

## ACERCA DE LA EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO DE ALEATORIEDAD EN LOS MODELOS ECONÓMICOS

MIRTA LIDIA GONZÁLEZ y ALBERTO H. LANDRO

*Centro de Investigaciones en Econometría - Facultad de Ciencias Económicas  
UBA, Av. Córdoba 2122*

*1120AAQ Ciudad Autónoma de Buenos Aires, República Argentina*

*mirtagonzalezar@yahoo.com.ar - alandroar@yahoo.com.ar*

Recibido 12 de mayo de 2015, aceptado 6 de junio de 2015

### Resumen

En el transcurso del determinismo al aleatorismo en la representación del comportamiento de los fenómenos económicos la componente aleatoria fue interpretada originalmente como un producto de la combinación de los errores de medición en las variables y de los errores en las ecuaciones de las representaciones. Posteriormente Slutsky y Yule introdujeron la idea de “shock” aleatorio formado por la agregación de errores y perturbaciones y Frisch, incorporando en forma parcial la teoría de la probabilidad a la econometría, asimiló las perturbaciones a “estímulos” entendidos como innovaciones Fechnerianas. La culminación de la aproximación probabilística se produjo con la “revolución Haavelmiana”, la cual evolucionó hacia el teorema de descomposición predictiva de Wold, un hito fundamental en la solución de las deficiencias de las representaciones estructuralistas y en el tratamiento causal moderno de los fenómenos dinámicos.

**Palabras Clave:** modelos econométricos, determinismo, aleatorismo, componente aleatoria, error, perturbación.

## ON THE EVOLUTION OF RANDOMNESS CONCEPT IN ECONOMETRIC MODELS

MIRTA LIDIA GONZÁLEZ y ALBERTO H. LANDRO

*Centro de Investigaciones en Econometría - Facultad de Ciencias Económicas  
UBA, Av. Córdoba 2122*

*1120AAQ Ciudad Autónoma de Buenos Aires, República Argentina  
mirtagonzalezar@yahoo.com.ar - alandroar@yahoo.com.ar*

### **Abstract**

In the process of representation of the behavior of economic phenomena the random component was originally interpreted as the result of the combination of measurement errors in the variables and specification errors in the equations. Slutsky and Yule subsequently introduced the idea of a random shock formed by aggregation of errors and disturbances. Frisch incorporates the probability theory to econometrics by assimilating disturbances to "stimuli" in the sense of "Fechnerian innovations". The culmination of the probabilistic approach came with the Haavelmiana revolution that finally evolved into the Wold's decomposition theorem, a milestone in solving the shortcomings of structuralist representations and causal modern treatment of dynamic phenomena

**Keywords:** econometric models, determinism, aleatorism, random component, error, disruption.

## 1. UNA INTRODUCCIÓN A LOS CONCEPTOS DE FENÓMENO DINÁMICO Y PROCESO ESTOCÁSTICO

Sea un fenómeno  $Y(t, \omega)$  asimilable a un proceso estocástico que evoluciona en el dominio del tiempo ( $t \in T$ ) y cuya configuración varía en el dominio de los estados (o de las fases o de las variables) ( $\omega \in \Omega(Y)$ ).

La interpretación determinística del comportamiento de  $Y(t, \omega)$  (al menos a nivel macroscópico) se basa en ciertas premisas de orden metafísico<sup>1</sup>: **i)** que el ámbito al que pertenecen los fenómenos es real; **ii)** que existen leyes objetivas que rigen su comportamiento y **iii)** que estas leyes son inherentes a los fenómenos, racionales y asintóticamente cognoscibles. En otros términos, cada estado  $\omega(t)$  se supone definido por la realización simultánea, en el momento  $t$ , de las infinitas variables aleatorias que forman su estructura causal

$$(\Omega(Y(t))) = \{Y(t-j), X_1(t-h_1), X_2(t-h_2), \dots\}$$

( $j, h_1, h_2, \dots \in R; j > 0; h_i \geq 0; i = 1, 2, \dots$ ) y la sucesión temporal de los estados determina su trayectoria. De modo que el fenómeno  $Y(t, \omega)$

---

<sup>1</sup>. A las cuales no es posible atribuir ningún fundamento (ni inductivo, ni deductivo) y que, según Daston (1988), en la interpretación de Hume (1718), constituyen "...una necesidad psicológica un precepto casi involuntario instituido por la caritativa naturaleza para compensar las deficiencias de la razón humana" (p. 202).

queda definido como una entidad que evoluciona en un ámbito espacio-temporal caracterizado por el principio de causalidad.

Este supuesto principio de solidaridad universal que relaciona causalmente a los fenómenos y que hace que la naturaleza de  $Y(t)$  aparezca como infinitamente complicada, permite concluir que la información con que cuenta el observador ( $\Omega^*(Y(t)) \subset \Omega(Y(t))$ ) siempre será insuficiente y que, en consecuencia, una parte importante de su comportamiento permanecerá ignorada para sí, de modo que, en ciertas condiciones de estacionariedad, se puede escribir  $Y(t) = f[\Omega^*(Y(t))] + \varepsilon(t)$ , donde: **i)**  $f[\Omega^*(Y(t))]$  denota la representación del comportamiento de  $Y(t)$  a partir del conjunto de información  $\Omega^*(Y(t))$ , es decir, el comportamiento que debería observar  $Y(t)$  si los factores incluidos en  $\Omega^*(Y(t))$  fueran sus únicas causas y no estuvieran afectados por errores de medición, y  $f[\bullet]$  fuera la función que representara la verdadera relación causal invariante en el tiempo entre estos factores e  $Y(t)$ ; **ii)**

$\lim_{\Omega^*(Y(t)) \rightarrow \Omega(Y(t))} f[\Omega^*(Y(t))] = Y(t)$  y **iii)**  $\varepsilon(t)$  denota el componente azar-

ignorancia ( $\varepsilon(t) = Y(t) - f[\Omega^*(Y(t))]$ ) y, en consecuencia, es tal que

$$\lim_{\Omega^*(Y(t)) \rightarrow \Omega(Y(t))} \varepsilon(t) = 0.$$

En este paradigma, para un observador ideal que contara con un conjunto de información no afectado por errores de medición, que abarcara la totalidad de la estructura causal de un fenómeno, la trayectoria del fenómeno admitiría una representación en términos de mecánica clásica reversible en el dominio del tiempo, en la que éste transcurriría uniformemente sin ninguna relación con ningún elemento externo y, en consecuencia, la diferencia entre el pasado y el futuro no poseería ningún significado, en la que, conocido el estado presente del fenómeno, se podría reproducir su pasado y calcular su futuro en forma determinística; es decir, en la que el presente no sería sino un punto que separa el pasado del futuro<sup>2</sup>.

