



Universidad de Buenos Aires  
Facultad de Ciencias Económicas  
Biblioteca "Alfredo L. Palacios"



# Ambigüedad y decisiones de cartera

Eduardo Ariel Corso

2015

Cita APA: Corso, A. (2015). Ambigüedad y decisiones de cartera.  
Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires. Facultad de Ciencias Económicas.

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales de la Biblioteca Central "Alfredo L. Palacios".  
Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.  
Fuente: Biblioteca Digital de la Facultad de Ciencias Económicas - Universidad de Buenos Aires

**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS  
DOCTORADO**

**TESIS**

**Ambigüedad y decisiones de cartera**

Alumno: Eduardo Ariel Corso.

Director de Tesis: José María Fanelli.

Miembros del Tribunal de Tesis: Ricardo Bebczuk, Daniel Heymann y Enrique Kawamura.

Fecha de defensa de Tesis: 22 de abril de 2015.

A  
*Marcela,*  
*Tiziana*  
*y*  
*Augusto*

*Agradecimientos:*

Quiero agradecer muy especialmente a Sebastián Katz, con quien tengo la fortuna de trabajar y compartir sus invaluables reflexiones y sugerencias, y la atmósfera intelectualmente motivante que genera. Agradezco también a Tamara Burdisso, José Fanelli y Daniel Heymann. Quiero por último agradecer especialmente a Eugenio Lopez Luksenberg, por sus valiosas sugerencias y comentarios.

## Indice

<b>Sección I. Introducción general</b>	<b>Pág. 4</b>
<b>Sección II. Sobre sinergias y controversias En la génesis y evolución de Los enfoques de cartera</b>	<b>Pág. 12</b>
II.1. Introducción	Pág. 13
II.2. De la revolución marginalista a los enfoques de media-varianza	Pág. 14
II.3. Las críticas a la forma funcional de las demandas tobinianas de activos	Pág. 21
II.4. De las críticas al modelo M-V a los enfoques contemporáneos de selección de cartera	Pág. 24
II.5. Conclusiones de la sección II	Pág. 32
<b>Sección III. Representaciones de preferencias que contemplan ambigüedad</b>	<b>Pág. 33</b>
III.1. Introducción	Pág. 34
III.2. De la paradoja de San Petesburgo a la representación de la ambigüedad	Pág. 34
III.3. Enfoques de decisión bajo ambigüedad	Pág. 49
III.4. Aplicaciones recientes a tópicos financieros de los enfoques que contemplan ambigüedad	Pág. 59
III.5. Conclusiones de la sección III	Pág. 63
<b>Sección IV. Reservas de valor en Argentina: Un análisis retrospectivo</b>	<b>Pág. 64</b>
IV.1. Introducción	Pág. 65
IV.2. Características generales de las tenencias de activos del sector privado no financiero	Pág. 65
IV.3. Las opciones de ahorro de largo plazo hasta mediados de la década del cuarenta	Pág. 69
IV.4. La evolución de las opciones de ahorro a partir de 1946	Pág. 75
IV.5. Consecuencias en términos de composición de cartera y sustitución bruta	Pág. 85
IV.6. Conclusiones de la sección IV	Pág. 88
<b>Sección V. Demandas de activos de reserva de valor en Argentina: Una aplicación de los enfoques tradicionales de selección óptima de cartera</b>	<b>Pág. 90</b>

V.1. Introducción	Pág. 91
V.2. Modelando el problema de asignación de activos	Pág. 92
V.3. Ejercicios propuestos	Pág. 107
V.4. Conclusiones	Pág. 118
<b>Sección VI. Ambigüedad y reservas de valor en Argentina</b>	<b>Pág. 120</b>
VI.1. Introducción	Pág. 121
VI.2. Planteo formal del problema	Pág. 122
VI.3. Una interpretación gráfica del enfoque de preferencias suaves	Pág. 123
VI.4. Aplicación al caso argentino	Pág. 125
VI.5. Conclusiones de la sección VI	Pág. 135
<b>Sección VII. Ambigüedad y retornos de equilibrio</b>	<b>Pág. 136</b>
VII.1. Introducción	Pág. 137
VII.2. Planteo formal del problema	Pág. 137
VII.3. Aplicación al caso argentino	Pág. 145
VII.4. Conclusiones de la sección VII	Pág. 155
<b>Sección VIII. Reflexiones finales</b>	<b>Pág. 156</b>
<b>Apéndices</b>	<b>Pág. 161</b>
Apéndices a la sección II	Pág. 162
Apéndices a la sección V	Pág. 167
Apéndices a la sección VI	Pág. 179
Apéndices a la sección VII	Pág. 182
<b>Anexo Estadístico</b>	<b>Pág. 190</b>
<b>Rutinas</b>	<b>Pág. 220</b>
Rutinas sección V	Pág. 221
Rutinas sección VI	Pág. 229
Rutinas sección VII	Pág. 235
<b>Bibliografía</b>	<b>Pág. 244</b>

## **Sección I**

### **Introducción**

*“...when I defended my dissertation as a student in the Economics Department of the University of Chicago, Professor Milton Friedman argued that portfolio theory was not Economics, and that they could not award me a Ph.D. degree in Economics for a dissertation which was not in Economics. I assume that he was only half serious, since they did award me the degree without long debate. As to the merits of his arguments, at this point I am quiet willing to concede: at the time I defended my dissertation, portfolio theory was not part of Economics. But now it is”.*

*Harry Markowitz, Diciembre de 1990.*

## **I. Introducción**

Desde la representación de la teoría de la utilidad esperada llevada a cabo por John von Neumann y Oscar Morgenstern en 1944, la teoría de decisión bajo incertidumbre ha evolucionado a través de numerosas vertientes. Una de ellas, surgida a partir de la crítica de Ellsberg de 1961 a la teoría de la utilidad esperada, busca representar preferencias sobre las acciones de un agente que enfrenta ambigüedad. A diferencia de un agente que toma decisiones en contextos inciertos –i.e. que desconoce las realizaciones de los estados de la naturaleza pero puede asignarles probabilidades subjetivas únicas–, en presencia de ambigüedad los agentes enfrentan incertidumbre en un sentido más profundo: se trata de incertidumbre sobre las posibles distribuciones subjetivas. Es decir, no sólo desconocen el valor efectivo que tomarán los estados de la naturaleza, sino que no son capaces de asignarles valores de probabilidad únicos a la realización de los mismos.

La presente tesis estudia los efectos de la ambigüedad sobre las decisiones de cartera de un sector privado no financiero expuesto a una historia de elevada volatilidad macroeconómica, entendida como cambios recurrentes en las características estocásticas de la tasa de

crecimiento del ingreso y de la estructura de precios relativos de la economía.

Si bien existe una extensa literatura que refiere a los efectos de la incertidumbre generada por contextos macroeconómicos volátiles sobre las decisiones de cartera del sector privado, los desarrollos que contemplan ambigüedad son escasos, e inexistentes para el caso argentino.

Desde una perspectiva teórica, la hipótesis principal del trabajo es la siguiente:

*H1: La ambigüedad y la aversión por la ambigüedad constituyen dos factores relevantes para comprender aspectos específicos de los comportamientos financieros del sector privado no financiero en economías que han experimentado una historia de elevada volatilidad macroeconómica.*

Adicionalmente, a partir del estudio de la experiencia de la economía argentina, se propone el siguiente conjunto de hipótesis complementarias, que serán utilizadas como mecanismos de corroboración de la hipótesis principal:

*H2: La ambigüedad constituye un factor explicativo relevante para comprender el sesgo a la dolarización observado en la tenencia de activos del sector privado no financiero argentino.*

*H3: La aversión por la ambigüedad constituye un factor explicativo relevante para racionalizar la elevada participación de los inmuebles como reserva de valor en el portafolio del sector privado no financiero argentino.*

*H4: La ambigüedad y la aversión por la ambigüedad pueden constituir factores relevantes para explicar la determinación de los valores de equilibrio de los retornos reales de los activos de bajo riesgo relativo y su diferencial respecto del retorno real de los activos riesgosos.*

Como será demostrado durante el desarrollo de esta Tesis, la teoría convencional de selección óptima de cartera bajo el paradigma de la



utilidad esperada subjetiva permite explicar la composición observada de la cartera del sector privado no financiero argentino. Sin embargo, este resultado se encuentra condicionado, por un lado, a suponer que los agentes forman expectativas a partir de la distribución empírica de los retornos reales considerando un período muestral extenso. Es decir, considerando que los agentes asignan la misma probabilidad de ocurrencia a eventos muy distantes en el tiempo. Por el contrario, si se suponen agentes con memoria corta, de manera de circunscribir al conjunto de información a un contexto específico reciente, la teoría convencional de cartera sólo sería capaz de explicar los lineamientos generales de las tenencias de activos observadas en el caso argentino si se incorporan costos de transacción. Sin embargo, dado que siempre existirá una estructura de costos de transacción que permita replicar las tenencias de portafolio observadas, el resultado de los enfoques convencionales de selección de cartera bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva es en éste sentido, trivial.

De corroborarse alguna de las hipótesis complementarias H2-H4, quedaría automáticamente corroborada la hipótesis H1 de relevancia de la ambigüedad como factor explicativo. Adicionalmente se obtendría una racionalización alternativa de los comportamientos observados, que prescindiría del supuesto de costos de transacción y que permitiría acotar el conjunto de información de los agentes a un contexto macroeconómico específico.

Con respecto al enfoque teórico utilizado para representar decisiones en contextos ambiguos, se asumirán preferencias suaves por la ambigüedad en la tradición de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005 y 2009), aplicadas a distintos criterios de selección de cartera y valuación de activos dependiendo de la hipótesis que se aborde. El enfoque de preferencias suaves presenta un conjunto de características que lo tornan particularmente atractivo entre los diversos enfoques de representación de preferencias que contemplan ambigüedad. Estas características, que se mencionan a continuación, sustentan su elección.

- En primer lugar, se estructura sobre una representación de utilidad esperada subjetiva en la tradición de Savage (1954). Esta característica le brinda un amplio espectro de aplicación,

dado que todo problema representable bajo el paradigma de utilidad esperada subjetiva de Savage, puede ser abordado por el enfoque de preferencias suaves.

- En segundo lugar, establece una clara distinción entre la noción de ambigüedad, de actitud frente a la ambigüedad y de actitud frente al riesgo/incertidumbre.
- En tercer lugar, brinda la posibilidad de asociar a las *distribuciones subjetivas factibles* de determinar las realizaciones de los retornos de los activos en cuestión, con las distribuciones empíricas observadas bajo los diversos regímenes de funcionamiento macroeconómico experimentados.

Previo al abordaje de las Hipótesis 2 y 3, se aplica un enfoque convencional de selección de cartera bajo el paradigma de utilidad esperada subjetiva al problema de selección de activos del sector privado no financiero argentino, a partir de la evolución de los retornos reales de cuatro activos –un depósito a plazo fijo en el sistema financiera local denominado en moneda doméstica, un activo externo denominado en dólares norteamericanos, un inmueble residencial y acciones– en el período 1977-2012. El objetivo es corroborar el hecho que los criterios convencionales permite replicar las tenencias observadas en la actualizad bajo los dos supuestos restrictivos mencionados previamente. Desde una perspectiva metodológica, el problema de selección óptima de cartera se resuelve mediante el criterio de maximización directa de la utilidad esperada a partir de la distribución empírica de los retornos y mediante la maximización del valor esperado de una aproximación de Taylor a la función de utilidad considerando los cuatro primeros momentos del retorno del portafolio. La aplicación de este segundo método permitirá discernir la importancia relativa de cada uno de los momentos en el problema de selección.

Para el estudio de las hipótesis 2 y 3 se aplica el enfoque de preferencias suaves por la ambigüedad al problema estático de selección óptima de

cartera. El criterio utilizado permitirá acotar el conjunto de información relevante a períodos específicos de la etapa considerada.

En el estudio de la Hipótesis 4, se aplican las preferencias suaves por la ambigüedad en su versión recursiva –Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2009)–, a un modelo de valuación de activos de equilibrio general basado en consumo de dos períodos, en la tradición de Lucas (1978). Metodológicamente, el modelo será utilizado para estudiar la determinación del retorno de equilibrio de un activo de bajo riesgo relativo y de las acciones durante el período 2005-2012. La optimización del problema de maximización intertemporal del consumo se realizará asumiendo distribuciones lognormales para las tasas de crecimiento del consumo y para los retornos reales de los activos financieros considerados. Se buscará corroborar la hipótesis mediante la calibración de los parámetros correspondientes al coeficiente de aversión al riesgo y de aversión por la ambigüedad.

Los principales aportes del presente trabajo de tesis son los siguientes:

*Aporte metodológico:*

- Desde una perspectiva metodológica, el principal aporte radica en la aplicación de los modelos de cartera con preferencias suaves por la ambigüedad al estudio de aspectos específicos de la selección óptima de cartera del sector privado no financiero en economías expuestas a una historia de elevada volatilidad macroeconómica. La aplicación de estas preferencias al tópico mencionado carece de antecedentes en la literatura especializada.

*Aportes empíricos:*

- Con respecto a los aportes de carácter empírico, el principal aporte del trabajo consiste en abrir una línea de literatura completamente inexplorada consistente en la adopción del método propuesto para el estudio de las decisiones de cartera en Argentina.
- Adicionalmente, la investigación presenta un profundo trabajo de elaboración de datos, aportando nuevas series temporales para el retorno real de los inmuebles y de las acciones para el período

1977-2012, como así también series correspondientes a las tasas internas de retorno de instrumentos de deuda pública del Tesoro Argentino para el período 1935-1942. También se presenta una serie inédita del retorno real de las acciones con frecuencia anual, para el período 1903-2012.

La estructura de la Tesis es la siguiente: En la sección II se presenta una descripción estilizada del surgimiento y evolución de la teoría de selección óptima de cartera. Por un lado, la sección caracteriza el surgimiento de los enfoques de media y varianza como criterios pioneros y describe las controversias a que dio lugar dicho enfoque, dando origen a los criterios de selección óptima de cartera con momentos de orden superior, de los que el enfoque de media varianza puede ser entendido como un caso particular. Adicionalmente se describe el enfoque de valuación basado en consumo de Lucas, que resultó un punto de inflexión en la disciplina. Por último, la sección enfatiza el hecho que en las últimas dos décadas la teoría de selección óptima de cartera ha cobrado un nuevo impulso, motorizada principalmente por los avances en teoría de decisión bajo incertidumbre, de los que la representación de preferencias en contextos ambiguos resulta un caso particularmente prolífero. En la sección III se describe el surgimiento, evolución y actual estado del arte de la teoría de decisión bajo ambigüedad, y sus aplicaciones en la teoría de selección óptima de cartera. La sección persigue dos objetivos: En primer lugar, presentar una descripción detallada de los diversos enfoques desarrollados hasta la actualidad para modelizar decisiones en contextos ambiguos y presentar las nociones de teoría de decisión bajo incertidumbre y ambigüedad a utilizar a lo largo de la Tesis. En segundo lugar, argumentar que no se encuentra en la literatura aplicaciones de estos enfoques para estudiar los comportamientos de agentes expuestos a ambigüedad generada por una historia de elevada volatilidad macroeconómica. De esta manera, las secciones II y III caracterizan los distintos elementos que constituirán los enfoques teóricos empleados para el estudio de las decisiones de cartera en el caso argentino. En la sección IV se presenta un análisis histórico de la evolución de las principales opciones de reserva de valor del sector privado no financiero argentino. El objetivo

es caracterizar los hechos estilizados cuyo estudio será abordado a lo largo de la Tesis mediante la aplicación de los enfoques teóricos descritos en las secciones II y III. En la sección V se procede a aplicar los enfoques estáticos convencionales de selección de cartera al problema de asignación de activos del sector privado no financiero argentino, caracterizado en la sección IV. El objetivo es mostrar que bajo supuestos restrictivos, los enfoques convencionales de selección óptima de cartera bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva permiten replicar las tenencias del sector observadas actualmente. En la sección VI se aborda el estudio de las hipótesis 2 y 3. Mediante la aplicación del enfoque de preferencias suaves por la ambigüedad a un modelo estático de selección de cartera se muestra que las características de dolarización y demanda de activos inmuebles como una opción no financiera para preservar el valor de la riqueza pueden ser explicadas sin asumir costos de transacción, y acotando el conjunto de información a períodos específicos. La sección VII aborda el estudio de la hipótesis 4. En primer lugar, se describe detalladamente el enfoque teórico consistente en la aplicación de las preferencias suaves recursivas por la ambigüedad a un enfoque de valuación basado en consumo. Posteriormente, se aplica el enfoque a la determinación del retorno de un activo de bajo riesgo relativo y al diferencial con el retorno de las acciones. Por último, en la sección VIII se presentan las reflexiones finales.

## **Sección II**

### **Sobre sinergias y controversias en la génesis y evolución de los enfoques de cartera**

## II.1. Introducción

El objetivo de esta sección es describir las principales características de los enfoques de selección óptima de cartera que serán utilizados y ampliados a lo largo de esta Tesis mediante la aplicación de preferencias que contemplan ambigüedad.

En efecto, como fuera mencionado en la introducción general, en la sección V se utilizan enfoques tradicionales de selección óptima de cartera, resueltos mediante el criterio de maximización directa de la utilidad esperada, y por medio de la maximización del valor esperado de una aproximación de Taylor a la función de utilidad. En la sección VI se aplican las preferencias suaves por la ambigüedad de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005) a un enfoque estático de selección de cartera. Por último, en la sección VII se utilizan las preferencias suaves por la ambigüedad en su versión recursiva de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2009) a un enfoque de valuación de activos basado en consumo en la tradición de Lucas (1978).

Existen numerosas posibilidades para afrontar una sección que caracterice enfoques específicos de selección de cartera. En efecto, en toda rama del conocimiento, el estudio de una literatura específica puede ser abordado desde diversas perspectivas dependiendo del criterio analítico que se utilice. Un criterio interesante para tamizar la literatura de selección óptima de cartera consiste en identificar aquellos elementos cuyos desarrollos hayan sido motivados desde la teoría monetaria, o por el contrario, sean ellos los que actuaron como disparadores de avances en el campo monetario. Más allá del objetivo central de describir los enfoques de cartera que serán empleados en las secciones subsiguientes, la línea exploratoria elegida permite proponer dos objetivos adicionales. En primer lugar, argumentar que el nacimiento de los enfoques de selección óptima de cartera (ESOC) se encuentra profundamente relacionada con avances específicos en teoría monetaria, motivados por la revolución marginalista. En segundo lugar, describir una controversia específica en el seno del enfoque de media-

varianza (MV), cuya solución implicó el surgimiento de una nueva generación de modelos de selección óptima de cartera.

Con este fin, la sección comienza describiendo las sinergias entre la teoría monetaria y los criterios de selección de cartera que dieron origen al enfoque MV para la elección de las tenencias óptimas de activos financieros. Posteriormente, se describen las diversas críticas y debates a los que fueron expuestas las primeras versiones de este criterio de selección, y que derivaron en el desarrollo de una nueva generación de enfoques que toman en cuenta momentos de orden superior.

## **II.2 De la revolución marginalista a los enfoques de media-varianza**

Como fuera mencionado en la introducción, una línea exploratoria para abordar el estudio de la teoría de selección óptima de cartera consiste en identificar aquellos elementos cuyos desarrollos hayan sido motivados desde la teoría monetaria, o por el contrario, sean ellos los que actuaron como disparadores de avances en el campo monetario. Este criterio no es infundado, y descansa en el hecho de que ambos programas de investigación han sido canales a través de los cuales el herramental marginalista permeó en el pensamiento económico. La génesis del ESOC se encuentra enraizada en la teoría económica neoclásica de la década de 1950, y sus representantes pioneros han sido Harry Markowitz (1952), (1956) y (1959), A.D. Roy (1952) y James Tobin (1958), a través del desarrollo de los enfoques de media-varianza como criterios de selección óptima de cartera. La revolución marginalista constituyó una condición *sine qua non* para el surgimiento del ESOC, dado que el mismo es intensivo en la aplicación de técnicas de optimización en el margen. Como se evidencia a lo largo de este trabajo, la teoría monetaria y la teoría moderna de cartera han tenido una profusa interacción durante los primeros treinta años de existencia de esta última, de manera que muchos de los avances observados en ambas corrientes son el resultado de fertilizaciones cruzadas.



