INTRODUCCIÓN A LOS PROCESOS ESTOCÁSTICOS EN LA VALUACIÓN DE PROYECTOS DE INVERSIÓN RIESGOSOS

María Teresa Casparri
Martín Ezequiel Masci
Verónica García Fronti

Resumen

En el presente trabajo nos proponemos abordar la temática de los procesos estocásticos y la importancia de los mismos en la valuación de proyectos de inversión. La propuesta concreta es articular las nociones básicas de estos procesos en general para luego especificar las características propias de los procesos de Wiener. Luego, se introducen los procesos de "salto discreto" distribuidos como Poisson, donde se puede articular una estrategia satisfactoria para la toma de decisiones de inversión en proyectos con alta probabilidad de fracaso.

En la primera parte del trabajo se introducen algunas consideraciones del tratamiento tradicional de valuación de proyectos de inversión simple y se muestran las dificultades de captar la naturaleza del contexto incierto. Para dar un mejor tratamiento a este aspecto, se abordan los conceptos matemáticos elementales para modelizar los procesos de Wiener y Poisson, mediante las herramientas del Lema de Ito, siguiendo el trabajo de Dixit y Pindyck (1994). Luego se muestran las vinculaciones con conceptos financieros mediante ejemplos simples. Por último, se exponen las principales conclusiones relacionadas con el impacto estratégico de considerar las diferencias entre procesos determinísticos y estocásticos.

Abstract

The objective of this paper is to explore stochastic processes relative to investment projects valuation. We intent to articulate the basics notions of such processes, first in general so as to later specify the most important characteristics of the Wiener's processes. Then Poisson's ones are introduced as "discretes jumps" where a satisfactory strategy can be articulate to make the best decisions regarding investments projects, in particular, the ones with risk of falling.

In the first part, we introduce some topics of traditional investment valuation theory and strategies to caption uncertainty context. For this matter we use mathematical models such as Ito's Lemma approaching Dixit &Pindyck's work (1994). Finally, the links between financial concepts are shown through simple

examples, and the most important conclusions related to the strategic impact of taking into account differences between deterministic and stochastic processes, are exposed.

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo nos proponemos abordar la problemática de la valuación de proyectos de inversión. En la literatura tradicional acerca de finanzas corporativas se introducen los principales conceptos relacionados con decisiones financieras, principalmente relacionadas con inversiones y fuentes de financiación (Brigham & Houston, 2000). La problemática radica en tomar las decisiones acertadas en función del objetivo de toda empresa competitiva que es la de generar valor. La evaluación de proyectos de inversión constituye, de esta manera, la forma de abordar el problema de cuánto debe invertirse y en qué activos. Se debe tener en cuenta que este tipo de decisiones debe ser coherente con la estructura de capital y la situación económico-financiera de la firma. A los fines de este trabajo, se exploran ciertos comportamientos de las decisiones para proyectos de inversión simple, es decir, un vector (n+1 upla) de flujos de fondos asociados al proyecto, donde el primero tiene signo negativo (costo de la inversión) y los "n" siguientes son todos positivos (representan los ingresos esperados). Este hecho es fundamental para que se puedan articular los criterios tradicionales de valuación (Valor Actual Neto, Tasa Interna de Rentabilidad, Período de Repago, Índice de Rentabilidad, etc.), dado que un solo cambio de signos en el polinomio que representa los flujos de caja descontados permite que -de existir- la tasa de rentabilidad (raíz del polinomio) sea única.

Con el marco teórico anterior, se puede ver que los criterios tradicionales contemplan la existencia de una tasa a la que descontar los flujos, al tiempo que se tiene la capacidad de estimar los flujos de caja futuros con relativa facilidad. Estos supuestos no siempre se cumplen en la realidad. Cuando el contexto en el que se desenvuelve el proyecto a lo largo de su vida es incierto, produce incertidumbre que se traduce en riesgos asociados a la validez de los pronósticos realizados. En la primera sección del trabajo se exponen los principales problemas relacionados con las inversiones bajo incertidumbre (Dixit & Pindyck, 1994). Se hará una breve mención de las ventajas de introducir opciones reales en la valuación de proyectos aunque no capta completamente la naturaleza de la incertidumbre.