La insuficiencia de este modelo en términos de mecánica clásica para explicar "*...un mundo inestable que conocemos a través de una ventana finita*" (Prigogine; Nicolis (1977, p. 16), en el que el estado natural de los fenómenos es de no-equilibrio -un no-equilibrio constructivo que, como consecuencia de su propiedad fundamental de auto-organización, genera nuevos estados y nuevas estructuras complejas que sólo son imaginables

---

<sup>2</sup>. Si se tiene en cuenta que la información infinita es indiscernible de ininteligibilidad, se puede concluir que, aún en una situación ideal en la que el observador contara con un conjunto de información de tamaño infinito, el problema de la inexplicabilidad del comportamiento de los fenómenos permanecería.

en el ámbito de la irreversibilidad temporal- dio origen a una nueva formulación termodinámica -aleatorista-, cuya diferencia con la dinámica clásica radicó esencialmente en la postulación del concepto de estado del proceso en un instante dado como resultante de una evolución orientada en el tiempo en la que, a diferencia del pasado y del presente, el futuro está formado por una sucesión de variables aleatorias no-observables vinculadas causalmente, en la concepción de  $f[\Omega^*(Y(t))]$  como la representación de ciertas regularidades locales observadas y en la sustitución de la interpretación clásica de  $\alpha(t)$  como azar-ignorancia (epistemológico), generado por los "errores" en la medición de las variables y en la identificación de la representación, por la interpretación como azar-absoluto (ontológico), generado por dichos errores más las innovaciones a que están sometidos los factores incluidos en el sistema  $\Omega(Y(t))$ .

## 2. GEORGE UDNY YULE

La econometría surge formalmente como una disciplina autónoma en el ámbito de la economía a fines de 1930 y comienzos de 1940. Inicialmente se basó en una interpretación determinística del comportamiento de los fenómenos económicos. Su hipótesis fundamental consistió en suponer que un modelo económico  $(f[\Omega^*(Y_t)] \quad (t = 1,2,\dots))$  constituye una

representación incompleta del comportamiento de un fenómeno y que  $\varepsilon_t$  representa una variable aleatoria no-observable definida por la agregación de los errores de medición que afectan a los factores incluidos en  $\Omega^*(Y_t)$  y de las influencias que ejercen sobre dicho fenómeno los infinitos factores de su entorno económico no incluidos en  $\Omega^*(Y_t)$ <sup>3</sup>.

Este punto de partida condujo con el tiempo a un proceso de formalización basado en el principio que la descripción de los aspectos cuantitativos de los fenómenos económicos a partir de conjuntos finitos de observaciones requería de la representación de sistemas estocásticos de variables interrelacionadas y, por lo tanto, de la teoría de la probabilidad para la estimación de dichas representaciones; es decir, para la construcción de modelos econométricos entendidos como el *"...vehículo útil para comparar la teoría económica con las observaciones, especificado de una forma medible y testeable"* (Qin (1993, p. 37) (ver Staehle (1933))<sup>4</sup>.

Este proceso de formalización dio origen a varios problemas referidos: **i)** a la posibilidad de asegurar la adecuación de la representación a las relaciones teóricas; **ii)** a su identificación, es decir a la determinación de las condiciones que permitieran asegurar la unicidad de los coeficientes estimados y su interpretación, independientemente de las distribuciones de probabilidades consideradas y **iii)** a la modificación de la interpretación

---

<sup>3</sup>. Dado el carácter discreto de la información, las representaciones deben ser entendidas como aproximaciones discretas al comportamiento de los fenómenos en un espacio-tiempo continuo-continuo.

<sup>4</sup>. De acuerdo con la tradición el término "modelo" fue introducido por Frisch en el Congreso de Econometric Society en 1931 y fue utilizado por primera vez por Tinbergen, en 1936 (Magnus; Morgan (1987), Morgan (1989)).

del término  $\varepsilon_t$  asociado a la representación  $f\left[\Omega^*(Y_t)\right]$  y, en consecuencia, de la componente residual ( $\hat{\varepsilon}_t$ ) asociada con el modelo correspondiente<sup>5</sup>.

Durante el período pre-modelístico las aplicaciones econométricas consistieron en el cálculo y la predicción de relaciones económicas, sin considerar la confiabilidad estadística de los resultados. Dada la autorregresividad de las variables involucradas en la representación y la imposibilidad de asegurar la invariancia temporal de las condiciones que afectan el comportamiento del sistema, la teoría de la probabilidad era considerada como un argumento inapropiado para el análisis de los fenómenos económicos, de modo que, hasta la implementación del proceso de modelización, se utilizaron métodos de estadística matemática "sin probabilidad".

De acuerdo con esta concepción no-probabilística, las primeras interpretaciones atribuyeron la presencia de la componente aleatoria exclusivamente a "errores" en la medición de los factores incluidos en la representación ("*errores en las variables*", según la denominación de Schultz (1925) y Frisch (1934))<sup>6</sup>. Ahora bien, esta interpretación resultaba insuficiente para explicar los errores provenientes de la omisión de variables (en general, de mayor importancia que los errores en las variables) que requería el agregado de otra componente aleatoria, lo cual implicaba la adopción de métodos estadísticos más avanzados, cuyo desarrollo implicaba una identificación desagregada del origen y las características de los errores. En principio, en el análisis de los ciclos económicos, esta insuficiencia fue resuelta mediante la introducción del

---

<sup>5</sup>. El desarrollo de métodos de estimación de los coeficientes de representaciones conceptualmente válidas constituyó una cuestión fundamental en la evolución de la econometría.