En los tiempos de la revolución marginalista en economía, y durante las primeras tres décadas del siglo XX, el estudio de los fenómenos monetarios se vio fuertemente impulsado por los avances acontecidos en el campo de la teoría del valor, cuyo principal objeto de estudio es la determinación de los precios relativos. Un autor sobresaliente en este campo que posteriormente devendría en uno de los principales teóricos monetarios del siglo XX, ha sido Sir John Hicks. Armado del herramental marginalista, en su *Suggestion for Simplifying the Theory of Money* de 1935, Hicks sostuvo que la teoría monetaria debía ser integrada a la teoría del valor. Esta idea, que se encuentra enraizada en el trabajo de León Walras, implicó conceptualmente una diferencia sustancial respecto al pensamiento cuantitativista, en el que las cuestiones monetarias se incorporaban a una estructura de precios relativos dada. En el pensamiento de Hicks, el dinero forma parte del proceso de determinación de precios relativos.<sup>1</sup> En ese mismo trabajo, sugirió que la teoría monetaria no debía basarse en un análisis de las cuentas de ingreso, sino de las cuentas capital. Es decir, en un enfoque de hojas de balance, en clara alusión a la teoría del capital.<sup>2</sup> Adicionalmente, en la Sección IV introdujo en el análisis de la demanda de dinero la noción de riesgo.<sup>3</sup> James Tobin y Don Patinkin recogerían el guante arrojado por Hicks abogando por una *revolución marginalista* para la teoría monetaria, integrando el dinero en la teoría del valor, en lo que se conoce como la tradición Walras-Hicks-Patinkin.

Durante los años en que John Hicks incursionaba en la teoría monetaria, la teoría de la demanda de dinero de Keynes se

---

<sup>1</sup> Una sugerencia en el mismo sentido puede encontrarse en Marschak (1938).

<sup>2</sup> “*My suggestion is that monetary theory needs to be based again upon a similar analysis, but this time, not of an income account, but of a capital account, a balance sheet.*” John Hicks (1935), p. 12.

<sup>3</sup> Específicamente, hizo referencia al rol del riesgo como condicionante de la demanda de activos financieros: “The risk-factor comes into our problem in two ways: first, as affecting the expected period of investment; and second, as affecting the expected net yield of investment” (p.7). En referencia a las fuentes de riesgo, Hicks sostuvo “Where risk is present, the particular expectation of a riskless situation is replaced by a band of possibilities, each of which is considered more or less probable. It is convenient to represent these probabilities to oneself, in statistical fashion, by a mean value, and some appropriate measure of dispersion. (No single measure will be wholly satisfactory, but here this difficulty may be overlooked). (p.8). Sin embargo, en su trabajo de 1935 nunca hizo referencia al concepto de desvío estándar o alguna otra medida específica para referirse al riesgo. De todos modos, constituyó un antecedente directo de los enfoques de cartera en teoría monetaria.

transformaba, partiendo de una visión *Marshalliana* de la teoría cuantitativa<sup>4</sup>, en su *A Tract on Monetary Reform* de 1923, y evidenciando una evolución en su *A Treatise on Money* de (1930) que resultaría en su enfoque de “demanda especulativa” del dinero, noción que salió a la luz en 1936, en el capítulo XV de *The General Theory of Employment, Interest and Money*. De acuerdo con Keynes, si un individuo percibía que el precio de un determinado activo se encontraba en un nivel bajo respecto al precio que esperaba tendría transcurrido un período determinado (que constituía su horizonte de inversión), compraría el activo (deshaciéndose de dinero) con el objeto de obtener ganancias de capital una vez que el precio se incrementara. Esta teoría era capaz de explicar la existencia de una relación negativa entre la tasa de interés y la demanda de saldos monetarios, tal como la evidencia sugería a nivel agregado, pero a nivel individual la demanda resultaba dicotómica.<sup>5</sup> Sin embargo, ¿cómo congeniaba Keynes su interpretación de la demanda especulativa dicotómica a nivel individual con el hecho de que a nivel agregado los agentes mantenían en su poder tanto dinero como otros instrumentos financieros? La respuesta keynesiana a este interrogante fue la heterogeneidad en las expectativas.

Formado en la tradición Keynesiana, James Tobin no se conformó con la interpretación dada por Keynes al hecho de que bajo ciertas condiciones los individuos sustituyeran dinero por otros instrumentos financieros con rol de reserva de valor. El descontento de Tobin respecto de la demanda especulativa keynesiana descansaba sobre dos elementos (ver Tobin, 1983): la dicotomía a nivel individual, y la infundada inelasticidad del precio futuro de los instrumentos que brindaban retorno, respecto a cambios en el precio actual del activo. Si bien era cierto que a nivel agregado los agentes mantenían diversos instrumentos financieros además del dinero, eso mismo se verificaba empíricamente a nivel individual. Con el objeto de llevar la interpretación de la demanda especulativa de dinero a un nivel superior del alcanzado por Keynes, Tobin aceptó la sugerencia de

---

<sup>4</sup> También denominada versión de *Cambridge* de la teoría cuantitativa.

<sup>5</sup> El agente destinará la totalidad de sus saldos especulativos o bien a demandar dinero, o bien a la tenencia de instrumentos que brinden un retorno.

Hicks, y recurrió a los avances que paralelamente se estaban dando en el campo de las finanzas. El nexo fue la tesis doctoral de Harry Markowitz.<sup>6</sup> Con el objeto de explorar este vínculo, es necesario retornar al campo de las finanzas.

Hacia el año 1950, Harry Markowitz era un estudiante de doctorado de la Universidad de Chicago, que había sido invitado como miembro estudiante a la *Cowles Commission for Research in Economics*<sup>7</sup>, bajo el liderazgo de Tjalling Koopmans y Jacob Marschak.<sup>8</sup> Por aquel entonces, el ámbito académico relativo a la teoría de las decisiones económicas en contextos de incertidumbre –principal campo de interés de Markowitz– se encontraba conmovido por la representación de la teoría de la utilidad esperada realizada por John von Neuman y Oskar Morgenstern.<sup>9</sup> Aquel contexto resultaba particularmente estimulante para Markowitz.<sup>10</sup> Al momento de elegir un tema para su disertación, Markowitz consideró aplicar técnicas estadísticas y matemáticas para el estudio del mercado de valores. Cuando Markowitz comentó a Marschak<sup>11</sup> su idea, a éste le pareció razonable (ver Markowitz, 1999), y le explicó que Alfred Cowles estaba interesado en ese tipo de aplicaciones, remitiéndolo al Profesor Marshall Ketchum, quien le proporcionó una lista de bibliografía especializada entre la que se encontraban los trabajos de Graham y Dodd, Wiesenberger y John Burr Williams<sup>12</sup>. El trabajo de Williams resultó una pieza fundamental, gatillando en Markowitz un proceso creativo que devendría en el enfoque de media-varianza.

Williams afirmaba que el precio de una acción equivalía al valor presente esperado de sus dividendos. El pensamiento de Markowitz fue

---

<sup>6</sup> Harry Markowitz (1952).

<sup>7</sup> Fundada por Alfred Cowles en 1932 con el objeto de financiar programas de investigación en economía.

<sup>8</sup> Ambos profesores de Markowitz en Chicago. Unos años antes, Jacob Marschak se había tornado popular en el ámbito de las finanzas tras resumir la representación de la teoría de la utilidad esperada propuesto por von Neuman y Morgenstern de forma interpretable para economistas (Marschak, 1946).

<sup>9</sup> Von Neumann and Morgenstern (1944).

<sup>10</sup> Para una descripción detallada del contexto en el que Markowitz desarrolló su tesis doctoral, ver Fox (2010).

<sup>11</sup> Tutor de tesis doctoral de Markowitz.

<sup>12</sup> John Burr Williams (1938).

el siguiente:<sup>13</sup> Si un inversor sólo toma en cuenta el valor esperado de las acciones, debería entonces estar interesado en maximizar el valor esperado de su portafolio, pero la maximización del valor esperado de un portafolio (sujeto a la restricción de presupuesto con inversiones no negativas) no implicaba que la diversificación fuera deseable. Sin embargo, la diversificación era una práctica común. En otras palabras, la elección tenía implícita una solución de esquina –*vgr.* el inversor opta por el activo que posee un retorno esperado máximo.<sup>14</sup> De acuerdo con Markowitz, lo que faltaba en el criterio de Williams era una medida de riesgo.<sup>15</sup> Sin embargo, aquella intuición que experimentó Markowitz durante la lectura del trabajo de Williams, no hubiera sido posible sin un adecuado bagaje teórico. Por un lado, su profesor de microeconomía en Chicago había sido Leonard Savage, de quien había incorporado la noción de que un agente racional que toma decisiones en contextos de incertidumbre actúa en función de “creencias de probabilidad” cuando desconocía las probabilidades objetivas. Es decir, para el planteo del problema de decisión en contextos de incertidumbre era irrelevante si las probabilidades provenían de distribuciones objetivas o subjetivas.<sup>16</sup> Adicionalmente, se había formado con Tjalling Koopmans en análisis de conjuntos eficientes. De esta manera, Markowitz encontró natural plantear el problema que enfrentaba el inversor de Williams en términos de un *trade-off* entre el retorno esperado y la varianza de su portafolio. El enfoque fue plasmado en su trabajo *Portfolio Selection*, de 1952. Ese mismo año, Markowitz se incorporó en la corporación

---

<sup>13</sup> Ver Markowitz (1999).

<sup>14</sup> En este punto, resulta interesante marcar un paralelismo entre el descontento de James Tobin por la solución dicotómica de la demanda especulativa a nivel individual propuesta por Keynes, y el descontento de Markowitz por la solución de esquina implícita en el criterio de selección de cartera de Williams.

<sup>15</sup> “What was missing from the analysis, I thought, was a measure of risk. Standard deviation or variance came to mind. On examining the formula for the variance of a weighted sum of random variables [...], I was elated to see the way covariance entered. Clearly, effective diversification required avoiding securities with high covariance” Markowitz (1999).

<sup>16</sup> La teoría de la probabilidad subjetiva de Savage, desarrollada en su *The Foundations of Statistics*, de 1954, se contrapone a la probabilidad objetiva considerada en la teoría de la utilidad esperada como fuera formulada por Von Neumann y Morgenstern. Adicionalmente, es una crítica a la distinción entre riesgo e incertidumbre propuesta por Knight en 1921, en su *Risk, Uncertainty and Profit*. Esta distinción sería retomada por Ellsberg, con el planteo de su paradoja de 1961.

RAND<sup>17</sup>, donde interactuó asiduamente con George Dantzig, de quien aprendió las técnicas de optimización que utilizaría para computar las fronteras de media-varianza en su trabajo de 1956 y en el apéndice A de su trabajo *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments* de 1959. Sin embargo, como afirmara el propio Markowitz, no es claro que ese libro hubiera sido escrito si no fuera por la invitación de James Tobin a participar en *la Cowles Foundation* en la Universidad de Yale.<sup>18</sup> La enriquecedora interacción entre Markowitz y Tobin resultaría en mutuos avances, tanto para la teoría monetaria como para el campo de las finanzas. Para comprender los alcances de esta interacción, es necesario retornar al campo de la teoría monetaria.

Como fuera mencionado previamente, la explicación dada por Keynes a la sustitución entre dinero y bonos a través de su demanda especulativa de dinero no satisfacía a James Tobin. En el enfoque de media-varianza de Markowitz, Tobin encontró la clave para superar el enfoque de Keynes. En la primera parte de su trabajo *Liquidity preference as behavior towards risk* de 1958, Tobin presentó una de las argumentaciones más elegantes que ha producido la teoría monetaria para explicar la demanda de dinero, desarrollando la decisión óptima de un agente que debe elegir entre dinero, y bonos a perpetuidad. Específicamente, la pregunta que buscó responder en dicha sección fue la siguiente: ¿Por qué un agente decidiría mantener en su cartera una determinada proporción de dinero, cuyo retorno nominal es cero, en lugar de asignarlo a bonos que brindan un retorno nominal positivo? La respuesta de Tobin fue que, en términos nominales, si bien los bonos poseen un retorno positivo, los mismos están sujetos a riesgo (varianza), mientras que si bien es cierto que el dinero no rinde ningún retorno nominal, el riesgo asociado por poseerlo es cero, lo cual en un ejercicio de optimización en el entorno de media-varianza justificaría tenencias positivas óptimas de dinero y bonos. De esta manera, Tobin logró racionalizar una demanda óptima de dinero que no tenía una solución dicotómica a nivel individual. La participación relativa del dinero y los activos riesgosos en el portafolio del agente dependería de sus

---

<sup>17</sup> Research and Development (RAND).

<sup>18</sup> En su carácter de director.

preferencias, y de la estructura estocástica de los retornos. La *preferencia por liquidez* devino en una versión de demanda de dinero superadora de la demanda especulativa de Keynes.<sup>19</sup>

En el resto del trabajo, Tobin se concentró en analizar el caso en el que el agente tiene múltiples alternativas al dinero (múltiples activos riesgosos), obteniendo un resultado que se conoce en la literatura como *teorema de separación de Tobin*. Asumiendo un ejercicio de selección de cartera para  $n$  activos riesgosos y un activo libre de riesgo (dinero), y sin considerar la posibilidad de endeudamiento, Tobin demostró que para un conjunto dado de medias, varianzas y covarianzas, entre todos los portafolios eficientes que contenían dinero, la composición de la cartera que constituye el activo riesgoso es la misma.<sup>20,21</sup>

Si bien de lo hasta aquí expuesto queda claro que los avances de Markowitz influyeron significativamente en la evolución de la teoría monetaria, ¿en qué sentido los avances de James Tobin coadyuvaron en el progreso de la teoría de cartera? La respuesta a esta pregunta se compone de dos elementos. El primero de ellos es, el *teorema de separación de Tobin*, descrito anteriormente, que constituyó el primer antecedente del *capital asset pricing model* (CAPM) desarrollado posteriormente por William Sharpe (1964), John Lintner (1965) y Jan Mossin (1966).<sup>22</sup> El segundo elemento lo constituye las críticas recibidas por el enfoque de media-varianza en su versión tobiniana, motivando profundos debates de los que resultarían significativos avances.

---

<sup>19</sup> Mantener activos monetarios provee a los agentes de mayor flexibilidad, dado que pueden convertirlo en bienes de consumo de cualquier tipo, en cualquier momento, en cualquier estado de la naturaleza, pero a precios inciertos. En efecto, si bien el argumento de Tobin es también válido en el caso en que los agentes consideren los retornos reales, contextos de tasas de inflación altas y variables pueden implicar que los agentes óptimamente decidan mantener tenencias mínimas de activos monetarios. La incertidumbre en el precio al que el dinero es intercambiado por bienes es la contracara de su ineficiente rol como reserva de valor –para un análisis pormenorizado de la relación entre el rol de reserva de valor de un activo y su liquidez, ver Olivera (1980)–, bajo condiciones de elevada volatilidad nominal.

<sup>20</sup> Tobin consideró sólo el riesgo de mercado.

<sup>21</sup> En palabras de Tobin: "...the proportionate composition of the non-cash assets is independent of their aggregate share of the investment balance. This fact makes it possible to describe the investor's decisions as if there were a single non-cash asset, a composite formed by combining the multitude of actual non-cash assets in fixed proportions." (p.84).

<sup>22</sup> Ver Markowitz, 1999.

### **II.3 Las críticas a la forma funcional de las demandas tobinianas de activos**

Una característica distintiva de la formalización de las demandas de activos tobinianas es su linealidad respecto a los retornos relativos, y su homogeneidad de grado uno respecto al nivel del portafolio (Tobin 1969). En consecuencia, una pregunta que naturalmente surgió a partir de su enfoque fue ¿bajo que condiciones las demandas de activos financieros cumplen con estas propiedades? Dos trabajos representativos de aquel debate fueron B. Friedman y V. Vance Roley (1972) y Courakis, (1989). Benjamin Friedman y Vance Roley argumentaron que bastaba con que la función de utilidad supuesta tuviera un coeficiente de aversión al riesgo relativo constante y que los retornos esperados siguieran una distribución de probabilidad conjunta normal, para que las demandas de activos fueran del tipo propuesto por Tobin. Sin embargo, posteriormente Courakis desestimó las conclusiones de ambos autores, argumentando que las condiciones por ellos propuestas no eran suficientes. Si bien era cierto que los retornos debían seguir una distribución normal conjunta, la presencia de coeficientes de aversión al riesgo relativo constantes no alcanzaba. Las demandas tendrían la forma propuesta por Tobin sólo cuando la función de utilidad implícita fuera del tipo exponencial negativa, expresada sobre los retornos esperados y no sobre el nivel esperado del portafolio (ver Courakis, 1989).

Es interesante destacar que, si bien las críticas a las formas funcionales de las demandas de activos tobinianas han sido valiosos disparadores para profundizar el análisis de las propiedades transferidas por diversas funciones de utilidad a las demandas de instrumentos financieros, no tuvieron impacto sobre la relevancia de los enfoques tobinianos de equilibrio general como marco de referencia para pensar problemas de índole macroeconómico. Para comprender el por qué de esta inmunidad, es necesario considerar el rol de los microfundamentos en el método de este autor. Tobin restringía el uso de la microeconomía en los enfoques

macroeconómicos a *iluminar* los argumentos referentes al funcionamiento de diversos mercados. Es decir, partía de la premisa de que el comportamiento macroeconómico era el resultado de la interacción de comportamientos individuales, pero también comprendía que, dada la multiplicidad y heterogeneidad de estos comportamientos, era imposible establecer un fundamento completo del comportamiento macroeconómico en los comportamientos individuales. De esta manera, utilizaba a la microeconomía como una herramienta argumentativa que buscaba aclarar la exposición de razonamientos. Una interesante reflexión respecto al uso realizado por Tobin de los microfundamentos en la teoría monetaria se encuentra en Solow (2004).

Operativamente, al aplicar estas demandas al análisis de la estructura financiera de la economía, los enfoques de raíz tobiniana planteaban una condición de equilibrio para cada mercado. En función de las ofertas relativas de activos, de la estructura de riesgos percibidos de los retornos y del coeficiente de aversión al riesgo supuesto –que afectaban los valores paramétricos de las demandas de activos– y de los retornos percibidos (argumentos de las demandas), el modelo determina una estructura de retornos relativos. Estos enfoques dieron origen a tres líneas principales de literatura.

La primera, tiene su origen en el trabajo de Tobin (1965), en el que aplica su enfoque al modelo de crecimiento de Solow (1956). De acuerdo con Tobin, Si el retorno del capital aumenta respecto al de otros activos financieros, las familias incrementarán la participación del capital en su portafolio respecto a los restantes instrumentos de ahorro. Este cambio en la composición del portafolio producirá un mayor ratio capital/trabajo, mayor productividad del trabajo, y en consecuencia, un mayor ingreso per cápita. La tasa de crecimiento económico se acelera durante la transición desde los niveles bajos del ratio capital/trabajo a los niveles altos que ocurre luego de una caída de los retornos de los instrumentos financieros –ver Fry (1988)–. Este resultado se conoce en la literatura con el nombre de *efecto Tobin*.<sup>23</sup> Posteriormente, Miguel Sidrauski (1967a 1967b) mostró que, suponiendo que los individuos

---

<sup>23</sup> Tobin (1969, 1981).



optimizaban con un horizonte infinito, el ratio capital/trabajo de estado estacionario del modelo de Tobin permanecía inalterado ante cambios en la estructura de retornos relativos. Sin embargo, Allan Drazen (1981a) replicó los resultados obtenidos por Tobin, en un marco de optimización con horizonte finito. Otros trabajos representativos de esta línea de investigación son Fischer (1979a, 1979b), y Drazen (1981b). El modelo de Sidrauski devendría en el punto de partida de los enfoques de dinero en la función de utilidad (MIU, por su nombre en inglés).

La segunda línea está constituida por la adaptación de los enfoques tobinianos de equilibrio general a la especificidades del sistema financiero norteamericano. Gurley y Shaw (1960) resultó un trabajo pionero, tendiendo un puente entre la teoría monetaria y la práctica de la política monetaria.<sup>24</sup> La FED adoptaría posteriormente estos enfoques como marcos de análisis de impacto macro-financiero de diversas medidas de política monetaria –Como ejemplo de estos enfoques prácticos ver Ando y Modigliani (1969), Backus, Brainard, Smith y Tobin (1980)–.

