

APLICACIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES EN LA ECONOMÍA EXPERIMENTAL

BEATRIZ LUPÍN

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales

Universidad Nacional de Mar del Plata-Dean Funes 3250

Mar del Plata República Argentina

mblupin@mdp.edu.ar

Resumen

En el Plan de Estudio de la Carrera Licenciatura en Economía que se dicta en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad Nacional de Mar del Plata, la Asignatura "Matemática para Economistas II" se encuentra ubicada dentro del Ciclo Profesional, dictándose en el 1er. cuatrimestre de 3er. año. A fin de propiciar el aprendizaje significativo, durante las clases teóricas, se exponen a los alumnos investigaciones empíricas de los temas que conforman el programa. De esta manera, se muestra cómo los conceptos "abstractos" pueden convertirse en herramientas concretas que colaboran en la solución de problemas reales, vinculados al campo profesional.

Una de las unidades programáticas se refiere a "ecuaciones diferenciales", presentando una aplicación en la estimación de la vida útil sensorial de los alimentos; la cinética de orden cero y de 1er. orden indica la pérdida de calidad de un alimento mediante una ecuación diferencial que adopta la siguiente forma general:

$$- dA / dt = k A^n$$

Dónde: A = calidad del factor medido, t = tiempo de almacenamiento, k = constante dependiente de la temperatura, n = orden de la reacción (0 o 1).

Dado que los sujetos se manifiestan cada vez más preocupados por la calidad de los alimentos, la Economía Experimental, al incluir metodologías sensoriales y econométricas, se torna relevante para conocer las preferencias de consumo y las elecciones de compra. La información que así se genera resulta fundamental para los agentes agro-alimentarios y para los responsables de diseñar políticas públicas.

Palabras clave: ecuaciones diferenciales, Economía Experimental, vida útil sensorial, alimentos

APPLICATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS TO EXPERIMENTAL ECONOMICS

BEATRIZ LUPÍN

Facultad de Ciencias Económicas y Sociales
Universidad Nacional de Mar del Plata-Dean Funes 3250
Mar del Plata República Argentina
mblupin@mdp.edu.ar

Abstract

In the study plan for the B. A. in Economics course (Licenciatura en Economía), which is held in the Faculty of Economics and Social Sciences at the National University of Mar del Plata (Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad Nacional de Mar del Plata), the subject "Mathematics for Economists II" is included within the Professional Cycle, and is dictated during the 1^o quarter of the 3^o year of the course.

Aiming on promoting meaningful learning, during theoretical lessons students are exposed to empirical research regarding those issues that define the program. Accordingly, it is shown how "abstract" concepts can be turned into concrete tools to collaborate in actual problem solution related to the professional field.

One of the programmatic units refers to "differential equations", presenting an application in the estimation of the sensory shelf life of food; zero and first order kinetics indicate the loss of quality of foodstuff through a differential equation which takes the following general form:

$$- dA / dt = k A^n$$

Where: A = measured quality factor, t = storage time, k = temperature dependent constant, n = order of reaction (0 or 1).

Since subjects show to be increasingly concerned about the quality of food, Experimental Economics, by including sensory and econometric methodologies, becomes relevant to meet consumer preferences and purchasing choices. The information obtained is crucial for agro-food groups and for those responsible for designing public policies.

Keywords: Differential equations, Experimental Economics, Sensory shelf life, Food

1. Introducción

La Asignatura “Matemática para Economistas II” se dicta a los alumnos que cursan el 3er. año de la Carrera Licenciatura en Economía (LE) en la Facultad de Ciencias Económicas y Sociales de la Universidad Nacional de Mar del Plata (FCEyS-UNMDP), bajo la modalidad cuatrimestral y con régimen de aprobación promocional. Pertenece al Área Pedagógica de Matemática; por año, la cursan alrededor de 30 alumnos y la Cátedra está compuesta por tres docentes, Licenciados en Economía.

Conforme el Plan de Estudio¹, se encuentra inserta en el Ciclo Profesional, con una carga horaria semanal de 6hs-reloj -distribuidas en partes iguales entre teoría y práctica²- y para cursarla es requisito haber aprobado la Asignatura “Matemática para Economistas I” -que se dicta en el 2do. cuatrimestre de 1er. año, durante el Ciclo Básico-. Por su parte, es correlativa de las Asignaturas “Macroeconomía II” y “Microeconomía II”.

Respecto al programa, el mismo está conformado por cinco unidades: “Ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales”, “Ecuaciones en diferencias finitas”, “Funciones de varias variables reales”, “Modelos” y “Programación lineal”.

Una cuestión a tener en cuenta es que los alumnos, generalmente, consideran que los contenidos programáticos de la Asignatura son “demasiado” abstractos; no encuentran vinculación entre lo que se les enseña y situaciones reales o de su futuro campo laboral.

Debido a lo anterior y, en correspondencia con lo que establece el Régimen Académico de la Facultad para el Ciclo Profesional y el perfil trazado

¹ Consultar Plan de Estudio “E” de la Carrera Licenciatura en Economía, FCEyS-UNMDP.
<http://eco.mdp.edu.ar/plan-de-estudio-economia>

² Asimismo, dos veces al mes, se dictan clases especiales en las que se analizan puntos centrales del programa aplicados en modelos económicos de reconocidos autores.

institucionalmente para los egresados de la Carrera LE, en las clases teóricas, se exponen aplicaciones empíricas de los conceptos clave.

Zarzar Charur (1983) indica que mientras mayor sea la relación que vea el alumno entre lo que estudia y su vida mayor será su empeño y el aprendizaje será más duradero y profundo -más significativo-. Dicho autor, agrega que para que el aprendizaje sea efectivo se deben dar cuatro condiciones básicas: motivación, comprensión de la temática, participación activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje y, precisamente, aplicación de lo visto a situaciones de la vida diaria. Como opina Nickerson (1995), es imprescindible estimular a los alumnos para que piensen por sí mismos, tomando en cuenta la relación entre aquello que se aprende en las aulas con las situaciones que debe enfrentar en el mundo cotidiano.

