Estudio sobre el seguro hipotecario

Mascarenhas, Guillermo

1947

Tesis.

ESTUDIO SOBRE EL SEGURO HIPOTECARIO

INSTITUTO DE BIOMETRIA

Director : Dr. José Barral Souto

Trabajo de 5° año de Actuarial realizado por

GUILLERMO MASCARENHAS

G. Mascarenhas

INTRODUCCION

Uno de los principales problemas que debe afrontar el jefe de una familia que necesita recurrir al préstamo hipotecario para adquirir su casa propia, reside en que la posibilidad de su fallecimiento y, por consecuencia, la desaparición de sus ingresos, pueda colocar a su familia ante la imposibilidad de continuar haciendo las amortizaciones previstas.

Este riesgo se cubre hoy por medio del seguro de vida, en sus distintos planes. El más corriente es el denominado "Seguro Hipotecario", que no es otra cosa que un seguro temporario (por la duración de la hipoteca) decreciente (de acuerdo con el saldo de la deuda).

En ciertas oportunidades la gente prefiere cubrir este riesgo por medio de un seguro Dotal, llevados por una doble finalidad:

1°.- Cubrir la posibilidad de muerte previendo el pago de un capital más que suficiente para que su familia cancele la deuda.

2°.- Constituir un fondo (el valor de rescate de la póliza dotal) que le permita amortizar su deuda antes del término previsto en la hipoteca.

Estas mismas dos finalidades pueden cubrirse también, con menos primas, mediante cualquiera de los seguros Vida Entera (Ordinario de Vida o Vida Pagos Limitados), sólo que en estos planes el valor de rescate es menor que en los seguros Dotales y, por ende, el momento en que el valor de rescate iguala al saldo de la deuda, es más distante de la fecha de contratación del seguro.

Además, cuando el interés del préstamo y el de la tabla de conmutación son iguales, se puede resolver el problema mediante el "Seguro de Anualidad" o "Renta Post-Mortem", con el que se asegura el pago de los servicios hipotecarios.

El seguro hipotecario presenta ciertos inconvenientes para calcularlo y esta es la razón del presente trabajo, que sin pretender resolver completamente el problema, creemos puede abreviar un poco la tarea.

a) PRIMA DEL SEGURO HIPOTECARIO EN FUNCION DE LA FORMULA "SALDO DE LA DEUDA"

I.- Este sistema parte de la utilización de la fórmula que en matemáticas financieras sirve para expresar el "Saldo de la Deuda".

Suponiendo que se trata de extinguir en n períodos la deuda de un capital unitario, el saldo de la deuda luego de corridos m-1 períodos, y al comenzar el emésimo, cuando los servicios se pagan adelantados, es

$$S_m = 1 - \frac{s_{\overline{m}|}}{s_{\overline{n}|}} = 1 - a\, s_{\overline{m}|} \qquad ? \qquad (1)$$

donde el fondo amortizante es

$$a = s_{\overline{n}|}^{-1} \qquad ?$$

La fórmula (1), a los efectos de la aplicación que hacemos, se puede transformar en

$$S_m = 1 - a\,\frac{(1+i)^m - 1}{d} \qquad (2)$$

$$= 1 + \frac{a}{d} - \frac{a}{d}(1+i)^m$$

llamamos

$$K_1 = 1 + \frac{a}{d} \quad y \quad K_2 = \frac{a}{d} \qquad (2')$$

pues son valores constantes, una vez determinado el capital, la tasa de interés, de amortización y el plazo.

Podemos escribir entonces:

$$S_m = K_1 - K_2(1+i)^m \qquad (3)$$

II.- Si ahora queremos calcular la prima única de un seguro temporario cuyo capital decrece con el saldo de la deuda, tenemos:

$${}_{/n}A_x^{S.H.} = \frac{1}{D_x}\left\{C_x\left[K_1 - K_2(1+i)^0\right] + C_{x+1}\left[K_1 - K_2(1+i)^1\right] + \ldots + C_{x+n-1}\left[K_1 - K_2(1+i)^{n-1}\right]\right\} = \qquad (4)$$

$$= \frac{1}{D_x}\left\{K_1(C_x + C_{x+1} + \ldots + C_{x+n-1}) - K_2\left[C_x(1+i)^0 + C_{x+1}(1+i)^1 + \ldots + C_{x+n-1}(1+i)^{n-1}\right]\right\}$$

utilizando los valores de conmutación y aplicando un criterio semejante llamamos

$$M_x^S - M_{x+n}^S = C_x(1+i)^0 + C_{x+1}(1+i)^1 + \ldots + C_{x+n-1}(1+i)^{n-1} = \sum_0^{n-1} C_{x+t}(1+i)^t \qquad (5)$$

podemos escribir la (4)

$${}_{/n}A_x^{S.H.} = \frac{1}{D_x}\left[K_1(M_x - M_{x+n}) - K_2(M_x^S - M_{x+n}^S)\right]$$

$$\therefore\ {}_{/n}A_x^{S.H.} = K_1\,{}_{/n}A_x - K_2\,{}_{/n}A_x^S \qquad (6)$$

b) RENTA POST-MORTEM

I.- En el caso especial en que la tasa de interés del préstamo sea igual a la tasa empleada en el cálculo de la prima, se puede aplicar el siguiente método:

$$\ddot{a}_{x|\overline{n}|} = \left[C_x \ddot{a}_{\overline{n}|} + C_{x+1}\ddot{a}_{\overline{n-1}|} + \dots + C_{x+n-1}\ddot{a}_{\overline{1}|}\right]\frac{c}{D_x} \qquad (7)$$

en la que llamamos $c = \ddot{a}_{\overline{n}|}^{-1}$ o sea la cuota (servicio)

$$\ddot{a}_{x|\overline{n}|} = \left[(vD_x - D_{x+1})\ddot{a}_{\overline{n}|} + (vD_{x+1} - D_{x+2})\ddot{a}_{\overline{n-1}|} + \dots + (vD_{x+n-1} - D_{x+n})\ddot{a}_{\overline{1}|}\right]\frac{c}{D_x} \qquad (8)$$

$$= \frac{c}{D_x}\left[vD_x\ddot{a}_{\overline{n}|} - D_{x+1}(\ddot{a}_{\overline{n}|} - v\ddot{a}_{\overline{n-1}|}) - D_{x+2}(\ddot{a}_{\overline{n-1}|} - v\ddot{a}_{\overline{n-2}|}) - \dots - D_{x+n-1}(\ddot{a}_{\overline{2}|} - v\ddot{a}_{\overline{1}|}) - D_{x+n}\ddot{a}_{\overline{1}|}\right]$$