<sup>6</sup>. La idea de la posibilidad de existencia de errores de medición en las variables fue introducida por Gini (1921).

concepto de “*errores en las ecuaciones*” y una mayor profundización en el estudio de la naturaleza de la aleatoriedad inherente al comportamiento de los fenómenos.

Originalmente el análisis de los ciclos se debe a Moore (1914)(1923), quien propuso una representación utilizando análisis armónico y series de Fourier. Alternativamente Persons (1916)(1922-23) desarrolló un método conocido como el “*barómetro de Harvard*”, basado en la correlación entre series desfasadas un periodo (un modelo conocido hoy como “*indicador líder*”). Estos métodos perdieron vigencia ante las críticas de Slutsky (1927) y Yule (1926)(1927) referidas a la posible falta de significado conceptual de la correlación entre series cronológicas autorregresivas.

La propuesta de Yule se basó en el estudio de series perturbadas. Demostró que un esquema autorregresivo definido por un péndulo sometido a perturbaciones estocásticas genera un proceso “*armónico irregular*” y propuso una forma de representación utilizando cuadrados mínimos en base a una ecuación en-diferencias de la forma  $Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2}$ <sup>7</sup> más un “*shock*” aleatorio formado por la combinación de los errores y las perturbaciones que afectaban al comportamiento de  $Y_t$ . El hecho de que los componentes de esta combinación fueran no-separables permite concluir que la solución de Yule no resolvía las cuestiones referidas a la forma en que las perturbaciones eran “*absorbidas*” por el sistema, ni a su interpretación conceptual.

### 3. RAGNAR ANTON KITTEL FRISCH

Basándose en los trabajos de Wicksell (1907), Hotelling (1927) y Walker (1931), Frisch (1933)(1936) propuso el método de descomposición

---

7. Ecuación que puede ser considerada como el origen de las representaciones  $AR$ .

estructural<sup>8</sup>, cuyo objetivo era sistematizar, en ciertas aplicaciones, las investigaciones sobre la estimación de representaciones utilizando series cronológicas mediante métodos de estadística matemática basados en argumentos probabilísticos. Introdujo el concepto de "*shocks erráticos*" para completar la caracterización de las variables  $\varepsilon_t$ . Las consideró como "...desvíos del comportamiento estructural (...) como algo nuevo espontáneo agregado a la estructura del proceso" (p. 408) que dan origen a la modificación aleatoria de las regularidades locales observables en su comportamiento y constituyen "...la fuente de energía que generan los ciclos económicos", incorporando de esta forma, parcialmente<sup>9</sup>, la teoría de la probabilidad al pensamiento econométrico. Propuso, además, una clasificación de los "shocks" -de acuerdo a la forma en que son absorbidos por el sistema- en "*aberraciones*" y "*estímulos*", definiendo como estímulo a "... una perturbación cuyo efecto perdura sobre estados sucesivos del sistema" y como una aberración a "... una perturbación que influye sobre el proceso solamente en el momento que se produce" (p. 410), generada por el método de estimación utilizado<sup>10</sup>.

---

<sup>8</sup>. Esta propuesta fue planteada por Frisch como una alternativa crítica al método utilizado habitualmente de la "*descomposición mecánica*" (en las componentes tendencia, estacionalidad, ciclo y variaciones no-sistemáticas).

<sup>9</sup>. Parcialmente en la medida que Frisch no estaba de acuerdo con la aplicación indiscriminada de la teoría de la probabilidad en economía.

<sup>10</sup>. En particular, en este caso, como generadas por su método de estimación-identificación, al que denominó "*análisis de confluencia*", cuya finalidad era intentar resolver los problemas generados por la no consideración de relaciones ocultas para el observador, debido a los errores de medición en todas las variables (no solamente en la variable "dependiente", como postulaba el método de regresión utilizado habitualmente) y por la multicolinealidad (ver Hendry; Morgan (1989)).

De acuerdo con la tesis Fechneriana de la "*indeterminación por novedad*"<sup>11</sup> se puede considerar a la postulación de Frisch como el primer intento de interpretación de los estímulos como verdaderas innovaciones<sup>12</sup>.

Por otra parte, a partir de los resultados de Slutsky acerca de la capacidad de los procesos aleatorios puros de generar procesos autorregresivos, concluyó "*...que las regularidades observadas en el comportamiento de  $Y_t$  podían ser consideradas como derivadas de un caos generado por elementos inconexos, por su propia inconexión*" (Frisch (1936, p. 107) y clasificó a dichos elementos (a los cuales denominó en forma poco feliz como "*factores caóticamente aleatorios*")<sup>13</sup> en "*coherentes*" e "*incoherentes*" según que fueran o no autorregresivos y demostró -generalizando los trabajos de Yule (1921) sobre "*sumas ponderadas móviles*" de variables aleatorias independientes- que un proceso coherente podía ser aproximado como una combinación lineal de variables incoherentes de la forma:

$$Y_t = \theta_0 \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (t = 1, 2, \dots)$$

(donde las variables  $Y_t$  son centradas).

---

11. Fechner (1866)(1871)(1906). Esta tesis se basa en el principio que en la evolución de los fenómenos se van generando nuevas condiciones iniciales las cuales, de acuerdo con una ley general, conducen a efectos no ocurridos previamente y, por lo tanto, no permiten la recurrencia de comportamientos idénticos. Pero que, no obstante, cada conjunto de dichas condiciones conserva alguna similitud con los anteriores por lo que, si bien todo fenómeno posee cierta dosis de aleatoriedad objetiva, su comportamiento no es completamente libre. Ver Landro (2010).

12. Frisch (1938): "*...los estímulos pueden ser considerados como condicionantes de la evolución posterior del fenómeno, es decir como causantes de una suerte de cambio permanente de sus condiciones iniciales*" (p. 408).

13. La calificación de "poco feliz" se basa en la aparente asimilación de los conceptos de caótico y aleatorio, de complejidad y aleatoriedad.