En la segunda sección del trabajo, se continúa hacia el objetivo de captar dicha incertidumbre y se introducen los procesos estocásticos. La misma se divide en dos subsecciones, en las cuales se aborda mediante aspectos teóricos y ejemplos, los procesos de Wiener y Poisson como alternativas analíticas interesantes.

1. INVERSIÓN BAJO INCERTIDUMBRE

La decisión de invertir o no en un proyecto requiere que se tenga en cuenta que el mismo se realizará bajo condiciones de mercados inciertos. La mayoría de las decisiones de inversión tienen tres características: son irreversibles, se desarrollan en contextos inciertos y muchas veces es deseable esperar (Dixit & Pindyck, 1994:3). La primera, implica que una vez realizada la inversión no es posible recuperar la totalidad de los fondos dispuestos, económicamente se traduce en los costos hundidos del proyecto. Por su parte, la segunda característica es la existencia de incertidumbre acerca de los resultados que se obtendrán una vez que se haga la inversión, incluso podría ser incierto el valor del flujo inicial (el costo de la inversión); por último, el momento en que se decide invertir es flexible, es decir puedo decidir si invertir hoy o esperar más tiempo para tener más información, se incorporan opciones reales en la teoría de valuación tradicional. Las tres características interactúan entre si y el inversor las debe tener en cuenta para tomar la decisión óptima.

Tradicionalmente ante una decisión de invertir en un contexto de incertidumbre se calcula el valor presente del flujo de ingresos esperados (flujos positivos)y el valor presente del flujo de costos (flujos negativos) y luego se calcula la diferencia entre ambos obteniéndose el valor actual neto de la inversión (VAN); si el VAN es mayor que cero se sigue adelante con la inversión, de lo contrario se decide no hacer la inversión. Se puede observar que dicho criterio depende exclusivamente de la posibilidad de estimar correctamente los flujos de caja. En contextos inciertos, será difícil calcular el flujo de fondos esperados así como la tasa de descuento que se utiliza para calcular los valores presentes.

A continuación se verá resumidamente como influye el concepto de opciones reales en la toma de decisiones de proyectos de inversión.

1.1 Opciones reales

Siguiendo con lo expuesto anteriormente al decidir invertir de acuerdo al VAN se están teniendo en cuenta dos supuestos: la reversibilidad de la inversión y que si no se hace la inversión en el presente la firma no podrá hacer la inversión en el futuro, pero muchas de las inversiones que se realizan poseen características de irreversibilidad y a su vez, la posibilidad de atrasar el momento de efectuar la inversión. Esto último le permite al inversor, muchas veces, contar con más información y poder de esta manera evaluar con nuevos datos el VAN. Se podría pensar esta opción de invertir de la firma como una opción de compra (*call option*) de los mercados financieros (Copeland & Antikarov, 2003; Hull, 2012). Cuando una empresa decide realizar una inversión irreversible ejerce su opción de invertir, con esto pierde la oportunidad de esperar y así obtener más información que podría afectar el flujo de fondos esperado del proyecto. Por lo tanto, se debe incluir en los flujos esperados de la inversión este costo de oportunidad que permite al inversor atrasar el momento de la inversión. Así el cálculo tradicional del VAN debe ser modificado incorporando el costo de oportunidad del capital. El criterio de aceptación se modifica contemplando que el valor presente de los flujos de caja descontados debe exceder a los costos de iniciales menos el monto de mantener la opción de invertir activa (costo de oportunidad). Este costo de oportunidad es altamente sensible cuando existen escenarios futuros inciertos. Al observar el comportamiento de los empresarios se ve que deciden invertir cuando el rendimiento esperados excede al requerido (al calculado mediante los modelos neoclásicos de inversión) y por otro lado, las empresas permanecen por largos períodos en el proyecto para absorber los costos operativos, es decir en la práctica la irreversibilidad y el costo de oportunidad de ejercer la opción de invertir son tenidos en cuenta.