como

$$\ddot{a}_{\overline{n}|} - v\ddot{a}_{\overline{n-1}|} = \frac{1 - \cancel{v^n} - v + \cancel{v^{n-1}v}}{d} = 1$$

y así con los sucesivos paréntesis, podremos entonces escribir:

$$\ddot{a}_{x|\overline{n}|} = \frac{c}{D_x}\left[vD_x\ddot{a}_{n} - (D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n})\right] = c\left(a_{\overline{n}|} - a_{x:\overline{n}|}\right)$$

y como

$$a_{\overline{n}|} = \ddot{a}_{\overline{n+1}|} - 1 \qquad y \qquad a_{x:\overline{n}|} = \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} - 1$$

$$\therefore\ \ddot{a}_{x|\overline{n}|} = \left(\ddot{a}_{\overline{n+1}|} \cancel{-1} - \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|} \cancel{+1}\right)c$$

$$\therefore\ \ddot{a}_{x|\overline{n}|} = c\left(\ddot{a}_{\overline{n+1}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}\right) \qquad (9)$$

II.- Obtenida esta fórmula de la prima única demostraremos como en el caso especial enunciado en el párrafo I es igual a la obtenida en la sección (a)

Hipótesis

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{m+1}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}\right) = K_1 /_m A_x - K_2 /_m A_x^s$$

como por definición form. (7)

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{n+1}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}\right) = \frac{c}{D_x}\left[C_x \ddot{a}_{\overline{n}|} + C_{x+1}\ddot{a}_{\overline{n-1}|} + \dots + C_{x+n-1}\ddot{a}_{\overline{1}|}\right]$$

$$= \frac{c}{D_x}\left[C_x\frac{1-v^n}{d} + C_{x+1}\frac{1-v^{m-1}}{d} + \dots + C_{x+m-1}\frac{1-v}{d}\right]$$

$$= \frac{c}{dD_x}\left[C_x + C_{x+1} + \dots + C_{x+m-1} - (C_x v^n + C_{x+1}v^{m-1} + \dots + C_{x+n-1}v)\right] \qquad (10)$$

como $c = \ddot{a}_{\overline{n}|}^{-1}$

$$\frac{c}{d} = \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

de donde

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{n+1}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}\right) = \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} /_m A_x - \frac{(1+i)^m}{(1+i)^n - 1}\left[C_x v^n + C_{x+1}v^{m-1} + \dots + C_{x+n-1}v\right]$$

$$= \frac{(1+i)^m}{(1+i)^m - 1} /_m A_x - \frac{1}{(1+i)^m - 1}\left[C_x(1+i)^0 + C_{x+1}(1+i) + \dots + C_{x+m-1}(1+i)^{m-1}\right] \qquad (11)$$

y basándonos en la fórmula (5) tenemos

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{n+1}|} + \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}\right) = \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n-1}\,/_nA_x - \frac{1}{(1+i)^n-1}\,/_nA_x^{S} \qquad (12)$$

ahora

$$K_1 = 1 + \frac{a}{d} = 1 + \frac{1}{(1+i)^n-1} = \frac{(1+i)^n}{(1+i)^n-1} \qquad (13)$$

y

$$K_2 = \frac{a}{d} = \frac{1}{(1+i)^n-1} \qquad (14)$$

aplicando las expresiones (13) y (14) en la (12), tenemos

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{n+1}|} - \ddot{a}_{x:\overline{n+1}|}\right) = K_1\,/_nA_x - K_2\,/_nA_x^{S}$$

con lo que demostramos la igualdad de las dos fórmulas; en los ejemplos numéricos de las páginas 8 a 12 se llega a la misma conclusión.

c) PRIMA PERIODICA DEL METODO

I.- Como sabemos, en este tipo de seguros si la duración del mismo es igual al lapso en que se pagan las primas periódicas, se presenta el inconveniente de aparecer reservas negativas, que por supuesto no se toleran en los balances técnicos, de acuerdo con las disposiciones vigentes. Por lo tanto, se puede obviar dicho inconveniente reduciendo el período de pagos de primas al 60% más o menos del plazo del seguro, con lo que se obtienen reservas levemente positivas.

$$P^{S.H.}_{x:\overline{np}|} = \frac{K_1\,/_nA_x - K_2\,/_nA_x^{S}}{\ddot{a}_{x:\overline{np}|}} \qquad \text{donde } np = 0{,}6 \cdot n$$

d) RESERVAS MATEMATICAS

I.- Aplicando los métodos corrientes para el cálculo de las reservas podemos escribir las de nuestro sistema:

A) **Previsión**

$${}_mV_x^{S.H.} = K_1\,\frac{M_{x+m} - M_{x+n}}{D_{x+m}} - K_2\,\frac{M^S_{x+m} - M^S_{x+n}}{D_{x+m}} - P^{S.H.}_{x:\overline{np}|}\,\ddot{a}_{x+m:\overline{np-m}|} \qquad (15)$$

B) **Retrospectivo**

$${}_mV_x^{S.H.} = P^{S.H.}_{x:\overline{np}|}\,\frac{N_x - N_{x+m}}{D_{x+m}} - K_1\,\frac{M_x - M_{x+m}}{D_{x+m}} + K_2\,\frac{M^S_x - M^S_{x+m}}{D_{x+m}} \qquad (16)$$

II.- Para el caso de la Renta Post-Mortem

A) Previsión

$$ {}_{m}V_{x|\overline{n|}} = c\left(\ddot{a}_{\overline{n-m+1|}} - \ddot{a}_{x+m:\overline{n-m+1|}}\right) - P_{x|\overline{np|}}\,\ddot{a}_{x+m:\overline{np-m|}} \qquad (17) $$

tomando la fórmula (10) y arreglándola para el caso especial, se demuestra la equivalencia entre las (15) y (17)

B) Retrospectivo

$$ {}_{m}V_{x|\overline{n|}} = P_{x|\overline{np|}}\,\frac{N_x - N_{x+m}}{D_{x+m}} - c\left[\frac{D_x}{D_{x+m}}\left(\ddot{a}_{\overline{n+1|}} - \ddot{a}_{\overline{n+1-m|}}\right) - \frac{N_x - N_{x+m}}{D_{x+m}}\right] \qquad (18) $$

