



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas
Biblioteca "Alfredo L. Palacios"



Fundamentos matemáticos de los seguros sociales

Acerboni, Argentino V.

1916

Cita APA:

Acerboni, A. (1916). Fundamentos matemáticos de los seguros sociales. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales de la Biblioteca Central "Alfredo L. Palacios". Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

Fuente: Biblioteca Digital de la Facultad de Ciencias Económicas - Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD NACIONAL DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

07494

FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

DE LOS

SEGUROS SOCIALES

Argenteroni

TESIS

PRESENTADA PARA OPTAR AL TÍTULO DE DOCTOR EN CIENCIAS ECONÓMICAS

POR

ARGENTINO ACERBONI

FACULTAD

CIENCIAS ECONÓMICAS



189

BUENOS AIRES

IMP. ESCOFFIER, CARACCILO & CIA.

1916

CONTADURÍA

INVENTARIO DE 1917

Nº 1215

BIBLIOTECA

CATALOGADO



REDESCUENTO BANCARIO

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

DECANO

Doctor Rodríguez Etchart Carlos

VICE-DECANO

Doctor Yriondo Manuel M. de

SECRETARIO

Doctor Levene Ricardo

CONSEJO DIRECTIVO

Doctor Bianco José
» Broggi Hugo
Ingen. Casariego Orfilio
Doctor Davel Ricardo J.
» Dellepiane Antonio
» Frederking Gustavo A.
» Gonnet Manuel B.
» Lobos Eleodoro
Ingen. Noceti Domingo
Doctor Olaechea y Alcorta Pedro
Señor Piñero Sergio M.
Doctor Suárez José León
» Torino Damián M.

PRO-SECRETARIO

Señor Gonnet Raúl

ACADEMIA DE CIENCIAS ECONÓMICAS

ACADÉMICO HONORARIO

Doctor Uballes Eufemio

PRESIDENTE

Doctor Olaechea y Alcorta Pedro

SECRETARIO

Doctor Frederking Gustavo A.

ACADÉMICOS

Doctor Arce José ✓
Señor Berduc Enrique
Doctor Bianco José
» Broggi Hugo
Ingen. Casariego Orfilio
Doctor Davel Ricardo J.
» Dávila Adolfo E.
» Frers Emilio
» Gonnet Manuel B.
» Lobos Eleodoro
» Melo Leopoldo
Ingen. Noceti Domingo
Señor Pillado Ricardo
» Piñero Sergio M.
Doctor Piñero Norberto
» Rodríguez Etchart Carlos
» Suárez José León
» Susini Telémaco
» Tezanos Pinto David de
» Torino Damián M.
» Weigel Muñoz Ernesto
» Yriondo Manuel M. de
» Zeballos Estanislao S.

PERSONAL DOCENTE

Matemática Financiera (1.º curso)

Profesor titular: Ing. Orfilio Casariego
» suplente: Ing. Manuel Ordóñez

Matemática Financiera (2.º curso)

Profesor titular: Sr. José González Galé
» suplente: Ing. Justo Pascali (h.)

Estadística

Profesor titular: Dr. Hugo Broggi
» suplente: Ing. Alejandro Bunge

Tecnología Industrial y Rural

Profesor: Ing. Ricardo J. Gutiérrez

Contabilidad

Profesor titular: Sr. T. Vallini
» suplente: Sr. Santiago G. Rossi
» » Sr. Juan Bayetto

Bancos

Profesor titular: Sr. Sergio M. Piñero
» suplente: Dr. Gustavo A. Frederking
» » Sr. Antonio Morandi

Sociedades Anónimas y Seguros

Profesor titular: Dr. Mario A. Rivarola
» suplente: Dr. Ricardo Olivera
» » Dr. Juan Ramón Galarza

Geografía Económica Nacional (1.º curso)

Profesor titular: Dr. Arturo Seeber
» suplente: Dr. Ernesto Ferrari

Geografía Económica Nacional (2.º curso)

Profesor: Dr. Manuel Carlés

Fuentes de Riqueza Nacional

Profesor titular: Dr. Ricardo J. Davel
» suplente: Dr. Martiniano Leguizamón Pondal

Transportes y Tarifas

Profesor: Ing. Carlos M. Ramallo

Economía Política (1.º curso)

Profesor titular: Dr. Mauricio Nirenstein
» suplente: Dr. Enrique Ruiz Guiñazú
» » Dr. Filiberto de Oliveira César

Economía Política (2.º curso)

Profesor: Dr. Juan J. Britos (h.)

Régimen Agrario

Profesor titular: Dr. Eleodoro Lobos
» interino: Dr. Mario Sáenz

Historia del Comercio

Profesor titular: Dr. Luis R. Gondra
» suplente: Dr. Miguel A. Garmendia
» » Dr. Jorge Cabral

Finanzas

Profesor titular: Dr. Ernesto Weigel Muñoz
» suplente: Dr. Salvador Oría
» » Dr. Alfredo Labougle

Política Comercial y Régimen Aduanero Comparado

Profesor titular: Dr. Vicente Fidel López
» suplente: Sr. Martín Rodríguez Etchart
» » Dr. Atilio Pessagno

Régimen Económico y Adm. de la Constitución

Profesor titular: Dr. Mariano de Vedia y Mitre
» suplente: Dr. Joaquin Rubianes

Legislación Civil

Profesor titular: Dr. Augusto Marcó del Pont
» suplente: Dr. Juan F. Solá

Legislación Comercial (1.º curso)

Profesor titular: Dr. Antonio J. Maresca
» suplente: Dr. Salvador Alfonso (h.)
» » Dr. Manuel F. Fernández

Legislación Comercial (2.º curso)

Profesor titular: Dr. Wenceslao Urdapilleta
» suplente: Dr. Dimas González Gowland

Derecho Internacional Comercial (Privado y Público)

Profesor titular: Dr. José León Suárez
» suplente: Dr. Eduardo Sarmiento Laspiur
» » Dr. José Miguel Padilla

Legislación Industrial

Profesor: Dr. Alfredo L. Palacios

Legislación Consular

Profesor: Dr. Eduardo Sarmiento Laspiur

PADRINO DE TESIS

Sr. JOSÉ GONZÁLEZ GALÉ





A MIS PADRES

[Handwritten signature or name, possibly "Miguel Ángel..."]

INDICE

Bibliografía	15
--------------------	----

CAPITULO I

OBJETOS DEL SEGURO SOCIAL

1. Generalidades.— 2. Alcance del seguro social.— 3. Seguro en caso de enfermedad.— 4. Seguro en caso de accidentes.— 5. Seguro en caso de invalidez.— 6. Seguro en caso de vejez.— 7. Seguro social integral.....	17
--	----

CAPITULO II

SEGURO EN CASO DE ENFERMEDAD — ESTADÍSTICA Y TABLAS

1. La función de morbosidad.— 2. La tasa de morbosidad. Notaciones.— 3. Registro de datos.— 4. Selección — 5. Ajustamiento.— 6. Influencia de la mortalidad.— 7. La probabilidad elemental de enfermedad.....	23
---	----

CAPÍTULO III

SEGURO EN CASO DE ENFERMEDAD — PRIMAS Y RESERVAS

1. Prima única.— 2. Primas periódicas.— 3. Seguros temporarios.— 4. Primas fijas.— 5. Beneficios variables.— 6. Valuaciones.....	37
--	----

CAPITULO IV

SEGURO DE INVALIDEZ Y VEJEZ

1. Consideraciones sobre la invalidez.— 2. Notaciones.— 3. La probabilidad de muerte.— 4. Tablas de invalidez.— 5. Reactividades.— 6. Construcción de la tabla.— 7. Cálculo de las primas.— 8. Reservas.— 9. Seguros de vejez.....	47
--	----

CAPITULO V

TABLAS

I. Tablas fundamentales.— 2. Conmutaciones.— 3. Seguro integral..... 61

TABLAS FUNDAMENTALES

I. T_v (1909). Tabla de mortalidad de la población de Buenos Aires, varones, según los datos del censo de 1909.— 2. T_m (1909), id. id., mujeres.— 3. Tabla de morbosidad (absoluta) de la Manchester Unity (1893-97).— 4. Tabla de extinción de las pensiones por edades a la entrada, del seguro alemán (Klein).— 7. Tabla de invalidez para la población de Buenos Aires..... III

CONMUTACIONES 4 ‰

I. D_x, N_x, \bar{N}_x XV
 II. $K_x^{1/2}$, $K_x^{2/2}$, K_x^2 , K_x^{3+4} , K_x^{5+} XVII

CONMUTACIONES 5 ‰

I. D_x, N_x, \bar{N}_x XIX
 II. $K_x^{1/2}$, $K_x^{2/2}$, K_x^2 , K_x^{3+4} , K_x^{5+} XXI

CONMUTACIONES 6 ‰

I. D_x, N_x, \bar{N}_x XXIII
 II. $K_x^{1/2}$, $K_x^{2/2}$, K_x^2 , K_x^{3+4} , K_x^{5+} XXV

CONMUTACIONES (INVALIDEZ) 5 ‰

I. $D_x^{\bar{a}a}$, $N_x^{\bar{a}a}$, $\bar{N}_x^{\bar{a}a}$, I_x..... XXVII

APÉNDICE I

Formularios para el registro de datos..... XXXI

APÉNDICE II

Variación de las tasas de morbosidad y mortalidad.. XXXIV

APÉNDICE III

Método de valuación «por edades pasadas» de Hardy. XXXVIII

Fé de Erratas..... XLI

BIBLIOGRAFIA

(Para una bibliografía completa, consúltese la Encyclopédie des Sciences Mathématiques, etc., I, fasc. 4, y el Versicherung-Lexikon, p. 613).

- L. von Bortiewicz.* — Art. «Statistique» en la Encyclopédie des Sciences Mathématiques pures et appliqués. París, Gauthier-Villars, 1911. I, fasc. 4.
- Dr. Augusto Bunge.* — Las conquistas de la Higiene social. T. II, Buenos Aires, 1911.
- U. Broggi.* — Matematica Attuariale. Milano, U. Hoepli, 1906.
- J. González Galé.* — El seguro en caso de enfermedad. Buenos Aires, 1914.
- G. F. Hardy.* — Messenger Prize Essay on Friendly Societies. London, C. y E. Layton, 1886.
- George King.* — Institute of Actuaries' Text-Book. Part II. London, Layton, 1902.
- P. de Lafitte.* — Essai d'une Théorie rationnelle des sociétés de secours mutuels. París, Gauthier-Villars, 1892.
- A. Loewy.* — Art. Invalidenversicherung en el «Versicherungs Lexikon» del Prof. Dr. A. Manes. Tübingen, J. C. B. Mohr, 1909.
- Vygyan Marr.* — Notes on an Investigation of the Sickness and Mortality Experience of a friendly society. London, Layton, 1908. (Trans. of the F. of A. vol. IV, part V).
- G. Minutilli.* — Nozione di scienza attuariale. Milano, U. Hoepli, 1913.
- P. J. Richard.* — Etude sur l'assurance complementaire de l'assurance sur la vie. París, A. Hermann et fils, 1911.
- P. J. Richard et E. Petit.* — Theorie Mathematique des assurances. París, O. Dion, 1908. (Encyclopedie Scientifique du docteur Toulouse).
- Wm. Sutton.* — Sickness and mortality experience deduced from the quinquennial returns made by the registered friendly societies for the years 1856 to 1880 inclusive. London, H. M.'s stationery office, 1912.
- A. W. Watson.* — Friendly society finance considered in its actuarial aspect. London, Layton, 1912.
- An account of an investigation of the sickness and mortality experience of the I. O. O. F., Manchester Unity, during the five years 1893-97. London, Layton, 1903.

Sobre invalidez, será de suma utilidad consultar, además, las siguientes obras, que no hemos consultado directamente por no poderse actualmente obtener, habiendo hecho uso de los datos que de ellas ha extraído el Dr. A. Bunge:

Entwurf einer Reichversicherungsordnung nebst Begründung. Berlín 1907.

Klein. — Statistik der Arbeiterversicherung. Berlín, 1908.

Statistik der Ursachen der Erwerbsunfähigkeit, etc., 1904. (Publicación oficial del Dep. Nacional del Seguro alemán).

Para los cálculos numéricos hemos empleado las tablas de logaritmos a 7 decimales de Chambers (London 1869) e incidentalmente las de Lalande.

CAPITULO I

Objetos del Seguro Social

1. Generalidades. — 2. Alcance del seguro social. — 3. Seguro en caso de enfermedad. — 4. Seguro en caso de accidente. — 5. Seguro en caso de invalidez. — 6. Seguro en caso de vejez. — 7. Seguro social integral.

1. — GENERALIDADES

En todo el presente trabajo, vamos a considerar los seguros sociales, exclusivamente del punto de vista de un problema matemático; estudiando los diversos factores que intervienen para determinar el costo de los beneficios, su interdependencia, y su efecto en la determinación de dicho costo, con prescindencia absoluta del aspecto social y jurídico de la cuestión.

El problema jurídico del seguro social, es de palpitante actualidad; la discusión doctrinaria y política sobre la forma de implantarse y de costearse sus diversos servicios, tiene un interés vital en estos momentos en que las legislaciones de todos los países se encuentran en un estado de franca evolución hacia la protección estatal del obrero; pero, como decimos, no podemos ocuparnos de este aspecto de la cuestión, por exceder de los límites señalados a nuestro trabajo por la índole del mismo.

A este respecto, puede consultarse ventajosamente la obra del doctor Augusto Bunge, «Conquistas de la Higiene Social» (1), el informe presentado por el mis-

(1) A. BUNGE. Las conquistas de la higiene social. Buenos Aires, 1911.

mo al Departamento Nacional de Higiene (1), y los Informes del Departamento Nacional del Trabajo (2).

Por otra parte, para nuestro punto de vista, la importancia de las soluciones que puedan darse a este problema es muy secundaria; se trata de dos puntos siempre ligados en la práctica, pero, en realidad, sus soluciones son independientes; el costo de los servicios de seguro social puede determinarse en todos sus extremos, con absoluta prescindencia de la fuente de los recursos destinados a atenderlos, desde que, sean éstos costeados por el Estado, sean por el asegurado mismo, o por el patrono, o por los tres bajo un sistema cualquiera de distribución, las cifras absolutas no variarán, y sí solamente la forma de repartirse éstas.

2. — ALCANCE DEL SEGURO SOCIAL

Para poder llegar a resultados válidos en el estudio matemático de los seguros sociales, debemos previamente limitar con precisión el alcance de cada uno de ellos.

Podemos hacer en la práctica cuatro divisiones principales:

- 1. Seguro en caso de enfermedad. ✓
- 2. Seguro en caso de accidentes. ✓
- 3. Seguro en caso de invalidez (pensiones de invalidez).
- 4. Seguro en caso de vejez (pensiones de vejez).

Además de estas cuatro categorías principales, existen diversos beneficios accesorios, que constituyen otras tantas ramas del seguro social; seguro contra puerperio, contra desocupación, sobre nupcialidad, y el seguro infantil, que es una variedad de seguro de vida, con características especiales.

Entre nosotros, la mayor parte de estos beneficios, excluyendo el de accidentes, al cual atienden algunas sociedades de seguros generales, se encuentran confiados

(1) Anales del Departamento Nacional de Higiene, Vol. XXI, Nos. 5 y 6, Buenos Aires, 1914.

(2) La Desocupación obrera en 1915. Publicación del Ministerio del Interior, Buenos Aires, 1915, págs. 170 a 181.

a sociedades particulares, ya sea bajo la forma de mutualidades, ya de empresas comerciales de asistencia médica. Estas últimas, son simples empresas mercantiles, que realizan sus operaciones en una forma análoga a las compañías de seguros, aunque sin las bases matemáticas que dan a éstas su seguridad, sin un control eficiente, y, en cambio, con un margen considerable de utilidad, en vista de lo exiguo del beneficio que aseguran en cambio de la cuota; las primeras son, además de sociedades de asistencia, y, en algunos casos, de pensiones a la vejez e invalidez; son, decimos, sociedades filantrópicas que tienen otros ideales; en casi todas ellas el programa social comprende iniciativas de educación, de intercambio social, de higiene colectiva, y aún, en muchos casos, de agrupación gremial o política.

Es menester tener en cuenta estas circunstancias al examinar el estado financiero de una sociedad de esta naturaleza, pues en ella, además de los fondos destinados a costear el mínimum estatuario de beneficios, deben existir fondos especiales, que corresponden a las atenciones de higiene social, de educación, de cultura, u otras cualesquiera que deben atenderse con recursos independientes y propios.

3. — SEGURO EN CASO DE ENFERMEDAD

El seguro en caso de enfermedad tiene por objeto ofrecer al asegurado, en cambio de una prima, generalmente estipulada en un tanto mensual, un beneficio en caso de enfermedad, que consiste, ya en un subsidio pecuniario, ya en asistencia y medicinas, o ya, y esto es lo más frecuente, ambas cosas a la vez.

Para poder apreciar el valor de los seguros de enfermedad, es necesario, en este caso, estudiar el costo de la asistencia por día de enfermedad. Entre nosotros, las sociedades de socorros mutuos, que son las que practican este seguro, no tienen en general una administración suficientemente organizada para permitir una investigación de esta naturaleza. Aun en las sociedades

mejor organizadas, la estadística de enfermedad se lleva del punto de vista médico, agrupándose los ataques por causas; y sin tener en cuenta el dato, importantísimo del punto de vista actuarial, de las *asistencias*, es decir, del número de días de enfermedad atendidos (1).

En cuanto al monto del subsidio de enfermedad, éste varía con las diferentes sociedades, desde pesos 0,50 y pesos 0,75 hasta pesos 3. Teniendo en cuenta que este subsidio debe facilitar al obrero enfermo los medios de mantenerse hasta tanto se restablezca, no puede considerarse que llene las funciones elementales del seguro social ningún subsidio inferior a un peso por día de enfermedad.

Los estatutos de las diversas mutualidades, limitan la duración del subsidio de enfermedad a un máximo de tres meses, seis meses, un año. Algunas establecen subsidios variables, es decir, una cuota dada por los primeros tres meses de enfermedad, una cuota menor por los tres restantes, y una más reducida aún por el resto del año.

Pasado el año de asistencia, casi todas las sociedades consideran al enfermo como crónico, y conmutan el beneficio de enfermedad por una pensión de invalidez, sea con goce de asistencia médica, o sin ella, según lo prescriban los Estatutos.

(1) De las cifras extractadas de los Balances publicados por la Sociedad Italiana de Beneficencia en los tres últimos ejercicios, hemos obtenido los siguientes coeficientes para el costo, por asistencia, de los servicios de médicos y farmacia en el Hospital Italiano, coeficientes que pueden servir como primera aproximación para determinar el costo del seguro de enfermedad. Debe tenerse presente que la asistencia en el Hospital Italiano se refiere en general a enfermos de alguna gravedad:

	Costo por asistencia		
	1913-14	1914-15	1915-16
Asistencia médica general.....	0.1215	0.4613	0.3544
Medicinas y gastos de farmacia.....	0.3809	0.4027	0.3337
Total, sin operaciones....	0.5024	0.8640	0.6881
Asistencia médica, operaciones.....	0.1635	0.1292	0.1135
Laboratorios y reposición de instrumental.....	0.1495	0.1794	0.1570
Total general.....	<u>0.8154</u>	<u>1.1726</u>	<u>0.9586</u>

Es también práctica de estas sociedades establecer un período llamado *de carencia*, es decir, un primer período de enfermedad, tres o cinco días, que no goza de subsidio. La enfermedad de menor duración, no goza de subsidio, y las de mayor duración, sólo después de transcurrido el período de carencia.

