El seguro en caso de vida como operación de inversión

Melinsky, Eduardo

1987

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

DOCTORADO EN CIENCIAS ECONOMICAS

TESIS DOCTORAL

TITULO: "EL SEGURO EN CASO DE VIDA COMO OPERACION DE INVERSION"

AUTOR: EDUARDO MELINSKY

REGISTRO Nº: 101.818

ORIENTACION: CIENCIAS ACTUARIALES

CONSEJERO DE TESIS: DR. RAUL JOSE ROCA
PROFESOR TITULAR CONSULTO

FECHA: NOVIEMBRE DE 1987

A mi padre, Elías Melinsky, con quién lamentablemente no puedo compartir esta etapa de mi vida.

ORIGINAL

INDICE

INTRODUCCION

Este trabajo de Tesis Doctoral tiene como objetivo establecer los límites de actuación de los mercados financiero y asegurador para el caso de las inversiones a largo plazo.

Se compara así las operaciones financieras y vitalicias de constitución de capitales mediante imposición inicial única o imposiciones anuales constantes durante el plazo de vigencia del plan.

Como planes vitalicios se consideran:

a) Seguro de "Capital Diferido", tal que el asegurado mediante el pago de las primas trasnfiere al asegurador el riesgo del plan que consiste en el pago del capital si el asegurado alcanza con vida una edad predeterminada.

b) Seguro de "Capital Diferido con Contraseguro", que a diferencia del primero en caso de fallecimiento del asegurado con anterioridad a la edad predeterminada se entrega a los beneficiarios el importe de las primas pagadas.

Tales planes son representativos de las operaciones vitalicias de riesgo diferido (ejemplo: Plan de "Renta Vitalicia de riesgo diferido") asimilables a operaciones de inversión y comparables por ende con las operaciones financieras. Y desde ya, la metodología utilizada puede ser aplicada a otros planes, acorde con la naturaleza específica de los mismos.

Se toma como premisa que la tasa de interés técnica utilizada por el asegurador es concordante con las tasas de interés del mercado financiero para operaciones de depósito a largo plazo. En consecuencia, la rentabilidad a obtener en caso de supervivencia del asegurado - rentabilidad ex-post- no debe ser inferior a aquélla. Tal consideración implica que los recargos aplicables por el asegurador para obtener las primas de tarifa deben ser acotados para que la operación vitalicia sea competitiva con la operación financiera y se compense el riesgo corrido en la operación vitalicia.

La notación utilizada en este trabajo es la de aplicación en la enseñanza de la Matemática Actuarial de los Seguros Personales en nuestra Facultad, la que se halla ampliamente difundida en el mercado asegurador.

Consideramos los capítulos siguientes:

1.- "LA CAPITALIZACION ACTUARIAL":
Se efectua el análisis de los factores de valuación actuariales para prestaciones de pago único o múltiple, determinando los llamados valores actuales y finales. Se centra la atención en el capital asegurado por unidad de prima aportada, lo que es resultante de la llamada "Capitalización Actuarial".

2.- "EL SEGURO DE CAPITAL DIFERIDO":
Presenta las características de la capitalización de las primas de tarifa y se obtiene en consecuencia los valores máximos o cotas de las tasas de recargo aplicables sobre primas puras.

3.- "EL SEGURO DE CAPITAL DIFERIDO CON CONTRASEGURO":

Con carácter introductorio se realiza un estudio del plan para el caso hipotético en que no se operase con recargos, a los efectos de analizar las consecuencias de la cobertura de contraseguro en la capitalización actuarial. Finalmente se analiza la capitalización utilizando primas de tarifa y se obtienen los valores máximos de las tasas de recargo aplicables sobre primas puras.

4.- "LA COBERTURA DE CONTRASEGURO":

Se analiza la cobertura de contraseguro como operación independiente de la principal, es decir que el asegurador por un lado ha de contar con las tarifas para sus distintos planes - sin contraseguro - y por otro contará con una tarifa única de cobertura de contraseguro, aplicable por unidad de prima de tarifa de cualquier plan. Sin perjuicio de ello se determina también la vinculación entre las primas de tarifa del contraseguro y los valores máximos de las tasas de recargo aplicables a las operaciones vitalicias; en este caso al Seguro de Capital Diferido.

5.- "CONCLUSIONES":

Se resaltan las consecuencias teórico prácticas del Estudio realizado.

Se han elaborado ejemplos que permiten visualizar el comportamiento de los valores máximos de las tasas de recargo y de las primas de la operación de contraseguro, utilizando dos hipótesis de tasa de interés técnica anual (3% y 6%) y dos hipótesis sobre el comportamiento de la mortalidad, sobre la base de las Tablas de Mortalidad: Commissioners Standard Oddinary-1958 y la Individual Annuity Mortality-1971 (alta y baja mortalidad respectivamente). Se ha considerado dos edades y dos plazos, conforme con la contratación habitual de seguros en caso de vida a largo plazo, sin perjuicio de que la aplicación práctica requiere computar todo el rango de edades y plazos considerados.

Por último se aclara que los valores monetarios a tratar se consideran en moneda constante, es decir que de encontrarnos con condiciones inflacionarias se presume la existencia de una cláusula de ajuste integral por corrección monetaria.

I.- LA CAPITALIZACION ACTUARIAL

1.- Factores de Valuación de Pagos únicos:

Al estudiarse el plan de seguro de "Capital Diferido", el cálculo de la prima pura única se realiza por aplicación del factor de actualización actuarial para el caso de vida "$E(x;n)$", que es función de la edad de contratación "x", el plazo del plan "n" y de las bases técnicas del asegurador (tasa de interés anual técnica y tabla de mortalidad). De esta manera la prima pura única del seguro de capital diferido, por unidad de capital asegurado, "$P(x;1)$", resulta igual a:

$$P(x;1) = 1 \cdot E(x;n) = (1+i)^{-n} \cdot p(x;n) = (1+i)^{-n} \cdot \frac{l(x+n)}{l(x)} = D(x)^{-1} \cdot D(x+n) \; ; \qquad (I.1)$$

se destaca que:

a) la prima pura única es menor que el capital asegurado:

$$P(x;1) < 1 \qquad (I.2)$$

b) la prima pura única es menor que los factores de actualización financiero y biométrico:

$$P(x;1) < (1+i)^{-n} = 1 - df(o,n) \qquad (I.3)$$

$$P(x;1) < p(x;n) = 1 - q(x;o;n) \qquad (I.4)$$

c) así la prima pura única puede ser expresada en función de las tasas de descuento financiera y biométrica, correspondientes al plazo de la operación:

$$P(x;1) = E(x;n) = 1 - df(o,n) - q(x;o;n) + df(o,n) \cdot q(x;o;n) \qquad (I.5)$$