III.- Método de agrupamiento de Zillmer.- "Zillmer observa ante todo que, además "de los seguros ordinarios de vida, también las otras clases de seguros ad- "miten el cálculo de las reservas mediante agrupamientos por edad; basta "desarrollar el cálculo, como si se tratase de un ordinario de vida, multi- "plicando el capital por la prima única y la prima anual por la renta vita- "licia, agregando una reserva complementaria que para un seguro cualquiera "puede ser expresado bajo la forma del producto de un número que permanezca "constante para toda la duración del seguro o del pago de premios, por otro "número que cambia de año en año con la edad, siendo sin embargo idéntico "para todos los seguros del mismo grupo de edad. Llamando al primer número "Valor Auxiliar, se obtiene la reserva complementaria para todos los segu- "ros del mismo grupo de edad $x+n$, multiplicando la suma de los valores "auxiliares por el factor correspondiente a la edad considerada $x+m$". (Tomado textualmente del trabajo del Dr. Pedro Smolensky "Sul cálculo delle riserve col método dei valori ausiliari", pag. 4)

A) Para aplicar este método podemos descomponer la prima periódica

$$ P^{S.H.}_{x:\overline{np|}} = \frac{K_1\,{}_{/m}A_x - K_2\,{}_{/m}A^S_x}{\ddot{a}_{x:\overline{np|}}} $$

en

$$ P^{S.H}_{x:\overline{np|}} = \frac{K_1\,{}_{/m}A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{np|}}} - \frac{K_2\,{}_{/m}A^S_x}{\ddot{a}_{x:\overline{np|}}} \qquad (19) $$

$$ \therefore\ P^{S.H.}_{x:\overline{np|}} = P^{1}_{x:\overline{np|}} - P^{S}_{x:\overline{np|}} \qquad (19') $$

Partiendo ahora de la fórmula (15), o sea de la reserva según el "Método de Previsión", podemos escribir la (19'):

$$ {}_{m}V^{S.H}_{x} = K_1\,\frac{M_{x+m} - M_{x+n}}{D_{x+m}} - K_2\,\frac{M^S_{x+m} - M^S_{x+n}}{D_{x+m}} - P^{1}_{x:\overline{np|}}\,\ddot{a}_{x+m:\overline{np-m|}} + P^{S}_{x:\overline{np|}}\,\ddot{a}_{x+m:\overline{np-m|}} = $$

$$ = K_1 A_{x+m} - K_2 A^S_{x+m} - \left(P^{1}_{x:\overline{np|}} + P^{S}_{x:\overline{np|}}\right)\ddot{a}_{x+m} - \frac{K_1 M_{x+n} - P^{1}_{x:\overline{np|}} N_{x+np}}{D_{x+m}} + \frac{K_2 M^S_{x+n} - P^{S}_{x:\overline{np|}} N_{x+np}}{D_{x+m}} \qquad (20) $$

y llamando

$$ H_1 = K_1 M_{x+n} - P^{1}_{x:\overline{np|}} N_{x+np} \qquad \text{y} \qquad H_2 = K_2 M^S_{x+n} - P^{S}_{x:\overline{np|}} N_{x+np} $$

y utilizando (19') podemos escribir:

$$ {}_{m}V^{S.H.}_{x} = K_1 A_{x+m} - K_2 A^S_{x+m} - P^{S.H}_{x:\overline{np|}}\,\ddot{a}_{x+m} - \frac{H_1}{D_{x+m}} + \frac{H_2}{D_{x+m}} \qquad (21) $$

fórmula que en la reserva total de la compañía se presentaría:

$$\sum {}_m V_x^{54} = \left[\sum K_1\right] A_{x+m} - \left[\sum K_2\right] A^{5}_{x+m} - \left[\sum P^{54}_{x:\overline{np}|}\right] \ddot{a}_{x+m} - \left[\sum H_1\right] D^{-1}_{x+m} - \left[\sum H_2\right] D^{-1}_{x+m} \qquad (22)$$

B) En el caso de la Renta Post-Mortem y también partiendo de la reserva de Previsión, fórmula (17), y haciendo la siguiente transformación en la renta cierta (siguiendo en la demostración al Dr. Pedro Smolensky, obra citada pag. 8 y 9)

$$c\,\ddot{a}_{\overline{n-m+1}|} = c\,\frac{1}{d} - c\,\frac{V^{n-m+1}}{d} = c\,\frac{1}{d} - c\,\frac{V^{x+n+1}}{d} \cdot \frac{1}{V^{x+m}} \qquad (23)$$

y utilizando

$$A_{x+m} = 1 - d\,\ddot{a}_{x+m}$$

$$\therefore\ 1 = A_{x+m} + d\,\ddot{a}_{x+m}$$

$$\therefore\ \frac{1}{d} = \frac{1}{d} A_{x+m} + \ddot{a}_{x+m}$$

reemplazando en la (23), tenemos:

$$c\,\ddot{a}_{\overline{n-m+1}|} = \frac{c}{d} A_{x+m} + c\,\ddot{a}_{x+m} - c\,\frac{V^{x+n+1}}{d} \cdot \frac{1}{V^{x+m}} \qquad (23')$$

reemplazando en la (17), tenemos:

$${}_mV_{x/\overline{n}|} = \frac{c}{d} A_{x+m} + c\,\ddot{a}_{x+m} - c\,\frac{V^{x+n+1}}{d} \cdot \frac{1}{V^{x+m}} - c\,\ddot{a}_{x+m:\overline{n-m+1}|} - P_{x/\overline{np}|}\,\ddot{a}_{x+m:\overline{np-}}$$

$$= \frac{c}{d} A_{x+m} + c\,\ddot{a}_{x+m} - c\,\frac{V^{x+n+1}}{d} \cdot \frac{1}{V^{x+m}} - c\,\frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} + \frac{c\,N_{x+n+1}}{D_{x+m}} - P_{x/\overline{np}|}\,\frac{N_{x+m}}{D_{x+m}} + P_{x/\overline{np}|}\,\frac{N_{x+n}}{D_{x+m}}$$

