Racionamiento estocástico del trabajo: sus efectos sobre la función de oferta de trabajo y consecuencias de su utilización en mercados de trabajo monopólicos

Chisari, Omar Osvaldo

1983

TESIS DOCTORAL

RACIONAMIENTO ESTOCASTICO DEL TRABAJO. SUS EFECTOS SOBRE LA FUNCION DE OFERTA DE TRABAJO Y CONSECUENCIAS DE SU UTILIZACION EN MERCADOS DE TRABAJO MONOPSONICOS.

AUTOR: OMAR OSVALDO CHISARI

DOMICILIO: LARRAYA 3985, CAPITAL FEDERAL

CONSEJERO DE TESIS: PROFESOR DR. JULIO H. G. OLIVERA

Esta Tesis mereció la calificación de SOBRESALIENTE (10) con recomendación al PREMIO FACULTAD. Acta del 6 de julio de 1983

PEDRO F. J. PAVESI
Director
Dcpto. de Post - Grado

Fecha de Presentación: 21 de Marzo de 1983.

Introducción

En esta Tesis discuto dos ideas centrales que es posible enunciar en estricto orden lógico.

La primera de ellas es que el nivel de desempleo involuntario[1/] o el de la tasa de desempleo que prevalecen en una economía pueden ser advertidos por el oferente de trabajo típico, induciéndolo a alterar sus decisiones.

El mecanismo a través del cual se ejerce esa influencia está vinculado a las variaciones que experimenta el trabajador con respecto a la duración esperada de su contrato de trabajo y a la dificultad prevista para acceder a un puesto.

Parece razonable afirmar que, tanto la cantidad de 'horas' que un individuo está dispuesto a trabajar -al salario corriente- como su elección de consumo y ahorro dependen de la magnitud del desempleo correspondiente al mercado de trabajo en el que desarrolla su actividad.

Para justificar esta aseveración podría apelarse aquí a la introspección. Imagínese que la probabilidad que tiene el lector de ser despedido aumenta súbitamente, ¿mantendría sus decisiones invariables como respuesta a ese estímulo?.

Por supuesto, esta observación no es novedosa. Sin embargo, sí lo es su tratamiento.

Una diferencia básica con los modelos hasta ahora elaborados consiste en suponer que el ocio -entendido como cualquier actividad fuera del mercado (estudio, trabajo en el hogar)- tiene un valor positivo para el trabajador, aversor al riego con respecto a apuestas referidas al número de unidades de tra-

---

1/ Es decir, la diferencia entre el número de unidades de trabajo que desearían contratar los oferentes y las efectivamente realizadas al salario corriente.

bajo; cuando aumenta la incertidumbre el agente está dispuesto a sacrificar parte de su tiempo libre (esfuerzo no ejecutado) con la finalidad de sostener el ingreso real.

Esta aproximación al problema, compatible con la tradición neoclásica, ha sido permanentemente descuidada.

En segundo lugar, si se acepta ese hecho, puede defenderse el supuesto de que un monopsonista de trabajo es capaz de reconocer el papel de la incertidumbre sobre la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario, tomando, en consecuencia, una actitud activa en la determinación del nivel de desempleo.

Surge entonces el interés de investigar las consecuencias que tiene tal comportamiento en el proceso de maximización de beneficios: la magnitud del desempleo que elija la firma y la forma en que estructure el racionamiento de los trabajadores pueden permitirle alcanzar un nivel mayor de beneficios.

No es posible clasificar el desempleo involuntario generado de ese modo entre los distintos tipos habitualmente sugeridos. No se debe a las limitaciones que impone la tecnología disponible, ni a una deficiencia de la demanda, por ejemplo; tampoco tiene su origen en la existencia de monopolio sindical o en la inflexibilidad de los salarios a la baja por alguna causa institucional. Dado que el empleador es único, debe descartarse también que sea friccional.

Si bien los factores mencionados pueden acentuar las manifestaciones del fenómeno, el modelo que construyo en esta Tesis es suficientemente general como para asegurar la aparición de desempleo involuntario, aún bajo circunstancias que no lo ocasionarían, de no determinárselo arbitrariamente.

Formalmente, sostengo que:

(1) la cantidad de trabajo ofrecida no siempre es una función singular del salario real (además del ingreso no laboral); por

el contrario, bajo ciertas condiciones, existe todo un haz de curvas de oferta de trabajo con respecto al salario, y cada una de tales curvas está asociada a un nivel dado de desempleo total o de la tasa de desempleo;

(2) un monopsonista que reconozca la validez de la proposición anterior, debe generar desempleo involuntario si efectivamente intenta maximizar sus beneficios, instituyendo un sistema de racionamiento estocástico óptimo desde ese último punto de vista.

Para demostrar estas proposiciones establezco distintas hipótesis.

Supongo, por ejemplo, que los trabajadores maximizan la utilidad esperada del ingreso real y del ocio, que son aversores al riesgo con respecto a apuestas sobre el número de unidades de trabajo, y que, para algún nivel positivo de ingreso laboral suficientemente pequeño, la utilidad marginal del consumo -y del empleo- tiende a un número real positivo suficientemente grande (hipótesis de supervivencia), en particular, podría acercarse a infinito.

Por otra parte, considero que la mano de obra que utiliza el monopsonista es homogénea por su capacidad para la producción, y en algunas circunstancias, también según su función de utilidad y riqueza inicial.

Esta breve reseña de supuestos no agota la lista.

Ilustra, sin embargo, el grado de realismo del punto de partida. De algún modo, permite apreciar el ámbito restringido que le corresponde al análisis.

Debe notarse que el enfoque intenta subrayar la naturaleza y el origen de una situación de desequilibrio, más que aceptar su existencia desde un principio.

El carácter endógeno de la incertidumbre, que es determinada de modo deliberado por uno de los agentes del mercado, es un aspecto que establece una fundamental diferencia entre el estudio aquí desarrollado y la literatura preexistente.

En los Capítulos I y II me ocupo de examinar la validez de (1), mientras que en los Capítulos III y IV considero la veracidad de (2).

Este trabajo es el resultado de un proceso de producción en el que utilicé distintos insumos durante un período prolongado. Además, como ha señalado el Profesor Dr. Julio H.G. Olivera[2/], "la función de producción de la investigación científica no es de tipo determinista, sino de naturaleza estrictamente estocástica", y, por ende, es difícil ponderar con justicia el papel desempeñado por todos los factores de producción.

Tengo buenas razones para afirmar, sin embargo, que el producto final ha mejorado como consecuencia de las sugerencias y observaciones de mi Consejero de Tesis. Deseo manifestarle mi gratitud.

También quiero agradecer a la Profesora Dra. Luisa Montuschi su estímulo, y al Dr. Guillermo J. Escudé sus interesantes comentarios.

Cualquier posible error es de mi exclusiva responsabilidad.

2/ "Investigación científica y función de producción estocástica", en Economía y Matemática, Macchi, Buenos Aires, 1973.

Indice

pág.

pág.

CAPITULO I

Análisis de los Efectos del Racionamiento Estocástico No Proporcional sobre la Oferta de Trabajo.

1. El modelo básico de oferta de trabajo.

En esta tesis supondré en general que la cantidad de trabajo ofrecida por un individuo es variable con el salario real percibido por unidad, lo que está de acuerdo con las hipótesis tradicionales de la teoría neoclásica.

En algunos modelos recientes se toma la cantidad de trabajo a realizar en un empleo como un dato, por lo que la elección del agente económico es de todo o nada: participar o no en el mercado.

Tal cosa ocurre en el análisis de Azariadis (6) sobre los contratos implícitos y en el tratamiento de Pissarides (34) de los modelos de búsqueda de trabajo.

Si bien tal supuesto es aceptable, la alternativa aquí propuesta será más útil para comprender la determinación del nivel del salario, de la tasa de desempleo y del nivel de empleo en un mercado de trabajo de competencia imperfecta (por desarrollarse en el Capítulo III).

En términos generales, la decisión de oferta de trabajo tiene dos consecuencias:

a) el cambio de trabajo por retribución implica disponer de un número mayor de bienes,

b) el compromiso de realizar una tarea reduce el tiempo libre.

Por ende, cuando el individuo elige la cantidad de trabajo a ofrecer en el mercado, L, tiene en cuenta el salario (real) por unidad de trabajo realizada, w, su ingreso (real) no laboral, Y, y el tiempo máximo de que dispone en el período, T.

Intentará entonces alcanzar la mayor satisfacción o utilidad U, una función del ingreso (real) total, y, y del ocio, θ.

Tal función es continuamente diferenciable hasta el segundo orden inclusive, es decir, U es C^2.

El ocio no es necesariamente tiempo destinado a la recreación improductiva en este contexto. Puede representar tiempo dedicado a la acumulación de capital humano, al consumo de los bienes adquiridos con el ingreso, al trabajo en el hogar, o bien utilizado en una tarea alternativa. Además, puede corresponder a o interpretarse como esfuerzo no realizado -ver Hicks (28), Cap. 5-.

Más formalmente, el ingreso total y el ocio se definen como:

(1) $y = wL + Y, \quad \theta = T - L, \quad \theta \geq 0,$

y el individuo elige L^c(la cantidad de trabajo que ofrece en el mercado), maximizando $U = U(y,\theta)$ sujeto a (1). En consecuencia, debe considerarse el siguiente problema:

(2) $\underset{L}{\text{Maximizar}} \quad U(wL+Y, T-L),$

con $T \geq L$.

Las condiciones necesarias y suficientes para un óptimo interior son:

(3) $wU_y - U_\theta = 0,$

(4) $D = w^2U_{yy} - 2wU_{y\theta} + U_{\theta\theta} < 0.$

La ecuación (3) indica que es necesario que la utilidad marginal del ocio sea igual a la utilidad marginal del ingreso multiplicada por el salario, pues puede escribírsela como:

(5) $wU_y = U_\theta.$

Cuando (4) se satisface en todo el dominio, hipótesis que se sostiene de aquí en más, y por lo tanto U es estrictamente cóncava con respecto a L, se cumplen las condiciones que exige el Teorema de la Función Implícita -cf. Apostol (1)-:

T.1) Sea $f = (f_1, \ldots, f_n)$ una función vectorial definida en un conjunto abierto S en E_{n+h} con valores en E_n (espacio real de n dimensiones). Supongamos que f es C^1 sobre S. Sea $(x_0;t_0)$ un punto en S para el cual $f(x_0;t_0) = 0$, y el determinante de

$\underline{n \times n}$:

(J) $D_j f_i(x_o;t_o) \neq 0$.

Entonces existe una vecindad $\underline{k}$-dimensional $\underline{T}_o$ de t_o y una y sólo una función vectorial $\underline{g}$, definida sobre $\underline{T}_o$, con valores en $\underline{E}_n$, tal que:

(i) $\underline{g}$ es $\underline{C}^1$ sobre $\underline{T}_o$,

(ii) $g(t_o) = x_o$,

(iii) $f(g(t);t) = 0$, para todo $\underline{t}$ en $\underline{T}_o$.

Aquí (J) corresponde a $\underline{D}$ en (4). La condición $\underline{f(x_o;t_o)=0}$ es verificada por (3), y por lo tanto $\underline{L}^c$, que la resuelve, puede escribirse como una función de los parámetros $\underline{w}$, $\underline{Y}$ y $\underline{T}$.

Es decir, la función de oferta de trabajo individual tiene la forma:

(6) $L^s = L^s(w,Y,T)$,

e indica la cantidad de trabajo que se desea realizar efectivamente en el período, al salario corriente, dado el ingreso no laboral y el tiempo disponible. Prescindiré de $\underline{T}$ como argumento de $\underline{L}^s$, considerándola una constante cuyo valor no puede cambiar.

Es interesante calcular ahora $\underline{L^s_w = \partial L^s/\partial w}$ y $\underline{L^s_Y = \partial L^s/\partial Y}$, que señalan la dirección del cambio de la cantidad de trabajo ofrecida cuando se modifica el salario o el ingreso no laboral. A partir de (3) se deducen:

(7) $L^s_Y = -(wU_{yy} - U_{y\theta})/D$,

(8) $L^s_w = -\left[U_y + L^c(wU_{yy} - U_{y\theta})\right]/D = -U_y/D + L^c L^s_Y$.

Debe notarse que si $\underline{U_{y\theta} \geq 0}$, entonces $\underline{L^s_Y < 0}$, por lo cual el signo de L^s_w es indeterminado; así es posible que el ocio sea un bien de Giffen ($\underline{\partial\theta/\partial w = -L^s_w > 0}$), ya que aún cuando $\underline{U_{y\theta} < 0}$ el signo de (8) dependerá de los valores absolutos de los términos.

Por lo tanto, es factible una función de oferta de trabajo con pendiente negativa respecto del salario. Un análisis de sus formas admisibles puede hallarse en el trabajo de Barzel y McDonald (7), quienes consideran que las diversas clases de curvas de oferta de trabajo dependen de los activos que poseen los oferentes de trabajo y de su mapa de preferencias.

Un caso importante presentado por Barzel y McDonald (op.cit.) puede desarrollarse aquí del siguiente modo. Sea N el mínimo ingreso real necesario para la subsistencia. El problema (2) se escribe ahora:

(9) $\underset{L}{\text{Maximizar}}\ U(wL+Y,T-L)$ sujeto a $wL+Y \geqslant N$.

Este es un problema de Programación No Lineal. La restricción es lineal, de modo que se cumple la hipótesis de regularidad de las restricciones (constraint qualification) -cf. Fernández Pol (20) o Zangwill (51)-.

Formando la función de Lagrange:

(10) $U(wL+Y,T-L)+v(wL+Y-N)$,

donde v es el multiplicador no negativo, las condiciones de Kuhn-Tucker necesarias para un óptimo interior o de esquina son:

(11.1) $(wU_y-U_\theta+vw)L = 0$,

(11.2) $(wL+Y - N)v = 0$,

donde la expresión entre paréntesis en (11.1) es no positiva. Nótese que si $wL+Y > N$ entonces (11.1) se reduce a (3) pues $v=0$.

Por otra parte, si la restricción es operativa:

$wL + Y = N$,

entonces v puede ser distinto de cero, y $L^c = N-Y/w$, con lo cual:

$\partial L^s/\partial w = \partial L^c/\partial w = -(N-Y)/w^2$;

por tanto, si $N > Y$ se tiene que $L_w^s < 0$, cuando la variación en w es tal que la restricción continúa siendo operativa.

Aunque este tratamiento es ilustrativo del papel del ingreso mínimo de subsistencia en la oferta de trabajo, utilizaré en cambio la hipótesis de que U_y tiende a $+\infty$ si $wL+Y$ tiende a N. Esta forma de considerar el problema parece adecuada cuando se tiene en cuenta que el índice U incluye las necesidades del oferente de trabajo. Como no se satisface (11.1) si $L=(N-Y)/w$ pues $v \geqslant 0$, la restricción no debe ser operativa en la solución de óptimo (recuérdese que la expresión entre paréntesis de (11.1) es no positiva para una solución interior o de esquina).

Es oportuno realizar una breve consideración de cuál podría ser el resultado de utilizar el enfoque de la asignación del tiempo de Becker (8), en el caso sencillo aquí tratado.

Una forma de incorporar ese modelo es suponer que la demanda de ocio tiene dos componentes: la cantidad demandada de ocio para ser utilizada en el consumo junto con el ingreso total (θ_1) y la no utilizada en la producción directa de consumo (θ_2).

Si la función de producción de bienes de consumo es de coeficientes fijos, entonces:

(12) $\theta_1 = h(wL+Y),\ h > 0,$

donde h representa la proporción en que deben combinarse el ocio y el ingreso.

En estas condiciones, si no es posible postergar el consumo pues, por ejemplo, las mercancías son perecederas, el problema es:

(13) $\underset{L}{\text{Maximizar}}\ U = U\left[wL+Y,\ T-h(wL+Y)-L\right]$,

con lo que el segundo argumento de U es ahora tiempo neto del destinado al consumo de los bienes adquiridos con el ingreso.

Las condiciones necesarias y suficientes para un máximo interior son:

(14.1) $wU_y-(hw+1)U_\theta = 0,$

(14.2) $w^2U_{yy}-2w(hw+1)U_{y\theta}+(hw+1)^2U_{\theta\theta} = D < 0.$

De (14.1) se deduce que es necesaria la siguiente igualdad:

(15) $(w/hw+1)U_y = U_\theta.$

¿Cuál es el efecto de un cambio en h sobre L'-el valor de L que cumple (14.1)?. Por diferenciación implícita de (14.1):

(16) $\partial L/\partial h = L_h = \left[wU_\theta+(wL'+Y)wU_{y\theta}-(hw+1)U_{\theta\theta}\right] /D;$

como U incluye el ocio neto de tiempo utilizado en consumo, es natural suponer cierto grado de sustituibilidad entre ingreso y ocio, con lo que $U_{y\theta} \leq 0$, y el signo de (16) es indeterminado. Si $U_{y\theta} = 0$, entonces $L_h < 0$.

En adelante supondré que h=0; sin embargo, sostendré en general la hipótesis de que $U_{y\theta} \geq 0$, teniendo en cuenta de tal modo que si aumenta la cantidad de bienes materiales disponibles por el oferente de trabajo, no disminuye la utilidad marginal del tiempo fuera del mercado.

Tratando de poner énfasis en sus supuestos implícitos, he reseñado en esta sección los aspectos principales del modelo microeconómico de oferta individual de trabajo a partir del cual discutiré a continuación los efectos del racionamiento estocástico del empleo.

2. El sistema de racionamiento estocástico no proporcional.

El interés por resolver el problema de si la tasa de desempleo debe incluirse como argumento de la función de oferta de trabajo fue sugerido inicialmente por Hartley y Revankar (27).

Sin embargo, la solución por ellos hallada fue cuestionada en trabajos ulteriores de Sjoquist (45) y Yaniv (50), aunque esos autores no determinaron las causas del posible error. Asimismo, Sjoquist (op.cit.) y Yaniv (op. cit.) indicaron razones por las cuales la probabilidad de tener empleo (uno menos la tasa de desempleo) debe ser considerada variable determinante de la cantidad de trabajo ofrecida, además del salario real y del ingreso no laboral.

La naturaleza de la equivocación de Hartley y Revankar -que radica en el uso incorrecto de las funciones sin sesgo de certidumbre de Theil ((47) y (48))- se establece en la próxima sección. Luego presentaré algunos modelos que sugieren la plausibilidad de introducir la tasa de desempleo en la función de oferta de trabajo.

La designación "estocástico" para el sistema de racionamiento, se refiere a que el trabajador no sabe, en el momento de manifestar la cantidad de tiempo que desea trabajar al salario corriente, si será racionado o no, aunque sí es capaz de atribuir probabilidades a cada uno de esos posibles acontecimientos o estados de la naturaleza. Se trata entonces de una elección bajo riesgo en el sentido de Knight.

Las probabilidades pueden ser subjetivas -en el sentido de Savage- u objetivas -en el de von Neumann-Morgenstern-.

En el último caso, la probabilidad de tener empleo puede definirse como:

(17) $P = L^d/L^s = 1 - (L^s-L^d)/L^s$,

donde L^d es la demanda de trabajo de mercado, L^s es la oferta de trabajo de mercado, y en la cual la tasa de desempleo es:

(18) $T^u = L^s - L^d/L^s$.

Por otra parte, el sistema de racionamiento estocástico es no proporcional pues de conseguir empleo, el individuo realiza o trabaja todas las unidades que manifestó inicialmente; de no ser contratado, queda absolutamente desempleado en el período, es decir, no puede trabajar efectivamente ninguna unidad al salario corriente en el mercado.

En un sistema de racionamiento estocástico no proporcional, el agente toma su decisión de oferta de trabajo teniendo en cuenta que los posibles resultados de los dos estados de la naturaleza son:

a. No ser racionado: en ese caso se trabajan kL^s unidades, con $k=1$ y con probabilidad P (definida según (17)).

b. Ser racionado: en ese caso $k=0$ y por lo tanto las horas o unidades trabajadas serán $kL^s=0$. La probabilidad de este estado es $1-P$.

Cuando k puede tomar otros valores en el abierto $(0,1)$ el sistema de racionamiento estocástico es proporcional. Ese caso se desarrolla en el Capítulo II.

Una variante de este sistema consiste en suponer que de ser racionado el individuo no puede trabajar más que $\underline{L}^r$ unidades, tomando $\underline{L^r < L^c}$. En el caso de que, además, no exista riesgo la decisión del agente económico en este modelo -en el que sólo hay un bien de consumo- queda determinada exógenamente, y coincide con la propuesta por Clower (13), pues:

$$y^r = wL^r + Y$$

es la demanda efectiva del bien de consumo, y:

$$y^c = wL^c + Y,$$

la demanda walrasiana, ver el Apéndice C.

En la literatura, el antecedente más remoto del sistema de racionamiento estocástico no proporcional se encuentra en el trabajo de Diamond y Yaari (17), quienes lo aplicaron a un régimen de racionamiento por puntos de mercancías. Más específicamente, Svensson (46) estudió los efectos del racionamiento estocástico no proporcional sobre las cantidades demandadas de mercancías, sin incluir en su análisis el caso de racionamiento del trabajo.

3. El error de Hartley y Revankar.

Bajo racionamiento estocástico no proporcional el oferente de trabajo elige la cantidad de trabajo que intentará colocar en el mercado maximizando la esperanza de cierta función de utilidad $\underline{U}$, que depende del ingreso total y del ocio; tal función puede ser cardinal en los sentidos de von Neumann-Morgenstern/Savage. Supondré que es $\underline{C}^2$ y estrictamente cóncava.

Teniendo en cuenta la restricción de tiempo, el individuo hará máxima:

$$(19) \quad E\left[U(y,\sigma)\right] = PU^a(wL+Y,T-L)+(1-P)U^b(Y,T),$$

expresión en la que $\underline{a}$ y $\underline{b}$ identifican los estados de la naturaleza, habiéndose conseguido o no trabajo respectivamente. Asimismo, $\underline{P}$ puede estar definida según (17) o corresponder a alguna estimación subjetiva.

¿Depende $\underline{L^o}$, que maximiza (19) de los valores que tome $\underline{P}$?. Esta es la pregunta que se desea responder aquí.

Hartley y Revankar (op.cit.) sostuvieron que mediante el supuesto de que $\underline{U}$ es una función sin sesgo de certidumbre, el nivel de $\underline{L}$ que optimiza $\underline{E(U)}$ es el mismo que maximiza:

(20) $U(Ey,E\theta)$,

donde:

$$Ey = P(wL+Y)+(1-P)Y = PwL+Y,$$

$$E\theta = P(T-L)+(1-P)T = T - PL.$$

Una función es sin sesgo de certidumbre según Theil -cf. (47) y (48)- si el valor de $\underline{x}$ que maximiza $\underline{U(Ex)}$ es el mismo que maximiza $\underline{E[U(x)]}$.

Las condiciones para máximos interiores en $\underline{L^o}$ de (19) y en $\underline{L^+}$ de (20) son (21) y (22) respectivamente:

(21.1) $wU^a_y(wL^o+Y,T-L^o)-U^a_\theta(wL^o+Y,T-L^o) = 0,$

(21.2) $w^2U^a_{yy} -2wU^a_{y\theta} +U^a_{\theta\theta} < 0;$

(22.1) $wU_y(wPL^++Y,T-PL^+)-U_\theta(wPL^++Y,T-PL^+) = 0,$

(22.2) $w^2U_{yy}-2wU_{y\theta} + U_{\theta\theta} < 0.$

Debe advertirse que $\underline{L^o = L^c}$ de (1).

En el caso de las condiciones (21), $\underline{L^o}$ está bien definida y es invariable para todos los valores de $\underline{P}$ en el intervalo $\underline{(0,1]}$, ya que si $\underline{P = 0}$ el trabajador sabe que no puede conseguir trabajo, de tal modo que su oferta de trabajo puede no estar acotada.

Tampoco está definida la cantidad de trabajo ofrecida para las condiciones (22) cuando $\underline{P = 0}$; más aún, no es posible garantizar que $\underline{T \geqslant L}$ a pesar de que $\underline{T \geqslant PL}$.

Sea entonces un valor de $\underline{P}$ positivo pero menor que uno. Si se produce un pequeño cambio en $\underline{P}$, de (21) puede deducirse:

(23) $\partial L^o/\partial P = 0;$

por otra parte, si $\underline{L^+ < T}$, de (22) se obtiene:

(24) $\partial L^+/\partial P = -L^+/P < 0.$

Estos resultados son en apariencia incompatibles. Obsérvese que (24) es el resultado de Hartley y Revankar, mientras que (23) es el deducido por Sjoquist.

No presenta dificultades la justificación de (23). En efecto, como el segundo término de (19) es una constante, un cambio en las probabilidades es tan sólo una transformación positiva afín de la función de utilidad cardinal. Sabemos que en ese caso no se altera el nivel de la variable de control que optimiza la función objetivo (cf. Luce y Raiffa (29), por ejemplo).

El origen de ese resultado puede advertirse rápidamente. La probabilidad es constante para todo L, por lo que el agente no puede distinguir entre una y otra unidad de trabajo en base a ella. Además, si el estado a no acontece, bajo un sistema de racionamiento estocástico no proporcional, el tiempo se asigna inmediatamente al ocio. De ésto se deduce que el individuo elegirá L^o independientemente del valor de P.

¿Qué significa entonces (24)?.

En primer lugar, debe notarse que para todo L^+ existe un L^o que satisface las condiciones (21). Basta con tomar $L^o=PL^+$, que, si $PL^+ \leq T$, verificará la restricción de tiempo.

Por otra parte, si L^o es la solución de (21), entonces el valor $L^o/P = L^+$ lo es de (22). En este caso, sin embargo, $L^o \leq T$ no implica $L^o/P \leq T$.

Admitiendo que L^+ debe ser menor o igual que T, existen tantas soluciones de (21) como soluciones de (22). Esas soluciones serán sólo una cuando U es estrictamente cóncava. Por ende, puede escribirse:

(25) $L^+ = L^o/P$ implica que $L^+_P = -L^o/P^2 = -L^+/P$.

Por lo tanto, el análisis de Hartley y Revankar sobreestimó la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario, pues $L^+ > L^o$, y además (24) es una indicación de cómo varía el error (L^+-L^o) cuando P cambia, y no, como sostenían aquellos autores, una indicación de la dirección del cambio en la oferta de trabajo ante modificaciones en la probabilidad de empleo.

El procedimiento de Hartley y Revankar es inadecuado en este contexto pues, según Theil -ver (47) y (48)- es suficiente que se cumplan simultáneamente las siguientes condiciones para que (19) y (20) conduzcan al mismo nivel óptimo de L:

1. la función U es cuadrática;
2. la incertidumbre no proviene de parámetros sobre los que el agente tiene control, y afecta sólo a la parte aditiva de las restricciones.

El teorema de Theil -cf. (47), Cap.VIII, pág.415- puede ponerse en los siguientes términos:

"Supongamos que se cumplen las siguientes hipótesis:

1) las variables no controlables y son reales, y están conectadas a los instrumentos x por el sistema de ecuaciones:

$y = f(x) + e,$

donde f es un vector columna de funciones, y e uno de perturbaciones aleatorias, con media cero para todo x, y con una matriz de covarianzas finita $E(ee^t)$ e independiente de x;

2) todos los vectores x e y están completamente ordenados de acuerdo con las preferencias del decididor de tal manera que es posible una representación por medio de una función de bienestar de valores reales:

$$w(x,y) = A(x) + \sum_{i=1}^{n} A_i(x)y_i + (1/2)\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} A_{ij}y_iy_j \;;$$

3) si alguno de los argumentos de w es estocástico, el decididor evalúa su decisión en base a $Ew(x,y)$.

Entonces la maximización de la función de bienestar sujeta a la restricción no estocástica $y = f(x)$, en la que e es reemplazada por su media, da el mismo valor para el vector de instrumentos (o conjunto de vectores instrumento) que la maximización de la función de bienestar sujeta a la restricción estocástica $y=f(x)+e$, siempre que esa maximización sea posible".

Dado que P multiplica a L en (20), la condición 2 no se satisface, y ése es el error esencial del análisis de Hartley y Revankar.

Como ejemplo, considérese la función:

$$U(y,\theta) = Ay + B\theta + (1/2)(Cy^2 + D\theta^2 + 2Fy\theta),$$

siendo A, B, C, D y F constantes. En ese caso, fácilmente puede comprobarse que la maximización de E(U) y de U(Ey,Eθ) conduce a:

$$L^+ = (1/P)L^o = (1/P)(-Aw+B-CwY+DT-wFT+FY)/(Cw^2+D-2wF),$$

que confirma los resultados del análisis inicial, a pesar de ser cuadrática como sugieren Hartley y Revankar (op.cit.,pág.172, nota 6).

En conclusión, del estudio hasta aquí presentado surge que cuando el agente elige el número de unidades de trabajo que desea realizar en un único período, la probabilidad de conseguir o no empleo no es relevante: el sistema de racionamiento estocástico no proporcional es neutral. Los resultados de Hartley y Revankar: $L^+ > L^o$, y $L^+_P < 0$, se deben al uso inapropiado de las funciones sin sesgo de certidumbre de Theil, ya que violaron la condición de que la incertidumbre no afecte la parte multiplicativa de las restricciones; tal derivada es entonces una indicación de la dirección en que se mueve el error cometido cuando cambia la probabilidad.

Debe advertirse que en el análisis original de Hartley y Revankar se suponía que en el estado b de la naturaleza, el individuo recibe un seguro de desempleo s. Se tiene entonces en el máximo:

$$wU_y\left[wPL^+ + (1-P)s+Y, T-PL^+\right] - U_\theta\left[wPL^+ + (1-P)s+Y, T-PL^+\right] = 0;$$

ésto conduce a:

$$L^+_P = -L^+/P + (s/P)\left[(wU_{yy}-U_{y\theta})/(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})\right] .$$

Aquellos autores hacen luego la hipótesis de que el segundo término es de magnitud despreciable, con lo que llegan a la ecuación (24).

A los fines de la comparación que se realizó en esta sección, no es inadecuado suponer desde el principio s=0, aunque el razonamiento depende totalmente de tal premisa. Sin embargo, cuando $s \neq 0$

la nulidad del término mencionado no se desprende en forma clara de otros supuestos más débiles. Además, el caso en el que no existe el seguro de desempleo permite ver nítidamente el sesgo introducido por Hartley y Revankar.

4. Los modelos de Sjoquist y Yaniv.

Sjoquist y Yaniv plantearon modelos de los que dedujeron que P afecta a L^s. El primer autor, en su artículo de 1976 ya mencionado, sugirió que de las horas o unidades no trabajadas no se obtiene la misma utilidad que de las dedicadas al ocio, en parte porque se las emplea en algún tipo de actividad de búsqueda.

En ese caso, el problema de maximización de la utilidad esperada es:

(26) $\underset{L}{\text{Maximizar}} \quad PU^a(wL+Y,T-L)+(1-P)U^b(Y+s,T-L),$

donde s es un seguro de desempleo de monto fijo.

Las condiciones necesarias y suficientes para un máximo de la utilidad esperada son:

(27.1) $P(wU^a_y - U^a_\theta)-(1-P)U^b_\theta = 0,$

(27.2) $D = P(w^2U^a_{yy}-2wU^a_{y\theta}+U^a_{\theta\theta})+(1-P)U^b_{\theta\theta} < 0.$

De ellas se deduce:

(28) $\partial L^s/\partial P = -(wU^a_y-U^a_\theta+U^b_\theta)/D.$

Nótese que (27.1) implica:

$$P(wU^a_y-U^a_\theta+U^b_\theta) = U^b_\theta > 0,$$

por lo que $L^s_P > 0$.

Mi objeción principal al análisis de Sjoquist es que su caso se reduce a uno de incertidumbre sobre el salario, ya que el agente debe realizar todas las unidades de trabajo que ofrecen en el estado b de la naturaleza. En tales condiciones, s se transforma en un seguro de ingreso para cuando acontezca $w=0$.

El estudio de los efectos de la incertidumbre con respecto al salario sobre la oferta de trabajo tiene interés por sí mismo, y fue desarrollado por Block y Heineke (10), y tratado nuevamente -de forma menos brillante- por Tressler y Menezes (49). Es adecuado para evaluar las consecuencias de la incertidumbre referida a la tasa de inflación, si en los contratos de trabajo se pacta el salario nominal al comienzo del período, pero no el salario real, por ejemplo. Sin embargo, planteado de ese modo, el problema de los efectos de la desocupación prevista son desvirtuados.

Una segunda objeción es pertinente. Si todas las horas que se ofrecen en el mercado de trabajo se usan en actividad de búsqueda cuando se está desempleado, debería deducirse tal resultado de algún modelo de búsqueda de empleo; la hipótesis de Sjoquist es muy fuerte, pues prescinde de una especificación del proceso decisorio del agente.

Esta última observación fue señalada también por Yaniv (op. cit.), quien sugirió asimismo una razón alternativa para que $\underline{P}$ fuera considerada una variable relevante en la determinación de la oferta de trabajo: la existencia de un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral. Si $\underline{u_s}$ es una constante positiva menor que uno, que indica la proporción del ingreso laboral que se percibe en concepto de compensación por desempleo, el ingreso total del trabajador estando desempleado es:

$$u_s wL + Y.$$

En estas condiciones, la esperanza de la utilidad es:

$$(29) \quad E(U) = PU^a(wL+Y,T-L)+(1-P)U^b(u_s wL+Y,T),$$

con lo que las condiciones necesarias y suficientes para un máximo interior en $\underline{L}'$ son:

$$(30.1) \quad P(wU^a_y-U^a_\Theta) + (1-P)u_s wU^b_y = 0,$$

$$(30.2) \quad D' = P(w^2U^a_{yy}-2wU^a_{y\Theta}+U^a_{\Theta\Theta})+(1-P)(u_s w)^2U^b_{yy} < 0.$$

Debe observarse en primer lugar que (30.1) puede escribirse:

(31) $wU_y^a - U_\theta^a = -[(1-P)/P]u_s wU_y^b < 0$,

y ya que se cumple (30.2) en todo el dominio (y en consecuencia, $\underline{U}$ es una función estrictamente cóncava con respecto a $\underline{L}$): $\underline{L' > L^o}$. En efecto, el signo negativo de (30.2) asegura que (30.1) es una función monótona decreciente de $\underline{L}$. Si $\underline{L' = L^o}$ entonces se tendría:

$$P(wU_y^a - U_\theta^a) + (1-P)u_s wU_y^b > 0,$$

pues:

$$wU_y^a - U_\theta^a = 0,$$

en $\underline{L^o}$. Por lo tanto, a fin de que esta expresión disminuya su valor, $\underline{L}$ debe incrementarse y ser mayor que $\underline{L^o}$.

Este resultado es razonable, dado que si el agente sobredimensiona su oferta de trabajo se asegura un ingreso más elevado en el caso de estar desempleado; el costo de tal actitud es la posibilidad de tener que trabajar todas las unidades ofrecidas, ya que aquí no es factible revisar la decisión.

Diferenciando (30.1) se deduce:

(32) $\partial L'/\partial P = -\ wU_y^a - U_\theta^a - u_s wU_y^b\ /D' < 0$,

notando que (30.1) implica:

(33) $P(wU_y^a - U_\theta^a - u_s wU_y^b) = -u_s wU_y^b < 0$.

Según Yaniv entonces, un aumento en la tasa de desempleo (disminución del valor de $\underline{P}$) producirá un incremento de la cantidad de unidades de trabajo que el oferente manifiesta desea realizar, cuando existe un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral previsto.

Si bien este resultado es interesante, limita la inclusión de la tasa de desempleo como argumento de la función de oferta de trabajo a aquellas situaciones en las que efectivamente rige un sistema particular de compensación por desempleo. Además, es razonable suponer que el monto del seguro -siendo proporcional- puede fijarse en base al ingreso pretérito del agente, y no como proporción de lo que desearía recibir. Esta observación sugiere la importancia por introducir el tiempo como elemento de análisis.

5. El caso de las decisiones en dos períodos.

Estudiaré en esta sección la conducta de maximización de utilidad de un agente sobre dos períodos, ambos de extensión T.

Considerando a P como la probabilidad de conseguir trabajo en el segundo período, supondré en principio que esa posibilidad es cierta en el primero. Podría pensarse que el valor subjetivo de P para el individuo coincide con $1-T^u$, donde T^u designa la tasa de desempleo del período precedente. Esta interpretación, sin embargo, no es necesaria.

El subíndice i (1 ó 2) indicará el período a que está referida una variable o un parámetro.

Sea $n = 1+r$, donde r es el tipo de interés al que se ahorra el ingreso ($r > -1$), y A la proporción del ingreso transferido por el trabajador del primer al segundo período ($0 < A < 1$). Supondré también que $Y=0$, es decir, que el oferente no tiene otra fuente de ingresos que no sea el salario.

Bajo estas condiciones, el agente maximiza la esperanza de cierta función de utilidad que depende del ingreso y del ocio en cada período, teniendo en cuenta la incertidumbre sobre el empleo en el segundo, y respetando:

$L_i \leq T$, $i=1,2$.

El problema es:

$$(34) \quad \underset{L_1, L_2, A}{\text{Maximizar}} \left\{ E\left[U(y_1, y_2, \theta_1, \theta_2)\right] = PU^a\left[w_1 L_1(1-A), w_2 L_2 + Anw_1 L_1, T-L_1, T-L_2\right] + (1-P)U^b\left[w_1 L_1(1-A), Anw_1 L_1, T-L_1, T\right] \right\},$$

donde a indica el estado de la naturaleza en el que se consigue trabajo en el segundo período, y b aquél en el que se está desempleado.