Considerada la operación de seguro como operación de inversión, tenemos que el asegurado invierte el importe de la prima pura – $E(x;n)$ – y recibe al fin del plazo en caso de supervivencia el importe del capital asegurado – 1 –, la diferencia en valores absolutos entre el capital asegurado y el capital invertido es:

$$1 - E(x;n) = df(o,n) + q(x;o;n) - df(o,n) \cdot q(x;o;n) \; . \qquad (I.6)$$

Desde la óptica de la inversión consideremos cuál es el capital asegurado por unidad de prima aportada, así

$$1 = E^{-1}(x;n) \cdot E(x;n) = E^{-1}(x;n) \cdot P(x;1) \qquad (I.7)$$

obteniéndose el capital asegurado por unidad de prima aportada o factor de capitalización actuarial "$E^{-1}(x;n)$":

$$E^{-1}(x;n) = (1+i)^{n} \cdot p^{-1}(x;n) = (1+i)^{n} \cdot \frac{l(x)}{l(x+n)} = \frac{D(x)}{D(x+n)} \qquad (I.8)$$

corresponde destacar que:

d) el factor de capitalización actuarial es superior al financiero:

$$E^{-1}(x;n) > (1+i)^{n} = 1 + if(o,n) \qquad (I.9)$$

con
$$if(o,n) = \frac{df(o,n)}{1 - df(o,n)} \qquad (I.10)$$

e) el factor de capitalización actuarial es superior al biométrico:

$$E^{-1}(x;n) > p^{-1}(x;n) = 1 + ib(x;n) \qquad (I.11)$$

con
$$ib(x;n) = \frac{q(x;o;n)}{1 - q(x;o;n)} \qquad (I.12)$$

la tasa "ib(x;n)", es la tasa de interés biométrica o tasa de beneficio de supervivencia, y corresponde a las primas aportadas por los asegurados que han fallecido y se reparten entre los supérsites, por unidad de prima aportada.

f) el factor de capitalización actuarial puede ser expresado en función de las tasas de interés financiera y biométrica, correspondientes al plazo de la operación:

$$E^{-1}(x;n) = 1 + if(o,n) + ib(x,n) + if(o,n).ib(x,n), \qquad (I.13)$$

de manera tal que por unidad de prima aportada el asegurado en caso de supervivencia ha de recibir: intereses financieros, intereses biométricos por primas aportadas y también intereses biométricos en atención a los intereses financieros ganados por las primas aportadas por los fallecidos.(intereses mixtos), además del capital aportado.

Por último debe indicarse en este acápite que los factores de valuación analizados gozan de la propiedad de escindibilidad multiplicativa:

$$E(x;n) = E(x;t).E(x+t;n-t) \qquad (I.14)$$

$$E^{-1}(x+t;n-t) = E^{-1}(x;n) . E(x;t) \qquad (I.15)$$

2.- <u>Factores de valuación de pagos múltiples:</u>

Al considerarse el pago de primas puras anuales, durante el plazo del plan, se debe establecer una ecuación de equivalencia actuarial entre la prima pura única y las primas puras anuales, y así es costumbre partir de la ecuación inicial de equivalencia tal que la prima pura única es igual a la suma de los valores actuales actuariales de las primas puras anuales

$$P(x;1) = \sum_{t=0}^{n-1} P(x;n).E(x;t) = P(x;n) . \sum_{t=0}^{n-1} E(x;t) \qquad (I.16)$$

$$= P(x;n) . a(x;o;n)$$

donde "a(x;o;n)" es un factor de actualización actuarial de pagos múltiples, usualmente utilizado en la valuación de las rentas vitalicias. De la ecuación se despeja la prima pura anual:

$$P(x;n) = P(x;1) . a^{-1}(x;o;n) = E(x;n) .a^{-1}(x;o;n) = \frac{D(x+n)}{N(x) - N(x+n)} \qquad (I.17)$$

es importante resaltar que:

a) la suma de las primas puras anuales debe ser superior a la prima pura única

$$n.P(x;n) = n. P(x;1).a^{-1}(x;o;n) > P(x;1) \qquad (I.18)$$

b) el factor de actualización actuarial de pagos múltiples, es menor que el factor financiero homólogo:

$$a(x;o;n) = \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^{-t}. (1 - q(x;o;t)) \qquad (I.19)$$

$$< \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^{-t} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{d} = af(o;n;i) \qquad (I.20)$$

c) el factor de actualización actuarial de pagos múltiples es menor que el factor biométrico homólogo:

$$a(x;o;n) < \sum_{t=0}^{n-1} (1 - q(x;o;t)) = \sum_{t=0}^{n-1} p(x;t) = ab(x;o;n) \qquad (I.21)$$

d) el factor "$a^{-1}(x;o;n)$", lo denominamos factor cuota de amortización actuarial, tal que por unidad de prima pura única determina la prima anual según la edad del asegurado, el pago inmediato, el número de primas anuales y las bases técnicas del asegurador; así

$$a^{-1}(x;o;n) > 1/n \qquad (I.22)$$

$$> af^{-1}(o;n;i) \qquad (I.23)$$

$$> ab^{-1}(x;o;n) \qquad (I.24)$$

Nuevamente si consideramos a la operación de seguro como operación de inversión tenemos que la suma de las primas puras anuales a aportar debe ser menor que el capital asegurado en caso de vida, es decir que:

$$n \cdot P(x;n) < 1 , \tag{I.25}$$

ahora bien para analizar la rentabilidad en función de cada unidad de prima pura anual aportada, debemos establecer una ecuación de equivalencia actuarial entre el capital asegurado y las primas puras anuales, y en este caso es ventajoso utilizar una ecuación final de equivalencia tal que el capital asegurado a la edad "x+n" resultante de aportar "n" primas anuales unitarias desde la edad "x" – S(x;n;1) – es igual a la suma de los montos actuariales de las primas anuales:

$$\begin{aligned} S(x;n;1) &= \sum_{t=0}^{n-1} 1 \cdot E^{-1}(x+t;n-t) \\ &= E^{-1}(x;n) \cdot \sum_{t=0}^{n-1} E(x;t) = E^{-1}(x;n) . a(x;o;n) \end{aligned} \tag{I.26}$$

interesando destacar que:

e) el capital asegurado – en adelante factor de capitalización actuarial de pagos múltiples – es superior al monto financiero de las primas aportadas

$$S(x;n;1) = \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^{n-t} . (1+ib(x+t,n-t) \tag{I.27}$$

$$> \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^{n-t} = \frac{(1+i)^{n} - 1}{d} = Sf(o;n;i) \tag{I.28}$$

$$= (1+i)^{n} . af(o;n;i)$$

f) el factor de capitalización actuarial de pagos múltipes es superior al biométrico homólogo