Una tercera línea, también influida por el trabajo de Gurley y Shaw, refiere al uso de estos enfoques para el estudio de los efectos de diversas medidas de política sobre la economía.<sup>25</sup> Estos efectos se ven condicionados por las características de los intermediarios y de los instrumentos financieros considerados. Trabajos representativos de esta línea son Tobin (1963, 1970), Brainard y Tobin (1963), Brainard (1964), Tobin (1982).

Por último, una cuarta línea surge a la aplicación de los enfoques tobinianos al estudio de los movimientos de capitales en economías abiertas, en respuesta a los enfoques que sólo consideraban ajustes flujo. Representantes de esta línea son los trabajos de McKinnon y Oates (1966), McKinnon (1969) y Branson (1974).

---

<sup>24</sup> Algunos autores denominan a esta tradición Marschak-Tobin-Gurley y Shaw como monetarismo walrasiano –ver Perry Mehrling (1997, 2011)–.

<sup>25</sup> Estos autores acuñan el término *inside-outside money*.

En el ámbito local, durante la segunda mitad de la década del ochenta y principios de los años noventa, la literatura concerniente a la aplicación de enfoques de raíz tobiniana fue prolífica. Los estudios del CEDES (Centro de Estudios de Estado y Sociedad) se constituyeron en referentes de su aplicación en economías pequeñas y abiertas a los flujos de capitales –ver por ejemplo Damill y Fanelli (1988), Fanelli (1988), Damill, Fanelli, Frenkel y Rozenwurcel (1989) y Fanelli y Frenkel (1990)–. El trabajo de Frenkel (1982) estuvo entre los precursores en vincular formalmente la sensibilidad de la prima por riesgo al estado de otro conjunto de variables de la economía como determinantes de la prima por riesgo, más allá de las consideradas por el enfoque de cartera –para una interesante reflexión sobre este aporte específico de Frenkel ver Finkman y Katz (2012)–. En el enfoque tobiniano las primas por riesgo ya eran endógenas, dependientes de la estructura de riesgo relativo percibido por el agente, de su grado de aversión al riesgo, y de la oferta relativa de activos. Esto surge claramente de observar la especificación de las demandas tobinianas –ver Burdisso y Corso (2011) para una derivación formal de las mismas–. El aporte de Frenkel consiste en incorporar otras variables como determinantes, que aporten información al agente respecto a los posibles cambios en la estructura de riesgo percibida.

#### **II.4. De las críticas al modelo M-V a los enfoques contemporáneos de selección de cartera**

Más de una década después de la publicación de sus trabajos fundacionales, el enfoque de Tobin-Markowitz fue sujeto de una serie de críticas que podría encuadrarse bajo el título de *la controversia del enfoque de media-varianza*. El disparador de la misma fue la supuesta generalidad de su aplicación propuesta por Tobin en su trabajo de 1958. Si bien Tobin reconocía que bajo el supuesto de una función de utilidad cuadrática su enfoque era indiscutiblemente aplicable independientemente de las distribuciones consideradas, trató de obtener un resultado general para cualquier distribución de probabilidad subjetiva de los retornos representable por sus dos primeros momentos, en los casos en que no se asumiera una función de utilidad cuadrática.

Las críticas más sólidas recibidas por Tobin correspondieron a los trabajos de Martin Feldstein (1969) y Karl Borch (1969). Feldstein atacó directamente la demostración de Tobin que sustentaba la generalización de la aplicación del enfoque para cualquier distribución de probabilidad de los retornos de los activos caracterizadas por sus dos primeros momentos. De acuerdo con Feldstein la demostración de Tobin descansaba sobre un supuesto fundamental, que consistía en asumir que una distribución caracterizada por sus dos primeros momentos  $f(x; \mu, \sigma)$  podía estandarizarse como  $f(z; 0, 1)$ , con  $z = (x - \mu)/\sigma$  (ver punto A.II.1 del apéndice). Sin embargo, tal como fuera argumentado por Feldstein, esta no es una propiedad válida para todas las distribuciones de probabilidad definidas por dos parámetros, sino sólo para la distribución normal.<sup>26</sup> Esta crítica daba por tierra con la generalización propuesta por Tobin (ver apéndice A.II.3).

Karl Borch, por su parte, argumentó que la representación de las preferencias en términos de la media y la varianza era inconsistente con los axiomas básicos de la utilidad esperada subjetiva. Para una función de utilidad no especificada, Borch propuso el caso de tres loterías definidas por una distribución del tipo Bernoulli. Para los valores paramétricos supuestos (ver punto A.II.4 del apéndice), la elección en términos de media y varianza resulta en curvas de indiferencia que indefectiblemente se cortan, lo cual implica una inconsistencia con la teoría axiomática de la utilidad esperada.

La respuesta de Tobin salió a la luz en el mismo número del *Review of Economic Studies* en el que fueron publicados los dos trabajos críticos mencionados.<sup>27</sup> En su respuesta, Tobin reconoció la potencia del argumento de Feldstein, pero desestimó la crítica de Borch. De acuerdo con Tobin, el hecho que Borch encontrara una distribución de probabilidad particular (Bernoulli) que implique un ordenamiento incorrecto de las preferencias en términos de media y varianza, para una función de utilidad no especificada, no era sorprendente. Por el

---

<sup>26</sup> En términos diferentes a los de Feldstein, esta crítica ya había sido planteada por Samuelson (1967).

<sup>27</sup> Volumen 36, N° 1 (Enero de 1969).

contrario, sí reconoció el carácter general de la crítica de Feldstein. Como consecuencia, en ese mismo documento Tobin sentenció los dos supuestos bajo los cuales su criterio era aplicable, dando por finalizada la controversia del enfoque de media-varianza. Estrictamente hablando, las elecciones de cartera de un inversor que maximiza la utilidad esperada puede ser representada en términos de la media y la varianza de su distribución de probabilidad subjetiva de los retornos solo si al menos uno de los siguientes supuestos se cumplen:

- a) La función de utilidad del inversor es cuadrática.
- b) Los retornos de los activos  $r_i$  están normalmente distribuidos.

En ausencia de la condición (a), el segundo supuesto debe ser válido.

Más allá de los avances conceptuales que implicó la controversia del enfoque de media y varianza, su resolución dejó en evidencia que, si bien se trataba de un criterio intuitivo para pensar las decisiones de los agentes en contextos de incertidumbre, su aplicabilidad era limitada.

Suponer que el agente posee una función de utilidad cuadrática tiene implicancias inaceptables desde el punto de vista económico *–vgr.* La utilidad marginal de la riqueza  $u'(W) = \alpha_0 - \alpha_2 W$  eventualmente se torna negativa. En otras palabras, la función de utilidad cuadrática  $u(W)$  determina curvas de indiferencia con propiedades aceptables sólo sobre un rango limitado del dominio de la función (ver Pratt, 1964, Samuelson, 1970 y Hirshleifer y Riley, 1992). Por otro lado, el supuesto de normalidad de los retornos es muy restrictivo, no encontrando respaldo en la evidencia.<sup>28</sup>

Tres años después de la respuesta de Tobin, Sho-Chieh Tsiang publicó un trabajo (Tsiang, 1972) que constituye un nexo entre el enfoque de

---

<sup>28</sup> Existe una extensa literatura que sugiere que los retornos están generados por distribuciones asimétricas y con colas pesadas (ver por ejemplo Mandelbrot). Por otra parte, la aplicación del Teorema Central del Límite como argumento de normalidad en el retorno del portafolio no es convincente, dado que no necesariamente los portafolios poseen un número significativamente elevado de activos, ni sus participaciones en el total de la cartera son similares.

media-varianza, y los enfoques con momentos de orden superior.<sup>29</sup> Tsiang repensó las críticas planteadas por Feldstein y Borch, a la luz del siguiente teorema que había demostrado Marcel Richter en 1960, y sobre el que descansaba el supuesto tobiniano de utilidad cuadrática:<sup>30</sup>

*Cuando un inversor que maximiza su utilidad esperada posee preferencias respecto a su cartera que pueden ser representadas en términos de los primeros  $n$  momentos sobre los retornos de su cartera, entonces su función de utilidad es un polinomio de grado  $n$  sobre los retornos (ver apéndice A.II.2).*

Sin embargo, las funciones de utilidad polinómicas son incompatibles con los cuatro supuestos que debe cumplir un agente racional averso al riesgo:

- a) Utilidad marginal de la riqueza positiva  $-vgr. u'(W) > 0$ .
- b) Utilidad marginal de la riqueza decreciente con el nivel de riqueza  $-vgr. u''(W) < 0$ .
- c) Coeficiente de aversión al riesgo absoluto decreciente o constante ante una aumento del nivel de riqueza  $-vgr.$   
 $d[-u''(W)/u'(W)]/dW \leq 0$ .
- d) El coeficiente de aversión al riesgo relativo creciente o constante respecto al nivel de riqueza  $-vgr.$   
 $d[-W \cdot u''(W)/u'(W)]/dW \geq 0$ .

Las funciones de utilidad polinómicas no pueden satisfacer estos requisitos simultáneamente. Por su parte, las funciones de utilidad bien comportadas en términos de los puntos (a)-(d) como la exponencial negativa  $U(W) = \zeta - \beta \cdot e^{-\delta \cdot W}$ , la potencia  $U(W) = [1/(1 - \delta)] \cdot W^{1-\delta}$  y la logarítmica  $U(W) = \log(W)$ , no son polinomios. El elemento clave del trabajo de Tsiang es que las funciones no polinómicas generalmente pueden ser expandidas por series de Taylor siempre que sean continuas

<sup>29</sup> Profesor de de la Universidad de Cornell.

<sup>30</sup> Ver Richter (1960).

y diferenciables. Es decir, la función  $u(W)$  puede escribirse como una aproximación de Taylor en un entorno del punto  $W_0$  como:

$$u(W) = u(W_0) + u'(W_0)(W - W_0) + \frac{u''(W_0)(W - W_0)^2}{2!} + \frac{u'''(W_0)(W - W_0)^3}{3!} + \dots + \frac{u^{(n-1)}(W_0)(W - W_0)^{n-1}}{(n-1)!} + R_n \quad (1)$$

Donde  $R_n$  es el residuo de Taylor.

De esta manera, la función de utilidad deviene en un polinomio del desvío de  $W$  respecto a  $W_0$ . Si  $W_0$  es el valor esperado del portafolio, la utilidad esperada resulta:

$$E[U(W)] = \int_{-\infty}^{\infty} u(W)f(W - W_0)d(W - W_0) \quad (2)$$

$$= u(W_0) + u''(W_0)\frac{m_2}{2!} + u'''(W_0)\frac{m_3}{3!} + \dots + u^{(n)}(W_0)\frac{m_{n-1}}{(n-1)!} + E(R)$$

Donde  $f(W - W_0)$  es la función de densidad del desvío de  $W$  respecto a su media, y  $m_2, m_3, \dots, m_{n-1}$  son los momentos segundo, tercero, y los sucesivos momentos centrados de orden superior de la distribución de los retornos del portafolio  $W$ .

Si la serie (2) converge, de manera que el residuo resulta despreciable, entonces la función de utilidad puede ser expresada como una función de los primeros  $(n-1)$  momentos centrales de la distribución de  $W$ , como si se tratara de un polinomio de grado  $(n-1)$  en  $W$ . El número de momentos  $n$  considerados deberá ser elegido de manera de asegurar la precisión de la aproximación. A través de esta expresión, Tsiang logró vincular el teorema de Richter respecto a formas de utilidad polinómicas, con funciones de utilidad bien comportadas desde el punto de vista económico.

Tsiang (1972) aportó una página adicional a la controversia del enfoque de media-varianza. En efecto, si la convergencia de la serie es lo

suficientemente rápida, de manera que la aproximación resulta aceptablemente precisa, los términos más allá del momento segundo pueden ser desechados, de manera que la utilidad esperada se determina de forma aproximada por los dos primeros momentos (media y varianza), aún si la función de utilidad no es cuadrática y la distribución de probabilidad de los retornos no es normal.

Por otro lado, por medio de la expresión (2) Tsiang logró imprimirle un cariz diferente al problema de selección óptima de cartera. La pregunta crucial pasó a ser la siguiente: ***¿bajo qué condiciones la velocidad de convergencia de la aproximación de Taylor es consistente con una secuencia determinada de momentos muestrales de la distribución de retornos de los activos?*** A la luz de esta pregunta, el enfoque de media-varianza devino en un caso particular, de un problema más amplio al que denominaremos ***problema de selección de cartera con momentos de orden superior***.

En la línea del aporte de Tsiang, autores como Loistl (1976) y Hasset M., Sears R. S. y Trennepohl G. L. (1982), describieron los problemas en los que se puede incurrir en el caso de realizar un análisis imprudente de la convergencia de la aproximación de Taylor. Sin embargo, una vez resuelta la pregunta respecto a la velocidad de convergencia –y por ende respecto al orden de la aproximación, existe una pregunta adicional fundamental para evaluar si el enfoque por aproximación de Taylor es aplicable. Esta pregunta, de muy larga data, se denomina *problema de los momentos* (ver apéndice A.II.5) y puede resumirse como: ***Dada una secuencia de momentos, ¿Existe una distribución de probabilidad consistente con ella?***

El aporte de Tsiang puede ser entendido como un escalón fundamental para el surgimiento de una nueva generación de modelos de selección óptima de cartera. En efecto, la ecuación (2) resume las dos líneas resolutivas más utilizadas con posterioridad en la literatura. Por un lado (miembro izquierdo) la maximización directa de la utilidad esperada. Por el otro (miembro derecho) la maximización del valor esperado de una aproximación por series de Taylor a la función de

utilidad supuesta. Paralelamente, puso aún más de manifiesto la debilidad –motivada por lo restrictivo de sus supuestos–, de los enfoques de media-varianza como criterio de decisión.

Posteriormente, el trabajo de Robert Lucas (1978) “Asset Prices in an Exchange Economy” implicó una transformación en los enfoques de valuación de activos, dando origen a los enfoques de valuación basados en consumo, y marcando un nuevo punto de inflexión en el rumbo de la teoría de cartera. A diferencia del paradigma del CAPM, en el que la “cantidad” de riesgo de un activo viene dado por la correlación entre su retorno y el del portafolio del mercado, en el modelo propuesto por Lucas la cantidad de riesgo viene dada por la covarianza entre el retorno del activo en cuestión y la tasa de crecimiento del consumo per cápita de la economía. El enfoque de Lucas permitió profundizar el análisis sobre la determinación de la prima de riesgo, como así también del retorno de un activo libre de riesgo –i.e. con covarianza cero respecto del consumo per cápita–.

A lo largo de los últimos años, si bien continúan observándose aplicaciones específicas de los enfoques MV como por ejemplo en la literatura de dolarización financiera, su relevancia ha caído vertiginosamente.<sup>31</sup> Sin embargo, en paralelo al creciente desuso de este enfoque, la literatura vinculada a selección óptima de cartera ha evidenciado un crecimiento extraordinario. Tres líneas de desarrollo relevantes son las siguientes:

En primer lugar, es extensa la producción de literatura concerniente a aplicaciones de los enfoques de selección óptima de cartera con momentos de orden superior –ver por ejemplo Prakash, Chang y Pactwa

---

<sup>31</sup> Específicamente, la rama de la literatura de dolarización financiera que de acuerdo con la tipología desarrollada por Ize y Levy Yeyati (2006) se denomina paradigma de cartera con riesgo de mercado. Este paradigma interpreta a la DF como el resultado de una elección de cartera óptima por parte de acreedores y deudores adversos al riesgo, que buscan responder así a la distribución de probabilidad de los rendimientos reales en cada moneda en un mundo con riesgo de mercado –pero sin riesgo de crédito. Los modelos de asignación más utilizados en esta literatura son el Capital Asset Pricing Model (CAPM) y el Consumption Capital Asset Pricing Model (CCAPM). Para un ejemplo de la aplicación del modelo CAPM ver Ize y Levy Yeyati (2003).



(2003), Jurczenko y Maillet (2006), Guidolin y Timmermann, (2008), Harvey, Liechty, Liechty y Muller (2010) y Jondeau y Rockinger (2012).

Otra línea extensamente explorada ha sido la literatura de valuación de activos derivada del trabajo de Lucas (1978). Importantes afluentes de esta línea han sido los desarrollos que siguieron al trabajo de Mehra y Prescott (1985) “Equity Premium: A Puzzle”.

Por último, una tercera línea que se ha convertido en un importante impulsor de los enfoques de cartera a lo largo de los últimos años tiene su origen en los avances en teoría de decisión bajo incertidumbre. En efecto, los “puzzles” derivados del supuesto REE (equilibrio de expectativas racionales, por su nombre en inglés) y las críticas al paradigma de la utilidad esperada subjetiva han motivado el desarrollo de nuevas representaciones de preferencias. Entre ellas se destacan los enfoques que contemplan ambigüedad –i.e. un agente enfrenta ambigüedad cuando no es capaz de asignar valores de probabilidad únicos a eventos estocásticos–.

Desde 1989 hasta la actualidad, la literatura de decisión en contextos de incertidumbre ha producido al menos seis enfoques para representar preferencias en contextos ambigüos: 1) El enfoque de utilidad esperada max-min, 2) el enfoque de utilidad esperada de Choquet, 3) el enfoque de preferencias suaves 4) el enfoque de preferencias multiplicativas, 5) el enfoque de preferencias variacionales, y por último, el enfoque de utilidad esperada de segundo orden. La literatura de aplicación de estos enfoques a tópicos financieros es también muy amplia, destacándose las aplicaciones a selección óptima de cartera, a la resolución del *equity premium puzzle*, al estudio del nivel de participación en los mercados financieros, a la determinación de la estructura temporal de las tasas de interés, al comportamiento de manada en los mercados financieros, a la explicación de la presencia de volatilidad excesiva en las cotizaciones de los activos financieros y como respuesta a episodios de *flight to quality*, entre otros tópicos.

## II.5 Conclusión de la sección II

El objetivo principal de esta sección ha sido caracterizar los enfoques de cartera que serán utilizadas a lo largo de la Tesis. Adicionalmente, se buscó describir las sinergias interdisciplinarias y los debates fundamentales que caracterizaron el surgimiento y primeros años de evolución de los enfoques de selección óptima de cartera.

Principalmente, se ha estudiado el vínculo entre los interrogantes surgidos en el seno de la teoría de la demanda de dinero y el surgimiento del enfoque de media-varianza, a la vez que se caracterizaron los desarrollos identificados con la figura de James Tobin, que posteriormente dieron origen al CAPM –i.e. el enfoque de preferencia por liquidez, y el teorema de separación de dos fondos–.

Adicionalmente, se describieron los debates acontecidos tras los trabajos pioneros de Markowitz y Tobin, como así también las críticas a las formas funcionales de las demandas de activos tobinianas. Estos debates dieron origen a los enfoques de selección de cartera con momentos de orden superior, de los que el modelo MV es un caso particular.

Por último, se ha enfatizado el hecho que en las últimas dos décadas la teoría de selección óptima de cartera ha cobrado un nuevo impulso, motorizada principalmente por los avances en teoría de decisión bajo incertidumbre. Entre ellos se encuentran los enfoques que contemplan ambigüedad, los cuales constituyen el principal objeto de estudio de la siguiente sección.

### **Sección III**

#### **Representaciones de preferencias**

##### **que contemplan ambigüedad**

### **III.1. Introducción**

El objetivo de la presente sección es desarrollar las nociones de decisión bajo incertidumbre y en condiciones de ambigüedad que serán utilizadas a lo largo de esta Tesis. En primer lugar, se describen las principales representaciones de la teoría de la utilidad esperada –i.e. Von Neumann y Morgenstern, Savage y Anscombe y Aumann–. La representación de Savage resulta de particular interés, dado que las aplicaciones al caso argentino, tanto del enfoque de teoría convencional de selección óptima de cartera que se desarrolla en la sección V como de los enfoques que contemplan ambigüedad de las secciones VI y VII, se estructuran a partir de una representación de estas características. Adicionalmente, en esta sección se discuten las nociones de riesgo, incertidumbre y ambigüedad, y se describen las principales características de los enfoques de representación de preferencias que contemplan la presencia de esta última. Uno de estos desarrollos, el enfoque de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005 y 2009), será utilizado en la sección VI –en su versión estática–, para abordar el estudio de la dolarización de cartera y del sesgo a la demanda de activos inmuebles como reserva de valor y en la sección VII –en su versión recursiva– para estudiar los efectos de la ambigüedad sobre los retornos reales de equilibrio. Por último, en esta sección se presenta un resumen de los trabajos que aplican los enfoques que contemplan ambigüedad a tópicos financieros, de manera de identificar en la literatura especializada el aporte realizado por el presente trabajo de Tesis.