Las condiciones necesarias para un máximo interior en el punto $(\underline{L}_1^o,\underline{L}_2^o,\underline{A}^o)$ son:

$$(35.1)\ \partial E(U)/\partial L_1 = P\left[U_{y_1}^a w_1(1-A^o)+U_{y_2}^a nA^o w_1-U_{\theta_1}^a\right]+(1-P)\left[U_{y_1}^b w_1(1-A^o)+\right.$$

$$\left.+\ U_{y_2}^b nA^o w_1-U_{\theta_1}^b)\right] = 0,$$

$$(35.2)\ \partial E(U)/\partial L_2 = P(U_{y_2}^a w_2-U_{\theta_2}^a) = 0,$$

$$(35.3)\ \partial E(U)/\partial A = \left[P(-U_{y_1}^a+nU_{y_2}^a)+(1-P)(U_{y_2}^b n-U_{y_1}^b)\right]w_1L_1^o = 0.$$

Las condiciones de segundo orden requieren que la matriz $\underline{H}$ de derivadas parciales de (35) sea definida negativa. Esto implica que $\underline{U}$ es estrictamente cóncava con respecto a sus argumentos $\underline{L}_1$, $\underline{L}_2$ y $\underline{A}$.

Aplicando entonces el Teorema de la Función Implícita se obtienen las funciones derivables:

$$L_1 = L_1(w_1,w_2,n,P),$$

$$L_2 = L_2(w_1,w_2,n,P),$$

$$A = A(w_1,w_2,n,P).$$

Producido un pequeño cambio en el valor de $\underline{P}$, su repercusión sobre el valor de las variables endógenas vendrá dado por:

$$(36)\begin{bmatrix}\partial L_1/\partial P\\ \partial L_2/\partial P\\ \partial A/\partial P\end{bmatrix} = H^{-1}.\begin{bmatrix}C_1\\ 0\\ C_2\end{bmatrix},$$

en $(\underline{L}_1^o,\underline{L}_2^o,\underline{A}^o)$, donde:

$$C_1 = w_1(1-A^o)(U_{y_1}^b-U_{y_1}^a)+nA^o w_1(U_{y_2}^b-U_{y_2}^a)+U_{\theta_1}^a-U_{\theta_1}^b,$$

$$C_2 = w_1L_1^o\left[n(U_{y_2}^b-U_{y_2}^a)+U_{y_1}^a-U_{y_1}^b\right].$$

Puede notarse que una condición suficiente para que el primer vector en (36) sea nulo es que:

$$C_1 = C_2 = 0.$$

Como $\underline{L_1^o} \neq \underline{0}$, tal requisito implica:

$$n(U^b_{y_2}-U^a_{y_2}) = (U^b_{y_1}-U^b_{y_1}),$$

que reemplazado en $\underline{C_1 = 0}$ lleva a que:

$$w_1(U^b_{y_1}-U^a_{y_1}) = (U^b_{\theta_1}-U^a_{\theta_1}),$$

es decir, que tal condición suficiente exige que:

$$\text{signo } (U^b_{y_1}-U^a_{y_1}) = \text{signo } (U^b_{\theta_1}-U^a_{\theta_1});$$

por lo tanto es necesario que ambas sean positivas, negativas o nulas, simultáneamente.

Esta condición significa entonces que la utilidad marginal del ocio en el primer período debe ser mayor estando desocupado que teniendo trabajo en el segundo período, que la utilidad marginal del ingreso en el primer período no teniendo trabajo en el segundo debe ser menor que teniendo trabajo en ese período, o bien, que las dos utilidades marginales no cambien con el estado de la naturaleza. Los tres casos son poco plausibles.

Obviamente, la nulidad o compensación de los menores complementarios de $\underline{H}$ puede hacer que las derivadas parciales se anulen, pero no es posible descartar que sean distintas de cero.

Otra condición suficiente para que las derivadas parciales de $\underline{L_1}$ y $\underline{L_2}$ con respecto a $\underline{P}$ sean (idénticamente) nulas es que $\underline{A}$ sea cero para todos los valores de los parámetros, y además $\underline{U}$ sea aditiva (separable por períodos):

(37) $U(y_1,y_2,\theta_1,\theta_2) = \bar{U}(y_1,\theta_1) + \hat{U}(y_2,\theta_2).$

En efecto, en ese caso:

(38) $E(U) = \bar{U}(w_1L_1,T-L_1)+P\hat{U}^a(w_2L_2,T-L_2)+(1-P)\hat{U}^b(0,T),$

con lo que las condiciones necesarias de primer orden son:

(39.1) $w_1\bar{U}_{y_1} - \bar{U}_{\theta_1} = 0,$

(39.2) $P(w_2\hat{U}_{y_2} - \hat{U}_{\theta_2}) = 0,$

que lleva a que el vector de cambios autónomos (con respecto a $\underline{P}$) sea idénticamente nulo.

El mismo resultado se obtendría si se incluyera en $\underline{U}^b$ un seguro de desempleo de monto fijo.

En cambio, considérese el caso en el que $\underline{A=A'}$, una constante positiva menor que uno, $\underline{U}$ es aditiva, tal como (37), y además $\underline{\bar{U}}$ y $\underline{\hat{U}}$ son estrictamente cóncavas.

Una posible interpretación de esta presentación es suponer la existencia de un fondo de desempleo obligatorio, autofinanciado por el trabajador a una tasa $\underline{A}'$ establecida por el gobierno. Esto permitirá una interesante comparación con el seguro de desempleo que estudia Yaniv (op.cit.), el que es independiente de los aportes del trabajador, y es otorgado libremente.

La utilidad esperada es ahora:

$$(40) \quad E(U) = \bar{U}(w_1L_1(1-A'),T-L_1)+P\hat{U}^a(w_2L_2+w_1L_1nA',T-L_2) + \\ + (1-P)\hat{U}^b(w_1L_1nA',T).$$

En el máximo $(\underline{L}_1',\underline{L}_2')$ deben cumplirse:

$$(41.1) \quad \partial E(U)/\partial L_1 = w_1(1-A')\bar{U}_y - \bar{U}_\theta + A'w_1n\left[P\hat{U}^a_y+(1-P)\hat{U}^b_y\right] = 0,$$

$$(41.2) \quad \partial E(U)/\partial L_2 = P(w_2\hat{U}^a_y - \hat{U}^a_\theta) = 0.$$

Las condiciones de segundo orden implican que la matriz $\underline{H}$ de derivadas parciales de (41) es definida negativa, es decir:

$$(42) \quad \det H = h_1h_4-h_2h_3>0,$$

donde:

$$h_1 = (1-A')^2w_1^2\bar{U}_{yy}-2w_1(1-A')\bar{U}_{y\theta}+\bar{U}_{\theta\theta}+(A'w_1n)^2P\hat{U}^a_{yy}+(A'w_1n)^2\hat{U}^b_{yy} < 0,$$

$$h_2 = h_3 = Pw_1nA'(w_2\hat{U}^a_{yy}-\hat{U}^a_{y\theta}) < 0,$$

$$h_4 = P(w_2^2\hat{U}^a_{yy}-2w_2\hat{U}^a_{y\theta}+\hat{U}^a_{\theta\theta}) < 0.$$

Se ha supuesto que $\underline{\bar{U}}_{yy}$, $\underline{\hat{U}}_{yy}$, $\underline{\bar{U}}_{\theta\theta}$, $\underline{\hat{U}}_{\theta\theta}$ son negativas, mientras que $\underline{\hat{\bar{U}}}_{y\theta}$ es no negativa.

El ejercicio de estática comparada con respecto a P arroja el resultado:

(43) $\partial L_1/\partial P = h_4 w_1 nA'(\hat{U}^b_y-\hat{U}^a_y)/(\det H) < 0,$

(44) $\partial L_2/\partial P = -h_3 w_1 nA'(\hat{U}^b_y-\hat{U}^a_y)/(\det H) > 0,$

cuando, como es de esperar, $\hat{U}^b_y > \hat{U}^a_y$.

La interpretación de los signos de estas derivadas parciales está de acuerdo con el sentido común. Si la proporción del ingreso que se ahorra es constante, cuando la probabilidad de conseguir empleo en el segundo período disminuye, entonces el agente aumenta el número de unidades de trabajo en el período corriente, en el que el puesto es seguro; luego, si efectivamente se emplea en el segundo período, lo hará trabajando un número menor de "horas", ya que trabajó en exceso en el primero.

Bajo las mismas hipótesis, puede estudiarse el efecto de un seguro de desempleo proporcional, tal como el que propone Yaniv. Supondré que el trabajador no contribuye a la formación del fondo de desempleo y que no ahorra.

La esperanza de la utilidad es:

(45) $E(U) = \bar{U}(w_1L_1,T-L_1) + P\hat{U}^a(w_2L_2,T-L_2) + (1-P)\hat{U}^b(u_s w_1 L_1,T);$

obsérvese que aquí la compensación por desempleo es proporcional al ingreso pretérito, y no depende del ingreso corriente deseado.

Las condiciones para un máximo interior (de primer orden) son:

(46.1) $\partial E(U)/\partial L_1 = w_1\bar{U}_y - \bar{U}_\theta + (1-P)\hat{U}^b_y w_1 u_s = 0,$

(46.2) $\partial E(U)/\partial L_2 = P(w_2\hat{U}^a_y - \hat{U}^a_\theta) = 0.$

De ellas se deducen:

(47) $\partial L_1/\partial P = u_s w_1 \hat{U}^b_y/\left[w_1^2\bar{U}_{yy}-2w_1\bar{U}_{y\theta}+\bar{U}_{\theta\theta}+(1-P)\hat{U}^b_{yy}(u_s w_1)^2\right]<0,$

(48) $\partial L_2/\partial P = 0.$

Este resultado contradice al de Yaniv (consultar la sección 4 de este capítulo). A diferencia del caso en el que el agente autofinancia su seguro de desempleo, aquí la oferta de trabajo en el segundo período es independiente de la probabilidad, aunque este resultado depende fuertemente de la hipótesis de que el oferente de trabajo no ahorra.

Por lo tanto, en un análisis intertemporal (dos períodos) no puede descartarse el hecho de que la oferta de trabajo en cada período dependa de la tasa de desempleo. Cuando existe un seguro de desempleo y la función de utilidad es aditiva pueden presentarse dos casos. Si el trabajador debe autofinanciarlo, a una tasa preestablecida por el gobierno, la relación entre oferta de trabajo en el primer período y tasa de desempleo es positiva, mientras que es negativa con respecto a la oferta en el segundo. Si el seguro es otorgado sin aportes compulsivos, la primera relación se mantiene, pero la oferta de trabajo en el segundo período es independiente de la tasa de desempleo.

Es posible extender -bajo ciertas hipótesis- algunos resultados para el caso en el que $\underline{U}$ no es separable pero $\underline{A}$ es constante -cf. Bour (11)-.

Si $\underline{A}$ está dado, en las condiciones (35) desaparece la ecuación (35.3). De (35.1) y (35.2) se deduce que:

(49) $\partial L_1/\partial P = \det H^{-1} h_{22}(-h_{1P})$,

donde $\underline{H}$ es la matriz hessiana de derivadas parciales segundas, y h_{22} es su elemento correspondiente a la derivada de (35.2) respecto de $\underline{L_2}$. Por las condiciones de segundo orden para un máximo:

$\det H > 0$, y $h_{22} < 0$.

Además:

$$-h_{1P} = w_1(1-A')(U^b_{y_1}-U^a_{y_1})+nw_1A'(U^b_{y_2}-U^a_{y_2})+(U^a_{\theta_1}-U^b_{\theta_1}),$$

que es positivo si se admite que:

$$U^a_{y_1}-U^b_{y_1}<0,\ U^a_{y_2}-U^b_{y_2}<0,\ U^b_{\theta_1}-U^a_{\theta_1}<0.$$

Entonces $\underline{\partial L_1/\partial P < 0}$.

Por otra parte, el signo de:

(50) $\partial L_2/\partial P = -h_{12}(-h_{1P})/(\det H)$,

donde:

$$h_{12} = P[w_1(1-A')(w_2U^a_{y_1y_2}-U^a_{y_1\theta_2})+nw_1A'(w_2U^a_{y_2y_2}-U^a_{y_2\theta_2})-$$

$$-(w_2U^a_{y_2\theta_1}-U^a_{\theta_1\theta_2})] ,$$

y suponiendo que:

$$U_{y_1y_2}< 0,\ U_{\theta_1\theta_2}<0,\ y\ U_{y_1\theta_2}\geqslant 0,$$

se obtiene:

(51) $\partial L_2/\partial P > 0.$

Aún cuando algunos signos sean indeterminados, el resultado del análisis desarrollado en esta sección indica sin lugar a dudas que ya no puede sostenerse que P (la probabilidad de empleo en el segundo período aquí) no afecte la oferta de trabajo.

Un estudio análogo puede hacerse cuando la incertidumbre está referida al primer período. En ese sentido, trataré a continuación un caso particular.

Supondré que existen sólo dos períodos. El ingreso laboral se percibe al final de cada período, de modo que el agente no puede utilizarlo para realizar consumo en ese lapso, y es transferido íntegramente al siguiente. Está permitido ahorrar una proporción A (no negativa) del ingreso total.

La incertidumbre corresponde a la posibilidad o no de conseguir empleo en el presente, lo que afecta el consumo futuro. La función de utilidad es separable, tal como (37), pero haré la hipótesis de que el individuo no trabaja en el segundo período, de lo cual $\theta_2 = T$. El ingreso no laboral Y es el mismo en ambos períodos.

La utilidad esperada es:

(52) $$E(U) = P\bar{U}^a(AY,T-L)+(1-P)\bar{U}^b(AY,T)+P\hat{U}^a(wL+(1-A)nY+Y,T)+$$

$$+(1-P)\hat{U}^b((1-A)nY+Y,T),$$

y las condiciones necesarias y suficientes para un óptimo en (L',A') son:

(53.1) $P(w\hat{U}^a_y -\bar{U}^a_\theta) = 0,$

(53.2) $\left[P(\bar{U}^a_y - n\hat{U}^a_y)+(1-P)(\bar{U}^b_y - n\hat{U}^b_y)\right]Y = 0,$

(54) $r_{11}r_{22} - r^2_{12} > 0,$

con:

$$r_{11} = P(w^2\hat{U}^a_{yy}+\bar{U}^a_{\theta\theta}) < 0,$$

$$r_{12} = r_{21} = -P(\hat{U}^a_{yy}wn+\bar{U}^a_{\theta y})Y,$$

$$r_{22} = P(\bar{U}^a_{yy}+n^2\hat{U}^a_{yy})Y^2+(1-P)(\bar{U}^b_{yy}+n^2\hat{U}^b_{yy})Y^2 < 0.$$

El ejercicio de estática comparada con respecto a P indica que:

(55) $\partial L/\partial P = -r_{12}M/(r_{11}r_{22}-r^2_{12}),$

(56) $\partial A/\partial P = r_{11}M/(r_{11}r_{22}-r^2_{12}),$

donde:

$$M = (-\bar{U}^a_y+\bar{U}^b_y+n\hat{U}^a_y-n\hat{U}^b_y)Y.$$

Los signos de L_P y de A_P dependen entonces de los de r_{12} y M, y de M, respectivamente.

Obsérvese que $\bar{U}_{y\theta} > 0$ implica que $\bar{U}^a_y < \bar{U}^b_y$, mientras que $\hat{U}^a_y < \hat{U}^b_y$, con lo cual el signo de M es indeterminado, en tanto que también lo es el de r_{12}.

En cambio, $\bar{U}_{y\theta} = 0$ significa que $\bar{U}^a_y = \bar{U}^b_y$ y entonces $M < 0$, además de que $r_{12} > 0$. Por ende, $L_P > 0$ y $A_P > 0$.

Puede justificarse también en este caso que $L_P \neq 0$; es decir, si los salarios se pagan al final del período, la tasa de desempleo es un parámetro que afecta la decisión de oferta de trabajo de los individuos.

Esta proposición se ha defendido utilizando una función de utilidad aditiva, pero puede extenderse a una de tipo general, aun que a costa de mayor indeterminación de los signos.

6. Efectos de la tasa de desempleo sobre la oferta de trabajo de las familias.

En esta sección analizaré algunos efectos que tienen cambios en la tasa de desempleo de los integrantes de una familia sobre la cantidad de tiempo ofrecido en el mercado de trabajo por cada uno de ellos.

Esta presentación del problema -decisión familiar- permite obtener otro caso en el que la tasa de desempleo debe incorporarse como argumento de la función de oferta de trabajo. En la sección anterior ese resultado se alcanzaba utilizando un modelo intertemporal de decisión; aquí no es necesario hacer tal hipótesis. La razón radica en que la heterogeneidad de las unidades de trabajo surge ahora directamente de las diferencias naturales entre los miembros de la familia.

Aunque en un sentido diferente al considerado aquí, el papel de la incertidumbre sobre la decisión de participación de la mujer fue ya señalado por Bergman y Adelman (9), quienes observaron que el trabajo de una mujer reduce su incertidumbre financiera, si existe la posibilidad de que su matrimonio se disuelva o que el esposo fallezca, ya que dispondría de mayor experiencia, tendría mejores contactos en el mercado de trabajo y poseería más activos, con respecto a la situación que enfrentaría de no participar en la oferta laboral habitualmente.

No me ocuparé de la influencia que ejerce la mayor o menor productividad en las tareas del hogar que tiene cada miembro de la familia como determinante de su participación en el mercado, y de la intensidad de esa participación, aspecto que es tratado por Gronau (23). Sin incertidumbre, la cantidad de trabajo ofrecida depende del salario de cada miembro de la familia y del salario del resto de los integrantes, así como del ingreso no laboral, y son los salarios relativos los que afectarán principalmente las intensidades relativas de participación.

Haré la hipótesis de que la familia posee (o está de acuerdo con) una única función de utilidad U, cuyos argumentos son el ingreso total familiar y el ocio de cada miembro. Para simplificar, supondré que sólo dos miembros forman la familia.

Indicaré con L_i la cantidad de tiempo ofrecida en el mercado de trabajo por el i-ésimo miembro; en consecuencia, θ_i indica el nivel de ocio de que dispone ese integrante de la familia, es decir:

(57) $\theta_i = T - L_i,$

donde T es el tiempo total disponible por cada agente.

El ingreso total de la familia es:

(58) $y = w_1 L_1 + w_2 L_2 + Y,$

ecuación en la que w_i es el salario por unidad de tiempo trabajada por el i-ésimo integrante del grupo, e Y es el ingreso no laboral.

Por lo tanto, la utilidad total de la familia es:

(59) $U = U(y, \theta_1, \theta_2) = U(w_1 L_1 + w_2 L_2 + Y, T - L_1, T - L_2),$

siendo las condiciones necesarias para su maximización:

(60.1) $w_1 U_y - U_{\theta_1} = 0,$

(60.2) $w_2 U_y - U_{\theta_2} = 0,$

y las condiciones de segundo orden:

(61) $r_1 = w_1^2 U_{yy} - 2w_1 U_{y\theta_1} + U_{\theta_1\theta_1} < 0,$

$r_2 = r_3 = w_1 w_2 U_{yy} - w_1 U_{y\theta_2} - w_2 U_{y\theta_1} + U_{\theta_1\theta_2},$

$r_4 = w_2^2 U_{yy} - 2w_2 U_{y\theta_2} + U_{\theta_2\theta_2} < 0,$

$r_1 r_4 - r_3^2 > 0;$

aplicando el Teorema de la Función Implícita (cf. sección 1) pueden obtenerse las funciones (derivables) de oferta de trabajo de los miembros de la familia:

(62) $L_i^s = L_i^s(w_1, w_2, Y), \; i = 1,2.$

Si alguno de los integrantes del grupo familiar está racionado en el mercado de trabajo, de tal modo que a lo sumo puede trabajar un número de unidades estrictamente menor que lo que trabajaría en condiciones normales, debe tenerse en cuenta esa nueva restricción en el problema de maximización de la utilidad.

Recientemente, Ashenfelter (5) estudió los efectos que el racionamiento en los mercados de trabajo tiene sobre las decisiones de oferta de trabajo y de consumo de las familias.

Cuando el primer miembro de la familia está racionado el problema de maximización de la utilidad es:

(63) $\underset{L_1, L_2}{\text{Maximizar}} \quad U(w_1L_1+w_2L_2+Y, T-L_1, T-L_2),$

sujeto a: $L_1 \leqslant L^r$,

donde L^r indica el nivel de racionamiento que no debe superar la cantidad de trabajo realizada (y ofrecida aquí) por el integrante 1.

Utilizando el enfoque de la Programación No Lineal, las condiciones de Kuhn-Tucker necesarias para un máximo interior o de esquina son:

(64.1) $w_1U_y - U_{\theta_1} - v = 0,$

(64.2) $w_2U_y - U_{\theta_2} = 0,$

(64.3) $v(L^r - L_1) = 0,$

donde v es el multiplicador no negativo que corresponde a la restricción de horas, que será nulo si $L^r > L_1$, con lo cual se verificaría:

$w_1U_y - U_\theta = 0.$

En el caso en el que $L^r = L_1$ debe cumplirse:

$w_1U_y - U_\theta = v \geqslant 0,$

y la cantidad ofrecida por el segundo miembro de la familia se transforma en una función también de ese parámetro:

(65) $L_2^s = L_2^s\ (w_1, w_2, Y, L^r).$

Esta es la función de oferta de trabajo "condicional" en el sentido de Pollak (35).

Cuando ambos miembros pueden ser racionados de este modo, pero además la familia es capaz de observar probabilidades (subjetivas u objetivas) de ser efectivamente condicionada o no en las cantidades de trabajo que puede realizar en el mercado, el esquema de racionamiento es estocástico no proporcional, tal como se lo describe enla sección 2 de este capítulo.

Un caso particular de tal sistema de racionamiento es aquél en el que:

(66) $L_1^r = L_2^r = 0.$

Definiré a P_i como la probabilidad del i-ésimo miembro de la familia de no ser racionado (conseguir un empleo en el que trabaja todas las unidades que manifestó en un principio desear realizar). Las probabilidades respectivas de tener un puesto son ambas positivas y no unitarias.

La familia maximizará la utilidad esperada del ingreso total y del ocio de cada miembro:

(67) $$E\left[U(y,\theta_1,\theta_2)\right] = P_1P_2U^a(w_1L_1+w_2L_2+Y, T-L_1, T-L_2) + $$
$$+(1-P_1)P_2U^b(w_2L_2+Y, T, T-L_2) + $$
$$+P_1(1-P_2)U^c(w_1L_1+Y, T-L_1, T)+(1-P_1)(1-P_2)U^d(Y,T,T);$$

las letras a, b, c, y d indican los estados de la naturaleza en los que consiguentrabajo ambos cónyuges, sólo consigue uno de ellos o ninguno respectivamente. Obsérvese que se ha incorporado dentro de los argumentos de U la restricción $L_i \leq T$.

Las condiciones necesarias y suficientes para un máximo de E(U) en un punto interior (L_1^s, L_2^s) son:

(68.1) $$\partial E(U)/\partial L_1 = P_1P_2(w_1U_y^a - U_{\theta_1}^a) + P_1(1-P_2)(w_1U_y^c - U_{\theta_1}^c) = 0,$$

(68.2) $$\partial E(U)/\partial L_2 = P_1P_2(w_2U_y^a - U_{\theta_2}^a) + P_2(1-P_1)(w_2U_y^b - U_{\theta_2}^b) = 0,$$

(69) $H = h_1h_4 - h_2h_3 > 0$,

$$h_1 = P_1P_2(w_1^2U_{yy}^a - 2w_1U_{y\theta_1}^a + U_{\theta_1\theta_1}^a) + P_1(1-P_2)(w_1^2U_{yy}^c - 2w_1U_{y\theta_1}^c + U_{\theta_1\theta_1}^c),$$

$$h_4 = P_1P_2(w_2^2U_{yy}^a - 2w_2U_{y\theta_2}^a + U_{\theta_2\theta_2}^a) + P_2(1-P_1)(w_2^2U_{yy}^b - 2w_2U_{y\theta_2}^b + U_{\theta_2\sigma_2}^b),$$

$h_1 < 0,\ h_4 < 0,$

y donde:

(70) $h_2 = h_3 = P_1P_2(w_1w_2U_{yy}^a - w_1U_{y\theta_2}^a - w_2U_{y\theta_1}^a + U_{\theta_1\theta_2}^a)$,

negativa bajo las hipótesis:

(71) $U_{yy} < 0,\ U_{\theta_i\theta_i} < 0,\ U_{\theta_i\theta_j} < 0,\ U_{y\theta_i} \geqslant 0,\ i,j=1,2.$

Si se produce un pequeño cambio en el valor de una de las probabilidades, por ejemplo, en P_2, la repercusión en los niveles óptimos de L_1 y L_2 vendrá indicada por las derivadas parciales de las funciones de oferta de trabajo:

(72.1) $L_1^s = L_1^s(w_1, w_2, Y, P_1, P_2)$,

(72.2) $L_2^s = L_2^s(w_1, w_2, Y, P_1, P_2)$,

obtenidas de (68), dado (69), por aplicación del Teorema de la Función Implícita; por ser C^1 las ecuaciones en (68), también son C^1 las funciones (72).

Nótese que es necesario que ambas probabilidades sean positivas; en efecto, si alguna de ellas fuera nula, en particular tómese $P_1=0$, entonces quedaría eliminada la ecuación respectiva en (68) -en este caso (68.1)- y uno de los términos de la restante. En tales condiciones el sistema se reduciría a una única ecuación:

$$P_2(w_2U_y^b - U_{\theta_2}^b) = 0,$$

con lo cual P_2 ya no afecta a L_2, el argumento subsistente en U^b, y además el sistema es compatible con un valor cualquiera indeterminado de L_1.

Del ejercicio de estática comparada se obtienen:

(73.1) $\partial L_1/\partial P_2 = P_1\left[w_1(U_y^c - U_y^a) + (U_{\theta_1}^a - U_{\theta_1}^c)\right]h_4/H < 0,$

$$(73.2)\quad \partial L_2/\partial P_2 = P_1\left[w_1(U_y^a-U_y^c)+(U_{\theta_1}^c-U_{\theta_1}^a)\right]h_3/H > 0,$$

$$(73.3)\quad \partial L_1/\partial P_1 = P_2\left[w_2(U_y^a-U_y^b)+(U_{\theta_2}^b-U_{\theta_2}^a)\right]h_2/H > 0,$$

$$(73.4)\quad \partial L_2/\partial P_1 = P_2\left[w_2(U_y^b-U_y^a)+(U_{\theta_2}^a-U_{\theta_2}^b)\right]h_1/H < 0,$$

ya que, por (71):

$$\partial U_y^a/\partial L_2 = w_2U_{yy}^a-U_{y\theta_2}^a < 0,$$

$$\partial U_{\theta_1}^a/\partial L_2 = w_2U_{y\theta_1}^a-U_{\theta_1\theta_2}^a > 0,$$

$$\partial U_y^a/\partial L_1 = w_1U_{yy}^a-U_{y\theta_1}^a < 0,$$

$$\partial U_{\theta_2}^a/\partial L_1 = w_1U_{\theta_2 y}-U_{\theta_1\theta_2} > 0,$$

que implican:

$$U_y^a < U_y^c,\ U_{\theta_1}^a > U_{\theta_1}^c,\ U_y^a < U_y^b,\ U_{\theta_2}^a > U_{\theta_2}^b.$$

Es importante advertir que en el óptimo L_1^o y L_2^o son ambas positivas, si U_y^c y U_y^b tienden a números positivos suficientemente grandes cuando L_1 y L_2 tienden a cero. Efectivamente, si L_2^o es nula, en (68.2), U_y^b -la utilidad marginal del ingreso cuando no se trabaja ninguna unidad- tiende a infinito, y la ecuación no puede satisfacerse. De añadirse al problema de maximización de (67) la restricción:

$$L_2 \geqslant 0,$$

la condición (68.2) se transformaría en:

$$L_2\left[P_1P_2(w_2U_y^a-U_{\theta_2}^a)+P_2(1-P_1)(w_2U_y^b-U_{\theta_2}^b) + g\right] = 0,$$

donde g es el multiplicador no negativo correspondiente a la nueva restricción, y la expresión entre corchetes debe ser no positiva; ésto último no puede verificarse si L_2 es nula y U_y^b tiene un valor muy grande.

Si se hace la hipótesis de que L_i^r ($i=1,2$) es distinta de cero, pero su valor es tal que en el óptimo $L_i^o > L_i^r$, para ambos integrantes de la familia, se deduce que L_i^s ($i=1,2$) es una función de L_i^r ($i=1,2$).

En estas condiciones, las ecuaciones (68) incluyen ahora a las $\underline{L_i^r}$. Obsérvese que $\underline{L_1^r}$ es un argumento de $\underline{U_y^b}$ y de $\underline{U_{\theta_2}^b}$, y sólo está incorporada en la (68.2).

También $\underline{L_2^r}$ figura en una y sólo una de las condiciones de primer orden: (68.1), en $\underline{U_y^c}$ y $\underline{U_{\theta_1}^c}$.

Por lo tanto, puede aplicarse el Teorema de los Pares Conjugados, y deducir del ejercicio de estática comparada el efecto de cambios en los $\underline{L_i^r}$ sobre los $\underline{L_i^s}$. Sobre ese teorema, consúltese el trabajo de Archibald (3) -reproducido en Morishima (31)-, a partir del análisis inicial de Samuelson (40, pág.33).

Según tal Teorema:

$$f_{x_k a_k}(\partial x_k/\partial a_k) > 0, \text{ si } f_{x_j a_k}=0, \text{ para } j \neq k,$$

donde $\underline{f_{x_k} = 0}$ es una de las condiciones de primer orden necesarias para un máximo de la función:

$$f = f(x_1,\ldots,x_n;a_1,\ldots,a_m),$$

y $\underline{a_k}$ es su parámetro conjugado, es decir, aquél que aparece en la condición $\underline{f_{x_k} = 0}$ y sólo en ella.

La derivada parcial de (68.1) con respecto a $\underline{L_2^r}$ es:

(74) $P_1(1-P_2)(w_1w_2U_{yy}^c-w_1U_{y\theta_2}^c-U_{y\theta_1}^c w_2+U_{\theta_1\theta_2}^c) < 0,$

teniendo en cuenta (71), y, por ende:

$$\partial L_1/\partial L_2^r < 0.$$

Del mismo modo, derivando parcialmente (68.2) con respecto a $\underline{L_1^r}$ se tiene:

(75) $P_2(1-P_1)(w_2w_1U_{yy}^b-w_2U_{y\theta_1}^b-w_1U_{y\theta_2}^b+U_{\theta_2\theta_2}^b) < 0,$

por (71), por lo que:

$$\partial L_2/\partial L_1^r < 0.$$

En este caso particular es posible determinar además los otros signos. En efecto:

(76) $\partial L_2/\partial L_2^r = (74)h_3/H > 0$, y

(77) $\partial L_1/\partial L_1^r = (75)h_2/H > 0.$

En conclusión, los resultados alcanzados sugieren que la reacción típica de una familia ante aumentos de la tasa de desempleo -disminución de la probabilidad de empleo- de uno de sus miembros es incrementar el número de unidades de trabajo que está dispuesto a trabajar el otro integrante, reduciendo la cantidad ofrecida por el primero.

Obsérvese que el hecho de que aquél cuya probabilidad de empleo cae, reduzca la cantidad de trabajo que desea trabajar podría interpretarse como un efecto "desaliento".

Tal apreciación vale también para los signos obtenidos en el ejercicio de estática comparada con respecto a los límites de racionamiento, ya que un aumento en $\underline{L}_i^r$ induce un incremento de $\underline{L}_i^s$.

7. Oferta individual de trabajo a dos sectores y probabilidades relativas de conseguir empleo.

En esta sección intentaré comprobar que si existe más de un sector en el que el individuo puede trabajar, la probabilidad de tener empleo en ellos debe incluirse como argumento de la función de oferta de trabajo.

La existencia de más de un sector de empleo no es ajena a la discusión presentada en la sección 3, aunque es una hipótesis descuidada por los autores que se ocuparon del tema. Esta afirmación vale especialmente para el trabajo de Hartley y Revankar (op.cit.), pues allí manifiestan -cf. pág.170- la utilidad de incorporar la tasa de desempleo como argumento de la función de oferta de trabajo teniendo en cuenta los modelos del tipo de Harris-Todaro.

Un análisis de la decisión de oferta de trabajo a más de un sector fue desarrollado por Shishko y Rostker (44), cuando existe una restricción (cierta) en cuanto al número máximo de horas de trabajo que es factible realizar en el empleo principal.

Supondré que existe plena divisibilidad del tiempo disponible y que los costos monetarios de traslado son despreciables. Indicaré con P_i ($i=1,2$) la probabilidad de tener empleo en el sector i, y con w_i y L_i el salario y la cantidad de trabajo ofrecida en el sector i, respectivamente.

En los modelos bisectoriales, como el de Harris-Todaro, la decisión del agente es trabajar con certeza en el sector rural, u optar por un puesto incierto en el sector urbano, donde el salario es mayor; en ese caso, la probabilidad correspondiente al primer sector es unitaria, ver Bour y Chisari (12).

Una hipótesis es crucial en el análisis que desarrollaré a continuación. Podría llamársela "hipótesis de no arrepentimiento" o de "irreversibilidad de las decisiones", y establece que una vez que el individuo manifiesta su voluntad de trabajar un número determinado de unidades en un sector al salario corriente, no puede cambiar su elección cuando se conoce el verdadero estado de la naturaleza.

Si bien ese supuesto es fuerte en mercados de trabajo perfectamente competitivos, su falta de realismo se reduce bajo competencia imperfecta.

En efecto, bajo competencia perfecta, ya resuelta la incertidumbre, el oferente no tiene dudas con respecto a en qué sector consigue trabajo, y está en condiciones de revisar su decisión y, por ejemplo, abandonar el empleo de menor salario (a falta de cualquier costo de traslado o de restricciones en el número máximo de 'horas' que puede realizar en el mejor puesto).

Por el contrario, en un mercado de trabajo monopsónico o duopsónico, alterar la oferta de trabajo a uno de los sectores implica, muy probablemente, perder la posibilidad de reingresar al mismo en el futuro, o bien ser expulsado simultáneamente del otro, de darse el caso que los duopsonistas hayan adoptado una estrategia de colusión.

Sosteniendo la hipótesis de irreversibilidad mencionada, la utilidad esperada del agente es:

$$(78)\quad E(U) = P_1P_2U^a(w_1L_1+w_2L_2+Y,T-L_1-L_2)+P_1(1-P_2)U^b(w_1L_1+Y,T-L_1)+$$
$$+P_2(1-P_1)U^c(w_2L_2+Y,T-L_2)+(1-P_1)(1-P_2)U^d(Y,T),$$

donde los índices a, b, c y d se refieren a los cuatro estados de la naturaleza posibles: conseguir empleo en ambos sectores, sólo en el primero, sólo en el segundo, o en ninguno, respectivamente. Como antes, Y es el ingreso no laboral y T el tiempo total disponible.

Las condiciones necesarias para un máximo interior son:

$$(79.1)\quad \partial E(U)/\partial L_1 = P_1P_2(w_1U^a_y-U^a_\theta)+P_1(1-P_2)(w_1U^b_y-U^b_\theta) = 0,$$
$$(79.2)\quad \partial E(U)/\partial L_2 = P_1P_2(w_2U^a_y-U^a_\theta)+P_2(1-P_1)(w_2U^c_y-U^c_\theta) = 0.$$

De ellas se deduce que:

1. Bajo certeza sólo se trabaja en aquel puesto que tenga el salario más elevado. Aquí supondré que $w_1 < w_2$, y en consecuencia, para alcanzar el mismo ingreso el esfuerzo necesario es menor en el sector 2, de modo que no tiene sentido emplearse en el primero.
2. Si las P_i son positivas pero menores que uno, la oferta de trabajo a cada sector no es nula, si U^j_y es suficientemente grande para todos los estados de la naturaleza, cuando y tiende a Y. Para comprobarlo, obsérvese que si L_2 fuera cero dejaría de satisfacerse la ecuación (79.2), pues U^c_y se acercaría a infinito tanto como se quisiera. Otro tanto acontecería con (79.1) cuando $L_1 = 0$. En este contexto, se obtiene un "principio de diversificación" de la oferta de trabajo que puede ponerse en el sentido de Samuelson (39). Para ello, si se toma $w_1=w_2=w$, y además $1>P_1=P_2>0$, las condiciones (79) se transforman en:

$$(80.1)\quad P^2(wU^a_y-U^a_\theta)+P(1-P)(wU^b_y-U^b_\theta) = 0,$$
$$(80.2)\quad P^2(wU^a_y-U^a_\theta)+P(1-P)(wU^c_y-U^c_\theta) = 0,$$

donde $P=P_1=P_2$, por lo cual es necesario que se cumpla que:

(81) $-(P/1-P)(wU_y^a-U_\theta^a) = wU_y^b-U_\theta^b = wU_y^c-U_\theta^c$,

y en consecuencia $\underline{L_1^o = L_2^o}$. En términos más generales, a partir de las ecuaciones (79) se obtiene:

$$- P_1P_2/P_1(1-P_2)(wU_y^a-U_\theta^a)= wU_y^b-U_\theta^b =$$

$$=-P_1P_2/P_2(1-P_1)(wU_y^a -U_\theta^a)= wU_y^c-U_\theta^c,$$

lo que implica $\underline{L_1^o = L_2^o}$ sólo si $\underline{P_1=P_2}$, es decir, la condición es también necesaria, cuando el salario en ambos sectores es el mismo. Nótese que bajo certeza la maximización de la utilidad no exige la igualación de la cantidad de trabajo ofrecida a cada sector; esta afirmación se confirma teniendo en cuenta que cuando $\underline{P=1}$ los segundos términos en (80) desaparecen, y el agente elige arbitrariamente alguno de los sectores donde realizar su oferta, pero no es necesario que la diversifique ya que el ingreso y el ocio que puede conseguir en ambos es similar:

$$y = w(L_1+L_2)+Y,\ \theta = T -(L_1+L_2).$$

3. El requisito de que $\underline{P_i>0}$ es indispensable para que las ofertas a los sectores estén bien definidas; en caso contrario, alguna de las condiciones (79) desaparece totalmente y el sistema será satisfecho por cualquier $\underline{L_i}$. Por ejemplo, si $\underline{P_1=0}$, (79.1) queda eliminada, y (79.2) se reduce a:

$$w_2U_y^c - U_\theta^c = 0,$$

que sólo permite determinar $\underline{L_2}$.