Así si se piensa, por ejemplo, el caso de una empresa que tiene una sola oportunidad de inversión, que puede tomar la decisión de invertir en dos momentos y se considera que entre ambos momentos el precio de salida puede subir o bajar a dos valores predeterminados y luego permanece constante. Además se supone que la inversión es rentable a un promedio del precio, por lo tanto se realiza la inversión sólo si sube el precio. Al posponer la decisión de invertir al segundo período la firma puede observar el movimiento en el primer período, lo que significa que obtiene información relevante y puede formar una decisión contingente de acuerdo al movimiento en los precios. La decisión de invertir o esperar dependerá de los parámetros específicos del modelo: grado de incertidumbre y la tasa de descuento -que representa el costo de oportunidad del

capital e incorpora el valor del dinero en el tiempo- (Brigham & Houston, 2000). Se puede apreciar que el costo de oportunidad de la opción de invertir es un componente significativo en la decisión de inversión. El valor de la opción de esperar se incrementa con el costo hundido de la inversión y con el grado de incertidumbre de los precios futuros. Sin embargo, es importante destacar que el hecho de incluir opciones reales en la valuación financiera siempre genera valor.

Hasta aquí se ha visto intuitivamente cómo incorporar flexibilidad para la toma de decisiones en contextos inciertos considerando un ejemplo muy simplificado ya que la variación de los precios se da sólo de un período a otro y entre dos alternativas de precio. En la realidad los precios varían de período a período (modelos financieros de alta frecuencia) y la volatilidad de los mismos depende de su estructura temporal. Para incorporar este contexto incierto en la toma de decisiones, en la próxima sección se introduce el concepto de procesos estocásticos, en particular los de Wiener y Poisson que permiten modelizar procesos cuyas variables son aleatorias. Como se verá esto implica captar mejor la naturaleza del contexto incierto, ya que se articulan mediante el uso de leyes de la probabilidad.

2. PROCESOS ESTOCÁSTICOS

Los procesos de Wiener y de Poisson son casos particulares de procesos estocásticos por eso antes de explicarlo se describirán las características y propiedades básicas de los procesos estocásticos en general.

Un proceso estocástico es aquel que involucra variables que cambian aleatoriamente con el tiempo (al menos parcialmente). Más formalmente un proceso estocástico está definido por un conjunto de variables aleatorias $\{X_t,\ t \in T\}$ cuya evolución está determinada por una distribución de probabilidad, siendo t la variable tiempo y X_t el estado del proceso en el momento t. (Dixit & Pindyck, 1994:60). De esta definición resulta claro que para describir un proceso estocástico es necesario identificar la ley de probabilidad que explica la evolución de las variables aleatorias en el tiempo.

Como ya se mencionó en este trabajo se describirán dos tipos de procesos estocásticos: los procesos de Wiener y los de Poisson. En ambos casos, las variables tiempo y de estado son continuas y la distribución de probabilidad es

normal para los procesos de Wiener y los procesos de Poisson se distribuyen como su nombre lo indica.

A continuación se explicará el proceso estocástico de Wiener mediante sus características fundamentales y un ejemplo que permite aplicar el concepto descripto, basado en el capítulo 3 de Dixit y Pindyck (1994).

2.1 Proceso de Wiener

El proceso de Wiener o movimiento Browniano es un proceso estocástico en tiempo continuo que cumple con tres propiedades importantes (Dixit & Pindyck, 1994:63). Primero es un proceso de Markov, esto quiere decir que la distribución de probabilidad de los futuros valores del proceso dependen solamente de sus valores presentes, segundo sus incrementos son independientes y tercero los cambios en el proceso en un intervalo de tiempo dado están normalmente distribuidos con una varianza que se incrementa linealmente con el intervalo considerado.

Formalmente, si $z(t)$ es un proceso de Wiener, cualquier cambio en z, Δz, correspondiente a un intervalo de tiempo Δt, satisface las siguientes condiciones:

1. La relación entre Δz y Δt está dada por:

$$\Delta z = \epsilon_t \sqrt{\Delta t}$$

   Donde ϵ_t es una variable aleatoria con distribución normal con media de cero y un desvío standard de 1.

2. La variable aleatoria ϵ_t no está correlacionada es decir: $\epsilon[\epsilon_t, \epsilon_s] = 0$ para t≠s. Así los valores de Δz para dos intervalos de tiempo distintos son independientes.

Para mostrar el comportamiento de z en un intervalo finito de tiempo T se debe dividir el intervalo de tiempo T en n sub-intervalos Δt, así $n = T/\Delta t$. De esta forma un incremento en z durante un intervalo de tiempo relativamente largo T se puede expresar como (Dixit & Pindyck, 1994:64):

$$z(s+T) - z(s) = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

Como se asumió que los ϵ_i son independientes entre sí, podemos aplicar el Teorema Central del Límite para la suma y así afirmar que el incremento de z:

$z(s+T) - z(s)$ está normalmente distribuido con media de cero, varianza T y desvío standard de $\sqrt{T}$.