### **III.2. De la paradoja de San Petesburgo a la representación de la ambigüedad**

La hipótesis de la utilidad esperada continúa siendo el enfoque teórico predominante para representar decisiones de los agentes en contextos inciertos. La idea de que los individuos maximizan el valor esperado de su utilidad en lugar de los valores monetarios esperados, fue propuesta por Daniel Bernoulli, en su trabajo *Specimen theoriae novae de mensura sortis* de 1738, en el que propuso una solución al problema planteado

por Nicholas Bernoulli (primo de Daniel), que sería conocido en la literatura posterior con el nombre de *paradoja de San Petesburgo*<sup>32</sup>. Por aquel entonces se consideraba razonable pagar por un juego de azar su valor esperado –ver Starmer (2000)–. El problema planteado por Nicholas Bernoulli constituía un contraejemplo a esa creencia, y consistía en la siguiente lotería: Una moneda es lanzada repetidamente hasta que sale cara. El agente que acepte jugar, recibirá un pago de  $\$2^n$  donde  $n$  es el número de tiradas hasta que aparezca cara por primera vez. De acuerdo con la expresión (1), el pago monetario esperado de la lotería es infinito:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^i \cdot 2^i = \$1 + \$1 + \$1 + \dots = \$\infty \quad (1)$$

De esta manera, si los agentes se comportaran de acuerdo con el criterio del pago monetario esperado, deberían estar dispuestos a pagar un monto tendiente a infinito por participar del juego. Sin embargo, los individuos consultados estaban dispuestos a pagar una suma finita. Esto último fue tomado por Daniel Bernoulli como evidencia de que el “valor” de una lotería para un individuo no es, en general, igual a su pago monetario esperado, proponiendo que los individuos establecen valores subjetivos sobre los pagos monetarios o “utilidades”, de manera que el valor de la lotería es el valor esperado de dichas utilidades. Estas utilidades podrían venir dadas por funciones tales como el logaritmo natural o la raíz cuadrada de la riqueza, en cuyo caso el equivalente cierto de la lotería propuesta en la paradoja resultaba en un valor concreto. Un primer tratamiento axiomático de la hipótesis de la utilidad esperada fue desarrollado por Frank Ramsey (1926) como parte de su teoría de la probabilidad subjetiva. Sin embargo, el cuerpo principal de la literatura de utilidad esperada descansa sobre tres representaciones axiomáticas: La representación de von Neumann y Morgenstern (1944), la representación de Savage (1954) y la de Anscombe y Aumann (1963). Estas representaciones no sólo difieren en

---

<sup>32</sup> Dado que el trabajo de Daniel Bernoulli fue publicado en los *Commentarii* de la Academia de San Petesburgo.

algunos de sus elementos constitutivos, sino también en sus objetos de elección.

*La representación de Von Neumann y Morgenstern: Utilidad esperada (UE)*

El objeto de elección del enfoque de von Neumann y Morgenstern (de aquí en adelante *VNM*) consiste en loterías  $p = (z_1, p_1; \dots; z_n, p_n)$ , que generan un pago monetario  $z_i$  con una probabilidad  $p_i = p(z_i)$ , donde  $\sum p_i = 1$ . El individuo ordena estos prospectos sobre la base de los valores de utilidad esperada:

$$V_{UE}(p) = u(z_1) \cdot p(z_1) + \dots + u(z_n) \cdot p(z_n)$$

Formalmente, sea  $Z$  un conjunto arbitrario de pagos y  $P$  un conjunto de medidas de probabilidad o distribuciones de probabilidad sobre  $Z$ , siendo  $P$  el conjunto de elección por parte del agente (ambos conjuntos constituyen un dato para el agente).

El enfoque *NM* propone la siguiente representación de utilidad esperada para la relación binaria  $\succ$  definida sobre el conjunto  $P$ : Sean  $p, p' \in P$ , existe una función  $u : Z \rightarrow R$  tal que:

$$p \succ p' \text{ sii } V_{UE}(p) = \sum_{z \in Z} p(z) \cdot u(z) > V_{UE}(p') = \sum_{z \in Z} p'(z) \cdot u(z) \quad (2)$$

Nótese que la expresión (2) tiene sentido –las sumas convergen– si o bien  $Z$  es finito, o si  $P$  es el conjunto de medidas de probabilidad simples<sup>33</sup> sobre algún conjunto  $Z$  arbitrario. Para el caso en que  $Z$  es infinito, la expresión también tiene sentido si  $P$  es el conjunto de distribuciones de probabilidad discretas sobre  $Z$ , como así también en

---

<sup>33</sup> Una medida (o distribución –ambos términos serán utilizados indistintamente–) de probabilidad simple se representa matemáticamente por una función  $p : Z \rightarrow [0,1]$  tal que  $p(z) \neq 0$  para un número finito de elementos  $z$  y  $\sum_{z \in Z} p(z) = 1$ , donde la sumatoria

implica sumar sobre los  $z$  cuyo  $p(z)$  sea distinto de cero. En otras palabras, las medidas de probabilidad simples son medidas que cargan masa/probabilidades distintas de cero sobre un conjunto finito del conjunto de pagos  $Z$ .

el caso en que la función  $u$  sea una función limitada, dado que en ese caso la suma (1) convergería absolutamente para todo valor de su argumento. La interpretación de la representación dada en (2) es la siguiente:  $u$  brinda un índice de cuán bueno resulta el premio  $z$  para el agente. De esta manera, la distribución de probabilidad sobre los premios es indizada de acuerdo al valor esperado de ese índice.

En la expresión (2),  $u(\cdot)$  denota la función de utilidad del tipo von Neumann y Morgenstern, cuyas propiedades matemáticas permiten caracterizar varios elementos de la respuesta del individuo que debe tomar una decisión en un contexto estocástico:

- El agente exhibe preferencias por la dominancia estocástica de primer orden –es decir, preferencias por un aumento de las probabilidades desde valores bajos de los pagos monetarios hacia los valores altos– sí y sólo sí  $u(z)$  es una función creciente de  $z$ .
- El agente exhibe aversión al riesgo –aversión a todo incremento del riesgo preservando la media–, sí y sólo sí  $u(z)$  es una función cóncava en  $z$ .
- Un agente cuyas preferencias se representan por la función de utilidad  $u^*$  será al menos tan averso al riesgo como otro con preferencias dadas por  $u$  sí y sólo sí su función de utilidad  $u^*(z)$  es una transformación cóncava de  $u(z)$  –es decir, sí y sólo sí  $u^*(z) \equiv \rho(u(z))$  para cualquier función cóncava creciente  $\rho(\cdot)$ –.

Una diferencia sustancial entre la representación *VNM* y la de Savage y Anscombe-Aumann la constituyen las características de las medidas de probabilidad consideradas en la toma de decisión.

El planteo de *VNM* asume que las preferencias se especifican sobre *loterías objetivas*, es decir, cuyas probabilidades se encuentran pre-especificadas. En este punto, es necesario incorporar una serie de conceptos relevantes para la caracterización de la aleatoriedad que enfrentan los agentes en contextos estocásticos.

En el año 1921, Frank Knight propuso una distinción entre la noción de riesgo y de incertidumbre. De acuerdo con este autor, un agente enfrenta riesgo cuando las probabilidades sobre las variables aleatorias de interés vienen exógenamente dadas, o pueden ser calculadas con precisión. En caso contrario, el agente enfrenta incertidumbre.

A mediados de la década del cincuenta, Leonard Savage desestimó la distinción propuesta por Knight, al argumentar que las probabilidades que los agentes asignan a los eventos son *subjetivas*, conllevando en todo momento algún *grado de creencia*. Si bien los agentes podían creer firmemente en un cierto valor de probabilidad de realización de un evento determinado, nunca podrían conocerlo con certeza *objetiva*. Bajo este argumento, la distinción propuesta por Knight entre riesgo e incertidumbre resulta incorrecta. Para Savage, el *riesgo* es sinónimo de *incertidumbre*. Una distinción válida a partir del enfoque de Savage es entre creencias *débiles y fuertes*. De esta manera, –inspirado en Ramsey (1926) y De Finetti (1937)– en su *Foundations of Statistics* de 1954, Savage presentó un planteo axiomático de la utilidad esperada asumiendo que los agentes forman creencias sobre las realizaciones estocásticas de los estados de la naturaleza. A esta representación se la denomina de *utilidad esperada subjetiva (UES)*.

#### *La representación de utilidad esperada subjetiva de Savage (UES)*

En la representación de Savage, la incertidumbre es vista como un elemento subjetivo, en el sentido de que no hay probabilidades impuestas objetivamente. Las probabilidades se incorporan en el análisis como parte de la representación, pero son aportadas por los agentes en base a sus preferencias.

Los elementos básicos de la formalización de Savage son los siguientes:

- a) Un conjunto de pagos o consecuencias, denotado como  $Z$ .
- b) Un conjunto de estados de la naturaleza denotado como  $S$ . Cada elemento  $s \in S$  es una compilación de todos los factores sobre los



cuales el agente enfrenta incertidumbre, y son relevantes para los resultados de sus acciones (elecciones).

- c) Una *distribución de probabilidad subjetiva*  $\mu$  que expresa las creencias del agente respecto a la probabilidad de ocurrencia de los estados de la naturaleza  $s \in S$ .
- d) A partir de los conjuntos  $Z$  y  $S$  se construye el espacio de los actos o acciones, que constituye el espacio de elección –será denotado por  $F$ –, y consiste en el conjunto de todas las funciones con dominio en  $S$  e imagen en  $Z$ .

El agente no puede especificar completamente las consecuencias que se siguen de sus acciones. Por el contrario, la elección de los actos que haga el agente establecerá una función que tiene como argumentos los estados de la naturaleza, y como imagen las consecuencias. En base a estos elementos, la representación de la relación binaria  $\succ$  es la siguiente: Sea  $\mu : S \rightarrow [0,1]$  tal que  $\sum_{s \in S} \mu(s) = 1$ ,  $u : Z \rightarrow R$  y  $f, f' \in F$ , entonces,

$$f \succ f' \text{ sii } V_{UES}(f) = \sum_{s \in S} \mu(s) \cdot u(f(s)) > V_{UES}(f') = \sum_{s \in S} \mu(s) \cdot u(f'(s)) \quad (3)$$

Nótese que a diferencia de la especificación *VNM*, en este enfoque el ordenamiento de preferencias no se realiza sobre loterías, sino sobre las *acciones/actos*  $f$  del agente. El desarrollo de Savage combina el enfoque de utilidad esperada de von Neumann y Morgenstern con el cálculo de las probabilidades subjetivas de De Finetti (1937).

Existen tres elementos de la representación de Savage que deben ser destacados:

1. Tanto las preferencias, dadas por la función de utilidad  $u$ , como las creencias dadas por la medida de probabilidad  $\mu$ , son subjetivas. Es decir, ambas surgen de la relación  $\succ$ . Esto difiere de la representación de

*VNM*, en la que las probabilidades estaban objetivamente dadas.

2. Las preferencias y las creencias son independientes. Es decir, la utilidad de una consecuencia no depende del estado que se realice. Tampoco el pago recibido en un estado afecta la probabilidad asignada a tal estado.
3. La medida de probabilidad  $\mu$  es independiente de las acciones tomadas, y la utilidad de una consecuencia también es independiente de la acción tomada.

#### *La representación de Anscombe-Aumann (AA)*

La principal fortaleza del enfoque de Savage es que toda incertidumbre es subjetiva. Anscombe y Aumann (1963) propusieron una formulación que se encuentra a mitad de camino entre la incertidumbre objetiva del enfoque *VNM* y la subjetiva de Savage. Sus elementos constitutivos son los siguientes:

- a) Un conjunto de estados  $S$ .
- b) Una distribución de probabilidad subjetiva  $\pi$  que expresa las creencias del agente respecto a las probabilidades de ocurrencia de los estados de la naturaleza  $s \in S$ .
- c) Un conjunto de pagos  $Z$ .
- d) Un conjunto  $P$  de distribuciones de probabilidad objetivamente determinadas sobre  $Z$ .

A diferencia del enfoque de Savage, en lugar de considerar a los actos/acciones como funciones  $h: S \rightarrow Z$ , el enfoque de Anscombe y Aumann supone que los actos son funciones con dominio en los estados  $S$ , y su imagen en el conjunto  $P$  de distribuciones de probabilidad sobre los pagos, objetivamente determinadas,  $h: S \rightarrow P$ . De esta manera, la probabilidad subjetiva revela el estado  $s \in S$ , y el agente deberá elegir un prospecto objetivamente incierto con pagos sobre el

conjunto  $Z$ . Formalmente<sup>34</sup>, sea  $P$  el conjunto de distribuciones de probabilidad sobre  $Z$ , sea  $H$  el conjunto de todas las funciones desde  $S$  al conjunto de distribuciones de probabilidad  $P$  sobre los pagos. La representación de las preferencias en términos de la utilidad esperada es la siguiente: Existe una función  $\pi : S \rightarrow [0,1]$  con  $\sum_{s \in S} \pi(s) = 1$  y  $u : Z \rightarrow R$  tal que:

$h \succ h'$  sii

$$V_{AA}(h) = \sum_{s \in S} \pi(s) \left[ \sum_{z \in Z} h(s)(z) \cdot u(z) \right] > V_{AA}(h') = \sum_{s \in S} \pi(s) \left[ \sum_{z \in Z} h'(s)(z) \cdot u(z) \right] \quad (4)$$

Con el objeto de interpretar la expresión (4), recuérdese que  $h(s)$  es una distribución de probabilidad sobre  $Z$ , de manera que  $h(s)(z)$  debe leerse como la probabilidad de ocurrencia del pago  $z$  condicionado a la realización del estado  $s$ .

Nótese que bajo esta representación, todo acto  $h : S \rightarrow P$  involucra dos fuentes de incertidumbre. En primer lugar, el pago de  $h$  es contingente al estado de la naturaleza, sobre los que el agente asigna una distribución  $\pi$ . En segundo lugar, condicional a la realización del estado,  $h$  es una lotería objetiva. La existencia de estas dos fuentes de incertidumbre permite al enfoque AA distinguir, como casos particulares de su representación, entre los siguientes tipos de loterías:

- 1) *Loterías puramente objetivas*: Son actos que pagan la misma lotería  $h \in P$  independientemente del estado de la naturaleza. En ese caso,  $f(s)(z) = f(z)$ , y se corresponde con la representación de von Neumann y Morgenstern.
- 2) *Actos puramente subjetivos*: Son actos que en cada estado del mundo pagan una lotería representada por una medida de

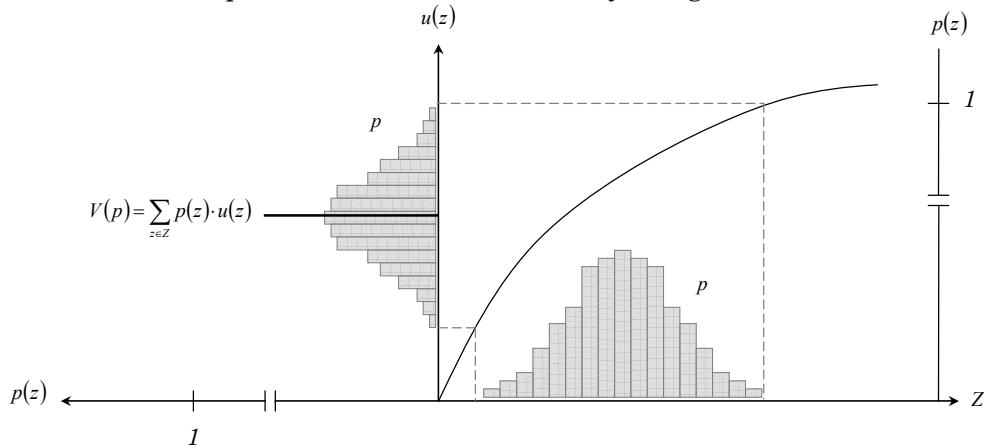
---

<sup>34</sup> Habitualmente en la literatura se conceptualiza al conjunto  $S$  como los posibles resultados de una carrera de caballos –probabilidades subjetivas– y a los elementos de  $Z$  como los posibles resultados de un juego de ruleta –probabilidades objetivas–. De allí que al enfoque AA se lo denomine de preferencias de carrera de caballos-ruleta.

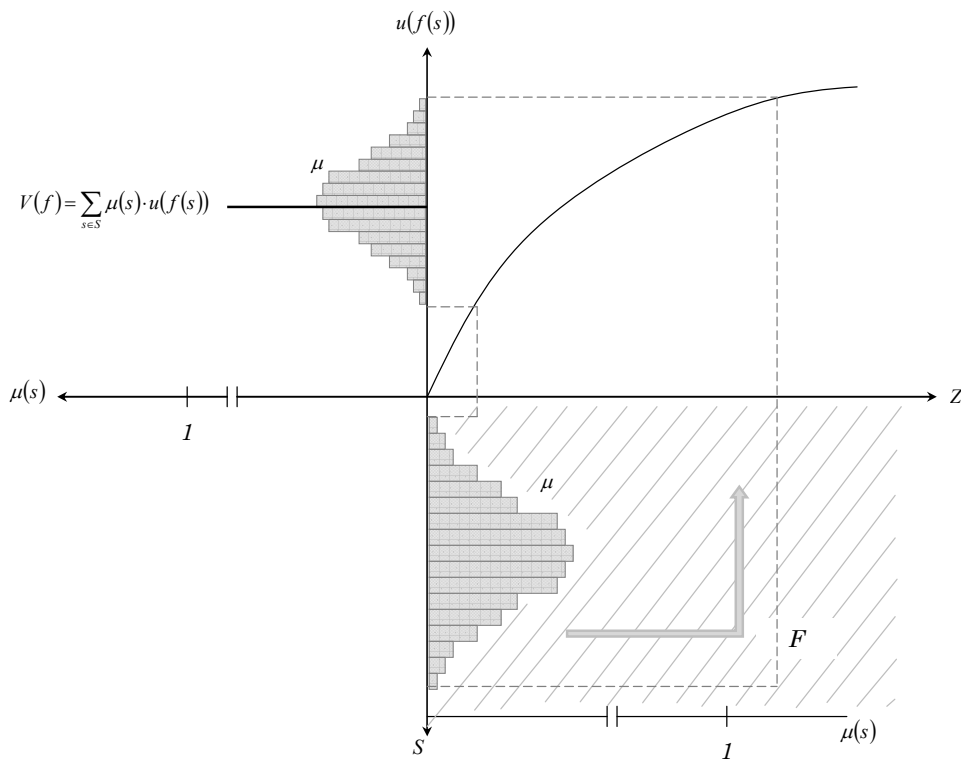
Dirac<sup>35</sup>  $\delta_z$  para cada  $z \in Z$ , dependiente de la realización  $s$ . En ese caso,  $f(s)(z) = \delta_z$ , y se corresponde con la realización de Savage.

Las figuras 1-3 representan los tres criterios descritos previamente.