En esta oportunidad, se presenta una aplicación de ecuaciones diferenciales en el campo de la Economía Experimental, relacionado a la vida útil sensorial de los alimentos. Asimismo, además de dar sentido práctico a uno de los temas que conforma el programa de la Asignatura, la propuesta permite a la autora de este Trabajo vincular su actividad docente con sus tareas en investigación en el área de la Economía Agraria, específicamente en Economía del Consumidor.

2. Marco teórico

2.1 Acerca de las ecuaciones diferenciales

Una ecuación diferencial es una ecuación que contiene derivadas, diferenciales o ambas de una o más variables dependientes respecto a una o más variables independientes en su formulación.

Si bien la literatura especializada emplea diversas notaciones, en este Trabajo, se adoptará la siguiente simbología: dy/dx ; tomando por separado "dy" y "dx", cada parte recibe el nombre de diferencial de "y" y de "x", indicando cambios instantáneos en dichas variables.

Este tipo de ecuación se clasifica conforme diversos criterios, los cuales son no excluyentes:

a) Según la **cantidad de variables independientes** involucradas

a.1) Ordinaria: si la ecuación diferencial contiene una sola variable independiente.

a.2) Parcial: si la ecuación diferencial contiene más de una variable independiente.

b) Según el **orden**: se refiere al orden de más alto orden que aparece en la ecuación diferencial.

c) Según el **grado**: respecto a la potencia de la derivada de más alto orden, siempre y cuando la ecuación esté expresada en forma polinomial. En particular, si la variable dependiente y sus derivadas son de grado 1, se la llama "lineal".

En forma genérica, la especificación de una ecuación diferencial ordinaria, de orden "n" y lineal es la siguiente:

$$a_n(x) \cdot d^n y / dx^n + a_{n-1}(x) \cdot d^{n-1} y / dx^{n-1} + \dots + a_2(x) \cdot d^2 y / dx^2 + a_1(x) \cdot dy / dx + a_0(x) \cdot y = g(x)$$

[1]

Si se consideran los coeficientes "a_n(x)", surge una clasificación adicional de las ecuaciones diferenciales: con coeficientes variables o constantes, conforme su dependencia o no de la variable "x".

A su vez, el análisis del segundo miembro "g(x)" de la ecuación [1] indica una última clasificación de las ecuaciones diferenciales: homogéneas o no homogéneas ya sea que dicho término sea igual o diferente a 0.

Resolver una ecuación diferencial, es encontrar la antiderivada correspondiente. En el caso, de una ecuación diferencial ordinaria, la solución es una función y = f(x), que no contiene derivadas ni diferenciales,

está definida en un intervalo y satisface la ecuación diferencial original para toda "x" de dicho intervalo. Es posible identificar dos tipos de soluciones:

a) **General:** comprende una familia de funciones dado que incluye constantes arbitrarias de integración. La ecuación diferencial de orden n contendrá "n" constantes de integración.

b) **Particular:** se deduce de una solución general al asignar valores específicos o constantes de integración, basados en las condiciones "iniciales" o "de límite".

A su vez, la solución puede estar expresada en forma explícita o implícita, ya sea que la variable dependiente se encuentre despejada o no.

Centrando el interés en las ecuaciones diferenciales ordinarias, de 1º. orden, lineales, con coeficientes y término constantes:

$$a_1 \cdot dy/dx + a_0 \cdot y = b$$

[a_1, a_0 -coeficientes constantes-]

[$g(x) = b$ -término constante-]

[2]

los métodos de resolución de ecuaciones diferenciales de esta categoría, que indica la bibliografía en la materia son:

a) **Resolución de ecuaciones diferenciales mediante el Método de Separación de Variables:** la ecuación diferencial es el producto de una función que sólo depende de la variable "x" y de otra función que sólo depende de la variable "y":

$$dy/dx = h(x) \cdot j(y)$$

[$j(y) \neq 0$] [3]

Se piensa al término "dy/dx" como un cociente de diferenciación a fin de separar las variables de manera que cada miembro contenga sólo una variable y que no haya diferenciales en el denominador. O sea, se escribe

la ecuación de manera que cada lado contenga una sola variable y una sola diferencial en el numerador. Una vez logrado esto, se integra miembro a miembro.

b) **Resolución de ecuaciones diferenciales homogéneas:** la ecuación diferencial:

$$dy/dx = f(x,y) \quad [4]$$

es homogénea respecto de "x" y de "y" si la función del miembro de la derecha es homogénea de grado 0 respecto a las variables en cuestión, vale decir:

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^0 \cdot f(x,y) = f(x,y) = dy/dx$$

[λ es una constante arbitraria $\neq 0$]

Una vez realizada la comprobación anterior, se propone como solución:

$$\begin{aligned} z &= y/x \Rightarrow \\ \Rightarrow z \cdot x &= y \\ z' \cdot x + z &= y' \end{aligned}$$

Se sustituyen las igualdades anteriores en [4], de manera que la ecuación diferencial original quede en función de "x" y de "z". Luego, se procede aplicando el Método de Separación de Variables y, finalmente, se retorna a las variables originales ya que $y = z \cdot x$.

c) **Resolución de ecuaciones diferenciales lineales:** dada una ecuación diferencial de la forma:

$$m(x) \cdot dy/dx + n(x) \cdot y = l(x)$$

[$m(x)$, $n(x)$ y $l(x)$ son funciones de "x" o constantes $\neq 0$] [5]

Tanto la variable dependiente como sus derivadas se encuentran elevadas a la 1º. potencia. Si se divide [5] miembro a miembro por "m(x)", se obtiene:

$$\underbrace{\frac{dy}{dx} + n(x)/m(x)}_{p(x)} \cdot \underbrace{y}_{q(x)} = \frac{l(x)}{m(x)} \quad [6]$$

Se debe encontrar la variable dependiente “y” como producto de dos funciones, de las cuales una de ellas se va a determinar de forma conveniente y arbitraria y la otra será tal que el producto de ambas verifique [6]. Como segundo paso, se realiza la sustitución:

$$y = u \cdot v$$

$$y' = u' \cdot v + u \cdot v'$$

en la expresión [6]:

$$u \cdot v' + v \cdot [u' + p(x) \cdot u] = q(x)$$

[7]

