, si existe perfecta movilidad de capitales, entonces $F_{r-r^*} \rightarrow \infty$. Luego:

[9] Esto es así si la economía es pequeña e incapaz de afectar la tasa de interés internacional y se asume que los restantes parámetros estructurales son finitos.

$$\frac{\partial Y_0}{\partial G} = \lim_{F_{r-r^*} \to \infty} \frac{-L_r + (F_{r-r^*}/P)}{(1 - C_Y - XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]} =$$

$$= \frac{1}{(1 - C_Y - XN_Y)} > 0$$

Análogamente, puede demostrarse fácilmente que en el nuevo equilibrio no se modifica la tasa de interés y las Reservas Internacionales aumentan.

1.2.2 Política monetaria

Igual que en el modelo anterior, se entiende por política monetaria la expansión o contracción de la oferta nominal de dinero por parte de la autoridad monetaria mediante operaciones de mercado abierto o expansión del crédito interno

Por lo tanto, en este análisis de estática comparativa se supone que:

$$de = dG = dP = dY^* = dr^* = 0$$

Entonces, **[12]** resulta:

$$(1 - C_y - XN_Y)dY - I_r dr = 0$$

$$L_Y\, dY + L_r\, dr - \frac{1}{P} d\Delta R - \frac{1}{P} dCI = 0$$

$$XN_Y\, dY + F_{r-r^*}\, dr - d\Delta R = 0$$

Dividiendo miembro a miembro e interpretando el cociente de dos diferenciales como una derivada parcial, podemos expresar el sistema en forma matricial como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 - C_y - XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial Y}{\partial CI} \\ \dfrac{\partial r}{\partial CI} \\ \dfrac{\partial \Delta R}{\partial CI} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/P \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como se mostró en el punto anterior la matriz de coeficientes del sistema es de rango completo. Luego, resolviendo el sistema utilizando la regla de Cramer y considerando la configuración de los parámetros estructurales, se tiene:

$$\frac{\partial Y_0}{\partial CI} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -I_r & 0 \\ 1/P & L_r & -1/P \\ 0 & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{-I_r/P}{(1-C_Y-XN_Y)[(F_{r-r^*}/P)-L_r]+I_r[(XN_Y/P)-L_Y]} > 0$$

$$\frac{\partial r_0}{\partial CI} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & 0 & 0 \\ L_Y & 1/P & -1/P \\ XN_Y & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{-(1-C_Y-XN_Y)(1/P)}{(1-C_Y-XN_Y)[(F_{r-r^*}/P)-L_r]+I_r[(XN_Y/P)-L_Y]} < 0$$

$$\frac{\partial \Delta R_0}{\partial CI} = \frac{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & 1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1-C_y-XN_Y & -I_r & 0 \\ L_Y & L_r & -1/P \\ XN_Y & F_{r-r^*} & -1 \end{vmatrix}} =$$

$$= \frac{-(1/P)[(1 - C_Y - XN_Y)F_{r-r^*} + XN_Y I_r}{(1 - C_Y - XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]} < 0$$

Por lo tanto, una política monetaria expansiva induce un incremento del ingreso, una reducción de la tasa de interés doméstica y una disminución de las reservas Internacionales.

En un régimen de ***tipo de cambio fijo*** **y** ***perfecta movilidad de capitales***, una expansión del Crédito Interno no tiene efecto sobre el ingreso real de equilibrio[10].

En efecto, si existe perfecta movilidad de capitales, entonces $F_{r-r^*} \rightarrow \infty$. Luego:

$$\frac{\partial Y_0}{\partial CI} = \lim_{F_{r-r^*} \rightarrow \infty} \frac{-I_r/P}{(1 - C_Y - XN_Y)[(F_{r-r^*}/P) - L_r] + I_r[(XN_Y/P) - L_Y]} = 0$$

Análogamente, puede demostrarse fácilmente que en el nuevo equilibrio no se modifica la tasa de interés y las Reservas Internacionales disminuyen.

2. CONCLUSIONES

A partir del análisis realizado se pueden resumir los resultados obtenidos en el siguiente cuadro que muestra el impacto sobre las variables endógenas de los modelos en los distintos escenarios analizados.

[10] Se asume en este análisis que los restantes parámetros estructurales son finitos.

Movilidad del Capital	Variación Variables Endógenas	Régimen de Tipo de Cambio			
		Flexible		Fijo	
		P. Fiscal	P. Monetaria	P. Fiscal	P. Monetaria
Imperfecta	Y	Positiva	Positiva	Positiva	Positiva
	r	Positiva	Negativa	Positiva	Negativa
	e	Indeterminada	Positiva		
	ΔR			Indeterminada	Negativa
Perfecta	Y	No cambia	Positiva	Positiva	No cambia
	r	No cambia	No cambia	No cambia	No cambia
	e	Negativa	Negativa		
	ΔR			Positiva	Negativa

Asimismo, comparando los resultados hallados se puede analizar la efectividad de las políticas monetaria y fiscal para afectar el nivel de ingreso. Esto se resume en el próximo cuadro.

Movilidad del Capital	Régimen de Tipo de Cambio			
	Flexible		Fijo	
	P. Fiscal	P. Monetaria	P. Fiscal	P. Monetaria
Imperfecta	Efectiva	Efectiva	Efectiva	Efectiva
Perfecta	No Efectiva	Muy Efectiva	Muy Efectiva	No Efectiva

Nótese que la efectividad de las políticas en un contexto de movilidad no perfecta de capitales dependerá del grado de movilidad del mismo y del régimen cambiario imperante. Así, en un régimen de tipo de cambio flexible a mayor movilidad de capital mayor será la efectividad de la política monetaria y menor la de la política fiscal. En tanto, en un régimen de tipo de cambio fijo a mayor movilidad de capitales mayor será la efectividad de la política fiscal y menor la de la política monetaria.