**Figura III.1**  
Representación von-Neumann y Morgenstern

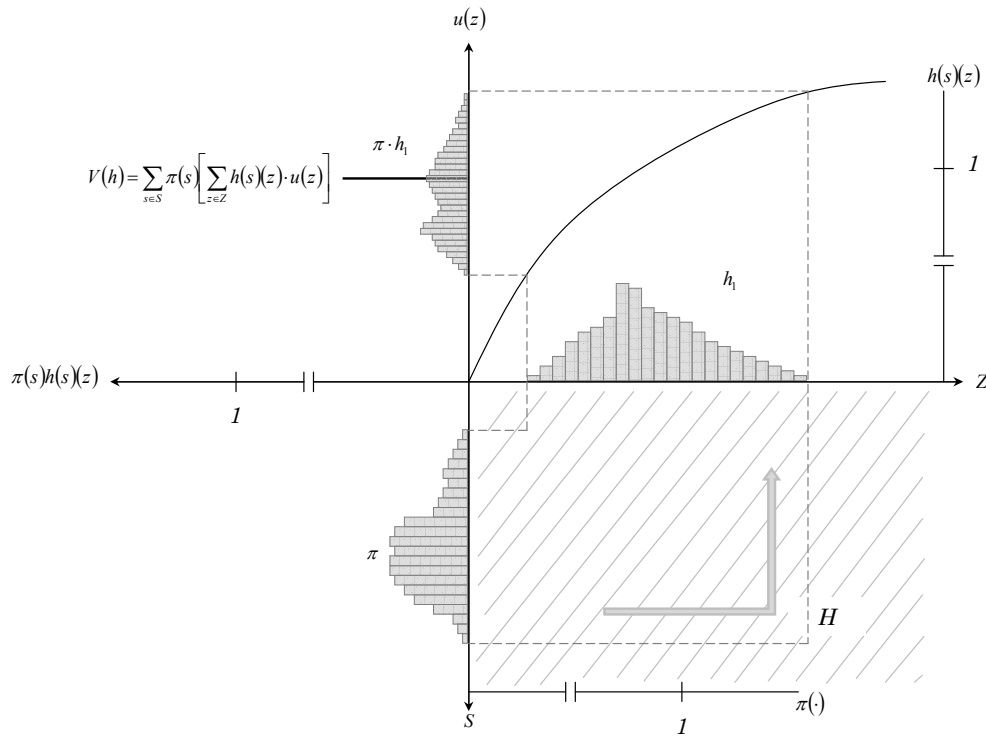


**Figura III.2**  
Representación de Savage



<sup>35</sup> Una medida de Dirac sobre un conjunto  $A$  se define como  $\delta_z = \{0, x \notin A; 1, z \in Z\}$ .

**Figura III.3**  
Representación de Anscombe-Aumann



En las figuras correspondientes a las representaciones de *VNM* y de Savage –figuras III.1 y III.2–, se observa que la fuente de incertidumbre es una sola, aunque de diferentes características, y definida sobre diferentes dominios. En el caso de la figura III.1 se observa que la distribución de probabilidad objetiva  $p$  definida sobre los pagos  $Z$ , transmite sus características a las realizaciones  $u(z)$ . Lo mismo ocurre en la figura III.2. En ese caso, las características estocásticas de la distribución subjetiva  $\mu$  se transmiten a las realizaciones de la utilidad  $u(f(s))$ . A diferencia de la distribución objetiva  $p$ , la distribución  $\mu$  se define sobre el conjunto de estados  $S$ .

En el caso de la representación AA –figura III.3–, la incertidumbre tiene dos fuentes. Por un lado, la distribución de probabilidad subjetiva  $\pi$ , definida sobre los estados de la naturaleza  $S$ , y por el otro, la distribución objetiva  $h$ , definida sobre los pagos  $Z$ . En la figura 3 se supone que el agente optó por la distribución objetiva  $h_1$ . De esta manera, las características estocásticas conferidas a las realizaciones de

la utilidad  $u(z)$  resultan de la distribución subjetiva  $\pi(s)$  y de la distribución objetiva  $h(s)(z)$  sobre los pagos  $z \in Z$ , condicional a la realización del estado  $s$ .

A partir del desarrollo de Savage y de Anscombe-Aumann, la UES se erigió como el enfoque central de la literatura de decisión en contextos de incertidumbre.

La teoría de la utilidad esperada posee implicancias testeables. Por un lado, las características de la función de utilidad del tipo VNM –función  $u$  de las expresiones (1)-(3)–. Adicionalmente, existen implicancias testeables que son indiferentes a la forma específica de la función de utilidad, como es el caso de propiedad de linealidad en probabilidad de la función  $V(\cdot)$  en las expresiones (1)-(3). Otra implicancia, en este caso exclusiva de la utilidad esperada subjetiva (es decir la representación de Savage y de Anscombe-Aumann) la constituye el supuesto de que los agentes siempre son capaces de asignar medidas de probabilidad subjetivas únicas sobre los estados de la naturaleza.

A pesar de su atractivo normativo, existe una amplia evidencia en contra de los supuestos que subyacen tras la UES como así también de su capacidad para representar el comportamiento de los agentes. Entre las principales críticas se encuentran las siguientes: a) *Incumplimiento del axioma de independencia (incumplimiento del supuesto de linealidad en probabilidad)* b) *Inexistencia de creencias probabilísticas* –ver Machina, (2008)–.

La paradoja de Allais (1953) constituye una crítica a la característica de linealidad en probabilidades de la teoría de la utilidad esperada. Básicamente, consiste en mostrar que bajo determinadas configuraciones de pagos y probabilidades, la elección de los agentes puede contradecir el supuesto de curvas de indiferencia lineales en probabilidad.

Por otra parte, la paradoja de Ellsberg (1961) ataca el supuesto de la teoría de la utilidad esperada respecto a que los agentes siempre están

en condiciones de formar probabilidades subjetivas únicas sobre la posible ocurrencia de los estados de la naturaleza o de los pagos. En determinados contextos, los agentes no disponen de información suficiente para asignar valores puntuales de probabilidad, sino sólo establecer intervalos sobre las mismas. Bajo esas condiciones, los agentes optan por aquellas loterías sobre las que pueden asignar valores de probabilidad únicos.

En vistas del tema de estudio de la presente Tesis, el interés de esta sección está puesto en los principales desarrollos que surgieron a partir de las críticas planteadas en el punto *b*, que dieron origen a nuevos criterios de decisión en contextos en que los agentes enfrenten dificultades para plantear creencias probabilísticas únicas.

#### *Distinguiendo entre incertidumbre y ambigüedad*

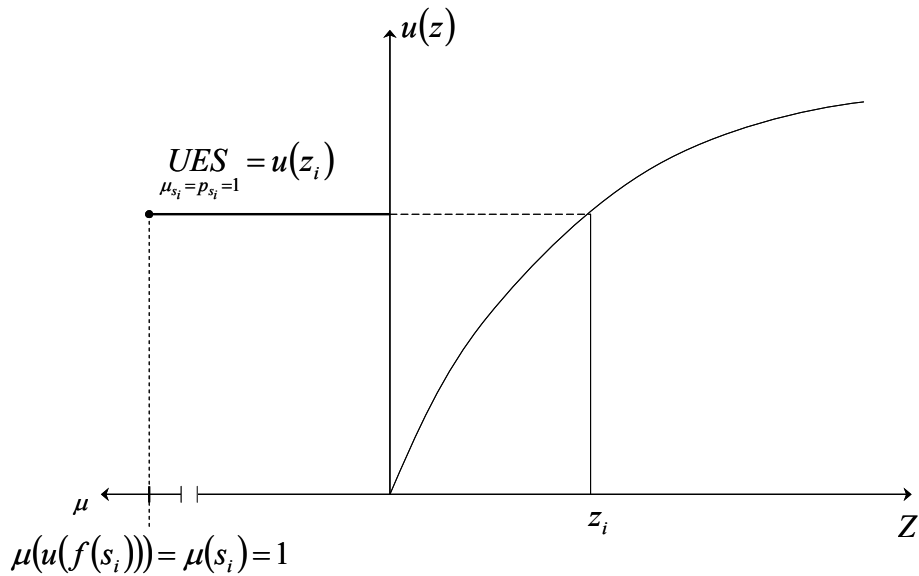
Un agente enfrenta ambigüedad cuando no puede asignar creencias probabilísticas únicas a las realizaciones de los diversos estados, enfrentan *ambigüedad*. Existen numerosas definiciones de ambigüedad. En el presente trabajo se adoptará la siguiente definición general –ver Frisch y Baron (1988) y Camerer y Weber (1992): *La ambigüedad es la incertidumbre sobre la probabilidad por falta de información relevante.*

La ambigüedad sobre la probabilidad crea un tipo adicional de riesgo para el agente. El riesgo de tener una creencia equivocada, generado por la falta de información que enfrenta.

Incorporando el conjunto  $M$  de distribuciones subjetivas (creencias) concebibles por el agente sobre los estados de la naturaleza a los elementos del enfoque de Savage enumerados previamente, y representando las distribuciones de probabilidad sobre los valores de utilidad  $\mu(u(z))$  en lugar de  $\mu(s)$  –lo que permitirá prescindir del eje  $S$  representado en la figura III.2–, a continuación se caracterizan los diversos entornos bajo los cuales un agente puede tomar decisiones.

Cuando el agente asume que un estado  $i$  ocurrirá con certeza,  $\mu(u(f(s_i))) = \mu(f(s_i)) = 1$ . En la figura 4 se presenta la distribución de probabilidad correspondiente a la utilidad sobre las consecuencias  $z$  de la acción  $f$  en el estado  $s_i$ .

**Figura III.4**  
Certidumbre

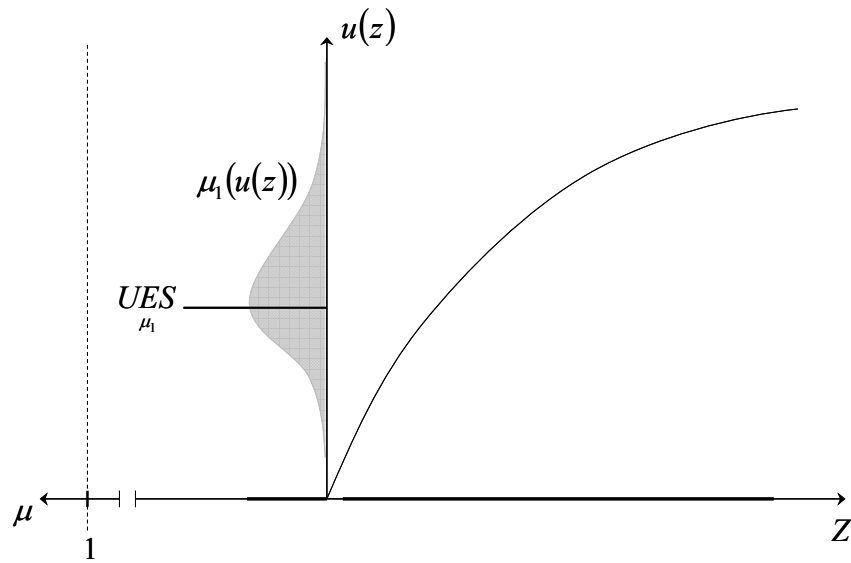


En este caso, el agente enfrenta certidumbre. Por el contrario, cuando el agente desconoce cual estado se realizará, pero puede asignar una probabilidad (creencia) a su ocurrencia, la situación se representa en la figura III.5. En este caso el agente enfrenta incertidumbre (riesgo), o de manera equivalente, una *probabilidad no ambigua*<sup>36</sup> representada por la distribución  $\mu_1$ . Nótese que la figura III.5 muestra claramente que la distribución de probabilidad  $\mu_1$  sobre las realizaciones de las utilidades  $u(z)$  es una función de la distribución subjetiva sobre los estados de la naturaleza, de la acción  $f$  llevada a cabo por el agente, y de la curvatura de la función de utilidad.

<sup>36</sup> Gráficamente, se representan distribuciones de probabilidad continuas sólo por motivos ilustrativos.

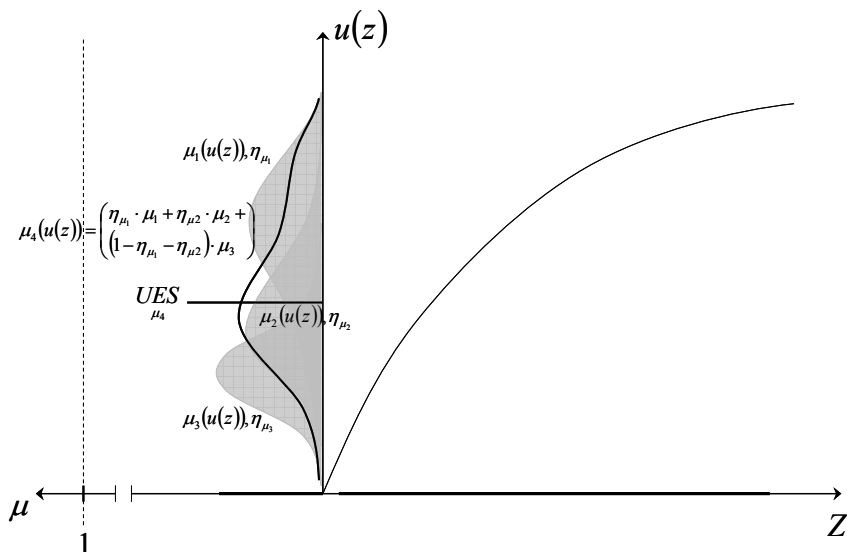


**Figura III.5**  
Incertidumbre



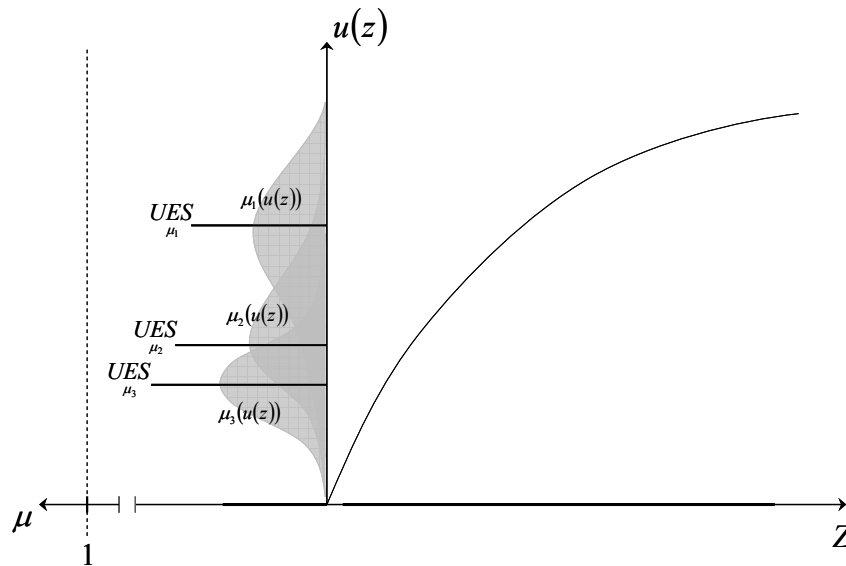
Por el contrario, en caso en que los agentes no se encuentren seguros respecto a que distribución de probabilidad asignar a los estados de la naturaleza, enfrentan *ambigüedad*. En términos de la forma gráfica propuesta, es posible representar la ambigüedad a partir de dos criterios generales. Cuando a las distribuciones de probabilidad del conjunto concebible  $M$  de distribuciones se les puede así mismo asignar probabilidades  $\eta_{\mu_i}$  con  $\sum \eta_{\mu_i} = 1$ , la ambigüedad puede ser expresada por medio de *probabilidades de segundo orden (PSO)* –ver figura III.6–.

**Figura III.6**  
Ambigüedad (Probabilidad de segundo orden)



Por el contrario, cuando los agentes no son capaces de asignar probabilidades a las diversas distribuciones que componen el conjunto concebible, la ambigüedad queda descrita por el mismo conjunto  $M$  – Figura III.7–, no pudiendo ser representable en términos de probabilidades de segundo orden como en el caso de la figura III.6.

**Figura III.7**  
Ambigüedad (Conjunto de distribuciones de probabilidad)



La paradoja de Ellsberg aportó evidencia experimental de que la distinción entre incertidumbre y ambigüedad es relevante para comprender el comportamiento de los agentes que toman decisiones en contextos estocásticos.

Si el agente es averso a la incertidumbre sobre los posibles pagos, pero es capaz de asignar una única distribución de probabilidad subjetiva – figura 5–, entonces el agente es *averso al riesgo* y consistente con la UES. Por otra parte, si el agente es incapaz de asignar una única distribución de probabilidad subjetiva y tiene aversión por esta situación, diremos que es *averso a la ambigüedad*, y la UES resulta insatisfactoria como criterio de decisión.

### III.3. Enfoques de decisión bajo ambigüedad

Como se ha desarrollado en la subsección anterior, las fuentes de incertidumbre que enfrenta el agente, como así también sus acciones y la curvatura de su función de utilidad (preferencias) determinan las características estocásticas de la distribución de probabilidad de los valores de utilidad de los pagos –i.e.  $u(z)$ –.

En términos de la representación  $AA$ , todo acto  $h : S \rightarrow P(Z)$  involucra dos fuentes de incertidumbre. En primer lugar, el pago de la acción  $h$  es contingente a la realización del estado de la naturaleza, a los que el agente les asigna una probabilidad subjetiva, dada por la distribución  $\pi$ . En segundo lugar, contingente al estado, la acción  $h(s)$  es una lotería objetiva (segunda fuente de incertidumbre).

En el caso de la representación de Savage, las fuentes de incertidumbre pueden interpretarse de igual modo, y considerar que sólo cambia la forma de la distribución de probabilidad objetiva sobre los pagos. En este caso, dada la acción  $f(s)$ , la realización de un estado de la naturaleza específico determina un pago  $z \in Z$  con probabilidad igual a uno. En otras palabras, puede pensarse a la distribución objetiva como una medida de Dirac, de manera que dada la acción  $f(s)$  y la realización específica  $s$ ,  $\delta_z = 1$ .

En presencia de ambigüedad, el agente enfrenta una fuente adicional de incertidumbre: La imposibilidad de asignar una distribución de probabilidad única sobre los estados de la naturaleza. El criterio de elección que surge de la paradoja de Ellsberg –optar por la lotería sobre la que es posible especificar valores de probabilidad sobre los pagos–, requiere imponer cambios a los supuestos sobre las fuentes de incertidumbre y la respuesta de los agentes frente a las mismas. No todos los criterios desarrollados permiten distinguir claramente entre los efectos de la ambigüedad, y la respuesta del agente que se ve enfrentado a la misma –i.e. entre ambigüedad y aversión por la ambigüedad–. La literatura especializada ha abordado este problema a través de dos líneas fundamentales. La primera línea consiste en

reemplazar la medida de probabilidad  $\mu$  sobre los estados de la naturaleza  $S$  por alguna otra medida de las creencias que capture la falta de información que afronta el tomador de decisión respecto a la fuente de incertidumbre. Estas medidas de probabilidad alternativas sobre los estados  $S$  pueden ser únicas –como en el caso de la medida con probabilidades no aditivas de la utilidad esperada de Choquet–, o múltiples. Como representantes de esta primera línea de investigación que asume alternativas a la medida  $\mu$  se puede mencionar el modelo de utilidad esperada de Choquet –Schmeidler (1989)–, el modelo maxmin de Gilboa y Schmeidler (1989), las preferencias variacionales de Maccheroni, Marinacci y Rustichini (2006) y las preferencias suaves de Klibanoff, Marinacci y Mukherji (2005).

El segundo enfoque consiste en mantener una única medida de probabilidad subjetiva  $\mu$  sobre el conjunto de estados  $S$  pero introducir algún otro parámetro que capture la mayor aversión por la variabilidad proveniente de la fuente subjetiva, como en el caso del modelo de utilidad esperada de segundo orden de Ergin y Gul (2009), Grant, Polak y Strzalecki (2009), Gul y Pesendorfer (2010), Nau (2006) y Neilson (1993, 2010).

A continuación se describen las características fundamentales de las representaciones de preferencias que contemplan ambigüedad más relevantes en la literatura.