J. Tinbergen (1935)(1937)(1938)(1939) realizó una notable síntesis de los métodos propuestos por R.A. Fisher y Koopmans y puede ser considerado el continuador inmediato de la obra de Frisch. Si bien coincidió con éste en las propiedades de las representaciones formadas por ecuaciones lineales ponderadas, abandonó su forma estructural combinada, compuesta por ecuaciones diferenciales y en-diferencias, a favor de ecuaciones discretas del tipo de las denominadas "*de rezagos distribuidos*" de la forma<sup>14</sup>:

$$Y_t = a_0 + b_0 X_t + b_1 X_{t-1} + \varepsilon_t^*$$

(donde los "shocks"  $\varepsilon_t^*$  representan los estímulos que preservan la dinámica del sistema).

La generalización del pensamiento probabilístico que generó la propuesta pionera de Frisch -la cual influyó más en los aspectos metodológicos que en los epistemológicos de la teoría de modelos- se vio impulsada por los avances de la teoría de la inferencia, la axiomatización de la teoría de la probabilidad por obra de Kolmogorov (1933) y, posteriormente, por el desarrollo de la teoría de la decisión en condiciones de incertidumbre, la teoría del riesgo, el criterio de optimización mediante la maximización de la utilidad esperada y sus extensiones y por la aparición de la interpretación personalista del concepto de probabilidad por obra de Ramsey y de Finetti (ver Rowley; Hamouda (1987), Hamouda; Rowley (1988))<sup>15</sup>. En este sentido, merecen ser destacados los trabajos de Marschak (1937) -quien propuso la consideración del comportamiento de los operadores económicos como parte de la teoría de los juegos y, en consecuencia, la

---

<sup>14</sup>. El concepto de "*rezagos distribuidos*" fue introducido por I. Fisher en 1920, en un trabajo sobre oferta monetaria (ver Alt (1942)).

<sup>15</sup>. Ver Landro; González (2013)(2014).

asimilación de los conceptos de función de preferencias y utilidad, Hagstroem (1938) -quien propuso su descripción.

#### 4. TRYGVE HAAVELMO

La culminación de la aproximación probabilística a la econometría se produjo con la llamada "*revolución Haavelmiana*" (Morgan (1987)(1989)). A partir de la propuesta esencialmente estocástica de Slutsky, de la postulación de Moore (1914) -reconsiderada por Schultz (1930)(1939)- sobre la utilización del análisis armónico y de la aplicación rigurosa de la teoría de la probabilidad por Koopmans (1937), Haavelmo (1938) (1939)(1940a)(1940b)(1943)(1944) postuló que las ecuaciones estructurales debían ser interpretadas como leyes de comportamiento sólo en un sentido estadístico y que los modelos econométricos debían asumir la forma de las "*ecuaciones estructurales estocásticas*" de Frisch, incluyendo "*coeficientes estructurales estocásticos*". Esto lo condujo a la conclusión que la formalización de un procedimiento de modelización estocástica consistente y generalizado (basado en observaciones no-repetibles) requería inevitablemente de los métodos de máxima verosimilitud de Fisher y de la teoría de los tests de hipótesis de Neyman-Pearson, que permitieran decidir acerca de la correspondencia entre la interdependencia de las variables económicas y su tratamiento estadístico<sup>16</sup>. Haavelmo recurrió así al concepto de distribución conjunta de todas las variables observables como un argumento para justificar la forma de dicha interdependencia estadística y concluyó que para que esta

---

<sup>16</sup>. En general la literatura considera que el punto de partida de la revolución Haavelmiana se encuentra en la respuesta de Haavelmo (1943) (fundamentalmente en Schumpeter (1939) y en el debate Keynes-Tinbergen) a los prejuicios planteados con respecto a la naturaleza no-experimental de las observaciones económicas y, en consecuencia, a la capacidad de la inferencia estadística basada en la probabilidad para verificar las supuestas verdaderas relaciones propuestas por la teoría económica.

solución fuera posible, era necesario atribuirle a los términos representativos de los errores ciertas distribuciones de probabilidades.

Esta forma de especificación mediante la definición de la distribución de probabilidades conjunta es considerada, en general, como el fundamento de la revolución probabilística Haavelmiana y de los modelos de ecuaciones simultáneas y determinó la diferencia "*...entre la construcción de modelos econométricos y la formulación matemática de la teoría económica*" (Qin (1993, p. 58)). Es decir determinó la diferencia entre los modelos econométricos y los modelos económicos.

Inmediatamente Mann; Wald (1943) aplicaron la especificación por la definición de la distribución conjunta y demostraron la consistencia y la Normalidad asintótica de los estimadores máximo-verosímiles en las ecuaciones lineales de la forma:

$$a_0Y_t + a_1Y_{t-1} + \dots + a_jY_{t-j} = \varepsilon_t$$

(donde  $\{Y_t\}:I(0)$  y  $\varepsilon_t$  denota un vector de perturbaciones no-autocorrelacionadas, idénticamente distribuidas y con momentos de orden superior finitos).

Como corolario de esta aplicación surgió el problema práctico de cómo asegurar la completitud del sistema de ecuaciones desde un punto de vista estadístico. Con este fin Koopmans (1950) redefinió el concepto de completitud de Tinbergen y, a partir de la clasificación de las variables en exógenas y endógenas, postuló que un modelo se puede considerar completo cuando el número de ecuaciones coincide con el número de variables endógenas del sistema. Definió como variable exógena aquella que no está afectada por las variables endógenas ni por las perturbaciones e introdujo el concepto de variable predeterminada que incluye a las variables desfasadas y a las variables exógenas correspondientes al período  $t$ . A partir de estas definiciones propuso una transformación del método

de identificación basado en la distribución conjunta de las perturbaciones, en otro basado en el producto de la distribución de las perturbaciones condicionada por las variables exógenas multiplicada por la distribución marginal de dichas variables exógenas.

Como una excepción a esa corriente de pensamiento que consideraba a la teoría de la probabilidad exclusivamente como el fundamento de los métodos estadísticos a aplicar en la construcción de los modelos estructurales, entendidos estos como representaciones (incompletas) de las verdaderas trayectorias de los fenómenos económicos más una componente representativa de los errores aleatorios, cabe mencionar los trabajos de Wold y Tintner.