Siguiendo el análisis es posible suponer que $\Delta t \rightarrow 0$, por lo tanto, $dz = \epsilon_t \sqrt{dt}$

Como ϵ_t tiene una media de cero y un desvío standard de uno:

$$E(dz) = 0 \quad \text{y} \quad E[(dx)^2] = dt$$

Por lo tanto, se puede representar el incremento infinitesimal del proceso de Wiener en tiempo continuo como:

$$dz = \epsilon_t \sqrt{dt}$$

Es importante destacar que los procesos de Wiener no son diferenciables pero sí continuos.

El movimiento Browniano puede ser utilizado fácilmente en procesos más complejos, por ejemplo en el llamado **proceso de ITO** que es representado por:

$$dx = \underbrace{a(x,t)dt}_{\text{determinística}} + \underbrace{b(x,t)dz}_{\text{estocástica}}$$

Dónde:

$$dz = incremento\ infinitesimal\ del\ proceso\ de\ Wiener$$

$$a(x,t) y\ b(x,t)\ \ son\ funciones\ conocidas\ de\ x\ y\ t\ (no\ aleatorias)$$

Lo importante aquí es que el proceso es representado por una parte determinística $a(x,t)dt$ y otra que considera la parte estocástica $b(x,t)dz$

Ahora si se considera que:

$$a(x,t) = \alpha$$

$$b(x,t) = \sigma$$

Siendo α y σ dos constantes y se reemplaza en el proceso de ITO se obtiene la siguiente expresión, que representa al denominado **movimiento browniano con tendencia**:

$$dx = \alpha dt + \sigma dz$$

En este proceso se asume la existencia de un desplazamiento que es representado por α que es la tendencia ya que indica la tasa esperada de cambio de x por unidad de tiempo. Con respecto a σ es el parámetro de varianza que junto con el proceso browniano determina la perturbación del movimiento.

Si se considera un intervalo de tiempo Δt , el cambio en x es Δx. Como dz es un proceso de Wiener, se sabe que sigue una distribución normal, por lo tanto Δx también sigue una distribución normal cuyos momentos son:

$$E[\Delta x] = E[\alpha\Delta t + \sigma\Delta z] = \alpha E[\Delta t] + \sigma E[\Delta z] = \alpha\Delta t + 0 = \alpha\Delta t$$

Y la varianza:

$$Var[\Delta x] = \sigma^2\Delta t$$

Y el desvío standard es:

$$de(\Delta x) = \sqrt{Var[\Delta x]} = \sigma\sqrt{\Delta t}$$

Esto indica que en el largo plazo la tendencia es el factor predominante en el proceso, mientras que en períodos relativamente cortos de tiempo lo dominante es el desvío standard ya que en períodos cortos $\sqrt{\Delta t} \gg \Delta t$ y en períodos largos a la inversa.

Lema de ITO

Como se ha mencionado los procesos de ITO no son diferenciables por lo tanto es necesario una herramienta que permita tanto la diferenciación como la integración. Si se considera que $x(t)$ sigue un proceso de ITO y se tiene una función $F(x,t)$, que es al menos dos veces diferenciable en x y una vez en t, la regla del cálculo para calcular este diferencial en términos de los cambios de primer orden de x y de t es:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial t}dt$$

La ecuación que representa el proceso de ITO:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$$

Como ya se mencionó es continua en el tiempo pero no es diferenciable. Muchas veces se trabajará con funciones del tipo del proceso de ITO y se necesitará calcular el diferencial total. Por ejemplo, podríamos describir el valor de una opción para invertir en minas de cobre como una función del precio del cobre, el cual puede ser representado por un movimiento Browniano geométrico, en este caso se desea definir el proceso estocástico que sigue el valor de la opción a invertir. Para hacer esto, es decir para diferenciar (incluso integrar) funciones del proceso de ITO se necesita usar el lema de ITO.