#### *Utilidad esperada Max-Min*

El modelo de utilidad esperada maxmin (UEM)<sup>37</sup> de Gilboa y Schmeidler (1989) supone un conjunto  $M$  de distribuciones de probabilidad subjetivas factibles sobre los estados de la naturaleza. De acuerdo con este enfoque, el criterio de selección del agente consiste en maximizar la utilidad esperada de las acciones utilizando cada una de las distribuciones  $\mu \in M$ , y luego elegir la acción óptima correspondiente a la distribución que generó el mínimo valor de utilidad esperada. La forma general del modelo UEM puede representarse como:

---

<sup>37</sup> También denominado en la literatura como *enfoque de priors múltiples*.

$$V(f) = \max_{\mu \in M} \min_{s \in S} \int u(f(s)) d\mu \quad (5)$$

Donde  $u(\cdot)$  es una función de utilidad del tipo von Neumann-Morgenstern y  $M$  es un conjunto de distribuciones de probabilidad  $\mu$  sobre  $S$ . La función de utilidad esperada *maxmin* reemplaza a la medida de probabilidad única  $\mu(\cdot)$  de la utilidad esperada por un conjunto  $M$  de medidas de probabilidad subjetivas factibles. Dadas dos acciones  $f$  y  $g$ ,

$$f \succ g \text{ sii } \min_{\mu \in M} \int u(f(s)) d\mu > \min_{\mu \in M} \int u(g(s)) d\mu \quad (6)$$

Para cada acción, el agente le asignará una probabilidad de ocurrencia igual a uno a la distribución  $\mu$  que implique la menor utilidad esperada. Esta minimización sobre un conjunto de distribuciones subjetivas puede interpretarse como la forma en la que el enfoque contempla la aversión por la ambigüedad. Posteriormente, Epstein y Schneider (2003) axiomatizaron una versión intertemporal recursiva de este enfoque de preferencias.

Sin embargo, en ciertas ocasiones, evaluar los actos por medio del peor resultado esperable posible puede considerarse de un pesimismo extremo. Ghirardato, Maccheroni y Marinacci (2004) axiomatizaron un criterio generalizado de UEM denominado *utilidad esperada  $\alpha$ -maxmin* ( $\alpha$ -UEM). Este criterio evalúa las acciones del agente por medio de una combinación convexa de sus utilidades esperadas máximas y mínimas sobre un conjunto de creencias subjetivas sobre los estados. La forma general del modelo  $\alpha$ -UEM puede expresarse como:

$$V(f) = \alpha \cdot \min_{\mu \in M} \int u(f(s)) d\mu + (1 - \alpha) \cdot \max_{\mu \in M} \int u(f(s)) d\mu \quad (7)$$

Donde  $\alpha \in [0,1]$  refleja el peso relativo de la peor utilidad esperada de la acción  $f$  dado  $M$  respecto de la mejor. De esta manera, el parámetro  $\alpha$  puede ser interpretado como el grado de *aversión a la ambigüedad*, siendo el enfoque *maxmin* el caso particular para  $\alpha = 1$ .

### *Utilidad esperada de Choquet*

El enfoque UEM conlleva el riesgo de suponer que el tomador de decisión sólo considera los eventos extremos para ordenar actos. Sin embargo, puede resultar conveniente considerar no sólo los resultados extremos, sino también los intermedios para la toma de decisión. Gilboa (1987) y Schmeidler (1989) desarrollaron un criterio que hace exactamente eso, utilizando la noción de probabilidades no aditivas. Este enfoque se encuentra relacionado con la utilidad esperada dependiente del rango (UEDR) de Quiggin (1982), Allis (1986) y Yaari (1987)<sup>38</sup>. El elemento principal del enfoque consiste en reemplazar la medida de probabilidad única  $\mu$  sobre los estados por una medida de probabilidades no aditivas. A las probabilidades no aditivas se las denomina *capacidades*. Formalmente, sea  $S$  un álgebra de subconjuntos del conjunto de estados  $S$ . Una *capacidad* es una función  $\eta: S \rightarrow R$  que satisface las siguientes propiedades:

*Monotonicidad:*  $A, B \in S$  y  $A \subseteq B$  implica que  $\eta(A) \leq \mu(B)$ .

*Normalización:*  $\eta(\emptyset) = 0$ ,  $\eta(S) = 1$

Nótese que para dos conjuntos disjuntos  $C, D \in S$ ,  $\eta(C \cup D) \geq \max[\mu(C), \mu(D)]$  pero no necesariamente  $\eta(C \cup D) = \mu(C) + \mu(D)$ . La capacidad  $\eta$  constituye una distribución de probabilidad si satisface la propiedad *aditiva*. Es decir, si para todo  $A, B \in S$  tal que  $A \cap B = \emptyset$ ,  $\eta(A \cup B) = \eta(A) + \eta(B)$ . La capacidad  $\eta^0$  con  $\eta^0(E) = 0$  para todo  $E \notin S$  representa completa ignorancia por parte del agente.

En presencia de capacidades, es necesaria una noción específica de integración. El concepto básico de integración con respecto a una medida no-aditiva fue desarrollado por Choquet (1953, 1954), y se conoce como *integral de Choquet*. Sea  $g$  una función simple, es decir, una función  $g: S \rightarrow R$  que toma sólo un número finito de valores reales

---

<sup>38</sup> Estos enfoques constituyen posibles soluciones al problema de la no linealidad en probabilidad (primera crítica descrita previamente a la teoría de la utilidad esperada).

$(x_1, \dots, x_n)$ . Supóngase también el siguiente ordenamiento:  $x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n$  con  $x_{n+1} = 0$ . La integral de Choquet de la función  $g$  puede escribirse como:

$$\int g d\eta = \sum_{i=1}^n x_i [\eta(\{s \in S / g(s) \geq x_i\}) - \eta(\{s \in S / g(s) > x_i\})] \quad (8)$$

El enfoque de Gilboa (1987) y Schmeidler (1989) aplica la integral de Choquet a la utilidad esperada. Dado un conjunto finito de estados del mundo  $s_1, \dots, s_n$ , se los ordena de 1 a  $n$  en base a su utilidad  $u(f(s_i))$ , para una acción particular  $f$ . De esta manera, para loterías con resultados finitos, la utilidad esperada subjetiva no-aditiva resulta:

$$V(f) = u(f(s_1)) \cdot \eta(s_1) + \sum_{i=2}^n u(f(s_i)) \cdot \left[ \eta\left(\bigcup_{j=1}^i s_j\right) - \eta\left(\bigcup_{j=1}^{i-1} s_j\right) \right] \quad (9)$$

Con independencia de la no aditividad de la medida de probabilidad  $\eta$ , la expresión (9) puede interpretarse como una suma ponderada. El ponderador para el estado  $i$  surge de la diferencia entre el valor del ponderador agregado considerando todos los estados hasta el  $i$  inclusive y el valor del ponderador agregado de todos los estados hasta  $i$ , sin incluir a este último. Nótese que si la medida de probabilidad  $\eta(\cdot)$  fuera aditiva, la diferencia entre corchetes sería simplemente  $\mu(s_i)$ , la probabilidad subjetiva del estado  $i$ , de manera que la expresión se reduciría a la de la UES. Por el contrario, en el caso de probabilidades no aditivas, el valor del ponderador dependerá del ranking del estado  $i$ .

#### *Utilidad esperada con preferencias suaves*

Más recientemente, Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005) (de aquí en adelante KMM) presentaron un modelo de preferencias sobre actos tal que el agente prefiere el acto  $f$  al  $g$  sí y sólo sí  $E_{\pi} \phi\left(E_{\mu \in M} u(f)\right) \geq E_{\pi} \phi\left(E_{\mu \in M} u(g)\right)$ , donde  $E$  es el operador expectativa,  $u$  es una función de utilidad del tipo von Neumann-Morgenstern,  $\phi$  es una transformación

creciente y  $\pi$  es una probabilidad subjetiva sobre un conjunto  $M$  de medidas de probabilidad  $\mu(\cdot)$  sobre los estados de la naturaleza que el tomador de decisión considera factibles dada su información subjetiva. Un elemento central del enfoque KMM es que permite establecer una separación entre ambigüedad, identificada como una característica de las creencias subjetivas del tomador de decisión, –distribuciones subjetivas múltiples  $\mu \in M$ – y la actitud frente a la ambigüedad, una característica de las preferencias del tomador de decisión, resumida en la forma –concavidad– de la función  $\phi$ .

Las preferencias caracterizadas por el enfoque KMM, denominadas preferencias suaves (UEPS), se representan por una doble expectativa de la forma,

$$V(f) = \sum_{i=1}^n \pi_i(\mu_i) \cdot \phi \left( \sum_{\mu \in M} u(f) \cdot \mu(s) \right) \equiv E_{\pi} \phi \left( E_{\mu \in M} u(f) \right) \quad (10)$$

donde  $f$  (actos) es una función en reales definida sobre el espacio de estado  $S$ ,  $u$  es una función de utilidad del tipo von Neumann-Morgenstern,  $\mu_i$  es una medida de probabilidad sobre  $S$ , y  $\phi$  es un mapeo de reales a reales. El agente posee incertidumbre respecto a cual es la distribución de probabilidad  $\mu_i \in M$  que efectivamente determinará las realizaciones de  $S$ . La medida  $\pi_i$  es el prior subjetivo del tomador de decisión sobre el elemento  $i$  de  $M$ , el conjunto de todas las posibles distribuciones de probabilidad  $\mu$  sobre  $S$ , y por lo tanto mide la relevancia subjetiva de que una medida de probabilidad  $\mu$  particular sea la correcta. Mientras que la curvatura de la función  $u$  caracteriza la actitud del agente frente al riesgo/incertidumbre, KMM muestran que la actitud frente a la ambigüedad es capturada por la curvatura de la función  $\phi$ . En particular, una función  $\phi$  cóncava caracteriza *aversión por la ambigüedad*, que los autores definen como aversión a cambios en los valores de utilidad esperada  $E_{\mu \in M} u(f)$  que preserven el valor esperado  $E_{\pi} \phi \left( E_{\mu \in M} u(f) \right)$ . En el caso en que  $\phi$  sea una



función lineal, el agente es *neutral a la ambigüedad*. Posteriormente, Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2009) axiomatizaron una versión intertemporal de este enfoque de preferencias suaves.

Klibanoff et al. (2009) proponen una versión recursiva de las preferencias suaves. Respetando la notación hasta aquí utilizada, las preferencias recursivas suaves por la ambigüedad sobre un plan  $f$  en el momento  $t$ , puede representarse como:

$$V_t(f) = u(f) + \beta \cdot \phi^{-1} \left[ E_{\Pi} \phi \left( E_{\mu_t} V_{t+1} \right) \right]$$

Donde  $V_t$  es la función de valor (directa) definida recursivamente.

#### *Utilidad esperada con preferencias multiplicativas*

A partir de los trabajos de Hansen y Sargent (2000, 2001), se ha explorado otra alternativa que se basa en los avances recientes en el campo de la teoría del control robusto aplicado a la ingeniería y en la literatura de control óptimo. Este enfoque, denominado de preferencias multiplicativas (UEPM), ha sido axiomatizado por Strzalecki (2011). Su principal característica consiste en modificar la función objetivo  $V(f)$  de manera que el agente pueda considerar la posibilidad de que una distribución específica difiera de otra distribución de probabilidad que el agente supone más cercana a la verdadera.

Si bien el agente no conoce la verdadera distribución de probabilidad sobre los pagos, tiene una distribución subjetiva  $q$  a la que considera más factible. Sin embargo, el agente no tiene plena confianza en su creencia sobre  $q$ , de manera que considera otras distribuciones plausibles  $\mu \in M$ . La plausibilidad dada por el agente a cada una de estas distribuciones, decrecerá proporcionalmente con la *distancia* respecto de  $q$ . Específicamente los agentes ordenan el perfil de los actos de acuerdo con el siguiente criterio de elección:

$$V(f) = \min_{\mu \in M} \left\{ \int u(f) d\mu + \theta \cdot R(\mu // q) \right\} \quad (11)$$

Donde  $R(\cdot // q): M \rightarrow [0, \infty]$  es la entropía relativa o distancia de *Kullback-Leibler*<sup>39</sup> con respecto a  $q \in M$ . Esta distancia determinará la plausibilidad asignada a cada medida de probabilidad  $\mu$ . Por ejemplo, para una distribución  $\mu_1$  ceteris paribus el valor de  $\theta$ , un valor alto de  $R$  disminuye las probabilidades de que la resolución de la expresión anterior resulte en un mínimo entre todas las distribuciones  $\mu \in M$  consideradas. Por su parte, el parámetro positivo  $\theta$  refleja el peso dado por el agente a la posibilidad de que  $q$  sea la distribución de probabilidad correcta. Cuanto mayor el parámetro  $\theta$ , mayor el valor de  $\theta \cdot R(\mu // q)$ , lo que implica que pequeños alejamientos entre  $\mu$  y  $q$ , disminuyen la probabilidad de que la primera sea elegida como distribución subjetiva.

De acuerdo con Hansen y Sargent (2000), en este modelo la incertidumbre puede ser vista como el resultado de la ambigüedad resultante de la baja calidad de la información en la que los agentes basan sus decisiones.

#### *Utilidad esperada con preferencias variacionales*

Más recientemente, Maccheroni, Marinacci y Rustichini (2006) presentaron un modelo más amplio denominado utilidad esperada de preferencias variacionales (UEPV), del que las preferencias con distribuciones a priori múltiples de Gilboa y Schmeidler y las preferencias multiplicativas de Hansen y Sargent constituyen casos particulares. Estos autores caracterizaron las preferencias sobre los actos de acuerdo con el siguiente criterio de decisión:

$$f \succ g \text{ sí y sólo sí } \min_{\mu \in M} \left( \int u(f) d\mu + c(p) \right) > \min_{\mu \in M} \left( \int u(g) d\mu + c(p) \right) \quad (12)$$

---

<sup>39</sup> La entropía relativa o distancia de Kullback-Leibler entre dos distribuciones de probabilidad  $p(x)$  y  $q(x)$  se define como:

$$R(p // q) = \sum_{x \in X} p(x) \cdot \log \frac{p(x)}{q(x)}$$

La entropía relativa toma siempre valores  $\geq 0$ , siendo  $= 0$  en el caso en que  $p = q$  (ver Cover y Thomas, 1991).

Donde  $u$  es una función de utilidad del tipo von Neumann y Morgenstern sobre los resultados de los actos y  $c$  es un *índice de ambigüedad* del conjunto de distribuciones de probabilidad sobre los estados del mundo. La flexibilidad del enfoque se debe a que las condiciones que debe cumplir la función  $c$  son muy laxas –ver Strzalecki (2011)–.

### *Utilidad esperada de segundo orden*

El enfoque de utilidad esperada de segundo orden (UESO) fue axiomatizado por primera vez en la configuración de Anscombe y Aumann por Neilson (1993, 2009) y posteriormente estudiado por Nau (2001, 2006) y Ergin y Gul (2009) en la configuración de Savage. A continuación se describen los principales elementos del enfoque en la representación de Anscombe y Aumann.

Sea  $P$  el conjunto de distribuciones de probabilidad sobre el conjunto de pagos  $Z$ , y  $H$  el conjunto de todas las funciones con dominio  $S$  e imagen en el conjunto de distribuciones de probabilidad sobre los pagos –conjunto  $P$ –. El estado de la naturaleza  $s \in S$  determina la distribución de probabilidad objetiva  $h(s)(z)$  sobre los pagos. Sea  $\mu$  la distribución de probabilidad subjetiva sobre los estados de la naturaleza  $S$ . Dados estos elementos, la UESO propone la siguiente representación de preferencias: Existe una función de utilidad  $u$  del tipo *VNM* y una función de utilidad  $w$ , tal que:

$h \succ h'$  sii

$$V_{UESO}(h) = \sum_{s \in S} \mu(s) \cdot w \left[ \sum_{z \in Z} u(z) \cdot h(s)(z) \right] > V_{UESO}(h') = \sum_{s \in S} \mu(s) \cdot w \left[ \sum_{z \in Z} u(z) \cdot h'(s)(z) \right] \quad (13)$$

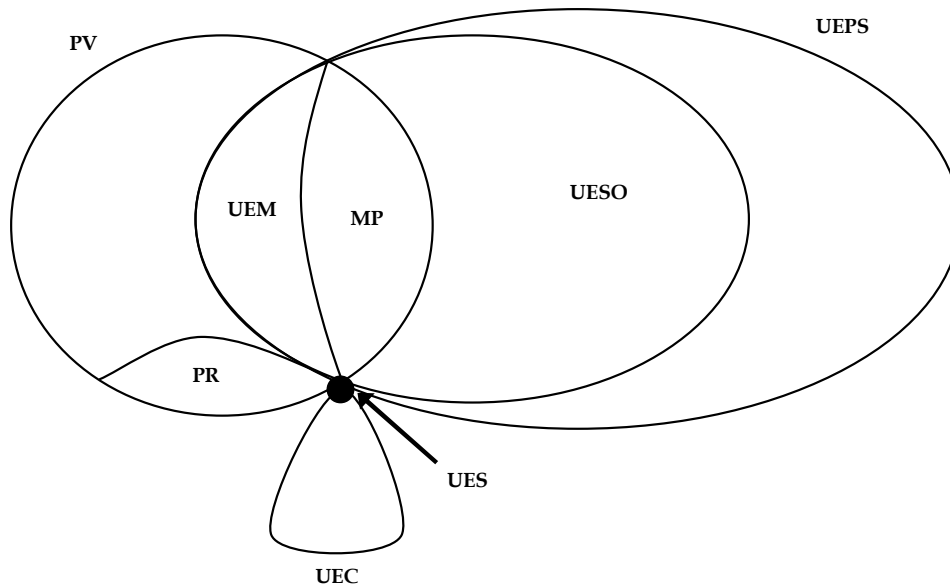
Una comparación entre la expresión anterior y la correspondiente a la de las preferencias del tipo Anscombe-Aumann permite ver que los términos entre corchetes corresponden a la utilidad esperada de una lotería objetiva, específicamente, aquella determinada por la lotería subjetiva  $h$  –objeto de elección–, y el estado  $s$ . En el enfoque UESO, el tomador de decisión transforma esta utilidad esperada por medio de una

*función de utilidad de segundo orden*  $w$ . La utilidad esperada subjetiva del tipo Anscombe-Aumann es un caso especial de UESO que se corresponde con  $w(z) = z$ . Nótese que tal como afirman Grant et al. (2009) y Neilson (2010), las preferencias UESO pueden ser pensadas como un caso particular del modelo preferencias suaves de Klibanoff et al. (2005), específicamente el caso en que el soporte de la medida de probabilidad  $\mu$  consiste de medidas de Dirac sobre el conjunto de estados  $S$ .

#### *Relación entre los diversos criterios descritos*

A lo largo de los últimos años, se ha desarrollado una extensa literatura que busca identificar las condiciones bajo las cuales las diversas representaciones de preferencias descritas previamente resultan equivalentes. Por ejemplo, Maccheroni, Marinacci y Rustichini (2006) muestran que las preferencias con distribuciones a priori múltiples (maxmin) de Gilboa y Schmeidler (1989) como así también las preferencias multiplicativas de Hansen y Sargent pueden especificarse como casos particulares de las preferencias variacionales. Adicionalmente, Grant, Polak y Strzalecki (2009) muestran que las preferencias de utilidad esperada de segundo orden constituyen un caso particular de las de utilidad esperada con preferencias suaves de Klibanoff et al. (2005), y Strzalecki (2011) muestra que las preferencias multiplicativas constituyen precisamente la intersección entre las preferencias del tipo variacionales y las del tipo de utilidad esperada de segundo orden. Klibanoff et al. (2005) también muestran que en el caso de aversión por la ambigüedad tendiente a infinito, el enfoque de preferencias suaves exhibe un comportamiento equivalente a la utilidad esperada maxmin de Gilboa y Schmeidler (1989). Estas relaciones entre los diversos enfoques descritos se representan en la figura III.8.

#### **Figura III.8**



### III.4. Aplicaciones recientes a tópicos financieros de los enfoques que contemplan ambigüedad

A lo largo de los últimos años, la literatura referente a aplicaciones de los enfoques de decisión bajo ambigüedad en tópicos financieros ha evidenciado un crecimiento superlativo. A continuación se identifican las principales líneas temáticas y se mencionan los trabajos más representativos de cada una de ellas<sup>40</sup>.