$$\begin{aligned} S(x;n;1) &> \sum_{t=0}^{n-1} (1+ib(x+t,n-t) = \sum_{t=0}^{n-1} p^{-1}(x+t;n-t) = Sb(x;n;1) \\ &> p^{-1}(x;n) \cdot \sum_{t=0}^{n-1} p(x;t) = p^{-1}(x;n) . ab(x;o;n) \end{aligned} \tag{I.29}$$

g) es de utilidad la siguiente relación, a ser aplicada en el próximo capítulo:

$$\begin{aligned} S(x;n;1) &= \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^{n-t} + \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^{n-t} . ib(x+t;n-t) \\ &= Sf(o;n;i) \cdot [1 + ibp(x;n)] \end{aligned} \tag{I.30}$$

donde "ibp(x;n)" es una tasa de interés biométrico aplicada al factor de capitalización financiero para alcanzar la cuantía del factor actuarial. Téngase presente que:

$$ib(x;n) > ibp(x;n) > ib(x+n-1;1) \tag{I.31}$$

dado que la tasa "ibp(x;n)"es un promedio poderado de las tasas de interés biométricas desde cada edad de aporte hasta el fin del plazo, donde las ponderaciones son los factores de capitalización financieros, así la tasa "ibp(x;n)" es función no sólo del nivel de la mortalidad sino también de la tasa de interés aplicada; a mayor tasa de interés técnica mayor valor de "ibp(x;n)".

h) la prima pura anual por unidad de capital asegurado puede expresarse en función del factor de capitalización múltiple:

$$P(x;n) = E(x;n) \cdot a^{-1}(x;o;n) = S^{-1}(x;n;1) \qquad (I.32)$$

$$< 1/n \qquad (I.33)$$

$$< Sf^{-1}(o;n;i) \qquad (I.34)$$

$$< Sb^{-1}(x;n;1) \qquad (I.35)$$

$$= \frac{Sf^{-1}(o;n;i)}{1+ibp(x;n)} \qquad (I.36)$$

Así "$S^{-1}(x;n;1)$" es un factor cuota actuarial de consititucíón del capital unitario mediante primas anuales en caso de vida.

II.- EL SEGURO DE CAPITAL DIFERIDO

1.- La prima de tarifa en función del capital asegurado:

Al realizar una operación de seguro de "Capital Diferido" entendemos que el asegurado debe abonar primas superiores a la puras, es decir primas de tarifa que incluyen recargos resultantes de trasladar al asegurado las cargas inherentes a la administración, impuestos y comercialización del seguro. A los fines de este trabajo resulta conveniente expresar los recargos en función de las primas puras y sin discriminación de los conceptos intervinientes.

La prima de tarifa única por unidad de capital asegurado es:

$$PT(x;1) = P(x;1) \cdot (1 + h(1;x;n)) = E(x;n) \cdot (1+h(1;x;n)) \qquad (II.1)$$

donde "$h(1;x;n)$" corresponde a la tasa de recargo aplicable sobre prima pura única para la edad "x" de contratación y el plazo "n".

La prima de tarifa anual por unidad de capital asegurado es:

$$PT(x;n) = P(x;n) \cdot (1 + h(n;x;n)) = S^{-1}(x;n;1) \cdot (1+h(n;x;n)) \qquad (II.2)$$

donde "$h(n;x;n)$" corresponde a la tasa de recargo aplicable sobre prima pura anual.

2.- El capital asegurado en función de la prima de tarifa:

En este caso interesa considerar el proceso de capitalización que resulta de aportar cada unidad de prima de tarifa, así:

a) por unidad de prima única de tarifa, el asegurado ha de recibir - capital asegurado-:

$$PT^{-1}(x;1) = \frac{1}{E(x;n).(1+h(1;x;n))} = \frac{E^{-1}(x;n)}{1 + h(1;x;n)}$$

$$PT^{-1}(x;1) = \left(1+if(o,n)\right) \cdot \frac{1 + ib(x;n)}{1 + h(1;x;n)} \qquad (II.3)$$

b) por unidad de prima anual de tarifa, el asegurado ha de recibir:

$$PT^{-1}(x;n) = \frac{S(x;n;1)}{1 + h(n;x;n)} = Sf(0;n;i) \cdot \frac{1 + ibp(x;n)}{1 + h(n;x;n)}$$

$$= \sum_{t=0}^{n-1} \frac{E^{-1}(x+t;n-t)}{1 + h(n;x;n)} \qquad (II.4)$$

3.- Los valores máximos de las tasas de recargo:

Los valores máximos a considerar a continuación surgen de la comparación de operaciones financieras ciertas, con tasa de interés anual igual a la tasa de interés técnica, y la del seguro de "Capital Diferido" para el caso de supervivencia del asegurado, tenemos así:

a) Operaciones a prima única:

$$PT(x;1) = E(x;n) \cdot (1 + h(1;x;n)) < (1+i)^n \qquad (II.5)$$

y

$$PT^{-1}(x;1) = (1 + if(o,n)) \cdot \frac{1 + ib(x;n)}{1+h(1;x;n)} > (1+i)^n \qquad (II.6)$$

luego

$$h(1;x;n) < ib(x;n) \qquad (II.7)$$

entonces, la tasa de recargo tiene acotado su valor máximo en el valor de la tasa de interés biométrica "ib(x;n)", que es función creciente del nivel de la mortalidad y del plazo de la operación.

b) Operaciones a prima anual:

$$PT(x;n) = S^{-1}(x;n;1) \cdot (1 + h(n;x;n)) < Sf^{-1}(o;n;i) \qquad (II.8)$$

$$PT^{-1}(x;n) = Sf(o;n;i) \cdot \frac{1 + ibp(x;n)}{1 + h(n;x;n)} > Sf(o;n;i) \qquad (II.9)$$

luego

$$h(n;x;n) < ibp(x;n) < ib(x;n) \qquad (II.10)$$

entonces, la tasa de recargo tiene acotado su valor máximo en el nivel de la tasa de interés biométrica -promedio- "ibp(x;n)", que es función no sólo del nivel de la mortalidad y el plazo de la operación sino también de la tasa de interés técnica. Además la tasa de recargo máxima aplicable sobre primas anuales es inferior a la aplicable sobre prima única.

4.- Ejemplo:

El Cuadro "A", nos presenta los valores de las tasas máximas de recargo aplicables a la cobertura de"Capital Diferido" a prima unica y anual, en función de las tasas de interés técnicas y de las tablas de mortalidad utilizadas.

Se observa así que: los valores máximos de tasas de recargo son función creciente de la edad, el plazo, la tasa de interés técnica y el nivel de la mortalidad.