4. — SEGURO EN CASO DE ACCIDENTES

Este seguro tiene como objeto indemnizar al asegurado en caso de sobrevenirle incapacidad total o parcial como consecuencia de un accidente del trabajo; y en caso de muerte, indemnizar en igual forma a sus herederos. La indemnización puede ser una suma única, o una pensión vitalicia.

Se trata, pues, de una renta de invalidez especial, y de un seguro de vida limitado a determinados riesgos.

5. — SEGURO DE INVALIDEZ

Las enfermedades no profesionales, y los accidentes extraños al trabajo, constituyen el objeto del seguro de invalidez, independientemente de la invalidez senil, que es objeto de un riesgo distinto.

La forma que afecta generalmente el seguro de invalidez es la pensión vitalicia, pagadera desde el momento de producirse la invalidez, si ésta es proveniente de accidente; y después del segundo año de enfermedad, si la invalidez es de origen morbozo.

El monto del beneficio de invalidez, excluída siempre la invalidez por accidentes del trabajo o enfermedad profesional, debe ser tal que permita al asegurado una modesta subsistencia.

6. — SEGURO DE VEJEZ

El seguro en caso de vejez (pensiones de vejez), tiene como objeto la pensión vitalicia después de una edad determinada, 60, 65, 70 o más años. Se trata, por

lo tanto, de una renta vitalicia diferida hasta el año 60, 65, 70, etc. de edad del asegurado.

Respecto al monto de la pensión, debemos hacer la misma observación que en el seguro de invalidez.

7. — SEGURO SOCIAL INTEGRAL

Un plan completo de seguro social, que se proponga poner al obrero al abrigo de todas las contingencias, comprendería, por lo menos:

Un beneficio de enfermedad de 1 peso diario, con más un suplemento prudencial para médico y medicinas, vigente desde los 15 hasta los 60 años.

Un seguro de accidentes que provea una renta igual al 50 por ciento, por lo menos, de la disminución de la capacidad económica del obrero, o al 50 por ciento de su jornal íntegro, en caso de incapacidad total, o de muerte, entre los 15 y los 60 años.

Una renta de invalidez de pesos 0,80 diarios, cesando a los 60 años.

Una renta de vejez de pesos 0,80 diarios, a partir de los 60 años.

Tomamos como edad de retiro 60 años, por ser, a nuestro juicio, el límite máximo de la eficiencia del obrero, entre nosotros, en las condiciones actuales de la explotación industrial, con muy raras excepciones.

CAPITULO II

Seguro en caso de enfermedad. — Estadística y tablas

1. La función de morbosidad. — 2. La tasa de morbosidad. Notaciones. — 3. Registro de datos. — 4. Selección. — 5. Ajustamiento. — 6. Influencia de la mortalidad. — 7. La probabilidad elemental de enfermedad.

1. — LA FUNCIÓN DE MORBOSIDAD

Vamos a considerar, en su forma más general, el caso de un individuo cualquiera de la comunidad.

El asegurador, mediante una prima única o periódica, se ha comprometido a pagar al individuo (asegurado), una cantidad determinada, en efectivo o en asistencia médica, por cada día de enfermedad que el asegurado sufra durante el período al cual se extiende el seguro.

¿Es posible expresar por medio de una cantidad, función de la edad y del número de días de enfermedad, la probabilidad de que ese individuo, en un día determinado, se halle sufriendo el enésimo día de un ataque de enfermedad?

Esta función biométrica, a la cual podemos llamar *probabilidad elemental de enfermedad*, sería función de dos variables independientes, edad y duración de enfermedad; y no ha sido, a nuestro entender, estudiada hasta hoy.

En la práctica actuarial, se ha venido considerando una manifestación derivada de esta función, a la que se

ha dado el nombre de *tasa de morbosidad* (o de morbilidad)—*taux de morbidité*—*rate of sickness*.

La tasa de morbosidad, m_x de los actuarios franceses, o z_x siguiendo la notación inglesa, es el promedio por cabeza de la enfermedad sufrida por las personas de un grupo determinado, entre edades x y $x + 1$, expresada en días (m_x) o en semanas (z_x).

Encarado en esta forma, el problema debe plantearse de una manera algo distinta, y más simple.

Conocido el promedio anual de días de enfermedad soportado por un grupo de individuos de determinada edad, ¿es justificado considerar este promedio como el número probable de días de enfermedad que soportará un individuo de igual edad, en un grupo análogo, durante un año?

La contestación a esta pregunta depende de la frecuencia individual de las enfermedades, factor de difícilísimo conocimiento, y que sólo es posible estudiar indirectamente.

El estudio de la estadística revela la constancia de los fenómenos de origen morboso; dos grupos de población, de constitución análoga, demuestran el mismo índice de frecuencia, ya se trate de días de enfermedad, o de porcentaje de determinadas enfermedades o accidentes.

Los porcentajes de tuberculosos, de muertes repentinas, de enfermos asistidos en los consultorios gratuitos, de recetas despachadas en los mismos, son constantes; y las variaciones que en ellos se producen, pueden atribuirse directamente a causas que el estudio de las estadísticas revela.

Tomado, pues, un grupo de individuos de una edad determinada, y una estadística de enfermedad entre individuos de esa edad, observados en un grupo de análoga composición, podemos establecer a priori, dentro de ciertos límites determinados por las leyes del écart, el número total de días de enfermedad que el asegurador deberá indemnizar a los individuos del grupo considerado, en un año.

De aquí que un razonamiento análogo al empleado para los seguros de vida, para justificar la distribución del compromiso del asegurador entre todos los individuos del grupo, nos justifique el empleo de la tasa de morbosidad, para representar el número probable de días de enfermedad para cada individuo, no porque esa cifra considerada individualmente, sea el caso más probable, matemáticamente hablando, sino porque es el promedio del grupo considerado, parte alícuota del compromiso del asegurador.

2. — TASA DE MORBOSIDAD. NOTACIONES

Vamos, pues, a limitarnos a considerar la «tasa de morbosidad», como expresión indirecta de la «probabilidad elemental de enfermedad», que el estado actual de los conocimientos sobre la materia no permite estudiar directamente.

Adoptaremos, tanto por su mayor comodidad, cuanto por encuadrar dentro del sistema general de notación empleado por los actuarios, la notación inglesa, expuesta por Hardy (1).

Se designa por z_x la tasa de morbilidad para la edad x , expresada en semanas. En cambio de este símbolo, conviene emplear m_x expresándose la tasa en días.

Las sociedades de socorros mutuos, como hemos dicho antes (Cap. I, párr. 3), limitan frecuentemente la duración del beneficio de enfermedad, ya sea estableciendo un período de carencia de tres o más días, ya sea limitando el subsidio a tres, seis o doce meses de enfermedad, o estableciendo subsidios diferenciales para los períodos trimestrales o semestrales de enfermedad.

Es necesario, por lo tanto, en la práctica, tener tablas que representen únicamente la enfermedad correspondiente a cada uno de esos períodos.

Hardy designa por z_x^1 , z_x^2 , z_x^3 , la tasa de morbosidad cuando sólo se tengan en cuenta el 1.º, 2.º, 3.º, se-

(1) GEORGE F. HARDY. Messenger Prize Essay on Friendly Societies. London, 1886, págs. 36 y 37.

mestres de enfermedad, respectivamente, y por $z_x^2 + z_x^3 +$ la tasa de enfermedad cuando se comprende toda la enfermedad desde el 2.º, 3.º semestre inclusive.

Es posible emplear esta notación cuando se exprese la tasa en días, con sólo cambiar la cifra significativa, y podemos emplear, en iguales condiciones, m_x^1 , m_x^2 , m_x^3 , $m_x^2 +$, y $m_x^3 +$, respectivamente, reservando la notación m_x para representar la tasa de morbosidad sin limitación de duración de enfermedad.

Cuando la sociedad de socorros mutuos de la cual proceden los datos con que se forma la tasa de morbosidad, tiene establecido un período de carencia, este hecho, que modifica la tasa de morbosidad, debe hacerse constar en la notación, lo que puede hacerse por medio de un índice antepuesto a la m , ej., $-^3 m_x^1$, tasa de morbosidad, edad x , con un período de asistencia de un semestre, y un período de carencia de tres días.

Se designa por $l m_x$ ($l z_x$ de la notación inglesa) el total de enfermedad experimentada por l_x asegurados, durante el año observado.

De los l_x individuos que existen al iniciarse el año de observación, llegan al final del mismo l_{x+1} .

Dos hipótesis pueden hacerse respecto al número de individuos expuestos a riesgo.

Considerando el individuo expuesto a riesgo por todo el año de su fallecimiento (hipótesis análoga a la hecha para las tablas de mortalidad), tendremos como tasa de morbosidad,

$$m_x = \frac{l m_x}{l_x}$$

que denota el promedio de días de enfermedad que sufre un individuo de edad x , teniendo en cuenta la probabilidad de supervivencia.

Si consideramos los individuos como expuestos a riesgo sólo hasta el momento de su muerte, eliminando así automáticamente la probabilidad de supervivencia, tenemos, (suponiendo los fallecimientos igualmente distribuidos durante todo el año), que el número de individuos expuestos a riesgo será

$$l_x + \frac{1}{2} d_x$$

o sea

$$l_x + \frac{1}{2} p_x$$

$$l_x + \frac{1}{2} p_x = l_x + \frac{1}{2} p_x$$

La tasa de morbosidad será en este caso

$$(ma)_x = \frac{lm_x}{l_x + \frac{1}{2} p_x} = \left(\frac{1}{2} p_x\right)^{-1} \cdot \frac{lm_x}{l_x}$$

Esta es la llamada por los actuarios ingleses: *tasa central de morbosidad* (central rate of sickness), y que preferimos llamar *tasa absoluta de morbosidad*, por ser independiente de la probabilidad de vida.

Comparando este valor con el valor antes hallado para la tasa de morbosidad m_x , tendremos que

$$m_x = (ma)_x \cdot \frac{1}{2} p_x$$

fórmula que nos permite, para una población cualquiera, de la cual conozcamos las tasas de mortalidad, convertir la tasa de morbosidad común en tasa absoluta de morbosidad.

3. — REGISTRO DE DATOS

La construcción de una tabla de morbosidad que pueda servir de base a los cálculos actuariales, exige, por lo expuesto, la recopilación de datos recogidos, hasta donde sea posible, en el mismo medio en que debe aplicarse, o en su defecto, en una población similar.

En Europa, donde hay sociedades de seguros sociales que tienen una administración bien organizada, estas tablas se hacen a base de la experiencia recogida por las sociedades mismas.

Este origen tienen las tablas de la Ancient Order of Foresters, Independent Order of Oddfellows (Manchester Unity), las de Hubbard, de la Caja de Leipzig, y las tablas calculadas por Neison en 1836-40, Finlaison en 1846-50, y Sutton en 1856-80, con la base de los informes quinquenales que las sociedades registradas deben enviar a la Inspección (Registrar).

La implantación del seguro nacional, en Alemania, Austria, Inglaterra, etc., ha dado lugar a nuevas tablas, que tienen la ventaja de comprender la totalidad de una población, en vez de ser solamente de vidas seleccionadas, como lo son la mayor parte de las que hemos citado.

Para el registro de estos datos, se usan fichas análogas a las empleadas por las sociedades de seguros de vida.

Los tres modelos transcritos en el apéndice núm. 1, form. 1, form. 2 y form. 3, propuestos por Hardy (1), están basados en la práctica de las sociedades inglesas.

Para las tablas de la Manchester Unity, 1893-1897, Watson (2) empleó un modelo más completo, que transcribimos en el mismo apéndice, form. 4; modelo que ofrece la ventaja de clasificar por separado cada ataque de enfermedad.

Es indispensable indicar distintamente en la ficha correspondiente al asegurado, el año de ingreso y el de egreso, a fin de no computar estos años en el cálculo de las tablas; por cuanto el asegurado ha estado expuesto a riesgo por un tiempo menor a la totalidad del año.

4.— SELECCIÓN

Cuando los datos a estudiarse para la formación de una tabla provienen de sociedades diferentes, ocurren diversas causas de error que es menester estudiar detenidamente antes de proceder al ajustamiento de los datos estadísticos hallados.

En primer lugar, una de las causas más importantes es la selección que se produce automáticamente en las sociedades de socorros mutuos. Aquellas sociedades en que la tasa de morbosidad es mucho mayor que el pro-

(1) Op. cit., págs. 29 a 31.

(2) An account of an investigation on the sickness and mortality experience of the Independent Order of Odd-Fellows, Manchester Unity, 1893-97. A. W. WATSON, Manchester 1903, págs. 8 y 9.

medio general, se encuentran, a consecuencia de esto, en dificultades financieras, lo cual ocasiona su desaparición, quedando, por lo tanto, solamente aquellas sociedades en que la morbosidad es más liviana, o en que los socios aprovechan menos de los beneficios, sea porque la administración es más celosa, sea porque se encuentran en mejores condiciones de fortuna.

Un ejemplo de la acción de esta causa se encuentra en las primeras tablas calculadas, las tablas escocesas de 1820, que arrojan una tasa de morbosidad excesivamente favorable.

Existe, por otra parte, la circunstancia que hemos mencionado, del celo administrativo; relacionada con el elemento subjetivo, tan importante en lo que se refiere a enfermedad. Los estatutos de las diversas sociedades dan normas distintas en cada una, para el goce de los beneficios, y de la rigidez o laxitud en la aplicación de estas normas, como del celo de las diversas comisiones administrativas, depende en gran parte al aumento o disminución en el costo de los socorros. En muchas sociedades son sólo los socios menesterosos los que hacen uso del socorro, mientras que los que se hallan en buenas condiciones de fortuna, hacen cuestión de beneficencia, no sólo donando sus socorros para el fondo social, sino que también prescindiendo del médico de la sociedad, con lo cual todos los ataques de enfermedad de esta clase de socios escapan a la estadística, y, como consecuencia, influyen en representar la enfermedad de esa sociedad como un porcentaje mucho menor de lo que en realidad es.

Una institución bien organizada, debe controlar cuidadosamente esta clase de socios, y dar salida en sus libros a los socorros que les correspondan, dándoles entrada nuevamente como donaciones, atribuyéndolos a fondos distintos del de enfermedad, pues lo contrario es falsear la tasa de morbosidad anual, y engañarse con respecto a sus compromisos.

Afecta también la tasa de morbosidad, sobre todo en las últimas edades, el caso de uno o más enfermos

crónicos en una sociedad; hecho éste que ocurre con más frecuencia en las sociedades antiguas. Esta causa de error puede evitarse por medio de la vigilancia administrativa, aplicando con tiempo las disposiciones referentes a subsidio de crónicos.

Pero no hay que olvidar que, al subsidiarse un socio como crónico, desaparece del grupo observado, y si bien es cierto que su salida disminuye el número de individuos en observación, es verdad también que los que quedan son los más sanos, y, por lo tanto, el subsidio de crónicos obra como una selección de las mejores vidas.

En el cálculo de tablas de conjunto, el error por este concepto se hace proporcionalmente menor, a medida que aumenta el número de observaciones, como consecuencia de la aplicación de la teoría de las probabilidades.

5. — AJUSTAMIENTO

Reunidos y clasificados los datos relativos a la enfermedad experimentada, corresponde proceder a su ajustamiento.

Se han propuesto para este objeto diferentes sistemas. Desechando el ajustamiento gráfico, que ofrece inconvenientes obvios, tenemos las fórmulas diferentes empleadas para el ajustamiento de las tablas de mortalidad, la mayor parte de las cuales son aplicables a la tasa de morbosidad.

Buscando una fórmula que se ajustara mejor a estas tablas, se ha propuesto el estudio de la función

$$m_x = \frac{C + AB^x}{l_x}$$

en que se supone a la tasa de morbosidad un comportamiento análogo al de la tasa instantánea de mortalidad, en la hipótesis de Gompertz-Makeham, pero este método no ha llegado a resultados válidos en la práctica, debido, a nuestro juicio, a un error de generalización.

Efectivamente, m_x no es, como la tasa instantánea de mortalidad, la probabilidad marginal de un acontecimiento único.

La tasa de morbosidad, en cualquiera de sus manifestaciones, es la medida del resultado producido por una serie de probabilidades elementales desconocidas, que obran conjuntamente, probabilidades que constituyen en conjunto la probabilidad elemental de enfermedad, cuyo estudio hemos propuesto en este mismo capítulo, párr. 1, y de lo cual nos volveremos a ocupar más adelante.

Es, por lo tanto, una cantidad que expresa una esperanza matemática.

Hardy (1) propone una fórmula, basada en la de las diferencias finitas, que tiene la ventaja de ser sumamente simple en su aplicación, y dar una gradación muy regular.

Representando por u_x el término x en la serie original, y por u'_x el término de la serie ajustada, se aplica la fórmula siguiente:

$$u'_x = \frac{1}{120} \{ 24 u_x + 22 (u_{x-1} + u_{x+1}) + 17 (u_{x-2} + u_{x+2}) + 10 (u_{x-3} + u_{x+3}) + 4 (u_{x-4} + u_{x+4}) - 2 (u_{x-6} + u_{x+6}) - 2 (u_{x-7} + u_{x+7}) - (u_{x-8} + u_{x+8}) \}$$

Para la aplicación de la fórmula precedente, se forma el siguiente cuadro:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
x	u_x	$\frac{u_x}{12}$	suma col. (3)	$\frac{u_x-2}{12} +$ $+\frac{u_x+2}{12}$	col. (4) menos col. (5)	suma col. (6)	$\frac{1}{10}$ suma col. (7)	suma col. (8) $= u_x$
			3 a 3		4 a 4	4 a 4	5 a 5	6 a 6

Para la gradación de las tablas de la Manchester Unity, 1893-97, Watson (2) empleó la siguiente fórmula:

(1) Op. cit. pág. 33.

(2) Op. cit. pág. 63.

$$u'_0 = \frac{1}{320} ; 74u_0 + 67(u_{-1} + u_1) + 46(u_{-2} + u_2) + \\ + 21(u_{-3} + u_3) + 8(u_{-4} + u_4) - 5(u_{-5} + u_5) - \\ - 6(u_{-6} + u_6) - 3(u_{-7} + u_7) \{$$

Para el cálculo de la edad de los individuos observados, y formación de grupos de edades en observación, es muy conveniente la forma que propone Hardy, y que consiste en calcular al individuo como comprendido dentro del grupo de edad que corresponda a su cumpleaños más próximo a la iniciación del año de observación.

Es decir, que todos los individuos que al iniciarse el año tengan entre $x - \frac{1}{2}$ y $x + \frac{1}{2}$ años, serán considerados como de x años, cumplidos el 1.º de Enero.

Cuando la función m_x tabulada, está clasificada por períodos de enfermedad, debe tenerse en cuenta, al obtener los datos respectivos, la desviación que se produce por el hecho de haber, al iniciarse el período de observación, individuos enfermos, cuyas enfermedades arrancan de fechas anteriores, y que, por lo tanto, modifican la forma de exposición a riesgo para cada uno de los grupos de enfermedad observados.