## 5. HERMAN OLE ANDREAS WOLD

El teorema de la descomposición predictiva de Wold (1938) -su tesis doctoral- resultó el hito fundamental en el análisis del tratamiento causal moderno de los fenómenos dinámicos. Consideró a las series cronológicas como la porción observable de un proceso estocástico, es decir, como "*una realización de una distribución de infinitas dimensiones*" (p. 4) y completó las propuestas de Yule y Slutsky demostrando que todo proceso  $\{Y_t\}: I(0)$  puede ser desagregado en una componente estructural aproximable por un  $AR(p)$  ( $p \gg 0$ ) y una combinación lineal de infinitos "errores" incorrelacionados, asimilables a variables (latentes) no-observables:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

(donde las variables  $Y_t$  son centradas).

Cabe destacar que más allá de que la condición de aleatoriedad pura implicaba suponer que las variables  $\varepsilon_t$  se distribuían de acuerdo con una función de densidad simétrica con valor esperado nulo y la condición de estacionariedad implicaba suponer que su varianza era finita e, ignorando

la aproximación asintótica a la Normalidad que proporcionaba la versión de Laplace del teorema central del límite, Wold consideró "*insoportablemente arbitrario*" (Epstein (1987), p. 161) asignar una distribución de probabilidades particular a las variables  $\varepsilon_t$ .

Como corolario de este trabajo liminar sobre la teoría pura de los procesos de parámetro discreto y del análisis de regresión de H. Cramér y en oposición a los modelos de ecuaciones simultáneas, Wold desarrolló una aproximación recursiva de la forma<sup>17</sup>:

$$Y_t^{(i)} = F\left(Y_{t-1}^{(1)}, \dots, Y_{t-1}^{(i-1)}, \dots, Y_{t-1}^{(i-1)}, \dots, Y_{t-1}^{(i)}, Y_{t-2}^{(i)}, \dots, Y_{t-1}^{(n)}, Y_{t-2}^{(n)}, \dots\right) + \varepsilon_t^{(i)}$$

(Bentzel; Wold (1946)) y demostró (Wold (1949)(1954)) que este modelo proporcionaba una interpretación causal y que, en general, todo conjunto de series cronológicas puede ser representado formalmente como un sistema de encadenamiento causal ((1948)(1951))<sup>18</sup>.

La importancia fundamental de estos resultados está evidenciada en el hecho que todo el desarrollo posterior de la teoría econométrica de los fenómenos dinámicos se basó en corolarios, generalizaciones del teorema de Wold.

## 6. GERHARD TINTNER

Contrariamente a la posición de Wold -quien justificó la utilización de la teoría pura de la probabilidad en las representaciones de fenómenos

---

<sup>17</sup>. Con respecto a esta ecuación, debe tenerse en cuenta que, en el planteo dinámico de Wold las relaciones simultáneas no son justificables en la medida que no permiten establecer el sentido de la causalidad.

<sup>18</sup>. Wold (como un producto de la posición adoptada por la escuela sueca de economía) rechazó el paradigma Marshalliano-Walrasiano del equilibrio general como un estado persistente de la dinámica económica.

económicos basándose en elementos abstractos inherentes a la definición clásica, Tintner (1938a)(1938b) planteó la posibilidad de utilizar la probabilidad de acuerdo con una interpretación más amplia y más flexible, como un argumento para vincular "*...la teoría económica de las expectativas y la teoría estadística de los errores*" (1938b, p. 154)<sup>19</sup>. Consideró a los errores aleatorios como generados por la imposibilidad de obtener "*...las representaciones óptimas de los factores controlables*" y de predecir "*...los factores no-controlables*", clasificándolos como errores en las variables y errores debidos a la influencia de fluctuaciones aleatorias en la descomposición de los sistemas de series cronológicas y postuló que los primeros debían ser tratados por el método de la diferencia variable y los segundos por los métodos postulados por Wold. En particular, su propuesta se basó en la interpretación Carnapiana, la cual admite dos conceptos posibles de probabilidad:  $P_{\mathbb{F}_1}$ , relacionado con el "*grado de confirmación*" y  $P_{\mathbb{F}_2}$ , relacionado con la "*frecuencia empírica*" y concluyó que la primera definición podía constituir el fundamento de una teoría de los tests de hipótesis apropiada para la econometría<sup>20</sup>.

## 7. JAKOB MARSCHAK Y J. F. MUTH

En desacuerdo con la propuesta de Wold, según la cual  $\{\varepsilon_t\}$ : *WN-debil*, Marschak (1953) justificó la posible presencia de autocorrelaciones entre las perturbaciones y postuló que "*...deben ser consideradas como parte*

---

<sup>19</sup>. Debe tenerse en cuenta que, dado que Wold no consideró la necesidad de testear las representaciones propuestas respecto de su adecuación a las correspondientes posiciones teóricas, no reparó en las condiciones de aplicabilidad del concepto de probabilidad. Su propuesta postulaba que los sistemas recursivos no estaban afectados por los problemas de identificación.

<sup>20</sup>. Ver Landro (2010).

*del comportamiento estructural, en la medida que no hay ninguna razón económica para descartar la posibilidad de que formen un proceso estocástico en el que cada shock depende de uno o más de sus predecesores”* (p. 21). Esta propuesta hizo que la investigación econométrica se dirigiera (fundamentalmente por obra de Cochran; Orcutt (1949), Durbin (1960), Sargan (1959)(1961)) al estudio de las implicaciones producidas por las autocorrelaciones entre las perturbaciones sobre las propiedades de los estimadores de los coeficientes estructurales.