Y se halla “u = f(x)” de manera tal que se anule la expresión dentro de los corchetes; se la sustituye en [7] a fin de arribar a la forma que permite aplicar el Método de Separación de Variables. Por último, se tienen que hacer los reemplazos necesarios para que la solución quede en función de “x”.

d) **Resolución de ecuaciones diferenciales reductibles a lineales:** en este caso, la ecuación diferencial, que recibe el nombre de Ecuación Diferencial de Bernoulli, presenta la forma:

$$\frac{dy}{dx} + s(x) \cdot y = t(x) \cdot y^n$$

[n ≠ 0 y n ≠ 1 -si n= 1, se puede aplicar directamente el Método de Separación de Variables-]
 [s(x) y t(x) son funciones de “x”] [8]

Se divide [8] miembro a miembro por “yⁿ” con el propósito de obtener:

$$\frac{dy}{dx} \cdot y^{-n} + s(x) \cdot y^{(1-n)} = t(x) \quad [9]$$

A continuación, se sustituye:

$$z = y^{(1-n)}$$

$$z' = (1-n) \cdot y' \cdot y^{-n} \Rightarrow z' / (1-n) = y' \cdot y^{-n}$$

En [9]. Multiplicando miembro a miembro por “(1-n)”, se llega a una ecuación diferencial lineal, lo que permite desarrollar el procedimiento explicado en el inciso anterior.

Ahora bien, si se consideran las ecuaciones diferenciales ordinarias, lineales, de orden superior a 1 y con coeficientes y término constantes:

$$a_n d^n y / dx^n + a_{n-1} d^{n-1} y / dx^{n-1} + \dots + a_2 d^2 y / dx^2 + a_1 dy / dx + a_0 y = b$$

[10]

la solución general (y) se encuentra conformada por una solución complementaria (yc) -solución de la ecuación homogénea asociada- y por una solución particular (yp) -se refiere a cualquier solución que satisfaga la ecuación diferencial original.

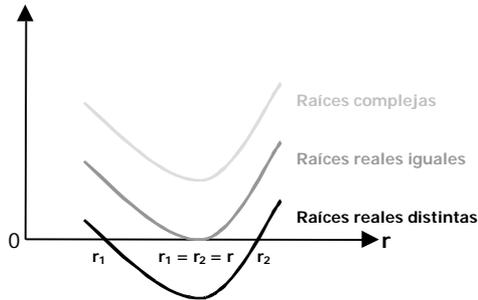
Cuando se iguala a 0 la ecuación diferencial [10], surge la ecuación homogénea asociada. En este caso, se cumple el Principio de Superposición que establece que si se obtienen “n” soluciones linealmente independientes, toda combinación lineal de ellas es también solución. Acorde a dicho Principio, se propone como solución: $y = C \cdot e^{rx}$, donde “C” y “r” son constantes diferentes de 0. Luego de sustituir la solución propuesta en la ecuación homogénea asociada, se obtiene la ecuación característica -o auxiliar-. De esta manera, tomando el caso de una ecuación diferencial de 2°. orden:

$$\begin{aligned} & d^2 y / dx^2 + a_1 dy / dx + a_0 y = 0 \\ & C \cdot r^2 \cdot e^{r \cdot x} + a_1 \cdot C \cdot r \cdot e^{r \cdot x} + a_0 \cdot C \cdot e^{r \cdot x} = 0 \\ & C \cdot e^{r \cdot x} \cdot \underbrace{(r^2 + a_1 \cdot r + a_0)} = 0 \\ & \text{Ecuación característica} \end{aligned}$$

$$\text{Como } C \cdot e^{r \cdot x} \neq 0 \Rightarrow r^2 + a_1 \cdot r + a_0 = 0$$

De la resolución de la ecuación característica, surgen dos raíces (r), las que pueden ser reales distintas o iguales o complejas (Figura 1):

Figura 1: Función cuadrática con diferentes tipos de raíces



Fuente: Chiang (1967).

La solución complementaria adopta las siguientes formas:

Raíces reales distintas $y_c = C_1 \cdot e^{r_1 \cdot x} + C_2 \cdot e^{r_2 \cdot x}$

Raíces reales iguales $y_c = C_1 \cdot e^{r \cdot x} + C_2 \cdot x \cdot e^{r \cdot x}$

Raíces complejas $y_c = C_1 \cdot e^{(h+vi) \cdot x} + C_2 \cdot x \cdot e^{(h-vi) \cdot x}$



$$y_c = K_1 \cdot e^{h \cdot x} \cdot \cos(vx) + K_2 \cdot e^{h \cdot x} \cdot \text{sen}(vx)$$

[aplicando la Relación de Euler, se obtienen dos constantes reales: $K_1 = (C_1 + C_2)$; $K_2 = (C_1 - C_2)i$]

Tomando la ecuación [10], si $g(x)$ es un término variable, la solución general, también, se compone de dos partes: y_c e y_p . Si bien " y_c " no se ve afectada respecto al caso en el que $g(x)$ es una constante, la integral particular sufre modificaciones. Existen diversas técnicas alternativas de resolución, siendo una de ellas el Método de los Coeficientes Indeterminados. Dicho Método, consiste en ensayar para la solución " y_p "

una función de la misma forma que $g(x)$ con coeficientes a determinar. No se pueden dar reglas generales aunque sí en el caso de que $g(x)$ adopte algunos tipos especiales; de manera que si:

$$g(x) = J(x) \text{ y } r = 0 \text{ de multiplicidad } " \alpha " \quad \rightarrow \quad y_p = x^\alpha \cdot E(x)$$

[J(x) y E(x) = polinomios de igual grado]

$$g(x) = e^{\alpha \cdot x} \cdot J(x) \text{ y } r \neq 0 \text{ de multiplicidad } " \alpha " \quad \rightarrow \quad y_p = e^{\alpha \cdot x} \cdot x^\alpha \cdot E(x)$$