Este inconveniente se subsana, ya sea suprimiendo de la estadística estos individuos, ya sea aplicando una corrección conveniente.

6. — INFLUENCIA DE LA MORTALIDAD

Hemos visto en este mismo capítulo (párr. 2), que la tasa de la morbosidad depende de la probabilidad de vida, mientras que la tasa central o tasa absoluta de morbosidad, no es influenciada directamente por ella.

Pero ocurre preguntar, si la mortalidad y la morbosidad, funciones análogas, no son afectadas por causas comunes, como ser, el estado sanitario de la población, la ocupación, la vitalidad general de la raza, etc.

Una simple consideración de las tasas de mortalidad

y morbosidad de las diferentes tablas, no es suficiente para formar un criterio exacto al respecto.

Efectivamente, en primer lugar, para poder comparar entre sí la morbosidad de dos tablas diferentes, sería necesario hacer primeramente abstracción de la mortalidad, lo cual podría obtenerse reduciendo la tasa de morbosidad común, a la tasa absoluta de morbosidad, en aquellas tablas que no indican esta última (las tablas de Manchester 1893-97, presentan la tasa absoluta o central de morbosidad en todos los grupos):-

Esta reducción puede hacerse muy fácilmente, si se tiene en cuenta que, como hemos dicho más arriba, ambas tasas están ligadas por la ecuación

$$m_x = (ma)_x \cdot \frac{1P_x}{2}$$

Pero, independientemente de esta circunstancia, que es posible corregir, existen otras que no son susceptibles de corrección, y de éstas, la principal es el elemento subjetivo.

Watson, en la memoria que acompaña a las tablas de la Manchester Unity 1893-97, menciona una observación anotada anteriormente por otros actuarios de diversos países, con respecto a un aumento continuo de la tasa de morbosidad, a la vez que una disminución también constante en la mortalidad.

En el apéndice núm. II, presentamos cuadros que comprenden la morbosidad, mortalidad y tasa absoluta de morbosidad de varias tablas inglesas, y su comparación con la tabla de Manchester Unity 1893-97, que puede adoptarse como término de comparación por su perfección y minuciosidad.

Se nota por ellas el aumento mencionado, aumento que es evidente.

Pero, como quiera que sea, el elemento subjetivo bastaría para justificar dicho aumento. La enfermedad es un hecho indefinido, que se presta a mucha amplitud de interpretación. Los asegurados han sido siempre, en los principios del seguro de enfermedad, remisos en hacer uso de los beneficios, y es sabido que cada vez van

aprovechando más del socorro de enfermedad, de manera que este hecho sería por sí sólo suficiente para justificar un aumento que no es excesivo, como puede verse por los cuadros.

7. — LA PROBABILIDAD ELEMENTAL DE ENFERMEDAD

Hemos propuesto en este mismo capítulo (párr. I) el estudio de una nueva función biométrica, que denominamos «probabilidad elemental de enfermedad».

Vamos a exponer a continuación los datos de que hasta ahora se dispone para contribuir a su estudio.

La probabilidad de que en el primer día del año de observación, el individuo (que no acaba de sufrir examen médico) se halle sufriendo un enésimo día de enfermedad, sería, por hipótesis:

$$(\text{pm})_x^n = f(x, n)$$

función cuya forma es necesario determinar.

La probabilidad de hallarse en ese primer día del año de observación, sufriendo un día de enfermedad de orden cualquiera, sería entonces:

$$(\text{pm})_x = \sum_n^0 f(x, n)$$

probabilidad que podríamos considerar similar a la tasa instantánea de mortalidad.

La tasa absoluta de morbosidad para el año $x, x+1$, sería entonces

$$(\text{ma})_x = \sum_{x+1}^x \sum_n^0 f(x, n)$$

Para una enfermedad, comprendida entre los n y n' días, la probabilidad para el primer día del año de observación, sería

$$(\text{pm})^{n/n'} = \sum_{n'}^n f(x, n)$$

y la tasa absoluta de enfermedad, para una duración de enfermedad comprendida entre los n y los n' días, sería

$$(\mathbf{ma})_x^{n/n'} = \sum_{x+1}^x \sum_{n'}^n f(x.n)$$

La tasa $(\mathbf{ma})_x^1$, es decir, del primer semestre de asistencia, sería, entonces

$$(\mathbf{ma})_x^1 = \sum_{x+1}^x \sum_{180}^0 f(x.n)$$

El estudio de tablas que registren por separado el total de enfermedad correspondiente a cada semana del ataque de enfermedad, como son las tablas de Sutton, permitirá determinar la forma general de la función:

$$f(x.n).$$

CAPITULO III

Seguro en caso de enfermedad. — Primas y reservas

1. Prima única. — 2. Primas periódicas. — 3. Seguros temporarios. — 4. Primas fijas. — 5. Beneficios variables. — 6. Valuaciones.

1. — PRIMA ÚNICA

Al contratar un seguro de enfermedad, el asegurador contrae el compromiso de indemnizar al asegurado una cantidad determinada, por cada día de enfermedad.

Vamos a calcular el valor actual de estas indemnizaciones para un individuo de edad x , suponiendo que la indemnización sea unitaria, y el compromiso del asegurador subsista por toda la vida del asegurado.

Considerando el año $(n+1)$ avo del contrato. Al iniciarse el año, la edad del asegurado será $(x+n)$, y por lo tanto el promedio de días de enfermedad a indemnizarse en el año será (cap. II) m_{x+n} .

Como los días de enfermedad están distribuidos en todo el año, podemos presumir que el pago total de la indemnización se haga de una sola vez, a mediado de año; de manera que el valor actual de las indemnizaciones a pagarse en el $(n+1)$ avo año, será

$$m_{x+n} \cdot v^{n+\frac{1}{2}} \quad \left(v = \frac{1}{1+i} \right)$$

Pero este valor actual no es hoy un valor cierto;

depende de la probabilidad que tiene el asegurado de sobrevivir hasta la iniciación del año considerado.

Esta probabilidad es

$$\frac{l_{x+n}}{l_x}$$

luego el valor actual del compromiso del asegurador por el año $(n+1)$ avo, será

$$m_{x+n} \cdot \frac{l_{x+n}}{l_x} \cdot v^{n+\frac{1}{2}}$$

que podemos expresar en la siguiente forma:

$$\frac{1}{v^{\frac{1}{2}}} \cdot m_{x+n} \cdot \frac{l_{x+n} \cdot v^{x+n}}{l_x \cdot v^x}$$

o sea, reemplazando $l_{x+n} \cdot v^{x+n}$, y $l_x \cdot v^x$ por sus símbolos como valores de comutación (D_{x+n} y D_x),

$$v^{\frac{1}{2}} \cdot m_{x+n} \cdot \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

y si hacemos $v^{\frac{1}{2}} \cdot m_{x+n} \cdot D_{x+n} = H_{x+n}$, es decir, si introducimos un nuevo símbolo de comutación

$$H_x = v^{\frac{1}{2}} \cdot m_x \cdot D_x,$$

tendremos el valor actual del compromiso del asegurador por el $(n+1)$ avo año del seguro

$$\frac{H_{x+n}}{D_x}$$

El valor actual total de un seguro de enfermedad o sea la prima única, que representamos por s_x , será

$$s_x = \sum_w^x \frac{H_m}{D_x} = \frac{1}{D_x} \sum_w^x H_m$$

Representando por K_m la suma

$$\sum_w^x H_m$$

tendremos que el valor total actual de un seguro de enfermedad de 1 peso diario, por toda la vida del asegurado, será

$$s_x = \frac{K_x}{D_x}$$

Por idéntico razonamiento, si consideramos el caso en

que el compromiso del asegurador se concrete a los primeros seis meses de enfermedad, tendremos el valor de este seguro

$$s_x^1 = \frac{K_x^1}{D_x}$$

en el cual

$$K_x^1 = \sum_w^x H_x^1$$

y

$$H_x^1 = v^{\frac{1}{2}} \cdot m_x^1 \cdot D_x$$

De igual manera

$$s_x^2 = \frac{K_x^2}{D_x}$$

y así sucesivamente para los diversos valores de m .

Poseyendo tablas de mortalidad y morbosidad de la población, podemos, pues, calcular los valores de H_x y K_x en forma análoga al cálculo de los demás valores de conmutación.

Si en vez de la tasa común de morbosidad, consideramos la tasa central o absoluta de morbosidad, debemos reemplazar, en el valor de H_x , m_x por su equivalente en función de la tasa de morbosidad absoluta (ver cap. II)

$$(\text{ma})_x \cdot \frac{1}{2} p_x$$

y, por lo tanto,

$$\begin{aligned} H_x &= v^x + \frac{1}{2} \cdot (\text{ma})_x \cdot l_x \cdot \frac{1}{2} p_x = v^x + \frac{1}{2} \cdot (\text{ma})_x \cdot l_x + \frac{1}{2} = \\ &= (\text{ma})_x \cdot D_x + \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

2. — PRIMAS PERIÓDICAS

El valor hallado, s_x , es el valor actual del seguro de enfermedad, vida entera; y equivale a la prima única a pagarse para que el compromiso del asegurador sea compensado.

Pero, en la práctica, el seguro de enfermedad no se contrata mediante un solo pago, sino por pagos mensuales, semanales, quincenales, etc.

Debemos, pues, repartir la prima única en una serie de pagos escalonados, considerándose la prima mensual, semanal, etc., como una renta servida por el asegurado.

El valor actual de una anualidad vitalicia de P_x pesos, será

$$P_x \cdot \frac{N_x}{D_x}$$

y como este valor debe compensar el compromiso del asegurador, tenemos la igualdad

$$s_x = P_x \cdot \frac{N_x}{D_x} \quad (1)$$

Si, en vez de ser anual, el pago es hecho por fracciones de año (meses, quincenas, semanas), como es más frecuente, y, puede decirse, la regla en el seguro de enfermedad, la renta servida por el asegurado es una renta continua, y su valor (1)

$$\frac{\bar{N}_x}{D_x} \quad \left(\bar{N}_x = N_x + \frac{D_x}{2} \right)$$

El valor de la prima única, en función de la prima total anual, que simbolizamos por \bar{P}_x , será

$$s_x = \bar{P}_x \cdot \frac{\bar{N}_x}{D_x} \quad (2)$$

De la fórmula (2), obtenemos para el valor de la prima total anual, \bar{P}_x ,

$$\bar{P}_x = \frac{s_x \cdot D_x}{N_x},$$

y substituyendo s_x por su valor hallado más arriba,

$$\left(\frac{K_x}{D_x} \right)$$

tenemos

$$P_x = \frac{K_x}{N_x} \quad (3)$$

y

$$P_x = \frac{K_x}{\bar{N}_x} \quad (4).$$

(1) Inst. of Actuaries' Text Book. T. II, Cap. IX, párr. 25.

Nos hemos ocupado hasta aquí, únicamente, de las primas puras, pues el cálculo de las primas comerciales no ofrece ninguna característica de interés, que difiera de los seguros ordinarios.

3. — SEGURO TEMPORARIO

Si en vez de considerar el seguro de enfermedad de vida entera, lo suponemos limitado, cesando el enésimo año de contratado, tendremos, aplicando un razonamiento análogo al empleado para las rentas temporarias:

$${}_nS_x = \frac{K_x - K_{x+n}}{D_x}$$

y, teniendo en cuenta que la prima se sirve únicamente por los n años que rige el seguro, la prima continua para el seguro temporario, será

$${}_n\bar{P}_x = \frac{K_x - K_{x+n}}{\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}}$$

En la práctica, y teniendo en cuenta que a partir de una edad determinada (60, 65, 70, etc. años), la enfermedad se confunde con la invalidez senil, los aseguradores limitan el seguro a una edad determinada, cualquiera que haya sido la edad inicial del seguro.

Llamando y a esta edad, tenemos:

$${}_{y-x}S_x = \frac{K_x - K_y}{D_x}$$

y también

$${}_{y-x}\bar{P}_x = \frac{K_x - K_y}{\bar{N}_x - \bar{N}_y}$$

Al hacerse el cálculo de tablas para un seguro determinado, puede considerarse la edad límite del beneficio (y), como edad límite de la tabla, en cuyo caso volvemos a las fórmulas determinadas más arriba (1), (2), (3) y (4), pero, naturalmente, es menester hacer igual limitación en cuanto a la tabla de mortalidad y de conmutación empleada, haciendo

$$\bar{N}_x = \frac{\sum_y^{x+1} D_x}{y} + \frac{D_x}{2}$$

o de lo contrario, mantener como denominador

$$\bar{N}_x - \bar{N}_y.$$

4. — PRIMAS FIJAS

Hemos supuesto en los párrafos anteriores una prima anual función de la edad inicial del seguro.

En la práctica de los seguros de enfermedad, sean nacionales o particulares, este sistema no es aplicable, y es necesario fijar una cuota única para todos los asegurados, cualquiera que sea la edad de entrada.

Es evidente que una cuota única alta, favorece al asegurador en las edades tempranas, mientras que una cuota baja lo perjudica en las últimas edades. Es preciso fijar una cuota tal, que, en las primeras edades, exceda del costo del beneficio, y permita así constituir una reserva con que atender al exceso del costo del beneficio en las últimas edades.

Cuando la edad de ingreso de los asegurados está limitada de antemano, es fácil fijar esta cuota, partiendo de la edad máxima de entrada, por la fórmula

$$\bar{P}_x = \frac{K_x}{\bar{N}_x}$$

Pero, en esta forma, los asegurados que ingresen al seguro en una edad inferior a x , se ven perjudicados en el exceso de prima que pagan hasta llegar a la edad x , en que su compromiso es compensado por el compromiso del asegurador.

Sin embargo, éste es el sistema que se emplea generalmente para esta clase de seguros.

Un sistema más perfeccionado consiste en fijar una edad mínima de ingreso, calculando la prima a partir de esa edad, por la misma fórmula mencionada más arriba.

De esta manera, los asegurados que ingresaran al

seguro en edades superiores a x , vendrían a perjudicar al asegurador por la diferencia de primas entre la edad x , y la edad de su ingreso. El asegurador se cubre de esta diferencia, estableciendo un derecho variable de ingreso, función de la edad, y cuyo valor es la diferencia entre el compromiso que contrae al asegurar un individuo de edad x' , compromiso que es igual a

$$\frac{K_{x'}}{D_{x'}}$$

y el compromiso que contrae el asegurado, en base de una prima calculada para la edad x , y pagadera desde la edad x' , es decir

$$\bar{P}_x \frac{\bar{N}_{x'}}{D_{x'}}$$

La cuota de ingreso para la edad x sería, pues,

$$V_x^{x'} = \frac{K_{x'}}{D_{x'}} - \bar{P}_x \frac{\bar{N}_{x'}}{D_{x'}}$$

y substituyendo \bar{P}_x por su valor

$$V_x^{x'} = \frac{K_{x'} - K_x \frac{\bar{N}_{x'}}{\bar{N}_x}}{D_{x'}}$$

5. — BENEFICIOS VARIABLES

Es común en este seguro fijar diferentes indemnizaciones para las diversas duraciones de enfermedad; es decir, se fija, por ej., un beneficio de pesos 1,00 durante el primer semestre de enfermedad, de pesos 0,50 durante el segundo semestre, de pesos 0,25 por el resto de la enfermedad, etc.

En este caso, el valor de la prima variará, componiéndose de tres o más partes diferentes. Para el ejemplo citado, sería (suponiendo que el seguro cese el año y):

$$|_{y-x} \bar{P}_x = \frac{K_x^1 - K_y^1 + \frac{1}{2} (K_x^2 - K_y^2) + \frac{1}{4} (K_x^3 - K_y^3)}{\bar{N}_x - \bar{N}_y}$$

Es frecuente también establecer que mientras dure la enfermedad el asegurado no ha de pagar prima alguna.

En este caso, el asegurador toma a su cargo, además de la indemnización, el servicio de la prima, y, por lo tanto, la indemnización unitaria se convierte en

$$1 + \frac{\bar{P}_x}{365}$$

de manera que el valor de \bar{P}_x será

$$\bar{P}_x = \left(1 + \frac{\bar{P}_x}{365}\right) \frac{K_x}{N_x}$$

de donde,

$$\bar{P}_x = \frac{K_x}{N_x \left(1 - \frac{K_x}{365 N_x}\right)}$$

6. — VALUACIONES

La valuación de la cartera de una sociedad de seguro sobre enfermedad (o de una Caja de seguro nacional) ofrece algunas características particulares.

Existe, en primer lugar, como en una sociedad de seguros, el cálculo de las reservas. Este cálculo, en lo que se refiere a los beneficios de enfermedad, y a la contribución de los asegurados, puede hacerse con gran economía de tiempo, aplicando el método de Hardy, denominado de «edades pasadas», que exponemos en apéndice núm. III, método que permite hacer dicho cálculo por un sistema de suma continua.

Luego, es menester tener en cuenta las desviaciones que la práctica de la sociedad señale sobre las tasas de morbosidad y mortalidad empleadas para el cálculo de las tablas. Este punto es delicadísimo, y sólo la práctica y el estudio detallado de la sociedad considerada, pueden ofrecer normas al respecto.

En tercer lugar, existen las secesiones. Toda sociedad de seguro enfermedad experimenta anualmente un número bastante importante de secesiones de so-

cios, que benefician a la sociedad por las reservas acumuladas.

El porcentaje de secesiones a esperarse durante el próximo año, es un valor positivo que debe tenerse en cuenta en las valuaciones, pero la determinación de este porcentaje es muy difícil. Una sociedad nueva ofrece generalmente una tasa fuerte de secesiones, a causa de los asegurados jóvenes que abandonan sus pagos; si estos porcentajes se adoptan como base para los años siguientes, se corre el peligro de obtener resultados demasiado favorables, que no serán ciertos en la práctica.

Por otra parte, no debe olvidarse que la secesión produce una selección al revés en los asegurados, pues son sólo las mejores vidas las que descuidan el seguro, mientras que los asegurados de salud precaria hacen un esfuerzo para continuar un seguro que les ofrece ventajas inmediatas.

Otro punto importante es el interés que la sociedad obtiene sobre sus inversiones. Éste interés debe, hasta donde sea posible, ser el mismo que se calcula en las tablas del seguro enfermedad empleadas. Si existe diferencia a favor de las inversiones, la sociedad obtiene un beneficio, y, en cambio, si el interés tabulado es mayor, importa una pérdida; beneficio y pérdida que deben tenerse muy en cuenta al hacer la valuación.

CAPITULO IV

Seguro de invalidez y vejez

1. Consideraciones sobre la invalidez. — 2. Notaciones. — 3. La probabilidad de muerte. — 4. Tablas de invalidez. — 5. Reactividades. — 6. Construcción de la tabla. — 7. Cálculo de las primas. — 8. Reservas. — 9. Seguros de vejez.

1. — CONSIDERACIONES SOBRE LA INVALIDEZ

El seguro de invalidez tiene por objeto proporcionar al individuo invalidado por una lesión de origen morbosos y accidental (no producida por un accidente del trabajo), una renta vitalicia.

Damos por hecho en cuanto a este seguro, el mismo raciocinio empleado para legitimar el uso de la probabilidad en los seguros de vida y de enfermedad (véase capítulo II). Por otra parte, la comparación de diversas estadísticas basadas en un número suficientemente grande de observaciones, muestra la constancia de los fenómenos de invalidez.