Las condiciones de segundo orden para un máximo requieren que la matriz de las derivadas parciales segundas sea definida negativa (con lo cual $\underline{U}$ es estrictamente cóncava):

(82) $h_1 = P_1P_2(w_1^2U_{yy}^a-2w_1U_{y\theta}^a+U_{\theta\theta}^a)+P_1(1-P_2)(w_1^2U_{yy}^b-2w_1U_{y\theta}^b+U_{\theta\theta}^b) <0,$

$$h_4 = P_1P_2(w_2^2U_{yy}^a-2w_2U_{y\theta}^a+U_{\theta\theta}^a)+P_2(1-P_1)(w_2^2U_{yy}^c-2w_2U_{y\theta}^c+U_{\theta\theta}^c) <0,$$

$$H = h_1h_4 - h_2h_3 >0,$$

donde:

(83) $h_2 = h_3 = P_1P_2(w_1w_2U_{yy}^a-(w_1+w_2)U_{y\theta}^a+U_{\theta\theta}^a) < 0,$

cuando $U^a_{y\theta} > 0$.

A partir de (79), dado (82), puede aplicarse el Teorema de la Función Implícita y expresar a $\underline{L}_1$ y $\underline{L}_2$ en función (diferenciable) de los parámetros:

(84) $L_1^s = L_1^s(w_1, w_2, Y, P_1, P_2)$,

$L_2^s = L_2^s(w_1, w_2, Y, P_1, P_2)$.

Producido un cambio en $\underline{P}_2$ el efecto sobre los valores óptimos de $\underline{L}_1$ y $\underline{L}_2$ se obtiene de resolver:

(85) $$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_3 & h_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial L_1/\partial P_2 \\ \partial L_2/\partial P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ 0 \end{bmatrix},$$

donde:

(86) $T = P_1 \left[(w_1 U^b_y - U^b_\theta) - (w_1 U^a_y - U^a_\theta)\right] > 0$,

si se tiene en cuenta que por (79.1):

$T = (P_1/P_2)(w_1 U^b_y - U^b_\theta) > 0$,

pues:

$\partial(w_1 U^a_y - U^a_\theta)/\partial L_2 = h_2/P_1 P_2 < 0$,

por (83), y, en consecuencia, si:

$w_1 U^b_y - U^b_\theta \leqslant 0$,

entonces:

$w_1 U^a_y - U^a_\theta < 0$,

y no se cumpliría (79.1).

Por lo tanto:

(87) $\partial L_1/\partial P_2 = h_4 T/H < 0$,

(88) $\partial L_2/\partial P_2 = -h_3 T/H > 0$.

Asimismo, es posible obtener los signos del ejercicio de estática comparada con respecto a $\underline{P}_1$. En ese caso el sistema a resolver es:

(89) $$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 \\ h_3 & h_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial L_1/\partial P_1 \\ \partial L_2/\partial P_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ T' \end{bmatrix},$$

donde:

(90) $T' = P_2\left[(w_2U^c_y-U^c_\theta)-(w_2U^a_y-U^a_\theta)\right] > 0,$

pues, por (79.2):

$$T' = (P_2/P_1)(w_2U^c_y-U^c_\theta) > 0,$$

dado que:

$$\partial(w_2U^a_y-U^a_\theta)/\partial L_1 = h_2/P_1P_2 < 0,$$

y si:

$$w_2U^c_y-U^c_\theta \leqslant 0,$$

entonces:

$$w_2U^a_y - U^a_\theta < 0,$$

y no se cumpliría (79.2).

Por ende:

(91) $\partial L_1/\partial P_1 = -h_2T'/H > 0,$

(92) $\partial L_2/\partial P_1 = h_1T'/H < 0.$

Es posible extraer una conclusión de (87), (88), (91) y (92): cuando aumenta (disminuye) la probabilidad de empleo en un sector, se incrementa (se reduce) la cantidad de trabajo ofrecida a ese sector (lo que podría llamarse "efecto desaliento"), y el agente lo compensa simultáneamente con una disminución (un incremento) en la cantidad que desea colocar en el puesto alternativo.

Debe advertirse que la hipótesis de no arrepentimiento es indispensable para sostener la validez de los signos obtenidos. De no cumplirse ese supuesto, la esperanza de la utilidad a maximizar sería:

(93) $E(U) = P_1P_2U^a(w_2L_2+Y,T-L_2)+P_1(1-P_2)U^b(w_1L_1+Y,T-L_1)+$

$$+P_2(1-P_1)U^c(w_2L_2+Y,T-L_2)+(1-P_1)(1-P_2)U^d(Y,T),$$

bajo la condición $\underline{w_2 > w_1}$. Nótese que en el estado a de la naturaleza -cuando se consigue trabajo en ambos sectores- sólo se trabaja en el empleo de mayor salario.

Las condiciones de primer orden para un máximo son:

(94.1) $\partial E(U)/\partial L_1 = P_1(1-P_2)(w_1U_y^a-U_\theta^a) = 0,$

(94.2) $\partial E(U)/\partial L_2 = P_2(w_2U_y^c-U_\theta^c) = P_1P_2(w_2U_y^a-U_\theta^a)+$

$$+P_2(1-P_1)(w_2U_y^c-U_\theta^c) = 0.$$

Adviértase que los argumentos de $\underline{U}^a$ y $\underline{U}^c$ son los mismos, con lo cual:

$T \equiv T' \equiv 0.$

De eso se deduce:

$$\partial L_1/\partial P_1 \equiv \partial L_1/\partial P_2 \equiv \partial L_2/\partial P_1 \equiv \partial L_2/\partial P_2 \equiv 0.$$

Puede obtenerse alguna información adicional del análisis hasta aquí desarrollado mediante una hipótesis más. En efecto, si se supone que el acceso al mercado de menor salario es irrestricto, es decir $\underline{P_1 = 1}$, las condiciones (79) se transforman en:

(95.1) $P_2(w_1U_y^a-U_\theta^a)+(1-P_2)(w_1U_y^b-U_\theta^b) = 0,$

(95.2) $P_2(w_2U_y^a-U_\theta^a) = 0,$

y en $\underline{h}_4$ de (82) desaparece el término correspondiente (el multiplicado por $(\underline{1-P_1})$).

Si se verifica una modificación en $\underline{P}_2$, de (85) se deduce que debe cumplirse:

(96) $h_3(\partial L_1/\partial P_2)+h_4(\partial L_2/\partial P_2) = 0;$

por lo tanto, si:

$$\partial L_1/\partial P_2 = -\partial L_2/\partial P_2,$$

tendría que ocurrir:

$$(h_4-h_3)(\partial L_2/\partial P_2) = 0;$$

teniendo en cuenta (88), es necesario que $\underline{h_4=h_3}$, esto es que:

$$(w_1-w_2)(w_2U_{yy}^a-U_{y\theta}^a) = 0.$$

Cuando se adoptan los supuestos normales sobre $\underline{U}$: $\underline{U_{yy} < 0}$, y $\underline{U_{y\theta} \geq 0}$, eso sólo puede ocurrir para iguales salarios en cada sector. Pero ante tal circunstancia, el trabajo en el sector 2 sería excluído de la decisión desde un principio, pues brinda la misma retribución que un puesto en el primero pero con probabilidad de acceso menor que uno.

Más aún, de (96):

$$(\partial L_1/\partial P_2)/(\partial L_2/\partial P_2) < 0,$$

pues:

$$(\partial L_1/\partial P_2) = -(h_4/h_3)(\partial L_2/\partial P_2),$$

que implica:

$$(\partial L_1/\partial P_2)+(\partial L_2/\partial P_2) = (h_3-h_4/h_3)(\partial L_2/\partial P_2),$$

ya que $w_2 > w_1$ lleva a que $h_3 > h_4$.

En consecuencia:

$$(97) \quad (\partial L_1/\partial P_2)+(\partial L_2/\partial P_2) < 0,$$

dado que:

$$\partial L_2/\partial P_2 > 0.$$

De la lectura del trabajo de Hartley y Revankar (op.cit.) se infiere el deseo de establecer cuál es la reacción de la oferta de trabajo a un sector urbano -aquí el número 2-, ante cambios en la probabilidad de empleo en ese mercado. El resultado obtenido en esta sección -dado por (88)- es exactamente el opuesto al suyo, ya que aumentos de la probabilidad de acceso implican incrementos de la cantidad de trabajo ofrecida al sector urbano. Además, la cantidad ofrecida total disminuye si aumenta la probabilidad de empleo en el sector que paga un salario más alto, según indica (97).

8. Resumen.

En este capítulo me he ocupado de:

1) Discutir el modelo neoclásico básico de oferta de trabajo individual, poniendo énfasis en sus hipótesis implícitas, con la finalidad de indicar las principales características del marco teórico sobre cuya base se realiza el estudio posterior.
2) Describir el sistema de racionamiento estocástico no proporcional (de todo o nada): aquél en el que si un individuo consigue un puesto puede realizar en él todas las unidades de trabajo que desea, y, en caso contrario, no trabaja en absoluto.
3) Determinar el error cometido en el análisis primigenio de Hartley y Revankar de tal régimen de racionamiento, el que radica en la incorrecta utilización de las funciones sin sesgo de certidumbre de Theil.
4) Comentar, asimismo, las limitaciones de los trabajos posteriores de Sjoquist y Yaniv, quienes debieron recurrir a supuestos poco generales, sobre la conducta del agente en su búsqueda de empleo o con respecto a la existencia de un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral deseado, para establecer la no neutralidad del sistema de racionamiento estocástico no proporcional sobre la función de oferta de trabajo individual.
5) Demostrar que cuando existen dos períodos, la tasa de desempleo -probabilidad de no conseguir empleo- de cada período afecta la función de oferta de trabajo individual. Este análisis tiene en cuenta distintos sistemas de seguro de desempleo, permitiendo una comparación con el estudio de Yaniv mencionado.
6) Analizar el caso de las familias, comprobando que la reacción típica de una familia -formada por dos oferentes de trabajo- con respecto a aumentos en la tasa de desempleo de uno de sus miembros es incrementar el número de unidades de trabajo que está dispuesto a realizar el otro integrante, reduciendo si-

multáneamente la cantidad ofrecida por el primero (lo que opera como un efecto desaliento).

7) Verificar que cuando existe más de un sector en el que el individuo puede trabajar, la probabilidad de tener empleo en cada uno de ellos debe incluirse como argumento de su función de oferta de trabajo, obteniendo además un principio de diversificación para la oferta de trabajo, análogo al que se conoce para los activos monetarios. En este caso de dos sectores, se utiliza una hipótesis de irreversibilidad de la cantidad de trabajo ofrecida en cada puesto, la que puede justificarse a partir de supuestos de competencia imperfecta (monopsonio o duopsonio) en el mercado de trabajo.

En síntesis, bajo condiciones muy generales (dos períodos, caso de las familias, más de un lugar de trabajo), la probabilidad de tener empleo -uno menos la tasa de desempleo- afecta la función de oferta de trabajo; es decir, el sistema de racionamiento estocástico no proporcional (de todo o nada) no es neutral desde el punto de vista de la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario, si bien tal conclusión no puede alcanzarse en el modelo más sencillo de un oferente de trabajo individual, que toma su decisión sobre un único período, y con respecto a un solo sector de empleo.

CAPITULO II

Análisis de los Efectos del Racionamiento Estocástico Proporcional sobre la Oferta de Trabajo Individual.

1. Introducción.

En las páginas que siguen analizaré algunas consecuencias que sobre la oferta de trabajo individual tiene el hecho de enfrentar una tasa de desempleo estocástica, que afecta porcentualmente a la cantidad ofrecida que se manifiesta en el mercado.

Así, si $1-k$ es la tasa de desempleo, y L^s el número de unidades de trabajo ofrecidas al salario corriente, el agente trabajará realmente kL^s unidades, lo que producirá una caída en sus ingresos y un aumento en el nivel de ocio disponible, pues k es un número real no negativo, menor o igual a uno.

Este esquema permite considerar a k como un parámetro aleatorio, y estudiar luego los efectos que sobre L^s tienen cambios en las características de la función de distribución de probabilidades que le corresponde.

Ese parámetro ya aparece en el artículo de Hamermesh (25), quien sin embargo, lo considera no estocástico y lo elimina de la ecuación del ocio.

Además de las razones que se mencionarán en el Capítulo III, para el caso de un mercado de trabajo de competencia imperfecta, existen otras causas que indican el interés por tratar las consecuencias de un sistema de racionamiento estocástico proporcional. El sistema de cargas sociales, la legislación sobre indemnización por despido, por ejemplo, pueden favorecer un esquema de racionamiento proporcional o no proporcional.

Tal como se demostró en el capítulo anterior, éste último sistema -no proporcional- no es neutral en sus efectos sobre la oferta de trabajo bajo condiciones muy generales. Se probará aquí que el racionamiento proporcional tampoco lo es, aún en el caso más sencillo de un individuo que toma su decisión en un único período, con respecto a un solo sector o mercado de trabajo.

Es posible calificar el sistema de racionamiento proporcional de "especulativo" en el sentido de Grandmont (21), pues el agente altera su elección sobre la base del valor esperado de las restricciones; además, puede considerárselo un caso especial del racionamiento del mercado de bienes estudiado por Green (22), en el que la función de distribución de k es la misma para todo L^8.

2. El caso de un número discreto de estados de la naturaleza.

Consideraré en esta sección el caso en el que sólo son factibles tres estados de la naturaleza. Luego extenderé el análisis a n (mayor que tres) estados.

Los resultados de esos tres estados factibles son:

1) $k = 1$, con lo que el agente dispone del nivel de utilidad:

$$U^1 = U^1(wL+Y, T-L),$$

2) $k = x$, con $0 < x < 1$, y entonces:

$$U^2 = U^2(wxL+Y, T-xL),$$

3) $k = 0$:

$$U^3 = U^3(Y, T).$$

Indicaré con P_i la probabilidad atribuida al i-ésimo estado de la naturaleza, que se considera estrictamente positiva. Evidentemente su suma es la unidad.

El agente maximiza:

$$(1)\quad E[U(L)] = P_1U^1(wL+Y, T-L)+P_2U^2(wxL+Y, T-xL)+P_3U^3(Y, T);$$

obsérvese que si P_2 fuera cero, el problema se reduciría al de racionamiento no proporcional.

Las condiciones necesarias y suficientes para un máximo interior de (1) son:

(2.1) $dE(U)/dL = P_1(wU^1_y - U^1_\theta) + P_2 x(wU^2_y - U^2_\theta) = 0,$

(2.2) $d^2E(U)/dL^2 = P_1(w^2U^1_{yy} - 2wU^1_{y\theta} + U^1_{\theta\theta}) + P_2x^2(w^2U^2_{yy} - 2wU^2_{y\theta} + U^2_{\theta\theta}) < 0.$

Por el Teorema de la Función Implícita (ver Cap. I, sección 1), es posible afirmar que existe:

(3) $L^s = L^s(w, Y, P_1, P_2, x),$

continuamente diferenciable hasta el primer orden por lo menos.

Es interesante estudiar el signo de las derivadas de L^s con respecto a sus tres últimos argumentos, advirtiendo que:

(4) $dP_1 + dP_2 + dP_3 = 0.$

En primer lugar, debe notarse que:

(5) $wU^1_y - U^1_\theta < 0,$

en L^o que maximiza (1), pues si se supone que:

(6) $U^1_{yy} < 0,\ U^1_{y\theta} \geqslant 0,\ U^1_{\theta\theta} < 0,$

entonces:

(7) $w\, U^1_y < wU^2_y,$

dado que:

$$dU^1_y/dL = wU^1_{yy} - U^1_{y\theta} < 0,$$

y además:

(8) $-U^1_\theta < -U^2_\theta,$

ya que:

$$dU^1_\theta/dL = wU^1_{y\theta} - U^1_{\theta\theta} > 0;$$

sumando (7) y (8) miembro a miembro:

(9) $wU^1_y - U^1_\theta < wU^2_y - U^2_\theta.$

Puede afirmarse entonces que $L^o > L^c$, donde L^c es el nivel de L que maximiza la utilidad cuando no existe incertidumbre, es decir, si $P_1 = 1$.

Efectivamente, de verificarse que $L^o \leqslant L^c$, se tendría:

$$wU^1_y - U^1_\theta \geqslant 0,$$

con lo que por (9) ocurriría que: $dE(U)/dL > 0$, con lo que no se cumple la condición (2.1), necesaria para un máximo.

Además, debe satisfacerse:

(9') $wU_y^2-U_\theta^2 = -(P_1/xP_2)(wU_y^1-U_\theta^1) > 0,$

lo que implica que $xL^o < L^c$, pues (2.2) establece que $dE(U)/dL$ es una función monótona estrictamente decreciente con respecto a L.

Bajo la hipótesis de que U_θ^1 tiende a un número positivo suficientemente grande cuando L tiende a T, puede asegurarse que L^o será menoroigual que la cantidad de tiempo disponible, ya que haré el supuesto de que la probabilidad del primer estado de la naturaleza es estrictamente positiva.

De producirse una modificación en alguna de las probabilidades o en el porcentaje de racionamiento, el efecto sobre las variables de control puede determinarse en cada caso diferenciando en forma implícita la ecuación (2.1):

(10) $\partial L/\partial P_1 = L_{P_1} = -(wU_y^1-U_\theta^1)/(d^2E/dL^2) < 0,$

(11) $\partial L/\partial P_2 = L_{P_2} = -x(wU_y^2-U_\theta^2)/(d^2E/dL^2) > 0,$

teniendo en cuenta (2.2), (5) y (9'). Asimismo:

(12) $\partial L/\partial x = L_x = -P_2(wU_y^2-U_\theta^2)(1-A)/(d^2E/dL^2),$

cuyo signo depende de A definido como:

(13) $A = -(xL)(w^2U_{yy}^2-2wU_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2)/(wU_y^2-U_\theta^2),$

que es positiva si se tiene en cuenta (2.2) y (9'). En consecuencia, el signo de L_x depende del valor absoluto de A. En efecto si $A<1$ entonces $L_x>0$; en cambio, si $A>1$, L_x es negativo, y nulo cuando A sea la unidad.

El valor de A dará una medida de la concavidad de la función U^2, y esamedida será independiente de transformaciones afines de tal función de utilidad, es decir:

(14) $\hat{U}^2 = aU^2 + b$, con $a \neq 0$,

implica que:

(15) $\hat{A} = -(xL)a(w^2U_{yy}^2-2wU_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2)/a(wU_y^2-U_\theta^2) = A.$

La relación entre A y una medida de aversión al riesgo a la Arrow-Pratt se desarrolla en el Apéndice

Aquí consideraré que tal medida -su valor absoluto- indica la propensión del agente a participar o no en apuestas equitativas.

Si las probabilidades varían de tal modo que la esperanza de k:

(16) $E(k) = G = P_1 + xP_2$,

permanece constante, debe verificarse que:

(17) $dG = 0 = dP_1 + xdP_2$,

con lo cual la expresión del cambio en L es:

(18) $dL = L_{P_1}dP_1 + L_{P_2}dP_2 = L_{P_1}(-xdP_2) + L_{P_2}dP_2 = (L_{P_2} - L_{P_1}x)dP_2$,

y teniendo en cuenta (10) y (11):

signo dL = signo dP_2,

ya que el paréntesis en la última expresión de (18) es positivo. Nótese que aquí la expresión dL no se refiere al diferencial total de la función (3). Por lo tanto, L^o será incrementado si P_2 aumenta, y disminuido si esa probabilidad se reduce. Pero, dado (4), puede ocurrir que dP_2; en ese caso es necesario que $dP_1 = 0$ si G es constante, y ambas implican que $dP_3 = 0$.

La generalización a n (mayor que 3) estados de la naturaleza es inmediata.

Sea k_i ($i=1,\ldots,n$) la constante de racionamiento en el i-ésimo estado de la naturaleza. Supondré que:

(19) $1 = k_1 > k_2 > \ldots > k_{n-1} > k_n = 0$.

En estas condiciones el agente maximiza:

(20) $E(U) = \sum_{i=1}^{n} P_i U^i(wk_iL+Y, T-k_iL)$,

con respecto a L, donde P_i es la probabilidad de que ocurra el estado i de la naturaleza.

De ser necesario (por ejemplo, si $k_1=1$ es imposible que acontezca y entonces $P_1 = 0$) puede agregarse al problema (20) la condición:

(21) $T \geqslant L$.

Utilizando Programación No Lineal, la función de Lagrange es:

(22) $\sum_{i=1}^{n} P_i U^i(wk_i L+Y, T-k_i L) + v(T-L),$

donde v es el multiplicador de Lagrange no negativo.

Las condiciones necesarias de Kuhn-Tucker para un máximo interior o de esquina son:

(23.1) $\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i (wU_y^i - U_\theta^i) - v = 0,$

(23.2) $(T-L)v = 0,$

y la expresión entre paréntesis es no negativa.

En consecuencia, las condiciones para un máximo interior: $T > L^o$ implican que $v^o = 0$, y para una cantidad de trabajo ofrecida positiva, (23.1) es:

(24) $\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i (wU_y^i - U_\theta^i) = 0.$

Además, la condición de segundo orden para un máximo interior requiere ahora que:

(25) $d^2E(U)/dL^2 = \sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i^2 (w^2 U_{yy}^i - 2wU_{y\theta}^i + U_{\theta\theta}^i) < 0;$

haré la hipótesis de que (25) se cumple en todo el dominio, y por ende, $E(U)$ es estrictamente cóncava con respecto a L. Nótese que la concavidad estricta de las U^i implica la de $E(U)$.

El Teorema de la Función Implícita, junto con (24) y (25) garantizan que existe y es diferenciable:

(26) $L^s = L^s(w, Y, P_1, \ldots, P_{n-1}, k_1, \ldots, k_{n-1}).$

Debe notarse que P_n está implícitamente considerada en L^s pues:

(27) $\sum_{i=1}^{n} P_i = 1.$

Diferenciando en forma implícita (24) con respecto a cada una de las P_i ($i=1, \ldots, n-1$):

(28) $L_{P_i} = -k_i (wU_y^i - U_\theta^i)/(d^2E/dL^2);$

además:

(29) $L_{k_i} = -P_i(wU^i_y - U^i_\theta)(1-A^i)/(d^2E/dL^2)$,

siendo:

$$A^i = -(k_i L)(w^2U^i_{yy} - 2wU^i_{y\theta} + U^i_{\theta\theta})/(wU^i_y - U^i_\theta),\quad i=2,\dots,n-1.$$

Para establecer los signos de las expresiones (28) y (29) debe advertirse en primer lugar que $L^o > L^c$, también en este caso. En efecto, de (7) y (8) se deduce que:

(30) $wU^1_y - U^1_\theta < wU^j_y - U^j_\theta$, para todo $j > 1$;

en consecuencia, si $L^o \leqslant L^c$, entonces:

$$wU^1_y - U^1_\theta \geqslant 0,$$

y por lo tanto (24), una condición necesaria para un máximo no podría cumplirse, pues sería estrictamente positiva.

En una solución de óptimo tiene que verificarse que:

(31) $wU^1_y - U^1_\theta < 0$,

que implica:

(32) $L_{p_1} < 0$,

y:

(33) $wU^{n-1}_y - U^{n-1}_\theta > 0$,

que determina:

(34) $L_{p_{n-1}} > 0$.

El resto de los signos es indeterminado a priori.

En cuanto al signo de L_{k_i}, depende además de $wU^i_y - U^i_\theta$, del signo y del valor absoluto de A^i.

3. Racionamiento estocástico proporcional y distribución de probabilidades continua.

Supondré en esta sección que k tiene asociada una función de distribución de probabilidades continua.

Es decir, el agente maximiza:

$$(35)\quad E[U(y,\theta)] = E[U(wkL+Y,T-kL)] = \int_0^1 U(wkL+Y,T-kL)g(k)dk,$$

sujeto a $T \geq L$. Esta última restricción adquiere pleno sentido en el caso de mercados de trabajo no competitivos, en los que el agente no puede engañar a los otros participantes en cuanto al número de unidades de trabajo de que dispone (ver. Cap. III). La función $g(k)$ es la función de densidad de probabilidades correspondiente al parámetro aleatorio k.

Para determinar las condiciones necesarias para un máximo se construye la función de Lagrange:

$$(36)\quad E[U(wkL+Y,T-kL)] + v(T-L),$$

donde v es el multiplicador no negativo.

Las condiciones de Kuhn-Tucker son:

$$(37.1)\quad E\, k(wU_y-U_\theta) - v^o = 0,$$

$$(37.2)\quad (T-L)v^o = 0,$$

siendo no negativo el paréntesis de la última.

Cuando $T > L^o$, por (37.2) debe ser $v^o = 0$, con lo que (37.1) se reduce a:

$$(38)\quad E[k(wU_y-U_\theta)] = 0;$$

en este caso, las condiciones de segundo orden son:

$$(39)\quad d^2E/dL^2 = E[k^2(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})] < 0.$$

Recordando que U es C^2, puede garantizarse la pertinencia de haber derivado con respecto a L debajo del signo de integral, teniendo en cuenta el siguiente teorema (cf. Cramer(14), pág.78):

T.2) Diferenciación de integrales de Stieltjes-Lebesgue con respecto a un parámetro: Si para casi todos los valores (P) de x en S y para un valor determinado de t, se satisfacen las condiciones siguientes:

i) Existe la derivada parcial $\partial r(x,t)/\partial t$,

ii) Se verifica que:

$$|[r(x,t+h)-r(x,t)]/h| < G_2(x),$$

para $0<|h|<h_0$, siendo h_0 independiente de x, entonces se tiene:

$$(d/dt)\int_S r(x,t)dF(x) = \int_S (\partial r(x,t)/\partial t)dF(x).$$

Aquí $F(x)$ es la función de distribución correspondiente a la medida $P(S)$. Por otra parte, $G_2(x)$ representa una función integrable sobre S con respecto a $F(x)$ y S es un conjunto de Borel.

La función r es la función de utilidad U; x es k, y t es L. La condición ii) puede escribirse entonces:

$$k(wU_y - U_\theta) < \max_{kL} (wU_y - U_\theta) + c = G_2(k),$$

siempre que ese máximo sea menor que infinito, al igual que la constante positiva c (con lo que $G_2(x)$ es integrable).

El argumento puede repetirse para obtener (39), a partir de (38) si se tiene en cuenta que $wU_y - U_\theta$ es por lo menos C^1, y definiendo a $G_2(x)$ como el máximo del valor absoluto de su derivada con respecto a kL, más una constante positiva menor que infinito.

Es posible comprobar que:

Teorema II.1: si se cumple (39) en todo el dominio -existe aversión al riesgo (ver Apéndice)- entonces $L^o > L^c$.

Demostración.

Si ocurriera que $L^o < L^c$ se tendría:

$$wU_y - U_\theta \geq 0,$$

en $k=1$, $L=L^o$, pues según (39), $wU_y - U_\theta$ es una función monótona, estrictamente decreciente de L.

Además:

$$\partial[wU_y(kL^o)-U_\theta(kL^o)]/\partial k = L^o(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta}) < 0.$$

Por lo tanto, el valor de la función que es no negativo está creciendo, con lo cual, para todo $k<1$:

$$wU_y - U_\theta > 0,$$

y dado que la integral de una función positiva es positiva se tiene que:

$$E\left[k(wU_y - U_\theta)\right] > 0,$$

que contradice la condición necesaria (38).

Obsérvese que esta proposición es válida, aún cuando k tome valores en un subintervalo propio de $[0,1]$. Llamando 1^- y 0^+ a los límites superior e inferior, respectivamente, de ese subintervalo, sigue cumpliéndose que:

$$(1^-)L^o < L^c, \text{ si } L^o \leq L^c,$$

con lo cual nuevamente la integral entre 1^- y 0^+ de $k(wU_y - U_\theta)$ sería positiva, impidiendo que (38) sea satisfecha.

Consideraré a continuación los efectos que sobre la cantidad ofrecida por el individuo tienen cambios en los momentos de la función de distribución de probabilidades asociada a k.

El análisis está basado en los trabajos de Sandmo ((41) y (42)), y de Arrow (4). Asimismo, estudiaré las consecuencias de un aumento en el riesgo que no altere la media de la variable k sobre la cantidad de trabajo ofrecida, en el sentido de Rothschild y Stiglitz (cf. (37) y (38)). Una justificación de esta última aplicación puede hallarse en el Apéndice de este capítulo.

3.1. Cambio en la esperanza de 'k' con su varianza constante.

Para realizar el primer ejercicio de estática comparada se reemplaza k por k+m en las expresiones correspondientes a las condiciones necesarias y suficientes para un máximo de la utilidad esperada en L^o:

$$(38') \quad E\left[(k+m)(wU_y - U_\theta)\right] = 0,$$

(39') $E\left[(k+m)^2(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})\right] < 0.$

Si se produce un cambio en m es alterada la media pero no la varianza de k:

(40) $dE(k+m)/dm = dE(k)/dm + dm/dm = 1,$

(41) $dV(k+m)/dm = dE\left[(k+m-G)^2\right]/dm = 2(dG/dm-1) = 0,$

donde V es la varianza de k, G es la esperanza, y para obtener (41) se utiliza (40).

Tomando a k definida en un subintervalo propio de $[0,1]$, por ejemplo, el intervalo entre 1^- y 0^+, existirá algún m suficientemente pequeño tal que $0^+-m>0$ y $1^-+m<1$, es decir, tal que el ejercicio sea factible.

Diferenciando (38') en $m=0$ y $L=L^{o}$:

(42) $\partial L/\partial m = L_m = -E\left[(1-1/A)k(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})L^{o}\right]/(d^2E/dL^2),$

donde:

$$A = -(kL^{o})(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})/(wU_y-U_\theta).$$

Dado que A es negativa en el intervalo $(L^c/L^{o},1)$ y positiva en el intervalo $(0,L^c/L^{o})$ puede escribirse:

(43) $L_m = -L^{o}(C_1+C_2)/(d^2E/dL^2),$

en la que:

$$C_1=\int_{0^+}^{L^c/L^{o}}(1-1/A)kL^{o}(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})g(k)dk, \text{ y}$$

$$C_2=\int_{L^c/L^{o}}^{1^-}(1-1/A)kL^{o}(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})g(k)dk.$$

El signo de C_2 es inequívocamente negativo, ya que U es estrictamente cóncava, y su derivada segunda con respecto a L es negativa, teniendo en cuenta que la integral de una función estrictamente negativa es estrictamente negativa, y que A es negativa en $(L^c/L^{o},1)$.

En cambio, el signo de $\underline{C_1}$ es indeterminado a priori, pues $\underline{A > 0}$ en el intervalo $(\underline{0, L^c/L^o})$, y entonces el signo de $\underline{C_1}$ dependerá de su valor absoluto.

Si $\underline{A \geqslant 1}$ (es decir, $\underline{|A| \geqslant 1}$) en el intervalo $(\underline{0, L^c/L^o})$ entonces:

$1 - 1/A \leqslant 0,$

y por lo tanto, $\underline{C_1 \leqslant 0}$, con lo cual:

(44) $L_m < 0,$

si $\underline{A \geqslant 1}$ en $(\underline{0, L^c/L^o})$.

Obsérvese que esta condición es sólo suficiente para establecer que $\underline{L_m < 0}$. Asimismo, cuando $\underline{kL^o}$ tiende a $\underline{L^c}$ ($\underline{k}$ se acerca a $\underline{L^c/L^o}$), la primera derivada $\underline{wU_y - U_\theta}$ tiende a cero, con lo cual $\underline{A}$ tiende a infinito si:

$w^2U_{yy} - 2wU_{y\theta} + U_{\theta\theta}$

asume un valor distinto de cero en ese punto, por lo que existe algún intervalo en que efectivamente $\underline{A \geqslant 1}$.

3.2. Cambio en la varianza de 'k' con su esperanza constante.

El segundo ejercicio de estática comparada puede hacerse reemplazando $\underline{k}$ por $\underline{vk+m}$ en (38) y (39):

(38") $E\left[(vk+m)(wU_y - U_\theta)\right] = 0,$

(39") $E\left[(vk+m)^2(w^2U_{yy} - 2wU_{y\theta} + U_{\theta\theta})\right] < 0.$

Producido un pequeño cambio en $\underline{v}$, que sea compensado con una variación en $\underline{m}$:

(45) $dm/dv = -E(k) = -G,$

se alterará la varianza de $\underline{k}$ pero no su media:

(46) $dE(vk+m)/dm = G + dm/dv,$

que se anula en virtud de (45), y

(47) $dV(vk+m)/dv = dE\left[(vk+m)-E(vk+m)\right]^2/dv = 2E\left[(k-G)^2\right] > 0.$

Este ejercicio es posible si se toma nuevamente un intervalo incluído estrictamente en $[0,1]$ de modo que:

$0^+ + (0^+ - G)dv > 0,$

y también:

$1^- + (1^- - G)dv < 1,$

para dv tendiendo a cero, teniendo en cuenta que debe verificarse para todo k:

$0 < vk+m + (\partial\, vk+m/\partial v)dv < 1$

en el punto $v=1$, $m=0$, y que:

$\partial(vk+m)/\partial v = k-G.$

El efecto sobre L^o, si se evalúa la derivada en $v=1$, $m=0$, $L=L^o$, es:

(48) $L_v = \partial L/\partial v = E\left[(Gk-k^2)(1-1/A)(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})\right]/(d^2E/dL^2).$

El signo de L_v depende no sólo del valor absoluto (magnitud) de A en el intervalo $(0, L^c/L^o)$ sino también de G.

No existe una relación determinada entre G y L^c/L^o. Esta afirmación puede justificarse del siguiente modo:

<u>Teorema II.2</u>: Sea L^+ la solución del problema de maximización de:

$U(wGL+Y, T-GL),$

en el que $0 < G < 1$. En ese caso:

(1) si $U_L = k(wU_y - U_\theta)$ es cóncava con respecto a k (es decir, $U_{Lkk} \leq 0$, en todo el dominio) se cumplirá que:

$L^c < L^o \leq L^+ = L^c/G.$

(2) si U_L es convexa con respecto a k ($U_{Lkk} \geq 0$):

$L^o \geq L^+ = L^c/G > L^c.$

<u>Demostración</u>.

En primer lugar, debe notarse que dado que U es estrictamen te cóncava con respecto a $z=kL$ tiene máximo único; si el agente estableciera $L^{+} \neq L^{c}/G$ no se cumpliría la condición necesaria:

$$G\left[wU_{y}(GL)-U_{\theta}(GL)\right] = 0.$$

Por el Lema 5 del Apéndice:

$$0 = E\left[U_{L}(kL^{o})\right] \leqslant U_{L}(GL^{o}),$$

cuando $U_{Lkk} \leqslant 0$, y como U es estrictamente cóncava, por (39) $U_{L}(GL)$ es una función monótona decreciente de L y en consecuencia $L^{+} = L^{c}/G \geqslant L^{o}$.

En cambio, $U_{Lkk} \geqslant 0$ implica:

$$0 = E\left[U_{L}(kL^{o})\right] \geqslant U_{L}(GL^{o}),$$

y entonces:

$$L^{o} \geqslant L^{+} > L^{c}.$$

Como corolario de este teorema se deduce que:

(1') si $U_{Lkk} \leqslant 0$ entonces $G \leqslant L^{c}/L^{o}$,

(2') si $U_{Lkk} \geqslant 0$ entonces $G \geqslant L^{c}/L^{o}$.

Cuando U_{Lkk} no tiene un signo definido, no puede obtenerse una relación predeterminada entre G y L^{c}/L^{o}.

Definiendo:

$$Q = (Gk-k^{2})(1-1/A)(w^{2}U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta}),$$

cuando se cumple (1') puede escribirse:

$$(49)\quad L_{v} = \int_{0^{+}}^{G} Q\, g(k)dk/(d^{2}E/dL^{2}) + \int_{G}^{L^{c}/L^{o}} Qg(k)dk/(d^{2}E/dL^{2}) + \int_{L^{c}/L^{o}}^{1^{-}} Q\, g(k)dk/(d^{2}E/dL^{2})\ ;$$

por otra parte, si ocurre efectivamente (2') se tendrá:

$$(50)\quad L_{v} = \int_{0^{+}}^{L^{c}/L^{o}} Q\, g(k)dk/(d^{2}E/dL^{2}) + \int_{L^{c}/L^{o}}^{G} Q\, g(k)dk/(d^{2}E/dL^{2}) +$$

$$+\int_{G}^{1^-} Q\, g(k)dk/(d^2E/dL^2).$$

¿Qué signos adoptarán estas expresiones?.

Considérese que G es un valor próximo a uno, en primer lugar. En el caso de (49), por (1'), L^c/L^o también debe tender a uno, es decir que L^c es aproximadamente igual a L^o.