Muth, en su trabajo fundamental de 1961, propuso un retorno a la interpretación de Frisch (1933) de los estímulos en el comportamiento estructural de un sistema como una caracterización de los efectos dinámicos de los “shocks” aleatorios autocorrelacionados (pero económicamente no especificados), débilmente estacionarios de segundo orden, asimilables a variables exógenas y representables como una combinación lineal de variables  $\varepsilon_t$  no-autocorrelacionadas con valor esperado nulo y varianza constante  $(Y_t = f[\Omega^*(Y_t)] + \varepsilon_t^*)$ , donde

$$\varepsilon_t^* = \Theta(B)\varepsilon_t \text{ y } \{\varepsilon_t\}:WN)^{21}.$$

## 8. HENRI THEIL

En este punto la hipótesis de la ortodoxia econométrica que sostenía que siempre era posible especificar un modelo teórico que explicara la verdadera ley que rige el comportamiento de un fenómeno<sup>22</sup>, comenzó a

---

<sup>21</sup>. A diferencia de Frisch (1937) -quien utilizó una representación *MA* para descomponer una variable económica- Muth utilizó una representación *MA* para descomponer un “shock” aleatorio.

<sup>22</sup>. Entendida la especificación como “...la selección de la forma matemática de la población” (Koopmans (1937, p. 3)).

debilitarse y surgió la necesidad de modificaciones “ad hoc” en las especificaciones de los modelos estructurales para representar las eventuales regularidades locales, de interpretar a los modelos como hipótesis generales sobre las principales relaciones causales sugeridas por la teoría económica, testeables a partir de las observaciones. En este contexto de un naciente paradigma aleatorista, Theil (1957)(1958), a partir del supuesto que “...*los modelistas en general no conocen la verdadera especificación de una representación*” (Theil (1958, p. 215)) (cabría agregar, suponiendo que ésta exista), propuso una definición alternativa de “*especificación*” y, por lo tanto, de capacidad de predicción, basada en la minimización de la varianza residual como criterio de optimización para la selección de un modelo<sup>23</sup>, pero sin asignarle ninguna interpretación conceptual a los residuos.

En general en el paradigma estructuralista los principales esfuerzos estuvieron dirigidos a la identificación y estimación de los coeficientes estructurales a partir de las formas reducidas, dedicándole muy poca atención a la verificación del cumplimiento de las condiciones impuestas a los “shocks” exógenos (Granger; Newbold (1977): “*Los residuos son tratados habitualmente por los econométricos como meras molestias de poca importancia. Muchos textos de econometría introducen a los modelos como un conjunto de relaciones determinísticas entre variables y adicionan descuidadamente términos representativos del ‘error’ a las ecuaciones para explicar cosas como errores en la especificación del modelo y en la medición de las variables. La utilización de denominaciones como ‘residuos’ y ‘errores’ implica juicios de valor sobre la importancia de dichos términos. Si bien ‘error’ es una denominación adecuada en el contexto de la*

---

<sup>23</sup>. Es necesario tener en cuenta que “...*dado que este criterio no siempre es concluyente ni factible, deben considerarse dos criterios adicionales de naturaleza más subjetiva: plausibilidad y simplicidad*” (Theil (1958, p. 208)).

*predicción, una denominación más apropiada podría ser 'innovaciones'" (p. 8)).*

Un breve retorno al determinismo en este transcurso hacia el aleatorismo lo constituye la obra de Leamer (1978), quien reinterpreto la propuesta de Theil sobre el problema de la especificación desde una perspectiva Bayesiana<sup>24</sup>. Considero a las leyes económicas como el fundamento teórico de las representaciones estructurales y propuso considerar a los errores como independientes de esa "verdadera" formulación teórica generados por la agregación de elementos "no-observables" pero "manejables", debidos exclusivamente a deficiencias en la especificación de la representación<sup>25</sup> y concluyó, en consecuencia, que una representación "completa" implicaría la eliminación de las perturbaciones<sup>26</sup>.

## 9. THOMAS JOHN SARGENT Y CHRISTOPHER SIMS

Dadas las debilidades evidenciadas por el estructuralismo en la formulación dinámica de las representaciones y a partir de extensiones del teorema de Wold, Sargent (1976)(1977), Sargent; Sims (1977) y Sims (1980) impulsaron una aproximación a la explicación del comportamiento de los fenómenos económicos mediante modelos puros de series cronológicas. En particular, propusieron la utilización de representaciones de la forma

$\Phi(B)Y_t = \varepsilon_t$ , en las cuales el orden  $p$  del operador  $\Phi(B)$  fuera tal que  $\{\varepsilon_t\}$  pudiera ser considerado un proceso de innovaciones no-

---

<sup>24</sup>. La diferencia fundamental entre Theil y los econométricos clásicos y Leamer y los econométricos Bayesianos radica en que estos estaban más interesados en el análisis de las propiedades de los estimadores de los coeficientes que en la minimización de la varianza residual de los clásicos.

<sup>25</sup>. Ver Qin; Gilbert (2001).

<sup>26</sup>. Una interpretación que puede considerarse resumida en la expresión atribuida a Tukkey, según la cual "El hombre construye  $f[\Omega^*(Y_t)]$  y Dios nos proporciona  $\varepsilon_t$ ".

autocorrelacionadas, de modo que esta condición de  $AR(0)$  del proceso  $\{\varepsilon_t\}$  se verificara por construcción y no por una hipótesis "a priori" y la representación  $\Phi(B)Y_t = \varepsilon_t$  constituyera una caracterización económicamente válida del comportamiento de  $Y_t$ .

La representación inversa,  $Y_t = [\Phi(B)]^{-1} \varepsilon_t$  retorna, en una interpretación aleatorista, a la propuesta de Slutsky-Wold de representación lineal de un proceso "coherente" ( $\{Y_t\}$ ) en términos de un proceso "incoherente" ( $\{\varepsilon_t\}$ ). En la que el operador  $[\Phi(B)]^{-1}$ , como función que describe la medida del impacto de los "shocks" aleatorios, constituye el argumento más importante para considerar a las perturbaciones como innovaciones y comprender cómo estas innovaciones son asimiladas por el proceso  $\{Y_t\}$ .