El cálculo de las primas del seguro de invalidez, ofrece una dificultad mucho mayor que el seguro de vida o de enfermedad, pues mientras en el primero se trata de estudiar la frecuencia de un solo hecho (la muerte) y en el segundo de dos hechos (muerte y enfermedad), que se pueden estudiar aisladamente, en el seguro de invalidez se deben considerar la frecuencia de dos hechos (muerte e invalidez), de los cuales, producido uno, influye poderosamente sobre la frecuencia del otro.

No entraremos a considerar la teoría estadística de la invalidez, que no ha llegado aún a un estado que permita hacer aplicaciones prácticas (1), y nos limitaremos a dar una idea de la forma de conducirse de la invalidez y la mortalidad.

2. — NOTACIONES

Considerando un grupo de población de igual edad, x años, grupo que simbolizamos por l_x , podemos dividirlo en dos partes: los individuos válidos al comenzar el año de observación, que representamos por l_x^{aa} y los individuos inválidos al comenzar el año, que representamos por l_x^{ii} .

Del primer grupo, pasan al segundo, durante el año, un cierto número de individuos, que simbolizamos por l_x^{ai} . La probabilidad para un individuo de invalidarse en el año x de edad, *habiendo empezado el año como válido*, es decir, considerando sujetos a riesgo de invalidez por todo el año los individuos que mueren en el año como válidos, es

$$i_x = \frac{l_x^{ai}}{l_x^{aa}}$$

Simbolizando por d_x^{aa} y d_x^{ii} respectivamente, los individuos que mueren en edad x , en estado de validez y de invalidez, tenemos la probabilidad de morir como válido,

$$q_x^{aa} = \frac{d_x^{aa}}{l_x^{aa} - \frac{1}{2}l_x^{ai}}$$

y la probabilidad de morir como inválido

$$q_x^{ii} = \frac{d_x^{ii}}{l_x^{ii} + \frac{1}{2}l_x^{ai}}$$

siempre supuestos los casos de invalidez distribuidos

(1) Véase la Encyclopédie des Sciences Mathématiques, I, 24, párr. 12, en que se expone el estado actual de la teoría estadística de la invalidez.

TABLA DE MORTALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

SEGÚN LOS DATOS DEL CENSO MUNICIPAL DE 1909

MUJERES

T^M (1909)

x	l_x	d_x	P_x	q_x
15	100.000	462	0.99538	0.00462
16	99.538	469	0.99528	0.00472
17	99.069	478	0.99518	0.00482
18	98.591	487	0.99506	0.00494
19	98.104	495	0.99495	0.00505
20	97.609	506	0.99482	0.00518
21	97.103	516	0.99468	0.00532
22	96.587	528	0.99454	0.00546
23	96.059	539	0.99439	0.00561
24	95.520	551	0.99423	0.00577
25	94.969	564	0.99407	0.00593
26	94.405	577	0.99389	0.00611
27	93.828	591	0.99370	0.00630
28	93.237	607	0.99349	0.00651
29	92.630	621	0.99329	0.00671
30	92.009	637	0.99307	0.00693
31	91.372	655	0.99284	0.00716
32	90.717	672	0.99259	0.00741
33	90.045	691	0.99233	0.00767
34	89.354	711	0.99205	0.00795
35	88.643	731	0.99175	0.00825
36	87.912	753	0.99143	0.00857
37	87.159	776	0.99110	0.00890
38	86.383	800	0.99075	0.00925
39	85.583	824	0.99037	0.00963
40	84.759	851	0.98997	0.01003
41	83.908	877	0.98954	0.01046
42	83.031	906	0.98909	0.01091
43	82.125	936	0.98860	0.01140
44	81.189	968	0.98808	0.01192
45	80.221	1002	0.98751	0.01249
46	79.219	1035	0.98693	0.01307
47	78.181	1072	0.98630	0.01370
48	77.112	1109	0.98561	0.01439
49	76.003	1149	0.98489	0.01511
50	74.854	1191	0.98409	0.01591
51	73.663	1233	0.98325	0.01675
52	72.430	1280	0.98233	0.01767
53	71.150	1327	0.98135	0.01865
54	69.824	1377	0.98029	0.01971
55	68.447	1429	0.97912	0.02088
56	67.018	1479	0.97793	0.02207
57	65.539	1539	0.97651	0.02349
58	64.000	1597	0.97504	0.02496
59	62.403	1659	0.97342	0.02658

TV (1909)

x	l_x	d_x	p_x	q_x
60	49.368	2315	0.95311	0.04689
61	47.053	2379	0.94945	0.05055
62	44.674	2421	0.94581	0.05419
63	42.253	2456	0.94187	0.05813
64	39.797	2471	0.93791	0.06209
65	37.326	2487	0.93338	0.06662
66	34.839	2476	0.92893	0.07107
67	32.363	2435	0.92476	0.07524
68	29.928	2428	0.91885	0.08115
69	27.500	2334	0.91515	0.08485
70	25.166	2285	0.90919	0.09081
71	22.881	2221	0.90294	0.09706
72	20.660	2085	0.89908	0.10092
73	18.575	2003	0.89216	0.10784
74	16.572	1910	0.88476	0.11524
75	14.662	1774	0.87898	0.12102
76	12.888	1631	0.87348	0.12652
77	11.257	1485.9	0.86798	0.13202
78	9.771.1	1355.4	0.86129	0.13871
79	8.415.7	1206.8	0.85660	0.14340
80	7.208.9	1101.8	0.84716	0.15284
81	6.107.1	1002.9	0.83576	0.16424
82	5.104.2	906.0	0.82251	0.17749
83	4.198.2	805.0	0.80827	0.19173
84	3.393.2	702.3	0.79303	0.20697
85	2.690.9	600.9	0.77668	0.22332
86	2.090.0	503.1	0.75927	0.24073
87	1.586.9	411.5	0.74068	0.25932
88	1.175.4	328.10	0.72088	0.27912
89	847.30	262.76	0.69989	0.30011
90	584.54	188.37	0.67775	0.32225
91	396.17	136.99	0.65421	0.34579
92	259.18	96.38	0.62959	0.37041
93	162.80	64.511	0.60373	0.39627
94	93.289	41.625	0.57651	0.42349
95	56.664	25.594	0.54831	0.45169
96	31.070	14.908	0.52017	0.47983
97	16.162	8.2461	0.48980	0.51020
98	7.9159	4.2878	0.45833	0.54167
99	3.6281	2.1109	0.41818	0.58182
100	1.5172	0.9694	0.36107	0.63893
101	0.5478	0.4273	0.27004	0.72996
102	0.1205	0.1071	0.11117	0.88883
103	0.0134	0.0134	0.00000	1.00000
104	0.0000			

TABLA
DE MORBOSIDAD (ABSOLUTA) DE LA MANCHESTER UNITY

(1893-97)

X	(ma) ^{1/2} X PRIMER TRIMESTRE	(ma) ^{2/2} X SEGUNDO TRIMESTRE	(ma) ² X SEGUNDO SEMESTRE	(ma) ³⁺⁴ X SEGUNDO AÑO	(ma) ⁵⁺ X RESTO DE ENFERMED.
15	6.510	0.378	0.147	—	—
16	6.510	0.378	0.147	—	—
17	6.293	0.399	0.168	—	—
18	5.985	0.441	0.196	0.042	—
19	5.649	0.483	0.245	0.084	0.007
20	5.341	0.525	0.287	0.126	0.028
21	5.103	0.567	0.322	0.168	0.063
22	4.956	0.602	0.357	0.203	0.112
23	4.893	0.616	0.378	0.245	0.168
24	4.865	0.637	0.399	0.259	0.231
25	4.865	0.651	0.413	0.280	0.287
26	4.872	0.658	0.434	0.287	0.336
27	4.879	0.672	0.448	0.308	0.371
28	4.907	0.686	0.455	0.322	0.406
29	4.942	0.707	0.469	0.336	0.441
30	4.991	0.728	0.483	0.364	0.483
31	5.054	0.749	0.497	0.385	0.546
32	5.117	0.777	0.525	0.406	0.616
33	5.180	0.805	0.553	0.420	0.707
34	5.250	0.833	0.588	0.434	0.798
35	5.327	0.868	0.623	0.455	0.903
36	5.411	0.910	0.658	0.490	1.015
37	5.516	0.945	0.707	0.525	1.141
38	5.635	0.994	0.749	0.581	1.281
39	5.768	1.036	0.805	0.630	1.442
40	5.901	1.092	0.861	0.679	1.610
41	6.034	1.155	0.910	0.742	1.771
42	6.167	1.211	0.966	0.791	1.939
43	6.293	1.274	1.022	0.847	2.107
44	6.426	1.337	1.078	0.896	2.289
45	6.566	1.400	1.148	0.945	2.499
46	6.720	1.470	1.225	1.001	2.737
47	6.895	1.554	1.309	1.078	3.017
48	7.084	1.659	1.393	1.176	3.360
49	7.287	1.778	1.491	1.295	3.766
50	7.504	1.904	1.596	1.421	4.263
51	7.728	2.023	1.736	1.568	4.837
52	7.959	2.163	1.876	1.729	5.488
53	8.211	2.296	2.058	1.904	6.216
54	8.484	2.464	2.254	2.130	6.993

x	(ma) $_{x}^{1/2}$	(ma) $_{x}^{2/2}$	(ma) $_{x}^{2}$	(ma) $_{x}^{3+4}$	(ma) $_{x}^{5+}$
55	8.785	2.646	2.485	2.331	7.819
56	9.093	2.856	2.758	2.618	8.680
57	9.415	3.087	3.052	2.961	9.618
58	9.744	3.332	3.388	3.360	10.675
59	10.080	3.598	3.766	3.843	11.928
60	10.430	3.899	4.179	4.403	13.475
61	10.815	4.214	4.641	5.047	15.421
62	11.221	4.536	5.138	5.796	17.829
63	11.634	4.865	5.656	6.629	20.720
64	12.047	5.201	6.188	7.504	24.101
65	12.446	5.544	6.748	8.435	27.944
66	12.831	5.922	7.357	9.436	32.249
67	13.188	6.342	8.050	10.556	37.093
68	13.482	6.790	8.813	11.809	42.602
69	13.678	7.224	9.618	13.181	48.867
70	13.776	7.609	10.409	14.581	55.944
71	13.769	7.917	11.130	15.960	63.812
72	13.692	8.148	11.760	17.276	72.359
73	13.587	8.323	12.278	18.508	81.508
74	13.475	8.456	12.712	19.663	91.182
75	13.335	8.575	13.069	20.692	101.325
76	13.139	8.666	13.321	21.516	111.839
77	12.880	8.729	13.454	22.162	122.710
78	12.523	8.743	13.489	22.491	133.854
79	12.096	8.673	13.377	22.554	145.208
80	11.620	8.505	13.153	22.421	156.541
81	11.123	8.295	12.824	22.148	167.482
82	10.647	8.001	12.446	21.749	177.555
83	10.192	7.700	12.026	21.133	186.466
84	9.723	7.385	11.669	20.321	194.236
85	9.212	7.007	11.317	19.397	200.914
86	8.631	6.594	11.046	18.606	206.689
87	8.015	6.440	10.570	18.256	211.596
88	7.434	6.398	10.549	17.836	216.244
89	7.434	6.398	10.549	17.836	220.458
90	7.434	6.398	10.549	17.836	225.512
91	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
92	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
93	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
94	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
95	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
96	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
97	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
98	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
99	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
100	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937
101	7.434	6.398	10.549	17.836	230.937

**TABLA DE INVALIDEZ PARA LA POBLACIÓN
DE BUENOS AIRES**

x	l_x	i_x	l_x^{aa}	l_x^{ii}	l_x^{ai}	d_x^{ii}	q_x^i
20	96.309	0.00020	96.309	0	16	5	0.52632
21	95.660	0.00023	95.649	14	22	13	0.56522
22	94.982	0.00026	94.959	23	25	16	0.45070
23	94.287	0.00030	94.255	32	28	17	0.36957
24	93.575	0.00034	93.532	43	32	21	0.35254
25	92.869	0.00038	92.815	54	35	22	0.30769
26	92.143	0.00043	92.076	67	40	25	0.28736
27	91.381	0.00049	91.299	82	45	28	0.26794
28	90.626	0.00054	90.527	99	49	31	0.25112
29	89.872	0.00066	89.755	117	59	35	0.23890
30	89.120	0.00079	88.979	141	70	39	0.22159
31	88.367	0.00085	88.195	172	75	46	0.21933
32	87.604	0.00107	87.403	201	94	52	0.20968
33	86.829	0.00131	86.586	243	113	61	0.20367
34	86.040	0.00150	85.745	295	129	71	0.19749
35	85.241	0.00181	84.888	353	154	83	0.19302
36	84.416	0.00218	83.992	424	183	96	0.18622
37	83.570	0.00235	83.059	511	195	108	0.17748
38	82.692	0.00262	82.094	598	215	119	0.16867
39	81.788	0.00293	81.094	694	238	131	0.16113
40	80.848	0.00314	80.047	801	251	141	0.15218
41	79.866	0.00320	78.955	911	253	148	0.14265
42	78.841	0.00352	77.825	1.016	275	154	0.13350
43	77.776	0.00371	76.639	1.137	284	163	0.12744
44	76.652	0.00417	75.394	1.258	314	171	0.12085
45	75.481	0.00463	74.080	1.401	343	184	0.11701
46	74.249	0.00574	72.689	1.560	417	204	0.11535
47	72.954	0.00656	71.181	1.773	467	230	0.11462
48	71.569	0.00779	69.559	2.010	542	257	0.11267
49	70.141	0.00870	67.846	2.295	590	283	0.10926
50	68.646	0.01012	66.044	2.602	668	312	0.10246
51	67.080	0.01101	64.122	2.958	706	339	0.10238
52	65.415	0.01213	62.090	3.325	753	365	0.09861
53	63.689	0.01331	59.976	3.713	798	388	0.09435
54	61.878	0.01454	57.755	4.123	840	413	0.09091
55	59.991	0.01544	55.441	4.550	856	435	0.08738
56	58.010	0.01678	53.039	4.971	889	454	0.08383
57	55.963	0.01923	50.557	5.406	972	481	0.08164
58	53.832	0.02198	47.935	5.897	1.054	515	0.08017
59	51.634	0.02698	45.198	6.436	1.218	560	0.07948
60	49.368	0.03353	42.274	7.094	1.417	618	0.07920

x	l_x	i_x	$l_x^{\overline{aa}}$	$l_x^{\overline{ii}}$	$l_x^{\overline{ai}}$	$d_x^{\overline{ii}}$	q_x^i
61	47.053	0.04217	39.160	7.893	1.651	693	0.07948
62	44.674	0.05034	35.523	8.851	1.788	780	0.08004
63	42.253	0.05932	32.394	9.859	1.922	868	0.08022
64	39.797	0.06834	28.884	10.913	1.974	955	0.08025
65	37.326	0.07630	25.394	11.932	1.933	1.027	0.07961
66	34.839	0.08293	21.996	12.843	1.824	1.096	0.07967
67	32.363	0.09509	18.792	13.571	1.787	1.186	0.08199
68	29.928	0.11103	15.756	14.172	1.749	1.279	0.08500
69	27.500	0.12901	12.858	14.642	1.659	1.363	0.08809
70	25.166	0.15509	10.228	14.938	1.586	1.437	0.09288
71	22.881	0.18929	7.794	15.087	1.475	1.521	0.09611
72	20.660	0.28800	5.619	15.041	1.618	1.597	0.10074
73	18.575	0.50000	3.513	15.062	1.757	1.688	0.10589
74	16.572	0.95000	1.441	15.131	1.369	1.838	0.11621
75	14.662	—	0.000	14.662	—	1.774	0.12102

**MODELO DE FICHA EMPLEADA EN EL CÁLCULO
DE LA TABLA ANTERIOR**

	(1)	(2)	(3)	
20	$l_{x-\frac{1}{2}}^{i(20)}$	$l_{x-\frac{1}{2}}^{i(20)} \cdot q_{x-1}^{i(20)}$	$l_{x+\frac{1}{2}}^{i(20)}$	x
21	$l_{x-\frac{1}{2}}^{i(21)}$	$l_{x-\frac{1}{2}}^{i(21)} \cdot q_{x-1}^{i(21)}$	$l_{x+\frac{1}{2}}^{i(21)}$	l_x
...	$l_x^{\overline{ii}} = \sum (3) + \frac{1}{2} \sum (2)$
x-1	$l_{x-\frac{1}{2}}^{i(x-1)}$	$l_{x-\frac{1}{2}}^{i(x-1)} \cdot q_{x-1}^{i(x-1)}$	$l_{x+\frac{1}{2}}^{i(x-1)}$	$l_x^{\overline{aa}} = l_x - l_x^{\overline{ii}}$
		$\sum (2)$	$\sum (3)$	i_x
				$l_x^{\overline{ia}} = l_x^{\overline{aa}} \cdot i_x$

**PROBABILIDADES DE EXTINCIÓN DE LAS PENSIONES
DE INVALIDEZ POR EDADES A LA ENTRADA, SEGÚN KLEIN**

EDAD DE ENTRADA	SE EXTINGUEN EN EL AÑO					
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º
20	0.5650	0.2820	0.1660	0.1125	0.0850	0.0660
25	0.4620	0.2495	0.1485	0.1020	0.0774	0.0619
30	0.3990	0.2225	0.1335	0.0945	0.0724	0.0593
35	0.3530	0.1980	0.1210	0.0870	0.0683	0.0578
40	0.3080	0.1755	0.1088	0.0804	0.0659	0.0572
45	0.2640	0.1530	0.0978	0.0754	0.0644	0.0568
50	0.2215	0.1305	0.0873	0.0715	0.0633	0.0575
55	0.1805	0.1090	0.0800	0.0687	0.0623	0.0590
60	0.1450	0.0955	0.0776	0.0694	0.0661	0.0663
65	0.1220	0.0913	0.0812	0.0790	0.0822	0.0867
70	0.1138	0.0972	0.0971	0.1024	0.1085	0.1152
75	0.1214	0.1223	0.1300	0.1380	0.1465	0.1560
80	0.1560	0.1665	0.1780	0.1905	0.2040	0.2180

EDAD DE ENTRADA	SE EXTINGUEN EN EL AÑO					
	7.º	8.º	9.º	10.º	11.º	12.º
20	0.0535	0.0450	0.0390	0.0350	0.0325	0.0317
25	0.0515	0.0444	0.0398	0.0365	0.0342	0.0336
30	0.0507	0.0449	0.0411	0.0381	0.0365	0.0361
35	0.0507	0.0458	0.0425	0.0398	0.0386	0.0386
40	0.0507	0.0468	0.0438	0.0417	0.0412	0.0419
45	0.0517	0.0480	0.0458	0.0447	0.0459	0.0473
50	0.0535	0.0511	0.0504	0.0522	0.0541	0.0561
55	0.0569	0.0582	0.0605	0.0632	0.0663	0.0699
60	0.0699	0.0738	0.0779	0.0822	0.0867	0.0915
65	0.0915	0.0967	0.1024	0.1085	0.1152	0.1223
70	0.1223	0.1300	0.1380	0.1465	0.1560	0.1665
75	0.1665	0.1780	0.1905	0.2040	0.2180	0.2330
80	0.2330	0.2490	0.2660	0.2840	0.3030	0.3230