Entonces L_v se reduce a:

$$(49')\quad L_v = \int_{0^+}^{1^-} (k-k^2)(1-1/A)(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta})g(k)dk/(d^2E/dL^2),$$

y como $k>k^2$, si $A\geqslant 1$ entonces $L_v\geqslant 0$.

Por otra parte, (50) se aproximará a:

$$(50')\quad L_v = \left[\int_{0^+}^{L^c/L^o} (k-k^2)Q^-g(k)dk + \int_{L^c/L^o}^{1^-} (-k^2)Q^-g(k)dk\right] /$$

$$/(d^2E/dL^2),$$

cuando G tiende a 1^-, y 1^- tiende a uno, donde:

$$Q^- = (1-1/A)(w^2U_{yy}-2wU_{y\theta}+U_{\theta\theta}).$$

En consecuencia, si $A\geqslant 1$, $L_v>0$.

Cuando G tiende a 0 el signo de L_v puede estimarse del mismo modo.

Tomando $G = 0$ en (49):

$$(49'')\quad L_v = \left[\int_{0^+}^{L^c/L^o} -k^2Q^-g(k)dk + \int_{L^c/L^o}^{1^-} (-k^2)Q^-g(k)dk\right]/(d^2E/dL^2),$$

y si $A\gg 1$ en el primer intervalo entonces $L_v<0$.

Por otra parte, en (50) ese valor implica:

$$(50'')\quad L_v = \int_{0^+}^{1^-} (-k^2)Q^-g(k)dk\ /(d^2E/dL^2),$$

como $G\gg L^c/L^o$ se tiene $A<0$, y por lo tanto $Q^-<0$, con lo cual $L_v<0$.

En este último caso existe, sin embargo, una limitación. Como según (2') debe verificarse que $\underline{G \geq L^c/L^o}$, entonces existe algún valor de $\underline{G}$ tal que $\underline{L^o = T}$; para comprobarlo basta tomar $\underline{G \leq L^c/T}$ que implica $\underline{L^c/T \geq L^c/L^o}$, y a su vez esto determina $\underline{L^o \geq T}$. Por ende, $\underline{U_{Lkk} \geq 0}$ puede conducir a $\underline{L^o = T}$, y a partir de allí ya no es posible incrementar aún más la cantidad de trabajo ofrecida.

En resumen, cuando $\underline{A \geq 1}$ en el intervalo $\underline{(0, L^c/L^o)}$, en ambas situaciones los signos más probables serán:

(51) si $\underline{G}$ tiende a $\underline{1}$ entonces $\underline{L_v > 0}$;

(52) si $\underline{G}$ tiende a $\underline{0}$ entonces $\underline{L_v < 0}$.

Estos resultados pueden justificarse económicamente.

En efecto, si $\underline{G}$ es pequeña, por (44), la cantidad de trabajo ofrecida es relativamente elevada con respecto a $\underline{L^c}$; un aumento en la varianza que no modifique la esperanza implicará que los valores de $\underline{k}$ se dispersan, acercándose a $\underline{1}$ y alejándose de $\underline{G}$. Esto significa que se hacen más probables los estados de la naturaleza para los que $\underline{kL^o}$ se aproxima a $\underline{L^o}$.

En cambio, cuando la esperanza de $\underline{k}$ es alta, $\underline{L^o}$ se acerca a $\underline{L^c}$ por derecha, y de aumentar la varianza, los valores de $\underline{k}$ se dispersan acercándose a cero, a lo que el individuo reacciona incrementando la cantidad de trabajo ofrecida al mismo salario.

3.3. Aumento en el riesgo con la media inalterada.

Debido a las limitaciones que tiene el análisis que toma en cuenta sólo a la esperanza y a la varianza en la explicación del comportamiento individual -cf. McCall (30)-, es interesante considerar los resultados que sobre el modelo aquí tratado tiene la aplicación de un teorema de Rothschild y Stiglitz (ver Apéndice).

Aquí puede enunciárselo como:

Teorema II.3: Considérese una familia de funciones de distribución de probabilidades $F(k,u)$ para las que k es una variable aleatoria definida sobre el intervalo $[0,1]$, y u es un parámetro. Un incremento en u representa un aumento en el riesgo que deja inalterada la media de k si se cumplen simultánemente:

$$E[F_u(k,u)] = 0,$$

$$\int_0^x F_u(k,u)dk \geqslant 0, \text{ con } 0 \leqslant x \leqslant 1,$$

en las que $F_u = \partial F/\partial u$. La función de utilidad del oferente de trabajo depende de la variable aleatoria k y de una variable de control L:

$$U = U(kL),$$

con la propiedad $U_{LL} < 0$. Sea $L^o(u)$ el nivel de la variable de control que maximiza $E[U(kL)]$. Si incrementos en u determinan aumentos en el riesgo que no modifican la media de k, entonces L^o crece (decrece) con u si U_L es una función estrictamente convexa (estrictamente cóncava) de k, es decir, si:

$$U_{Lkk} > (<)\ 0.$$

Demostración.

Esta proposición es una transcripción del Lema 4 del Apéndice.

Nótese que si U_{Lkk} no tiene signo definido único sobre $[0,T]$ el efecto de un cambio en u sobre L^o no es inequívoco.

El ejercicio del aumento en el riesgo que deja inalterada la media consiste en tomar valores más reducidos en el centro de la distribución de probabilidades, trasladando a sus extremos (de tal modo de no modificar la esperanza de la variable aleatoria) la diferencia con sus niveles anteriores.

4. Efectos de la introducción de un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral deseado.

Introduciré ahora el supuesto de que existe un seguro de desempleo $c \geq 0$, tal que el agente recibe como ingreso en ese concepto la magnitud $cL^{o}(1-k)$.

Este tipo de compensación es la tratada por Yaniv (50) -ver Capítulo I, sección 4), que determinaba la no neutralidad del sistema de racionamiento estocástico no proporcional.

Indicaré con t al salario promedio $wk+c(1-k)$.

El agente maximiza entonces:

$$(53)\quad E(U) = E\left[U(tL+Y, T-kL)\right].$$

Adviértase la diferencia de este caso con el tratamiento correspondiente cuando el salario es incierto -ver Block y Heineke (10) y Tressler y Menezes (49)-, pues además de existir riesgo sobre el "salario" lo hay aquí sobre el nivel del ocio, ya que k afecta a L.

No haré en esta sección apreciaciones sobre la forma en que se financia el seguro, y por tanto se lo considera exógeno. Sin embargo, esta hipótesis no excluye que cambios en c afecten la distribución de probabilidades asociada a k, por ejemplo, si son los empleadores quienes pagan parte o la totalidad de la compensación por desempleo.

Las condiciones necesarias y suficientes para un máximo interior en L^{+} son:

$$(54)\quad E\left[(tU_y - kU_\theta)\right] = 0,$$

$$(55)\quad E\left[(t^2U_{yy} - 2tkU_{y\theta} + U_{\theta\theta})\right] = d^2E/dL^2 < 0.$$

Si inicialmente c es nulo, puede investigarse el efecto de un incremento de c sobre L^{+}(=Lº). Aunque poco realista, puede concebirse una situación en la que c pudiera hacerse negativa sólo con la finalidad de poder calcular las derivadas en c=0.

El ejercicio de estática comparada con respecto a esa variable indica que:

(56) $L_c = -E\{[U_y+kL^{+}(wU_{yy}-U_{y\theta})]\,(1-k)\}/(d^2E/dL^2)$,

en c=0, y en la que pueden identificarse un efecto sustitución (primer término del numerador) y un efecto ingreso (segundo término), por analogía con los efectos determinados en (7) y (8) del Capítulo I, y teniendo en cuenta además:

(57) $L_w = -E\{k\,[U_y+kL^{+}(wU_{yy}-U_{y\theta})]\}/(d^2E/dL^2)$, y

(58) $L_Y = -E(wU_{yy}-U_{y\theta})/(d^2E/dL^2)$.

Adviértase que en (56) y (57) los efectos están ponderados por las participaciones de c y w en el salario efectivo. Por consiguiente, el signo de L_c puede diferir del signo de L_w ya que las ponderaciones son distintas, y:

$k \gtrless 1-k$,

según que $k \gtrless 1/2$.

A pesar de que no es posible determinar a priori los signos, se observa que si k es próximo a cero en (56), como U_y tenderá a un número positivo muy grande, y el segundo término se acercará a cero con k, su suma podría ser positiva. Por otra parte, cuando k tiende a uno, el numerador:

$E\{(1-k)\,[U_y+kL^{+}(wU_{yy}-U_{y\theta})]\}$

tiende a cero.

Esta discusión parece sugerir que una buena hipótesis es que: $L_c \gtrless 0$.

En consecuencia, no es posible determinar con certeza si ocu rrirá $L^{+} > L^{o}$.

De todos modos, sí es factible demostrar que $L^{+} > L^{c}$. Para verificarlo, escríbase (54) de la siguiente forma:

(59) $E\left[(tU_y - kU_\theta)\right] = E\left[k(wU_y - U_\theta)\right] + E\left[(1-k)cU_y\right]$;

con $c > 0$.

Nótese que:

(60) $\partial(wU_y - U_\theta)/\partial k = \left[w(w-c)U_{yy} - (2w-c)U_{y\theta} + U_{\theta\theta}\right] L^{+} < 0.$

Por lo tanto, si $L^{+} \leqslant L^{c}$ entonces:

$wU_y - U_\theta \geqslant 0$, en $k=1$,

por la concavidad estricta de U -(55)- y suponiendo que $w > c$, y además su valor crece cuando k se reduce. Por ende:

$E\left[k(wU_y - U_\theta)\right] + E\left[(1-k)cU_y\right] > 0,$

y no se satisface así la condición necesaria para un máximo.

Es interesante tener en cuenta que en el caso atípico en que $w = c$ se obtienen:

(61) $L_m = -E\left[-U_\theta + L^{+}(-wU_{y\theta} + U_{\theta\theta})\right]/(d^2E/dL^2) < 0$, y

(62) $L_v = E\left[(k-G)(-U_\theta + L^{+}(-wU_{y\theta} + U_{\theta\theta}))\right]/(d^2E/dL^2)$,

cuyo signo depende del valor de G pero ya no de A, la medida de aversión al riesgo relativa, con respecto a apuestas sobre las unidades de trabajo.

5. Resumen.

El propósito de este capítulo es demostrar que la existencia de un sistema de racionamiento estocástico proporcional del empleo hace que los agentes modifiquen la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario, según sean las propiedades de la función de distribución de probabilidades de la variable k -proporción de unidades de trabajo efectivamente contratadas con respecto a las que se ofrecen-.

El sistema de racionamiento estocástico proporcional no es, entonces, neutral en sus efectos sobre la función de oferta de trabajo, pues los resultados sugieren que la cantidad de trabajo ofrecida, para cada nivel de salario, por un aversor al riesgo es mayor si rige tal esquema que en condiciones de certeza. El concepto de aversión al riesgo se define aquí a partir de apuestas sobre el número de unidades de trabajo por realizar.

Bajo ciertas hipótesis, referidas al valor de la medida relativa de aversión al riesgo (mayor o igual que uno en el intervalo $(0, L^c/L^o)$) puede afirmarse que:

(a) una disminución (aumento) en la esperanza de la variable $\underline{k}$, con su varianza constante, implica un incremento (reducción) en la cantidad de trabajo ofrecida por el agente;

(b) una disminución (aumento) de la varianza de $\underline{k}$, con su esperanza constante, induce un incremento (reducción) de la cantidad de trabajo ofrecida si la esperanza tiende a cero, o bien una disminución (aumento) de la cantidad ofrecida si el valor de la esperanza tiende a uno.

Por otra parte, un incremento (disminución) en el riesgo que deja la media inalterada produce una reducción (aumento) de la cantidad de trabajo ofrecida si la utilidad marginal del empleo es una función estrictamente cóncava de $\underline{k}$, o bien un incremento (disminución) si es estrictamente convexa.

La introducción de un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral deseado puede determinar un incremento de la cantidad de trabajo ofrecida; sin embargo, no es posible descartar una reacción en sentido contrario.

CAPITULO III

Desempleo Involuntario en un Mercado de Trabajo Monopsónico.

1. Introducción.

Según los resultados de la investigación que desarrollaré en este Capítulo y el siguiente, no podría descartarse que, si el objetivo de una empresa es la maximización de beneficios, establezca un salario y un nivel de empleo tales que existan agentes deseosos de incrementar -sin conseguirlo- el número de unidades de trabajo que realizan.

La hipótesis básica, de la que dependen las conclusiones, es que prevalece algún grado de monopsonio en el mercado de trabajo.

El modelo se basa en las propiedades de la función de oferta de trabajo que he derivado en los capítulos anteriores, considerando en este caso que los trabajadores se ven a sí mismos como susceptibles de ser racionados total o parcialmente de un modo aleatorio.

Esta forma de tratar el problema parece especialmente adecuada en épocas de depresión, cuando los oferentes advierten que la demanda de trabajo ha caído por debajo de la demanda efectiva normal, y el poder monopsónico de las empresas se ha acrecentado.

Si la firma monopsonista reconoce la influencia negativa que la incertidumbre sobre los puestos de trabajo tiene en el salario que paga por unidad contratada, puede fijar una tasa de desempleo no nula -probabilidad de empleo menor que uno-, aún cuando conozca con certeza el precio de venta del producto.

Un aspecto importante por ser considerado es el carácter del o de los mecanismos a través de los cuales la empresa puede "generar" la incertidumbre entre los trabajadores.

Sin embargo, postergaré su estudio hasta el próximo capítulo; en las páginas que siguen supondré que el monopsonista ya ha elegido un sistema de racionamiento estocástico óptimo, y sólo me ocuparé del vínculo subsistente entre el nivel de (o la tasa de) desempleo y la cantidad total de trabajo ofrecida a cada salario.

En el tratamiento de la literatura económica sobre los efectos del monopsonio en el equilibrio del mercado de trabajo se han destacado dos tendencias.

En algunos modelos -por ejemplo, Devine (15) y Ehrenberg (18)- se estudia la posibilidad de que existan vacantes no cubiertas por el monopsonista.

Devine sigue la observación de Archibald (2): si el empleo se fija por la intersección de las curvas del valor del producto marginal y del gasto marginal, y el salario se determina sobre la curva de oferta de trabajo, a ese salario la empresa estaría dispuesta a contratar un número mayor de trabajadores (los que determinaría el valor del producto marginal).

En el caso de Ehrenberg, el monopsonista -una agencia estatal que paga un salario fijo determinado por el gobierno central- no cubre todas las vacantes debido a la incertidumbre que tiene sobre la capacidad de los candidatos y la posibilidad de utilizar los fondos ahorrados en otras actividades.

Una segunda vertiente corresponde a los esquemas que presentan Grossman (24) y Negishi (33). Ambos autores resaltan la imposibilidad de obtener casos puros de desempleo involuntario de los modelos de búsqueda de trabajo o de contratos implícitos, y destacan el interés de un análisis del caso del monopsonio para una aproximación microeconómica a la teoría keynesiana.

Negishi (33) ha señalado que se proponen habitualmente dos tipos de modelos de los que se obtienen situaciones de desempleo involuntario: aquéllos en los que existe alguna imperfección en el mercado de trabajo y aquéllos en los que las unidades de trabajo son heterogéneas -como ocurriría en los modelos de búsqueda, según los cuales los agentes tienen salarios de reserva diferentes-.

Podría añadirse que la mayoría de los tratamientos incluidos en el primer grupo ponen énfasis en la inflexibilidad de los salarios ala baja, debido a la acción de sindicatos o uniones de trabajadores.

Por el contrario, en el análisis por desarrollarse a continuación, las unidades de trabajo se suponen homogéneas desde el punto de vista de la producción y los trabajadores toman el salario y las probabilidades de conseguir empleo como datos.

2. Modelo general.

Indicaré con $\underline{L}^s$ la cantidad de trabajo ofrecida, con $\underline{L}^d$ la cantidad utilizada, y con $\underline{u}$ la magnitud del desempleo, todas medidas en las mismas unidades, por ejemplo, horas de trabajo en el período. Por definición entonces:

(1) $L^s = L^d + u.$

La oferta de trabajo de mercado es una función del salario real por unidad de trabajo y de la magnitud del desempleo; en este último caso, debido a que un aumento del desempleo incrementa -para cada oferente- las probabilidades correspondientes a los estados de la naturaleza en los que se encontrarán subempleados o desempleados.

Como en el Capítulo II, $\underline{L}^s$ podría ser el resultado de maximizar:

$$EU = \int_0^1 U(wkL+Y, T-kL)g(k,u)dk,$$

donde $\underline{w}$ es el salario, $\underline{Y}$ el ingreso no laboral, $\underline{k}$ la proporción de horas efectivamente contratadas sobre las ofrecidas, y $\underline{g}$ la densidad de probabilidades (subjetiva) correspondiente a $\underline{k}$, y que depende de $\underline{u}$. Además, $\underline{T}$ indica el tiempo total disponible por el agente, y por tanto, la función de utilidad depende del ingreso total y del ocio (primer y segundo argumento respectivamente).

Este esquema de racionamiento estocástico proporcional permite capturar la incertidumbre del trabajador sobre la posibilidad de tener que aceptar o no despidos temporarios. En relación a ese fenómeno, Feldstein (19) propuso un modelo de competencia perfecta para interpretar la evidencia empírica, que para los EEUU indicaba que "una muy alta proporción de los trabajadores despedidos por la industria manufacturera son luego convocados por el mismo empleador" (trad.libre, pág.940). Ese autor supone luego que "los empleados de la firma están permanentemente unidos a la empresa, dentro del período relevante" (trad.libre, pág.941).

La última hipótesis de Feldstein es de difícil compatibilización con un caso de competencia perfecta en el mercado de trabajo. Se desestima de ese modo la premeditación del empleador en la determinación de separaciones transitorias de los trabajadores, con el objetivo de conseguir reducciones en el salario.

Supondré que la reacción natural a un aumento (disminución) en u es un aumento (disminución) de la cantidad de trabajo ofrecida al mismo salario.

Las hipótesis sobre las propiedades de la función de oferta de trabajo se resumen en:

(2) $L^s = L^s(w,u)$ es C^2, $L^s_w = \partial L^s/\partial w > 0$, $L^s_u = \partial L^s/\partial u > 0$.

En consecuencia, la identidad que indica el equilibrio del mercado de trabajo se escribe:

(1') $L^s(w,u) = L^d + u.$

El modelo tradicional de monopsonio supone que $L^s_u = 0$; en ese caso no existe ninguna razón para que u sea positiva de modo deliberado, y el empleo se fija por la igualación del gasto marginal y del valor del producto marginal; el salario se determina según la función de oferta de trabajo.

La diferencia entre ese tratamiento y el aquí expuesto es que no existe ahora una única curva de oferta de trabajo en el plano ($\underline{L}^s$,$\underline{w}$), sino una familia de ellas, cada una trazada para un nivel distinto de $\underline{u}$.

¿Cuán frágil es el resultado $\underline{u = 0}$ en las nuevas condiciones?.

Para tratar más cómodamente el problema puede escribirse:

(3) $w = w(L^s,u) = w(L^d+u,u)$,

ya que por (2) la función:

$$F = F(L^s,w,u) = L^s - L^s(w,u) = 0$$

es contínua y diferenciable, y además es monótona con respecto al salario:

$$\partial F/\partial w = -\partial L^s/\partial w < 0.$$

Diferenciando en forma implícita se obtienen:

(4) $w_s = (\partial L^s/\partial w)^{-1} = \partial w/\partial L^s > 0,$

$w_u = \partial w/\partial u = (-\partial L^s/\partial u)/(\partial L^s/\partial w) = -w_s L^s_u < 0.$

Si el monopsonista maximiza su beneficio debe determinar $\underline{L}^d$ y $\underline{u}$ de modo tal que:

(5) $pf(L^d) - w(L^d+u,u)L^d$,

sea máxima; en esa expresión $\underline{p}$ es el precio de venta del bien que produce el monopsonista, que es competidor perfecto en el mercado del producto, y $\underline{f}$ es la función de producción cuyas propiedades son:

$$f \text{ es } C^2,\ f' > 0,\ f'' \leqslant 0.$$

Dicho problema se reduce a un caso particular (cuando no existen restricciones estructurales) de maximización según Kuhn-Tucker:

(6) $\underset{(L^d,u)}{\text{Maximizar}}\ pf(L^d)-w(L^d+u,u),$

sujeto a: $L^d \geqslant 0,\ u \geqslant 0.$

Si (5) es una función estrictamente cóncava, las condiciones necesarias y suficientes para un máximo son:

(7.1) $[pf' - w - w_s L^d + v_1]\, L^d = 0,$

(7.2) $[-(w_s + w_u)L^d + v_2]\, u = 0,$

(7.3) $v_1 L^d = 0,$

(7.4) $v_2 u = 0$,

donde $\underline{v_1}$ y $\underline{v_2}$ son los multiplicadores de <u>Lagrange</u> (no negativos) y las expresiones entre corchetes en (7.1) y (7.2) son no positivas.

Debe recordarse que cuando las restricciones son lineales se cumple la hipótesis de regularidad de <u>Kuhn-Tucker</u> (<u>constraint qualification</u>).

En un óptimo interior ($\underline{L^d > 0}$, $\underline{u > 0}$) deben cumplirse:

(8.1) $pf' - w - w_s L^d = 0$,

(8.2) $-(w_s + w_u)L^d = 0$.

Por otra parte, las condiciones de segundo orden para un óptimo interior son:

(9) $A = pf'' - 2w_s - w_{ss}L^d < 0$,

$B = -(w_{ss} + w_{su})L^d$,

$C = -(w_{ss} + 2w_{su} + w_{uu})L^d < 0$,

$D = AC - B^2 > 0$,

cf. <u>Murata</u> (32), pág.264.

Es interesante advertir que de (4) y (8.2) se deduce que una condición necesaria para un máximo interior es:

(10) $L^s_u = 1$.

En efecto, se tiene:

$w_s + w_u = w_s(1 - L^s_u) = 0$.

Esto significa que $\underline{w}$ y $\underline{u}$ se llevan hasta un nivel tal que un incremento de una unidad de la magnitud del desempleo corresponde a un aumento en una unidad en la cantidad ofrecida de trabajo (es decir, la cantidad utilizada permanece constante). Pues supóngase que $\underline{L^s_u > 1}$, entonces:

$dw = \left[(L^s_u - 1)/(-L^s_w)\right] du$, si $dL^d = 0$,

implica que $\underline{dw/du < 0}$. Como $\underline{dL^d = 0}$ no necesariamente disminuye el producto. El valor deseado de $\underline{u}$ puede conseguirse aumentando el número de individuos contratados pero reduciendo el número de horas de trabajo de cada uno.

Pero es posible mejorar la información que provee la condición (10) reformulando el problema (6) del siguiente modo:

(11) $$\underset{(L^d,w,u)}{\text{Maximizar}} \quad pf(L^d)-wL^d,$$

sujeto a:

$$L^d + u = L^s(w,u),$$

$$L^d \geqslant 0, \; u \geqslant 0, \; w \geqslant 0.$$

La función de Lagrange correspondiente es:

(12) $$H = pf(L^d) - wL^d + z\left[L^d+u-L^s(w,u)\right] + v_1L^d + v_2u + v_3w.$$

Para un máximo interior, las condiciones de primer orden son:

(13.1) $z(1 - L^s_u) = 0,$

(13.2) $pf' - w + z = 0,$

(13.3) $-(L^d + zL^s_w) = 0,$

(13.4) $L^d + u = L^s(w,u);$

por (13.3):

$$z = -L^d/L^s_w < 0,$$

y entonces (13.1) es equivalente a (10), cuando $\underline{z}$ es el multiplicador correspondiente a la restricción estructural que cumple el equilibrio "contable" del mercado de trabajo.

Las condiciones suficientes de segundo orden incluyen:

(14) $-zL^s_{uu} < 0,$

que corresponde al primer menor principal de la matriz:

(15) $$\begin{bmatrix} -zL^s_{uu} & 0 & -zL^s_{wu} & 0 \\ 0 & pf'' & -1 & 1 \\ -zL^s_{wu} & -1 & -zL^s_{ww} & -L^s_w \\ 0 & 1 & -L^s_w & 0 \end{bmatrix},$$

(cf. Murata (op.cit.), pág. 264) y que por lo tanto implica:

(16) $L^s_{uu} < 0,$

ya que $\underline{z < 0}$.

Asimismo, cuando $\underline{u=0}$, $\underline{v_2 \geqslant 0}$ en (7.4), por lo que de (7.2) se deduce que una condición necesaria para un máximo interior o de esquina es:

(17) $(w_s + w_u) \geqslant v_2/L^d \geqslant 0,$

equivalente a:

$$w_s(1 - L_u^s) \geqslant 0,$$

y por (4):

(18) $1 \geqslant L_u^s$.

Estas últimas condiciones aseguran -cuando se cumplen con desigualdad estricta- que con $\underline{L}^d$ fija, $\underline{u}$ sólo puede incrementarse si se aumenta simultáneamente el salario.

Si $\underline{L}^s$ no depende de $\underline{u}$, tal como se supone en el caso tradicional de monopsonio, es decir, $\underline{L_u^s = 0}$, entonces por (13.1) $\underline{z=0}$, lo que implica $\underline{L^d = 0}$ si $\underline{u > 0}$ (pues entonces $\underline{v_2 = 0}$), por (13.3), a menos que $\underline{L_w^s = +\infty}$ ($\underline{w_s = 0}$). Por lo tanto, cuando $\underline{w_s > 0}$, sólo es posible la solución $\underline{u \equiv 0}$.

En conclusión, no es posible descartar que una solución que maximiza el beneficio implique un nivel de desempleo positivo bajo monopsonio. En el próximo capítulo enunciaré una condición suficiente para un óptimo interior, en el marco de una versión alternativa del modelo.

3. Efectos de un cambio en el precio del producto y en la cantidad de capital disponible.

Las funciones que definen las ecuaciones (8.1) y (8.2) son contínuas y derivables por ser suma de funciones derivables; además, el par $(\hat{\underline{L}}^d, \hat{\underline{u}})$ satisface tales ecuaciones. También, $\underline{D > 0}$ en ese punto, por las condiciones de segundo orden (9).

El Teorema de la Función Implícita -ver la sección $\underline{1}$, del Capítulo I- garantiza entonces que existe un par de funciones diferenciables con continuidad hasta el primer orden por lo menos, en un entorno de $(\underline{\hat{L}}^d,\underline{\hat{u}})$, que relacionan a $\underline{L}^d$ y $\underline{u}$ con los parámetros:

(20.1) $L^d = L^d(p,K^o)$,

(20.2) $u = u(p,K^o)$,

en las que $\underline{K^o}$ representa, por ejemplo, la cantidad de capital de que dispone el monopsonista, y que estaba implícita en $\underline{f}$, la función de producción presentada en la sección anterior.

El efecto de un cambio en $\underline{p}$ sobre los valores de equilibrio es:

(21) $\partial L^d/\partial p = -f'C/D > 0$,

pues por (9) $\underline{C < 0}$ y $\underline{D > 0}$, y:

(22) $\partial u/\partial p = f'B/D$,

cuyo signo depende del signo de $\underline{B}$.

Este resultado se deduce de resolver el sistema:

$$\begin{bmatrix} \partial L^d/\partial p \\ \partial u/\partial p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & C \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -f' \\ 0 \end{bmatrix};$$

el signo de $\underline{B}$ es el opuesto del signo de $(\underline{w_{ss}+w_{su}})$, pero es posible esperar que $\underline{w_{ss} \geq 0}$ y que $\underline{w_{su} \leq 0}$, es decir, que un aumento en la cantidad ofrecida requiera un aumento en la tasa de salario tanto mayor cuanto mayor sea $\underline{L}^s$, y que un incremento del nivel de desempleo reduzca la tasa de variación del salario, respectivamente.

Si $\underline{w_{su} = 0}$ entonces:

(23) $\partial u/\partial p = -f'L^d w_{ss}/D \leq 0$,

y el cambio en la tasa de desempleo es:

(24) $T^u_p = \left[-u(\partial L^d/\partial p)+L^d(\partial u/\partial p)\right]/(L^s)^2 < 0$,

por (21) y (23), donde:

$T^u = (L^s - L^d)/L^s$.

Como se deduce de (24), un aumento del nivel del precio es acompañado, en este caso, por una reducción del valor de equilibrio de la tasa de desempleo -nótese la similitud con un efecto Phillips-.

La variación en el nivel de salarios es:

(25) $\partial w/\partial p = w_s(\partial L^d/\partial p)+(w_s+w_u)(\partial u/\partial p) = w_s(\partial L^d/\partial p) > 0$,

ya que $\partial L^d/\partial p > 0$, y por (4) $w_s > 0$. El signo está perfectamente determinado entonces, y es independiente de $\partial u/\partial p$, que es no positivo hasta aquí.

Es interesante considerar si un aumento del precio puede inducir un aumento del nivel de desempleo. Si se supone que $w_{su} \lesssim 0$, pero que $w_{ss}=0$ se deduce:

(23') $\partial u/\partial p = -f'L^d w_{su}/D \gtrsim 0$;

y además:

(24') $\partial T^u/\partial p = \left\{\left[L^s(2w_{su}+w_{uu})-L^d(w_{su}+w_{uu})\right] / \left[(L^s)^2 D\right]\right\}(-f'L^d)$,

cuyo signo es indeterminado y depende de las magnitudes de los términos. Nótese, sin embargo, que cuando $w_{su}=0$ será $\partial T^u/\partial p < 0$, pues por (9):

(26) $-2w_{su}-w_{uu} < 0$,

que implica:

$w_{uu} > -2w_{su} \gtrsim 0$.

En síntesis, un aumento del precio puede producir un aumento del nivel de desempleo y de la tasa de desempleo -ecuaciones (23') y (24')-, con un incremento simultáneo del salario. Pero, tal como lo muestran las ecuaciones (23) y (24), también es posible un descenso del nivel de desempleo y de la tasa de desempleo acompañando un incremento del precio.

Debe advertirse que tales resultados se alcanzan sin suponer inflexibilidad de precios o del salario, y sin hacer hipótesis sobre los posibles efectos de las expectativas inflacionarias sobre la oferta de trabajo.

Estudiaré ahora las consecuencias que tiene un cambio en la cantidad de capital K^o de que dispone el monopsonista.

Diferenciando (8.1) y (8.2) en el equilibrio:

(27) $\partial L^d/\partial K^o = -(pf_{LK}C/D)$, $f_{LK} = \partial^2 f/\partial L\partial K$,

positiva (nula o negativa) si $\underline{f}_{LK}$ es positiva (nula o negativa) es decir, si un aumento en la cantidad de capital disponible incrementa también el producto marginal del trabajo.

Asimismo, puede obtenerse:

(28) $\partial u/\partial K^o = pf_{LK}B/D$,

que depende de los signos de $\underline{f}_{LK}$ y de $\underline{B}$. En particular, un incremento en la cantidad de capital de que dispone el monopsonista hace que éste aumente el nivel de desempleo de equilibrio cuando:

signo (f_{LK}) = signo (B) = signo $(-w_{ss}-w_{su})$.

El efecto sobre la tasa de desempleo es:

(29) $\partial T^u/\partial K^o = \left[-u(\partial L^d/\partial K^o)+L^d(\partial u/\partial K^o)\right]/(L^s)^2$;

esta expresión tiene un signo que depende de los signos de $\underline{f}_{LK}$, de $\underline{B}$ y del valor absoluto de los términos. Cuando $\underline{B=0}$ y $\underline{f_{LK}>0}$:

(29') $\partial T^u/\partial K^o = upf_{LK}C/D < 0$.

En resumen, puede decirse que un incremento en la cantidad de capital que posee el monopsonista producirá modificaciones en los valores óptimos del nivel de desempleo y de la tasa de desempleo que dependerán de las propiedades de la función de producción y de la curva de oferta de trabajo, pero no puede descartarse de antemano que tales cambios sean de sentido positivo.

4. El caso de dos insumos variables.

Si se hace la hipótesis de que el monopsonista adquiere dos insumos: trabajo y capital, $\underline{K}$, por el que abona una retribución unitaria $\underline{r}$ (dada, es decir, es competidor perfecto en ese mercado), la función de beneficios a maximizar es:

(30) $pf(L^d,K) - w(L^d+u,u)L^d - rK$.

Las condiciones necesarias y suficientes para un máximo interior son:

(31.1) $pf_L - w - w_sL^d = 0$,

(31.2) $-(w_s + w_u)L^d = 0$,

(31.3) $pf_K - r = 0$,

(32) $A < 0$, $C < 0$, $D > 0$, $J = pf_{KK} < 0$, y

$$D' = \begin{vmatrix} A & B & pf_{LK} \\ B & C & 0 \\ pf_{LK} & 0 & J \end{vmatrix} < 0,$$

donde A, B, C y D se definen como en la sección 1, y f_L y f_K representan la productividad marginal del trabajo y del capital, respectivamente.

Por el Teorema de la Función Implícita, existen y son diferenciables:

(33) $L^d = L^d(p,r)$,

$u = u(p,r)$,

$K = K(p,r)$,

en un entorno del punto de equilibrio $(\hat{L}^d, \hat{u}, \hat{K})$.

¿Cuál es el efecto que sobre las variables endógenas tiene un cambio en la retribución del capital?.

El vector de cambios autónomos es: $(0,0,1)^t$, donde (t) indica trasposición.

Se obtienen entonces:

(34) $\partial L^d/\partial r = -pf_{LK}C/D'$,

de signo opuesto al de f_{LK},

(35) $\partial u/\partial r = pf_{LK}B/D'$,

que depende de los signos de f_{LK} y de B, y:

(36) $\partial K/\partial r = D/D' < 0$.

Cuando B es, por ejemplo, negativo, si f_{LK} 0 un aumento en r se traducirá en: 1) una disminución de la demanda de capital, 2) una disminución de la cantidad demandadade trabajo, y 3) un aumento en el nivel de desempleo de equilibrio.

El cambio en la tasa de desempleo es:

(37) $\partial T^u/\partial r = \left[-u(\partial L^d/\partial r) + L^d(\partial u/\partial r)\right]/(L^s)^2$,

por lo que cuando $\underline{B}$ es negativo y $\underline{f_{LK}}$ positivo, un aumento de $\underline{r}$ implicará un incremento de la tasa de desempleo.

5. Modelo de monopsonio-monopolio.

Si el monopsonista de trabajo es además monopolista del bien que produce, enfrentará una función de demanda de pendiente negativa con respecto al precio. Si esa función posee inversa, entonces:

(38) $p = p(q,a),\ p_q < 0,\ p_a > 0,$

donde $\underline{q}$ es la cantidad que la empresa decide producir y vender, $\underline{p_q}$ y $\underline{p_a}$ son las derivadas parciales de $\underline{p}$ respecto de $\underline{q}$ y de una variable $\underline{a}$ que indica cambios autónomos de la demanda.

Recordando que $\underline{f(L^d)=q}$, la empresa maximizará:

(39) $p[f(L^d),a]f(L^d) - w(L^d+u,u)L^d,$

sujeto a $\underline{L^d \geqslant 0}$, $\underline{u \geqslant 0}$.

Las condiciones necesarias y suficientes para un máximo interior son:

(40.1) $(p+p_q q)f' - w - w_s L^d = 0,$

(40.2) $-(w_s + w_u)L^d = 0,$

(41) $A' = (p+p_q q)f'' + 2f' p_q + q p_{qq} f' - 2w_s - w_{ss} L^d < 0,$

$C < 0,$

$D'' = A'C - B^2 > 0.$

Nótese que la condición (40.2) es equivalente a la condición (8.2), e implica que $\underline{L_u^s = 1}$.

De ocurrir un cambio autónomo en la demanda: $\underline{da \gtrless 0}$, el efecto sobre $\underline{\hat{L}^d}$ y $\underline{\hat{u}}$ será:

(42) $\partial L^d/\partial a = -\ (p_a + q p_{qa})f'C\ /D'',$

(43) $\partial u/\partial a = \ (p_a + q p_{qa})f'B\ /D''.$

Cuando $\underline{p_{qa} \geqslant 0}$, por ejemplo si $\underline{p(q,a)}$ es lineal, entonces $\underline{\partial L^d/\partial a > 0}$, y el signo de $\partial u/\partial a$ será el signo de $\underline{B}$; por lo tanto, es posible que un aumento en la demanda incremente también el desempleo si $\underline{B}$ es positivo, tal como ocurre en el caso en que $w_{ss}=0$ y $w_{su}<0$.

La variación autónoma lleva a una modificación del precio y del salario de equilibrio:

$$(44)\quad dp/da = p_q(dq/da) + p_a = p_q f'(\partial L^d/\partial a) + p_a =$$
$$= -(p_a + qp_{qa})p_q(f')^2(C/D'') + p_a;$$

$$(45)\quad \partial w/\partial a = w_s(\partial L^d/\partial a) + (w_s + w_u)(\partial u/\partial a) = w_s(\partial L^d/\partial a).$$

Por otra parte, el cambio en la tasa de desempleo deseada es:

$$(46)\quad \partial T^u/\partial p = \left[-u(\partial L^d/\partial a) + L^d(\partial u/\partial a)\right]/(L^s)^2.$$

Sea $\underline{p = a-bq}$, donde $\underline{a}$ y $\underline{b}$ son constantes positivas. Entonces:

$$(42')\quad \partial L^d/\partial a = -f'C/D'' > 0,$$
$$(43')\quad \partial u/\partial a = f'B/D'' \gtrless 0, \text{ si } B \gtrless 0,$$
$$(44')\quad dp/da = b(f')^2(C/D'') + 1,$$
$$(45')\quad \partial w/\partial a = w_s(\partial L^d/\partial a) > 0,$$
$$(46')\quad \partial T^u/\partial a = (f'/D'')(uC + L^dB)(L^s)^{-2}.$$

No es posible descartar a priori que una caída en el nivel autónomo de la demanda lleve a un aumento del desempleo, de la tasa de desempleo y del precio, junto con disminuciones de la cantidad demandada de trabajo y del salario. Tal conclusión se alcanza observando que los signos de (43'),(44') y (46') dependen de las magnitudes de los términos.