$$= \frac{c}{d} A_{x+m} - c\,\frac{V^{x+n+1}}{d} \cdot \frac{1}{V^{x+m}} - P_{x/\overline{np}|}\,\ddot{a}_{x+m} + \frac{c\,N_{x+n+1} + P_{x/\overline{np}|}\,N_{x+np}}{D_{x+m}} \qquad (24)$$

donde podemos llamar:

$$H_1 = \frac{c}{d} V^{x+n+1} \quad ; \quad y \quad H_2 = c\,N_{x+n+1} + P_{x/\overline{np}|}\,N_{x+np}$$

de donde

$${}_mV_{x/\overline{n}|} = \frac{c}{d} A_{x+m} - H_1\,\frac{1}{V^{x+m}} - P_{x/\overline{np}|}\,\ddot{a}_{x+m} + H_2\,D^{-1}_{x+m} \qquad (25)$$

fórmula que en la reserva total de la compañía se presentaría:

$$\sum {}_mV_{x/\overline{n}|} = \left[\sum \frac{c}{d}\right] A_{x+m} - \left[\sum H_1\right] \frac{1}{V^{x+m}} - \left[\sum P_{x/\overline{np}|}\right] \ddot{a}_{x+m} + \left[\sum H_2\right] D^{-1}_{x+m} \qquad (26)$$

También podemos agrupar las reservas de renta Post-Mortem de la siguiente manera:

Reemplazando en la (17) $\ddot{a}_{\overline{n-m+1}|} = \dfrac{\ddot{a}_{\overline{x+n+1}|}}{V^{x+m}} - \dfrac{\ddot{a}_{\overline{x+m}|}}{V^{x+m}}$

$${}_mV_{x/\overline{n}|} = c\left(\frac{\ddot{a}_{\overline{x+n+1}|}}{V^{x+m}} - \frac{\ddot{a}_{\overline{x+m}|}}{V^{x+m}}\right) - c\,\ddot{a}_{x+m:\overline{n-m+1}|} - P_{x/\overline{np}|}\,\ddot{a}_{x+m:\overline{np-m}|}$$

$$= c\,\ddot{a}_{\overline{x+n+1}|}\,\frac{1}{\ldots} - c\,\ddot{a}_{\overline{x+m}|}\,\frac{1}{\ldots} - c\,\frac{N_{x+n+1}}{\ldots} - P_{x/\overline{np}|}\,\frac{N_{x+m}}{\ldots} + P_{x/\overline{np}|}\,\frac{N_{x+\ldots}}{\ldots}$$

$$= c\,\ddot{a}_{\overline{x+m+1|}}\,\frac{1}{v^{x+m}} - c\,\ddot{a}_{\overline{x+m|}}\,\frac{1}{v^{x+m}} - (c+P_{x/\overline{np|}})\,\ddot{a}_{\overline{x+m|}} + \frac{(c+P_{x/\overline{np|}})N_{x+m} + c\,D_{x+m}}{D_{x+m}} \quad (27)$$

llamando

$$H_1 = c\,\ddot{a}_{\overline{x+m+1|}} \; ; \; H_2 = (c+P_{x/\overline{np|}})N_{x+m} - c\,D_{x+m}$$

podemos escribir la (27)

$$_{m}V_{x/\overline{n|}} = H_1\,\frac{1}{v^{x+m}} - c\,\frac{\ddot{a}_{\overline{x+m|}}}{v^{x+m}} - (c+P_{x/\overline{np|}})\,\ddot{a}_{x+m} + H_2\,D_{x+m}^{-1} \quad (28)$$

fórmula que en la reserva total de la compañía se presentaría:

$$\Sigma\, _{m}V_{x/\overline{n|}} = \left[\Sigma H_1\right]\frac{1}{v^{x+m}} - \left[\Sigma c\right]\frac{\ddot{a}_{x+m}}{v^{x+m}} - \left[\Sigma(c+P_{x/\overline{np|}})\right]\ddot{a}_{x+m} + \left[\Sigma H_2\right]D_{x+m}^{-1} \quad (29)$$

e) MODIFICACION PRACTICA

A la fórmula (6) se le puede introducir un factor en el segundo término que hace posible su utilización sin tener que calcular una tabla especial para cada edad de entrada. Esta modificación consiste en multiplicar y dividir el siguiente término por $(1+i)^{x-20}$, en el que tomamos x- 20 para no hacer demasiado grandes las potencias y en la suposición que la compañía o el banco hipotecario y asegurador no contratará con menores de edad.

Entonces
$$/_{m}A_{x}^{S.H.} = K_1\,/_{m}A_{x} - K_2\,/_{m}A_{x}^{S} = K_1\,/_{m}A_{x} - K_2\,\frac{M_x^S - M_{x+m}^S}{D_x}$$

$$= K_1\,/_{m}A_{x} - K_2\,\frac{\sum_{0}^{m-1} C_{x+t}(1+i)^t}{D_x}$$

multiplicando y dividiendo por

$$(1+i)^{x-20}$$

nos queda

$$/_{m}A_{x}^{S.H} = K_1\,/_{m}A_{x} - K_2\,\frac{\sum_{0}^{m-1} C_{x+t}(1+i)^{x-20+t}}{D_x(1+i)^{x-20}}$$

Fórmula que utilizaremos en el cálculo de las primas.

EJEMPLOS NUMERICOS

I.- Ejemplo utilizando las fórmulas sin la aplicación de la modificación introducida en el apartado e).

Una persona de 25 años de edad, contrata un seguro hipotecario para cubrir un préstamo de $ 1.000 amortizable en 10 cuotas anuales adelantadas, el interés del préstamo es 3,5% , igual al de la tabla de mortalidad Am $3\frac{1}{2}$ %.