CONMUTACIONES

Condemnation Mygale
IV

TM (1909)

x	l_x	d_x	p_x	q_x
60	60.744	1720	0.97168	0.02832
61	59.024	1786	0.96974	0.03026
62	57.238	1852	0.96765	0.03235
63	55.386	1915	0.96541	0.03459
64	53.471	1987	0.96285	0.03715
65	51.484	2015	0.96009	0.03991
66	49.469	2126	0.95703	0.04297
67	47.343	2193	0.95368	0.04632
68	45.150	2256	0.95002	0.04998
69	42.894	2317	0.94599	0.05401
70	40.577	2372	0.94154	0.05846
71	38.205	2395	0.93732	0.06268
72	35.810	2461	0.93128	0.06872
73	33.349	2488	0.92538	0.07462
74	30.861	2502	0.91893	0.08107
75	28.359	2500	0.91184	0.08816
76	25.859	2479	0.90414	0.09586
77	23.380	2438	0.89572	0.10428
78	20.942	2376	0.88657	0.11343
79	18.566	2288	0.87674	0.12326
80	16.278	2179	0.86614	0.13386
81	14.099	2048	0.85479	0.14521
82	12.051	1897	0.84259	0.15741
83	10.154	1731.6	0.82944	0.17056
84	8.422.4	1556.2	0.81523	0.18477
85	6.866.2	1374.1	0.79987	0.20013
86	5.492.1	1190.4	0.78326	0.21674
87	4.301.7	1009.6	0.76530	0.23470
88	3.292.1	836.6	0.74589	0.25411
89	2.455.5	675.5	0.72492	0.27508
90	1.780.0	529.9	0.70229	0.29771
91	1.250.1	402.61	0.67792	0.32208
92	847.49	295.18	0.65170	0.34830
93	552.31	207.93	0.62353	0.37647
94	344.38	140.06	0.59330	0.40670
95	204.32	89.71	0.56092	0.43908
96	114.61	54.294	0.52629	0.47371
97	60.316	30.773	0.48980	0.51020
98	29.543	16.003	0.45833	0.54167
99	13.540	7.8894	0.41818	0.58182
100	5.6506	3.6060	0.38107	0.63893
101	2.0446	1.5947	0.27004	0.72996
102	0.4499	0.3999	0.11117	0.88883
103	0.0500	0.0500	0.00000	1.00000
104	0.0000			

TABLA DE MORTALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

SEGÚN LOS DATOS DEL CENSO MUNICIPAL DE 1909

VARONES

TV (1909)

x	l_x	d_x	p_x	q_x
15	100.000	919	0.99081	0.00919
16	99.081	788	0.99210	0.00790
17	98.298	695	0.99298	0.00702
18	97.603	650	0.99329	0.00671
19	96.953	644	0.99335	0.00665
20	96.309	649	0.99326	0.00674
21	95.660	678	0.99291	0.00709
22	94.982	695	0.99268	0.00732
23	94.287	712	0.99245	0.00755
24	93.575	706	0.99246	0.00754
25	92.869	726	0.99218	0.00782
26	92.143	762	0.99173	0.00827
27	91.381	755	0.99173	0.00827
28	90.626	754	0.99169	0.00831
29	89.872	752	0.99163	0.00837
30	89.120	753	0.99155	0.00845
31	88.367	763	0.99137	0.00863
32	87.604	775	0.99115	0.00885
33	86.829	789	0.99091	0.00909
34	86.040	799	0.99071	0.00929
35	85.241	825	0.99032	0.00968
36	84.416	846	0.98998	0.01002
37	83.570	878	0.98950	0.01050
38	82.692	904	0.98907	0.01093
39	81.788	940	0.98850	0.01150
40	80.848	982	0.98783	0.01214
41	79.866	1025	0.98716	0.01284
42	78.841	1065	0.98640	0.01350
43	77.776	1124	0.98554	0.01446
44	76.652	1171	0.98472	0.01528
45	75.481	1232	0.98369	0.01631
46	74.249	1295	0.98255	0.01745
47	72.954	1385	0.98102	0.01898
48	71.569	1428	0.98005	0.01995
49	70.141	1495	0.97868	0.02132
50	68.646	1566	0.97718	0.02282
51	67.080	1665	0.97519	0.02481
52	65.415	1726	0.97362	0.02638
53	63.689	1811	0.97156	0.02844
54	61.878	1887	0.96951	0.03049
55	59.991	1981	0.96698	0.03302
56	58.010	2047	0.96471	0.03529
57	55.963	2131	0.96193	0.03807
58	53.832	2198	0.95916	0.04084
59	51.634	2266	0.95611	0.04389

Continúa en la página VI

TABLAS FUNDAMENTALES

ñor Argentino Acerboni; y la recomiendan a la consideración de la mesa que debe dictaminar sobre el premio «Facultad de Ciencias Económicas».—(Firmados): Orfilio Casariego.—José González Galé.—Alejandro Bunge.—Es copia.—(Fdo.) R. Levene.

(Prescindimos del seguro accidentes, que está garantido por una ley del Estado).

ENFERMEDAD:

$${}_{40}\bar{P}_{20} = \frac{4.014.307 - 374.450,9}{582.268 - 20.934,9} = 6,4842$$

INVALIDEZ:

$${}_{40}\bar{P}_{20}^i \cdot 292 = 292 \frac{12.494,77 - 6.950,86}{567,824 - 12,182,2} = 2,9134$$

VEJEZ:

$${}_{40}\bar{P}_{20} \cdot 292 = 292 \frac{20.934,9}{582.268 - 20.934,9} = 10,8901$$

RESÚMEN:

Enfermedad	\$ 6,4842
Invalidez	» 2,9134
Vejez	» 10,8901
Prima total anual.....	<u>\$ 20,2877</u>
Prima mensual.....	<u>\$ 1,70</u>

Buenos Aires, Septiembre 20 de 1916.

En reunión de la fecha, la mesa examinadora que suscribe aprueba la tesis sobre «Fundamentos matemáticos de los Seguros Sociales, del señor Argentino Acerboni.—(Firmados): Orfilio Casariego.—Domingo Noceti.—José González Galé.—Justo Pascali (h.).—Es copia.—(Fdo.) R. Levene.

Los miembros de la mesa examinadora que suscriben califican de sobresaliente el examen de tesis del se-

2. — CONMUTACIONES

Para las tablas del seguro de enfermedad, hemos calculado las conmutaciones a tres tasas de interés, 4 por ciento, 5 por ciento y 6 por ciento.

Es inoficioso calcular tablas inferiores al 4 por ciento, pues siendo éste el tipo oficial del interés en Caja de Ahorros, ninguna sociedad de socorros mutuos medianamente administrada puede tener sus inversiones a menor interés.

No es conveniente tampoco emplear tasas superiores al 6 por ciento, pues si bien las inversiones a mayor tipo de interés son frecuentes, no ofrecen suficiente constancia y seguridad como para ser adoptadas como base en un seguro que ha de extenderse sobre muchos años. En aquellos casos en que circunstancias muy favorables permitan obtener un interés mayor sobre las inversiones, es prudente considerar en los balances la diferencia de interés como una utilidad, y mantener para las reservas el tipo del 6 %, sin perjuicio de valuar en cada balance el beneficio probable por exceso de interés en el año próximo, o en los 2, 3 ó 5 años siguientes, despreciando el beneficio por este concepto a partir del 5.º año, como medida prudencial.

En cuanto al seguro invalidez, cuya tabla calculamos sólo como ensayo, hemos adoptado la tasa de interés del 5 %, que podemos considerar normal en nuestro país.

3. — SEGURO INTEGRAL

Con la base de las tablas calculadas, procederemos a determinar el costo de un seguro que comprenda los siguientes beneficios, para un individuo de 20 años:

Enfermedad, pesos 1.00 diarios.

Invalidez, pesos 0.80 diarios, pesos 292.00 anuales.

Vejez, pesos 0.80 diarios, pesos 292.00 anuales.

Edad de retiro, 60 años; interés 5 por ciento.

CAPITULO V

Tablas

1. Tablas fundamentales. — 2. Conmutaciones. — 3. Seguro integral

1. --- TABLAS FUNDAMENTALES

A falta de una buena tabla de mortalidad nacional, hemos calculado, con los datos del censo de 1909, una tabla de mortalidad para la población de Buenos Aires, por sexos, por medio del método empleado en el cálculo de las tablas inglesas preparadas para la «National Insurance Act, 1911», que detallamos en la nota publicada, junto con la misma tabla, en el núm. 64 de la «Revista de Ciencias Comerciales».

El número reducido de observaciones empleadas, no permite abrigar esperanzas de mayor exactitud en las tablas obtenidas, pero sí creemos tener una aproximación suficiente para el cálculo de los seguros sociales, en que los montos asegurados son muy reducidos, y, por otra parte, el método empleado es más racional que el usado para el ajustamiento de las únicas tablas nacionales conocidas hasta hoy (las calculadas por el señor Latzina en 1887).

Para los cálculos de enfermedad, hemos adoptado la tabla de la Manchester Unity, 1893-97.

En cuanto a la tabla de invalidez, ya hemos explicado en el lugar respectivo los datos que han servido para confeccionarla, y el método empleado en su construcción.

$${}_{y-x}|\bar{a}_x = \frac{\bar{N}_y}{D_x}$$

y el valor actual de las primas a servirse por el asegurado,

$$\bar{P}_x \cdot {}_{y-x}\bar{a}_x = \bar{P}_x \cdot \frac{\bar{N}_x - \bar{N}_y}{D_x}$$

con lo cual tenemos para el valor de la prima

$$\bar{P}_x = \frac{\bar{N}_y}{\bar{N}_x - \bar{N}_y}$$

$$V_x^i = \frac{1}{D_x^{aa}} (\overline{K}_x^{ai} - \overline{N}_x^{aa} \cdot P_a^i)$$

Para un individuo de edad x , invalidado a la edad y ($y < x$), la reserva será el valor de la anualidad a servirsele por el asegurador que simbolizamos por $a_x^{i(y)}$ y que será evidentemente igual a

$$\frac{\overline{N}_x^{i(y)}}{D_x^{i(y)}}$$

empleándose para calcular los valores de conmutación ($D_x^{i(y)}$) solamente el número de inválidos sobrevivientes a cada año, de los invalidados el año y .

El cálculo de estas reservas supone, indudablemente, el cálculo de una tabla de conmutaciones para cada una de las edades comprendidas entre a y w , los dos límites del seguro de invalidez; pero no creemos que sea posible de otra manera obtener resultados que ofrezcan suficiente garantía de exactitud.

Una simplificación muy grande podría obtenerse en los cálculos de invalidez, si la estadística lograra plantear la ley de supervivencia de inválidos bajo la forma de una ecuación exponencial, que permitiera substituir un grupo de invalidados de edad x y de diferentes épocas de invalidez, por un grupo de individuos de edad x y de una época convencional de invalidez, con una mortalidad resultante igual al anterior.

9. — SEGURO DE VEJEZ

Una renta en caso de vejez, no es otra cosa que una renta vitalicia, continúa, diferida por un cierto número de años, y contratada mediante una prima temporaria, también continua, que cesa al llegar la edad de retiro, es decir, la edad inicial de la renta de vejez.

Sea y la edad de retiro, y x la edad de entrada al seguro; el valor actual de una pensión de vejez, por unidad anual de pensión, será:

haciendo $H_x^{\bar{a}i} = l_x^{\bar{a}i} \cdot \bar{a}_x^{(i)} \cdot v^{x+\frac{1}{2}}$ y $K_x^{\bar{a}i} = \sum_{t=0}^x H_x^{\bar{a}i}$.

El costo por cada asegurado, será, pues

$$\frac{1}{l_x^{\bar{a}a} \cdot v^x} K_x^{\bar{a}i} = \frac{K_x^{\bar{a}i}}{D_x^{\bar{a}a}}$$

La prima anual continua, será, por lo ya expuesto

$$\bar{P}_x^i = \frac{K_x^{\bar{a}i}}{N_x^{\bar{a}a}}$$

y la prima del seguro temporario

$$|y-x \bar{P}_x^i = \frac{K_x^{\bar{a}i} - K_y^{\bar{a}i}}{N_x^{\bar{a}a} - N_y^{\bar{a}a}}$$

8. — RESERVAS

Las reservas de una Caja de seguro invalidez, son de dos clases, según que se trate de válidos o de inválidos.

La reserva correspondiente a los individuos válidos, debe responder únicamente a la contingencia de invalideces futuras; invalidado uno o más asegurados, debe constituirse para ellos una reserva especial, que represente el valor actual de las pensiones de invalidez a servirse.

La reserva para un individuo, válido, de edad x , y asegurado en edad a , que paga por lo tanto una prima \bar{P}_a^i , es la diferencia entre el compromiso del asegurador, cuyo valor actual a la edad x es de

$$\frac{K_x^{\bar{a}i}}{D_x^{\bar{a}a}}$$

y el compromiso del asegurado

$$\bar{P}_a^i \cdot \frac{N_x^{\bar{a}a}}{D_x^{\bar{a}a}}$$

Luego la reserva será

al momento de producirse la invalidez, de una pensión continua, para un individuo de edad x .

Pueden establecerse valores de conmutación

$$l_x^{\overline{ai}} \cdot \overline{a}_x^{(i)}$$

mediante los cuales puede calcularse el compromiso del asegurador por cada individuo de edad x .

Pero, en este caso, cuando se quisieran calcular seguros temporarios, será necesario tener nuevas tablas de los valores.

$${}_n\overline{a}_x^{(i)} \quad \text{y} \quad l_x^{\overline{ai}} \cdot {}_n\overline{a}_x^{(i)}$$

Por otra parte, las tablas de los valores de ${}_n\overline{a}_x^{(i)}$ son indispensables para el cálculo de las reservas, y los valores de conmutación $l_x^{\overline{ai}} \cdot {}_n\overline{a}_x^{(i)}$ necesitan calcularse solamente para las edades límites del seguro que tenga establecidas la caja de pensiones, sea nacional o particular.

Por medio de estos valores, podemos calcular el valor actual de un seguro de invalidez para un individuo de edad x , cualesquiera ($x > a$).

Efectivamente, el año y de edad se producirán $l_x^{\overline{ai}}$ invalideces, que gravarán al asegurador en la suma

$$l_y^{\overline{ai}} \cdot \overline{a}_y^{(i)}$$

Manteniendo la hipótesis de que las invalideces están distribuidas igualmente durante todo el año, el valor total de esta cantidad se puede considerar como adeudado a mediados del año y de edad, y su valor actual al iniciarse el año x , es decir, al contratarse el seguro, será

$$l_y^{\overline{ai}} \cdot \overline{a}_y^{(i)} \cdot v^{y-x+\frac{1}{2}}$$

El valor actual, en la misma época del compromiso total del asegurado, será, pues,

$$\sum_{y=x}^{\infty} l_y^{\overline{ai}} \cdot \overline{a}_y^{(i)} \cdot v^{y-x+\frac{1}{2}}$$

que podemos escribir

$$\frac{1}{v^x} \cdot K^{\overline{ai}}$$

El valor de la prima anual continua, será, pues,

$$\bar{P}_a^i = \frac{I_a}{D_a} \div \bar{a}_a^{aa} = \frac{I_a}{\bar{N}_a^{aa}}$$

Cuando el seguro sea temporario, es decir, terminado el año x , tendremos:

$$|_{x-a} \bar{P}_a^i = \frac{I_a - I_x}{\bar{N}_a^{aa} - \bar{N}_x^{aa}}$$

Este método nos permite calcular las primas correspondientes a un seguro contratado a la edad inicial de la tabla.

Cuando el origen del seguro es otra edad cualquiera, y , ($y > a$), se presenta una dificultad. El año y , viven $l_y^{\bar{i}}$ individuos, invalidados anteriormente, individuos que continúan percibiendo pensiones.

Ahora bien, ¿cuántos de esos individuos se encuentran entre los $l_x^{\bar{i}}$ que perciben rentas el año x ?

Richard, suponiendo un promedio q_x^i de mortalidad de inválidos, hace esta cantidad igual a

$$l_y^{\bar{i}} \cdot q_y^i \cdot q_{y+1}^i \cdot q_{y+2}^i \cdot \dots \cdot q_{x-1}^i$$

pero esta hipótesis contiene una grave causa de error.

Mediante la tabla que hemos calculado por el sistema arriba explicado, tenemos que, a los 40 años, por ejemplo, existen 801 inválidos. De éstos, aplicando la hipótesis de Richard, y los valores de q_x^i resultantes de nuestra tabla, subsistirían a los 50 años, 211.5. En realidad, aplicada la tabla de mortalidad por edades a la entrada, el número de sobrevivientes a los 50 años, invalidados antes de cumplir los 40, es de 466.22.

Como el número de inválidos a los 50 años, es de 2.602, la hipótesis de Richard tendría como consecuencia aumentar el costo de las pensiones para el año 50 de edad, a cargo de los asegurados ingresados en edad 40, de 2.136 a 2.391, es decir, en un 12 por ciento, y así, en proporción diferente, en las demás edades.

Opinamos que podría hacerse el cálculo de las primas por medio de las reservas; sea $\bar{a}_x^{(i)}$, el valor actual,

bien continua, se pague desde la fecha de producida la invalidez.

El año x ($a < x$) el asegurador deberá servir todos los términos de la pensión a los $l_x^{\bar{ii}}$ inválidos existentes al iniciarse el año. Además, los l_x^{ai} individuos que se invaliden en el año, recibirán, en promedio, medio año de pensión cada uno (siempre en la hipótesis de que las invalideces estén repartidas igualmente durante todo el año), y los $d_x^{\bar{ii}}$ individuos que mueren durante el año, en estado de invalidez, dejan de percibir, cada uno, medio año de pensión.

El compromiso del asegurador el año x , será, pues,

$$l_x^{\bar{ii}} + \frac{1}{2} l_x^{\bar{ai}} - \frac{1}{2} d_x^{\bar{ii}}$$

y su valor actual

$$v^{x-a} + \frac{1}{2} \cdot \left(l_x^{\bar{ii}} + \frac{1}{2} l_x^{\bar{ai}} - \frac{1}{2} d_x^{\bar{ii}} \right)$$

y el valor actual total del compromiso del asegurador por toda la duración del seguro

$$\sum_{x=a}^{\infty} v^{x-a} + \frac{1}{2} \left(l_x^{\bar{ii}} + \frac{1}{2} l_x^{\bar{ai}} - \frac{1}{2} d_x^{\bar{ii}} \right)$$

que podemos escribir

$$\frac{1}{v^a} \sum_{x=a}^{\infty} B_x = \frac{1}{v^a} I_a,$$

haciendo

$$B_x = v^{x-a} + \frac{1}{2} \left(l_x^{\bar{ii}} + \frac{1}{2} l_x^{\bar{ai}} - \frac{1}{2} d_x^{\bar{ai}} \right) \text{ y } I_a = \sum_{x=a}^{\infty} B_x.$$

La parte correspondiente a cada uno de los l_x asegurados, será, pues,

$$\frac{1}{l_a \cdot v_a} I_a = \frac{I_a}{D_a}$$

($D_a = D_a^{\bar{aa}}$ por ser a la edad inicial del seguro).