Limitaciones del modelo de Mundell-Fleming

A continuación detallamos las principales críticas a este modelo, muchas de las cuales están relacionadas con la naturaleza de corto plazo del mismo:

- Supone que se cumple la condición de Marshall-Lerner. Ésta establece que partiendo de una posición de equilibrio en la cuenta corriente, una devaluación mejora el saldo de dicha Cuenta Corriente si la suma de las elasticidades de la demanda externa de exportaciones y de la demanda interna de importaciones es mayor que la unidad. Si la suma de estas dos elasticidades es menor que la unidad, entonces una devaluación puede deteriorar la cuenta corriente. La evidencia empírica indica que en el corto plazo esto puede suceder cuando, entre otros factores, existen retrasos en la respuesta de los consumidores y productores a la devaluación o cuando los mercados son de competencia imperfecta.

- Ignora el problema de la interacción entre los stocks y flujos. El modelo supone que el déficit en Cuenta Corriente puede financiarse con ingresos de capital. Sin embargo, un país no puede financiar indefinidamente un déficit en Cuenta Corriente dado que el endeudamiento externo tiene un límite.

- Ignora las restricciones presupuestarias de largo plazo del sector privado y sector público (Frenkel y Razin, 1987). Estas restricciones implican que en el largo plazo la Cuenta Corriente debería estar en equilibrio. Una implicancia directa de las restricciones presupuestarias de largo plazo es que ante una expansión del Gasto Público, el sector privado anticiparía mayores impuestos en el futuro lo cual induciría un mayor incremento del ahorro presente, limitando la efectividad de esta política fiscal.

- Ignora los efectos riqueza. En el modelo no se tienen en cuenta los efectos riqueza que podrían ayudar en el proceso de restauración del equilibrio. La disminución de la riqueza producto de una devaluación, cuyo efecto sería la reducción de los activos nominados en moneda extranjera, induciría una reducción en las importaciones lo cual ayudaría a reducir el déficit en Cuenta Corriente.

- Ignora los factores del lado de la oferta. El supuesto implícito es que la oferta se ajusta con los cambios en la demanda. Más aún, dado que el modelo supone una función de oferta horizontal hasta el nivel de pleno empleo, los cambios en la demanda agregada solo afectan el producto real y no provocan cambios en el nivel de precios de la economía.

- Supone que un incremento de la tasa de interés doméstica induce un flujo continuo de capitales desde el exterior. Sin embargo, en algún punto los inversores externos reestructurarán sus portafolios óptimos y el flujo de capitales hacia esa economía cesará. Por lo tanto, un país que requiera un flujo continuo de capitales deberá incrementar nuevamente su tasa de interés doméstica para atraer nuevos capitales y así sucesivamente. Esto implica que el flujo de capitales hacia la economía es función del cambio en el diferencial entre las tasas de interés doméstica y externa y no sólo del diferencial de estas tasas de interés.
- Ignora las expectativas respecto del tipo de cambio. El supuesto implícito es que la expectativa respecto del cambio en el tipo de cambio es cero. Esta hipótesis que puede ser aceptable en un contexto de tipo de cambio fijo, es menos defendible en un contexto de tipo de cambio flexible. Por ejemplo, en un modelo de tipo de cambio flexible una expansión monetaria inducirá una depreciación de la moneda doméstica y sería dable esperar que los agentes económicos esperen una depreciación también. Entonces una política monetaria activa debería estar acompañada por un incremento en la tasa de interés doméstica para que los agentes no alterasen sus tenencias monetarias, lo cual debilitaría la inversión. De esta forma, el efecto de una política monetaria expansiva sería menor al anticipado por el modelo.
- Supone flexibilidad en los instrumentos de política monetaria y fiscal. En el mundo real, los procesos políticos de toma de decisiones respecto de los ajustes de política económica, especialmente la política fiscal, distan de ser lo flexible que asume el modelo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Benavie, A. (1973).*Técnicas Matemáticas del Análisis Económico* . Madrid: Prentice-Hall Internacional.

Chiang, A. y Wainwright, K. (2006). *Métodos Fundamentales de Economía Matemática*. Cuarta Edición. México: Mc Graw Hill.

De Gregorio, J. (2007). *Macroeconomía. Teoría y Políticas*. México: Pearson-Prentice Hall.

Fleming, J. (1962). *Domestic Financial policies Under Fixed and Floating Exchange Rates.* IMF Staff Papers, vol. 9, págs. 369-80.

Frenkel, J.A. y Razin, A. (1987).*The Mundell-Fleming Model a Quarter Century Later: A Unified Exposition.* IMF Staff Papers, vol.34, págs. 567-620.

Levi, M. (2009). *International Finance* - Fifth Edition. New York: Routledge.

Mundell, R. (1962). *The Appropriate Use of Monetary and Fiscal Policy for Internal and External Stability.* IMF Staff Papers, vol. 9, págs. 70-79.

MundelL, R. (1963). *Capital Mobility and Stabilization Policy under Fixed and Flexible Exchange Rates.* Canadian Journal of Economic and Political Science, vol. 29, págs.475-85.

Pilbeam, K. (2006). *International Finance*. Third Edition. New York: Palgrave-Macmillan.

Syadter, K. et al. (2005). *Further Mathematics for Economic Analysis*. London: Prentice-Hall Internacional.