CUADRO "A"

PLAN "CAPITAL DIFERIDO"

TASAS MAXIMAS DE RECARGO

1.- OPERACIONES A PRIMA UNICA

Edad	Plazo	CSO-58	IAM-71
35	20	0.125129	0.070722
35	30	0.378393	0.208313
45	20	0.330631	0.188191
45	30	1.191090	0.544082

2.- OPERACIONES A PRIMA ANUAL

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.087051	0.092092	0.051722	0.054415
35	30	0.286002	0.306078	0.161127	0.172074
45	20	0.228296	0.241879	0.130249	0.138105
45	30	0.870417	0.938421	0.400719	0.431315

III.- EL SEGURO DE CAPITAL DIFERIDO CON CONTRASEGURO

Analizamos el caso en que la cobertura de "Capital Diferido" se encuentra complementada con una cobertura adicional de "Contraseguro", es decir que en caso de fallecimiento del asegurado con anterioridad al vencimiento del plan se le entrega a los beneficiarios el importe de las primas pagadas por el asegurado.

Con el objeto de realizar un análisis progresivo estudiamos en primer lugar los casos hipotéticos en los que sólo se opera a prima pura y luego aquéllos que se presentan en la práctica, es decir a prima de tarifa.

1.- Operaciones a prima pura única:

Establecemos en primer lugar la Ecuación de Equivalencia Actuarial (inicial) entre la prima pura única y la cobertura de vida - por unidad de capital asegurado- y la cobertura de muerte - con capital asegurado igual a la prima total del plan - :

$$PC(x;1) = 1 \cdot E(x;n) + PC(x;1) \cdot A(x;o;n) \qquad (III.1)$$

$$PC(x;1) = \frac{E(x;n)}{1 - A(x;o;n)} = \frac{E(x;n)}{E(x;n) + d \cdot a(x;o;n)} > P(x;1) \qquad (III.2)$$

$$= \frac{1}{1 + d \cdot S(x;n;1)} < \frac{1}{1 + d \cdot Sf(o;n;i)} = (1+i)^{-n} \qquad (III.3)$$

La prima pura única resultante "$PC(x;1)$" es superior a la que corresponde a la cobertura de "Capital Diferido", pero menor que la de una operación financiera cierta -"$(1+i)^{-n}$", ello se motiva por el hecho de que se brinda una cobertura adicional por una parte y por otra no se reconoce intereses sobre las primas pagadas en caso de fallecimiento del asegurado.

El capital asegurado por unidad de prima aportada es:

$$PC^{-1}(x;1) = \frac{1 - A(x;o;n)}{E(x;n)} = 1 + d \cdot S(x;n;1) > 1 + d \cdot Sf(o;n;i) = (1+i)^{n} \qquad (III.4)$$

así se nota claramente que el asegurado recibe un importe superior al que resulta de la operación financiera, que comprende intereses financieros, biométricos y mixtos, siendo éstos dos últimos atenuados dados que los supérsites sólo se benefician por los intereses no percibidos por los fallecidos. El beneficio del asegurado por unidad de capital aportado es igual a la capitalización actuarial de los intereses periódicos financieros de las primas aportadas.

2.- Operaciones a prima de tarifa única:

La prima de tarifa única para una cobertura de "Capital Diferido" con "Contraseguro", surge de la Ecuación de Equivalencia Actuarial siguiente que vincula los costos de las coberturas y los recargos aplicables a la cobertura de vida "hv(1;x;n)" y los aplicables a la cobertura de muerte "hm(1;x;n)":

$$PTC(x;1) = 1.\ E(x;n).\ (1+hv(1;x;n)) + PTC(x;1).A(x;o;n).\ (1+hm(1;x;n)) \qquad (III.5)$$

$$PTC(x;1) = \frac{(1+hv(1;x;n)).E(x;n)}{1-(1+hm(1;x;n)).A(x;o;n)} = \frac{PT(x;1)}{1-PTM(x;1)} \qquad (III.6)$$

siendo "PT(x;1)" la prima de tarifa de un seguro de "Capital Diferido" y "PTM(x;1) la prima de tarifa de un seguro "Temporario de Muerte".

El capital asegurado por unidad de prima de tarifa resulta:

$$PTC^{-1}(x;1) = \frac{1-(1+hm(1;x;n)).A(x;o;n)}{(1+hv(1;x;n)).E(x;n)} = \frac{1-PTM(x;1)}{PT(x;1)} \qquad (III.7)$$

3.- Los valores máximos de las tasas de recargo con prima única:

Conforme con lo señalado en el capítulo anterior, planteamos las desigualdades con referencia a las operaciones financieras:

$$PTC(x;1) < (1+i)^{-n} \qquad (III.8)$$

$$PTC^{-1}(x;1) > (1+i)^{n} \qquad (III.9)$$

de donde:

a) como restricción de orden matemático:

$$1-(1+hm(1;x;n)).A(x;o;n) > 0 \qquad (III.10)$$

y en consecuencia

$$hm(1;x;n) < \frac{1-A(x;o;n)}{A(x;o;n)} \qquad (III.11)$$

b) en el caso en que hv(1;x;n) = hm(1;x;n), se tiene:

$$hv(1;x;n) = hm(1;x;n) < \frac{q(x;o;n) - A(x;o;n)}{p(x;n) + A(x;o;n)} \qquad (III.12)$$

c) en el caso en que hv(1;x;n) $\neq$ hm(1;x;n), tenemos:

$$1 - (1+hm(1;x;n)).A(x;o;n) > (1+hv(1;x;n)).E(x;n).(1+i)^n \qquad \text{(III.13)}$$

$$> (1+hv(1;x;n)).p(x;n)$$

luego:

$$hv(1;x;n) < \frac{1 - (1+hm(1;x;n)).A(x;o;n)}{p(x;n)} - 1 = \frac{q(x;o;n) - (1+hm(1;x;n)).A(x;o;n)}{1 - q(x;o;n)} \qquad \text{(III.14)}$$

$$= (1+ib(x;n)).(1 - PTM(x;1)) - 1$$

si hm(1;x;n) = 0 ,

$$hv(1;x;n) < \frac{1 - A(x;o;n)}{p(x;n)} - 1 = \frac{q(x;o;n) - A(x;o;n)}{1 - q(x;o;n)} \qquad \text{(III.15)}$$

$$= (1 - A(x;o;n)).(1 + ib(x;n)) - 1.$$

Vemos así que la tasa de recargo sobre sobre el costo de la cobertura de vida, "hv(1;x;n)", es una función creciente del nivel de la mortalidad y de la tasa de interés técnica, y función decreciente de la tasa de recargo aplicable sobre el costo de la cobertura de muerte, "hm(1;x;n)".