[J(x) y E(x) = polinomios de igual grado]

$$g(x) = w_1 \cdot \cos(\beta x) + w_2 \cdot \sin(\beta x) \text{ y } r = \pm \beta i \text{ de multiplicidad } " \alpha " \quad \rightarrow$$

[g(x) es una combinación lineal de coso y de seno]

$$y_p = x^\alpha \cdot [C_1 \cdot \cos(\beta x) + C_2 \cdot \sin(\beta x)]$$

Las ecuaciones diferenciales surgen cuando se conoce una relación que implica la tasa de cambio de una función. Su empleo en investigaciones empíricas se fundamenta en el hecho de que la observación de determinados procesos a lo largo del tiempo implica datos de las funciones en diversos momentos y medidas de tasas de cambio. En dichos contextos, las ecuaciones diferenciales permiten analizar, de modo parcial, el vínculo entre las variables y la solución de las mismas brinda una descripción completa de las relaciones funcionales. (Budnick, 1990; Haeussler Jr. et al., 2008)

Algunos modelos macro y micro económicos que aplican ecuaciones diferenciales son: el Modelo de la Carga de la Deuda de Domar (1944)³ según el cual la carga de la deuda pública no debe medirse por el monto absoluto de los intereses -o el impuesto necesario- sino por la proporción en que el impuesto adicional afecta al ingreso nacional; el Modelo de Crecimiento de Domar (1946)⁴ en el que se estipula el tipo de trayectoria

³ Domar, E. D. (1944): " *The Burdem of the debt ´ and the national income*". American Economic Review, December 1944, 798-827.

⁴ Domar, E. D. (1946): " *Capital expansion. Rate of growth and employment*". Econometrica, April 1946, pp 137-147.

temporal requerida para satisfacer una condición de equilibrio mediante el caso homogéneo de ecuaciones diferenciales lineales de 1º orden; el Modelo de Crecimiento de Solow (1956)⁵ cuyo propósito es demostrar que la trayectoria de crecimiento “filo de una navaja”⁶ de Domar es el resultado de la función de producción adoptada por él y que no se cumple para otros tipos de funciones de producción y la dinámica del precio de equilibrio en el Mercado de Competencia Perfecta sin y con tendencias y expectativas de precios futuros, entre otros. (Calcagno et al., 2003; Chiang, op. cit.)

En este Trabajo, se presenta una aplicación en la Economía Experimental; concretamente, en la Evaluación Sensorial de Alimentos. Seguidamente, se desarrolla el marco teórico correspondiente.

2.2 Acerca de la Teoría del Consumidor, la Economía Experimental y el Análisis Sensorial

En las últimas décadas, los determinantes clásicos de la Teoría Económica de la Demanda -ingreso y precio- han perdido importancia al intentar explicar la adquisición de alimentos por parte de los consumidores, a la vez que otros factores han surgido de forma contundente. Así, el enfoque de la demanda aportado por Lancaster (1966)⁷, fue uno de los primeros en incorporar a los atributos de calidad de un bien en el análisis. La utilidad es una función del conjunto de atributos; en consecuencia, los consumidores obtienen satisfacción de las cualidades de los bienes, no de los bienes en sí mismos. (Baker & Burnham, 2001; Manalo, 1990; Wang & Sun, 2003)

Por su parte, tradicionalmente, la “calidad” es entendida como la aptitud que satisface las necesidades implícitas y explícitas de los consumidores.

⁵ Solow, R. M. (1956): “A contribution to the Theory of Economic Growth”. *Quarterly Journal of Economics*, February 1956, pp 65-94.

⁶Para no incurrir en exceso o déficit de capacidad productiva es necesario guiar la tasa de crecimiento real de inversión con sumo cuidado, a lo largo de una trayectoria temporal, como el “filo de una navaja”.

⁷Lancaster, K. (1966): “A new approach to Consumer Theory”. *Journal Political Economy*, 74, April 1966, 132-57. “Change and innovation in the Technology of Consumption”. *American Review*, 56:pag. 14-23.

Issanchou (1996) sostiene que la calidad de un alimento no es una característica inherente del mismo sino que se trata de un concepto estrechamente vinculado con el de aceptabilidad y, por lo tanto, es mejor hablar de "calidad percibida". Esta última depende de la persona, del bien y del contexto. Asimismo, Steenkamp (1990) señala que los juicios de calidad de los alimentos realizados por los consumidores se basan en sus percepciones, necesidades y objetivos.

La calidad es un concepto dinámico y relativo, pudiendo ser valorada de múltiples maneras. Debe brindar un beneficio concreto a los consumidores, quienes han empezado a exigirla. (Bello Acebrón & Calvo Dópico, 1988; Bernués et al., 2001)

Para que el consumidor pueda evaluar calidad necesita información sobre el producto, la que obtiene a través de señales -apariencia, precio, marca, etiqueta, certificación, denominación de origen, trazabilidad, impacto ambiental, contenido de agroquímicos, composición nutricional, proceso productivo y aspectos sensoriales y organolépticos, entre otras-. Éstas son categorizadas e integradas para inferir los atributos de calidad de un bien.

De lo anterior, se desprende que es posible explorar las elecciones de los consumidores desde dos perspectivas: sus percepciones de calidad y las características reales de los bienes. (Martínez-Carrasco Martínez et al., 2005)

Identificar las variables que influyen en los motivos de compra de alimentos puede ser de utilidad para todos los agentes involucrados en la cadena agro-alimentaria, ya que se los puede traducir en estrategias comerciales -tal como el desarrollo de nuevos productos y/o atributos y segmentaciones de mercado-.