Por su parte, el asegurado debe servir una renta continua mientras dure su validez: el valor de esta renta será

$$\frac{\bar{a}_a}{a} = \frac{\bar{N}_a^{\bar{au}}}{D_a}$$

los 50, y el 20,0 para los invalidados a los 75.

equivalencia que se produce en el 28.º año para los invalidados a los 20 años, el 14.º para los invalidados a los 50, y el 2.º para los invalidados a los 75.

Hemos considerado que los casos de invalidez se producen, en promedio, a mediados de cada año, y que, por lo tanto, los decesos de inválidos, repartidos igualmente durante todo el año siguiente a la invalidez, igualan los coeficientes de Klein a mediados de cada año.

Con esta hipótesis aumentamos seguramente la mortalidad, pero en cambio, si se tiene en cuenta que, según la observación de la estadística alemana, los decesos de recién invalidados ocurren en mucho mayor número en los meses inmediatos a la invalidez, nuestra hipótesis viene a suponer, al iniciarse el año, una supervivencia de inválidos mayor que la real, y por lo tanto, la diferencia que puede haber es siempre un aumento en el total de inválidos, y por lo tanto aumenta el margen de seguridad de la reserva.

Para el cálculo de la tabla hemos hecho una serie de fichas anuales (56 en total), cuyo modelo acompañamos a la tabla, en el capítulo respectivo.

Repetimos que consideramos este método técnicamente incorrecto, pero, sin embargo, más exacto que el sistema empleado por Richard (1), consistente en aplicar al grupo de inválidos un promedio de mortalidad, de acuerdo con los cálculos de Bentzien, que dan tasas de mortalidad de inválidos mucho menores que las que resultan por el método que hemos empleado.

7. — CÁLCULO DE LAS PRIMAS

Un grupo de I_x individuos de la misma edad (la edad inicial de la tabla, en que todos los individuos son válidos), constituye un seguro de invalidez, a condición de que la prima continua sea pagadera únicamente mientras dure la validez del asegurado, y que la pensión, tam-

(1) P. J. RICHARD. — Etude sur l'assurance complémentaire de l'assurance sur la vie. París, 1911.

servaciones para establecer una tabla de reactividades que permita determinar el coeficiente exacto de reactividades a cada edad.

Mientras este punto no esté suficientemente estudiado, podemos, sin gran error, suponer que el total de cesación de las pensiones se debe a muerte, despreciando las reactividades que, en realidad, vienen a engrosar el grupo de los activos, y aumentar parcialmente la reserva, con lo cual el error producido por despreciar las reactividades disminuye mucho en importancia, sobre todo si se tiene en cuenta que, lógicamente, las reactividades deben ocurrir en las edades tempranas, y ser muy raras en edades avanzadas, de manera que el individuo reactivado se mantiene en el grupo de válidos durante un plazo suficientemente largo para constituir la mayor parte de la reserva que corresponde a su nueva y definitiva invalidez.

6. — CONSTRUCCIÓN DE LA TABLA

Con las bases arriba mencionadas, hemos ensayado la construcción de una tabla de invalidez para la población de Buenos Aires (varones), con los siguientes datos:

1.º Coeficientes de invalidez por edades, de Zimmermann.

2.º Tabla de mortalidad de la población de Buenos Aires, varones, T^v (1909).

3.º Tablas de probabilidad de extinción de las pensiones por edades a la entrada, de Klein.

Con respecto a esta última tabla, debemos observar que, no siendo posible conseguir hoy, por la dificultad en obtener obras alemanas, el original, hemos debido valernos solamente de los datos transcritos en la obra del doctor Bunge, correspondientes a las edades quinquenales; que hemos interpolado aritméticamente, y completado por progresión aritmética, a partir del 13.º año, hasta igualar la mortalidad general de nuestra población,

la probabilidad de invalidar en el año, habiéndolo empezado como válido, será

$$i_x = \frac{l_x^i}{l_x^{aa}} = \frac{\text{Invalidos en el año } x}{\text{Válidos en el año } x}$$

Prescindimos, en este cálculo, de la influencia de la mortalidad de los individuos válidos, que modifica nuestro denominador, pero la importancia del error producido por esta causa, aun en el caso de aplicarse a una población las tasas de invalidez obtenidas en otra de mortalidad muy distinta, es muy escasa.

En el caso de aplicarse en nuestro país las tablas obtenidas para el Imperio Alemán, por ejemplo, el error cometido a los 60 años no llega a uno por ciento de la tasa i_x o sea, modifica la tasa de invalidez en 0,0003.

Sobre l_x^i individuos invalidados en edad x , mueren antes de cumplir un año de invalidez $d_x^{i(x)}$. En realidad, este número de muertos corresponde, mitad al año de edad x , y mitad al año $x + 1$, de manera que al adoptar $q_x^{i(x)}$ como si fuera expresión de

$$\frac{d_x^{i(x)}}{l_x^i}$$

se comete nuevamente un pequeño error, cuyo valor puede apreciarse aproximadamente, comparando las tablas de Klein.

Aceptada la hipótesis planteada, podemos, en presencia de una tabla de mortalidad de inválidos por edades a la entrada, construir una tabla de invalidez, no correcta técnicamente, pero de suficiente aproximación para el empleo práctico.

5. — REACTIVIDADES

Un 5 por ciento (Klein) de los individuos invalidados, vuelven a ingresar en el grupo de los válidos, por cesación de la causa de su invalidez.

Sería necesario tener un número suficiente de ob-

La tuberculosis produce de inmediato un porcentaje mucho mayor de muertos que otras causas de invalidez, lo cual explica la enorme mortalidad de inválidos en las edades tempranas.

A medida que se aleja la fecha de la invalidez, desaparecen del grupo la gran mayoría de los tuberculosos y otros invalidados por causas graves, se consolidan las lesiones en los sobrevevientes y, por lo tanto, disminuye la mortalidad, hasta igualarse a la mortalidad general, y crecer de nuevo con ésta, pasando, por lo tanto, por un mínimo.

4. — TABLAS DE INVALIDEZ

Un grupo de válidos observado, disminuye en razón de dos causas, la muerte y la invalidez, que obran simultáneamente. No es posible estudiar una causa independientemente de la otra, sino reduciendo la observación a un espacio de tiempo infinitamente pequeño, por medio del análisis infinitesimal.

Pero hasta tanto la teoría estadística de la invalidez no se encuentre asentada sobre bases sólidas, que permitan obtener resultados prácticos de suficiente confianza, podemos, por el empleo de una serie de hipótesis, obtener cifras bastante aproximadas para servir como base de cálculo.

Al efecto, debemos tener presente que el seguro invalidez versa generalmente sobre sumas muy pequeñas, y, por lo tanto, los errores que se cometan en el análisis no llegarán a afectar las primas sino en cantidad escasamente apreciable.

Suponemos observado un grupo de población suficientemente grande, clasificado por edades, incluyéndose cada individuo en el grupo de edad que corresponde a su cumpleaños más próximo al iniciarse el año de observación.

Sobre l_x^{aa} individuos observados, de edad x , válidos, se invalidan en el año l_x^{ai} . La tasa de invalidez, o sea

x	$K_x^{1/2}$	$K_x^{2/2}$	K_x^2	K_x^{3+4}	K_x^{5+}
60	480.381	232.256	291.753	403.048	1.679.484
61	433.509	214.734	289.973	383.261	1.618.928
62	389.051	197.411	261.895	362.514	1.555.536
63	347.019	181.420	242.649	340.803	1.488.752
64	307.468	163.881	223.421	318.267	1.418.311
65	270.452	147.900	204.408	295.210	1.344.258
66	236.045	132.574	185.753	271.891	1.267.006
67	204.284	117.915	167.542	248.534	1.187.179
68	175.188	103.923	149.782	225.245	1.105.343
69	148.821	90.644	132.546	202.203	1.022.025
70	125.232	78.469	115.959	179.471	937.750
71	104.439	66.958	100.212	157.412	853.115
72	86.288	56.519.1	85.540	136.383	768.995
73	71.649	47.212.5	72.108	116.651	686.347
74	57.282	39.024.1	60.029	98.442	606.157
75	45.954.2	31.915.6	49.343.4	81.912	529.505
76	36.446.7	25.801.8	40.025.5	67.159	457.263
77	28.552.1	20.594.8	32.021.6	54.213	390.065
78	22.071.7	16.202.9	25.268.0	43.063.0	328.467
79	16.831.9	12.541.7	19.624.0	33.652.4	372.460
80	12.651.0	9.547.0	15.000.3	25.856.7	222.270
81	9.359.7	7.138.0	11.274.8	19.506.1	177.931
82	6.808.6	5.235.5	8.333.5	14.426.3	139.518
83	4.860.7	3.771.7	6.056.5	10.447.2	107.034
84	3.397.6	2.666.39	4.330.1	7.416.3	80.266
85	2.322.03	1.849.42	3.039.23	5.168.3	58.778
86	1.552.03	1.263.73	2.090.77	3.550.3	41.984
87	1.018.52	856.13	1.409.55	2.400.2	29.207.8
88	660.61	568.57	937.58	1.585.01	19.759.6
89	426.92	367.42	605.93	1.024.26	12.961.0
90	267.84	230.51	380.20	642.60	8.243.6
91	163.07	140.34	231.53	391.24	5.065.5
92	95.75	82.40	136.01	229.73	2.974.3
93	54.07	46.52	76.87	129.73	1.679.63
94	29.27	25.19	41.68	70.24	909.34
95	15.13	13.02	21.61	36.30	469.95
96	7.43	6.39	10.68	17.82	230.65
97	3.44	2.96	5.02	8.25	106.78
98	1.49	1.28	2.11	3.56	46.06
99	0.59	0.50	0.83	1.40	18.07
100	0.20	0.17	0.28	0.47	6.07
101	0.05	0.04	0.07	0.11	1.44

x	$K_x^{1/2}$	$K_x^{2/2}$	$K_x^{\frac{3}{2}}$	K_x^{3+4}	K_x^{5+}
15	6.337.542	1.093.888	913.978	870.583	2.760.388
16	6.004.711	1.073.401	906.011	870.583	2.760.388
17	5.668.351	1.053.870	898.416	870.583	2.760.388
18	5.358.050	1.034.164	890.132	870.583	2.760.388
19	5.076.236	1.013.399	880.903	868.605	2.760.388
20	4.822.175	991.676	869.884	864.827	2.760.073
21	4.592.739	969.124	857.556	859.415	2.758.870
22	4.383.425	945.867	844.348	852.524	2.756.286
23	4.189.366	922.295	830.369	844.575	2.752.080
24	4.006.514	899.275	816.243	835.419	2.745.622
25	3.833.020	876.559	802.014	826.183	2.737.384
26	3.667.480	854.408	787.961	816.656	2.727.618
27	3.509.360	833.053	773.876	807.341	2.716.713
28	3.358.361	812.255	760.011	797.807	2.705.231
29	3.213.548	792.010	746.583	788.306	2.693.249
30	3.074.481	772.115	733.385	778.851	2.680.839
31	2.940.570	752.582	720.438	769.085	2.667.880
32	2.811.300	733.424	707.726	759.238	2.653.915
33	2.686.552	714.481	694.927	749.340	2.638.898
34	2.566.211	695.780	682.080	739.583	2.622.483
35	2.450.015	677.344	669.066	729.977	2.604.821
36	2.337.724	659.047	655.933	720.386	2.585.786
37	2.229.130	640.784	642.728	710.552	2.565.416
38	2.123.780	622.735	629.225	700.525	2.543.624
39	2.021.405	604.676	615.617	689.970	2.520.351
40	1.921.774	586.781	601.712	679.088	2.495.443
41	1.824.924	568.900	587.581	667.944	2.469.119
42	1.730.889	550.900	573.399	656.380	2.441.519
43	1.639.694	532.992	559.114	644.683	2.412.746
44	1.551.467	515.131	544.786	632.808	2.383.206
45	1.466.127	497.375	530.466	620.909	2.352.807
46	1.383.606	479.780	516.038	609.032	2.321.400
47	1.303.768	462.315	501.484	597.139	2.288.883
48	1.226.436	444.886	486.803	585.049	2.255.045
49	1.151.527	427.343	472.073	572.614	2.219.515
50	1.078.963	409.638	457.226	559.718	2.182.013
51	1.008.697	391.809	442.281	546.412	2.142.096
52	940.773	374.028	427.023	532.630	2.099.581
53	875.231	356.216	411.574	518.392	2.054.388
54	811.995	338.518	395.725	503.729	2.006.517
55	751.020	320.809	379.525	488.636	1.956.258
56	692.237	303.104	362.897	473.039	1.903.939
57	635.730	285.356	345.770	456.770	1.849.999
58	581.535	267.586	328.202	439.726	1.794.635
59	529.730	249.871	310.190	421.862	1.737.880

x	$K_x^{1/2}$	$K_x^{2/2}$	K_x^2	K_x^{3+4}	K_x^{5+}
60	134.588	63.792.1	81.280.8	107.572	432.591
61	119.782	58.257.4	75.348.6	101.322	413.463
62	106.036	52.888.9	69.436.1	94.892	393.817
63	93.256	47.722.5	63.584.0	88.291	373.510
64	81.457	42.788.4	57.847.8	81.568	352.496
65	70.622.0	38.110.9	52.282.6	74.818.6	330.821
66	60.745.6	33.709.5	46.925.3	68.122.0	308.636
67	51.796.6	29.579.2	41.794.2	61.540.9	286.144
68	43.753.3	25.711.2	36.884.5	55.102.8	263.521
69	36.601.8	22.109.5	32.209.7	48.853.2	240.923
70	30.324.6	18.869.7	27.795.7	42.804.1	218.497
71	24.895.8	15.864.3	23.684.3	37.044.8	196.400
72	20.246.2	13.190.2	19.925.9	31.655.4	174.852
73	16.315.7	10.851.2	16.550.0	26.696.1	154.080
74	13.019.5	8.832.0	13.571.4	22.206.0	134.306
75	10.278.9	7.112.2	10.986.0	18.206.9	115.761
76	8.022.1	5.661.0	8.774.2	14.705.0	98.613
77	6.183.5	4.448.4	6.910.2	11.690.0	82.963
78	4.702.8	3.444.86	5.367.0	9.142.2	68.888
79	3.528.15	2.624.74	4.101.7	7.032.5	56.332
80	2.608.54	1.965.37	3.084.73	5.317.8	45.291.6
81	1.898.26	1.445.50	2.280.75	3.947.3	35.723.0
82	1.358.10	1.042.67	1.657.98	2.871.68	27.589.6
83	953.45	738.58	1.184.95	2.045.07	20.841.3
84	655.25	513.29	833.09	1.427.34	15.385.6
85	440.16	349.92	574.95	977.80	11.088.7
86	289.09	235.01	388.86	660.35	7.793.8
87	186.39	156.55	257.73	438.96	5.334.4
88	118.80	102.24	168.59	285.00	3.550.0
89	75.49	64.97	107.13	181.09	2.290.23
90	46.57	40.08	66.09	111.70	1.432.57
91	27.88	24.00	39.57	66.86	865.67
92	16.10	13.86	22.85	38.59	499.69
93	8.94	7.70	12.69	21.42	277.38
94	4.76	4.10	6.76	11.40	147.61
95	2.42	2.09	3.44	5.79	74.98
96	1.17	1.01	1.67	2.79	36.17
97	0.54	0.46	0.77	1.27	16.46
98	0.23	0.20	0.32	0.54	6.98
99	0.09	0.08	0.12	0.21	2.69
100	0.03	0.03	0.04	0.07	0.89
101	0.01	0.01	0.01	0.02	0.21

x	$K_x^{1/2}$	$K_x^{2/2}$	K_x^2	K_x^{3+4}	K_x^{5+}
15	3.501.571	507.024	384.510	321.237	883.076
16	3.238.942	491.775	378.580	321.237	883.076
17	2.993.297	477.512	373.033	321.237	883.076
18	2.770.959	463.425	367.097	321.237	883.076
19	2.572.843	448.827	360.609	319.847	883.076
20	2.398.412	433.814	353.009	317.241	882.859
21	2.243.153	418.583	344.666	313.578	882.045
22	2.104.178	403.141	335.897	309.003	880.329
23	1.977.762	387.785	326.791	303.825	877.472
24	1.860.894	373.072	317.763	297.973	873.459
25	1.752.099	358.827	308.840	292.181	868.293
26	1.650.251	345.198	300.194	286.319	862.285
27	1.554.803	332.307	291.691	280.696	855.702
28	1.465.374	319.990	283.479	275.051	848.902
29	1.381.226	308.226	275.676	269.529	841.940
30	1.301.942	296.884	268.152	264.139	834.865
31	1.227.038	285.958	260.910	258.676	827.436
32	1.156.094	275.444	253.934	253.272	819.772
33	1.088.924	265.244.0	247.042	247.943	811.686
34	1.025.350	255.364.4	240.255	242.788	803.009
35	965.123	245.808.4	233.510	237.809	793.855
36	908.019	236.503.6	226.832	232.931	784.175
37	853.837	227.391.5	220.243	228.025	774.011
38	802.265	218.556.1	213.633	223.116	763.343
39	753.095	209.882.6	207.097	218.046	752.165
40	706.146	201.449.9	200.545	212.918	740.428
41	661.368	193.163.6	194.012	207.766	728.211
42	618.712	184.998.6	187.579	202.521	715.691
43	578.125	177.028.6	181.221	197.315	702.930
44	539.599	169.229.2	174.964	192.130	690.031
45	503.037	161.622.1	168.829	187.032	677.007
46	468.350	154.226.2	162.764	182.040	663.805
47	435.424	147.023.7	156.762	177.135	650.395
48	404.133	139.971.4	150.822	172.243	636.703
49	374.395	133.007.0	144.974	167.306	622.598
50	346.131	126.110.7	139.191	162.283	607.991
51	319.279	119.297.4	133.480	157.198	592.736
52	293.811	112.630.6	127.759	152.031	576.796
53	269.700	106.078.1	122.076	146.793	560.171
54	246.877	99.690.5	116.356	141.501	542.893
55	225.285	93.419.5	110.619	136.156	525.095
56	204.862	87.268.1	104.842	130.737	506.917
57	185.600	81.218.1	99.004	125.191	488.530
58	167.475	75.275.1	93.128	119.491	470.014
59	150.476	69.463.1	87.217	113.629	451.391

x	D_x	N_x	N_x
60	1.496.6	10.416.5	11.164.8
61	1.345.6	9.070.9	9.743.7
62	1.205.3	7.865.6	8.468.3
63	1.075.5	6.790.1	7.327.9
64	955.60	5.834.54	6.312.34
65	845.54	4.989.00	5.411.77
66	744.53	4.244.47	4.616.74
67	652.47	3.592.00	3.918.24
68	569.23	3.022.77	3.307.39
69	493.43	2.529.34	2.776.06
70	426.00	2.103.34	2.316.34
71	365.39	1.737.95	1.920.65
72	311.25	1.426.70	1.582.33
73	264.00	1.162.70	1.294.70
74	222.20	940.50	1.051.60
75	185.46	755.04	847.77
76	153.79	601.25	678.15
77	126.44	474.81	538.03
78	103.77	371.04	422.93
79	84.320	286.723	328.883
80	68.140	218.583	252.653
81	54.458	164.125	191.354
82	42.937	121.188	142.657
83	33.317	87.871	104.530
84	25.405	62.466	75.169
85	19.007	43.459	52.963
86	13.927	29.532	36.496
87	9.975	19.557	24.545
88	6.970	12.587	16.072
89	4.740	7.847	10.217
90	3.085	4.762	6.305
91	1.973	2.789	3.776
92	1.217	1.572	2.181
93	0.722	0.850	1.211
94	0.411	0.439	0.645
95	0.223	0.216	0.328
96	0.116	0.100	0.158
97	0.057	0.043	0.072
98	0.026	0.017	0.030
99	0.011	0.006 ↑	0.012
100	0.004	0.002 ↑	0.004
101	0.002		0.001