Por otra parte:

$$hm(1;x;n) < \frac{1 - (1+hv(1;x;n)).p(x;n)}{A(x;o;n)} - 1 = \frac{1 - (1+hv(1;x;n)).p(x;n) - A(x;o;n)}{A(x;o;n)} \qquad \text{(III.16)}$$

si hv(1;x;n) = 0

$$hm(1;x;n) < \frac{q(x;o;n)}{A(x;o;n)} - 1 = \frac{q(x;o;n) - A(x;o;n)}{A(x;o;n)} \qquad \text{(III.17)}$$

así, la tasa de recargo "hm(1;x;n)" es una función netamente creciente de la tasa de interés técnica y decreciente de la tasa de recargo "hv(1;x;n)".

4.- Ejemplo - primas únicas:

El Cuadro "B" nos presenta los valores máximos de las tasas de recargo en operaciones de "Capital Diferido con Contraseguro" a prima única.

Del análisis de los valores presentados surge que:

a) las tasas de recargo máximas aplicables sobre el costo de la cobertura de vida son función creciente de la edad, del plazo, de la tasa de interés técnica y del nivel de la mortalidad, y función decreciente de la tasa de recargo sobre el costo de la cobertura de muerte.

b) las tasas de recargo máximas aplicables sobre el costo de la cobertura de muerte son función creciente del plazo y de la tasa de interés técnica.
Debe observarse al comparar los apartados 1.4 y 1.5, que la tasa de recargo "hv(1;x;n)" reduce el valor máximo de la tasa de recargo "hm(1;x;n)" y a la vez influye sobre la incidencia de la edad y del nivel de la mortalidad.

CUADRO "B"

PLAN "CAPITAL DIFERIDO CON CONTRASEGURO"
A PRIMA UNICA
TASAS MAXIMAS DE RECARGO

1.1.- MAX hv(1;x;n) = hm(1;x;n)

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.035767	0.059691	0.022035	0.036242
35	30	0.138961	0.224579	0.085083	0.133290
45	20	0.082926	0.142986	0.051444	0.086945
45	30	0.304785	0.547319	0.180081	0.299882

1.2.- MAX hv(1;x;n) si hm(1;x;n) = 0.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.038853	0.063377	0.023085	0.037447
35	30	0.168173	0.252787	0.094745	0.142113
45	20	0.101894	0.166460	0.058134	0.095043
45	30	0.511816	0.775034	0.235627	0.356218

1.3.- MAX hv(1;x;n) si hm(1;x;n) = 10.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.030225	0.057202	0.018321	0.034120
35	30	0.147151	0.240226	0.083388	0.135493
45	20	0.079020	0.150043	0.045128	0.085728
45	30	0.443889	0.733429	0.204781	0.337432

1.4.- MAX hm(1;x;n) si hv(1;x;n) = 0.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.450333	1.026329	0.484601	1.125414
35	30	0.799986	2.012535	0.834261	2.146739
45	20	0.445464	1.013948	0.446989	1.020347
45	30	0.753476	1.862813	0.763895	1.896153

1.5.- MAX hm(1;x;n) si hv(1;x;n) = 1.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.334426	0.864390	0.274602	0.824886
35	30	0.752417	1.932921	0.746208	1.995681
45	20	0.401746	0.953036	0.370100	0.912991
45	30	0.738754	1.838778	0.731475	1.842923

5.- Operaciones a prima pura anual:

La Ecuación de Equivalencia Actuarial (inicial) en función del capital asegurado unitario en caso de vida y de capitales asegurados crecientes en caso de muerte conforme con el número de primas aportadas hasta el fallecimiento es:

$$PC(x;n).a(x;o;n) = 1.\ E(x;n) + PC(x;n).AI(x;o;n) \tag{III.18}$$

$$PC(x;n) = \frac{E(x;n)}{a(x;o;n) - AI(x;o;n)} = \frac{P(x;n)}{1 - AI(x;o;n).a^{-1}(x;o;n)} = \frac{P(x;n)}{1 - PI(x;n)} \tag{III.19}$$

donde:

$$AI(x;o;n) = \sum_{t=0}^{n-1} (t+1).A(x;t;1) = a(x;o;n) - n.E(x;n) - d.aI(x;o;n) \tag{III.20}$$

y entonces:

$$PC(x;n) = \frac{E(x;n)}{n.E(x;n) + d.aI(x;o;n)} = \frac{1}{n + d.SI(x;n;1)} \tag{III.21}$$

siendo:

$$n + d.SI(x;n;1) > n + d.SfI(o;n;i) = Sf(o;n;i) \tag{III.22}$$

luego:

$$P(x;n) < PC(x;n) < Sf^{-1}(o;n;i) < 1/n \tag{III.23}$$

El capital asegurado por unidad de prima anual es:

$$PC^{-1}(x;n) = E^{-1}(x;n) . [\, a(x;o;n) - AI(x;o;n)\,] \tag{III.24}$$

$$= E^{-1}(x;n) . \sum_{t=0}^{n-1} [\,E(x;t) - (t+1).A(x;t;1)\,] \tag{III.25}$$

$$= \sum_{t=0}^{n-1} [\, 1 - (t+1).A(x+t;o;1)\,] . E^{-1}(x+t;n-t) \tag{III.26}$$

$$= n + d.SI(x;n;1) < Sf(o;n;i) \tag{III.27}$$

$$< S(x;n;1) \tag{III.28}$$

resumiendo:

$$P^{-1}(x;n) > PC^{-1}(x;n) > Sf(o;n;i) > n \tag{III.29}$$

Observamos que el capital asegurado por unidad de prima aportada es igual al monto actuarial de la diferencia entre la unidad de prima y el costo de la cobertura de muerte correspondiente al año de pago de la prima.

6.- Operaciones a prima de tarifa anual:

La prima de tarifa anual para una cobertura de "Capital Diferido" con "Contraseguro", la obtenemos a partir de la Ecuación inicial de EQuivalencia Actuarial, vinculando el costo de la cobertura de vida y el costo de la cobertura de muerte a capital creciente con las primas anuales, con más los recargos:

$$PTC(x;n) \cdot a(x;o;n) = 1 \cdot E(x;n) \cdot (1+hv(n;x;n)) + PTC(x;n) \cdot AI(x;o;n) \cdot (1+hm(n;x;n)) \qquad (III.30)$$

$$PTC(x;n) = \frac{(1+h(n;x;n)) \cdot E(x;n) \cdot a^{-1}(x;o;n)}{1-(1+hm(n;x;n)) \cdot AI(x;o;n) \cdot a^{-1}(x;o;n)} = \frac{PT(x;n)}{1-PTI(x;n)} \qquad (III.31)$$

siendo "PT(x;n)" la prima de tarifa anual de un seguro de "CApital Diferido" y "PTI(x;n)" la prima de tarifa anual de un seguro "Temporario de Muerte con Capital creciente"(progresión aritmética con razón igual al primer capital).