A) Cálculo de la prima según el método de "Saldo de Deuda".

$$S_m = 1.000 - \frac{a}{d}\left[(1+i)^m - 1\right] = 1.000 + \frac{a}{d} - \frac{a}{d}(1+i)^m$$

$$\therefore\ S_m = K_1 - K_2\,(1+i)^m$$

como $i =$ 0,035; $a = S^{-1}_{\overline{n|}}$; n= 10

a= 0,0823588 ; 1000x a= 82,3588

d= 0,033816426

k_1= 3.435,4673 ; k_2 2.435,4673

recordemos la fórmula (6)

$$/_{10}A^{S.H}_{25} = K_1\,/_{10}A_{25} - K_2\,/_{10}A^{s}_{25}$$

determinemos el valor $/_{n}A^{s}_{x}$ para edad 25 n= 10

$$/_{10}A^{s}_{25} = \frac{1}{D_{25}}\sum_{0}^{9}{}_t\,C_{x+t}(1+i)^t$$

C U A D R O N° I

t	x	C_x	$(1+i)^t$	$C_{x+t}(1+i)^t$
0	25	293,6	1	293,6
1	26	283,6	1,035	293,526
2	27	274,-	1,071225	293,51565
3	28	264,8	1,1087179	293,5885
4	29	256,1	1,147523	293,880640
5	30	247,9	1,1876863	294,427434
6	31	239,8	1,2292553	294,775421
7	32	232,25	1,2722793	295,486867
8	33	225,47	1,316809	296,900925
9	34	218,68	1,3628974	298,038403

$$\therefore\ /_{10}A^{s}_{25} = \frac{\sum_{0}^{9}{}_t\,C_{x+t}(1+i)^t}{D_x} = \frac{2947,73954}{37673,6} = 0,07824417$$

$$K_1\,/_{10}A_{25} = 3.435,4673 \times 0,0673216 = 231,2811554$$

$$K_2\,/_{10}A^{s}_{25} = 2.435,4673 \times 0,07824417 = 190,5611175$$

$$/_{10}A^{SH}_{25} = \qquad 40,7200379$$

Por lo tanto, la prima única pura es

$$/_{10}A^{SH}_{25} = \$ 40.72$$

La prima periódica será, haciendo $np = 0,6 \times 10 = 6$

$$P^{S.H.}_{25:\overline{6}|} = \frac{/_{10}A^{S.H}_{25}}{a_{x:\overline{6}|}} = \$ 7,53$$

b) Cálculo de la prima según el método de Renta Post-Mortem.

Aplicando la fórmula (9)

$$a_{25/\overline{10}|} = c\left(a_{\overline{11}|} - a_{25:\overline{11}|}\right)$$

donde $c = a^{-1}_{\overline{m}|} = 116,1752$; $i = 0,035$

y $a_{\overline{11}|} - a_{25:\overline{11}|} = 0,350459$

$$\therefore a_{25/\overline{10}|} = 116,1752 \times 0,350459 = 40,715$$

La prima única pura es

$$a_{25/\overline{10}|} = 40,72$$

La prima periódica pura

$$P_{25/\overline{6}|} = \frac{a_{25/\overline{10}|}}{a_{25:\overline{6}|}} = 7,53$$

c) Cálculo de la reserva en el método de "Saldo de Deuda".

Aplicando la fórmula (15)

$$_mV^{S.H.}_{x:\overline{n}|} = K_1\, /_{n-m}A_{x+m} - K_2\, /_{n-m}A^{S}_{x+m} - P^{S.H.}_{x:\overline{np}|}\, a_{x+m:\overline{np-m}|}$$

1) $m = 3$

Para el cálculo de $\sum_3^9 t\, C_{x+t}(1+i)^t$ utilizamos el cuadro N° 1

$$_{n-m}A^{S}_{x+m} = \frac{\sum_3^9 t\, C_{x+t}(1+i)^t}{D_{x+m}} = \frac{\sum_3^9 t\, C_{25+t}(1{,}035)^t}{D_{28}} = \frac{2.067,09819}{33.157,4} = 0,06234198$$

$$_7A^{S}_{28} = 0,0508197$$

$$K_1 /_7A_{28} = 3.435,4673 \times 0,0508197 = 174,589417546 \qquad (A)$$

$$K_2 /_7A^{S}_{28} = 2.435,4673 \times 0,06234198 = 151,831853707$$

$$/_7A^{S.H}_{28} = 22,757563839$$

$$P^{S.H}_{x:\overline{np}|}\, a_{x+m:\overline{np-m}|} = P^{S.H}_{25:\overline{6}|}\, a_{28:\overline{3}|} = 21,655849659 \qquad (B)$$

restando (A) - (B)

2) m = 6

$$/_4A^S_{31} = 0{,}04063989 \; ; \qquad /_4A_{31} = 0{,}0314177$$

$$\therefore /_4A^{SH}_{31} = 8{,}957358743$$

$$P^{SH}_{25:\overline{6|}}\ddot{a}_{31:\overline{0|}} = 0$$

$${}_6V^{SH}_{25:\overline{10|}} = \$\,8{,}96$$

3) - m = 9

$$/_1A^S_{34} = 0{,}011628452 \; ; \qquad /_1A_{34} = 0{,}008532155$$

$$\therefore /_1A^{SH}_{34} = 0{,}991225215$$

Por lo tanto

$${}_9V^{SH}_{25:\overline{10|}} = \$\,0{,}99$$

d) Cálculo de la reserva en el método de Renta Post-Mortem.

Aplicando la fórmula (17)

$${}_mV_{x|\overline{n|}} = c\left(\ddot{a}_{\overline{n-m+1|}} - \ddot{a}_{x+m:\overline{n-m+1|}}\right) - P_{x:\overline{np|}}\ddot{a}_{x+m:\overline{np-m|}}$$

1) m = 3

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{8|}} - \ddot{a}_{28:\overline{8|}}\right) = \quad 116{,}1752 \times 0{,}19583298 = 22{,}753259122$$

$$P_{25|\overline{8|}}\,\ddot{a}_{28:\overline{3|}} = \quad 7{,}528156 \times 2{,}876266 = 21{,}652979145$$

$$\therefore {}_3V_{25|\overline{10|}} = \$\,1{,}10$$

2) m = 6

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{5|}} - \ddot{a}_{31:\overline{5|}}\right) = 8{,}951207382$$

$$P_{25|\overline{6|}}\,\ddot{a}_{31:\overline{0|}} = 0$$

$${}_6V_{25|\overline{10|}} = 8{,}95$$

3) m = 9

$$c\left(\ddot{a}_{\overline{2|}} - \ddot{a}_{34:\overline{2|}}\right) = 0{,}991273026$$

$${}_9V_{25|\overline{10|}} = 0{,}99$$

Como se puede apreciar, tanto las primas como las reservas, cualquiera sea el sistema empleado, son iguales.

II - Ejemplo utilizando la tabla Nº 2, que se calcula mediante el artificio del apartado (e).