El lema de ITO se puede comprender como una expansión de las series de Taylor para los cambios en x :

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{1}{6}\frac{\partial^3 F}{\partial x^3} + \ldots$$

Como

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz,$$

al elevarlo al cuadrado:

$$(dx)^2 = \alpha^2(x,t)(dt)^2 + 2\alpha(x,t)b(x,t)(dt)^{3/2} + b^2(x,t)dt$$

Los términos de $(dt)^{3/2}$y $(dt)^2$ pueden ser ignorados ya que cuando

$dt \rightarrow 0$ tienden a cero mucho más rápido que dt, por lo tanto:

$$(dx)^2 = b^2(x,t)dt$$

Así el lema de ITO nos permite hallar una expresión para calcular el

dF (Dixit & Pindyck, 1994:80):

$$dF = \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}(dx)^2$$

Y si reemplazamos dx por la expresión: $dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz$

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + a(x,t)\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2}b^2(x,t)\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right]dt + b(x,t)\frac{\partial F}{\partial x}dz$$

2.1.1 Ejemplo: Movimiento Browniano Geométrico (MBG)

En esta sub-sección se expone un ejemplo, con el objetivo de comprender como se utiliza el lema de ITO cuando se tiene un proceso que involucra una variable que sigue un proceso de ITO. Si se tiene un proceso en donde la variable x sigue un tipo especial del proceso de ITO que es el movimiento browniano geométrico:

$$dx = \alpha x dt + \sigma x dz$$

Se analizará qué movimiento es seguido por el proceso $F(x) = \log x$. La función $F(x)$ es continua pero no diferenciable, por lo tanto para calcular el dFdebemos utilizar el lema de ITO:

$$dF = \left[\frac{\partial F}{\partial t} + \alpha x\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\right]dt + \sigma x\frac{\partial F}{\partial x}dz$$

Como

$$F(x) = \log x \rightarrow \frac{\partial F}{\partial t} = 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{x}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

Si se reemplaza en la expresión del diferencial total:

$$dF = \left[0 + \alpha x\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\sigma^2 x^2\frac{1}{x^2}\right]dt + \sigma x\frac{1}{x}dz$$

Simplificando y reordenando:

$$dF = \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dz$$

Esto nos indica que luego de un lapso de tiempo finito T, el cambio en $F(x) = \log(x)$ está normalmente distribuido con media $\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T$ y varianza $\sigma^2 T$.

Asimismo, como $F(x)$ = log(x) sigue un proceso de ITO en particular un movimiento browniano geométrico se observa que se tiene nuevamente una parte determinística $\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt$ y otra parte que involucra una variable estocástica (que sigue un proceso Browniano) σdz.

Hasta acá se analizó un proceso estocástico cuya distribución de probabilidad asociada es una distribución normal, se verá a continuación un proceso que involucre una distribución de Poisson.

2.2 Procesos de Poisson

Los procesos de Poisson son aquellos procesos estocásticos que manifiestan saltos (eventos) de tamaño aleatorio y en los cuales el tiempo de ocurrencia (llegada) de los shocks sigue una distribución de Poisson. Se define una variable $\boldsymbol{\lambda}$ como la "tasa media de ocurrencia del evento", que si bien tiene soporte continuo, la ocurrencia del evento se trabaja en forma discreta, por eso subyacen las leyes de Poisson. Durante un infinitesimal del tiempo (continuo) $\boldsymbol{dt}$ la probabilidad de ocurrencia del evento está dada por $\boldsymbol{\lambda\, dt}$.

Si el evento tiene una magnitud $\boldsymbol{u}$, se formaliza un Proceso de Poisson $\boldsymbol{q}$:

$$\boldsymbol{dq = \begin{cases} 0 & con\, probabilidad \quad 1 - \lambda\, dt \\ u & con\, probabilidad \quad \lambda\, dt \end{cases}}$$

A partir del Lema de Ito se construye un proceso estocástico en $\boldsymbol{x}$:

$$dx = f(x,t)dt + g(x,t)dq$$

Tanto f como g son funciones determinísticas y conocidas. Se especifica una función $H(x,t)$ como un proceso diferenciable:

$$dH = \frac{\partial H}{\partial t}\, dt + \frac{\partial H}{\partial x}\, [\underbrace{f(x,t)dt + g(x,t)dq}_{dx}]$$

Nótese que cambios en x producen alteraciones en H por dos vías: la parte determinística y la parte aleatoria que depende de la ocurrencia de λ. La esperanza de la variación en H debe contemplar en la parte aleatoria, la probabilidad de ocurrencia del evento ($\lambda\, dt$) y su magnitud (u).