El capital asegurado por unidad de prima de tarifa anual resulta:

$$PTC^{-1}(x;n) = \frac{1-(1+hm(n;x;n)) \cdot AI(x;o;n) \cdot a^{-1}(x;o;n)}{(1+hv(n;x;n)) \cdot E(x;n) \cdot a^{-1}(x;o;n)} = \frac{1-PTI(x;n)}{PT(x;n)} \qquad (III.32)$$

También a los efectos de un análisis conceptual, consideramos la capitalización progresiva de las primas de tarifa unitarias anuales aportadas:

$$PTC^{-1}(x;n) = \frac{a(x;o;n) - (1+hm(n;x;n)) \cdot AI(x;o;n)}{(1+hv(n;x;n)) \cdot E(x;n)} \qquad (III.33)$$

$$= \frac{\sum_{t=0}^{n-1} \left[E(x;t) - (1+hm(n;x;n)) \cdot (t+1) \cdot A(x;t;1) \right]}{1+hv(n;x;n)} \cdot E^{-1}(x;n) \qquad (III.34)$$

$$= \frac{\sum_{t=0}^{n-1} \left[1 - (1+hm(n;x;n)) \cdot (t+1) \cdot A(x+t;o;1) \right] \cdot E^{-1}(x+t;n-t)}{1+hv(n;x;n)} \qquad (III.35)$$

$$= \frac{1-(1+hm(n;x;n)) \cdot AI(x;o;n) \cdot a^{-1}(x;o;n)}{1+hv(n;x;n)} \cdot S(x;n;1) \qquad (III.36)$$

$$= \frac{1-PTI(x;n)}{1+hv(n;x;n)} S(x;n;1) < S(x;n;1) \qquad (III.37)$$

7.- Los valores máximos de las tasas de recargo con prima anual.:

Establecemos las desigualdades para la determinación de las cotas superiores de las tasas de recargo vinculado la operación de seguro de "Càpital Diferido con Contraseguro" con la operación financiera homóloga, en caso de vida:

$$PTC(x;n) < Sf^{-1}(o;n;i) \quad (III.38)$$

$$PTC^{-1}(x;n) > Sf(o;n;i) \quad (III.39)$$

de donde:

a) como restricción de orden matemático:

$$1 - (1+h(n;x;n)).AI(x;o;n).a^{-1}(x;o;n) > 0 \quad (III.40)$$

luego,

$$hm(n;x;n) < \frac{a(x;o;n)}{aI(x;o;n)} - 1 = \frac{a(x;o;n) - AI(x;o;n)}{AI(x;o;n)} \quad (III.41)$$

b) si hv(n;x;n) = hm(n;x;n), se tiene:

$$hv(n;x;n)=hm(n;x;n) < \frac{1 - PI(x;n) - P(x;n).Sf(o;n;i)}{P(x;n).Sf(o;n;i) + PI(x;n)} \quad (III.42)$$

c) cuando hv(n;x;n) $\neq$ hm(n;x;n), tenemos que:

$$1 - (1+hm(n;x;n)).PI(x;n) > (1+hv(n;x;n)).P(x;n).\ Sf(o;n;i) \quad (III.43)$$

luego:

$$\begin{aligned} hv(n;x;n) &< (1 - (1+hm(n;x;n)).PI(x;n)).(1+ibp(x;n)) - 1 \\ &< (1 - PTI(x;n))\ .\ (1+ibp(x;n)) - 1 \end{aligned} \quad (III.44)$$

si hm(n;x;n) = 0

$$hv(n;x;n) < (1 - PI(x;n)\ )\ .\ (1+ibp(x;n)) - 1 \quad (III.45)$$

$$hm(n;x;n) < \frac{ibp(x;n) - hv(n;x;n)}{(1+ibp(x;n)).PI(x;n)} - 1 \quad (III.46)$$

si hv(n;x;n) = 0

$$hm(n;x;n) < \frac{ibp(x;n)}{(1+ibp(x;n)).PI(x;n)} - 1 \quad (III.47)$$

8.- <u>Ejemplo - primas anuales:</u>

El cuadro "C" presenta los valores máximos de las tasas de recargo aplicables sobre los costos de las coberturas de vida y de muerte utilizando primas anuales. La estructura y variables utilizadas son las misma que las del Cuadro"B" y cabe señalar que conforme con los valores presentados surge que:

a) las tasas de recargo máximasaplicables sobre las primas anuales son menores que las aplicables sobre primas únicas.

b) el comportamiento de las tasas de recargo máximas es homóloga al señalado para los guarismos del Cuadro "B".

CUADRO "C"

PLAN "CAPITAL DIFERIDO CON CONTRASEGURO"
A PRIMA ANUAL
TASAS MAXIMAS DE RECARGO

1.1. MAX hv(n;x;n) = hm(n;x;n)

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.017635	0.033434	0.011052	0.020762
35	30	0.074196	0.140098	0.045352	0.084141
45	20	0.041577	0.080140	0.025273	0.048294
45	30	0.163669	0.329034	0.095328	0.183314

1.2. MAX hv(n;x;n) si hm(n;x;n) = 0.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.018838	0.035332	0.011497	0.021447
35	30	0.088825	0.160494	0.050375	0.090966
45	20	0.049031	0.092140	0.027861	0.052432
45	30	0.263073	0.479903	0.121906	0.221733

1.3. MAX hv(n;x;n) si hm(n;x;n) = 10.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.012017	0.029656	0.007474	0.018150
35	30	0.069107	0.145935	0.039300	0.082855
45	20	0.031104	0.077166	0.017622	0.043864
45	30	0.202338	0.434051	0.094025	0.200775

1.4. MAX hm(n;x;n) si hv(n;x;n) = 0.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.276170	0.622481	0.285799	0.650520
35	30	0.450484	1.102407	0.454842	1.121538
45	20	0.273507	0.615333	0.272104	0.611988
45	30	0.433152	1.046636	0.437232	1.057976

1.5. MAX hm(n;x;n) si hv(n;x;n) = 1.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.129570	0.446301	0.037206	0.347200
35	30	0.399768	1.033719	0.364550	0.998246
45	20	0.217724	0.548550	0.174437	0.495267
45	30	0.416687	1.024827	0.401366	1.010262

IV.- LA COBERTURA DE CONTRASEGURO

1.- Operaciones a prima única:

Al estudiar la cobertura de "Capital Diferido con Contraseguro" hemos establecido la fórmula de la prima de tarifa única, tal que:

$$PTC(x;1) = \frac{PT(x;1)}{1 - PTM(x;1)} \qquad (III.6)$$

donde "PT(x;1)", es la prima de tarifa de un seguro de "capital Diferido", y "PTM(x;1)" es la prima de tarifa de un seguro "Temporario de Muerte". Ahora bien en atención a las condiciones de equivalencia actuarial, al mismo resultado - en cuanto a estructura- se arriba al considerar cualquier cobertura en lugar de la de "Capital Diferido" y "PT(x;1)" pasa así a representar la prima de tarifa de un plan cualquiera sin contraseguro.