*Ambigüedad y selección óptima de cartera:* En esta línea de investigación, Ait-Sahala y Brandt (2001), Garlappi, Uppal y Wang (2007) y Pflug y Wozabal (2007) presentan aplicaciones del enfoque de preferencias maxmin a la decisión de portafolio. El trabajo de Bassett, Koenker y Kordas (2004) utiliza el modelo de utilidad esperada de Choquet. Taboga (2005) y Gollier (2005, 2011) aplican un enfoque de preferencias suaves a la decisión de cartera entre activos riesgosos y libres de riesgo, y los trabajos de Ju y Miao (2012) y Petraracchia (2011) en los que también se aplican preferencias suaves pero al caso de un modelo de selección de cartera dinámico. Campanale (2011) utiliza el enfoque de Gilboa y Schmeidler con aprendizaje en un modelo de cartera de ciclo vital. Ameur y Prigent (2013) aplican los enfoques de Maccheroni et al. (2006), Gilboa y Schmeidler (1989) y de Hansen y

<sup>40</sup> Un completo resumen de las aplicaciones de los diversos enfoques de ambigüedad a tópicos financieros se encuentra en Epstein y Schneider (2010). Miao (2009).

Sargent (2011) al problema de asignación óptima de portafolio. Faria, Correia-da-Silva y Ribeiro (2009) utilizan un enfoque recursivo de priors múltiples para analizar las decisiones óptimas de consumo y cartera en un modelo dinámico en la tradición de Merton (1969), en un contexto de información incompleta.

*Ambigüedad como una respuesta al equity premium:* El equity premium puzzle se basa en la observación que la prima del retorno de las acciones en las economías desarrolladas ha sido durante el último siglo del orden del 4%-6% anual, mientras que los niveles teóricos obtenidos por las modelizaciones correspondientes al paradigma de utilidad esperada subjetiva (UES) no excede el 0,5% anual –ver Mehra y Prescott (1985). El bajo valor de la prima es consecuencia del elevado valor teórico de la tasa libre de riesgo. Para obtener un valor de la tasa libre de riesgo acorde con el promedio observado históricamente, los modelos consistentes con la UES requieren un grado irrealmente alto de aversión al riesgo. Chen y Epstein (2002) sugirieron que una porción de esta prima se debe a la mayor ambigüedad asociada con el retorno de las acciones, reduciendo el grado de aversión al riesgo requerido para hacer consistente las observaciones. Trabajos adicionales en esta línea son Uppal y Wang (2003), Cagetti, Hansen, Sargent y Williams (2002), Maenhout (2004), Schroder y Skiadas (2005), Gollier (2005), Leippold Trojani y Vanini (2008), Bossearts, Ghirardato, Guarneschelli y Zame (2007), Rieger y Wang (2011), Erbas y Mirakhor (2007) y Collard, Mukerji, Sheppard y Tallon (2008). Estos últimos utilizan el enfoque de preferencias suaves recursivas de Klibanoff et al. (2009) para estimar el impacto de la ambigüedad y de la aversión por la ambigüedad en la prima de riesgo cargada sobre el retorno de las acciones.

*Ambigüedad y baja participación en los mercados financieros:* La tercera línea refiere al estudio de las razones que llevan a la baja participación de los agentes en los mercados financieros. Existe una extensa literatura que ha estudiado los motivos que subyacen tras este hecho –ver Allen y Gale (1994), Williamson (1994), Haliassos y Bertaut (1995), Vissing-Jorgensen (2002), Yaron y Zang (2000) y Paiella (2007)–. En estos trabajos se ha argumentado que los costos de entrada y/o las

necesidades de liquidez son las principales razones que motivan la baja participación en los mercados. La presencia de ambigüedad incorpora un nuevo argumento para inducir la baja participación. Cao et al. (2005) y Easley y O'Hara (2009) utilizan el enfoque de preferencias maximin para argumentar que los sistemas legales afectan la participación en los mercados financieros a través de sus efectos sobre la ambigüedad. Continuando la línea de estos trabajos, Ui (2011) estudia la relación entre prima por ambigüedad y prima por riesgo en contextos de limitada participación.

*Ambigüedad y estructura temporal de las tasas de interés:* Gagliardini, Porchia y Trojani (2009) estudian las implicancias de la aversión por la ambigüedad sobre la estructura temporal de la tasa de interés por medio de un modelo estructural simple en el que el agente representativo presenta aversión por la ambigüedad a través de priors múltiples recursivos, en la línea de Epstein y Schneider (2003).

*Ambigüedad y diferenciales de tasa de interés:* Boyarchenko (2012) encuentra que los incrementos repentinos en la prima de los CDS durante la reciente crisis global pueden ser explicados por los cambios en el grado de ambigüedad que enfrentan los participantes del mercado y por cambios en cómo la ambigüedad total se distribuye entre ambigüedad sobre la calidad de la información y ambigüedad sobre la calidad del modelo. Cosmin Ilut (2012) desarrolla un modelo de determinación del tipo de cambio nominal en el que agentes aversos a la ambigüedad con preferencias del tipo Gilboa y Schmeidler (1989) enfrentan un problema de precisión de señal en la línea de Epstein y Schneider (2007, 2008).

*Ambigüedad y comportamiento de manada:* Ford, Kelsey y Pang (2005) utilizan el enfoque de utilidad esperada de Choquet para analizar la relación entre ambigüedad y comportamiento de manada en los mercados financieros. Dado que este enfoque no permite separar entre ambigüedad y aversión por la ambigüedad, Dong, Gu y Han (2010) aplican el enfoque de preferencias suaves de Klibanoff et al. (2005).

*Ambigüedad e incompletitud de los mercados financieros:* Suponiendo agentes que maximizan la utilidad esperada de Choquet en un equilibrio competitivo, Mukerji y Tallon (2001) caracterizan las condiciones bajo las cuales es posible que los agentes no intercambien determinados activos, generando de esta manera incompletitud en los mercados. Rinaldi (2009) generaliza el análisis de Mukerji y Tallon para el caso de preferencias variacionales de Mascheroni et al. (2006).

*Ambigüedad, inercia y volatilidad excesiva:* Illeditsh (2011) estudia los efectos sobre la inercia en las tenencias y la volatilidad en los precios de los activos financieros cuando los inversores reciben información que no se puede vincular fácilmente con los fundamentales. Suponiendo que los agentes maximizan la utilidad esperada maxmin, muestra que en presencia de shocks informativos, los inversores no pueden reaccionar, aún cuando no haya costos de transacción ni fricciones en los mercados financieros. Adicionalmente, el autor muestra que pequeños shocks sobre los flujos de ingreso, el beta de los activos, o la prima de riesgo de mercado pueden llevar a cambios drásticos en el precio de las acciones, y en consecuencia, generar volatilidad excesiva.

*Ambigüedad, liquidez y vuelo a la calidad:* Suponiendo agentes que maximizan la utilidad esperada maxmin, Caballero y Krishnamurthy (2008) estudian los efectos de la ambigüedad respecto a shocks de liquidez agregada sobre las decisiones de los inversores y cómo esta ambigüedad puede llevar a la ocurrencia de vuelos a la calidad. Routledge y Zin (2009) consideran el caso de un intermediario financiero con preferencias maxmin que crea un mercado de un activo derivado. Los autores muestran que la ambigüedad puede incrementar drásticamente el diferencial entre el precio de compra y de venta, reduciendo su liquidez.

Epstein y Schneider (2010) y Guidolin y Rinaldi (2013) presentan una descripción detallada de algunos de estos desarrollos. A pesar de la amplitud temática de las aplicaciones, existe un tópico que permanece inexplorado: los efectos de la ambigüedad y de la aversión por la ambigüedad sobre la demanda de activos de reserva de valor en



economías que han experimentado una historia de elevada volatilidad macroeconómica y financiera. La presente Tesis realiza un aporte pionero a esta línea de investigación.

### **III.5. Conclusiones de la sección III**

En la presente sección se desarrollaron los conceptos de decisión bajo incertidumbre y ambigüedad que serán utilizados a lo largo de la Tesis. Adicionalmente, se caracterizaron las diversas representaciones de preferencias bajo ambigüedad. Una de ellas, las preferencias suaves de Klibakoff, Marinacci y Mukerji, serán utilizadas en las secciones VI y VII. Por último se describieron los aportes de estas representaciones a la literatura de macroeconomía y finanzas con el objeto de contextualizar el aporte de la presente Tesis.

## **Sección IV**

### **Reservas de valor en la Argentina: Un análisis retrospectivo**

#### **IV.1 Introducción**

En la presente sección se analizan las tenencias de activos de reserva de valor del sector privado no financiero argentino desde una perspectiva histórica, como así también sus características en términos de sustitución bruta. Adicionalmente se presenta un análisis de los procesos y eventos que pudieron haber incidido en la configuración actualmente observada en las tenencias del sector. La descripción de aspectos específicos de la historia económica argentina tiene como principal objetivo argumentar que los recurrentes cambios en los regímenes de funcionamiento macroeconómico pueden tornarse en una fuente de ambigüedad a ser considerada en la representación de preferencias de los agentes.

La evidencia presentada en esta sección será utilizada a lo largo de la Tesis. En primer lugar, en la sección V utilizando la distribución empírica de los retornos reales de los activos más significativos en cartera del sector privado para el período 1977-2012, se replican las tenencias observadas en la actualidad, utilizando los enfoques convencionales de selección óptima de cartera bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva. Posteriormente, en la sección VI se aplica la representación de preferencias por la ambigüedad de Klibanoff, Marinacci y Mukerji para explicar el sesgo a la dolarización y la demanda de inmuebles residenciales como reserva de valor. Por último, la descripción realizada en la presente sección permite comprender la dificultad –mencionada en la sección VII– para elaborar en Argentina una serie de retornos reales de un activo de bajo riesgo relativo.

#### **IV.2 Características generales de las tenencias de activos del sector privado no financiero.**

La composición de las tenencias de activos de reserva de valor por parte del sector privado no financiero argentino evidenció un cambio secular a partir de mediados de la década del cuarenta, como respuesta a los incentivos generados bajo las diversas configuraciones macroeconómicas que caracterizaron los últimos setenta años de la economía argentina. Tras las diversas configuraciones de funcionamiento de los regímenes monetarios-cambiaros acontecidos, subyace un condicionante

fundamental. Una trayectoria incompleta de transición desde una economía netamente agroexportadora a una economía industrializada, que delineó las principales demandas sociales hacia los hacedores de política económica, condicionando las estrategias de desarrollo de la economía argentina desde el período de entreguerras hasta la actualidad. Los esquemas generales de la configuración macroeconómica mencionados anteriormente son la resultante de la interacción entre los abordajes dados por las autoridades a las diversas demandas, condicionadas por las restricciones de carácter doméstico y externo.<sup>41</sup> Si bien son diversos los esquemas establecidos durante la historia monetaria y financiera argentina, dos características han emergido recurrentemente desde mediados de la década del cuarenta hasta la actualidad. La generación de procesos inflacionarios asociados con diversas formas de dominancia de la política monetaria y la recurrencia de los eventos devaluatorios, toda vez que la escasez de divisas resultó una restricción operativa. Desde esta perspectiva, la evolución observada en las tenencias de activos de reserva de valor del sector privado no financiero puede interpretarse como el resultado de diversas estrategias adaptativas llevadas a cabo por los agentes en contextos inflacionarios y devaluatorios con el objeto de preservar el valor real de su riqueza.

El cuadro IV.1 muestra las tenencias estimadas de los activos financieros más significativos del sector privado no financiero argentino a diciembre de 1941. En la nota al pie 43 se fundamentan las razones por las que se eligió ese año para presentar los stocks del sector. Algunas características merecen ser destacadas. En primer lugar, todos los instrumentos se encontraban denominados en moneda local. En segundo lugar, alrededor del 33% de la cartera estaba constituida por instrumentos de ahorro de largo plazo (títulos públicos y cédulas hipotecarias), con una madurez a vencimiento superior a treinta y siete años, a tasa fija, y denominados en moneda local. Por último, alrededor del 51% de la cartera estaba constituida por depósitos bancarios. Los plazos fijos no constituían una opción de reserva de valor de largo plazo

---

<sup>41</sup> Nótese que en muchos casos las restricciones domésticas resultaron endógenas al tipo de abordaje dado por las autoridades.

significativa. Este rol era cumplido principalmente por las tenencias de títulos públicos y por la cédula hipotecaria argentina. Nótese que por falta de disponibilidad de información, el cuadro VI.1 no presenta las tenencias de inmuebles. Sin embargo, por aquel entonces la demanda de estos activos más allá que para la prestación del servicio de vivienda no era una práctica extendida en el comportamiento financiero del sector privado argentino. Como será explicado en esta sección, el uso de los inmuebles residenciales como instrumentos para preservar el valor real de la riqueza cobró relevancia a partir de la década del cincuenta.

**Cuadro IV.1**  
Tenencias de activos financieros del sector privado no financiero argentino a diciembre de 1941

Tenedores	Valor nominal		
	Millones de m\$n.	como % del total de activos	en % del PIB
Circulante	1,147.0	14.4%	7.1%
Depósitos	4,058.9	51.1%	25.2%
Cuentas corrientes	1,543.5	19.4%	9.6%
Caja de ahorro	2,125.1	26.8%	13.2%
Plazo Fijo	390.3	4.9%	2.4%
Títulos Públicos	1,325.9	16.7%	8.2%
Cédulas Hipotecarias	1,300.2	16.4%	8.1%
Acciones	112.0	1.4%	0.7%
<b>Total</b>	<b>7,944.0</b>	<b>100.0%</b>	<b>49.3%</b>

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCRA.

Como fuera mencionado anteriormente, la experiencia macro-financiera de la Argentina del último medio siglo ha moldeado características específicas de las tenencias de activos de reserva de valor del sector privado no financiero. El cuadro IV2 muestra la cartera de activos del sector considerando las tenencias de circulante, depósitos bancarios, activos denominados en dólares (externos y domésticos), inmuebles y acciones al 31 de diciembre de 2012. Los activos seleccionados incluyen aquellos más utilizados como reserva de valor –i.e. plazos fijos, activos denominados en dólares e inmuebles–. La incorporación de las acciones

se debe a que un elemento que también se buscará explicar a lo largo de la Tesis es la baja participación de este instrumento en los activos totales del sector privado no financiero argentino.

El cuadro IV.3 presenta la misma información del cuadro IV.2 pero re-categorizada como activos inmuebles, activos denominados en dólares, activos denominados en moneda local (exceptuando acciones) y acciones locales. Nótese que el cuadro no considera las tenencias de títulos públicos. Esto se debe a que no es posible discriminar en Argentina las tenencias de este instrumento por parte de las familias. El lector deberá también tener en cuenta que en el caso de las estadísticas argentinas no es posible discriminar entre las tenencias de las familias y de las firmas, implicando que se está asumiendo un error de imputación que es particularmente relevante en el caso de los depósitos de cuenta corriente.

### Cuadro IV.2

Activos del sector privado no financiero argentino (Dic. 2012)

Componentes del activo	MM de us\$	% del PBI	% del total de activos
<b>Activos totales considerados</b>	<b>600.9</b>	<b>193.5%</b>	<b>100.0%</b>
<b>Activos inmuebles</b>	<b>283.4</b>	<b>91.2%</b>	<b>47.2%</b>
Domésticos	274.3	88.3%	45.7%
En el exterior	9.0	2.9%	1.5%
<b>Activos financieros</b>	<b>317.6</b>	<b>102.2%</b>	<b>52.8%</b>
Domésticos	124.0	39.9%	20.6%
Circulante	29.4	9.5%	4.9%
Depósitos	60.4	19.5%	10.1%
En moneda local	54.9	17.7%	9.1%
En dólares	5.6	1.8%	0.9%
Acciones	34.3	11.0%	5.7%
En el exterior	193.5	62.3%	32.2%
De cartera	170.6	54.9%	28.4%
Otros	22.9	7.4%	3.8%

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCRA e INDEC.

### Cuadro IV.3

### Activos del sector privado no financiero (Argentina)

Componentes del activo	MM de us\$	% del PBI	% del total de activos
<b>Activos totales</b>	<b>600.9</b>	<b>193.5%</b>	<b>100.0%</b>
Inmuebles domésticos	274.3	88.3%	45.7%
Acciones	34.3	11.0%	5.7%
Activos fin. en dólares	208.1	67.0%	34.6%
Activos fin. en pesos	84.2	27.1%	14.0%

Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCRA e INDEC.

Como se evidencia a partir de los cuadros IV.1-3, las tenencias de activos de reserva de valor del sector privado no financiero argentino experimentaron un cambio sustancial en su composición entre 1941 y 2012. Principalmente se destaca el sesgo adquirido a la dolarización, el uso de los inmuebles residenciales como instrumento de ahorro y la caída en la participación de los activos intermediados financieramente

El resto de la sección se estructura de la siguiente manera: en la subsección IV.3 se describen las características de los principales activos de reserva de valor a comienzos de la década del cuarenta. Posteriormente, en la subsección IV.4 se analizan los procesos que fueron modificando las tenencias de activos del sector privado a partir de mediados de la década del cuarenta. Por último, en la subsección IV.5 se analizan las consecuencias de los procesos descritos en IV.4, en términos de las participaciones relativas y los grados de sustitución bruta.

#### **IV.3 Las opciones de ahorro de largo plazo hasta mediados de la década del cuarenta**

##### *La cédula hipotecaria argentina*

Entre los años 1903 y 1944 la tasa de inflación promedio anual de la Argentina medida sobre una canasta de bienes de consumo fue del 1,48%. Sólo en el año 1918, y como consecuencia del incremento mundial en el precio de los alimentos, la tasa de inflación superó el 20% anual. En aquel contexto de baja inflación, ya desde comienzos del último

cuarto del siglo XIX, un incipiente sistema financiero argentino supo desarrollar opciones de ahorro denominados en moneda local, a tasa fija, y a largo plazo –con una duración superior a treinta años–. El instrumento que conquistó las preferencias del público, y que devendría en el principal instrumento de ahorro de largo plazo del sector privado no financiero, fue la cédula hipotecaria argentina (CHA) –ver Cortés Conde (2011)–. Creado en el año 1886, se trataba de un instrumento de titulación de los créditos hipotecarios otorgados por el Banco Hipotecario Nacional, a tasa fija –en su mayoría del 6% y una amortización acumulativa anual del 1,0%– emitido con un bajo valor facial, lo que facilitaba el exceso a los pequeños ahorristas. El principal factor explicativo del éxito de la cédula hipotecaria como instrumento de ahorro fue su triple garantía: la del valor del bien hipotecado, la constituida por las reservas del banco hipotecario, y la del Tesoro Nacional –ver Banco Hipotecario Nacional (1960)–. La crisis financiera de 1890 cimentó la confianza del público en la cédula hipotecaria. A pesar de la magnitud del episodio, la CHA hizo honor al sello de la Nación impreso en el título. Posteriormente, la Ley 8.172 de 1911 tuvo una incidencia trascendental en la expansión de este instrumento al incluir la autorización expresa para que el Banco Hipotecario pudiese acordar préstamos de edificación, por cuotas sucesivas, en Capital Federal, capitales provinciales, capitales de territorios nacionales y ciudades de más de 10.000 habitantes. La medida resultó de importancia para la expansión del crédito hipotecario a nivel nacional, y por ende de la cédula como instrumento de ahorro. El éxito de la CHA también puso de manifiesto la ausencia de instrumentos considerados sustitutos por parte del sector privado, durante aquel período, con excepción de los depósitos bancarios, aunque estos últimos (principalmente las cajas de ahorro) constituían opciones de ahorro de corto plazo. Por su parte, el mercado de acciones, que había logrado un desarrollo relativamente significativo durante la última década del siglo XIX y primera década del XX, no logró reponerse al estallido de la primera guerra mundial, y mantuvo un bajo nivel de operaciones hasta la segunda mitad de la década del cuarenta. Con respecto al mercado de títulos públicos, previo a la creación del Banco Central en 1935 no



existía un mercado con colocación pública. Los suscriptores pertenecían a un grupo reducido: compañías de seguros, entidades bancarias y financieras y grandes empresas. Con la profundización del mercado de títulos acontecida durante la década del treinta, los pasivos de largo plazo del sector público devinieron –desde la perspectiva del sector privado no financiero– en un sustituto prácticamente perfecto de la cédula hipotecaria argentina.

### *El mercado de títulos públicos*

En esta subsección se presenta un análisis detallado de la evolución del mercado de títulos públicos entre los años 1935 y 1941. Mas allá de aportar elementos acerca de la relevancia de este instrumento como sustituto de la cédula hipotecaria durante aquel período, la descripción de la estructura financiera de los títulos más relevantes será utilizada en la sección VII, en la que se elabora una curva de rendimientos para el período 1937-1941.