Una persona de 40 años de edad, contrata un seguro hipotecario para cubrir un préstamo de $ 1.000, amortizable en 20 cuotas adelantadas anuales, siendo el interés de préstamo 4% .

a) Cálculo de la prima según el método de "Saldo de Deuda".

$$K_1 = 1000 + \frac{S_{\overline{n|}}^{-1}}{d} = 1.839,54375$$

$$K_2 = \frac{S_{\overline{n|}}^{-1}}{d} = 839,54375$$

$$/_{20}A_{40} = 0,1764054$$

$$/_{20}A_{40}^{S.H} = \frac{\sum_{0}^{19} tC_{40+t}(1,04)^{40-20+t}}{D_{40}(1,04)^{40-20}} = 0,263048831$$

$$/_{20}A_{40}^{S} = K_1 /_{20}A_{40} - K_2 /_{20}A_{40}^{S} = 103,66346$$

La prima única es entonces $/_{20}A_{40}^{SH} = \$\ 103,66$

$$P_{40:\overline{12|}}^{S.H} = \frac{/_{20}A_{40}^{S.H}}{\ddot{a}_{40:\overline{12|}}} = 10,941126$$

La prima periódica es:

$$P_{40:\overline{12|}}^{S.H} = 10,94$$

b) Cálculo de las reservas.

1) m = 3

$$/_{17}A_{43} = 0,1698595$$

$$/_{17}A_{43}^{S} = \frac{\sum_{3}^{19} tC_{40+t}(1,04)^{40-20+t}}{D_{43}(1,04)^{40-20}} = \frac{10.121,6720}{37.826,6734397} = 0,2675803$$

$$K_1 /_{17}A_{43} - K_2 /_{17}A_{43}^{S} = 87,781822$$

$$P_{40:\overline{12|}}^{S.H}\ \ddot{a}_{43:\overline{9|}} = 82,553608$$

$$_3V_{40:\overline{20|}}^{SH} = \$\ 5,228214$$

2) m = 5

$$/_{15}A_{45} = 0,1638148$$

$$/_{15}A_{45}^{S} = \frac{\sum_{5}^{19} tC_{40+t}(1,04)^{40-20+t}}{D_{45}(1,04)^{40-20}} = \frac{9.246,7048}{34.561,89996} = 0,267540407$$

A P E N D I C E S

APENDICE N° I

Basta leer una tabla financiera de $a_{\overline{n}|}$ para saber la cantidad de dinero que puede obtener una persona que se compromete a amortizarla en un número dado de cuotas; v.gra., un individuo que se compromete a pagar 10 cuotas de \$ 1.000, puede obtener un préstamo de \$ 8.107,82 si se calcula a una tasa de 5% de interés.

Si el prestatario, como dijimos en la introducción, desea cubrir la eventualidad de que al morir, su familia no pueda satisfacer los servicios de la deuda, al prestamista asegurador le bastará restarle al total que dá la tabla financiera, el valor de la prima única de un seguro hipotecario; v.gr., si el individuo del ejemplo anterior tiene 25 años de edad, esta prima será de \$ 297,93 o sea que recibirá \$ 7.809,89 aunque su obligación es de \$ 8.107,82

Para poner en práctica este plan es conveniente tabular las primas únicas del Seguro Hipotecario para edades que varíen entre 15 a 60 años y plazos de 1 a 40; de esta misma tabla se obtienen las reservas matemáticas puras. La reserva, luego de transcurrido un año, es igual a la prima única pura para la edad inmediata y por un plazo reducido en un año; v.gr., la reserva de primer año de un seguro contratado a los 25 años de edad por un plazo de 10 años, es igual a la prima única de un seguro contratado a la edad 26 por un plazo de 9.

Luego conviene tabular las sumas que se pueden prestar.

$a_{x|\overline{n}|} = \sum \frac{C_{x+s}\, a_{\overline{n-s}|}}{D_x}$

Prima única para el seguro de vida del prestatario por el saldo adeudado por cada

$ 1.000 de cuota anual

x \ n	5	10	15	20	25	30	35	40
15	52,64	191,96	398,91	646,63	916,22	1.196,43	1.481,59	1.769,75
20	78,41	261,46	511,32	800,99	1.113,75	1.440,40	1.776,86	2.122,05
25	92,03	297,93	577,15	903,69	1.26205	1.645,96	2.045,63	2.464,67
30	100,70	328.46	642,95	1.018,74	1.440,82	1.900,82	2.392,94	2.909,53
35	113,51	374,78	7[illegible]3,38	1.193,90	1.710,68	2.282,41	2.896,35	3.532,21
40	133,41	446,69	898,11	1.460,42	2.113,48	2.836,56	3.600,30	4.361,68
45	164,72	558,37	1.134,31	1.859,43	2.698,77	3.609,75	4.532,88	5.397,67
50	213,51	729,85	1.489,91	2.439,13	3.612,79	4.626,70	5.683,75	6.602,86
55	289,16	938,72	2.007,40	3.244,54	4.576,65	5.865,56	6.996,38	7.919,50
60	404,77	1.369,58	2.729,71	4.294,70	5.858,36	7.249,96	8.391,36	9.293,48

Tabla de mortalidad Hm 4%
Tasa de interés del préstamo 5%

Préstamos efectivos netos con seguro de vida

por cada $ 1.000 de cuota anual

	$\ddot{a}_{\overline{5}\vert}$ =4.545,95	$\ddot{a}_{\overline{10}\vert}$ =8.107,82	$\ddot{a}_{\overline{15}\vert}$ =10.898,64	$\ddot{a}_{\overline{20}\vert}$ =13.085,32	$\ddot{a}_{\overline{25}\vert}$ =14.798,64	$\ddot{a}_{\overline{30}\vert}$ =16.141,07	$\ddot{a}_{\overline{35}\vert}$ =17.192,90	$\ddot{a}_{\overline{40}\vert}$ =18.017,04
x \ n	5	10	15	20	25	30	35	40
15	4.493,31	7.915,86	10.499,73	12.438.69	13.882,42	14.944,64	15.711,31	16.247.29
20	4.467,54	7.846,36	10.[illegible]87,32	12.284,33	13.684,89	14.700,67	15.416,04	15.895,01
25	4.453,87	7.809,89	10.321,49	12.181,65	13.536,59	14.497,11	15.147,27	15.552,37
30	4.445,25	7.779,36	10.255,69	12.066,58	13.357.82	14.240,25	14.799,96	15.107,51
35	4.432,44	7.733,04	10.155,26	11.891,42	13.087.96	13.858,66	14.296,55	14.484,83
40	4.412,54	7.661,13	10.000,53	11.624,90	12.685,16	13.304,51	13.592,60	13.655,36
45	4.381.23	7.549,45	9.763,83	11.225,89	12.099,67	12.531,32	12.660,02	12.619,37
50	4.332,44	7.377,97	9.408,73	10.546,19	11.285,85	11.514,37	15.509,15	11.214,18
55	4.256,79	7.119,10	8.891,24	9.840,78	10.221,99	10.275,51	10.196,52	10.097,54
60	4.141,18	6.738.24	8.168,93	8.790,62	8.940,28	8.891,11	8.801,54	8.723,56