Se mantiene en este caso de monopolio-monopsonio la conclusión alcanzada en la sección $\underline{2}$, para el monopsonista competidor perfecto en el mercado del producto.

6. El seguro de desempleo óptimo para el monopsonista.

Como se comprobó en los Capítulos I (secciones $\underline{4}$ y $\underline{5}$) y II (sección $\underline{4}$), bajo sistemas de racionamiento estocástico proporcional o no proporcional, la introducción de un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral deseado puede inducir a los oferentes a incrementar el número de unidades manifiestan estar dispuestos a realizar.

En ese caso, el monopsonista tiene a su disposición la posibilidad de fijar una compensación positiva óptima a fin de maximizar sus beneficios, dado que si aumenta el pago por desempleo la curva de oferta de trabajo se desplaza, haciendo que el salario por unidad efectivamente trabajada se reduzca.

Sea $\underline{c}$ la compensación por unidad de trabajo desempleada. Supondré que la oferta de trabajo de mercado es una función dependiente de $\underline{c}$, además de $\underline{w}$ y de $\underline{u}$, es decir:

(47) $L^s = L^s(w,u,c)$,

con las siguientes propiedades:

(48) $L^s_w > 0,\ L^s_u > 0,\ L^s_c > 0.$

La función a maximizar es:

(49) $pf(L^d) - wL^d - cu$,

sujeto a:

(49') $L^s(w,u,c) = L^d + u$,

con $\underline{c \geq 0}$, $\underline{u \geq 0}$.

La función de Lagrange correspondiente se escribe:

(50) $pf(L^d) - wL^d - cu + zL^s(w,u,c) - L^d - u + v_1 c + v_2 u$,

donde $\underline{z}$, $\underline{v_1}$ y $\underline{v_2}$ son los multiplicadores, no negativos los dos últimos.

Las condiciones de Kuhn-Tucker necesarias para un óptimo interior con respecto a $\underline{L}^d$ y $\underline{w}$, e interior o de esquina con respecto a $\underline{c}$ y $\underline{u}$ son:

(51.1) $pf' - \hat{w} - \hat{z} = 0$,

(51.2) $-\hat{L}^d + \hat{z}L^s_w = 0$,

(51.3) $\hat{u}\left[-\hat{c} + \hat{z}(L^s_u - 1) + \hat{v}_2\right] = 0$,

(51.4) $\hat{c}\left[-\hat{u} + \hat{z}L^s_c + \hat{v}_1\right] = 0$, (51.5) $L^s(\hat{w},\hat{u},\hat{c})-\hat{L}^d-\hat{u} = 0,$

(51.6) $\hat{v}_1\hat{c} = 0,$

(51.7) $\hat{v}_2\hat{u} = 0,$

en las que las expresiones entre corchetes deben ser no positivas, y el símbolo "$\wedge$" indica los valores en la solución.

De (51.2) se deduce que:

$$\hat{z} = \hat{L}^d/L^s_w > 0,$$

si se tiene en cuenta (48); en consecuencia, $\underline{\hat{u} > 0}$ requiere así que:

$$L^s_u = 1 + (\hat{c}/\hat{z}) \geqslant 1,$$

estrictamente mayor que uno si $\underline{\hat{c} > 0}$.

Por otra parte, $\underline{L^s_c > 0}$ si y sólo si $\underline{u > 0}$, con lo cual una solución interior o de esquina exige:

$$L^s_c \leqslant \hat{u}-\hat{v}_1/\hat{z},$$

y la solución interior:

$$L^s_c = \hat{u}/\hat{z}.$$

Si $\underline{L^s_c}$ tiende a un número positivo suficientemente grande cuan $\underline{c}$ tiende a cero puede excluirse la solución de esquina; obsérvese que según (30.1) de la sección 4 del Capítulo I, se obtiene:

$$\partial L^s/\partial u_s = (1-P)w[U^b_y+u_s wL'U^b_{yy}]/(-D'),$$

donde $\underline{c=u_s w}$, y mientras $\underline{P < 1}$ para $\underline{u_s}$ acercándose a cero puede tenerse el efecto deseado. Así esta ecuación tiene la forma:

$$\partial L^s/\partial u_s = (1-P)(1-R_r)wU^b_y/(-D'),$$

donde:

$$R_r = -u_s wL'U^b_{yy}/U^b_y$$

es la medida relativa de aversión al riesgo con respecto al ingreso -cuando $\underline{Y = 0}$-, que en general tiende a valores menores que uno para niveles de ingreso próximos a cero (cf. Arrow (op.cit.), 3er. ensayo, pág. 98).

Por lo tanto, $\underline{U^b_y}$ de valor elevado con $\underline{u_s}$ nulo puede garantizar la condición suficiente, aunque en este caso $\underline{L^s_u > 0}$ si y sólo $\underline{c > 0}$.

Es factible añadir al problema (49) la restricción:

$w \geq c$,

que corresponde a $\underline{1 \geq u_s}$.

En conclusión, no puede descartarse que el seguro de desempleo óptimo para un monopsonista de trabajo sea positivo, aunque su valor depende de las propiedades de la función de utilidad de los oferentes. Más aún, el establecimiento de un seguro de desempleo pagado por la propia firma favorece el incremento del nivel de desempleo más que permitir su control bajo racionamiento proporcional o bien si el seguro es proporcional.

La última conclusión se alcanza observando que por (32) de la sección 4 del Capítulo I:

$L_P^s = 0$, si $u_s = 0$,

definiendo $\underline{P = 1-(L^d/L^s)}$.

Desde ese punto de vista, sólo tendría sentido un seguro no proporcional, que implique un costo positivo para la empresa pero que no desplace la función de oferta de trabajo.

7. ¿Elimina el desempleo involuntario un salario mínimo igual al de competencia perfecta?.

Una conocida proposición sobre los efectos de un salario mínimo afirma que su introducción genera desempleo en un mercado de trabajo competitivo, cuando se lo establece por encima del nivel de equilibrio.

Por otra parte, en el tratamiento tradicional del monopsonio un salario mínimo igual al que prevalecería bajo competencia perfecta suprime las distorsiones que introduce la firma en los valores de equilibrio del mercado. En efecto, en ese caso el problema de maximización de beneficios es:

$$(52) \quad \underset{L^s}{\text{Maximizar}} \quad pf(L^s) - w(L^s)L^s,$$

$$\text{sujeto a: } w(L^s) \geqslant w^m,$$

donde $\underline{w}^m$ es el salario mínimo fijado exógenamente; si la función de Lagrange es:

(53) $pf(L^s) - w(L^s)L^s + z\,(w(L^s)-w^m)$,

con $\underline{z}$ como multiplicador no negativo, las condiciones necesarias para un óptimo interior o de esquina son:

(54.1) $pf' - w(L^s) - w_s L^s + zw_s = 0$,

(54.2) $z(w-w^m) = 0$.

Si se tuviera en la solución $\underline{w > w^m}$ entonces sería $\underline{z = 0}$, con lo cual (54.1) se reduciría a:

(54.1') $pf' - w - w_s L^s = 0$,

pero como:

$$w^m = pf'(L^m),$$

por definición de $\underline{L}^m$ como la cantidad de trabajo empleada bajo competencia perfecta, y como $\underline{f''<0}$ entonces:

$$pf' - w < 0,$$

ya que $\underline{w > w^m}$ sólo tiene sentido para $\underline{L^s > L^m}$, con lo cual:

$$pf' - w - w_s L^s < 0,$$

y no se satisface una de las condiciones necesarias.

Por lo tanto, $\underline{z \neq 0}$ y $\underline{w = w^m}$, y además $\underline{w_s = 0}$. En consecuencia, la única solución posible es la de competencia perfecta.

Para investigar el efecto de un salario mínimo cuando la función de oferta de trabajo depende del nivel de desempleo es necesario determinar si la maximización de beneficios puede llevar a que el salario en este caso sea mayor o igual al de competencia perfecta; tal como se comprobó para el modelo tradicional, verificaré que en las nuevas condiciones eso no ocurre.

Sean $(\underline{w}^o, \underline{L}^o)$ los valores óptimos para el nuevo modelo. Entonces:

(I) Es falso que $\underline{L^o \leqslant L^m}$ y $\underline{w^o \geqslant w^m}$.

<u>Demostración</u>: dado que $\underline{L^o \leqslant L^m}$, y como la curva de oferta de trabajo tiene pendiente positiva con $\underline{u=0}$ se tiene:

$$w(L^o,0) \leqslant w(L^m,0),$$

aún sin generar desempleo involuntario. Una solución como ésa reduce el ingreso o aumenta los costos, y por lo tanto puede descartarse.

(II) Es falso que $\underline{L^o > L^m}$ y $\underline{w^o \geq w^m}$.

Demostración: puede escribirse:

$$B^o = \int_0^{L^o} pf'(x)dx - w^o L^o = \int_0^{L^m} pf'(x)dx + \int_{L^m}^{L^o} pf'(x)dx - w^o L^o.$$

Si $\underline{B^o \geq B^m}$ entonces:

$$\int_0^{L^m} pf'(x)dx + \int_{L^m}^{L^o} pf'(x)dx - w^o L^o \geq \int_0^{L^m} pf'(x)dx - w^m L^m,$$

con lo cual:

$$\int_{L^m}^{L^o} pf'(x)dx \geq w^o L^o - w^m L^m.$$

Pero $\underline{w^m > pf'(x)}$ pues:

$$pf'(x) < pf'(L^m) = w^m$$

si $\underline{x > L^m}$ ya que $\underline{f'' < 0}$. Por ende:

$$w^m(L^o - L^m) > \int_{L^m}^{L^o} pf'(x)dx \geq w^o L^o - w^m L^m,$$

que a su vez implica $\underline{w^m > w^o}$.

Por lo tanto, según (II):

$L^o \leq L^m$ o bien $w^o < w^m$.

Entonces son factibles los siguientes casos:

1) $L^o \leq L^m$ y $w^o \leq w^m$,
2) $L^o \leq L^m$ y $w^o > w^m$,
3) $L^o \geq L^m$ y $w^o < w^m$,
4) $L^o < L^m$ y $w^o < w^m$;

el caso 2) puede descartarse en base a (I). El caso 1) sólo tiene sentido si $\underline{L^o \leq L^m}$ y $\underline{w^o < w^m}$, pues $\underline{L^o \leq L^m}$ y $\underline{w^o = w^m}$ dá un beneficio menor o igual al de competencia perfecta por (I).

El resultado principal de esta discusión es que $\underline{w^o < w^m}$ en el óptimo sin restricción.

Considérese el problema de maximización de beneficios:

$$(55)\quad \underset{(L^d,w,u)}{\text{Maximizar}}\ pf(L^d) - wL^d, \text{ sujeto a:}$$
$$L^s(w,u) - L^d - u = 0,$$
$$w \geqslant w^m,\ u \geqslant 0,$$

a partir del cual se forma la función de Lagrange:

$$(56)\quad pf(L^d) - wL^d + z\left[L^s(w,u)-L^d-u\right] + v_1(w-w^m) + v_2u,$$

donde los v_i ($\geqslant 0$) y z son multiplicadores.

Las condiciones necesarias para un óptimo interior con respecto a L^d, e interior o de esquina con respecto a w y u son:

(57.1) $pf' - w - z = 0,$

(57.2) $-L^d + zL^s_w + v_1 = 0,$

(57.3) $\left[z(L^s_u-1)+v_2\right]u = 0,$

(57.4) $v_1(w-w^m) = 0,$

(57.5) $L^s(w,u)-L^d-u = 0,$

(57.6) $v_2u = 0.$

La expresión entre corchetes es no positiva.

Sabemos que $w^o < w^m$ si no existiera la restricción, de tal modo que ahora se tiene que cumplir $w^o = w^m$. En efecto, si $w^o > w^m$ entonces $v_1 = 0$ por (57.4). Queda así:

$$L^d = zL^s_w,$$

en (57.2). Pero $w^o > w^m$ implica que:

$$pf'(L^o) - w^o = z < 0,$$

pues:

$$pf'(L) \leqslant w^m < w^o,$$

para $L \geqslant L^m$. No puede ocurrir $L < L^m$ por (I). Entonces no se cumple (57.2) si L^d y L^s_w son positivos.

Además, $L^s_w = +\infty$, para $w = w^m$ (dado u), tomando la derivada por la izquierda, con lo que es necesario $z = 0$ en (57.2). Eso lleva a que (57.1) tenga la forma:

(58) $pf' - w^m = 0;$

nótese adicionalmente que cuando $z=0$, (57.3) es compatible con cualquier u ($v_2=0$ si $u \neq 0$ y puede tomarse $v_2=0$ si $u = 0$).

El sistema de condiciones necesarias admite la solución de competencia perfecta:

$L^s(w^m,0) = L^s(0) = L^m$,

tomando $v = L^m$ -ver Gráfico I-.

Surge el inconveniente de determinar, sin embargo, la unicidad o no de tal solución, esto es, la existencia o no de un u' que satisface (57.1) a (57.5), con $u'>0$, y que da al monopsonista el mismo beneficio -adviértase que (II) excluye que $L^e > L^m$ y $w^e = w^m$-, para lo que es suficiente que:

(59) $L^s(w^m,u') - u' = L^m$.

Constrúyase la función:

(60) $h(u) = L^s(w^m,u) - u$.

Si se la maximiza -es estrictamente cóncava- debe verificarse:

(61) $L^s_u(w^m,u) - 1 = 0$,

que es la ecuación determinada por (57.3) cuando $w=w^m$, en una solución interior $\hat{u}$ (no nula, ya que $L^s_u > 1$ en $u = 0$; de no cumplirse esta condición sólo es óptimo $u=0$, pero no haría falta el salario mínimo para eliminar el desempleo).

Por consiguiente:

(62) $h(u) = L^s(w^m,\hat{u}) - \hat{u} > L^m = L^s(w^m,0)$.

Especificando también:

i) $L^s(w^m,u) \geqslant u$, para todo u;

ii) $L^s_u(w^m,u) = 0$, para $u \geqslant \bar{u}$, con $\bar{u}$ tan próximo a la oferta potencial de trabajo como se quiera (el número de trabajadores multiplicado por su tiempo disponible máximo: mT);

podrá definirse un valor de $\tilde{u}$ tal que:

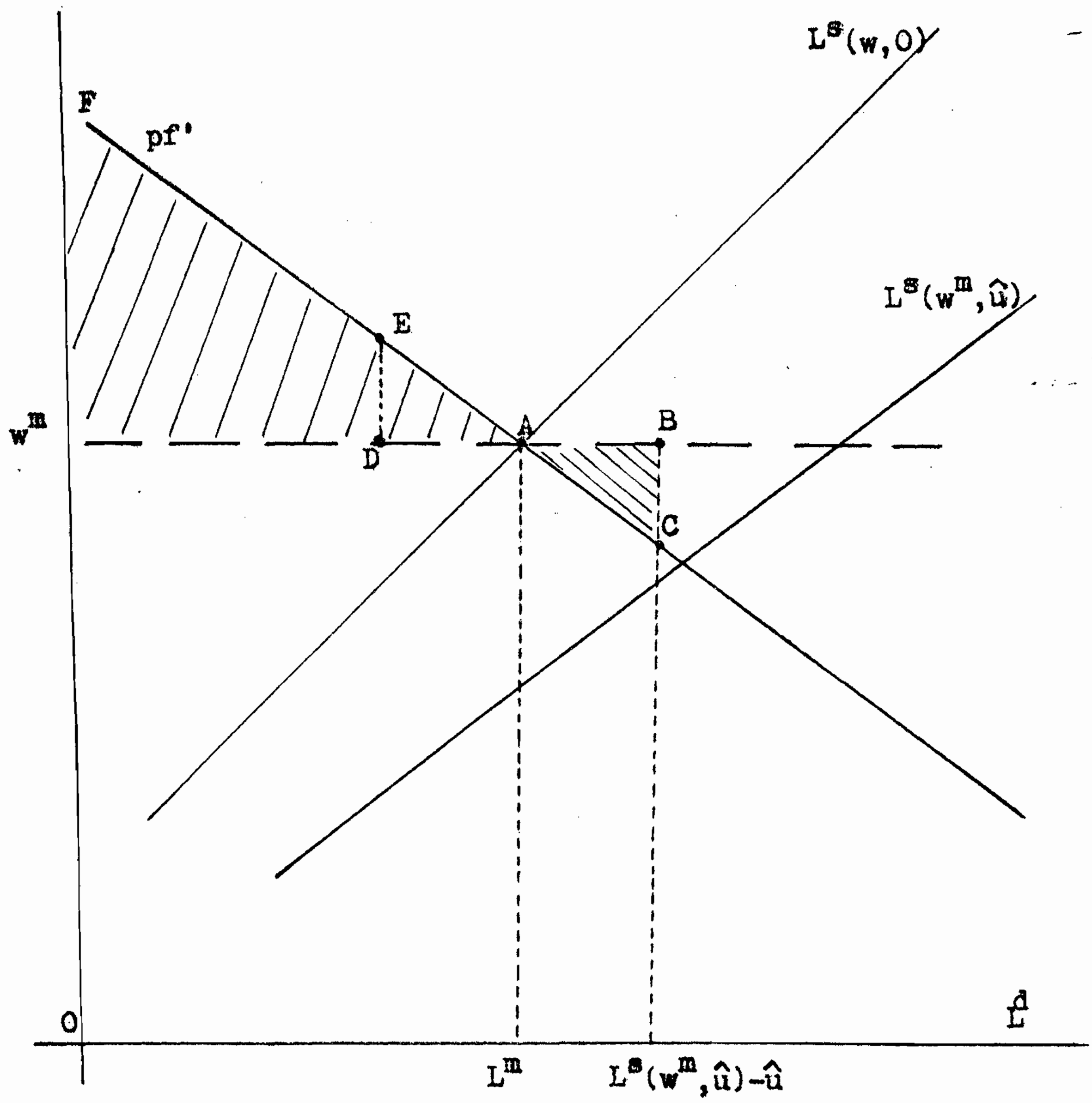
(63) $h(\tilde{u}) = L^s(w^m,\tilde{u}) - \tilde{u} = 0$.

Como $h(u)-L^m$ es una función contínua en el compacto $[\hat{u},\tilde{u}]$, tal que:

$h(\hat{u}) - L^m > 0$,

$h(\tilde{u}) - L^m < 0$,

Gráfico I



El triángulo $\overset{\triangle}{ABC}$ indica la pérdida por contratar más mano de obra que $\underline{L}^m$, y que es igual a $\overset{\triangle}{ADE}$.
El beneficio máximo está representado por $\overset{\triangle}{AFw^m}$.

existe un $u' > \hat{u} > 0$ -cf. Teorema de Bolzano, Apostol ( ), teorema 4-20- tal que:

$$h(u') - L^m = 0 \quad \text{(ver Gráfico II).}$$

Por ende:

$$(64) \quad pf(L^m) - w^m L^m = pf(L^s(w^m,0)) - w^m L^s(w^m,0) = $$
$$= pf(h(u')) - w^m h(u'),$$

y el nivel de desempleo que fija el monopsonista queda indeterminado entre $\underline{0}$ y $\underline{u'}$. Dado que la firma no tiene ningún costo por mantener desempleo positivo, le da igual sostener cualquiera de las soluciones.

Si la empresa incurriera en algún costo por unidad de trabajo desempleada, la solución sin desempleo sería favorecida cuando existe un salario mínimo igual al de competencia perfecta. Así, sea $\underline{a}$ el costo por unidad de desempleo -administrativo, por ejemplo-; (64) debería reformularse y se tendría:

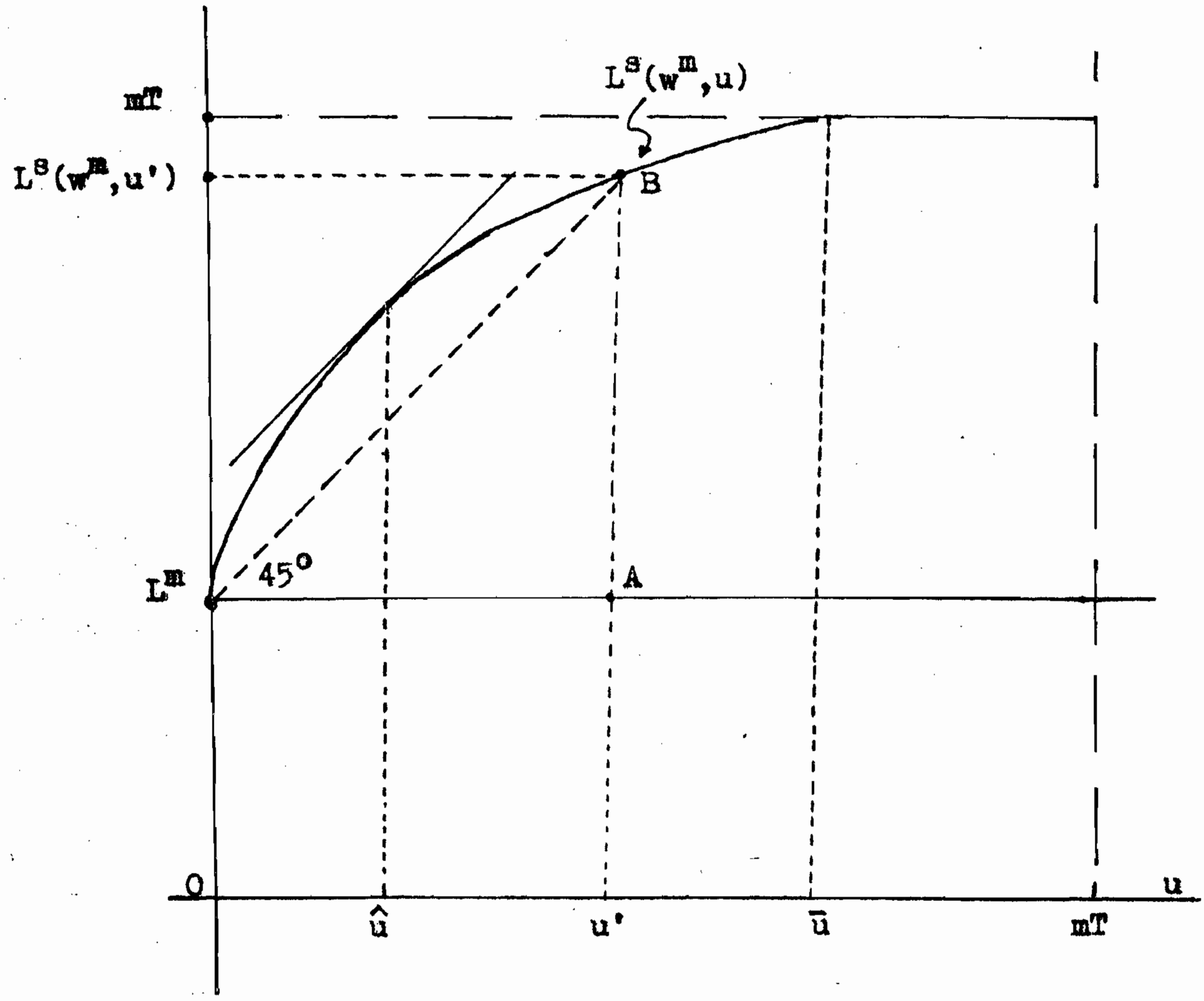
$$(65) \quad pf(L^m) - w^m L^m > pf(h(u')) - w^m h(u') - au'.$$

Asimismo, el costo de mantener algún grado de desempleo puede reflejarse en la productividad, a través de una caída en el producto marginal de los efectivamente empleados. Si el sistema de racionamiento óptimo implica suspensiones temporarias -salida y reingreso de ciertos individuos- es susceptible de obligar a algún costo de reentrenamiento o a la suspensión de líneas de producción. En tales circunstancias, nuevamente la solución de competencia perfecta sería estrictamente preferida.

8. La tasa de desempleo como argumento de la función de oferta de trabajo.

Hasta aquí he utilizado como variable independiente en la función de oferta de trabajo al nivel de desempleo. Por supues-

Gráfico II



El segmento $\overline{BA}$ tiene igual longitud que $\overline{L^s(w^m,u'),L^m}$ y por lo tanto $\underline{L^s(w^m,u')-u'= L^m}$.

to, es válida la alternativa consistente en suponer que la oferta de trabajo depende de la tasa de desempleo. La justificación de esta hipótesis puede resultar intuitivamente más aceptable que la anterior.

Sea $\underline{T}^u$ la tasa de desempleo, tal como la definida en la sección 3, es decir:

(66) $T^u = (L^s - L^d)/L^s = u/L^s = 1-P,$

donde $\underline{P = L^d/L^s}$ es la probabilidad que tiene un individuo de tener empleo.

Recordando que un sistema de racionamiento estocástico proporcional o bien uno no proporcional (de todo o nada) de más de un período, o para el caso de las familias, por ejemplo, son no neutrales con respecto a la cantidad total de trabajo ofrecida a cada salario, se obtiene:

(67) $L^s = L^s(w,P)$ es C^2,

con las propiedades:

(68) $L^s_w > 0,\ L^s_P < 0.$

Es obvio entonces que $\underline{L}^s$ depende de $\underline{T}^u$, puesto que $\underline{P=1-T^u}$.

Además:

(69) $PL^s(w,P) = L^d,$

con lo que si $\underline{P}$ es elegida por un monopsonista, el problema de maximización de beneficios será:

(70) $\underset{(P,w)}{\text{Maximizar}}\ \ pf(L^s(w,P)P) - wL^s(w,P)P,$

sujeto a $1 \geqslant P \geqslant 0.$

La función de Lagrange correspondiente es:

(71) $pf(PL^s(w,P)) - wPL^s(w,P) + v(1-P),$

donde $\underline{v}$ es el multiplicador no negativo. No incluyo un multiplicador con respecto a la condición $\underline{P \geqslant 0}$ pues mi interés es estudiar la posibilidad o no de excluir los casos en los que el valor óptimo de $\underline{P}$, es menor que uno.

Las condiciones necesarias de Kuhn-Tucker son:

(72.1) $(pf'-w)PL^s_w - PL^s = 0,$

(72.2) $P\left[(pf'-w)(L^s+PL^s_P) - v\right] = 0$,

donde la expresión entre corchetes es no positiva, para una solución interior con respecto a $\underline{w}$ y de esquina o interior con respecto a $\underline{P}$.

Si $\underline{P=1}$ debería cumplirse:

(73) $(pf'-w)(L^s+L^s_P) = v \geqslant 0$,

pero por (72.1):

$(pf'-w) = L^s/L^s_w > 0$,

si $\underline{L^s_w}$ no es infinito. En consecuencia es indispensable que:

$L^s + L^s_P \geqslant 0$,

que no será satisfecha si el valor absoluto de $\underline{L^s_P}$ (aquí téngase en cuenta que es negativa por (68)) es suficientemente grande.

En el próximo Capítulo enunciaré una condición suficiente para que ello ocurra, basándome en la hipótesis de supervivencia habitualmente utilizada en la teoría neoclásica. Obsérvese que cuando el ingreso no laboral de los trabajadores es pequeño, si la probabilidad de tener empleo comienza a reducirse, previéndose un plan de despidos temporarios, los agentes pueden reaccionar con un incremento abrupto de la cantidad ofrecida de trabajo.

Uno de los resultados más interesantes de la sección $\underline{3}$ fue que $\underline{T^u}$ era una función contínua del precio de venta, $\underline{p}$, del producto que fabrica el monopsonista.

Dependiendo de las características particulares de la función de oferta de trabajo, tal relación podía ser positiva o negativa. Surge la inquietud, entonces, de comparar aquellas predicciones con las que se obtendrían en el marco de la nueva formulación.

En una solución interior ($\underline{1 > P > 0}$) las condiciones para un máximo se escriben:

(74.1) $(pf'-w)PL^s_w - PL^s = 0$,

(74.2) $(pf'-w)(L^s+PL^s_P) = 0$,

y las condiciones de segundo orden son:

(75) $e_{11} = pf''(PL^s_w)^2 + (pf'-w)PL^s_{ww} - 2PL^s_w < 0,$

$e_{22} = pf''(L^s+PL^s_P)^2 + (pf'-w)(2L^s_P+PL^s_{PP}) < 0,$

$E = e_{11}e_{22} - e^2_{12} > 0,$

donde:

$e_{12} = (pf'-w)(L^s_w+PL^s_{Pw})+(L^s+PL^s_P)(pf''PL^s_w-1),$

que como $\underline{pf'-w > 0}$ por (74.1), y teniendo en consideración (74.2) puede ponerse:

$e_{12} = (pf'-w)(L^s_w+PL^s_{Pw}).$

Aplicando el teorema de la Función Implícita, sobre la base de (74) y (75), las variables de control son una función contínua y diferenciable de los parámetros:

(76) $P = P(p),$

(77) $w = w(p).$

Producido un pequeño cambio en $\underline{p}$, las variaciones respectivas serán:

(78) $P_p = f'PL^s_w e_{12}/E,$

(79) $w_p = -f'PL^s_w e_{22}/E > 0;$

el signo de $\underline{P_p}$ depende del de $\underline{e_{12}}$, pero si $\underline{L^s_{Pw} \geq 0}$ entonces $\underline{P_p > 0}$, es decir, $\underline{T^u_p = -P_p < 0}$.

Estos resultados coinciden con los obtenidos en (24) y (25) de la sección 3.

En síntesis, el reemplazo de $\underline{u}$ por $\underline{P}$ es razonable, pero cuál es la variable correcta depende del sistema de racionamiento estocástico que prevalezca. Tal sistema es indeterminado a priori; sin embargo, es necesario verificar que el conjunto de los esquemas factibles es no vacío, aspecto del que me ocuparé en el siguiente Capítulo.

9. Resumen.

La existencia de desempleo involuntario puede ser consecuencia de la acción deliberada de un monopsonista de trabajo.

Esta conclusión plantea una alternativa al punto de vista habitual, que considera a ese fenómeno como un efecto no deseado de la interacción de los agentes económicos.

Si bien para alcanzar ese resultado es necesario introducir una hipótesis de competencia imperfecta en el mercado de trabajo, tal premisa pone énfasis en un aspecto no explorado suficientemente más que sobre los supuestos corrientes de monopolio sindical o inflexibilidad de salarios: la actitud del monopsonista que advierte la influencia de la incertidumbre en los puestos de trabajo sobre la tasa de salario.

El modelo se basa en la idea de que cuando el desempleo agregado aumenta, la probabilidad de empleo pleno para cada trabajador disminuye, y su respuesta natural es un incremento de la cantidad de trabajo ofrecida al mismo salario, para compensar de tal modo la posibilidad de sufrir un despido permanente o temporario durante el período.

La proposición principal mencionada no se ve alterada si son modificadas las condiciones de competencia en el mercado del producto que fabrica el monopsonista; es decir, es factible que un monopsonio, que también sea monopolio, sostenga algún nivel positivo de desempleo involuntario.

En cuanto a los ejercicios de estática comparada, modificaciones en la cantidad de capital de que dispone el monopsonista, en el valor de la retribución del capital, o en el precio del bien que produce, determinan alteraciones en el desempleo total y en la tasa de desempleo deseados, cuyo signo y magnitud dependen de las propiedades de la función de oferta de trabajo y de la función de producción. Sin embargo, es imposible descartar, por ejem plo, una relación negativa entre el nivel del precio y la tasa de desempleo, o positiva entre la tasa de interés y la tasa de desempleo.

El análisis realizado sugiere además que el seguro de desempleo óptimo para una empresa monopsonista no necesariamente es nulo, aún cuando ella misma lo financie.

En efecto, si tal compensación toma la forma de una retribución proporcional al ingreso laboral deseado, la curva de oferta de trabajo se desplaza hacia la derecha con respecto a su ubicación cuando el seguro no existe, determinando que para cada nivel de empleo el salario sea menor. Un pequeño incremento del valor del seguro puede provocar entonces una disminución del salario, y por ende, un aumento en los beneficios.

Por otra parte, la fijación -a través de medidas del gobierno, por ejemplo- de un salario mínimo igual al de competencia perfecta no elimina el desempleo involuntario en todos los casos (y hasta podría agravarlo). Se demuestra en este capítulo que la solución sin desempleo es equivalente, desde el punto de vista de los beneficios, a una solución con desempleo involuntario de nivel positivo (mayor que el de la situación no regulada). En consecuencia, el resultado final es indeterminado.

El estudio desarrollado en términos de una función de oferta de trabajo que depende del nivel de desempleo, puede reiterarse utilizando como variable independiente a la tasa de desempleo. Cuál es la variable correcta debe establecerse a partir del sistema de racionamiento estocástico que prevalezca.

CAPITULO IV

Existencia de un Sistema de Racionamiento Estocástico Optimo para el Monopsonista de Trabajo.

1. Introducción.

El análisis desarrollado en el capítulo anterior se basó en la hipótesis de que $\underline{L}^s$ es una función contínua de $\underline{u}$ (el nivel de desempleo) o bien de $\underline{T}^u$ (la tasa de desempleo); más aún, se pidió que tal función fuera contínuamente diferenciable hasta el segundo orden.

Queda por ver entonces si es factible la existencia de un sistema de racionamiento que justifique tales supuestos sobre la función de oferta de trabajo de mercado.

Considérese los dos siguientes esquemas de racionamiento:

R^o) "La firma particiona el grupo total de trabajadores en dos subgrupos; anuncia además cuántos individuos forman cada grupo -es decir, sus tamaños relativos-, pero cada oferente no sabe en qué estrato estará incluído. Aquellos que finalmente sean ubicados en el primero no son racionados, mientras que los que están en el segundo no pueden realizar ninguna unidad de trabajo. Si hay $\underline{m}$ trabajadores, $\underline{Pm}$ constituyen el sector no racionado, y el resto, $\underline{(1-P)m}$, no consigue trabajo. El valor de $\underline{P}$ es, por ende, la probabilidad de obtener un puesto, objetiva, advertida por cada oferente".

R^1) "La empresa divide a los trabajadores en $\underline{n}$ grupos, pero cada trabajador no sabe, en el momento en que manifiesta la cantidad ofrecida, en qué grupo está incluído. Las constantes de racionamiento son:

$$1 = k_1 > k_2 > \dots > k_{n-1} > k_n = 0,$$

por lo que si $\underline{L}_i^s$ es el número total de horas o unidades de trabajo que forman el i-ésimo grupo, la cantidad efectiva de trabajo de cada grupo es $k_i L_i^s$. Esto significa que la cantidad de trabajo del primer conjunto no es reducida, mientras que las correspondientes a los siguientes sí lo son, y en la proporción $1-k_i$. Los individuos en el último estrato no trabajan en absoluto. Por otra parte, las probabilidades -subjetivas y objetivas- de cada agente, de pertenecer a un grupo i son:

$$P_i = L_i^s / \sum_{j=1}^{n} L_j^s = L_i^s / L^s, \quad i=1,\dots,n.$$

Debe notarse, en primer lugar, que R^0 es un caso particular de R^1, aquella situación en la que $k_i=0$ para $1 < i \leq n$.

Por otra parte, si se tienen en cuenta los resultados de los Capítulos I y II, puede afirmarse que R^0 no modifica la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario con respecto a la situación en la que hay pleno empleo -$P = 1$-.

En cambio, un esquema de racionamiento estocástico como R^1 (en el que existe por lo menos un i -intermedio entre 1 y n- con $k_i \neq 0$) induce efectivamente a los trabajadores a incrementar la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario. En efecto, en el Capítulo II se comprobó que la cantidad de trabajo ofrecida por cada agente es mayor si rige R^1 que si los trabajadores no tienen incertidumbre, o lo que es lo mismo, igual cantidad de trabajo ofrecida puede conseguirse a un salario menor por unidad.

En consecuencia, el conjunto de los sistemas de racionamiento estocástico tales que la cantidad ofrecida sea por lo menos igual -con idéntico salario- a la del régimen sin incertidumbre es no vacío.

Sin embargo, debe verificarse si alguno de esos esquemas de racionamiento permite que la empresa disponga de mayor cantidad de trabajo "efectivo":

$$\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i L_i^s,$$

a un salario menor o igual al que pagaba antes del racionamiento.

El tratamiento del capítulo anterior suponía implícitamente que la firma seleccionaba el sistema óptimo desde este punto de vista, pero en las secciones que siguen intentaré determinar alguna condición suficiente para garantizar que algún sistema de racionamiento sea estrictamente preferido por el monopsonista -de acuerdo con sus beneficios- a la situación sin riesgo.

2. Racionamiento estocástico proporcional y salario homogéneo.

Con el objeto de comprobar que bajo ciertas hipótesis existe por lo menos un sistema de racionamiento estrictamente preferido por el monopsonista al régimen sin racionamiento, supondré que éste tiene a su disposición y es capaz de reconocer el siguiente esquema:

R^2) "Se particiona el conjunto de los trabajadores en dos grupos, siendo P la probabilidad para cada trabajador de pertenecer al estrato no racionado, y 1-P la de estar entre los racionados en la proporción $1-x^o$, donde $0 < x^o < 1$. Dichas probabilidades indican entonces los tamaños relativos de los subconjuntos de empleados y subempleados, pero cada individuo, al manifestar la cantidad de trabajo que desea realizar al salario corriente, no sabe en qué subconjunto se lo incluirá. Además, no existe posibilidad de revisar la decisión una vez conocido el verdadero estado de la naturaleza".