Podemos analizar la prima de tarifa con contraseguro en cuanto a sus componentes, a saber:

a) prima de tarifa de la cobertura principal con capital asegurado unitario:

"PT(x;1)"

b) prima de tarifa de la cobertura de muerte, con capital asegurado igual a la prima de tarifa total "PTC(X;1)" :

$$PTC(x;1) - PT(x;1) = PTC(x;1).PTM(x;1) = PT(x;1) \cdot \frac{PTM(x;1)}{1 - PTM(x;1)} \qquad (IV.1)$$

De lo expuesto resulta que la cobertura de contraseguro tiene como prima de tarifa a aquélla correspondiente a una cobertura de muerte con devolución de sus primas de tarifa y con capital asegurado igual a la prima de tarifa del plan principal - sin contraseguro-, por lo tanto si:

$$Ptmc(x;1) = [A(x;o;n) + Ptmc(x;1).A(x;o;n)].(1+hm(1;x;n)) \qquad (IV.2)$$

$$= \frac{A(x;o;n).(1+hm(1;x;n))}{1 - A(x;o;n).(1+hm(1;x;n))} = \frac{PTM(x;1)}{1 - PTM(x;1)} \qquad (IV.3)$$

y entonces:

$$PTC(x;1) = PT(x;1) + PT(x;1) \cdot Ptmc(x;1) \qquad (IV.4)$$

$$= PT(x;1) \cdot [1 + Ptmc(x;1)]$$

Por último la prima pura resultante para la cobertura de contraseguro aplicada al plan principal es:

$$PTC(x;1) \cdot A(x;o;n) = PT(x;1) \cdot \frac{A(x;o;n)}{1-PTM(x;1)} \qquad (IV.5)$$

2.- <u>Operaciones a prima anual:</u>

Siguiendo la misma metodología desarrollada para las operaciones a prima única, tenemos que:

a) la prima de tarifa anual para un plan cualquiera con contraseguro es:

$$PTC(x;n) = \frac{PT(x;n)}{1 - PTI(x;n)} \qquad (III.31)$$

b) la prima de tarifa se compone por la prima de tarifa del plan principal y la prima de tarifa de la cobertura de contraseguro con capital asegurado igual a la prima de tarifa total:

$$PTC(x;n) = PT(x;n) + PTC(x;n) . PTI(x;n) \qquad (IV.6)$$

$$= PT(x;n) + PT(x;n) . \frac{PTI(x;n)}{1 - PTI(x;n)} \qquad (IV.7)$$

c) de donde observamos la posibilidad de calcular la prima de la cobertura de contraseguro por unidad de prima de tarifa del plan principal; mediante una cobertura de muerte con capital creciente a prima anual y devolución de sus primas:

$$Ptmc(x;n).a(x;o;n) = [AI(x;o;n) + Ptmc(x;n).AI(x;o;n)].(1+hm(n;x;n)) \qquad (IV.8)$$

$$Ptmc(x;n) = \frac{AI(x;o;n).(1+hm(n;x;n)).a^{-1}(x;o;n)}{1-AI(x;o;n).(1+hm(n;x;n)).a^{-1}(x;o;n)} = \frac{PTI(x;n)}{1 - PTI(x;n)} \qquad (IV.9)$$

d) en consecuencia la prima de tarifa de la cobertura que incluya el contraseguro se pueda expresar como:

$$PTC(x;n) = PT(x;n) + PT(x;n).Ptmc(x;n) \qquad (IV.10)$$

$$= PT(x;n) . [1 + Ptmc(x;n)]$$

e) la prima pura anual de la cobertura de contraseguro aplicada al plan principal resulta así:

$$PTC(x;n).AI(x;o;n).a^{-1}(x;o;n) = PTC(x;n) . PI(x;n) = PT(x;n) . \frac{PI(x;n)}{1 - PTI(x;n)} \qquad (IV.11)$$

Cabe resaltar que las primas del plan de contraseguro, tanto a prima única como a prima anual son funciones crecientes de la mortalidad, el plazo y la edad de contratación, y como veremos en los ejemplos función decreciente de la tasa de interés técnica.

3.- Relaciones entre coberturas de contraseguro y recargos:

Al estudiar la cobertura do capital diferido se estableció que:

$$PT(x;1) = P(x;1) \cdot (1+h(1;x;n)) < (1+i)^{-n} \quad y \quad h(1;x;n) < ib(x;n) \qquad (II.5)y(II.7)$$

$$PT(x;n) = P(x;n) \cdot (1+h(n;x;n)) < Sf^{-1}(o;n;i) \quad y \quad h(n;x;n) < ibp(x;n) \qquad (II.8)y(II.10)$$

si a la cobertura de capital diferido le adicionamos la cláusula de contraseguro pero utilizando las tarifas de ésta última independientemente de las condiciones de la primera, tenemos:

$$PTC(x;1) = PT(x;1).(1+Ptmc(x;1)) < (1+i)^{-n} \qquad (IV.12)$$

$$= P(x;1).(1+h(1;x;n)).(1+Ptmc(x;1)) < (1+i)^{-n} \qquad (IV.13)$$

$$PTC(x;n) = PT(x;n).(1+Ptmc(x;m)) < Sf^{-1}(o;n;i) \qquad (IV.14)$$

$$= P(x;1).(1+h(n;x;n)).(1+Ptmc(x;n)) < Sf^{-1}(o;n;i) \qquad (IV.15)$$

y en consecuencia:

$$h(1;x;n) < \frac{1+ib(x;n)}{1+Ptmc(x;1)} - 1 = \frac{ib(x;n) - Ptmc(x;1)}{1+Ptmc(x;1)} \qquad (IV.16)$$

$$h(n;x;n) < \frac{1+ibp(x;n)}{1+Ptmc(x;n)} + 1 = \frac{ibp(x;n) - Ptmc(x;n)}{1+Ptmc(x;n)} \qquad (IV.17)$$

Dado que: $$\frac{1}{1+Pmtc(x;1)} = 1 - PTM(x;1) \qquad (IV.18)$$

y $$\frac{1}{1+Ptmc(x;n)} = 1 - PTI(x;n) \qquad (IV.19)$$

las desigualdades estableciendo los valores máximos de los recargos, corresponden a las mismas cotas determinadas para los valores de los recargos sobre la cobertura de vida al tratar el seguro de "Capital Diferido con Contraseguro"

4.- Ejemplo:

El Cuadro "D" ilustra sobre los valores de las primas únicas y anuales de coberturas "independientes" de contraseguro, con dos hipótesis referentes a la aplicación de una tasa de recargo.