## 10. CONCLUSIONES

La econometría se basó inicialmente en una interpretación determinística del comportamiento de los fenómenos económicos. Su hipótesis fundamental consistió en suponer que un modelo económico ( $f[\Omega^*(Y_t)]$  ( $t = 1, 2, \dots$ )) constituye una representación incompleta del comportamiento de un fenómeno y que  $\varepsilon_t$  representa una variable aleatoria no-observable definida por la agregación de los errores de

medición que afectan a los factores incluidos en  $\Omega^*(Y_t)$  y de las influencias que ejercen sobre dicho fenómeno los infinitos factores de su entorno económico no incluidos en  $\Omega^*(Y_t)$ .

Dada la autorregresividad de las variables involucradas en la representación y la imposibilidad de asegurar la invariancia temporal de las condiciones que afectan el comportamiento del sistema, la teoría de la probabilidad fue considerada como un argumento inapropiado para el análisis de los fenómenos económicos, de modo que, hasta la implementación del proceso de modelización, se utilizaron métodos de estadística matemática "sin probabilidad".

Yule, basándose en el estudio de las series perturbadas, propuso una forma de representación a partir de un esquema autorregresivo e introdujo el concepto de "shock" aleatorio formado por la combinación de errores y perturbaciones que afectaban el comportamiento del sistema. Que los componentes de esta combinación fueran no-separables permitió arribar a una primera conclusión: que esta solución no logró resolver las cuestiones a la interpretación conceptual de las perturbaciones ni a la forma en que eran "absorbidas" por el sistema

Fue Frisch quien propuso una solución a esta cuestión considerando a los "shocks" como *"algo nuevo y espontáneo agregado a la estructura del proceso"*, que dan origen a la modificación aleatoria de las regularidades locales observables en su comportamiento y constituyen *"...la fuente de energía que generan los ciclos económicos"*, incorporando de esta forma, parcialmente, la teoría de la probabilidad al pensamiento econométrico, lo cual condujo a una segunda conclusión: que, de acuerdo con la tesis Fechneriana de la *"indeterminación por novedad"* se puede considerar a la postulación de Frisch como el primer intento de interpretación de los estímulos como verdaderas innovaciones.

La culminación de la aproximación probabilística iniciada por Frisch se produjo con la “revolución Haavelmiana”, que consideró a la teoría de la probabilidad como el fundamento de los métodos estadísticos a aplicar en la construcción de modelos estructurales.

En oposición a la propuesta de Haavelmo sobre la construcción de modelos de ecuaciones simultáneas, cabe mencionar los trabajos de Wold y Tintner. En particular, el teorema de la descomposición predictiva de Wold permitió arribar a una tercera conclusión: que esta propuesta, basada en un sistema de encadenamiento causal, constituye el hito fundamental en el análisis del tratamiento moderno de los fenómenos dinámicos, cuyas generalizaciones generaron todo el desarrollo posterior de la teoría econométrica.

La cuarta y última (“last but not least”) conclusión a la que se arribó en este trabajo es que diez años después de la aparición de la propuesta de Wold la hipótesis determinista de la ortodoxia econométrica comenzó a debilitarse y surgió la necesidad de introducir modificaciones “ad hoc” en las especificaciones de los modelos estructurales para representar las eventuales regularidades locales, de interpretar a los modelos como hipótesis generales sobre las principales relaciones causales sugeridas por la teoría económica, testeables a partir de las observaciones y que el generador de este cambio en la teoría de modelos hacia un paradigma aleatorista fue H. Theil.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alt, F.L. (1942). Distributed lags. *Econometrica*, vol. 10, p.p. 113-128.

Bentzel, R.; Wold, H. (1946). On statistical demand analysis from the viewpoint of simultaneous equations. *Skandinavisk Aktuarietidskrift*, vol. 29, p.p. 95-114.

Cochran, D.; Orcutt, G. (1949): Application of least squares regression to relationships containing autocorrelated error terms. *JASA*, vol. 44, p.p. 32-61.

Daston, L. (1988): *Classical probability in the enlightenment*. Nueva Jersey: Princeton University Press.

Durbin, J. (1960a). The fitting of time-series models. *Review of the International Statistical Institute*, vol. 28, p.p. 233-243.

Durbin, J. (1960b): Estimation of parameters in time-series regression models. *JRSS, Serie B*, vol. 22, p.p. 139-153.

Epstein, R.J. (1987). *A history of econometrics*. Amsterdam: North-Holland publishing co.

Fechner, G.T. (1866). *Elemente der Psychophysics*. Versión en inglés, Holt-Rinehart-Winston (1966).

Fechner, G.T. (1871). *Zür experimentalen Ästhetik*. Abhandlungen der Königlich sächsischen gesellschaft der Wissenschaften, vol. 9.

Fechner, G.T. (1906). *Send-Avesta, oder über die Dinge des Himmels und des Jenseits*. 3ra. Edición. Germany : Hamburg und Leipzig, L. Voss

Frisch, R. (1933). Propagation problems and impulse problems in dynamic economics. En "*Economic essays in honour of Gustav Cassel*". London: Allen-Unwin.

Frisch, R. (1934). *Statistical confluence analysis by means of complete regression systems*. Oslo, Universitets Økonomiske Institutt.

Frisch, R. (1936). Time series and business cycle analysis: Economic macro dynamics. En Report of the work done under the direction of Professor I.

Wedervang, at the U. Institute of Economics, Oslo. Enero 1932-Junio 1936, Rockefeller Archive Centre.

Frisch, R. (1938). Statistical versus theoretical relations in economic macrodynamics. Memorandum, Oslo. Reproducido en Hendry; Morgan (1995).

Gini, C. (1921). Sull' interpolazione di una retta quando i valori della variable indipendente sono affetti da errori accidentali. *Metron*, vol. 1, p.p. 63-82.

González, M.L.; Landro, A.H. (2013). *Acerca de la interpretación del concepto de perturbación en los procesos discretos de parámetro finito*. Documento presentado en el IV Seminario de Docencia, Investigación y Transferencia en las Cátedras de Matemáticas para Economistas. Ciudad de Buenos Aires, Argentina.

Granger, C.W.J.; Newbold, P. (1977). *Forecasting economic time series*. New York: Academic Press.

Hagstroem, K, -G. (1938). Pure economics as a stochastical theory. *Econometrica*, vol. 6, p.p. 40-47.