Obsérvese que R^2 está parametrizado por x^o, y que es un caso especial de R^1. Nótese también que si la empresa elige $P = 1$ no habrá desempleo previsto, y el resultado final coincidirá con el del caso tradicional de monopsonio -se establece luego que tal cosa ocurre además si $P = 0$-. En cambio, de preferir un valor de P menor que uno, pero positivo, coexistirán en el mercado un grupo de individuos sobreempleados y uno de subempleados.

Los valores óptimos de P, x^o y w se determinan en el proceso de maximización de beneficios, teniendo en cuenta que la función de oferta de trabajo de cada agente es ahora:

(1) $N^s = N^s(w,P,x^o)$,

y la oferta de mercado con mano de obra perfectamente homogénea:

(2) $L^s = mN^s(w,P,x^o) = L^s(w,P,x^o)$,

donde m es el número de trabajadores. Las propiedades de la función $N^s(w,P,x^o)$ se deducen en el Apéndice (ver también el Capítulo II).

Debe tenerse en cuenta que la cantidad empleada de trabajo es ahora:

(3) $L^d = mN^s(w,P,x^o)\ P+(1-P)x^o$.

Obsérvese que si $P=1$:

$L^d = mN^s(w,1,x^o) = mN^c(w)$,

pues en ese caso la cantidad de trabajo ofrecida no depende de x^o. Por otra parte, $P = 0$ implica:

$N^s(w,0,x^o) = N^c(w)/x^o$,

donde $N^c(w)$ indica la función de oferta de trabajo individual sin racionamiento, y por lo tanto ocurrirá nuevamente que:

$L^d = mN^c(w)$.

Considerando a x^o como un dato, el problema de maximización de beneficios puede escribirse:

(4) $\underset{(w,P)}{\text{Maximizar}}\quad pf(L^d) - wL^d$

sujeto a:

$1 \geqslant P \geqslant 0$, y a (3).

Si la empresa elige $P=1$, el resultado se reduce al tradicional por la razón recién expuesta. Asimismo tal solución puede alcanzarse de tener $P=0$; en efecto, al maximizar la utilidad esperada de cada trabajador ser requiere:

$x^o(wU_y^2 - U_\theta^2) = 0$, ver Apéndice;

se comprueba allí que cuando $\underline{P = 0}$:

$$(5) \quad N_w^s = -\left[U_y^2 + N^c(wU_{yy}^2 - U_{y\theta}^2)\right] / x^o (w^2U_{yy}^2 - 2wU_{y\theta}^2 + U_{\theta\theta}^2),$$

y, por lo tanto:

$$N_w^s(P=0) = N_w^s(P=1)/x^o,$$

ya que:

$$N^s(w,0,x^o)x^o = N^c.$$

Una condición necesaria para un máximo de beneficios sin racionamiento es:

$$(6) \quad pf'(mN^c) - w = N^s(w)/N_w^s(P=0) = (N^c/x^o)/\left[N_w^s(P=1)/x^o\right] =$$

$$= N^c/N_w^s(P=1),$$

que es la misma ecuación en $\underline{w}$ que en el caso $\underline{P=1}$ y por ende, tendrá sus mismas soluciones.

En conclusión, $\underline{P=1}$ y $\underline{P=0}$ son indiferentes desde el punto de vista de los beneficios.

Subsiste el interrogante: ¿puede hallarse algún valor interior de $\underline{P}$ fuertemente preferido a los extremos del intervalo?.

Sea entonces:

$$(7) \quad Bf = pf\left\{mN^s(w,P,x^o)\left[P+(1-P)x^o\right]\right\} - wmN^s(w,P,x^o)\left[P+(1-P)x^o\right],$$

la función de beneficios.

Diferenciando esa expresión con respecto a $\underline{P}$ y a $\underline{w}$:

$$(8) \quad dBf = (pf'-w)m\left\{N_P^s\left[P+(1-P)x^o\right] + N^s(1-x^o)\right\} dP + \left[(pf'-w)mN_w^s - \right.$$

$$\left. - mN^s\right]\left[P+(1-P)x^o\right] dw.$$

Si la función es diferenciable por izquierda en $\underline{P=1}$, (8) se reduce a:

$$(9) \quad dBf = \left[pf'(mN^c) - w^c\right] m\left[N_P^s(P=1) + N^c(1-x^o)\right] dP,$$

donde $\underline{w^c}$ es el salario sin racionamiento, ya que debe verificarse (6).

En consecuencia, una condición necesaria y suficiente para que $\underline{dBf > 0}$ si $\underline{dP < 0}$ en $\underline{P=1}$ es que:

$$(10)\quad N^s_P(P=1)+N^c(1-x^o) = N^c(1-x^o) + \left[x^o(w^c U^2_y - U^2_\theta)/(w^{c^2} U^1_{yy} - 2w^c U^1_{y\theta} + U^1_{\theta\theta})\right] < 0.$$

Como la utilidad marginal del empleo es en ese lugar:

$$w^c U^2_y - U^2_\theta > 0,$$

pues $\underline{x^o N^c < N^c}$, basta entonces que exista un $\underline{x^o}$ positivo, tal que esa expresión tienda a un número positivo suficientemente grande, dados $\underline{w}^c$ y $\underline{N}^c$, es decir, que para algún nivel de empleo $\underline{x^o N^c}$ -menor que el correspondiente al régimen sin racionamiento- la utilidad marginal del consumo crezca a un valor elevado.

Esta hipótesis está de acuerdo con la existencia de un nivel positivo mínimo (indispensable) de ingreso laboral y con los supuestos neoclásicos habituales sobre las propiedades de la función de utilidad en los modelos de oferta de trabajo -cf. Seater (43), por ejemplo-.

Una condición suficiente alternativa es que:

$$w^{c^2} U^1_{yy} - 2w^c U^1_{y\theta} + U^1_{\theta\theta}$$

sea pequeña en valor absoluto, calculada en $(\underline{w}^c, \underline{N}^c)$; si se advierte que:

$$N^s_w = -\left[U^1_y + N^c(w^c U^1_{yy} - U^1_{y\theta})\right] / (w^{c^2} U^1_{yy} - 2w^c U^1_{y\theta} + U^1_{\theta\theta}),$$

tal requisito puede implicar una elasticidad de oferta muy elevada.

Las condiciones recién discutidas determinarán que la empresa maximice beneficios en un valor $\underline{P}$ en el abierto $(\underline{0,1})$. Según $\underline{R^2}$ los trabajadores en el primer grupo -no vacío- realizarán todas las unidades que ofrecen y estarán sobreempleados pues:

$$N^s(w,P,x^o) > N^c(w,1,x^o);$$

los individuos en el segundo estrato -no vacío- no conseguirán trabajar todo lo que desean ya que:

$$x^o N^s(w,P,x^o) < N^c(w,1,x^o),\text{ ver Apéndice,}$$

donde $\underline{w}$ es el salario correspondiente a la solución con racionamiento.

Debe excluirse la solución $\underline{x^{\circ}=0}$, pues eso implica:

$$N^s(w,P,0) = N^s(w,1,x),$$

para $\underline{P}$ y $\underline{x}$ interiores, y por consiguiente:

$$L^d = mPN^s(w,P,0)$$

es estrictamente menor que la cantidad elegida sin racionamiento al mismo salario -con lo que no se satisface la condición de primer orden (6)-.

De modo similar, $\underline{x=1}$ sólo puede conducir a la solución sin racionamiento.

Es posible añadir al problema (4) una condición:

$$T \geqslant N^s(w,P,x),$$

pues no es factible emplear más cantidad de trabajo que la máxima disponible por cada individuo, dado que habrá agentes que no serán racionados -los del primer grupo en este esquema-.

La función de Lagrange respectiva es entonces:

$$(11)\quad pf\left\{[P+(1-P)x^{\circ}]mN^s\right\} - w[P+(1-P)x^{\circ}]mN^s + z\left[P(wU^1_y-U^1_\theta)+ +(1-P)x^{\circ}(wU^2_y-U^2_\theta)\right] + v_1(1-P) + v_2(T-N^s) + v_3P,$$

donde $\underline{z}$, $\underline{v_1}$, $\underline{v_2}$ y $\underline{v_3}$ son los multiplicadores (no negativos los $\underline{v_i}$) y la expresión ponderada por $\underline{z}$ es la condición necesaria para un máximo de la utilidad esperada -ver Apéndice- de los trabajadores (la condición de segundo orden siempre se cumple por hipótesis).

Las condiciones necesarias para un óptimo interior o de esquina con respecto a $\underline{P}$ y $\underline{N^s}$ e interior con respecto a $\underline{w}$ son:

$$(12.1)\quad P\left\{(pf'-w)(1-x^{\circ})mN^s+z\left[(wU^1_y-U^1_\theta)-x^{\circ}(wU^2_y-U^2_\theta)\right] - v_1 + v_3\right\} = 0,$$

$$(12.2)\quad (pf'-w)[P+(1-P)x^{\circ}]m + z\left[P(w^2U^1_{yy}-2wU^1_{y\theta}+U^1_{\theta\theta})+ + (1-P)(x^{\circ})^2(w^2U^2_{yy}-2wU^2_{y\theta} \pm U^2_{\theta\theta})\right] - v_2 = 0,$$

$$(12.3)\quad -[P+(1-P)x^{\circ}]mN^s + z\,P\left[U^1_y+N^s(wU^1_{yy}-U^1_{y\theta})\right] + z(1-P)x^{\circ}\left[U^2_y + + x^{\circ}N^s(wU^2_{yy}-U^2_{y\theta})\right] = 0,$$

(12.4) $P(wU^1_y - U^1_\theta) + (1-P)x^o(wU^2_y - U^2_\theta) = 0,$

(12.5) $v_1(1-P) = 0,$

(12.6) $v_2(T-N^s) = 0,$

(12.7) $v_3P = 0;$

la fórmula entre llaves en (12.1) debe ser no positiva.

Cuando $\underline{x}$ no es fijo, se agrega una restricción que indique que no puede ser mayor que uno, y otra que establece que no es negativa:

(13.1) $1-x \geqslant 0,$

(13.2) $x \geqslant 0,$

y sus multiplicadores no negativos correspondientes $\underline{v_4}$ y $\underline{v_5}$.

La condición necesaria para un máximo interior o de esquina es:

(12.8) $x\left\{(pf'-w)(1-P)mN^s + (1-P)z(wU^2_y - U^2_\theta) + z(1-P)xN^s(w^2U^2_{yy} - 2wU^2_{y\theta} + U^2_{\theta\theta}) - v_4 + v_5\right\} = 0,$

y además:

(12.9) $v_4(1-x) = 0,$

(12.10) $v_5x = 0,$

y cuando $\underline{x = 0}$ la expresión entre llaves en (12.8) es no positiva.

Sea $\underline{x^o}$ fijo. La empresa tiene la posibilidad de establecer $\underline{P = 1}$, de manera que no le está vedada la solución sin desempleo. En ese caso, $\underline{N^s = N^c}$, y la condición (12.1) se reduce a:

(12.1') $(pf'-w)(1-x^o)mN^c - zx^o(wU^2_y - U^2_\theta) - v_1 = 0.$

Debe notarse que $\underline{z > 0}$; en caso contrario, es decir si $\underline{z \leqslant 0}$, cuando $\underline{T > N^c}$ (y por ende $\underline{v_2 = 0}$), se deduce de (12.2):

$$pf'(N^cm) - w \leqslant 0,$$

que no puede ser un máximo sin racionamiento ya que debería verificarse (6).

Si $\underline{w^cU^2_y - U^2_\theta}$ tiende a un número positivo suficientemente grande, para ese $\underline{x^o}$ positivo menor que uno, (12.1') queda:

$$(pf'(mN^c)-w^c)(1-x^o)mN^c-zx^o(w^cU_y^2-U_\theta^2) - v_1 < 0,$$

y $\underline{P=1}$ no satisface las condiciones necesarias para un máximo del beneficio.

Es decir, la empresa tiene la oportunidad de no generar desempleo involuntario; sin embargo, esa solución no cumple las condiciones necesarias para un máximo de sus ganancias.

Adviértase que la situación no variaría de imponerse una restricción del tipo:

$$P \geqslant P^+,$$

donde $\underline{1 > P^+ > 0}$, ya que llamando $\underline{v_6}$ ($\underline{\geqslant 0}$) al multiplicador, cuando $\underline{P=1 > P^+}$, $\underline{v_6 = 0}$. Esto significa que el $\underline{P}$ óptimo sigue siendo un valor menor que uno. Dado que la solución $\underline{P=0}$ (de ser factible) permite alcanzar, cuanto mucho, el mismo beneficio que $\underline{P=1}$, queda también excluída, y $\underline{P^o}$ es positivo pero menor que uno.

¿Cuál es el valor óptimo de $\underline{x}$?.

Si existe un $\underline{x^o}$ tal que $\underline{1 > x^o > 0}$, y además $\underline{1 > P^o > 0}$, debe cumplirse:

$$(12.8') \quad (pf'-w)mN^s+\left[(wU_y^2-U_\theta^2)+x^oN^s(w^2U_{yy}^2-2wU_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2)\right] z = 0;$$

por otra parte, de (12.1) y (12.4) se obtiene:

$$(wU_y^1-U_\theta^1)-x^o(wU_y^2-U_\theta^2) = -x^o(wU_y^2-U_\theta^2)/P < 0,$$

y:

$$(pf'-w)(1-x^o)mN^s = x^o(wU_y^2-U_\theta^2)z/P,$$

$$x^o(wU_y^2-U_\theta^2)z/(1-x^o)P + z\,(wU_y^2-U_\theta^2) + zx^oN^s(w^2U_{yy}^2-2wU_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2) = 0;$$

por lo tanto:

$$(14) \quad |A| = 1 + \left[x^o/(1-x^o)P\right] > 1,$$

donde:

$$|A| = -x^oN^s(w^2U_{yy}^2-2wU_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2)/(wU_y^2-U_\theta^2),$$

es la medida relativa de aversión al riesgo con respecto al empleo (a las unidades de trabajo) deducida en el Apéndice del Capítulo II.

Como por hipótesis U, la función de utilidad, es continuamente diferenciable hasta el segundo orden por lo menos, A es contínua, siempre que:

$$wU_y^2 - U_\theta^2 \neq 0,$$

por ser el cociente de funciones contínuas.

Recuérdese que $|A| > 1$ implica que $N_x^s < 0$ (es decir, una disminución en el porcentaje de horas efectivamente trabajadas cuando se es racionado, incrementa la cantidad de trabajo ofrecida por los individuos) según (12) de la sección 2 en el Capítulo II. Por otra parte, si x tiende a uno, entonces N^s tiende a N^c y la utilidad marginal del empleo en el segundo estado de la naturaleza:

$$wU_y^2 - U_\theta^2$$

tiende a cero, con lo cual $|A|$ se acerca a infinito en algún subintervalo, es decir, existe un subintervalo en el que es mayor que uno (ver el Apéndice del Capítulo II).

Nótese además que cuando $P = 1$, (12.2) queda:

$$(pf'-w)m + z(w^2U_{yy}^1 - 2wU_{y\theta}^1 + U_{\theta\theta}^1) = 0,$$

si $T > N^s$.

Por lo tanto, cuando:

$$w^{c^2}U_{yy}^1 - 2w^cU_{y\theta}^1 + U_{\theta\theta}^1$$

es pequeño en valor absoluto con respecto a $(pf'-w)m$ tampoco puede ser $P=1$ una solución que maximice beneficios, pues (12.2) sería positiva.

3. Salario heterogéneo: discriminación casi perfecta o desempleo involuntario.

En la sección previa consideré que el salario pagado a los dos grupos -determinados por el sistema R^2- era idéntico. Debe examinarse la posibilidad de que la solución que maximiza beneficios implique salarios diferentes, y las consecuencias de que ello ocurra sobre el nivel del desempleo involuntario.

Con ese objetivo, supondré que la firma es capaz de reconocer el siguiente régimen de racionamiento estocástico proporcional con salario heterogéneo:

R^3) "Se particiona el conjunto de los $\underline{m}$ trabajadores en dos subconjuntos, de tamaños $\underline{Pm}$ y $\underline{(1-P)m}$ respectivamente ($\underline{1 \geqslant P \geqslant 0}$). Los individuos en el primer estrato no son racionados y reciben un salario $\underline{w_1}$ por unidad de trabajo realizada; los incluídos en el segundo son racionados en la proporción $\underline{1-x^o}$ ($\underline{1 > x^o > 0}$) y reciben un salario $\underline{w_2}$. Cada individuo, en el momento de manifestar el número de unidades de trabajo que desea contratar conoce todos estos datos, pero no sabe en qué grupo se encontrará finalmente".

Está claro que $\underline{R^2}$ es un caso particular de $\underline{R^3}$, aquél en el que $\underline{w_1=w_2}$.

El ejercicio de maximización de beneficios determinará entonces si la situación óptima será $\underline{w_1=w_2}$, o bien $\underline{w_1 \neq w_2}$.

Sin embargo, dependiendo de su implementación, la solución de salario heterogéneo podría no ser factible, en el sentido de eliminar la incertidumbre sobre los puestos; en efecto, si el salario se paga "día" por "día", y la incertidumbre sobre el empleo está referida a los últimos "días" del "mes", una vez abonado el primer salario, el individuo advierte en qué subconjunto está incluído. Puede neutralizarse así el efecto de la incertidumbre, pues el verdadero estado de la naturaleza queda determinado.

De todos modos es necesario analizar las consecuencias de permitir que los agentes admitan apuestas con salarios distintos; si los individuos que "pierden" (son racionados) aceptan un salario menor, podría quedar eliminado el desempleo involuntario.

En este caso, la esperanza de la utilidad de cada oferente es: -

(15) $PU^1(w_1N^s+Y,T-N^s)+(1-P)U^2(w_2x^{\varrho}N^s+Y,T-x^{\varrho}N^s)$,

y las condiciones necesarias y suficientes para un máximo, con $\underline{T>N^s}$, son:

(16) $P(w_1U_y^1-U_\theta^1) + (1-P)x^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2) = 0$,

(17) $P(w_1^2U_{yy}^1-2w_1U_{y\theta}^1+U_{\theta\theta}^1)+(1-P)x^{\varrho 2}(w_2^2U_{yy}^2-2w_2U_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2) = C_2<0$.

Por ende, la empresa maximiza:

(18) $pf\{m[P+(1-P)x^{\varrho}]N^s\}-w_1PmN^s-w_2(1-P)mx^{\varrho}N^s$,

sujeto a (16) y a $\underline{1\geqslant P\geqslant 0}$, $\underline{1\geqslant x^{\varrho}\geqslant 0}$.

La función de <u>Lagrange</u> es:

(19) $pf\{m[P+(1-P)x^{\varrho}]N^s\}-w_1PmN^s-w_2x^{\varrho}(1-P)mN^s + z[P(w_1U_y^1-U_\theta^1)+$

$+(1-P)x^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2)] + v_1(1-P) + v_2(1-x^{\varrho}) + v_3P + v_4x^{\varrho}$,

donde $\underline{z}$, y los $\underline{v_i}$ $(\underline{\geqslant 0})$-$\underline{i=1}$,...,$\underline{4}$- son los multiplicadores.

Las condiciones necesarias para un máximo interior con respecto a $\underline{N^s}$, e interior o de esquina con respecto a $\underline{P}$, $\underline{x^{\varrho}}$ ($\underline{w_1}$ y $\underline{w_2}$ son positivos en el óptimo por hipótesis) son:

(20.1) $P\{[pf'(1-x^{\varrho})-w_1+w_2x^{\varrho}]mN^s + z[(w_1U_y^1-U_\theta^1)-x^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2)]-v_1+v_3\}= 0$,

(20.2) $pf'[P+(1-P)x^{\varrho}]m -w_1Pm-w_2(1-P)mx^{\varrho} + z[P(w_1^2U_{yy}^1-2w_1U_{y0}^1+$

$+U_{00}^1)+(1-P)x^{\varrho 2}(w_2^2U_{yy}^2-2w_2U_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2)] = 0$,

(20.3) $-PmN^s + zP[U_y^1+N^s(w_1U_{yy}^1-U_{y\theta}^1)] = 0$,

(20.4) $-(1-P)mN^sx^{\varrho} + zx^{\varrho}(1-P)[U_y^2+x^{\varrho}N^s(w_2U_{yy}^2-U_{y\theta}^2)] = 0$,

(20.5) $x^{\varrho}\{(pf'-w_2)(1-P)mN^s+z(1-P)[(w_2U_y^2-U_\theta^2)+x^{\varrho}N^s(w_2^2U_{yy}^2-2w_2U_{y\theta}^2+$

$+U_{\theta\theta}^2)]-v_2+v_4\}= 0$,

(20.6) $P(w_1U_y^1-U_\theta^1)+(1-P)x^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2) = 0$,

(20.7) $v_1(1-P) = 0$,

(20.8) $v_2(1-x^{\varrho}) = 0$,

(20.9) $v_3P = 0,$

(20.10) $v_4x^o = 0;$

las expresiones entre llaves deben ser no positivas.

Debe notarse especialmente que existe la posibilidad de discriminación casi perfecta -si existieran tantos grupos como trabajadores, podría llamársela perfecta-.

Así, sería factible separar a los grupos de tal manera que los ubicados en el primero trabajaran $\underline{N}^s$ unidades, correspondientes según la curva de oferta de trabajo al salario $\underline{w}_1$, y $\underline{x^o N^s}$ unidades al salario $\underline{w}_2$ -también compatibles según la curva de oferta inicial-, con lo cual deberían darse simultáneamente:

(21.1) $w_1U_y^1 - U_\theta^1 = 0,$

(21.2) $w_2U_y^2 - U_\theta^2 = 0,$

y (20.6) se verifica con cualquier $\underline{P}$.

En apariencia, no existiría en esta solución desempleo involuntario en el sentido estricto de esa expresión, ya que quienes están en el segundo grupo perciben exactamente lo que desean por el trabajo que realizan, y a esa retribución no están dispuestos a trabajar más unidades.

Si la curva de oferta tiene pendiente positiva con respecto al salario (ésto es necesario según (20.3) y (20.4), a menos que alguno de los salarios fuera cero) debe ocurrir que $\underline{w_1 > w_2}$.

Obsérvese que $\underline{x}^o$ está determinado de forma tal que:

(22) $N_2^s = x^o N_1^s,$

pues $\underline{N_1^s(w_1) > N_2^s(w_2)}$, y entonces:

$$x^o = N_2^s/N_1^s < 1,$$

donde $\underline{N}_2^s$ y $\underline{N}_1^s$ son las cantidades de trabajo que ofrece un individuo a los salarios $\underline{w}_2$ y $\underline{w}_1$ respectivamente, cuando no hay incertidumbre.

Pero, ¿es tan satisfactoria la canasta $(\underline{w}_2,\underline{N}_2^s)$ como la canasta $(\underline{w}_1,\underline{N}_1^s)$?. Si no fuera así, podría afirmarse que alguno de los grupos está en una situación de sobreempleo o subempleo forzoso. No debe olvidarse que, tanto desde el punto de vista de la función de producción, como del de las funciones de utilidad y la riqueza no laboral, la mano de obra es enteramente homogénea, y que la separación en estratos es caprichosa.

Parece adecuado entonces estudiar si los individuos encerrados en el segundo subconjunto desearían pasar al primero.

Escribiendo:

(23) $U^2 = U^2(w_2N_2^s(w_2)+Y, T-N^s(w_2))$,

si se diferencia con respecto a $\underline{w}_2$ se tiene:

(24) $dU^2 = \left[(w_2U_y^2-U_\theta^2)(\partial N^s/\partial w_2)+U_y^2N_2^s\right]dw_2 = U_y^2N_2^s dw_2 > 0$,

cuando se cumple (21.2) y $\underline{dw_2 > 0}$.

Por consiguiente, un agente ubicado en el segundo subgrupo aceptaría pasar al primero.

Para determinar la factibilidad de la solución de discriminación deben estudiarse con más cuidado las condiciones necesarias (20).

Asimismo, es necesario evaluar la repercusión sobre los beneficios de una alteración del nivel de $\underline{x}^{\circ}$ con respecto al establecido según (22).

Sea entonces una solución de discriminación casi perfecta en la que $\underline{P}$ y $\underline{x}^{\circ}$ son ambos positivos pero menores que uno.

De (20.1) se deduce:

(25) $pf'-w_1 = (pf'-w_2)x^{\circ}$,

y por otra parte, de (20.5) se obtiene:

(26) $-z = (pf'-w_2)m/x^{\circ}(w_2^2U_{yy}^2-2w_2U_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2)$;

y en consecuencia, reemplazando (25) y (26) en (20.2):

(27) $(pf'-w_2)x^om = \left[(pf'-w_2)m/x^oU^2_{ss}\right]\left[PU^1_{ss}+(1-P)x^{o2}U^2_{ss}\right]$,

donde:

$$U^i_{ss} = w_i^2U^i_{yy}-2w_iU^i_{y\theta}+U^i_{\theta\theta},\quad i=1,2,$$

con lo cual es necesario que:

(28) $x^{o2}U^2_{ss} = U^1_{ss}$.

Alternativamente, puede calcularse el diferencial del beneficio con respecto a cambios en el valor de $\underline{x^o}$ dado por (22). Para ello, el beneficio puede escribirse:

(29) $Bf = pf\left\{\left[P+(1-P)x^o\right]mN^s(x^o)\right\}-w_1PmN^s(x^o)-w_2(1-P)x^omN^s(x^o)$;

además, de (16) se deduce:

(30) $\partial N^s/\partial x^o = (1-P)\left[(w_2U^2_y-U^2_\theta)+x^oN^sU^2_{ss}\right]/(-C_2)$.

Nótese que $\underline{C_2}$ está definida en (17) y que el primer término del corchete es nulo bajo discriminación casi perfecta, pues es válida la ecuación (21.2).

La variación de $\underline{Bf}$ es:

(31) $dBf = \left[(pf'-w_1)mN^s_{x^o}P+(pf'-w_2)m(1-P)(N^s+x^oN^s_{x^o})\right]\,dx^o$,

y utilizando (25):

(32) $dBf = \left\{(pf'-w_2)m\left[(1-P)N^s+x^oN^s_{x^o}\right]\right\}\,dx^o$.

Por lo tanto, para que $\underline{dBf = 0}$ para todo $\underline{dx^o}$ debe ser:

(33) $(1-P)N^s = -x^oN^s_{x^o}$,

que -según (30)- es equivalente a:

(34) $(1-P)N^s = -(1-P)x^{o2}N^s(w_2^2U^2_{yy}-2w_2U^2_{y\theta}+U^2_{\theta\theta})/(-C_2)$,

que implica (28).

Nótese entonces que (28) es indispensable para una solución de discriminación; de no cumplirse, tomando $\underline{dx^o}$ del mismo signo que:

$$(1-P)N^s+x^oN^s_{x^o},$$

se obtiene $\underline{dBf > 0}$; en consecuencia, la empresa no elige $\underline{x^o}$ según

(22).

Pero, ¿vale (28) para toda función de utilidad de los trabajadores?. Algunas observaciones sugieren que no, con lo cual la solución de discriminación casi perfecta sin desempleo involuntario es tan sólo una de las posibles, pero no la que corresponde a todo modelo.

Calculando:

$$(35)\quad d\,U^1_{ss} = (2w_1U^1_{yy}+w_1^2N_1^sU^1_{yyy}-2U^1_{y\theta}-2w_1U^1_{yy\theta}+N_1^sU^1_{\theta\theta y})dw_1 + $$
$$+(w_1^3U^1_{yyy}-3w_1^2U^1_{yy\theta}+3w_1U^1_{y\theta\theta}-U^1_{\theta\theta\theta})dN_1^s,$$

dado que con respecto a $\underline{w_2}$ y $\underline{N_2^s}$ deben ser:

$dw_1 < 0,$

$dN_1^s < 0,$

basta con que las expresiones entre paréntesis sean ambas negativas para que el diferencial total sea positivo.

Ese resultado depende de las derivadas parciales terceras de la función de utilidad, pero en ese caso ocurriría que:

$$(36)\quad U^2_{ss} > U^1_{ss},$$

que implica:

$$(37)\quad x^{o2}U^2_{ss} > U^1_{ss},$$

pues ambas derivadas segundas son negativas.

Cuando se verifica (37) se tiene:

$$(38)\quad dBf = \left[(pf'-w_2)m(1-P)PN^s(U^1_{ss}-x^{o2}U^2_{ss})/PU^1_{ss}+(1-P)x^{o2}U^2_{ss}\right]dx^o,$$

por (30) y teniendo en cuenta (32); por lo tanto, $\underline{dBf > 0}$ si se cumple $\underline{dx^o > 0}$.

Un incremento de $\underline{x^o}$ con respecto al definido en (22) implica que:

$w_2U^2_y - U^2_\theta < 0,$

con lo que para que continúe siendo satisfecha (20.6) debería ser:

$w_1U^1_y - U^1_\theta > 0;$

es decir, es posible que la solución pase a ser una en la que los que cobran el salario más bajo están sobreempleados y los que perciben el salario más alto están subempleados.

Si se verifica (37) en todo el dominio, ¿es factible llegar a una situación en la que dBf=0 para cualquier dxº ?.

En términos generales, el numerador de (38), teniendo en cuenta (30) es:

(39) $(pf'-w_2)m(1-P)\ PN^s(U^1_{ss}-x^{o2}U^2_{ss})-x^oU^2_s$,

donde:

$$U^2_s = w_2U^2_y - U^2_\theta,$$

y para que se anule ser requiere que:

(40) $N^sP(U^1_{ss}-x^{o2}U^2_{ss}) = x^o(w_2U^2_y-U^2_\theta) < 0,$

que son compatibles con lo deducido a partir de (38). Tampoco puede descartarse -sobre la base de (40)- que esa expresión sea positiva, con lo cual se tendría un grupo de trabajadores con la más alta retribución sobreempleados, y con un segundo subconjunto de individuos subempleados aún a un salario menor.

Considerando que (20.1) puede escribirse:

$$(pf'-w_1)-(pf'-w_2)x^o = z\left[(w_1U^1_y-U^1_\theta)-x^o(w_2U^2_y-U^2_\theta)\right]/mN^s;$$

en el caso de subempleo de los mejor retribuidos debe cumplirse:

$$pf'-w_1 > (pf'-w_2)x^o,$$

y como $\underline{w_1 > w_2}$, ocurre que:

$$pf'-w_1 < pf'-w_2,$$

compatible con:

$$1 > (pf'-w_1)/(pf'-w_2) > x^o.$$

En el caso de subempleo de los peor pagados debería darse:

$$w_1U^1_y - U^1_\theta < 0,$$

$$w_2U^2_y - U^2_\theta > 0,$$

y por consiguiente:

$$1 > x^o > (pf'-w_1)/(pf'-w_2),$$

que no puede ser descartada a partir de las condiciones necesarias.

Por otra parte, la condición (20.5) establece limitaciones sobre el valor de la medida relativa de aversión al riesgo.

Así, nótese que un una solución interior debe cumplirse que:

(41) $(w_2U_y^2-U_\Theta^2)+x^oN^s(w_2^2U_{yy}^2-2w_2U_{y\Theta}^2+U_{\Theta\Theta}^2) < 0,$

pues $\underline{pf'-w_2>0}$.

Esta condición es válida en el caso de discriminación casi perfecta pues se verifica (21.2).

Cuando:

$w_2U_y^2 - U_\Theta^2 > 0,$

debe cumplirse:

$|A| = A = -x^oN^sU_{ss}^2/U_s^2 > 1;$

si ocurre que:

$w_2U_y^2 - U_\Theta^2 < 0,$

entonces:

$-x^oN^sU_{ss}^2/U_s^2 = A < 1,$

con lo cual es necesario que:

$|A| = - A => 1.$

Dado que existe por lo menos un intervalo en el cual $\underline{|A|}$ tie$\underline{n}$de a infinito, no puede rechazarse la posibilidad de que:

$|A|> 1.$

El análisis de esta sección ha supuesto que $\underline{w_1>w_2}$, que es compatible con el caso de discriminación casi perfecta con curva de oferta de pendiente positiva; más aún, por (25):

$(pf'-w_1)/(pf'-w_2) = x^o<1,$

que implica:

$pf'-w_1 < pf'-w_2,$

y entonces:

$w_1 > w_2.$

En consecuencia, $\underline{w_1>w_2}$ es una condición necesaria para la discriminación perfecta cuando $\underline{x^o<1}$.

En el caso en que $\underline{w_1 < w_2}$, éso sólo es compatible con subempleo de los mejor pagados; en efecto, se tendría:

$$pf'-w_1 > pf'-w_2, \text{ y}$$

$$pf'-w_1 > (pf'-w_2)x^{\varrho}$$

que exige:

$$-z\left[(w_1U_y^1-U_\theta^1)-x^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2)\right] = zx^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2)/P > 0,$$

según (20.1) y (20.6).

Este resultado se debe a la condición de que $\underline{1 > x^{\varrho}}$. Cuando $\underline{x}^{\varrho}$ puede ser mayor que uno, tal consecuencia se obtendría para $\underline{w_1 > w_2}$. En esas condiciones:

$$pf'-w_1 < (pf'-w_2)x^{\varrho},$$

con lo que:

$$(pf'-w_1)-x^{\varrho}(pf'-w_2) = -z\left[(w_1U_y^1-U_\theta^1)-x^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2)\right] = zx^{\varrho}(w_2U_y^2-U_\theta^2)/P < 0,$$

es decir, hay subempleo de los mejor retribuidos.

En realidad, $\underline{R}^3$ -el sistema de racionamiento estocástico proporcional descripto al comienzo de esta sección- puede considerarse restrictivo, en la medida en que sólo son racionados los agentes en el segundo grupo.

De establecerse algún otro régimen, no limitativo en cuanto al nivel de $\underline{x}^{\varrho}$, podría surgir como factible el subempleo de los peor pagados.

Considérese el siguiente esquema:

R^4) "La empresa divide a los trabajadores en dos grupos de tamaños $\underline{Pm}$ y $\underline{(1-P)m}$; los primeros reciben un salario $\underline{w_1}$ y trabajan $\underline{N_1^s}$ unidades, y los segundos perciben $\underline{w_2}$ y realizan $\underline{N_2^s}$. Cada trabajador conoce esos datos, pero no tiene certeza con respecto al grupo en el que estará incluído".

La firma elige los valores de las variables de tal manera que ha ga máximo su beneficio:

(42) $pf\{mPN_1^s+m(1-P)N_2^s\}-w_1mPN_1^s-w_2m(1-P)N_2^s = Bf,$

de modo que se cumpla la condición de máximo de la utilidad esperada de cada trabajador:

(43) $P(w_1U_y^1-U_\theta^1)+(1-P)(w_2U_y^2-U_\theta^2) = Q = 0,$

y a las condiciones sobre el valor de las probabilidades:

(44.1) $1 \geqslant P,$

(44.2) $P \geqslant 0.$

La función de Lagrange es:

(45) $Bf + zQ + v_1(1-P) + v_2P,$

donde z, $v_1(\geqslant 0)$ y $v_2(\geqslant 0)$ son los multiplicadores.

Las condiciones necesarias para un máximo -interior o de esquina con respecto a P- son:

(46.1) $P\{(pf'-w_1)mN_1^s-(pf'-w_2)mN_2^s+z[(w_1U_y^1-U_\theta^1)-(w_2U_y^2-U_\theta^2)]-v_1+v_2\}= 0,$

(46.2) $(pf'-w_1)Pm+zPU_{ss}^1 = 0,$

(46.3) $(pf'-w_2)(1-P)m+z(1-P)U_{ss}^2 = 0,$

(46.4) $-PmN_1^s + zP[U_y^1+N_1^s(w_1U_{yy}^1-U_{y\theta}^1)] = 0,$

(46.5) $-(1-P)mN_2^s+ z(1-P)[U_y^2+N_2^s(w_2U_{yy}^2-U_{y\theta}^2)] = 0,$

(46.6) $v_1(1-P) = 0,$

(46.7) $v_2P = 0,$

junto con (43). La expresión entre llaves en (46.1) debe ser no positiva.

Nótese que cuando $w_1=w_2$ puede garantizarse $P<1$, considerando que N_2^s es suficientemente pequeño como para que $w_2U_y^2-U_\theta^2$ se haga muy grande -esta condición es equivalente a la establecida para R^2-.

Bajo discriminación casi perfecta supóngase que $w_1 > w_2$. Eso implica:

(47) $(pf'-w_1)/(pf'-w_2) = \bar{N}_2^s/\bar{N}_1^s < 1,$

a partir de (46.1).

Además, atendiendo a (46.2) y (46.3) se obtiene:

(48) $(pf'-w_1)/(pf'-w_2) = U_{ss}^1/U_{ss}^2 < 1,$

y por ende:

(49) $|U_{ss}^1| < |U_{ss}^2|,$

equivalente a (28).

Por otra parte, de (46.4) y (46.5):

(50) $\bar{N}_1^s/\bar{N}_2^s = \left[U_y^1+\bar{N}_1^s(w_1U_{yy}^1-U_{y\theta}^1)\right]/\left[U_y^2+\bar{N}_2^s(w_2U_{yy}^2-U_{y\theta}^2)\right] > 1;$

como la discriminación perfecta exige que la curva de oferta tenga pendiente positiva con respecto al salario -de (47) no podría ocurrir que $\underline{\bar{N}_2^s \geq \bar{N}_1^s}$, si $\underline{w_1 \geq w_2}$- también se tiene de (50) y (49):

(51) $\partial\bar{N}_1^s/\partial w_1 > \partial\bar{N}_2^s/\partial w_2,$

ya que:

$$\partial\bar{N}_i^s/\partial w_i = \left[U_y^i+N_i^s(w_iU_{yy}^i-U_{y\theta}^i)\right]/|U_{ss}^i| \quad , \ i=1,2.$$

Esto significa que es necesario que la curva de oferta de trabajo debe tener una pendiente creciente, además de ser positiva, con respecto al salario.