x	D_x	N_x	\bar{N}_x
15	41.727	581.745	602.609
16	39.003	542.742	562.244
17	36.504	506.238	524.490
18	34.196	472.042	489.140
19	32.044	439.998	456.020
20	30.029	409.969	424.984
21	28.139	381.830	395.900
22	26.358	355.472	348.651
23	24.684	330.788	343.130
24	23.111	307.677	319.233
25	21.638	286.039	296.858
26	20.254	265.785	275.912
27	18.950	246.835	256.310
28	17.729	229.106	237.971
29	16.587	212.519	220.813
30	15.517	197.002	204.761
31	14.515	182.487	189.745
32	13.575	168.912	175.700
33	12.693	156.219	162.566
34	11.866	144.353	150.286
35	11.090	133.263	138.808
36	10.361	122.902	128.083
37	9.676.8	113.224.9	118.063.3
38	9.033.2	104.191.7	108.708.3
39	8.428.7	95.763.0	99.977.4
40	7.860.2	87.902.8	91.832.9
41	7.325.3	80.577.5	84.240.2
42	6.821.9	73.755.6	77.166.6
43	6.348.9	67.406.7	70.581.2
44	5.902.9	61.503.8	64.455.3
45	5.483.7	56.020.1	58.742.0
46	5.088.9	50.931.2	53.475.7
47	4.717.1	46.214.1	48.572.7
48	4.365.6	41.848.5	44.031.3
49	4.036.3	37.812.2	39.830.4
50	3.726.7	34.085.5	35.948.9
51	3.280.9	30.804.6	32.445.1
52	3.160.6	27.644.0	29.224.3
53	2.903.0	24.741.0	26.192.5
54	2.660.8	22.080.2	23.410.6
55	2.433.7	19.646.5	20.863.4
56	2.220.1	17.426.4	18.536.5
57	2.020.5	15.405.9	16.416.2
58	1.833.6	13.572.3	14.489.1
59	1.659.2	11.913.1	12.742.7

x	$K_x^{1/2}$	$K_x^{2/2}$	K_x^2	K_x^{3+4}	K_x^{5+}
60	253.324	121.166.9	155.361	207.322	847.810
61	227.053	111.346.1	144.835	196.232	813.869
62	202.372	101.729.4	134.244	184.714	778.677
63	179.260	92.386.7	123.661	172.776	741.955
64	157.720	83.379.1	113.189	160.502	703.592
65	137.752	74.758.5	102.932.1	148.064	663.645
66	119.368	66.569.6	92.964.8	135.605	622.370
67	102.560	58.811.9	83.327.3	123.244	580.125
68	87.309	51.477.7	74.017.9	111.037	537.229
69	73.620	44.583.3	65.069.4	99.074	493.972
70	61.378	38.322.6	56.539.8	87.385	450.635
71	50.787.4	32.459.5	48.519.2	76.150	407.527
72	41.630.6	27.193.1	41.117.4	65.536.2	365.090
73	33.815.8	22.542.8	34.405.6	55.576.3	323.792
74	27.200.0	18.490.2	28.427.2	46.564.4	284.104
75	21.647.1	15.005.5	23.188.7	38.461.4	246.529
76	17.030.8	12.037.0	18.664.5	31.298.3	211.453
77	13.234.2	9.532.9	14.815.3	25.072.4	179.136
78	10.147.4	7.440.9	11.598.3	19.761.0	149.795
79	7.675.3	5.715.0	8.935.4	15.321.1	123.371
80	5.721.5	4.314.1	6.774.7	11.678.2	99.917
81	4.198.1	3.199.1	5.050.3	8.738.8	79.394
82	3.028.5	2.326.88	3.701.9	6.410.0	61.784
83	2.142.97	1.662.19	2.667.9	4.603.2	47.034
84	1.485.94	1.165.05	1.891.42	3.240.1	34.995.3
85	1.006.78	801.11	1.316.36	2.238.7	25.423.2
86	667.03	542.68	897.87	1.524.75	18.013.3
87	433.87	364.55	6.0.16	1.022.13	12.429.8
88	278.95	240.08	395.86	669.27	8.340.0
89	178.74	153.84	253.66	428.85	5.425.2
90	111.19	95.70	157.80	266.77	3.421.9
91	67.12	57.77	95.27	161.04	2.085.1
92	39.08	33.63	55.47	93.75	1.213.85
93	21.88	18.83	31.07	52.49	679.60
94	11.75	10.11	16.69	28.17	364.77
95	6.02	5.18	8.57	14.43	186.90
96	2.93	2.52	4.19	7.02	90.95
97	1.35	1.16	1.95	3.22	41.75
98	0.58	0.50	0.81	1.38	17.86
99	0.23	0.20	0.31	0.54	6.95
100	0.08	0.07	0.10	0.18	2.32
101	0.02	0.02	0.02	0.04	0.55

x	$K_x^{1/2}$	$K_x^{2/2}$	K_x^2	K_x^{3+4}	K_x^{5+}
15	4.687.883	733.595	585.762	520.801	1.540.865
16	4.363.690	715.932	578.893	520.801	1.540.865
17	4.076.459	699.254	572.407	520.801	1.540.865
18	3.814.005	682.625	565.400	520.801	1.540.865
19	3.577.916	665.229	557.668	519.144	1.540.865
20	3.367.103	647.204	548.525	516.009	1.540.604
21	3.178.545	628.644	538.393	511.561	1.539.615
22	3.008.155	609.712	527.641	505.951	1.537.511
23	2.851.688	590.706	516.370	499.542	1.533.975
24	2.705.660	572.322	505.089	492.230	1.528.961
25	2.568.426	554.353	493.834	484.924	1.522.445
26	2.438.731	536.998	482.824	477.459	1.514.794
27	2.316.028	520.426	471.894	470.231	1.506.332
28	2.199.967	504.441	461.237	462.904	1.497.507
29	2.089.721	489.029	451.014	455.670	1.488.385
30	1.984.858	474.027	441.062	448.541	1.479.028
31	1.884.845	459.439	431.392	441.247	1.469.349
32	1.789.147	445.267	421.988	433.962	1.459.018
33	1.697.743	431.388	412.610	426.710	1.448.015
34	1.610.408	417.785	403.287	419.629	1.436.095
35	1.526.884	404.533	393.932	412.724	1.423.399
36	1.446.936	391.506	389.582	405.895	1.409.847
37	1.370.357	378.627	280.270	398.960	1.395.482
38	1.296.772	366.021	370.838	391.956	1.380.261
39	1.225.947	353.528	361.424	384.654	1.364.160
40	1.157.677	341.266	346.896	377.197	1.347.092
41	1.091.944	329.102	337.305	369.633	1.329.158
42	1.028.731	317.002	327.771	361.858	1.310.604
43	968.010	305.078	318.260	354.070	1.291.512
44	909.824	293.298	308.810	346.239	1.272.030
45	854.078	281.699	299.456	338.466	1.252.173
46	800.687	270.315	290.121	330.782	1.231.853
47	749.524	259.123	280.794	323.161	1.211.015
48	700.439	248.060	271.475	315.487	1.189.537
49	653.345	237.031	262.214	307.669	1.167.200
50	608.159	226.006	252.969	299.639	1.143.848
51	564.821	215.010	243.752	291.432	1.119.228
52	523.326	204.148	234.431	283.013	1.093.256
53	483.668	193.370	225.083	274.398	1.065.911
54	445.770	182.764	215.584	265.610	1.037.221
55	409.575	172.252	205.968	256.651	1.007.387
56	375.013	161.842	196.192	247.480	976.626
57	342.106	151.506	186.218	238.006	945.214
58	310.846	141.256	176.085	228.175	913.280
59	281.249	131.135	165.794	217.969	880.855

x	D_x	N_x	\bar{N}_x
60	2.643.0	19.613.4	20.934.9
61	2.399.0	17.214.4	18.413.9
62	2.169.3	15.045.1	16.129.8
63	1.954.0	13.091.1	14.058.1
64	1.752.8	11.338.3	12.214.7
65	1.565.7	9.772.6	10.555.5
66	1.391.8	8.380.8	9.076.7
67	1.231.3	7.149.5	7.765.2
68	1.084.5	6.063.0	6.607.3
69	949.00	5.116.00	5.590.50
70	827.12	4.288.88	4.702.44
71	716.20	3.572.68	3.930.78
72	615.89	2.956.79	3.264.74
73	527.37	2.429.42	2.693.11
74	448.09	1.981.33	2.205.38
75	378.45	1.602.88	1.792.11
76	316.07	1.286.81	1.444.85
77	262.94	1.023.87	1.155.34
78	217.36	806.51	915.19
79	178.29	628.22	717.37
80	145.45	482.77	555.50
81	117.36	365.41	424.09
82	93.410	271.997	318.702
83	73.172	198.825	235.411
84	56.327	142.498	170.662
85	42.542	99.956	121.227
86	31.468	68.488	84.222
87	22.755	45.733	57.111
88	16.051	29.682	37.708
89	11.020	18.662	24.172
90	7.241	11.421	15.042
91	4.674	6.747	9.084
92	2.912	3.835	5.291
93	1.742	2.093	2.964
94	1.002	1.091	1.592
95	0.550	0.541	0.816
96	0.287	0.254	0.398
97	0.142	0.112	0.183
98	0.066	0.046	0.079
99	0.029	0.017	0.032
100	0.012	0.005	0.011
101	0.004	0.001	0.003
102	0.001	—	0.001

x	D_x	N_x	N_x
15	48.102	767.620	791.671
16	45.890	722.230	744.925
17	42.887	679.343	700.787
18	40.558	638.785	659.064
19	38.368	600.417	619.601
20	36.298	564.119	582.268
21	34.337	529.782	546.951
22	32.470	497.312	513.547
23	30.697	466.615	481.964
24	29.015	437.600	452.108
25	27.533	410.067	423.844
26	25.914	384.153	397.110
27	24.476	359.677	371.915
28	23.118	336.559	348.118
29	21.834	314.725	325.642
30	20.620	294.105	304.415
31	19.473	274.632	284.369
32	18.385	256.247	265.440
33	17.355	238.892	247.570
34	16.378	222.514	230.703
35	15.453	207.061	214.788
36	14.575	192.486	199.774
37	13.805	178.681	185.584
38	12.950	165.731	172.206
39	12.199	153.532	159.632
40	11.484	142.018	147.790
41	10.804	131.244	136.646
42	10.158	121.086.4	126.165.4
43	9.543.5	111.542.9	116.314.6
44	8.957.6	102.585.3	107.064.1
45	8.400.7	94.184.6	98.385.0
46	7.870.2	86.314.4	90.249.5
47	7.361.6	78.949.8	82.632.1
48	6.880.8	72.069.0	75.509.4
49	6.422.4	65.646.6	68.857.8
50	5.986.2	59.660.4	62.653.5
51	5.571.0	54.089.4	56.874.9
52	5.174.1	48.915.3	51.502.4
53	4.797.7	44.117.6	46.516.5
54	4.439.3	39.678.3	41.898.0
55	4.099.0	35.579.3	37.628.8
56	3.774.9	31.804.4	33.691.9
57	3.468.2	28.336.2	30.570.3
58	3.177.3	25.158.9	26.747.6
59	2.902.5	22.256.4	23.707.7

x	D_x	N_x	\bar{N}_x
60	4.692.9	37.248.4	39.594.9
61	4.800.8	32.947.6	35.098.0
62	3.926.4	29.021.2	30.984.4
63	3.570.8	25.450.4	27.235.8
64	3.233.8	22.216.6	23.833.5
65	2.916.4	19.300.2	20.758.4
66	2.617.4	16.682.8	17.991.5
67	2.337.9	14.344.9	15.513.9
68	2.078.8	12.266.1	13.305.5
69	1.836.7	10.429.4	11.347.8
70	1.616.2	8.813.2	9.621.3
71	1.412.9	7.400.3	8.106.8
72	1.226.7	6.173.6	6.787.0
73	1.060.5	5.113.1	5.643.4
74	909.72	4.203.39	4.658.25
75	773.93	3.429.46	3.816.43
76	654.09	2.775.37	3.102.42
77	549.37	2.226.00	2.500.69
78	458.50	1.767.50	1.996.75
79	379.72	1.387.78	1.577.64
80	312.75	1.075.03	1.231.41
81	254.76	820.27	947.65
82	204.73	615.54	717.91
83	161.92	453.62	534.58
84	125.84	327.78	390.70
85	95.956	231.820	279.798
86	71.660	160.160	195.990
87	52.317	107.843	134.002
88	37.260	70.583	89.213
89	25.827	44.756	57.670
90	17.132	27.624	36.190
91	11.165	16.459	22.042
92	7.023	9.436	12.948
93	4.242	5.194	7.315
94	2.462	2.732	3.963
95	1.365	1.367	2.050
96	0.720	0.647	1.007
97	0.360	0.287	0.467
98	0.170	0.117	0.202
99	0.075	0.042	0.080
100	0.030	0.012	0.027
101	0.010	0.002	0.007
102	0.002	0.000	0.000

x	D_x	N_x	\bar{N}_x
15	55.526	1.028.885	1.056.648
16	52.900	975.985	1.002.435
17	50.464	925.521	950.753
18	48.182	877.339	901.430
19	46.018	831.321	854.230
20	43.954	787.357	809.344
21	41.979	745.388	766.378
22	40.078	705.310	725.349
23	38.255	667.055	686.183
24	36.506	630.549	648.802
25	34.837	595.712	613.131
26	33.235	562.477	579.095
27	31.693	530.784	546.631
28	30.222	500.562	515.673
29	28.818	471.744	486.153
30	27.477	444.267	458.006
31	26.197	418.070	431.169
32	24.973	393.097	405.584
33	23.799	369.298	381.198
34	22.676	346.622	357.960
35	21.601	325.021	335.822
36	20.569	304.452	314.737
37	19.580	284.872	294.662
38	18.629	266.243	275.558
39	17.717	248.526	257.385
40	16.840	231.686	240.106
41	15.995	215.691	223.689
42	15.183	200.508	208.100
43	14.402	186.106	193.307
44	13.648	172.458	179.282
45	12.922	159.536	165.997
46	12.222	147.314	153.425
47	11.547	135.767	141.541
48	10.892	124.875	130.321
49	10.265	114.610	119.743
50	9.659.4	104.930.3	119.780.0
51	9.075.9	95.874.4	100.412.4
51	8.510.3	87.364.1	91.619.3
53	7.967.0	79.397.1	83.380.6
54	7.442.7	71.954.4	75.675.8
55	6.938.3	65.016.1	68.485.3
56	6.451.1	58.565.0	61.790.6
57	5.984.1	52.580.9	55.573.0
58	5.534.9	47.046.0	49.813.5
59	5.104.7	41.941.3	44.493.7

7.46.0

igualmente durante todo el año, y, por lo tanto, los invalidados durante el año expuestos a riesgo de muerte como válidos por medio año en promedio, y como inválidos por el medio año restante.

Simbolizamos por $q_z^{i(x)}$ la probabilidad que tiene un individuo invalidado en el año x , de morir durante el año z de edad.

A estas probabilidades corresponden las probabilidades de supervivencia,

$$p_x^{aa}, p_x^{ii}, p_z^{i(x)}, \text{ respectivamente.}$$

Observemos que, como se comprobará más adelante

$$p_x^{aa} \neq p_x^{ii} \neq p_x$$

$$\text{y } p_z^{i(x)} \neq p_z^{i(x+1)} \neq p_z^{i(x+2)}, \text{ etc.}$$

3. -- LA PROBABILIDAD DE MUERTE

Las tablas comunes de supervivencia comprenden a la vez los individuos válidos e inválidos de la población considerada, y la mortalidad que ellas arrojan es un promedio de la mortalidad general de válidos e inválidos.

Pero debemos observar que al producirse la invalidez de un individuo, ocurre en virtud de una lesión que afecta fuertemente su vitalidad, y, por lo tanto, modifica fundamentalmente su probabilidad de supervivencia.

Las tablas de Klein, de extinción de las pensiones por edades a la entrada, que damos más adelante, arrojan, para los individuos de 30, 50 y 70 años, por ejemplo, las siguientes probabilidades de extinción de las pensiones (un 5 por ciento de las extinciones corresponden a reactividades, es decir, reingreso del individuo en el grupo de los válidos) (1):

(1) AUGUSTO BUNGE. Op. cit. p. 642. — De esta obra tomamos gran parte de los datos empleados en este capítulo, por lo cual excusamos repetir la cita.

$$\begin{aligned}
 q_{30} &= 0.0067 & q_{30}^{i(20)} &= 0.0325 & q_{30}^{i(25)} &= 0.0619 & q_{30}^{i(30)} &= 0.3990 \\
 q_{50} &= 0.0156 & q_{50}^{i(40)} &= 0.0412 & q_{50}^{i(45)} &= 0.0568 & q_{50}^{i(50)} &= 0.2215 \\
 q_{70} &= 0.0703 & q_{70}^{i(60)} &= 0.0867 & q_{70}^{i(65)} &= 0.0867 & q_{70}^{i(70)} &= 0.1138
 \end{aligned}$$

La primera cantidad de cada línea (q_x), que representa la mortalidad general de la población, corresponde a la estadística general del Imperio Alemán (1910).

Como se ve, la mortalidad de los recién invalidados difiere de la mortalidad general en una proporción mucho mayor en las edades tempranas que en las avanzadas; y a medida que se aleja la fecha de la invalidez, la mortalidad desciende, hasta igualarse a la mortalidad general en un período variable.

El primer hecho se debe a las causas de la invalidez; en las edades tempranas la causa más frecuente de invalidez es la tuberculosis, mientras que en los últimos años predominan la debilidad, anemia y marasmo senil; en general, a los primeros años la invalidez se debe a una grave lesión orgánica, mientras que en los últimos es una anticipación de la invalidez senil.