Haavelmo, T. (1938). The method of supplementary confluent relations. Illustrated by a study of stock prices. *Econometrica*, vol. 6, p.p. 203-218.

Haavelmo, T. (1939). Statistical testing of dynamic systems if the series observed are shock cumulants. Report of the 5th Annual Research Conference on Economics and Statistics. Cowles commissions

Haavelmo, T. (1940a). The inadequacy of testing dynamic theory by comparing the theoretical solutions and observed cycles. *Econometrica*, vol. 8, p.p. 312-321.

Haavelmo, T. (1940b). The problem of testing economic theories by means of passive observations. Report of the 6th Annual Research Conference on Economics and Statistics. Cowles commissions.

Haavelmo, T. (1943). The statistical implications of a system of simultaneous equations. *Econometrica*, vol. 11, p.p. 1-12.

Haavelmo, T. (1944). The probability approach in econometrics. Suplemento a *Econometrica*, vol. 12.

Hamouda, O.; Rowley, J.C.R. (1988). *Expectation, equilibrium and dynamics*. Hemel Hempstead: St. Martin's Press

Hendry, D.F.; Morgan, M.S. (1989). A re-analysis of confluence analysis. *Oxford Economic Journal*, vol. 41, p.p. 35-52.

Hotelling, H. (1927). Differential equations subject to error. *JASA*, vol. 22, p.p. 283-314.

Hume, D. (1718). *An inquiry concerning human understanding*. Reeditado por Handel (1955). Nueva York: Liberal Arts press

Kolmogorov, A.N. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Springer. Traducción al inglés: "*Foundations of the theory of probability*", Chelsea, 1950.

Kolmogorov, A.N. (1941). Stationary sequences in Hilbert space. Moscow: Bulletin Moscow State University, Mathematics, vol. 2.

Koopmans, T.C. (1937). *Linear regression analysis of economic time series*. Rotterdam: Netherlands Economic Institute.

Koopmans, T.C. (1950). *Statistical inference in dynamic economic models*. Cowles Commission, Monografía n° 10.

Landro, A.H. (2010). *Acerca de la probabilidad*. Buenos Aires, Argentina: Ediciones Cooperativas.

Landro, A.H.; González, M.L. (2013). *Acerca de la interpretación económica de los conceptos de esperanza matemática y esperanza moral y sus contraejemplos. Parte I: Las soluciones clásicas*. Documento presentado en las XIII Jornadas de Tecnología Aplicada a la Educación Matemática Universitaria. Ciudad de Buenos Aires, Argentina.

Landro, A.H.; González, M.L. (2014). *Acerca de la interpretación económica de los conceptos de esperanza matemática y esperanza moral y sus contraejemplos. Parte II: Las soluciones frecuentista, logicista y subjetivista*. Documento presentado en el IV Seminario de Docencia, Investigación y Transferencia en las Cátedras de Matemática para Economistas. Ciudad de Buenos Aires, Argentina.

Leamer, E.E. (1978). *Specification searches: Ad hoc inference with non-experimental data*. New York: Wiley.

Magnus, J.R.; Morgan, M.S. (1987). The ET interview: Professor J.Tinbergen. *Econometric Theory*, vol. 4, p.p. 187-209.

Mann, H.B.; Wald, A. (1943). On the statistical treatment of linear stochastic difference equations. *Econometrica*, vol. 11, p.p. 173-220.

Marschak, J. (1937). Utility and probability in human choice. En Report of 3rd. Annual Research Conference on Economics and Statistics. Cowles Commission.

Marschak, J. (1953). *Economic measurements for policy and prediction*. Springer Netherlands: Hood & Koopmans (eds.).

Moore, H.L. (1914). *Economic cycles: Their law and cause*. Nueva York: Macmillan

Moore, H.L. (1923). *Generating economic cycles*. Nueva York: Garland publishing.

Morgan, M.S. (1987). *Statistics without probability and Haavelmo's revolution in econometrics*. Krüger; Gingerezer; Morgan (eds.).

Morgan, M.S. (1989). *The history of econometric ideas*. Cambridge: Cambridge University Press.

Persons, W.M. (1916). Construction of a business barometer. *American Economic Review*, vol. 6, p.p. 739-769.

Persons, W.M. (1922-23). Correlation of time series. *JASA*, vol. 18, p.p. 713-726.

Prigogine, I.; Nicolis, G. (1977). *Self-organizatgion in non-equilibrium system, from dissipative structures to order to fluctuztions*. New York: Wiley.

Qin, D. (1993). *The formation of econometrics. A historical perspective*. Oxford: Clarendon.

Qin, D.; Gilbert, C.L. (2001). The error term in the history of time series econometric. *Econometric Theory*, vol. 17, p.p. 424-450.

Rowley, J.C.R.; Hamouda, O. (1987). Troublesome probability and economics. *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 10, p.p. 44-64.

Sargan, J.D. (1959). The estimation of relationships with autocorrelated residuals by the use of instrumental variables. *JRSS, Serie B*, vol. 21, p.p. 91-105.

Sargan, J.D. (1961). The maximum likelihood estimation of economic relationships with autorregressive residuals. *Econometrica*, vol. 29, p.p. 414-426.

Sargent, T.J. (1976). A classical macroeconomic model for the United States. *Journal of Political Economy*, vol. 84, p.p. 207-237.

Sargent, T.J. (1977). The demand for money during hyperinflations under rational expectations. *International Economic Review*, vol. 18, p.p. 59-82.

Sargent, T.J.; Sims, C.A. (1977). Business cycle modelling without pretending to have too much 'a priori' economic theory. Mineapolis: Eb Sims, C.A. (Ed.).

Schultz, H. (1925). The statistical law of demand. *Journal of Political Economy*, vol. 33, p.p. 481-504 y 577-637.

Schultz, H. (1930). The meaning of statistical demand curves. Veröffentlichungen der Frankfurter Gessellschaft für Konjunkturforaschung, Leipzig.

Schultz, H. (1939). *The theory and measurement of demand*. Chicago: The University of Chicago Press