Adviértase que (50) requiere que ambos numeradores tengan el mismo signo; si fueran ambos negativos, entonces (46.4) y (46.5) determinarían que $\underline{z<0}$, con lo cual no pueden cumplirse (46.2) y (46.3), pues por hipótesis la derivada segunda de la función de utilidad es negativa, y (46.1) determina que:

$pf'-w_i$, i=1,2,

son positivas. Si estas últimas fueran no positivas, ambos grupos cobran un salario superior al(o igual al) valor del producto marginal, y sería conveniente una reducción del empleo; es decir, se conseguiría incrementar los beneficios adoptando la solución tradicional sin racionamiento.

Manteniendo el supuesto de que $\underline{w_1 > w_2}$, ¿es necesario que $\underline{N_1^s < \bar{N}_1^s}$?, donde $\underline{N_1^s}$ es la cantidad de trabajo ofrecida fuera de la situación de discriminación.

Para verificar que no es así, considérese que ocurriera también que:

$$N_1^s > N_2^s,$$

y que:

$$(pf'-w_1)N_1^s - (pf'-w_2)N_2^s > 0;$$

téngase en cuenta que es:

$$\bar{N}_1^s > \bar{N}_2^s.$$

Entonces, por (46.1) debe cumplirse:

$$(w_1U_y^1-U_\theta^1)-(w_2U_y^2-U_\theta^2) = -(w_2U_y^2-U_\theta^2)/P < 0,$$

con lo cual:

$$w_2U_y^2 - U_\theta^2 > 0,$$

y por lo tanto:

$$N_2^s < \bar{N}_2^s,$$

lo que implica:

$$w_1U_y^1 - U_\theta^1 < 0,$$

es decir:

$$N_1^s > \bar{N}_1^s.$$

Por ende, no se puede eliminar el caso que antes se descartó. Surgen así situaciones diversas de desempleo involuntario y sobreempleo involuntario -éste último es necesario para la existencia del primero-.

Obsérvese que tampoco se descarta una solución que indique:

$$N_2^s > N_1^s.$$

En efecto, se tendría que:

$$(pf'-w_1)N_1^s - (pf'-w_2)N_2^s < 0,$$

y sería necesario que:

$$(w_1U_y^1-U_\theta^1)-(w_2U_y^2-U_\theta^2) = -(w_2U_y^2-U_\theta^2)/P > 0,$$

es decir:

$$w_2U_y^2 - U_\theta^2 < 0,$$

con lo cual:

$$N_2^s > \bar{N}_2^s, \text{ y } N_1^s < \bar{N}_1^s,$$

que no necesariamente contradice:

$$\bar{N}_1^s > \bar{N}_2^s,$$

pues:

$$\bar{N}_1^s > N_2^s > N_1^s > \bar{N}_2^s.$$

4. Racionamiento estocástico no proporcional y seguro de desempleo óptimo para el monopsonista.

En el Capítulo III -cf. sección 6- consideré la posibilidad de que el nivel óptimo del seguro de desempleo fuera positivo para un monopsonista de trabajo, en virtud de su efecto sobre la posición de la curva de oferta de trabajo.

Aquí intentaré una prueba que justifique esa hipótesis aún en el marco de un régimen de racionamiento estocástico no proporcional.

Con ese objeto, supondré que el adquirente de trabajo tiene a su disposición el siguiente régimen, una variante de R^4:

R^5) "La empresa forma dos grupos de trabajadores, de tamaños Pm y $(1-P)m$ $(1 \geqslant P \geqslant 0)$. Los integrantes del primero trabajan todas las unidades que desean al salario w; al resto se le asigna una compensación por desempleo c por unidad y no puede trabajar ninguna. Cada trabajador conoce esos datos, pero no sabe en qué grupo estará incluído finalmente".

El beneficio de la empresa en este caso es:

(52) $Bf = pf(mPN^s)-wmPN^s-cm(1-P)N^s$,

que se maximiza sujeto a:

$1 \geqslant P \geqslant 0$,

$c \geqslant 0$,

y la condición para un máximo de la utilidad esperada de los trabajadores:

(53) $P(wU^1_y-U^1_\theta)+(1-P)cU^2_y = Q' = 0$,

obtenida a partir de:

(54) $PU^1(wN^s+Y,T-N^s)+(1-P)U^2(cN^s+Y,T)$.

La función de Lagrange es:

(55) $Bf + zQ' + v_1(1-P) + v_2P + v_3c$,

donde z, y los v_i (no negativos) $-i=1,2,3-$ son los multiplicadores.

Las condiciones necesarias para un máximo interior o de esquina con respecto a P y c, e interior con respecto a w y N^s, son:

(56.1) $P\{(pf'-w+c)mN^s+z[(wU^1_y-U^1_\theta)-cU^2_y]-v_1+v_2\}= 0$,

(56.2) $(pf'-w)mP-cm(1-P)+ z P(w^2U^1_{yy}-2wU^1_{y\theta}+U^1_{\theta\theta})+(1-P)c^2U^2_{yy} = 0$,

(56.3) $-mPN^s+ zP U^1_y+N^s(wU^1_{yy}-U^1_{y\theta}) = 0$,

(56.4) $c\{-m(1-P)N^s+z(1-P)(U^2_y+cN^sU^2_{yy})+v_3\}= 0$,

(56.5) $v_1(1-P) = 0$,

(56.6) $v_2P = 0$,

(56.7) $v_3c = 0$,

junto con (53). Las expresiones entre llaves deben ser no positivas.

Considérese que $\underline{c}$ está fijo a un nivel $\underline{c^{o}}$, tal que $\underline{c^{o}N^{s}}$ es un ingreso al que $\underline{U_{y}^{2}}$ tiende a un número positivo muy grande (es $\underline{N^{s}=N^{c}}$).

La empresa tiene la oportunidad de establecer $\underline{P=1}$, con lo cual los trabajadores determinan una oferta de trabajo $\underline{N}^{c}$, pero en ese caso, (56.1) es:

$$(pf'-w+c^{o})mN^{c} - zc^{o}U_{y}^{2} - v_{1} < 0;$$

nótese que $\underline{z}$ es positivo en virtud de (56.2).

En cambio, si $\underline{P<1}$:

$$N^{s} > N^{c},$$

y entonces $\underline{U_{y}^{2}}$ disminuye su valor, y la condición podría cumplirse.

5. <u>Resumen</u>.

El propósito de este capítulo es demostrar la posible existencia de algún sistema de racionamiento estocástico del trabajo estrictamente preferido por un monopsonista al régimen sin incertidumbre sobre el empleo, desde el punto de vista de los beneficios.

Un sistema de racionamiento estocástico proporcional -en el que el salario es idéntico para todos los trabajadores- verifica ese requisito bajo algunas condiciones. En particular, es suficiente que para un nivel positivo -pequeño- del ingreso laboral, la utilidad marginal del ingreso (real) de cada trabajador tienda a un número positivo suficientemente grande (hipótesis de supervivencia). Alternativamente, basta con que la derivada segunda de la función de utilidad -con respecto a las unidades de trabajo- sea de valor absoluto minúsculo en la situación sin racionamiento; ésto determina que la elasticidad de oferta sea muy elevada.

En cualquiera de esos casos, la firma monopsonista debe establecer una probabilidad de pleno empleo menor que uno (objetiva para los oferentes) para maximizar sus beneficios, con lo que la solución implica desempleo involuntario.

Asimismo, la empresa puede optar por algún régimen de racionamiento estocástico y salario heterogéneo. Tal elección es posible que determine una solución de discriminación: un grupo de trabajadores percibe un salario mayor y trabaja más unidades que otro que recibe un salario menor, de modo que ambos subconjuntos estén retribuidos según la curva de oferta de trabajo sin racionamiento.

Esa solución de discriminación no es, sin embargo, el resultado a que necesariamente se llega en todas las circunstancias. En efecto, una condición necesaria en esa situación es que la pendiente de la curva de oferta de trabajo con respecto al salario sea creciente, además de positiva. De ocurrir otra cosa, puede prevalecer una solución con desempleo involuntario genuino, ya sea de los mejor o de los peor retribuidos.

Un sistema de racionamiento estocástico es, entonces, un esquema de apuestas propuesto a los trabajadores con respecto al número de unidades de trabajo que realizarán y el salario que percibirán en cada estado de la naturaleza; una de sus características es que las probabilidades de cada estado son conocidas por cada uno de los agentes, y pueden considerarse objetivas.

Por supuesto, los sistemas enunciados en este capítulo no agotan el conjunto factible. Sólo permiten justificar que tal conjunto no es vacío.

Debe notarse especialmente que el modelo supone que los trabajadores son iguales entre sí, tanto según su función de utilidad y riqueza no laboral, como con respecto a su capacidad de trabajo.

Por ende, la partición en distintos estratos es enteramente arbitraria.

Por otra parte, se comprueba que un sistema de racionamiento estocástico no proporcional (de todo o nada) puede implicar probabilidad de empleo menor que uno (es decir, desempleo involuntario) si se establece un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral deseado.

CAPITULO V

Conclusiones

En esta Tesis se han demostrado las siguientes proposiciones principales[1/]:

(I.1) El racionamiento estocástico no proporcional (de todo o nada) es neutral con respecto a la cantidad de trabajo ofrecida por un individuo, dentro de un único período, y para un sector de empleo, si el agente maximiza la utilidad esperada de su ingreso total (real) y del ocio.

(I.2) El análisis inicial de Hartley y Revankar sobreestimaba la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario pues incurría en una aplicación equivocada de las funciones sin sesgo de certidumbre de Theil. La derivada de la función de oferta de trabajo con respecto a la probabilidad de empleo que obtuvieron esos autores es una indicación de la dirección en que varía el error cometido cuando cambia la probabilidad mencionada.

(I.3) Cuando un oferente de trabajo toma su decisión con un horizonte de dos períodos, la cantidad de trabajo ofrecida en cada período depende de las probabilidades de empleo (tasas de desempleo) de ambos.

(I.4) En el caso de que el agente posea una función de utilidad aditiva, si la proporción ahorrada del ingreso en el primer período es constante, un incremento (una disminución) en la probabilidad de empleo en el segundo período induce:

a. una disminución (aumento) de la cantidad de trabajo ofrecida en el primer período;
b. un incremento (reducción) de la cantidad de trabajo ofrecida en el segundo período.

(I.5) De existir un seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral del primer período, un incremento (una caída) en la pro-

---

1/ Los número romanos o las letras mayúsculas indican el capítulo o el apéndice en el que se demuestran, respectivamente.

babilidad de conseguir empleo en el segundo produce una disminución (un aumento) de la cantidad de trabajo ofrecida en el primer período, mientras que la cantidad de trabajo ofrecida en el segundo permanece inalterada.

(I.6) Si el oferente de trabajo dispone para consumo, en cada período, del ingreso laboral del período anterior más su ahorro, la cantidad de trabajo ofrecida en el primer período, depende de la probabilidad de empleo en ese mismo período, aún cuando no se trabaje en el segundo. Cuando la función de utilidad intertemporal es aditiva, los signos de las derivadas parciales de la función de oferta de trabajo y de la tasa de ahorro deseada, con respecto a la probabilidad de empleo, dependen de las propiedades de la función de utilidad; no puede descartarse, sin embargo, que sean positivos.

(I.7) En el caso de una familia, con dos miembros, cuya función de utilidad depende del ingreso (real) total y del ocio de cada integrante, la función de oferta de trabajo de cada miembro depende, además de los salarios y del ingreso (real) no laboral, de la probabilidad de empleo de ambos, y del valor de la restricción de racionamiento.

(I.8) La reacción típica de una familia ante aumentos (disminuciones) en la tasa de desempleo (uno menos la probabilidad de empleo) de uno de sus miembros, es incrementar (reducir) el número de unidades de trabajo que está dispuesto a realizar el otro integrante, disminuyendo (aumentando) la cantidad ofrecida por el primero. Esto puede interpretarse como un efecto desaliento. Los signos son también válidos cuando se hace el ejercicio de estática comparada con respecto a los límites de racionamiento.

(I.9) Si existen dos sectores en los que el individuo puede conseguir empleo, la probabilidad de tener un puesto en cada uno de ellos, afecta las funciones de oferta de trabajo bajo una hipótesis de irreversibilidad: cuando se manifiesta la voluntad de trabajar un número dado de unidades en una ocupación al salario corriente, no es posible alterar la decisión una vez conocido el verdadero estado de la naturaleza.

(I.10) A pesar de que los salarios sean distintos, la cantidad de trabajo ofrecida en cada sector no es nula si la probabilidad de empleo en el sector de más alta retribución es positiva pero menor que uno (y la otra es positiva). Se obtiene así un principio de diversificación de la cantidad de trabajo ofrecida del que puede deducirse además que a iguales probabilidades de tener trabajo (positivas y no unitarias) y a igual salario, la cantidad de trabajo ofrecida en cada sector es la misma.

(I.11) Cuando aumenta (disminuye) la probabilidad de empleo en una ocupación, se incrementa (reduce) la cantidad de trabajo ofrecida a ese sector (efecto desaliento), y el agente lo compensa simultáneamente con una disminución (un incremento) en la cantidad que se desea colocar en el puesto alternativo.

(I.12) Si se distingue un sector (urbano) de mayor salario con probabilidad de acceso positiva, pero menor que uno, y otro (rural) de retribución unitaria menor, en el que no hay restricciones para la incorporación, los signos mencionados en (I.11) se mantienen; pero, además, puede demostrarse que un aumento en la probabilidad de tener un puesto en el sector urbano induce una disminución de la cantidad total de trabajo ofrecida a ambos sectores.

(II.1) Si un oferente de trabajo -aversor al riesgo con respecto a apuestas referidas a las unidades de trabajo- maximiza la utilidad esperada de su ingreso (real) y del ocio, el sistema de racionamiento estocástico proporcional no es neutral en sus efectos sobre la función de oferta de trabajo; es decir, la cantidad de trabajo ofrecida a cada salario es mayor que la correspondiente al régimen sin incertidumbre. Esta proposición es válida tanto para distribuciones discretas como contínuas de la variable k, proporción de unidades de trabajo que efectivamente se contratan con respecto a las que se ofrecen.

(II.2) Cuando el número de estados de la naturaleza es finito, un aumento (disminución) de la probabilidad de no ser racionado en absoluto implica una reducción (incremento) de la cantidad de trabajo ofrecida, mientras que un cambio en cualquiera de las otras probabilidades determina una variación de igual (distinto) sentido, según que la cantidad de trabajo efectivamente realizada en ese estado sea menor (mayor) que la que corresponde a la situación de certeza.

(II.3) Un incremento en el porcentaje de racionamiento de un estado de la naturaleza determina una alteración en la cantidad de trabajo ofrecida que depende de la medida de aversión al riesgo relativa -sobre las unidades de trabajo-, y de la relación entre la cantidad de trabajo efectivamente realizada en ese estado y la que corresponde a la situación de certeza para los trabajadores. Si en ese estado la cantidad realizada es mayor que bajo certeza, se produce una disminución de la cantidad ofrecida; si es menor, y la medida relativa de aversión al riesgo es menor que uno hay un incremento de la cantidad ofrecida, y una reducción si es mayor que uno.

(II.4) Si la medida relativa de aversión al riesgo es mayor que uno (o igual que uno) en el intervalo de k entre cero y L^c/L^o -que no incluye sus extremos- , donde L^c/L^o es el cociente entre la cantidad de trabajo ofrecida sin racionamiento y con racionamiento respectivamente, puede afirmarse que:

a. una disminución (aumento) en la esperanza de k, con su varianza constante, implica un incremento (reducción) en la cantidad de trabajo ofrecida por el agente;

b. una disminución (aumento) de la varianza de k, con su esperanza constante, induce un incremento (reducción) de la cantidad de tra bajo ofrecida si la esperanza tiende a cero, o bien una disminución (aumento) de la cantidad ofrecida si el valor de la esperanza tiende a uno.

(II.5) Un incremento (disminución) en el riesgo que deja la media inalterada produce una reducción (aumento) de la cantidad de trabajo ofrecida si la utilidad marginal del empleo es una función estrictamente cóncava de k, o bien un incremento (disminución) si es estrictamente convexa.

(II.6) La introducción de un seguro de desempleo, proporcional al ingreso laboral deseado, puede determinar un incremento de la cantidad de trabajo ofrecida; sin embargo, no es posible descartar una reacción en sentido contrario.

(III.1) Si la función de oferta de trabajo de mercado es una función creciente del nivel de desempleo y del salario, no puede descartarse que un monopsonista de trabajo maximice beneficios para algún nivel positivo de desempleo involuntario.

(III.2) Un aumento del precio del producto que fabrica un monopsonista, puede llevar a que éste incremente el nivel de desempleo y la tasa de desempleo, con un aumento simultáneo del salario. Sin embargo, dependiendo de las propiedades de la función de oferta de trabajo, también es posible un descenso del nivel de desempleo y de la tasa de desempleo acompañando un incremento del precio.

(III.3) Un incremento en la cantidad de capital que posee el monopsonista (si está dada inicialmente) producirá modificaciones en los valores óptimos del nivel de desempleo y de la tasa de desempleo que dependen de las propiedades de la función de producción y de la función de oferta de trabajo de mercado, pero no puede descartarse que tales cambios sean de sentido positivo.

(III.4) Cuando el monopsonista elige, además de la cantidad de trabajo, la cantidad de capital -ambos son insumos variables-, un au mento de la retribución unitaria del capital se traducirá en una disminución de la cantidad empleada de trabajo y capital, y en un incremento del nivel de desempleo. En cambio, la variación en la tasa de desempleo depende de las propiedades de la función de oferta de trabajo de mercado y de la función de producción.

(III.5) En el caso de un monopsonio que es también monopolio del producto, no es posible descartar que una caída en el nivel autónomo de la demanda del bien lleve a un aumento del desempleo, de la tasa de desempleo y del precio, junto con disminuciones de la cantidad empleada de trabajo y del salario.

(III.6) La curva de oferta de trabajo de mercado puede depender del nivel del seguro de desempleo, por ejemplo, en aquel caso en que éste es proporcional al ingreso laboral deseado. En esas condiciones, el nivel del seguro de desempleo óptimo para el monopsonista -al que maximiza sus beneficios- puede ser positivo, aún cuando sea financiado por la misma empresa.

(III.7) Si se establece un salario mínimo igual al de competencia perfecta, no necesariamente se elimina el desempleo generado por el monopsonio. En efecto, existe algún nivel de desempleo involuntario positivo que otorga a la empresa el mismo beneficio máximo que la solución de competencia perfecta (sin desempleo) y, en consecuencia, la solución es indeterminada.

(III.8) En el caso de ciertos sistemas de racionamiento estocástico -el proporcional, por ejemplo- es razonable incluir como variable independiente de la función de oferta de trabajo a la tasa de desempleo. En tal circunstancia, puede demostrarse que, bajo condiciones generales, el valor de la tasa de desempleo que maximiza beneficios es positiva, y además, existe una relación negativa entre el nivel del precio del bien que produce la firma y la tasa de desempleo óptima.

(IV.1) Un sistema de racionamiento estocástico proporcional con salario homogéneo -empleados y subempleados cobran el mismo salario- permite alcanzar a un monopsonista un beneficio superior al que obtendría en la situación sin racionamiento si se cumple cualquiera de las dos siguientes hipótesis:

a. Al salario que fija el monopsonio en el régimen sin incertidumbre, existe un nivel de empleo positivo suficientemente pequeño, tal que la utilidad marginal del empleo se hace muy grande (hipótesis de supervivencia);

b. la derivada segunda de la función de utilidad del trabajador típico con respecto al trabajo, es suficientemente pequeña en valor absoluto, calculada para los valores sin racionamiento -ésto puede implicar que la curva de oferta de trabajo original sea muy elástica respecto del salario-.

(IV.2) La firma monopsonista puede preferir -según el nivel de sus beneficios- un sistema de racionamiento estocástico proporcional con salario heterogéneo. Esto significa que los oferentes de trabajo no tienen certeza con respecto al número de unidades que realizarán en relación a las que ofrecen, y tampoco saben qué salario percibirán. En este caso existen tre soluciones posibles:

a. discriminación casi perfecta: hay por lo menos dos grupos de individuos; cada subconjunto percibe la retribución que corresponde al número de unidades que realiza según la curva de oferta original, de modo que no existe desempleo genuino -dado que al salario que perciben, no desean trabajar más unidades-. Sin embargo, un individuo ubicado -arbitrariamente, dada la homogeneidad completa de la mano de obra- en el grupo de los que trabajan menos y perciben un retribución menor siempre aceptaría pasar al otro subconjunto. Esta solución exige que la pendiente de la curva de oferta de trabajo sea positiva y creciente.

b. desempleo de los mejor retribuidos y sobreempleo de los peor pagados.

c. desempleo de los que perciben un salario menor y sobreempleo de los que reciben uno mayor.

(IV.3) Un sistema de racionamiento estocástico no proporcional (de todo o nada) con seguro de desempleo proporcional al ingreso laboral deseado puede otorgar al monopsonista un beneficio superior al régimen sin incertidumbre, en la medida en que se cumpla la hipótesis de supervivencia.

(C1) La hipótesis de decisión dual de Clower es equivalente a la maximización de la utilidad esperada de un oferente de trabajo bajo racionamiento estocástico no proporcional.

(C2) Si prevalece un sistema de racionamiento estocástico proporcional del trabajo, no es necesario recurrir a una segunda vuelta en las decisiones de consumo si se verifican dos supuestos: irreversibilidad de la decisión de oferta de trabajo e inexistencia de sorpresas (no ocurre un estado de la naturaleza con probabilidad nula a priori).

Direcciones de investigación futura.

Puede señalarse una limitación a los resultados del Capítulo IV, que sugiere una línea de investigación futura. Considérese el sistema de racionamiento $\underline{R}^2$. Está claro que en el óptimo, por la concavidad estricta de $\underline{U}$:

$$U\{w[P+(1-P)x^o]L+Y,T-[P+(1-P)x^o]L\}>PU^1+(1-P)U^2=EU.$$

Como $\partial U/\partial w=U_y[P+(1-P)x^o]L>0$, y $U(Y,T-L)<EU$, existe $\underline{\hat{w}<w}$ tal que:

$$U\{\hat{w}[P+(1-P)x^o]L+Y,T-[P+(1-P)x^o]L\}=EU.$$

La firma se beneficia si ofrece a los individuos un salario $\underline{\hat{w}}$ y un nivel de empleo $\underline{[P+(1-P)x^o]L}$ -consigue la misma cantidad de trabajo a un salario menor- y los trabajadores pueden aceptar esos contratos ya que les otorgan el mismo valor de utilidad esperada. El sistema de contratos está así 'sostenido' por $\underline{R}^2$. Entonces, ¿por qué no minimizar $\underline{EU}$?. De llevarse este argumento al extremo, podría suponerse que la empresa establece contratos que no rechazan los oferentes por no tener otra alternativa. Sea b la proporción de agentes que contrata la empresa de los m, y U^- un mínimo de U.

Para b positivo, la función de Lagrange es:

$$pf(bmL)-wbmL+v[U(wL+Y,T-L)-U^-]+z(1-b),$$

y las condiciones necesarias para un máximo son:

(1) $(pf'-w)mL - z = 0,$

(2) $(pf'-w)mb + v(wU_y-U_\theta) = 0,$

(3) $-bmL + vLU_y = 0,$

(4) $v(U-U^-)= 0,$

(5) $z(1-b) = 0$

donde z y v son multiplicadores no negativos, y las expresiones entre paréntesis en (4) y (5) son no negativas.

La condición (3) implica que $v=bmL/U_yL > 0$, si $U_y < \infty$, y por ende para todo b: $U=U^-$. Si $b < 1$ (hay desempleo) entonces $pf'-w = 0$ y $wU_y-U_\theta = 0$ (los contratados maximizan la utilidad). Además, de (4):

$$\partial U/\partial p = 0 = (wU_y-U_\theta)(\partial L/\partial p)+U_yL(\partial w/\partial p),$$

que implica (para $b<1$): $\partial w/\partial p =0$ y $\partial L/\partial p =0$. En cambio, diferenciando (1):

$$-(\partial b/\partial p) = \partial(1-b)/\partial p = \partial T^u/\partial p = f'/pf''mL < 0.$$

Por otra parte, cuando $b=1$, entonces por (1), $pf'-w=z/mL \geq 0$, y de (2): $wU_y-U_\theta \leq 0$, es decir, puede existir sobreempleo involuntario. A partir de (4) se obtiene:

$$(\partial w/\partial p)/(\partial L/\partial p) = -(wU_y-U_\theta)/LU_y \geq 0,$$

una probable variación análoga a la que indicaría una curva de oferta, es decir, del mismo signo. Nótese que a diferencia de la teoría de los contratos implícitos no es necesario suponer incertidumbre con respecto al precio. Parece interesante profundizar el análisis de este modelo y el desarrollado en esta tesis, determinando la relación existente entre ellos; los efectos de la heterogeneidad de la mano de obra, aquí no estudiados, también constituyen un campo por explorar.

Apéndice A (Capítulo II).

Existe una clara similitud entre A y una medida relativa de aversión al riesgo de Arrow (4)-Pratt (36).

Intentaré adaptar algunos teoremas de Arrow (op.cit., 3er. ensayo) para justificar la utilización de A en ese sentido.

La mayor dificultad radica en que:

$U(wkL+Y, T-kL)$

no es una función monótona creciente de L, en contraposición a lo que ocurre con las funciones de utilidad que dependen de activos monetarios.

Lema 1.

Si U_{LL} es negativa en todo el dominio, entonces el agente es aversor al riesgo.

Demostración: la hipótesis implica que $U(L)$ es estrictamente cóncava en $[0,T]$. Por lo tanto, para todo L, h, $0<s<1$:

$$U(wL+Y, T-L) > sU(L-h)+(1-s)U(L+h).$$

En particular, tal desigualdad se cumple para $s=1/2$, es decir, en el caso de una apuesta equitativa. Es necesario entonces que $s>1/2$ para que el agente la acepte.

Lema 2.

Si el oferente de trabajo es aversor al riesgo con respecto al tiempo de trabajo, entonces U_{LL} es negativa en todo el dominio.

Demostración: si el agente es aversor al riesgo no acepta una apuesta equitativa que implica -con igual probabilidad- un incremento de h unidades en el número total realizado de "horas" de trabajo, o una disminución también de h unidades:

$$U(wL+Y, T-L) > \tfrac{1}{2}U(L-h)+\tfrac{1}{2}U(L+h).$$

Esa desigualdad puede escribirse:

$$2U(L) > U(L-h)+U(L+h),$$

y por lo tanto:

$$\lim_{h \to 0} \frac{U(L) - U(L-h)}{h} > \lim_{h \to 0} \frac{U(L+h) - U(L)}{h},$$

o lo que es lo mismo:

$$U_L(L-h) > U_L(L),$$

que implica que U_{LL} es negativa.

Lema 3.

Sea $A^a = U_{zz}/U_z$, con $z=kL^o > 0$. $|A^a|$ es una medida absoluta de aversión al riesgo en el intervalo $(0,T)/L^c$, para cada k en $(0,1]$.

Demostración: si $kL^o > L^c$ y p es tal que:

1) $U(kL^o) = pU(kL^o-h)+(1-p)U(kL^o+h)$.

Obsérvese que:

2) $U(kL^o-h) > U(kL^o) > U(kL^o+h)$,

pues como z está en (L^c,T) ocurre que $U_z < 0$.

Por desarrollo en serie de Taylor:

$U(kL^o+h) = U(kL^o) + hU_z(kL^o) + (h^2/2)U_{zz}(kL^o) + M_1$,

$U(kL^o-h) = U(kL^o) - hU_z(kL^o) + (h^2/2)U_{zz}(kL^o) + M_2$,

donde M_1 y M_2 tienden a cero con h.

Reemplazando estas expresiones en 1) se obtiene, si se define $M = M_1(1-p)+M_2p$:

$$(2p-1)U_z(kL^o)h = (h^2/2)U_{zz}(kL^o)+M,$$

por lo cual:

3) $p = 1/2 + (h/4)(U_{zz}(z)/U_z(z)) + M > 1/2$,

pues $U_z(z) < 0$, y $U_{zz}(z) < 0$ en ese intervalo.

La demostración de que $(1-p) > 1/2$ puede hacerse del mismo modo para el caso en el que $z < L^c$, cuando la desigualdad 2) se invierte. Como $U_z > 0$ en ese caso, se tiene en 3) que p es estrictamente menor a $1/2$.

Tomando $h=bz$, con $0 < b < 1$, es decir, cuando el agente apuesta cierto porcentaje $b100$ de las unidades efectivamente trabajadas

kL^o, se obtiene una medida relativa de aversión al riesgo:

$$|A| = |-zU_{zz}/U_z|.$$

Nótese que cuanto mayor $|A^a|$ mayor debe ser la probabilidad de ganar que debe otorgársele al agente $-p$ ó $(1-p)$ según el intervalo- para que acepte una apuesta equitativa, en el sentido de producir ganancias y pérdidas de la misma magnitud.

Es importante advertir que si z tiende a L^c (k tiende a L^c/L^o) ocurre que U_{zz}/U_z se aproximará a $+\infty$ o a $-\infty$, según que el acercamiento sea por derecha o por izquierda respectivamente, pues $U_z = 0$ en $z=L^c$ (por definición de L^c) y $U_{zz} < 0$ en todo el dominio. En consecuencia, A tiende a $+\infty$ en algún subintervalo de $(0,L^c)$, y a $-\infty$ en algún subintervalo de (L^c,T).

Este resultado es razonable pues una apuesta tendrá sentido siempre que se verifique la desigualdad 2) del Lema 3, o su opuesta; el oferente de trabajo nunca entraría en un juego tal que:

$$U(z) > U(z-h) \quad y \quad U(z) > U(z+h),$$

cosa que ocurre en $z=L^c$.

En este capítulo se ha reiterado la hipótesis de que $A \geq 1$ en el intervalo $(0,L^c/L^o)$. Si se supusiera lo contrario:

$$A = -U_{zz}z/U_z < 1,$$

eso implica:

$$zU_{zz}/U_z > -1.$$

Tomando $s=pL^o$ y $t=qL^o$, siendo p y q dos puntos en el abierto $(0,L^c/L^o)$, de tal forma que $p<q$, entonces:

$$\int_s^t (U_{zz}/U_z)dz > \int_s^t (-1/z)dz;$$

por lo tanto:

$$\log U_z(t) - \log U_z(s) > \log p - \log q,$$

y por consiguiente:

$$qU_z(t) > pU_z(s),$$

no puede ocurrir pues $U_z(s)$ es positiva, y $U_z(t)$ tiende a cero cuando q tiende a L^c/L^o.

Por lo tanto, no es posible que $A<1$ en todo el dominio $(0,L^c/L^o)$. Sin embargo, $A\geq 1$ también puede llevar a una contradicción pues:

$$zU_{zz}/U_z < -1$$

implica:

$$qU_z(t) < pU_z(s);$$

cuando p tiende a cero y $U_z(s)$ tiende a un número finito tal desigualdad no puede cumplirse. La única posibilidad es entonces que $U_z(s)$ tienda a un número infinito cuando p tiende a cero. En ese caso:

$$-zU_{zz}/U_z$$

puede sostenerse igual a 1 sólo si también U_{zz} tiende a infinito cuando z tiende a cero.

La hipótesis mencionada puede defenderse además si se considera el siguiente ejemplo.

Sea:

$$U = \ln(wz) + \ln(T-z);$$

en ese caso:

$$U_z = 1/z - 1/(T-z),$$

$$U_{zz} = -1/z^2 - 1/(T-z)^2.$$

Por ende:

$$A = z\left[(1/z^2) + 1/(T-z)^2\right] / \left[(1/z) - 1/(T-z)\right] =$$

$$= z\left[\frac{(T-z)^2+z^2}{z(T-z)^2} : \frac{T-2z}{z(T-z)}\right] = \frac{T^2-2zT+2z^2}{T^2-3zT+2z^2};$$

en primer lugar:

$$T^2 - 3zT + 2z^2 > 0,$$

pues puede escribírselo como:

$$T(T-z) > 2z(T-z),$$

y en el intervalo considerado $T > z$ ($L^c > z$), y asimismo $T > 2z$ ya que:

$U_z = (T-2z)/(T-z)z$ implica $T-2z > 0$,

cuando $U_z > 0$.

Por lo tanto:

$$T^2 - 2zT + 2z^2 > T^2 - 3zT + 2z^2 > 0,$$

y de ello se deduce:

$$(T^2-2zT+2z^2)/(T^2-3zT+2z^2) > 1,$$

si $z > 0$, y cuando $z=0$:

$$T^2/T^2 = 1.$$

De esta discusión se obtiene que:

$$A \geqslant 1,$$

en el intervalo $[0, L^c/L^o)$, cuando la función de utilidad es la mencionada.

A pesar de que la varianza es una medida de riesgo corrientemente usada, puede conducir a inconsistencias en algunas situaciones -cf. Hanoch y Levy (26) y McCall (30)-.

Rothschild y Stiglitz -ver (37) y (38)- demostraron la equivalencia de las tres siguientes medidas del riesgo asociado a una variable aleatoria:

(1) Si X e Y son dos variables aleatorias con la misma media, pero la utilidad esperada de la primera es más grande que la utilidad esperada de la segunda, y la función de utilidad es cóncava, entonces Y es más riesgosa que X.

(2) Si X e Y son dos variables aleatorias, y si $Y = X + Z$ (donde Z es otra variable aleatoria) con $E(Z/X) = 0$ para todo X, entonces Y es más riesgosa que X.

(3) Si X e Y son dos variables aleatorias con idéntica media, entonces Y es más riesgosa que X si la distribución de Y tiene bordes o "colas" (tails) más densos que la distribución de X. Más precisamente, sean F y G las funciones de

distribución acumulativas de X e Y definidas en el intervalo $[0,1]$, respectivamente. Entonces F es menos riesgosa que G si y sólo si:

$$\int_0^x [G(t)-F(t)]\,dt \geqslant 0.$$

La distribución más riesgosa G se obtiene de F removiendo valores de probabilidad de la parte central de la distribución y trasladándolo a los costados, de tal forma que la esperanza de la variable aleatoria permanezca inalterada (mean preserving spread).

En el texto, se han utilizado dos teoremas enunciados y demostrados por Rothschild y Stiglitz y por Diamond y Stiglitz (16). Se incluyen a continuación.

Lema 4.

Considérese una función de distribución $F(e,u)$, donde e es la variable aleatoria definida sobre cierto dominio finito (aquí el intervalo $[0,1]$), y u un parámetro que define una familia de tales funciones. Un incremento en u representa un incremento en el riesgo que deja inalterada la media si:

$$\int_0^x F_u(e,u)\,de \geqslant 0 \ (= 0) \text{ con } 0 \leqslant v \leqslant 1 \ (v=1).$$

Si se supone además que la función de utilidad del agente depende de la variable aleatoria e y de una variable de control d:

$$U = U(e,d),$$

con la propiedad $U_{dd} < 0$; sea $d^{o}(u)$ el nivel de la variable de control que maximiza:

$$\int_0^1 U(e,d)\,dF(e,u).$$

Cuando incrementos en u representan incrementos en el riesgo que dejan inalterada la media, d^{o} decrecerá (o crecerá) con u si U_d es una función estrictamente cóncava (convexa) de e, es decir, si:

$$U_{dee} < (>)\ 0.$$

Demostración: d^o está definida por el valor que resuelve:

$$\int_0^1 U_d(e,d)F_e de = 0;$$

diferenciando en forma implícita se obtiene:

$$\partial d^o/\partial u = -\int U_d F_{eu} de \;/\; \int U_{dd} F_e de \quad .$$

Dado que el denominador es negativo, $\partial d^o/\partial u$ tiene el mismo signo que el numerador. Integrando tal numerador por partes dos veces, y notando que:

$$F_u(0,u) = F_u(1,u) = \int_0^0 F_u(e,\mu)de = \int_0^1 F_u(e,u)de = 0,$$

se obtiene:

$$\int_0^1 U_d F_{eu} de = -\int_0^1 U_{de} F_u de = \int_0^1 U_{dee}\left[\int_0^e F_u de\right] de.$$

Como:

$$\int_0^x F_u de \geq 0,$$

por definición, entonces $\partial d^o/\partial u$ tiene el mismo signo que U_{dee}, suponiendo que esa función tiene signo único en todo el dominio.

Lema 5.

Sea $U = U(d,e)$ tal como se define en el lema anterior, y d^c el valor de la variable de control que maximiza U bajo certeza, en tanto que d^o es el que la maximiza bajo incertidumbre. U tiene la propiedad $U_{dd} < 0$. En esas condiciones, si U_d es convexa (cóncava) con respecto a e se verifica $d^o \geq (\leq) d^c$.

Demostración: bajo certeza debe cumplirse, en un máximo:

$$U_d(e^c,d^c) = 0,$$

donde $e^c = E(e)$. Por otra parte, de existir incertidumbre, debe verificarse:

$$E\left[U_d(e,d^o)\right] = 0.$$

Si U_d es convexa con respecto a e, es decir, si $U_{dee} \geq 0$, por la desigualdad de Jensen:

$$0 = E\left[U_d(e,d^o)\right] \geqslant U_d(e^c,d^o);$$

y como $\underline{U_{dd} < 0}$, debe ocurrir $\underline{d^o \geqslant d^c}$.