Se observa que las primas de la cobertura de contraseguro son funciones crecientes de: la edad, el plazo, la tasa de recargo y el nivel de la mortalidad, y son funciones decrecientes de la tasa de interés técnica. Comportamiento que es típico de una cobertura de muerte.

CUADRO "D"

TARIFAS DEL PLAN DE "CONTRASEGURO"

A.- PRIMAS UNICAS - RECARGO hm(1;x;n) = 0.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.083049	0.058071	0.046563	0.032074
35	30	0.179956	0.100261	0.103739	0.057962
45	20	0.207585	0.140743	0.122912	0.085063
45	30	0.449310	0.234393	0.249634	0.138520

B.- PRIMAS ANUALES - RECARGO hm(n;x;n) = 0.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.066952	0.054823	0.039769	0.032276
35	30	0.181092	0.125451	0.105441	0.074345
45	20	0.170887	0.137107	0.099614	0.081406
45	30	0.480846	0.309831	0.248517	0.171545

TARIFAS DEL PLAN DE "CONTRASEGURO"

A.- PRIMAS UNICAS - RECARGO hm(1;x;n) = 10.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.092119	0.064251	0.051458	0.035395
35	30	0.201580	0.111405	0.115309	0.064130
45	20	0.233184	0.157027	0.136885	0.094372
45	30	0.517492	0.264021	0.281628	0.154513

B.- PRIMAS ANUALES - RECARGO hm(n;x;n) = 10.00%

		CSO-58		IAM-71	
Edad	Plazo	3.00%	6.00%	3.00%	6.00%
35	20	0.074143	0.060638	0.043921	0.035619
35	30	0.202875	0.139749	0.117221	0.082392
45	20	0.191244	0.152914	0.110678	0.090281
45	30	0.555649	0.351711	0.280336	0.191993

V.- CONCLUSIONES

Como resultado de la tarea desarrollada cabe indicar que se tienen las consecuencias teórico prácticas siguientes:

1.- Desde un punto de vista científico se obtienen elementos de análisis de la viabilidad de los planes de seguros en caso de vida en forma comparativa con las operaciones financieras ciertas, en cuanto a los valores máximos de recargos a utilizar.

2.- Desde una óptica pedagógica se brinda elementos para la formación de Profesionales Actuarios integrando desde un punto de vista actuarial (biométrico, económico y financiero) a las operaciones vitalicias y las financieras, estableciendo los aspectos diferenciales entre las mismas en cuanto al proceso de capitalización.

3.- En cuanto a la operatoria de las operaciones de seguro de vida, principalmente para aquéllas de riesgo diferido, se establece una modalidad de tarificación en los casos en que se aplica una"cobertura de contraseguro", que además permite apreciar a simple vista la importancia relativa de cada cobertura considerada en la prima total a pagar. Esta modalidad elimina la necesidad de presentar planes con cobertura mixta (cobertura principal y "cobertura de contraseguro") y la tarificación se presenta considerando la prima de tarifa de la cobertura principal y la prima de tarifa de la"cobertura de contraseguro", que corresponde a la prima de tarifa de un plan con cobertura en caso de muerte, de riesgo inmediato con capital asegurado creciente igual a las primas pagadas por todo concepto.

4.- En lo normativo se establece una base actuarial sobre la cuál la autoridad de contralor del mercado asegurador puede fijar cotas para los valores de primas de las coberturas de seguro en caso de vida.

BIBLIOGRAFIA

Se cita la bibliografía utilizada con caracter general dado que los temas tratados no se encuentran específicamente desarrollados en la literatura actuarial.

Se agrupa los textos por país de origen, y cada uno de ellos ha sido o es utilizado por las Facultades e Institutos de Actuarios en la formación profesional actuarial.

1.- Argentina:

Gonzalez Galé, José "Elementos de Cálculo Actuarial". El Ateneo. Buenos Aires. 1943

2.- Brasil:

Vilamor, W. "Matemática Actuarial". Editora Atlas.SAn Pablo. 1977

3.- Bélgica:

De Vydler, F y Jaumin,C ."Exposé Moderne de la Théorie Mathématique des Operations Viageres". Office des Assureurs de Belgique. Bruselas 1976

4.- Colombia:

Türler, H. "Actuaría - La Matemática del Seguro".Univ. de Bogotá. Bogotá 1972.

5.- Estados Unidos de Norteamérica:

Bowers,N,Gerber,H.U., Hickman J.C., Jones,D.A. y Nesbitt,C.J. "Actuarial Mathematics" Society of Actuaries. Chicago.1984

6.- España:

LasHeras Sanz, A. "Matemática del Seguro". Ed.Dossat. Madrid.1948

7.- Francia:

Richard, P.J., "Teoría y Práctica de las Operaciones de Seguro" Buenos Aires. 1949 - traducción-

Feraud, L. "Mathematiques et Théories Actuarielles". Ed. Dunoud. Paris 1971

Galbrun,H. "Théorie Mathématique des Assurances". Gauthier Villars. París 1930

8.- Gran Bretaña:

Spuergeon, F.F.,"Life Contingencies", Superintendencia de Seguros de la Nación Buenos Aires.1947 - traducción -

Hoocker P.F., y Longley Cook,L.C., "Life Contingencies". Cambridge University Press Cambridge.1953

King., G. "Life Contingencies". Institute of Actuaries. Londres 1902.

Neill A. "Life Contingencies". Heinemann. Londres. 1977

Robertson W.A. y Ross, F.A. "Actuarial Theory". Faculty of Actuaries. Londres 1920

Coe, N.F. y Ogborn,M.E., "Actuarial Practice of Life Insurance". Cambridge University Press, Cambridge. 1952

Fisher H.F. y Young,J. "Actuarial Practice of Life Insurance". Institute of Actuaries Londres 1979.

9.- Italia:

Insolera,F. "Curso de Matemática Financiera y Actuarial". Ed. Aguilar. Barcelona 1950. - traducción-

Levi, Eugenio."Curso de Matemática Financiera y Actuarial". Ed. Bosch. Madrid. 1973 -traducción-

Boggio,T. y Giaccardi, F. "Compendio di Matematica Attuariale". Ed.Giappichelli Torino. 1969.

Broggi, U. "Traité des Assurances sur la vie". Ed. A.Hermann. París. 1907 -traducción al francés-

Urciuoli, V. "Istituzioni di Matematica Attuariale". Casa Ed. Padova. Milán. 1975.