Asimismo, resulta relevante para el diseño de políticas públicas de calidad. Mientras que en las décadas del '60 y del '70, los cimientos de las mismas fueron el control de los productos antes de la llegada al consumidor, el propósito de las actuales consiste en plasmar las percepciones de calidad

en parámetros objetivos a fin de favorecer el desarrollo de alimentos acordes con las preferencias y las preocupaciones del consumidor actual. (Briz, 2003⁸ -De Carlos et al., 2005-)

Conforme el marco precedente, la Economía Experimental brinda instrumentos de análisis que permiten integrar metodologías motivacionales y sensoriales -como son los grupos focales y las degustaciones comparativas de alimentos- con diversas técnicas matemáticas, estadísticas y econométricas de medición, empleadas para cuantificar la incidencia de los distintos factores en la valoración de un bien, en la disposición a aceptarlo y a pagar por él. (Rodríguez et al., 2012)

Gran parte de la comunidad científica considera a la Economía como una disciplina inherentemente no experimental, que se debe limitar al estudio de la realidad en base a "modelos" armados según determinados "supuestos". Paul Samuelson, en su texto "Economía" (1985), sentencia: *"debido a la complejidad del comportamiento humano y social, (los economistas) no podemos albergar la esperanza de tener la precisión de las Ciencias Físicas. No podemos imitar los experimentos de los químicos y los biólogos. Como los astrónomos, debemos contentarnos con observar"*. (Palacios, 2008)

Sin embargo, a partir de la obra de Von Neumann y Morgenstern (1944)⁹, la perspectiva experimental ha tomado auge. Tal es así, que en el año 2002, el estadounidense Vernon Smith fue galardonado con el Premio Nobel de Economía¹⁰ "por haber convertido la experimentación en laboratorio en un instrumento de análisis económico empírico; en particular, en el estudio de los distintos mecanismos de mercado". (Palacios, op. cit.; Rey Biel, 2006)

⁸Briz, J. (2003): "Internet, trazabilidad y seguridad alimentaria. Ed. Julian Briz, Madrid-España.

⁹ Von Neumann, J. & Morgenstern, O. (1944): " *Theory of games and economic behavior*". Princeton, NJ: Princeton University Press.

¹⁰Lo recibió, conjuntamente, con el psicólogo cognitivo israelí Daniel Kahneman, precursor de la Economía del Comportamiento -rama con muchos puntos de contacto con la Economía Experimental.

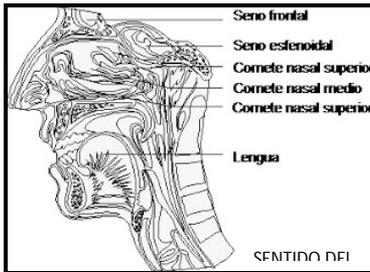
Citando a Palacios (op. cit.), es posible indicar que la tarea de la Economía Experimental consiste en tomar las teorías que presentan inconvenientes para ser sometidas a examen empírico e intentar recrear sus condiciones de prueba por medio del diseño de un juego, básicamente, en las áreas del mercado y de la organización industrial, donde el comportamiento estratégico resulta clave.

En referencia a los pasos a seguir en una investigación económica de laboratorio, Rey Biel (op. cit.) se refiere a: elaboración de la pregunta económica, diseño del experimento, selección de los participantes, realización de la sesión experimental y análisis de los datos.

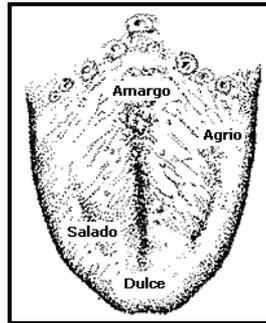
Dentro de la Economía Experimental, aplicada a la Teoría del Consumo, el Análisis Sensorial es una herramienta crucial. El mismo consiste en el análisis de la calidad de los alimentos y de otras sustancias, realizado por medio de los sentidos, aplicando técnicas estandarizadas a fin de disminuir la subjetividad de las respuestas de los participantes. (Bardá, 2005; Costell, 2005; Olivas-Gastélum et al., 2009)

Es posible agrupar a los sentidos en químicos -olfato y gusto- y físicos-vista, oído y tacto-. (Figura 2)

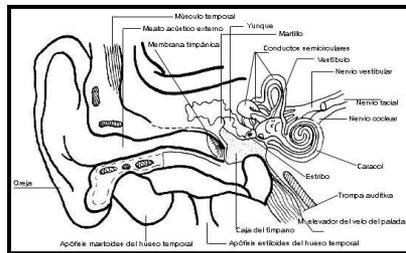
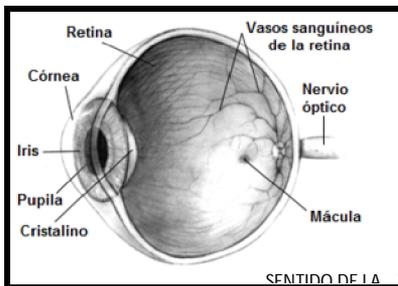
Figura 2: Estructura de los sentidos



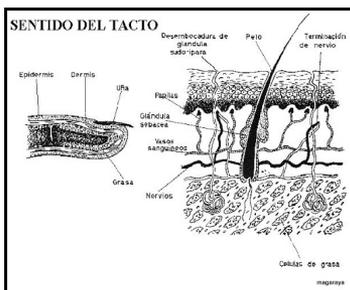
Fuentes:
http://www.cuentosdedoncoco.com/2012_1_1_10_archive.html



SENTIDO DEL GUSTO



SENTIDO DEL OÍDO



Fuentes:
<http://es.wikipedia.org/wiki/Retina>
<http://www.imagui.com/a/oido-para-colorear-inebp849k>
<http://www.imagui.com/a/dibujos-del-sentido-del-tacto-para-colorear-T5ep7B7jb>

Consulta *online*: abril 2014

Por su parte, las propiedades sensoriales son los atributos que se detectan por medio de los sentidos: aromas -olfato-; dulce, amargo, ácido, salado y umami¹¹ -gusto-; flavor -retronasal-; temperatura, dolor e irritabilidad -trigeminal, terminaciones del nervio con el mismo nombre; sentido químico-; textura -tacto o somestesis; nervios superficiales-; consistencia -tacto o kinestesis; fibras nerviosas en músculos, tendones y articulaciones-; color y apariencia -visión- y ruido audición-(Anzaldúa-Morales, 1994¹² - Basso et al., 2009-; Bardá, 2012)