Tabla de mortalidad Hm 4%

Tasa de interés del préstamo 5%

A P E N D I C E N° 2

Existe también otra posibilidad. La compañía o sociedad que acuerda préstamos hipotecarios puede contratar con la compañía aseguradora un seguro a capital decreciente que cubra, en el caso de fallecimiento del prestatario, el saldo matemático de la deuda más lo que falte amortizar de la prima única del seguro.

Es decir, la sociedad prestamista pagará a la compañía aseguradora una prima única y le acordará al prestatario una suma determinada, siendo la obligación de éste amortizar la suma recibida más la prima única del seguro.

$V = c\, a_{\overline{n}|}$ préstamo acordado $\therefore\ c = \dfrac{V}{a_{\overline{n}|}}$

$V + \pi = c\, a_{\overline{n}|}$ préstamo más prima única $\therefore\ c' = \dfrac{V+\pi}{a_{\overline{n}|}}$

La prima única del seguro que cubre el pago del saldo de la deuda es:

$$\pi' = \pi\alpha$$

siendo α los recargos.

La prima única que asegura el saldo de la deuda más lo que falta amortizar de la prima única, calculada al momento del fallecimiento, es

$$\pi'' = \frac{1.000\ \pi'}{1 - \pi'}$$

TABLAS DE CONMUTACION

TABLA DE CONMUTACION N° 1

En base a la tabla de mortalidad Am.3½%

Para préstamos hipotecarios al 3½ % de interés

x	$(1{,}035)^{x-20+t}$	D_{x+t}	C^{s}_{x+t}	M^{s}_{x+t}
20	1,000000	46.556,2	351,	44.982,141
21	1,035000	44.630,8	350,658	44.631,141
22	1,071225	42.788,8	350,076	44.280,483
23	1,108717	41.009,2	349,579	43.930,407
24	1,147523	39.307,1	349,191	43.580,828
25	1,187686	37.675,6	348,705	43.231,637
26	1,229255	36.106,1	348,617	42.882,932
27	1,272279	34.601,5	348,605	42.534,315
28	1,316809	33.157,4	348,691	42.185,710
29	1,362897	31.771,3	349,038	41.837,019
30	1,410608	30.440,8	349,687	41.487,981
31	1,459969	29.163,5	350,101	41.138,294
32	1,511068	27.937,5	350,946	40.788,193
33	1,563956	26.760,5	352,625	40.437,247
34	1,618694	25.630,1	353,976	40.048,622
35	1,675349	24.544,7	355,509	39.730,646
36	1,733986	23.502,5	357,773	39.375,137
37	1,794676	22.501,4	360,355	39.017,364
38	1,857489	21.539,7	363,696	38.657,011
39	1,922501	20.615,6	367,140	38.293,315
40	1,989788	19.727,4	371,474	37.926,175
41	2,059431	18.873,6	375,784	37.554,701
42	2,131511	18.052,9	381,157	37.178,917
43	2,206114	17.263,6	386,975	36.977,760
44	2,283328	16.504,4	394,285	36.410,785
45	2,363144	15.773,6	402,224	36.016,500
46	2,445958	15.070,0	411,630	35.614,276
47	2,531567	14.392,1	422,544	35.202,646
48	2,620171	13.736,5	435,001	34.780,102
49	2,711877	13.107,9	450,280	34.345,101
50	2,806793	12.498,6	466,882	33.894,821
51	2,905031	11.909,6	486,186	33.427,939
52	3,006707	11.359,5	507,051	32.941,753
53	3,111942	10.787,4	529,715	32.434,702
54	3,220860	10.252,4	554,954	31.904,987

x	$(1.035)^{x-20+t}$	D_{x+t}	C^{s}_{x+t}	M^{s}_{x+t}
55	3,333590	9.783,40	588,812	31.350,035
56	3,450266	9.229,60	611,801	30.767,821
57	3,571025	8.740,17	643,592	30.156,020
58	3,696011	8.254,44	676,868	29.512,888
59	3,825371	7.801,83	712,858	28.835,740
60	3,959259	7.351,65	750,715	28.122,089
61	4,097833	6.913,44	790,472	27.372,167
62	4,241257	6.486,75	831,796	26.581,695
63	4,389702	6.071,37	874,034	25.749,899
64	4,543341	5.666,85	917,256	24.875,865
65	4,702358	5.273,35	961,444	23.958,610
66	4,866941	4.890,55	1.005,121	22.997,166
67	5,037284	4.518,65	1.047,906	21.992,045
68	5,213588	4.157,82	1.089,067	20.944,139
69	5,396064	3.808,32	1.127,076	19.855,072
70	5,584926	3.470,37	1.160,987	18.727,996
71	5,780399	3.145,43	1.188,596	17.567,029
72	5,982713	2.833,42	1.207,641	16.372,330
73	6,192108	2.535,75	1.216,316	15.170,389
74	6,408832	2.253,57	1.214,429	13.964,373
75	6,633141	1.987,37	1.202,810	12.739,944
76	6,865301	1.739,59	1.180,420	11.537,654
77	7,105586	1.508,33	1.150,281	10.357,214
78	7,354282	1.295,73	1.112,431	9.205,933
79	7,611682	1.100,65	1.066,330	8.094,502
80	7,878090	925,338	1.015,336	7.028,106
81	8,153824	765,234	955,663	6.012,800
82	8,439207	620,465	881,798	5.059,167
83	8,734580	494,905	800,220	4.177,569
84	9,040290	386,641	713,707	3.377,149
85	9,356700	294,610	597,361	2.663,369
86	9,684185	217,538	540,927	2.036,001
87	10,023131	154,363	455,039	1.495,074
88	10,373941	103,963	361,258	1.042,035
89	10,737029	65,6231	269,492	680,770
90	11,112825	38,3047	186,945	411,279
91	11,501774	20,1869	119,450	224,333
92	11,904336	9,11989	56,983	104,883
93	12,320988	3,82236	22,163	38,360
94	12,752222	,887611	8,740	10,197
95	13,198550	,114232	1,457	1,457