Transcribimos, como comprobación, algunos datos de la estadística del seguro alemán. Sobre 1,000 invalidados en cada grupo de edad, se deben a tuberculosis (A) y a debilidad, anemia, marasmo senil (B), el siguiente número de inválidos:

GRUPOS DE EDAD	GRUPOS PROFESIONALES					
	(1)		(2)		(3)	
	(A)	(B)	(A)	(B)	(A)	(B)
20-24	412	47	671	39	611	40
30-34	303	63	535	62	446	52
40-44	197	103	369	113	292	80
50-54	105	171	174	209	131	162
60-64	35	195	58	224	42	187

- (1) Agricultura, ganadería, bosques y pesca.
- (2) Industria y minería y construcciones.
- (3) Comercio y transportes.

x	\bar{D}_x^{aa}	N_x^{aa}	\bar{N}_x^{aa}	I_x
20	31.298	549.675	567.824	12.494.77
21	34.332	515.343	532.509	12.492.19
22	32.462	482.881	499.112	12.486.40
23	30.687	452.194	467.538	12.477.23
24	29.001	423.193	437.694	12.465.32
25	27.409	395.784	409.489	12.450.64
26	25.896	369.888	382.836	12.433.20
27	24.454	345.434	357.661	12.412.75
28	23.093	322.341	333.888	12.389.09
29	21.806	300.535	311.438	12.362.20
30	20.588	279.947	290.241	12.331.62
31	19.435	260.512	270.230	12.296.28
32	18.343	242.169	251.341	12.256.17
33	17.306	224.863	233.516	12.210.70
34	16.322	208.541	216.702	12.158.23
35	15.389	193.152	200.847	12.098.04
36	14.502	178.650	185.901	12.029.31
37	13.658	164.992	171.821	11.948.85
38	12.856	152.136	158.564	11.859.87
39	12.095	140.011	146.089	11.761.14
40	11.370	128.671	134.356	11.652.34
41	10.681	117.990	123.331	11.533.68
42	10.027	107.963.3	112.977.3	11.406.48
43	9.403.9	98.559.4	103.261.4	11.271.13
44	8.810.6	89.748.8	94.154.1	11.125.34
45	8.241.8	81.504.0	85.626.4	10.973.60
46	7.704.8	73.799.2	77.651.6	10.812.80
47	7.185.7	66.613.5	70.206.4	10.640.41
48	6.687.5	59.926.0	63.269.8	10.454.07
49	6.212.2	53.713.8	56.819.9	10.252.11
50	5.759.3	47.954.5	50.834.2	10.033.32
51	5.325.4	42.629.1	45.291.8	9.787.46
52	4.911.1	37.718.0	40.123.6	9.532.84
53	4.518.0	33.200.0	35.459.0	9.261.21
54	4.143.5	29.056.5	31.128.3	8.970.50
55	3.788.1	25.268.4	27.163.5	8.666.89
56	3.451.4	21.817.0	23.512.7	8.348.46
57	3.133.2	18.683.8	20.250.4	8.018.97
58	2.829.3	15.854.5	17.269.2	7.677.16
59	2.540.7	13.313.8	14.584.2	7.321.97
60	2.263.2	11.050.6	12.182.2	6.950.86
61	1.996.6	9.054.0	10.052.3	6.559.36
62	1.724.9	7.329.1	8.191.6	6.142.79
63	1.498.1	5.831.0	6.580.1	5.699.47
64	1.272.2	4.557.8	5.194.9	5.226.22

x	\overline{D}_x^{aa}	\overline{N}_x^{aa}	\overline{N}_x^{aa}	I_x
65	1,065.2	3,493.64	4,026.24	4,735.25
66	878.72	2,614.92	3,054.28	4,228.16
67	714.97	1,899.95	2,257.44	3,713.19
68	570.92	1,329.03	1,614.49	3,198.14
69	442.70	886.33	1,107.68	2,688.68
70	336.16	550.17	718.25	2,190.59
71	243.96	306.21	428.19	1,709.40
72	167.51	138.70	222.46	1,249.24
73	99.74	38.96	88.83	811.36
74	38.96	—	19.48	393.08

APÉNDICES

Fórmula 4

Ficha individual (Watson)

Sociedad					
Distrito					
Nombre o número del socio.....					
Ocupación actual.....					
Subsidio semanal de enfermedad.....					
Nacido el mes..... Año.....		Reservado para el actuario			
Ingresado el mes..... Año.....				E.	S.
Edad de ingreso (al cumpleaños más próximo).....					
Egresado el mes..... Año.....					
Fallecido..... Año.....					
<p>Si se encuentra enfermo al iniciarse la ficha, indicar la fecha en que empezó la enfermedad.....</p> <hr/> <p>Ha sufrido algún ataque de enfermedad durante el período de observación?.....</p>					

Fórmula 4 bis

Reverso

Ataques de enferm. (1)			N.º o nombre del socio												
Empezó	Terminó	Asistencias en cada año												
Año y mes	Año y mes	S.	D.	Reservado para uso del actuario											
				Año	Edad	A		B		C		D		E	
						S.	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
Total.....															

(1) Clasificar por separado cada ataque de enfermedad.

Las columnas E y S sirven para anotar la edad del socio al entrar y salir de la observación; y en las señaladas A, B, C, D, E se clasifican los ataques de enfermedad por 1.º trimestre, 2.º trimestre, 2.º semestre, 2.º año y resto de enfermedad.

APÉNDICE II

I. — Morbilidad, mortalidad y morbilidad absoluta de diversas tablas

Grupos de edad	ANSELL 1823-27	NEISON 1836-40	FINLAISON 1846-50	A. O. F. 1871-75	SUTTON 1876-83
a) MORBOSIDAD.					
					m_x
20 — 24	5.495	5.999	6.895	5.733	5.93
25 — 29	5.775	6.230	6.895	5.971	6.09
30 — 34	6.251	6.419	6.597	6.776	7.14
35 — 39	7.063	7.252	7.637	8.050	8.68
40 — 44	8.365	8.911	8.589	9.611	11.69
45 — 49	10.325	11.438	10.059	11.949	12.93
50 — 54	13.230	15.267	12.124	15.855	16.73
55 — 59	18.102	21.336	15.239	22.470	23.52
60 — 64	27.937	33.215	21.826	32.158	36.05
65 — 69	52.297	70.084	32.354	55.797	45.11
70 — 74		115.703	53.676	83.993	101.22
75 — 79		175.448	77.492	123.634	141.89
b) MORTALIDAD.					
					q_x
20 — 24	.00679	.00667	.00748	.00743	.0057
25 — 29	.00989	.00726	.00729	.00729	.0062
30 — 34	.01143	.00774	.00796	.00886	.0078
35 — 39	.01788	.00875	.00893	.01092	.0098
40 — 44	.01663	.00992	.01100	.01284	.0116
45 — 49	.02014	.01201	.01306	.01658	.0148
50 — 54	.02290	.01567	.01636	.02045	.0190
55 — 59	.03635	.02120	.02360	.02973	.0278
60 — 64	.04433	.02772	.02855	.03802	.0391
65 — 69	.05501	.03968	.04391	.05843	.0571
70 — 74		.06732	.06203	.08003	.0807
75 — 79		.08146	.09209	.14259	.1215
c) MORBOSIDAD ABSOLUTA.					
					$(ma)_x$
20 — 24	5.514	6.019	6.921	5.755	5.947
25 — 29	5.804	6.253	6.920	5.993	6.109
30 — 34	6.287	6.444	6.623	6.806	7.168
35 — 39	7.127	7.284	7.672	8.094	8.723
40 — 44	8.433	8.955	8.637	9.673	11.759
45 — 49	10.430	11.517	10.125	12.049	13.026
50 — 54	13.383	15.388	12.224	16.019	16.890
55 — 59	18.457	21.565	15.411	22.809	23.851
60 — 64	28.570	33.682	22.142	32.781	36.767
65 — 69	53.777	71.503	33.080	57.476	46.435
70 — 74		119.733	55.394	87.494	105.262
75 — 79		182.897	81.232	133.124	151.058

I. — Morbosidad, mortalidad y morbosidad absoluta de diversas tablas

(continuación)

Grupos de edad	MANCHESTER UNITY			
	1846-48	1856-60	1866-70	1893-97
a) MORBOSIDAD.				
				m_x
20 — 24	4.736	5.803	5.278	6.289
25 — 29	5.306	5.740	5.642	6.635
30 — 34	5.859	6.006	6.496	7.400
35 — 39	6.412	7.028	7.434	8.859
40 — 44	8.155	8.673	8.827	11.008
45 — 49	9.793	10.815	11.452	13.849
50 — 54	13.027	14.077	15.554	19.088
55 — 59	20.069	21.175	21.329	27.818
60 — 64	28.798	32.466	33.005	43.384
65 — 69	40.047	50.155	50.659	72.128
70 — 74	49.294	84.392	84.434	116.879
75 — 79		116.459	118.311	165.452
b) MORTALIDAD.				
				q_x
20 — 24	.00740	.00758	.00643	.0037
25 — 29	.00790	.00748	.00762	.0046
30 — 34	.00870	.00834	.00818	.0055
35 — 39	.00916	.00991	.00977	.0070
40 — 44	.01165	.01178	.01258	.0095
45 — 49	.01399	.01421	.01429	.0117
50 — 54	.01861	.01795	.01905	.0169
55 — 59	.02867	.02609	.02492	.0243
60 — 64	.04114	.03566	.03537	.0356
65 — 69	.05721	.05499	.05209	.0541
70 — 74	.07012	.06825	.07811	.0809
75 — 79		.11538	.09950	.1204
c) MORBOSIDAD ABSOLUTA.				
				$(ma)_x$
20 — 24	4.754	5.826	5.294	6.30
25 — 29	5.327	5.762	5.661	6.65
30 — 34	5.885	6.031	6.523	7.42
35 — 39	6.442	7.063	7.470	8.89
40 — 44	8.203	8.724	8.882	11.06
45 — 49	9.862	10.892	11.534	13.93
50 — 54	13.149	14.204	15.703	19.25
55 — 59	20.361	21.465	21.598	28.14
60 — 64	29.403	33.055	33.599	44.17
65 — 69	41.226	51.573	52.013	74.13
70 — 74	51.097	87.373	87.865	121.80
75 — 79		123.588	125.558	176.05

II. — CIFRAS COMPARATIVAS

Grupos de edad	ANSELL 1823-27	NEISON 1836-40	FINLAISSON 1846-50	A. O. F. 1871-75	SUTTON 1876-80
<i>a) MORBOSIDAD.</i>					m_x
20 — 24	0.88	0.96	1.01	0.91	0.95
25 — 29	0.87	0.94	1.04	0.89	0.92
30 — 34	0.85	0.87	0.89	0.92	0.97
35 — 39	0.80	0.82	0.86	0.91	0.98
40 — 44	0.76	0.81	0.78	0.86	1.06
45 — 49	0.75	0.83	0.78	0.86	0.93
50 — 54	0.69	0.80	0.64	0.83	0.88
55 — 59	0.65	0.77	0.55	0.81	0.85
60 — 64	0.65	0.77	0.51	0.74	0.83
65 — 69	0.73	0.99	0.45	0.77	0.63
70 — 74		0.99	0.46	0.72	0.86
75 — 79		1.06	0.47	0.75	0.86
<i>b) MORTALIDAD.</i>					q_x
20 — 24	1.83	1.81	2.02	2.01	1.54
25 — 29	2.15	1.58	1.58	1.58	1.35
30 — 34	2.08	1.41	1.45	1.61	1.42
35 — 39	2.55	1.25	1.27	1.55	1.40
40 — 44	1.75	1.04	1.16	1.35	1.22
45 — 49	1.72	1.03	1.12	1.42	1.26
50 — 54	1.36	0.93	0.96	1.21	1.15
55 — 59	1.50	0.88	0.98	1.23	1.15
60 — 64	1.25	0.78	0.80	1.07	1.10
65 — 69	1.02	0.73	0.81	1.08	1.05
70 — 74		0.83	0.77	0.99	1.00
75 — 79		0.68	0.76	1.18	1.01
<i>c) MORBOSIDAD ABSOLUTA.</i>					$(ma)_x$
20 — 24	0.88	0.96	1.01	0.91	0.94
25 — 29	0.87	0.94	1.04	0.90	0.92
30 — 34	0.85	0.87	0.89	0.92	0.96
35 — 39	0.80	0.82	0.86	0.91	0.98
40 — 44	0.76	0.81	0.78	0.87	1.06
45 — 49	0.75	0.83	0.73	0.87	0.94
50 — 54	0.69	0.80	0.63	0.83	0.88
55 — 59	0.65	0.77	0.55	0.81	0.85
60 — 64	0.65	0.76	0.50	0.74	0.83
65 — 69	0.73	0.96	0.45	0.79	0.63
70 — 74		0.98	0.45	0.72	0.86
75 — 79		1.04	0.46	0.75	0.86

II. — CIFRAS COMPARATIVAS

(continuación)

Grupos de edad	MANCHESTER UNITY			
	1846-48	1855-60	1866-70	1893-97
<i>a) MORBOSIDAD.</i>				m_x
20 — 24	0.76	0.93	0.81	1.00
25 — 29	0.80	0.87	0.85	1.00
30 — 34	0.79	0.81	0.88	1.00
35 — 39	0.73	0.80	0.81	1.00
40 — 44	0.74	0.78	0.80	1.00
45 — 49	0.71	0.78	0.83	1.00
50 — 54	0.68	0.74	0.82	1.00
55 — 59	0.72	0.76	0.77	1.00
60 — 64	0.66	0.75	0.76	1.00
65 — 69	0.56	0.70	0.70	1.00
70 — 74	0.42	0.72	0.72	1.00
75 — 79		0.71	0.72	1.00
<i>b) MORTALIDAD.</i>				q_x
20 — 24	2.00	2.05	1.74	1.00
25 — 29	1.72	1.62	1.66	1.00
30 — 34	1.58	1.52	1.49	1.00
35 — 39	1.31	1.42	1.39	1.00
40 — 44	1.22	1.24	1.32	1.00
45 — 49	1.20	1.21	1.22	1.00
50 — 54	1.10	1.06	1.13	1.00
55 — 59	1.18	1.08	1.03	1.00
60 — 64	1.16	1.00	0.99	1.00
65 — 69	1.06	1.02	0.96	1.00
70 — 74	0.87	0.84	0.96	1.00
75 — 79		0.95	0.83	1.00
<i>c) MORBOSIDAD ABSOLUTA.</i>				$(ma)_x$
20 — 24	0.76	0.92	0.81	1.00
25 — 29	0.80	0.87	0.85	1.00
30 — 34	0.79	0.81	0.88	1.00
35 — 39	0.73	0.79	0.84	1.00
40 — 44	0.74	0.79	0.80	1.00
45 — 49	0.71	0.78	0.83	1.00
50 — 54	0.68	0.74	0.82	1.00
55 — 59	0.72	0.76	0.77	1.00
60 — 64	0.67	0.75	0.76	1.00
65 — 69	0.55	0.69	0.70	1.00
70 — 74	0.42	0.72	0.72	1.00
75 — 79		0.70	0.71	1.00

APÉNDICE III

Método de valuación "por edades pasadas" de Hardy

Expuesto por A. W. WATSON, (Friendly Society Finance, págs. 68 a 70).

Sea n_x el número de individuos asegurados, de edad x .

El valor de las anualidades a percibirse por primas es:

$$\begin{aligned}
 & n_x (1 + a_x) + n_{x+1} (1 + a_{x+1}) + n_{x+2} (1 + a_{x+2}) + \dots = \\
 & n_x \left(\frac{D_x}{D_x} + \frac{D_{x+1}}{D_x} + \frac{D_{x+2}}{D_x} + \dots \right) + \\
 & \quad + n_{x+1} \left(\frac{D_{x+1}}{D_{x+1}} + \frac{D_{x+2}}{D_{x+1}} + \dots \right) + \\
 & \quad \quad + n_{x+2} \left(\frac{D_{x+2}}{D_{x+2}} + \dots \right) + \\
 & \quad \quad \quad + \dots = \\
 & = \frac{n_x}{D_x} D_x + \left(\frac{n_x}{D_x} + \frac{n_{x+1}}{D_{x+1}} \right) D_{x+1} + \\
 & \quad + \left(\frac{n_x}{D_x} + \frac{n_{x+1}}{D_{x+1}} + \frac{n_{x+2}}{D_{x+2}} \right) D_{x+2} + \dots
 \end{aligned}$$

Se hace la suma continua de la columna $\frac{n_x}{D_x}$ y luego se calcula

$$\left(\sum_{x+k}^x \frac{n_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k} \quad (1)$$

valor total de las anualidades unitarias pagaderas al

empezar el año $x + k$ de edad, por todas las personas que tienen hoy entre x y $x + k$ años.

Para hallar el valor de las indemnizaciones de enfermedad, correspondientes, se introduce la tasa de enfermedad como factor en la fórmula (1), es decir:

$$\left(\sum_{x+k}^x \frac{D_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k} \cdot s_{x+k} \quad (2)$$

y para la indemnización en caso de muerte

$$\left(\sum_{x+k}^x \frac{n_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k} \cdot q_{x+k} \quad (3)$$

El pasivo neto del seguro enfermedad o indemnización de muerte, es, por lo tanto, supuesta una indemnización diaria unitaria en caso de enfermedad, un capital asegurado en caso de muerte igual a C , y la prima total para ambos seguros P ,

$$\left(\sum_{x+k}^x \frac{n_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k} (m_{x+k} + Cq_{x+k} - P)$$

Si la tasa de enfermedad se refiere a los individuos vivientes al iniciarse el año (m_x) y la prima se abona en forma continua (\bar{P}_x), la expresión anterior se modifica en la siguiente forma:

$$\left(\sum_{x+k}^x \frac{n_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k} \left\{ m_{x+k} + Cq_{x+k} - \right. \\ \left. - P \left(1 - \frac{1}{2}q_{x+k} \right) \left(1 - \frac{1}{2}i \right) \right\}$$

Si los beneficios o las primas no son iguales para todos los socios, debe hacerse la correspondiente corrección en n_x .

Si se emplea la tasa central (absoluta) de enfermedad, conviene emplear en las expresiones anteriores, valores centrales de comutación,

$$(1) \text{ se convierte en } \left(\sum_{x+k}^x \frac{n_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k} + \frac{1}{2} \quad (6)$$

$$(2) \text{ » » » } \left(\sum_{x+k}^x \frac{n_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k} + \frac{1}{2} \cdot m_{x+k} + \frac{1}{2} \quad (7)$$

(3) se convierte en $\left(\sum_{x+k}^x \frac{n_x}{D_x} \right) \cdot D_{x+k+\frac{1}{2}} \cdot P_{x+k+\frac{1}{2}}$ (8)

La gran utilidad práctica de este plan consiste en la facilidad que ofrece para alterar los valores de la tasa de morbosidad, por edades o grupos de edades determinados.

Puede, por ejemplo, resultar conveniente el empleo de una tabla cualquiera de morbosidad, pero ajustando los valores, por adición o substracción de determinados porcentajes en cada grupo quinquenal o decenal de edad.

La operación puede practicarse con gran economía de tiempo empleando el siguiente formulario:

x	n_x	D_x^{-1}	$n_x \cdot D_x^{-1}$	Σ (3)	$D_{x+\frac{1}{2}}$	(4) X (5)	$(ma)_x$	(6) X (7)	Factor de variación de $(ma)_x$	(8) x (9) Valor final de las indemn. de enfermedad.
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

La columna (4) es la suma continua de la columna (3), desde la edad más baja hasta (x).

FÉ DE ERRATAS

Página	Línea	En vez de	Léase
52	13	0.00003	0.00033
55	últ.	—————	nula —————
57	últ.	$\frac{1}{v^x} \cdot K^{\overline{ai}}$	$\frac{1}{v_x} \cdot K_x^{\overline{ai}}$
60	1	${}_{y-x} \overline{a}_x = \frac{\overline{N}_x}{D_x}$	${}_{y-x} \overline{a}_x = \frac{\overline{N}_y}{D_x}$
IX	$l_{54}^{\overline{ai}}$	848	840
XV	N_{38}	47.016.0	47.046.0

Mathematical analysis