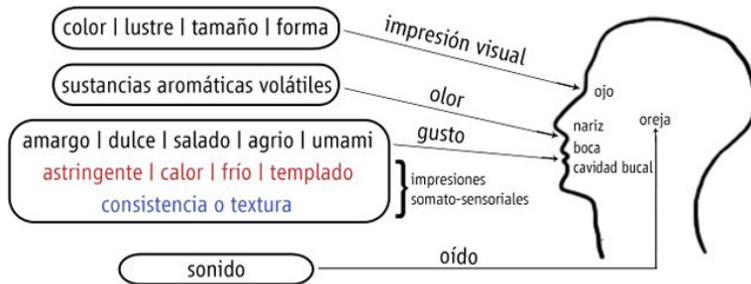
La percepción de cualquier estímulo se debe, principalmente, a la información recibida por los sentidos, los que la codifican y dan respuesta de acuerdo a la intensidad, duración y calidad del mismo, sintiéndose su aceptación o rechazo. Dichos estímulos, pueden ser: mecánicos, térmicos, luminosos, acústicos, químicos y eléctricos. La secuencia de percepción que tiene un individuo respecto a un alimento es, en primer lugar, hacia el color; posteriormente, entran en juego el olor, la textura percibida por el tacto, el sabor y, por último, el sonido -al ser masticado e ingerido-. (Hernández Alarcón, 2005)

En la siguiente Figura, se presentan las diferentes percepciones de un alimento:

¹¹ Vocablo de origen japonés que significa "sabroso". Es uno de los cinco sabores básicos.

¹² Anzaldúa-Morales, A. (1994): "Evaluación Sensorial de los alimentos: en la teoría y en la práctica". Ed. Acibia, Zaragoza-España.

Figura 3: Sensograma de un alimento



Fuente: www.CreatiVegan.net

Respecto a los tipos de evaluación sensorial, Bardá (2005, 2012) distingue cuatro grupos básicos:

a) Descriptiva: la lleva a cabo un panel entrenado, integrado por no más de 10 personas. Intenta describir los atributos -parte cualitativa- y medir su intensidad -parte cuantitativa-. Es la más completa aunque presenta las desventajas de ser costosa e insumir mucho tiempo. El procedimiento agiliza el proceso mental "estímulo-respuesta".

b) Discriminativa: es más rápida que la anterior pues exige menos instrucción. La cantidad de evaluadores asciende a 20-25. Es utilizada para comprobar si hay diferencias -se trabaja con bajo error tipo I (α), probabilidad de concluir que existe una diferencia perceptible cuando en realidad no existe- o semejanzas -se trabaja con bajo error tipo II (β), probabilidad de concluir que no existe una diferencia perceptible cuando en realidad sí existe- sensoriales entre el producto en cuestión y otro que juega como "control". Resulta sumamente interesante pues es probable que las muestras evaluadas sean intrínsecamente diferentes pero la percepción sensorial de los sujetos sea incapaz de percibirlo.

c) Test del Consumidor: requiere participantes no capacitados, que deben sumar 80 o más. La pregunta es si les agrada o no el producto objeto de estudio. Puede ser cualitativo -grupos focales, entrevistas- o cuantitativo -preferencia, aceptación o hedónico, clasificación de atributos individuales-. En esta tipología, lo sensorial no siempre domina la situación. La aceptación/rechazo depende de la experiencia de vida del consumidor: ideales, valores, nivel socio-económico, relaciones sociales, contexto ambiente, conveniencia, salud; etc. Se debe investigar al consumidor para identificar: actitudes, motivaciones, necesidades, emociones, satisfacción.

d) Calidad global: consiste en asegurar la calidad de la producción diaria con evaluadores entrenados en el producto típico de la empresa. Puede incluir un estándar propio de calidad -basado en el conocimiento a lo largo del tiempo- o pre-establecido -por la gerencia o los jueces especializados-. Las muestras se pueden clasificar usando escalas de calidad -desde "muy pobre" a "excelente"- o indicando aceptación/rechazo u ordenando en grados.

La importancia del Análisis Sensorial en la industria alimenticia radica en aspectos tales como: el control del proceso de elaboración, la vigilancia del producto, la influencia del almacenamiento, la sensación experimentada por el consumidor y la medición del tiempo de vida útil. (Hernández, op. cit.)

A continuación, el interés se centrará en este último aspecto. La determinación de la vida útil de un alimento es relevante para mantener en el mercado alimentos seguros para los consumidores. (García Baldizón & Molina Córdoba, 2008)

3. Desarrollo de la propuesta didáctica

Dado que un alimento es un sistema físico-químico y biológico activo, su calidad es un estado dinámico que se comporta de manera inversa respecto al tiempo. Luego de su producción, y transcurrido cierto período, mantiene la inocuidad, la estabilidad de los nutrientes, las características funcionales

y las propiedades sensoriales, bajo ciertas condiciones de almacenamiento (Casp & April, 1999¹³; Kuntz, 1991¹⁴ -García Baldizón & Molina Córdoba, op. cit.-; Corradini, 2008)

Es lo que se conoce como vida útil -o anaquel- del alimento, la que finaliza cuando éste pierde las cualidades necesarias para el consumidor final, con límites de calidad por debajo de los previamente establecidos como aceptables (Kuntz, op. cit.; Bardá, 2012)

La vida útil de un producto depende de su naturaleza y composición, de cuestiones ambientales, de la humedad, de la temperatura de exposición y del proceso térmico al que se somete, de los envases, de las condiciones de almacenamiento y distribución y de las materias primas empleadas, entre otros factores. Dichos factores, alteran los atributos de un alimento provocando, por ejemplo, la degradación de vitaminas, la modificación de texturas y la aparición de olores desagradables (Potter, 1978 -García Baldizón & Molina Córdoba, op. cit.-; Corradini,)

Existen diversos métodos para evaluar la vida útil de un producto: tomar valores registrados por la literatura especializada en casos similares, monitorear las quejas de los consumidores, evaluar atributos de calidad que varían con el transcurso del tiempo y llevar a cabo pruebas aceleradas. (Centro Nacional de Ciencia y Tecnología de Alimentos (CITA), 2005¹⁵ -García Baldizón & Molina Córdoba,)

Respecto a las **pruebas aceleradas**, éstas se realizan incubando el alimento en cuestión con condiciones controladas y a distintas temperaturas. Estas últimas deben ser mayores a las del almacenamiento y a las de

¹³ Casp, A. & April, J. (1999): "*Procesos de conservación de alimentos*". Ediciones Mundi-Prensa, Madrid-España.