Si $\underline{U_d}$ es cóncava con respecto a $\underline{e}$, es decir, si $\underline{U_{dee} < 0}$, por la desigualdad de Jensen:

$$0 = E\left[U_d(e,d^o)\right] \leqslant U_d(e^c,d^o),$$

y como $\underline{U_{dd} < 0}$, debe ocurrir $\underline{d^o \leqslant d^c}$.

Apéndice B(Capítulo IV)

En este Apéndice deduciré algunasde las propiedades más importantes de la función de oferta de trabajo individual bajo condiciones de racionamiento estocástico proporcional.

Por consiguiente, elanálisis desarrollado en el Capítulo II determina los principios básicos del que aquí se realiza.

Sea $\underline{U}$ la función de utilidad estrictamente cóncava de un oferente de trabajo, que depende del ingreso total disponible y del trabajo no efectuado en el sector monopsónico (ocio), es decir:

(a.1) $U = U(y,\theta) = U(wL+Y,T-L)$.

Bajo racionamiento estocástico proporcional el individuo maximiza:

(a.2) $\sum_{i=1}^{n} P_i U^i(wk_iN^s+Y,T-k_iN^s)$,

en el caso de un sistema de racionamiento como $\underline{R^1}$.

Si rige $\underline{R^2}$, (a.2) se transforma en:

(a.3) $PU^1(wN^s+Y,T-N^s)+(1-P)U^2(wx^o N^s+Y,T-x^o N^s)$,

que se maximiza sujeto a $\underline{T \geq N^s}$.

Las condiciones necesarias y suficientes para un óptimo interior son:

(a.4) $P(wU_y^1-U_\theta^1)+(1-P)x^o(wU_y^2-U_\theta^2) = 0$,

(a.5) $P(w^2U_{yy}^1-2wU_{y\theta}^1+U_{\theta\theta}^1)+(1-P)(x^o)^2(w^2U_{yy}^2-2wU_{y\theta}^2+U_{\theta\theta}^2)=C_2< 0$;

la condición (a.4) implica que para $\underline{P}$ y $\underline{x^o}$ positivas y no unitarias debe verificarse (ver sección 2, Capítulo II):

$N^s > N^c > x^o N^s$,

por la concavidad estricta de $\underline{U}$. Como $\underline{P}$ es positiva pero menor que uno, existirán $\underline{(1-P)m}$ trabajadores que realizarán sólo $\underline{x^o N^s}$

unidades al salario corriente $\underline{w}$ y por lo tanto estarán subempleados, ya que a esa retribución desearían trabajar $\underline{N}^c$.

Debe notarse que $\underline{x^\circ}$ no puede ser nulo ni unitario, por las razones expuestas en la sección $\underline{2}$ de este capítulo.

Por aplicación del Teorema de la Función Implícita se deduce que existe y es derivable la función de oferta de trabajo individual:

(a.6) $N^s = N^s(w,Y,P,x^\circ)$,

cuyas derivadas más importantes son:

(a.7) $\partial N^s/\partial P = \left[(wU^1_y - U^1_\theta) - x^\circ(wU^2_y - U^2_\theta)\right]/(-C_2) < 0$,

(a.8) $\partial N^s/\partial w = \left\{P\left[U^1_y + N^s(wU^1_{yy} - U^1_{y\theta})\right] + (1-P)x^\circ\left[U^2_y + x^\circ N^s(wU^2_{yy} - U^2_{y\theta})\right]\right\}/(-C_2)$,

(a.9) $\partial N^s/\partial x^\circ = (1-P)\left[(wU^2_y - U^2_\theta) + x^\circ N^s(w^2U^2_{yy} - 2wU^2_{y\theta} + U^2_{\theta\theta})\right]/(-C_2)$.

Obsérvese que si $\underline{P}$ tiende a $\underline{1}$, entonces $\underline{N}^s$ tiende a $\underline{N}^c$, y porlo tanto:

$$wU^1_y - U^1_\theta$$

tiende a cero, con lo que:

(a.10) $N^s_P(P=1) = x^\circ(wU^2_y - U^2_\theta)/C_2(P=1) < 0$,

y además:

(a.11) $N^s_{x^\circ}(P=1) = 0$.

Por otra parte, para $\underline{P=0}$ se tiene:

(a.12) $N^s_P(P=0) = -(wU^1_y - U^1_\theta)/C_2 < 0$.

Apéndice C

Maximización de la utilidad esperada e hipótesis de decisión dual.

En este apéndice intentaré comprobar que la hipótesis de decisión dual de Clower -ver (13)- es equivalente a la maximización de la utilidad esperada de un oferente de trabajo bajo racionamiento estocástico no proporcional. La equivalencia de la maximización de la utilidad esperada y la hipótesis de decisión dual se refiere a que todas las decisiones pueden tomarse en el mismo instante, sin necesidad de recurrir a una segunda vuelta.

Sin embargo, el método de maximizar la utilidad esperada presenta la ventaja de permitir observar las distorsiones que sobre la cantidad de trabajo ofrecida tiene el mecanismo de racionamiento, como sucede con el sistema proporcional. Demostraré que ese último régimen tampoco requiere segunda vuelta, si se cumplen algunas hipótesis ya introducidas en los capítulos previos.

Debe advertirse que la hipótesis de decisión dual estaba referida, en el artículo original de Clower (op.cit.), al caso en el que puede haber racionamiento en varios mercados. En cambio, aquí me limitaré a considerar aquella situación en la que hay racionamiento en el mercado de trabajo pero no en el resto.

Supondré que el oferente de trabajo posee una función de utilidad que depende de las cantidades consumidas de m bienes, y del nivel de ocio:

(1) $U = U(c,T-L)$,

donde U es C^2 y c es un vector fila de m componentes, y $T-L=\sigma$ es la cantidad de ocio; T es el tiempo máximo disponible y L la cantidad de tiempo trabajada. Sin racionamiento estocástico, el agente maximiza (1) sujeto a:

(2) $cp = \tilde{w}L + \tilde{Y}$,

donde $\underline{p}$ es un vector columna de los $\underline{m}$ precios unitarios de las mercancías, $\underline{\tilde{w}}$ es el salario monetario por unidad y $\underline{\tilde{Y}}$ el ingreso no laboral monetario.

Trataré en primer lugar el caso de racionamiento estocástico no proporcional, en el que el individuo enfrenta dos estados de la naturaleza: $\underline{1}$ y $\underline{2}$; de ocurrir $\underline{1}$, el agente conseguirá un puesto en el que realiza todas las unidades de trabajo que desea, y de acontecer el segundo no podrá realizar unidad de trabajo alguna.

En el primer estado la restricción de presupuesto es:

(3) $cp = \tilde{w}L + \tilde{Y}$,

y en el segundo:

(4) $cp = \tilde{Y}$.

Está claro que $\underline{c}$ no puede ser el mismo en ambas situaciones, ya que $\underline{L \neq 0}$ en el óptimo -por hipótesis-. En consecuencia, es conveniente escribir:

(5.1) $c^1p = \tilde{w}L + \tilde{Y}$,

(5.2) $c^2p = \tilde{Y}$.

Esta forma de especificar el problema asegura que el individuo no viola su restricción de presupuesto en ningún estado de la naturaleza. Las $\underline{c}^i$ pueden interpretarse como los vectores de cantidades de mercancías consumidas en el estado $\underline{i}$.

El problema del oferente de trabajo es:

(6) $$\underset{(c^1,c^2,L)}{\text{Maximizar}} \quad PU^1(c^1,T-L)+(1-P)U^2(c^2,T),$$
sujeto a (5),

donde $\underline{P}$ es la probabilidad -objetiva o subjetiva- de conseguir empleo.

La función de Lagrange es:

(7) $$PU^1(c^1,T-L)+(1-P)U^2(c^2,T)+v_1(c^1p-\tilde{w}L-\tilde{Y})+v_2(c^2p-\tilde{Y}),$$

con lo que las condiciones necesarias para un máximo son:

(8) $PU^1_g + v_1p_g = 0,\ g=1,\ldots,m;$

(9) $(1-P)U^2_g + v_2p_g = 0,\ g=1,\ldots,m;$

(10) $-PU^1_\theta - v_1\tilde{w} = 0;$

(11) $c^1p - \tilde{w}L - \tilde{Y} = 0;$

(12) $c^2p - \tilde{Y} = 0.$

En las expresiones (7) a (10), v_1 y v_2 son multiplicadores. Además $U^i_g = \partial U^i/\partial c^i_g$.

De las condiciones (9) se obtiene:

(13) $U^2_h/U^2_f = p_h/p_f$, para todo h distinto de f,

es decir, $m-1$ ecuaciones, que junto a (12) permiten determinar -si se cumplen las condiciones de segundo orden- las m cantidades óptimas c^2_g; además, aplicando el Teorema de la Función Implícita, se deducen las funciones de demanda de las mercancías cuando se está desempleado:

(14) $c^2 = c^2(p,Y),$

que no depende de P ni de w.

Asimismo, de (8) se obtiene:

(15) $U^1_h/U^1_f = p_h/p_f$, para todo h distinto de f,

y de (10):

(16) $U^1_f/U^1_\theta = p_f/\tilde{w},$

eligiendo f entre las g.

Nótese que (15) y (16) implican:

$U^1_g/U^1_\theta = p_g/\tilde{w},$

para toda g distinta de f; éso vale para cualquier elección de f entre las m mercancías.

Por lo tanto, (15), (16) y (11) constituyen un sistema de $m+1$ ecuaciones para determinar las $m+1$ cantidades c^1 y L, y por el Teorema de la Función Implícita, las funciones de demanda de bienes y de oferta de trabajo, para el caso en el que se consigue empleo:

(17) $c^1 = c^1(p,\tilde{w},\tilde{Y})$,

(18) $L^s = L^s(p,\tilde{w},\tilde{Y})$.

Obsérvese que $\underline{c}^1$ y $\underline{L}^s$ no dependen de la probabilidad $\underline{P}$ -eliminada en el cociente de ecuaciones- y en consecuencia, como ocurría con una única mercancía, el sistema de racionamiento estocástico proporcional es neutral.

Nótese también que (13), (15) y (16) -junto con (11) y (12)- aseguran que el agente se ubica, en todos los estados de la naturaleza , sobre su sendero de expansión.

En términos de Clower, (17) y (18) constituyen las demandas nocionales, mientras que (14) conforman las demandas efectivas; sin embargo, aquí se las obtiene simultáneamente y podría decirse que ambas son walrasianas.

Esas funciones de demanda se deducen también maximizando por separado:

$U^1(c^1,T-L)$ sujeto a $c^1p = \tilde{w}L + \tilde{Y}$, y

$U^2(c^2,T)$ sujeto a $c^2p = \tilde{Y}$.

Adviértase que, si el sistema de racionamiento conlleva trabajar $\underline{L}^r$ unidades, menos que las que se ofrecen, la restricción en el segundo estado de la naturaleza sería:

$c^2p = \tilde{w}L^r + \tilde{Y}$,

con lo que se obtendrían las funciones de demanda condicionales -en el sentido de Pollak (   )- :

$c^2(p,\tilde{w},L^r,\tilde{Y})$,

aún independientes de $\underline{P}$.

La independencia de las funciones de demanda y de oferta (17) y (18) con respecto a (14) se debe a la naturaleza del problema de maximización planteado, pues tiene la forma particular:

$$(19)\quad \underset{(x^1,x^2)}{\text{Maximizar}} \quad aF(x^1)+(1-a)G(x^2),\ 0\leqslant a\leqslant 1,$$

sujeto a:

$$H_1(x^1) = 0,$$
$$H_2(x^2) = 0,$$

donde F y G son funciones estrictamente cóncavas y las H_i son lineales e independientes entre sí.

La maximización de $aF+(1-a)G$ es equivalente a la de F y G por separado pues $x^1 \neq x^2$ en todas sus componentes. Las condiciones de segundo orden corresponden a las de aF y $(1-a)G$.

Los resultados tampoco se alterarían si el agente reconociera la posibilidad de un número mayor de estados de la naturaleza.

En algunos casos, sin embargo, puede ser necesario recurrir a dos hipótesis adicionales.

Esos supuestos son:

S_1) Una vez que el agente manifiesta la cantidad de trabajo que está dispuesto a trabajar, no puede revisar su decisión a medida que transcurre el tiempo.

S_2) No puede ocurrir un estado de la naturaleza que tiene a priori una probabilidad de acontecer nula.

Estas hipótesis pueden resultar muy fuertes en mercados de trabajo competitivos, pero no lo son tanto en un mercado de trabajo monopsónico. La primera es la hipótesis de irreversibilidad o de no arrepentimiento discutida ya en el Capítulo I, sección 7. La segunda puede asegurarse si se especifica tal condición en el mecanismo de racionamiento elegido por el monopsonista -ver Capítulo IV-, e impide la existencia de sorpresas.

Supóngase que está definida una serie de valores posibles para la restricción impuesta por el mercado:

$$(20)\quad L_i^r < L^c,\ i=1,\ldots,n,$$

donde L^c es la cantidad de trabajo ofrecida bajo certeza. Cada uno de esos estados tiene asociada una probabilidad positiva de acontecer $\underline{P_i}$-objetiva o subjetiva-.

El agente maximiza:

(21) $\sum_{i=2}^{n} P_i\, U^i(c^i, T-L_i^r) + P_1 U^1(c^1, T-L),$

sujeto a:

(22) $c^i p = \tilde{w}L_i^r + \tilde{Y}, \; i=2,\ldots,n,$

$c^1 p = \tilde{w}L + \tilde{Y},$

(23) $L \leq T,$

donde los $\underline{L_i^r}$ son estrictamente menores que $\underline{L^c}$, el valor que optimiza a $\underline{U^1}$ sujeto a $\underline{c^1 p - \tilde{w}L - \tilde{Y} = 0}$, es decir, cuando no hay racionamiento.

El problema (21)-(23) es equivalente a la serie de problemas:

(24.1) $\underset{(c^1,L)}{\text{Maximizar}} \; P_1 U^1(c^1, T-L),$

sujeto a: $c^1 p = \tilde{w}L + \tilde{Y},$

$L \leq T;$

(24.i) $\underset{(c^i,L^i)}{\text{Maximizar}} \; P_i U^i(c^i, T-L^i),$

sujeto a: $c^i p = wL^i + Y,$

$L^i = L_i^r,$

con $\underline{i=2,\ldots,n}$.

Se obtienen una serie de funciones de demanda de bienes y de oferta de trabajo condicionales con respecto al estado de la naturaleza, pero que no dependen de las $\underline{P_i}$:

(25) $c^1 = c^1(p, \tilde{w}, \tilde{Y}),$

$c^i = c^i(p, \tilde{w}, \tilde{Y}, L_i^r), \; i=2,\ldots,n,$

(26) $L^s = L^s(p, \tilde{w}, \tilde{Y}).$

El hecho de que en estas funciones no juega ningún papel la distribución de probabilidades implica que la información adicional que se obtenga con el transcurso del tiempo no lleva a que el agente modifique sus planes de consumo.

En efecto, si el individuo está trabajando y ya ha realizado $\underline{L}_{j+1}^{r}$ unidades, sabe que no han acontecido para él los estados de la naturaleza con subíndice mayor que $\underline{j+1}$ si:

$$L_i^r > L_{i+1}^r, \quad i=2,\ldots,n-1.$$

En consecuencia, de advertir el agente un cambio en las probabilidades podrían ser a partir de ese momento:

$$P_i = 0, \quad i=j+1,\ldots,n,$$

y quedarían por resolver los problemas entre $\underline{1}$ y $\underline{j}$ en (24); sin embargo, aún cuando sus probabilidades varíen siguen siendo positivas y no afectan las funciones que constituyen su solución.

La segunda vuelta sería necesaria si existieran sorpresas, es decir, si ocurriera un estado de la naturaleza, con un $\underline{L}_i^r$ asociado, tal que su probabilidad a priori era nula. De todos modos, el individuo elegiría el $\underline{c}^i$ correspondiente de modo de ubicarse sobre su sendero de expansión.

Es indispensable realizar aquí una observación sobre la interpretación de los $\underline{c}^i$. En algunas circunstancias es preferible suponer que representan vectores de compras y no de consumo, reservando la designación de vector de cantidades consumidas para aquél que corresponde a un estado de la naturaleza que efectivamente ocurre. Si el agente consumiera $\underline{c}^n$, por ejemplo, y luego aconteciera el estado $\underline{n-1}$ en el que alguna de las $\underline{g}$ es tal que:

$$c_g^n > c_g^{n-1},$$

es decir, es inferior, no podría revisarse la decisión. Esta distinción, entonces, entre vector de compras y de consumo no es necesaria si todos los bienes son no inferiores.

En cuando al sistema de racionamiento, un cambio en $\underline{w}$, en $\underline{p}$ o en $\underline{Y}$ puede alterar $\underline{L}^c$ y transformar una restricción $\underline{L}_i^r$ operativa en no operativa, o viceversa.

Es interesante tener en cuenta ese tipo de efecto a través de un sistema de racionamiento estocástico proporcional, que implica que siempre:

$$L^s > L^r_i = k_i L^s, \quad i=2,\ldots,n,$$

pues las constantes de racionamiento se eligen de modo que:

$$1 = k_1 > k_2 > k_3 > \ldots > k_{n-1} > k_n = 0.$$

Debe maximizarse:

$$(27) \quad \sum_{i=1}^{n} P_i U^i(c^i, T-k_i L),$$

con respecto a c^i ($i=1,\ldots,n$) y L, sujeto a:

$$(28) \quad c^i p = \tilde{w} k_i L + \tilde{Y}, \quad i=1,\ldots,n.$$

La función de Lagrange es:

$$(29) \quad \sum_{i=1}^{n} P_i U^i(c^i, T-k_i L) + \sum_{i=1}^{n} v_i(c^i p - \tilde{w} k_i L - \tilde{Y}),$$

donde los v_i son multiplicadores, con lo que las condiciones necesarias para un máximo interior son:

$$(30) \quad P_i U^i_g + v_i p_g = 0, \quad i=1,\ldots,n, \quad g=1,\ldots,m;$$

$$(31) \quad -\sum_{i=1}^{n-1} (P_i U^i_\theta + \tilde{w} v_i) k_i = 0;$$

$$(32) \quad c^i p - \tilde{w} k_i L - \tilde{Y} = 0, \quad i=1,\ldots,n.$$

Nótese que también aquí puede deducirse:

$$(33) \quad U^i_h / U^i_f = p_h / p_f, \text{ para todo } h \neq f, \text{ y para todo } i,$$

a partir de (30).

Sin embargo, no puede obtenerse una expresión análoga a (16). De la ecuación de f en (30), para el estado j y de (31):

$$(34) \quad \left(\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i U^i_\theta\right) / P_j U^j_f = (\tilde{w}/p_f) \sum_{i=1}^{n-1} (v_i/v_j) k_i.$$

Por otra parte de (30):

$$(35) \quad (v_i/v_j) = (P_i/P_j)(U^i_f/U^j_f),$$

y finalmente (31) se transforma en:

$$(31') \quad -\sum_{i=1}^{n-1} (U^i_\theta - U^i_f \tilde{w}/p_f) P_i k_i = 0.$$

Por consiguiente, (32), (33) y (31') constituyen un sistema de $n+(m-1)n+1 = nm+1$ ecuaciones, para determinar las nm cantidades c_g^i y L.

Si se cumplen las condiciones de segundo orden se determina un máximo. Además, en ese caso, el Teorema de la Función Implícita permite deducir las funciones de demanda de mercancías y de oferta de trabajo:

$$(36)\quad c^i = c^i(p,\tilde{w},\tilde{Y},P_1,\ldots,P_{n-1},k_2,\ldots,k_{n-1}),\ i=1,\ldots,n-1,$$

$$(37)\quad c^n = c^n(p,Y),$$

$$(38)\quad L^s = L^s(p,\tilde{w},\tilde{Y},P_1,\ldots,P_{n-1},k_2,\ldots,k_{n-1}).$$

La inclusión de w, de las probabilidades y de las constantes de racionamiento en (36) y (38) se debe a que L es un argumento de las U_g^i ($i=1,\ldots,n-1$), y a la estructura de (31'). En cambio, las c_g^n pueden determinarse independientemente mediante un subsistema:

$$c^n p = \tilde{Y},$$

$$U_h^n/U_f^n = p_h/p_f, \text{ para todo } h\neq f$$

en el que no juegan ningún papel las P_i ni las k_i.

Sobre la base de la hipótesis S_1 puede asegurarse que también las c^i son invariables con el transcurso del tiempo (siempre que no cambien $\tilde{w}$, p o $\tilde{Y}$). En efecto, si el individuo ha trabajado $k_i L^s$ unidades, entonces podría reformular las probabilidades de todos los estados estableciendo que:

$$P_j = 0, \text{ para } j=i,\ldots,n,$$

y tomando P_j para $j=1,\ldots,i-1$. Por ejemplo, supóngase que sólo hay dos estados de la naturaleza, con $k_1=1$ y $k_2=x^o$; si el individuo ya trabajó más que $x^o L^s$ sabe que para él $P_1=1$ y $P_2=0$.

El problema de maximización es:

$$(39)\quad \underset{c^t}{\text{Maximizar}} \sum_{t=1}^{i-1} P_t U^t(c^t, T-k_t L^s),$$

sujeto a:

(40) $c^t p = \tilde{w}k_t L^s + \tilde{Y}$, $t=1,\dots,i-1$.

Como $\underline{L}^s$ es el mismo valor que aparece en (32) y (33), el sistema de condiciones de primer orden es:

(41) $U_h^t/U_f^t = p_h/p_f$, para todo $\underline{h \neq f}$, y todo $\underline{t}$,

y (40) tiene sus mismas soluciones.

El argumento descansa en que la maximización de una suma ponderada de funciones independientes entre sí equivale a su maximización por separado.

De ocurrir un estado con un valor de $\underline{k}$ no previsto, $\underline{k}^+$, el agente debería hallar el máximo de:

$$U(c, T-k^+L^o),$$

sujeto a:

$$cp = \tilde{w}k^+L^o + \tilde{Y},$$

teniendo en cuenta que $\underline{L}^s$ no puede revisarse. Adviértase que aún en este caso el individuo se ubicará sobre su sendero de expansión.

Si se cumple $\underline{S_2}$, también podría realizarse el análisis en el caso en que cada estado de la naturaleza tiene asociado un $\underline{\tilde{w}_i}$, obteniéndose las funciones:

$$c^i = c^i(p, \tilde{w}_i, \tilde{Y}, P_1, \dots, P_{n-1}, k_2, \dots, k_{n-1}),\ i=1,\dots,n-1,$$

$$L^s = L^s(p, \tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_{n-1}, \tilde{Y}, P_1, \dots, P_{n-1}, k_2, \dots, k_{n-1}).$$

Apéndice D

Decisión de oferta de trabajo con numerosas mercancías: reducción a una única elección sobre el trabajo.

Supóngase que el sistema de racionamiento es estocástico proporcional, como el descripto en el Apéndice C. Siguiendo un procedimiento sugerido por Pollak (35), intentaré comprobar que es posible reducir la decisión de oferta de trabajo y de demanda de mercancías a una sola, referida a la elección de la cantidad de trabajo por realizar. El caso de racionamiento proporcional incluye al no proporcional.

Indicaré con:

(1) $w_i = \tilde{w}_i/p_f,\ Y = \tilde{Y}/p_f,\ q_h = p_h/p_f,$

considerando entonces que cada estado de la naturaleza tiene asociado un salario monetario $\tilde{w}_i$; obviamente, $q_f = 1$.

El problema de maximización de la utilidad esperada es:

(2) $\underset{(c^i,L)}{\text{Maximizar}} \sum_{i=1}^{n} P_i U^i(c^i, T-k_iL) = EU,$

sujeto a:

(3) $c^i q = w_i k_i L + Y,\ i=1,\ldots,n,$

donde q es un vector columna de los precios relativos.

Formando la función de Lagrange:

(4) $EU + \sum_{i=1}^{n} v_i(c^i q - w_i k_i L - Y),$

donde los v_i son multiplicadores, las condiciones necesarias para un máximo pueden escribirse:

(5) $P_i U_g^i + v_i q_g = 0,\ i=1,\ldots,n,\ g=1,\ldots,m,$

(6) $-\sum_{i=1}^{n-1} (P_i k_i U_\theta^i + v_i w_i k_i) = 0,$

junto con (3).

Es posible deducir de (5):

(5') $U_h^i/U_f^i = p_h/p_f$, para todo $\underline{h \neq f}$ y para todo $\underline{i}$,

y de la ecuación de $\underline{f}$ en (5), para el estado $\underline{j}$, y de (6):

(7) $\left(\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i U_\theta^i\right)/P_j U_f^j = \sum_{i=1}^{n-1} (v_i/v_j) w_i k_i$;

como de (5) se obtiene:

(8) $v_i/v_j = (P_i/P_j)(U_f^i/U_f^j)$,

y finalmente (6) se transforma en:

(6') $-\sum_{i=1}^{n-1} (U_\theta^i - U_f^i w_i) P_i k_i = 0.$

En consecuencia, (3), (5') y (6') constituyen un sistema de $\underline{n+(m-1)n+1 = nm+1}$ ecuaciones para determinar las $\underline{nm}$ $\underline{c_g^i}$ y $\underline{L}$. Alternativamente, (3), (5) y (6) permiten determinar también los $\underline{n}$ $\underline{v}^i$.

Además, el Teorema de la Función Implícita permite deducir las funciones de demanda de mercancías y de oferta de trabajo, cuando se cumplen las condiciones de segundo orden para un máximo.

Considérese ahora el problema de maximización, con $\underline{L}$ dado:

(9) $\underset{c^i}{\text{Maximizar}} \sum_{i=1}^{n} P_i U^i(c^i, T-k_i L)$,

sujeto a (3).

Las condiciones necesarias para un máximo, con $\underline{L}$ dado son:

(10) $U_h^i/U_f^i = q_h$, para todo $\underline{h \neq f}$, y para todo $\underline{i}$,

además de:

(11) $c^i q = w_i k_i L + Y$, $i=1,\ldots,n$,

es decir, $\underline{n(m-1)+n=nm}$ ecuaciones para determinar las $\underline{nm}$ $\underline{c_g^i}$.

Si se cumplen las condiciones de segundo orden, por aplicación del Teorema de la Función Implícita se deducen las funciones de demanda:

(12) $c^i = c^i(w_i k_i L+Y, q)$, $i=1,\ldots,n$.

Reemplazando estas funciones en la utilidad esperada se obtiene una función que sólo depende de $\underline{L}$:

(13) $\sum_{i=1}^{n} P_i U^i\ c^i(w_i k_i L+Y,q), T-k_i L = \sum_{i=1}^{n} P_i \tilde{U}^i(w_i k_i L+Y, T-k_i L),$

donde la nueva función de utilidad tiene las propiedades:

(14) $\tilde{U}^i_y = \sum_{g=1}^{m} U^i_g(\partial c^i_g/\partial y^i),$

(15) $\tilde{U}^i_\theta = U^i_\theta,$

y en las que:

$y^i = w_i k_i L + Y.$

Nótese que las funciones $\underline{c}^i$ dependen de $\underline{q}$, y por lo tanto, un cambio en los precios relativos puede implicar una alteración en la nueva función $\underline{\tilde{U}}^i$.

Por otra parte, derivando (11) con respecto a $\underline{L}$:

(16) $\sum_{g=1}^{m} U^i_g(\partial c^i_g/\partial y^i)/U^i_f = 1,$

si se tiene en cuenta (10). Por consiguiente:

(17) $\sum_{g=1}^{m} U^i_g(\partial c^i_g/\partial y^i) = U^i_f = \tilde{U}^i_y > 0.$

Debe demostrarse que, para cada $\underline{q}$, la maximización de $\sum P_i \tilde{U}^i$, con respecto a $\underline{L}$, implica la maximización de $\sum P_i U^i$, con respecto a $\underline{L}$ y a los $\underline{c}^i$.

La condición necesaria para un máximo de:

(18) $\sum_{i=1}^{n} P_i \tilde{U}^i(w_i k_i L+Y, T-k_i L),$

es:

(19) $\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i (w_i \tilde{U}^i_y - \tilde{U}^i_\theta) = 0,$

y la condición de segundo orden:

(20) $\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i^2\ (w_i^2 \tilde{U}^i_{yy} - 2w_i \tilde{U}^i_{y\theta} + \tilde{U}^i_{\theta\theta}) < 0.$

Defínase ahora los siguientes multiplicadores:

(21) $v_i = -P_i \tilde{U}^i_y / p_f$, $i=1,\ldots,n.$

Dado que las $\underline{c}^i$ cumplen (10) y (11) también verifican (5') y (3). Además (17) determina que (19) pueda escribirse:

(22) $\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i (w_i \tilde{U}_f^i - \tilde{U}_\theta^i) = 0,$

si se toma en consideración (14) y (15).

Por ende, por definición de los $\underline{v}_i$:

(23) $-\sum_{i=1}^{n-1} (P_i U_\theta^i + v_i w_i) k_i = 0,$

es decir, (6).

Además, (10) puede escribirse:

(24) $P_i U_g^i - P_i U_f^i (p_g/p_f) = 0,$

y en consecuencia:

(25) $P_i U_g^i + v_i q_g = 0,$

es decir, (5).

¿Qué ocurre con las condiciones de segundo orden?.

Por definición -(14) y (15)-:

(26) $w_i^2 U_{yy}^i - 2w_i U_{y\theta}^i + U_{\theta\theta}^i = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} U_{gh}^i (\partial c_g^i/\partial y^i)(\partial c_h^i/\partial y^i) w_i^2 +$

$+ \sum_{g=1}^{m} U_g^i (\partial^2 c_g^i/\partial y^{i^2}) w_i^2 - 2\sum_{g=1}^{m} U_{g\theta}^i (\partial c_g^i/\partial y^i) w_i + U_{\theta\theta}^i < 0,$

$i=1,\dots,n-1.$

Derivando (16), teniendo en cuenta (10):

(27) $\sum_{g=1}^{m} q_g (\partial^2 c_g^i/\partial y^{i^2}) = 0,$

y teniendo en consideración que $\underline{q}_g$ no depende de $\underline{L}$, se deduce así que el segundo término del lado derecho de (26) es nulo.

Por lo tanto, (20) implica:

(28) $\sum_{i=1}^{n-1} P_i k_i^2 \Big[\sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} U_{gh}^i (\partial c_g^i/\partial y^i)(\partial c_h^i/\partial y^i) w_i^2 -$

$-2w_i \sum_{g=1}^{m} U_{g\theta}^i (\partial c_g^i/\partial y^i) + U_{\theta\theta}^i \Big] < 0,$

a la que puede añadirse:

(29) $P_n \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} U_{gh}^n (\partial c^i/\partial y^i)(\partial c_h/\partial y^i) < 0,$

que es la condición de segundo orden referida al máximo del subsistema independiente que determina las $\underline{c}^n$, de modo que la suma corresponde a la forma cuadrática de las condiciones de segundo orden para (2).

Bibliografía

(1) Apostol, T.M., Mathematical Analysis, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1973.

(2) Archibald, G.C., "The Factor Gap and the Level of Wages", Economic Record, November, 1954.

(3) Archibald, G.C., "The Qualitative Content of Maximizing Models", 1965, reproducido en M. Morishima (34).

(4) Arrow, K., Essays in the Theory of Risk Bearing, North-Holland, Amsterdam, 1970.

(5) Ashenfelter, O., "Unemployment as Disequilibrium in a Model of Aggregate Labor Supply", Econometrica, April, 1980.

(6) Azariadis, C., "Implicit Contracts and Underemployment Equilibria", Journal of Political Economy, December, 1975.

(7) Barzel, Y., y McDonald, R.J., "Assets, Subsistence and the Supply Curve of Labor", American Economic Review, September, 1973.

(8) Becker, G.S., "A Theory of the Allocation of Time", Economic Journal, 75, 493-517, 1965.

(9) Bergman, B.R., y Adelman, I., "The 1973 Report of the President's Council of Economic Advisers: The Economic Role of Women", American Economic Review, September, 1973.

(10) Block, M.K., y Heineke, J.M., "The Allocation of Effort under Uncertainty: The Case of Risk-Averse Behavior", Journal of Political Economy, March-April, 1973.

(11) Bour, J.L., "Comentario a 'La tasa de desempleo como argumento de la función de oferta de trabajo' ", Anales de la Asociación Argentina de Economía Política, Mar del Plata, 1980.

(12) Bour, J.L., y Chisari, O.O., "Informalidad en el mercado de trabajo urbano en Argentina", FIEL, 1979.

(13) Clower, R.W., "The Keynesian Counter-Revolution: A Theoretical Appraisal", en F.H.Hahn y F.P.R.Brechling, eds., The Theory of Interest Rates, Macmillan, Londres, 1965.

(14) Cramer, H., Métodos Matemáticos de Estadística, trad. de E.Cansado, Aguilar, Madrid, 1960.

(15) Devine, E., "Manpower Shortages in Local Government Employment", American Economic Review, Proc. 59, May, 1969.

(16) Diamond, P.A., y Stiglitz, J.E., "Increases in Risk and in Risk Aversion", Journal of Economic Theory, 8, 337-360, 1974.

(17) Diamond, P.A., y Yaari, M., "Implications of the Theory of Rationing for Consumer Choice Under Uncertainty", American Economic Review, 62, 333-343, 1972.

(18) Ehrenberg, R.G., "Heterogeneous Labor, Minimum Hiring Standards, and Job Vacancies in Public Employment", Journal of Political Economy, November-December, 1973.

(19) Feldstein, M., "Temporary Layoffs in the Theory of Unemployment", Journal of Political Economy, vol. 84, 5, 1976.

(20) Fernández-Pol, J.E., Lecciones de Programación No Lineal, Macchi, Buenos Aires, 1980.

(21) Grandmont, J.M., "Temporary General Equilibrium Theory", Econometrica, April, 1977.

(22) Green, J., "On the Theory of Effective Demand", Economic Journal, June, 1980.

(23) Gronau, R., "The Intrafamily Allocation of Time: The Value of the Housewives Time", American Economic Review, September, 1973.

(24) Grossman, H.I., "Aggregate Demand, Job Search and Employment", Journal of Political Economy, November-December, 1973.

(25) Hamermesh, D.S., "Unemployment Insurance and Labor Supply", International Economic Review, October, 1980.

(26) Hanoch, G. y Levy, H., "The Efficiency Analysis of Choices Involving Risk", Review of Economic Studies, 36, 335-346, 1969.

(27) Hartley, M.J., y Revankar, N.S., "Labor Supply Under Uncertainty and the Rate of Unemployment", American Economic Review, March, 1974.

(28) Hicks, J.R., La Teoría de los Salarios, trad. A.Pedrós Abelló, Labor, Barcelona, 1973.

(29) Luce, R.D., y Raiffa, H., Games and Decisions, Wiley, New York, 1957.

(30) McCall, J.J., "Probabilistic Microeconomics", Bell Journal of Economics, 403-433, 1971.

(31) Morishima, M., et al., Theory of Demand Real and Monetary, Oxford at the Claredon Press, 1973.

(32) Murata, Y., Mathematics for Stability and Optimization of Economic Systems, Academic Press, New York, 1977.

(33) Negishi, T., Microeconomic Foundations of Keynesian Economics, North-Holland, Amsterdam, 1980.

(34) Pissarides, C.A., Labour Market Adjustment, Cambridge Un. Press, Cambridge, 1976.

(35) Pollak, R., "Conditional Demand Functions and Consumption Theory", Quarterly Journal of Economics, vol. 83, 60-78, 1969.

(36) Pratt, J.W., "Risk Aversion in the Small and in the Large", Econometrica, January, 1964.

(37) Rothschild, M., y Stiglitz, J.E., "Increasing Risk I: A Definition", Journal of Economic Theory, 2, 225-243, 1970.

(38) Rothschild, M., y Stiglitz, J.E., "Increasing Risk II: Its Economic Consequences", Journal of Economic Theory, 3, 66-84, 1971.

(39) Samuelson, P.A., "General Proof that Diversification Pays", Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2, 1-13, 1967.

(40) Samuelson, P.A., Fundamentos del Análisis Económico, trad. U.Bacic, El Ateneo, Buenos Aires, 1971.

(41) Sandmo, A., "The Effect of Uncertainty on Saving Decision", Review of Economic Studies, July, 1970.

(42) Sandmo, A., "On the Theory of the Competitive Firm under Price Uncertainty", American Economic Review, March, 1971.

(43) Seater, J.J., "A Unified Model of Consumption, Labor Supply and Job Search", Journal of Economic Theory, 14, 349-372, 1977.

(44) Shishko, R., y Rostker, B., "The Economics of Multiple Job Holding", American Economic Review, June, 1976.

(45) Sjoquist, D.L., "Labor Supply Under Uncertainty: Note", American Economic Review, December, 1976.

(46) Svensson, L.E.O., "Effective Demand and Stochastic Rationing", Review of Economic Studies, January, 1980.

(47) Theil, H., Economic Forecasts and Policy, North-Holland, Amsterdam, 1961.

(48) Theil, H., Optimal Decision Rules for Government and Industry, North-Holland, Amsterdam, 1964.

(49) Tressler, J.H., y Menezes, C.F., "Labor Supply and Wage Rate Uncertainty", Journal of Economic Theory, 23, 425-436, 1980.

(50) Yaniv, G., "Labor Supply Under Uncertainty: Note", American Economic Review, March, 1979.

(51) Zangwill, W.I., Nonlinear Programming: A Unified Approach, Prentice-Hall, New Jersey, 1969.