Si ocurre λ, la variable x se ve afectada en una cantidad aleatoria $[g(x,t)u]$, lo que afecta a $H(x,t)$. Se explica dicha cantidad mediante la magnitud del evento y la función que afecta a la parte aleatoria del proceso.

Se toma esperanza de las variaciones en H, es decir $E(dH)$:

$$E(dH) = \left[\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial x} f(x,t)\right] dt + \underbrace{E_u \left\{ \lambda \underbrace{[H(x + g(x,t)u, t) - H(x,t)]}_{Variación\ específica\ del\ shock} \right\} dt}_{Probabilidad\ de\ ocurrencia\ del\ evento}$$

Como puede verse la esperanza en la variación de la función H se determina por la parte determinística del primer término y la esperanza de la probabilidad de ocurrencia del evento, ponderada por el tamaño del shock (magnitud).

2.2.1 Ejemplo

Consideramos los siguientes supuestos sobre un proyecto de inversión en innovación (Dixit & Pindyck, 1994:86):

- Se supone un proyecto cuyo vector de flujos de fondos futuros son contantes e iguales a π
- No se requieren inversiones para mantener el valor del capital durante la vida del proyecto (se piensa como un proyecto de inversión simple y normal)
- Se supone que el valor del proyecto se obtiene descontando los flujos a una tasa $\boldsymbol{r}$ que es el costo de oportunidad del capital

Así, se puede pensar la probabilidad de fracaso en un proyecto innovador de la siguiente manera:

- En algún punto del tiempo de desarrollo del proyecto se produce el fracaso por cualquiera de las vías mencionadas. Se simboliza con λ.
- La magnitud del evento es u, por simplicidad se lo considera igual a la unidad

Para resolver el problema de valuar el proyecto, se puede usar la expresión del valor presente de una perpetuidad (dados los flujos constantes y el supuesto de continuidad en el tiempo).

Se define el Valor del proyecto como un Proceso estocástico:

$$dV = -V\,dq$$

Si u = 1, la ecuación del retorno del proyecto es:

$$r\,V\,dt = \pi\,dt + E(dV) = \pi\,dt - \lambda\,V\,dt$$

Despejando el valor del proyecto:

$$V = \frac{\pi}{r + \lambda}$$

Si no se hubiese considerado la probabilidad de fracaso en la valuación del proyecto, el valor del mismo sería el cociente entre el beneficio y la tasa. Incluir la tasa de ocurrencia del fracaso, reduce el valor del proyecto. Por lo tanto, incluir λ implica considerar la prima de riesgo que reduce el valor del proyecto. Al aumentar el riesgo, se debe compensar al inversor mediante la reducción del costo de oportunidad del capital (r) o aumentando el valor de los flujos de fondos proyectados (π).

3. CONSIDERACIONES FINALES

Las herramientas tradicionales para la toma de decisiones (VAN y TIR) no captan adecuadamente la problemática de los proyectos de inversión bajo incertidumbre en donde es fundamental tener en cuenta la irreversibilidad de la inversión, la posibilidad de atrasar la decisión de invertir para contar con más información y el contexto incierto en el que se desarrollan. Los procesos estocásticos permiten captar la naturaleza incierta de los procesos y por lo tanto nos permiten valuar de forma más correcta los proyectos de inversión.

A lo largo del trabajo se expusieron las primeras aproximaciones a la metodología por la que se incorporan procesos estocásticos en la valuación de proyectos de inversión simple. El hecho de utilizar ejemplos permite un abordaje más real de la problemática al tiempo que deja en claro la aplicabilidad (transferencia) de la teoría a situaciones financieras concretas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brigham, E. F., & Houston, J. F. (2000). *Fundamentos de Administración Financiera* (Doceava ed.): Mc. Graw Hill, México.

Copeland, T. E., & Antikarov, V. (2003). *Real options : a practitioner's guide*. New York: Texere.

Dixit, A. K., & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*: Princeton university press.

Hull, J. (2012). *Options, futures, and other derivatives* (8th Edition ed.). Edinburgh Gate: Pearson Education Limited.