¹⁴ Kuntz, L. (1991): "*Accelerated shelf life testing*". New York: Weeks Publishing Co.

¹⁵ CITA (2005): "*Curso teórico práctico: vida útil de alimentos aplicados a la industria*", San José-Costa Rica.

comercialización a fin de “acelerar” el proceso de deterioro (Rodríguez, 2004¹⁶ -García Baldizón & Molina Córdoba,)

Asimismo, se tiene que establecer el diseño estadístico acorde para detectar las variables “críticas”, realizar mediciones repetidas con el propósito de evaluar las desviaciones de la muestra y considerar el error vinculado al sistema biológico que, por lo general, es de gran complejidad. En el laboratorio, se simulan situaciones reales pero ciertos determinantes son difíciles de replicar -transporte, cambios de presión, fluctuaciones de temperatura; etc.-, lo que implica que se obtendrán “estimaciones” de vida útil. Cuando se utiliza un panel de expertos, es importante disponer de una muestra “control”, a temperaturas menores que las de almacenamiento y las de comercialización, para retardar sus reacciones de deterioro.

Conforme diversos estudios empíricos, se ha encontrado que el deterioro de los alimentos sigue modelos cinéticos de orden 0 o de 1er. orden. El comportamiento de orden 0 se presenta en alimentos con un alto contenido de grasas o lípidos, en los que predominan las reacciones de oxidación. Por su parte, el modelo de 1er. orden es común en rancidez de aceites, crecimiento de micro-organismos, pérdida de vitaminas en alimentos enlatados y deshidratados y pérdida de calidad proteica en alimentos deshidratados. (Bardá, 2012; García Baldizón & Molina Córdoba,)

En términos generales, la pérdida de calidad de un alimento se representa mediante una ecuación diferencial, la que se puede caracterizar como ordinaria, de 1er. orden y lineal:

$$- dA/dt = k \cdot A^n$$

Donde: A = calidad del factor medido, t = tiempo de almacenamiento, k = constante dependiente de la temperatura, n = orden de la reacción (0 o 1).

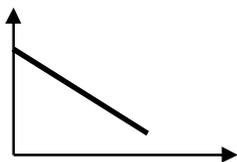
¹⁶Rodríguez, V. (2004): “Estimación de la vida útil de la harina de pejibaye, obtenida por deshidratación”. Tesis para optar por el grado de Licenciatura en Tecnología de Alimentos; Universidad de Costa Rica, San José- Costa Rica.

Para su resolución se aplica el Método Separación de Variables y su solución general es de la forma: $A = f(t)$:

Si $n = 0$ -Cinética de Orden 0- $\rightarrow -dA/dt = k \Rightarrow -dA = k \cdot dt$

Integrando miembro a miembro, se obtiene la solución general: $A = -k \cdot t + C$

Figura 4-A. Evolución de la calidad del factor medido ("A")



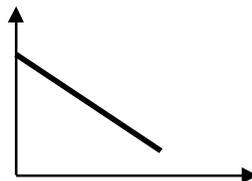
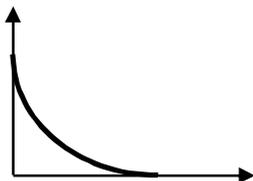
Fuente: elaboración propia

Si $n = 1$ -Cinética de Orden 1- $\rightarrow -dA/dt = k \cdot A \Rightarrow -dA/A = k \cdot dt$

Integrando miembro a miembro, se obtiene la solución general: $A = C \cdot e^{-k \cdot t}$

[C = constante de integración]

Figura 4-B: Evolución de la calidad del factor medido ("A")
-decrecimiento exponencial-



Fuente: elaboración propia

4. Conclusiones

Uno de los propósitos de la Cátedra "Matemática para Economistas II" (FCEyS-UNMdP) es abrir un espacio que le permita a los alumnos integrar,

con rigor académico y actitud crítica, temas del programa con aplicaciones reales y concretas.

En concordancia con lo anterior, el énfasis de este Trabajo no está puesto en la cuestión netamente matemática, de hecho la ecuación diferencial planteada es de sencilla formulación y su resolución no es compleja, sino en su valor como herramienta de exploración e interpretación de la vida útil sensorial de un alimento, aspecto clave en la industria agro-alimentaria.

Resulta fundamental que las intervenciones pedagógicas implementadas promuevan el desarrollo de la capacidad de aprender a aprender; es decir, que el alumno, a medida que vaya aprendiendo, pueda ir reflexionando sobre su propio proceso de aprendizaje de manera que le sea posible transferir las experiencias adquiridas a otras situaciones de aprendizaje y a su futura actuación profesional. Bajo esta concepción, el rol del docente debe ser el de guía, orientador, propiciando la construcción conjunta del conocimiento.

Referencias bibliográficas

Ayres Jr., Frank (1998) "*Ecuaciones diferenciales*". McGraw-Hill, España.

Baker, G.; Burnham, T. (2001). "*Consumer response to genetically modified foods: Market Segment Analysis and implications for producers and policy makers*". Journal of Agricultural and Resource Economics 26(2)pp 387-403.

Bardá, N. (2005). "*Análisis sensorial de los alimentos*". Fruticultura y Diversificación 36(1),pp 34-37.

Basso, L.; Picallo, A.; Coste, B.; Pereyra, A.; Cossu, M. (2009). "*Evaluación sensorial de la carne porcina: sistema de producción y castración inmunológica*". Veterinaria Cuyana, Año 4, N° 1 y 2, pp 92-98.

Bello, L.; Calvo, D. (1998). "*Propuesta de un modelo positivo del proceso de compra de carne de ternera y evaluación de las preferencias de los consumidores*". Economía Agraria, N° 183, mayo-agosto 1998, pp 201-220.