TABLA DE CONMUTACION N° 2

En base a la tabla de mortalidad Am.3½%

Para préstamos hipotecarios al 4% de interés.

x	$(1{,}04)^{x-20+t}$	D_{x+t}	C^{s}_{x+t}	M^{s}_{x+t}
20	1,000000	46.356,2	351,	55.199,5197
21	1,040000	44.630,8	352,352	54.848,5197
22	1,081600	42.762,8	353,4669	54.496,1677
23	1,124864	41.009,2	354,6969	54.142,7008
24	1,169858	39.307,1	355,9980	53.788,0039
25	1,216652	37.675,6	357,2093	53.432,0159
26	1,265319	36.106,1	358,8445	53.074,8066
27	1,315931	34.601,5	360,5653	52.715,9621
28	1,368569	33.167,4	362,3971	52.355,3968
29	1,423311	31.771,3	364,5102	51.992,9997
30	1,480244	30.440,8	366,9586	51.628,4895
31	1,539454	29.163,5	369,1611	51.261,5309
32	1,601032	27.937,8	371,8397	50.892,3730
33	1,665075	26.760,5	375,4341	50.520,5361
34	1,731676	25.630,1	378,6830	50.145,1180
35	1,800943	24.544,7	382,1602	49.766,4290
36	1,872981	23.508,5	386,4522	49.384,2686
37	1,947900	22.501,4	391,1189	48.997,8166
38	2,025816	21.539,7	396,6549	48.606,6977
39	2,106849	20.615,5	402,5449	48.210,0428
40	2,191123	19.727,4	409,0608	47.807,4979
41	2,278768	18.873,6	415,8068	47.398,4371
42	2,369918	18.052,9	423,7809	46.982,6303
43	2,464715	17.263,6	432,3366	46.559,0416
44	2,563304	16.504,4	442,6314	46.126,7056
45	2,665836	15.773,6	453,7255	45.684,0742
46	2,772469	15.070,0	466,5789	45.230,3469
47	2,883368	14.392,1	481,2630	44.765,7700
48	2,998703	13.738,5	497,8447	44.288,5070
49	3,118651	13.107,9	517, 8209	43.794,6623
50	3,243397	12.493,6	539,8067	43.256,8414
51	3,373133	11.909,6	564,5876	42.737,0347
52	3,508058	11.339,5	591,5990	42.168,8071
53	3,648381	10.787,4	621,0874	41.571,2081
54	3,794316	10.252,4	653,7607	40.950,1207

x	$(1{,}04)^{x-20+t}$	D_{x+t}	C^{s}_{x+t}	M^{s}_{x+t}
55	3,948088	9.735,40	589,1844	40.986,4800
56	4,103972	9.229,40	727,7093	39.607,2356
57	4,268089	8.740,17	768,9818	36.879,3263
58	4,438013	8.264,44	812,9243	38.110,5445
59	4,616368	7.801,83	860,2508	37.297,6203
60	4,801020	7.351,65	910,3315	36.437,3694
61	4,993061	6.913,44	963,1616	35.527,0479
62	5,192783	6.486,75	1.018,4088	34.563,8863
63	5,400495	6.071,87	1.075,2986	33.545,4775
64	5,616515	5.666,85	1.133,9138	32.470,1849
65	5,841175	5.273,35	1.194,2058	31.336,2667
66	6,074822	4.890,38	1.254,5794	30.141,9799
67	6,317815	4.518,65	1.314,8902	28.887,4075
68	6,570598	4.157,83	1.372,5178	27.573,1183
69	6,833349	3.808,32	1.427,2617	26.200,5947
70	7,106683	3.470,87	1.477,3018	24.773,7130
71	7,390950	3.146,43	1.519,8875	23.296,0112
72	7,686508	2.833,42	1.551,5764	21.776,1139
73	7,994052	2.535,78	1.570,2716	20.224,5373
74	8,313814	2.255,37	1.575,4096	18.654,2659
75				
75	8,646366	1.987,87	1.567,2832	17.078,8565
76	8,992221	1.739,39	1.546,1226	15.511,5731
77	9,351910	1.508,63	1.513,9247	13.965,5105
78	9,725986	1.295,73	1.471,1020	12.451,5850
79	10,115026	1.100,65	1.417,0343	10.980,4030
80	10,519627	923,538	1.355,7801	9.563,3696
81	10,940413	763,234	1.279,5797	8.207,5894
82	11,378029	620,465	1.188,8698	6.928,0097
83	11,833150	494,995	1.084,0964	5.739,1399
84	12,306475	386,641	971,07259	4.655,04348
85	12,798735	294,610	858,14752	3.683,37085
86	13,310684	217,898	745,49082	2.825,82337
87	13,843112	154,885	625,69097	2.081,73245
88	14,396836	103,963	501,30903	1.456,03345
89	14,972709	65,6251	376,80434	954,67448
90	15,571618	38,3047	261,95334	578,87021
91	16,194483	20,1069	168,18584	316,91697
92	16,842262	9,11989	94,117324	148,731432
93	17,515952	3,22236	40,037015	54,614108
94	18,216591	,827611	12,405584	14,576493
95	18,945254	,114233	2,0909606	2,090985

BIBLIOGRAFIA

Dr. A. V. Acerboni : Apuntes taquigráficos de las clases teóricas del año 1945.

Dr. J. Barral Souto: Seguros a capital variable (Estudio de Seguros, año 1938, Tomo I, N° 3/4).

Dr. J.Gonzales Galé : Matemáticas financieras (Tercera edición,Buenos Aires 1935

Ing. A. Lascurain : Apuntes taquigráficos de las clases teóricas del año 1943.

Act. Raúl C. Roca : Seguros hipotecarios (Trabajo presentado para el concurso de profesor adjunto de Matemáticas Financieras y Actuariales de la Facultad de Ciencias Económicas).

Dr. Pedro Smolensky : Sul calcolo delle riserve col metodo dei valori ausiliari (Pub. por Instituto Italiano degli Attuari, 1930)

Dr. O. Sholze : Varios trabajos inéditos.