Bernués, A.; Olaizola, A.; Corcoran, K. (2001). "*Extrinsic attributes of red meat as indicators of quality in Europe: an application for market segmentation*". Food Quality and Preference, N° 14, pp 265-276.

Budnick, S. (1990). "*Matemáticas aplicadas para Administración, Economía y Ciencias Sociales*". 3era. ed., McGraw-Hill, México.

Calcagno, C.; Licari, M.; Pellegrini, S. (2003). "*Notas sobre ecuaciones diferenciales. Aplicaciones a la Teoría del Crecimiento Económico*". Serie de Estudio, N° 37. Instituto de Economía y Finanzas, Facultad de Ciencias Económicas-Universidad Nacional de Córdoba.

Corradini, M. (2008). "*Estimación de la inocuidad, calidad nutricional y sensorial de productos alimenticios durante su vida útil*". Revista Tecnológica ESPOL, Vol. 21, N° 1, octubre 2008, pp 47-53.

Costell, L. (2005). "*El Análisis Sensorial en el control y aseguramiento de la calidad de los alimentos: una posibilidad real*". AgroCsic, Centro Tecnológico Nacional de la Conserva y la Alimentación -CTC Alimentación- N° 23, pp 10-17.

Chiang, C. (1967). "*Métodos fundamentales de Economía Matemática*". Amorrortu Editores, Buenos Aires.

De Carlos, P.; García, M.; de Felipe, I.; Briz, J.; Morais, F. (2005). "*Analysis of consumer perceptions on quality and food safety in the spanish beef market: a future application in new product development*". XIth Congress of the European Association of Agricultural Economists, August 24-27, 2005; Copenhagen-Denmark.

García, C.; Molina E. (2008). "*Estimación de la vida útil de una mayonesa mediante pruebas aceleradas*". Ingeniería N° 18 (1, 2) pp 57-64, San José-Costa Rica.

Granville, A. (1972). "*Cálculo diferencial e integral*". Editorial Uteha, México.

Haeussler F.; Paul, S.; Wood, J. (2008). "*Matemáticas para Administración y Economía*". Pearson Prentice, 12da. ed., México.

Hernández, E. (2005). "*Evaluación Sensorial*". Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería-Universidad Nacional Abierta y A Distancia, Bogotá D.C.-Colombia.

Issanchou, S. (1996). "*Consumer expectations and perceptions of meat and meat products quality*". Meat Science, Vol. 43, N° 5, pp 5-19.

Lupín, B.; Lacaze, V.; Lupín, C. (2013). "*Resolución de integrales de funciones racionales para la estimación de la disposición a pagar por alimentos de calidad diferenciada*". XIII Jornadas Nacionales de Tecnología aplicada a la Educación Matemática Universitaria; Instituto de Investigaciones en Administración, Contabilidad y Matemática (IADCOM), Centro de Investigación en Métodos Cuantitativos Aplicados a la Economía y a la Gestión (CMA) y Departamento Pedagógico de Matemática, Facultad de Ciencias Económicas-Universidad de Buenos Aires, julio 2013.

Lupín, B.; Rodríguez, E.; González, J. (2013). "*Evaluación de preferencias de atributos aplicando Choice Modelling*". XLIV Reunión Anual de la Asociación Argentina de Economía Agraria (AAEA), Ciudad de San Juan-Provincia de San Juan, 29-31 octubre 2013.

Manalo, B. (1990). "*Assessing the importance of apple attributes: an agricultural application of Conjoint Analysis*". Journal of Agricultural and Resource Economics, Vol. 19, N° 2, October 1990, pp 118-124.

Martínez-Carrasco Martínez, L.; Brugarolas Mollá-Bauzá, M. & del Campo Gomis, F. J. (2005): "*Vinos de calidad poco conocidos: estimación de su potencial de mercado*". Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa, Vol. 14, N° 4, pp 139-156.

Nickerson, R. (1995). "*Can technology help us for understanding?*". En: Litwin, E. (1997) *Las configuraciones didácticas: una nueva agenda para la enseñanza superior*; Editorial Paidós, Buenos Aires.

Olivas-Gastélum, R.; Nevárez-Morillón, G. V.; Gastélum-Franco, M. G. (2009). *"Las pruebas de diferencia en el análisis sensorial de alimentos"*. Revista Tecnociencia Chihuahua, Vol. III, N° 1, enero/abril 2009.

Palacios, D. (2008). *"Relaciones entre Economía Experimental, Econometría y Análisis Económico"*. XIV Jornadas de Epistemología en Ciencias Económicas; Centro de investigación en Epistemología de las Ciencias Económicas, Facultad de Ciencias Económicas-UBA, octubre 2008.

Rodríguez, E. M.; Lupín, B. & Monti, C. (2012) *"Aspectos de calidad valorados por el consumidor de papa fresca en la Argentina: indagación en hogares complementada con una evaluación sensorial de variedades de papa"*. XXV Congreso de la Asociación Latinoamérica de la Papa (ALAP)-XIV Encuentro Nacional de Produção e Abastecimento de Batata (ENB)-X Seminario Nacional de Batata Semente-V ABBA Batata Show, Uberlandia-Brasil, 17-20 septiembre.

Sancho, J.; Bota, E.; De Castro, J. (2002). *"Introducción al Análisis Sensorial de los Alimentos"*. Editorial Alfaomega, México.

Sitiografía: FCEyS-UNMdP. Plan de estudio de la Carrera Licenciatura en Economía <http://eco.mdp.edu.ar/plan-de-estudio-economia> Consulta *online*: abril 2014.

Steenkamp, J.-B. E. M. (1990) *"Conceptual model of the quality perception process"*. Journal of Business Research, N° 21, pp 309-333.

Wang, Q.; Sun J. (2003) *"Consumer preference and demand for organic food: Evidence from a Vermont survey"*. American Agricultural Economics Association Annual Meeting, Montreal-Canada, July 2003.

Zarzar Charur, C. (1983). *"Diseño de estrategias para el aprendizaje grupal. Una experiencia de trabajo"*. Perfiles Educativos, Documento V, UNAM N° 1, abril-junio.