A partir de la creación del Banco Central en 1935, se intentó dar una estructura más firme al mercado de títulos en general, y de títulos públicos en particular. A partir de 1937 el Tesoro Nacional confió las operaciones de emisión de títulos públicos nacionales al Banco Central, que constituyó un consorcio, utilizando la cooperación de los principales bancos, casas financieras y corredores. Su objetivo era ocuparse exclusivamente de la colocación de los títulos, sin garantizar la operación. Un segundo paso organizativo fue la creación de la Comisión de Valores hacia fines de 1937. Las características del contexto en el que esta comisión fue creada se describen a continuación.

La década que siguió a la creación del Banco Central se caracterizó por una relativa disponibilidad de fondos en el sistema financiero local. Como respuesta a este contexto, el Banco Central llevó a cabo una activa política de absorción de liquidez. Con el objeto de esterilizar los efectos monetarios de las ventas de oro en las entidades por parte de los exportadores o de los agentes que ingresaban capitales a la economía, la autoridad monetaria recurría generalmente a la colocación en los bancos

de Certificados de Participación en Bonos Consolidados<sup>42</sup>, Letras de Tesorería especiales, o Certificados de Custodia de Oro y Divisas.

El contexto de disponibilidad de fondos fue aprovechado también para profundizar el mercado de deuda pública local. En primer lugar, se canjearon títulos provinciales por nacionales a menor tasa de interés, con el objeto de reducir la carga sobre los gobiernos provinciales. Durante 1936 se emitieron los títulos del Crédito Argentino Interno 4,5% 1936 con motivo del canje de la deuda provincial de Mendoza, Tucumán, Salta, San Juan, La Rioja, y Jujuy (que pagaban tasas de entre 6% y 8%). Por otro lado, en el año 1937, el gobierno llevó a cabo una política de repatriación de parte de la deuda pública externa emitida en dólares norteamericanos. El 4 de mayo de 1937 se lanzó el Empréstito de Repatriación de Deuda externa 4% 1937.

Con el objeto de evitar la saturación del mercado de títulos, en los meses que siguieron a la colocación del empréstito de repatriación el sector público nacional se retiró de la plaza. Sin embargo, esta decisión no alcanzó para garantizar la estabilidad en el mercado, dado que de inmediato comenzaron a multiplicarse las emisiones de distintas procedencias, de las cuales las más relevantes fueron las siguientes:

- Hacia finales de junio de 1937 el Banco de la Provincia de Buenos Aires ofreció a sus tenedores de títulos en dólares un canje por otros negociables en el mercado interno.
- Durante los meses de junio y julio el Banco de la Provincia de Buenos Aires emitió un monto significativo de títulos del 5% de la serie A. Adicionalmente se emitieron el empréstito de la Municipalidad de Concordia 6% y de la Municipalidad de Tres Arroyos 6%.

---

<sup>42</sup> Al constituirse, el Banco Central adquirió la cantidad de m\$n. 400 millones de estos bonos de 3% de interés y 0.25% de amortización anual acumulativa. No se trataba de una nueva emisión del Gobierno, sino de una transformación en estos nuevos papeles del Estado del saldo de la caución de los títulos del Empréstito Patriótico en la Caja de Conversión.

- Durante el mes de agosto se colocó el empréstito de repatriación 4.5% de la Municipalidad de Buenos Aires, a la vez que realizó una colocación la Municipalidad de Gualeguay al 6% de interés.
- Durante el mes de septiembre la Unión Telefónica colocó debentures 5.5% y la Municipalidad de Avellaneda emitió un empréstito de conversión 5.5%.
- En el mes de octubre la Provincia de Salta emitió el empréstito de conversión 5%.

A estas emisiones se agregaron las colocaciones directas de títulos de las provincias de Mendoza, San Juan y las Municipalidades de la Capital Federal y de Rosario, además de la emisión normal de las cédulas del Banco Hipotecario Nacional y de las nuevas series de bonos hipotecarios del Banco de la Provincia de Buenos Aires. La negociación de esta considerable cantidad de instrumentos realizada sin programa previo en un mercado en que la demanda había sido en parte satisfecha durante la primera mitad del año, generó un exceso de oferta durante el segundo semestre, presionando a la baja las cotizaciones. Si bien este exceso de oferta de títulos constituyó el principal elemento de declinación de la plaza, no fue el único. La demanda de valores, que había sido tan activa a fines de 1936 y en los primeros meses de 1937 tanto por los flujos de ahorro doméstico dispuesto a tomar posición en títulos, como por la afluencia de fondos extranjeros, se resintió visiblemente en la segunda mitad del año, en parte por la sensible disminución experimentada en la entrada de capitales. En este contexto, a fines de octubre de 1937 el Banco Central constituyó la Comisión de Valores, con la colaboración de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires. La comisión carecía de rol compulsivo alguno. Su función consistía en analizar los distintos proyectos de emisión y formular las recomendaciones que considerase pertinentes.

Durante el año 1939, con el propósito de ampliar la estructura de plazos de los títulos públicos ofrecidos, el Banco Central colocó instrumentos del Tesoro Nacional a plazo intermedio. Si bien existía y se difundía cada vez más la Letra de Tesorería como instrumento a corto plazo, y

circulaban títulos a largo plazo, no existían instrumentos de plazo intermedio. De esta manera, el 6 de marzo de 1939 se emitieron los títulos del Crédito Argentino Interno (CAI) con 4.5% de interés y 2.25% de amortización, y el CAI 4% y una amortización del 8.25% a un plazo de 10 años. Los títulos de 4.5% acortaban también su duración a 25 años, debido al tipo de amortización de 2.25% en lugar de los 36 y 41 años de vida de los títulos anteriores del mismo interés, pero con un 1% de amortización acumulada anual. La colocación inicial fue cubierta de inmediato. Se decidió entonces lanzar una segunda emisión, que también resultó colocada.

En el año 1941, en un contexto de fuerte demanda de títulos nacionales, las autoridades emprendieron una nueva conversión de deuda pública. Por su magnitud, la misma fue la más grande realizada en el país hasta ese momento, involucrando m\$n. 4000 millones de valores nacionales del 4,5% y 5% de interés, que se hallaban en circulación –un monto equivalente al 24,8% del PBI–, de los cuales m\$n. 2783 millones correspondían a títulos del gobierno nacional, y m\$n. 1372 millones a cédulas hipotecarias. El objetivo de la operación fue doble. En primer lugar, reducir la carga sobre el pago de intereses<sup>43</sup>. En segundo lugar, eliminar la exención del gravamen a la renta con que gozaban las emisiones a ser retiradas. Dieciocho instrumentos fueron sujetos de canje, todos ellos del 4,5% y 5% de interés, incluidos los del Crédito Argentino Interno, El Empréstito Patriótico y los títulos nacionalizados de las provincias de Mendoza y San Juan. En reemplazo de estos títulos a ser retirados, se emitieron seis series del Crédito Argentino Interno 1941 con 4% de interés, y diversas tasas de amortización, para conservar los tres principales tipos de plazo de los empréstitos anteriores, sin que el período de vida de la nueva deuda fuera superior a la anterior. Los tipos de amortización se fijaron en 2,5% para la serie A, 1,5% para las series B, C y D y 1% para la serie E y F. Con estas tasas, la amortización total se correspondía con 24,25, 32,75 y 40,5 años,

---

<sup>43</sup> El canje de 1941 resulta una fuente de información particularmente relevante para los objetivos de esta sección, dado que al abarcar a todos los títulos en cartera de los agentes privados, permite obtener una observación puntual de los stocks de títulos públicos del sector privado no financiero. Es por ello que la estimación de las tenencias de activos del sector privado no financiero presentada en el gráfico 1 corresponde a ese año.

respectivamente. Con el objeto de evitar el arbitraje con las cédulas hipotecarias y el consecuente incremento en su demanda, se procedió también a la conversión de estos instrumentos pagaderos 5% y 4,5% por nuevos títulos del 4% y una amortización acumulada anual del 1,75%.

La consolidación del mercado de títulos públicos durante la década del treinta implicó, desde la perspectiva de los agentes privados, el surgimiento de un instrumento a ser considerado como reserva de valor, con un grado de sustitución elevado con las cédulas hipotecarias – instrumento de ahorro dominante durante las décadas previas–.

#### **IV.4. La evolución de las opciones de ahorro a partir de 1946**

##### *La política monetaria y financiera llevada a cabo a partir de 1946*

En el año 1946 se llevó a cabo una reestructuración del sistema bancario argentino con profundas repercusiones sobre la economía. Su principal característica fue la nacionalización de los depósitos bancarios. Con esta medida, los préstamos bancarios pasaron a tener como fuente de liquidez una activa política de redescuentos llevada a cabo por parte del Banco Central. A partir de ese año, se emprendieron medidas adicionales con profundo impacto en el mercado de títulos públicos. Entre las más relevantes se encuentran las siguientes –ver Boletín Informativo Techint N° 184 (1971) y Memoria del BCRA (1946)–:

- *Rescate de las Cédulas Hipotecarias y su reemplazo por Bonos Hipotecarios emitidos por el BCRA.* Como parte de la reforma financiera se modificó el régimen de las operaciones del Banco Hipotecario Nacional, estableciéndose que el Banco Central suministraría a aquella institución, con garantía de las hipotecas que ésta constituyera, los fondos necesarios para el cumplimiento de sus fines, a través del otorgamiento de redescuentos. En virtud de tales disposiciones, el Banco Central dispuso el rescate de las Cédulas Hipotecarias en circulación, y su canje por Bonos Hipotecarios al 2,5% de interés.

- *Conversión de los títulos nacionales con 4,0% y 3,5% de interés por otros pasivos con tasa del 3,0%.*
- *Política de cobertura de las necesidades gubernamentales mediante la colocación de títulos públicos –Obligaciones de Previsión Social– en el sistema previsional.*

En concordancia con la política de conversión de la deuda pública llevada a cabo por el gobierno nacional, la Municipalidad de la Ciudad de Buenos Aires y la mayoría de las provincias procedieron a la conversión de sus títulos en circulación con tasas de interés entre 5,5% y 4% por instrumentos pagaderos 3,5%.

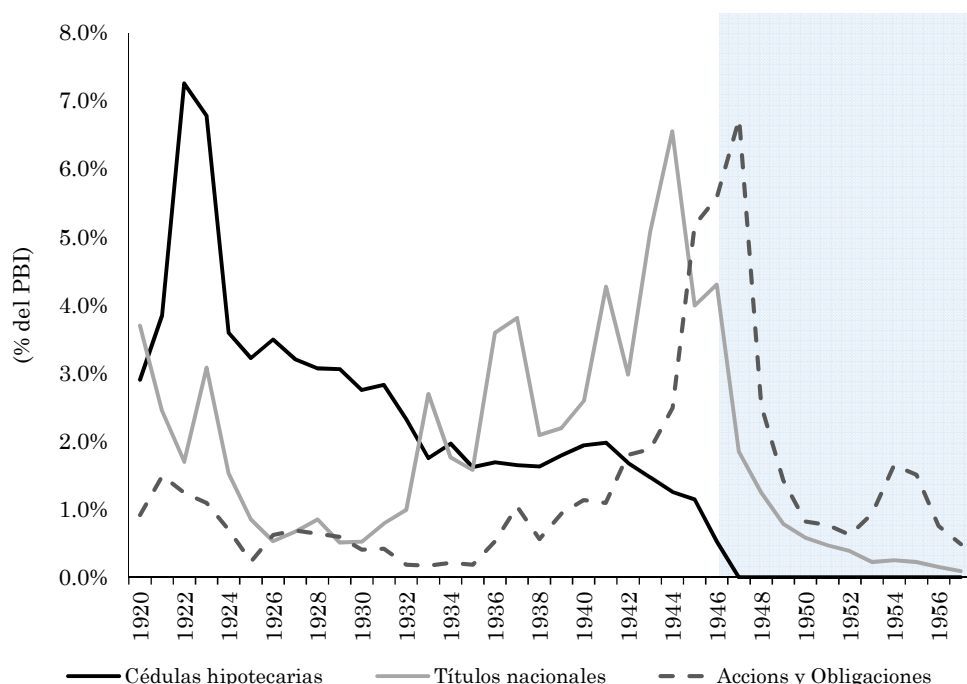
En un contexto de creciente presión inflacionaria, la política de conversión de la deuda pública llevada a cabo con el objeto de reducir las tasas de interés, y el rescate de las Cédulas Hipotecarias generó profundos cambios en la estructura de sustitución bruta de los activos financieros en cartera del sector privado no financiero. En primer lugar, luego de sesenta años de exitosa vigencia, desapareció el mercado de cédulas hipotecarias, principal instrumento de ahorro de largo plazo en moneda local. De hecho, hasta la actualidad, en la historia financiera argentina no se ha vuelto a observar mercados de activos financieros denominados en moneda local, a tasa fija, a un plazo superior a treinta años con el éxito relativo alcanzado por la cédula hipotecaria<sup>44</sup>. Adicionalmente, los bajos retornos nominales en un contexto de creciente inflación implicaron un profundo desincentivo para la demanda de títulos públicos como reserva de valor. Como consecuencia de estas medidas, comenzó a observarse por parte del público una caída en la demanda de títulos públicos como reserva de valor, y un incremento en la demanda de inversiones en bienes físicos, principalmente inmuebles, y en menor cuantía, en acciones privadas. El deterioro del mercado de títulos públicos determinó la instauración de otras fuentes de financiamiento de los desequilibrios fiscales. Entre ellos la emisión de títulos valores públicos no cotizables en bolsa, que se

---

<sup>44</sup> En el año 1960 se intentó, sin éxito reflotar este mercado –ver Banco Hipotecario Nacional (1960)–.

fueron colocando en el sistema previsional y bancario y en las reparticiones públicas. El otro mecanismo de financiamiento lo constituyó el señoreaje. La monetización de los déficits públicos cobraría impulso en las décadas subsiguientes, consolidando un esquema de dominancia fiscal de la política monetaria.

**Gráfico IV.1**  
Volúmenes operados en la bolsa de comercio de Buenos Aires



Fuente: Elaboración propia en base a datos de la Bolsa de Comercio d Buenos Aires.

Un elemento fundamental para comprender la evolución de los grados de sustitución bruta entre los activos del sector privado no financiero a medida que se deterioraban las opciones de ahorro en instrumentos financieros denominados en moneda local, lo constituye la forma en que las autoridades intentaron durante la década del cuarenta dar respuesta a una de las principales demandas sociales derivadas de la transición incompleta desde una economía agroexportadora a una economía industrializada: La problemática habitacional urbana. De acuerdo con el censo escolar de 1943, en los grandes centros urbanos del país el porcentaje de viviendas compartidas por varias familias era elevado, aún sin llegar al límite del hacinamiento. En la ciudad de

Buenos Aires ascendía al 54% de las familias. Es posible pensar que estos valores aludían a una práctica popularizada por aquel entonces: el subalquiler, o el alquiler de habitaciones en casas de familia. De acuerdo con el censo de 1947, sólo el 37% de las viviendas del país estaban ocupadas por su propietario, valor que se ubicaba en el 17% en el caso de la ciudad de Buenos Aires. Si bien la “casa propia” constituía un anhelo muy arraigado en los sectores medios, no era un objetivo fácilmente alcanzable, de manera que menos extendido aún era la inversión en inmuebles residenciales por parte de los sectores medios como una estrategia financiera para preservar el valor real de su riqueza.

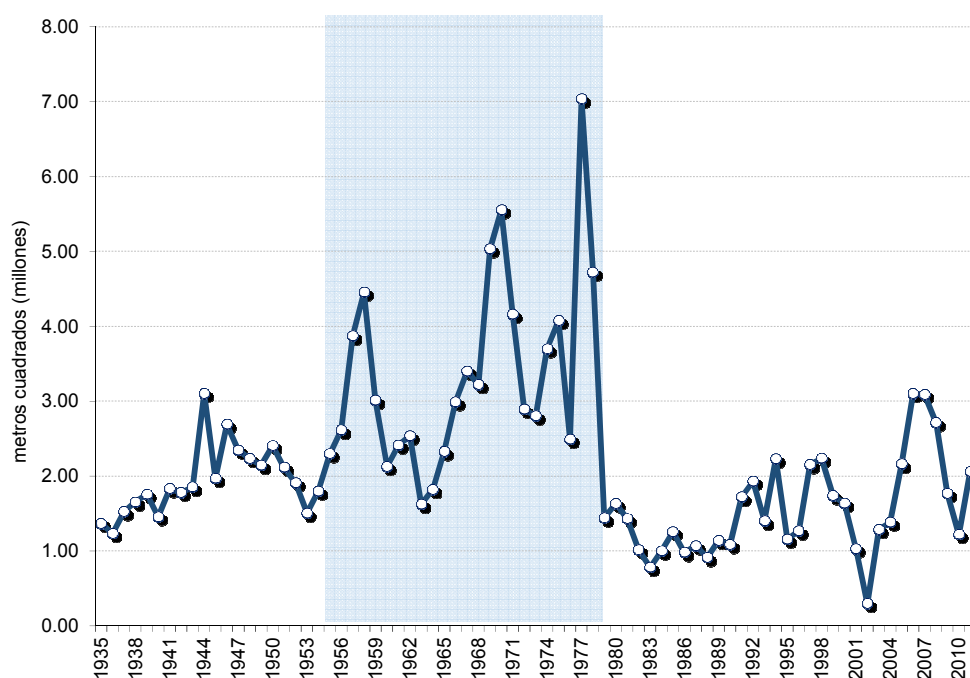
En 1943 las autoridades buscaron hacer frente a la problemática de la vivienda urbana mediante el congelamiento del valor de los alquileres. La medida implicó la virtual paralización de la actividad de la construcción de casas de alquiler. La ley de alquileres fue mantenida a lo largo de los dos primeros gobiernos de Perón, pero se buscó contrarrestar sus efectos depresivos sobre la actividad de la construcción a través de la Ley de Propiedad Horizontal (Ley 13.512 de 1948). Esta ley permitía la subdivisión de las propiedades por unidades, proponiéndose estimular la concentración de la propiedad vertical. Adicionalmente, promovía –dada la vigencia de la Ley de Alquileres–, la venta por parte de los dueños de las unidades subdivididas a los inquilinos establecidos, a precios deprimidos. Los objetivos de estímulo de la actividad de la construcción por medio de la Ley de Propiedad Horizontal no fueron alcanzados durante el gobierno peronista. La expansión del sector de la construcción se produjo durante la década del sesenta y setenta. Como consecuencia, se evidenció una marcada concentración vertical en sectores céntricos de las grandes ciudades y de ciertas localidades turísticas como Mar del Plata.

La combinación de un esquema de represión financiera con inflación moderadamente alta implicó la virtual desaparición de las opciones de ahorro de largo plazo en moneda local. Por su parte, la Ley de Propiedad Horizontal, una vez fuera de vigencia el congelamiento de los alquileres, promovió el desarrollo de los inmuebles como una opción de reserva de



valor de los sectores medios. Los episodios disruptivos monetarios y financieros que caracterizarían las décadas posteriores en contextos de mayor apertura financiera promoverían la demanda de activos externos, consolidando la huida desde las opciones de ahorro de largo plazo denominadas en moneda local.

**Gráfico VI.2**  
 Construcción de metros cuadrados cubiertos en la Ciudad de Buenos Aires  
 (en millones de m<sup>2</sup>)



Fuente: Elaboración propia, en base a estadísticas del gobierno de la Ciudad de Buenos Aires.

### *Indexación como respuesta adaptativa a un entorno de alta inflación*

Durante el tercer cuarto del siglo XX, la inflación alta se estableció como parte del conjunto de información relevante en la toma de decisión de los agentes, motorizada por un crecientemente constituido régimen de dominancia fiscal y la recurrente necesidad de modificar la paridad cambiaria toda vez que la restricción externa (otra consecuencia de la trayectoria incompleta de desarrollo desde una economía agroexportadora a una economía industrializada) se hacía operativa. La extensión temporal del entorno de alta inflación promovió el desarrollo de estrategias defensivas por parte de los agentes. Uno de estos

mecanismos defensivos fue la indexación, cuya generalización a diversos niveles de la estructura contractual llevó a la economía argentina a coordinarse en lo que Frenkel (1990) denomina *régimen de alta inflación*, a partir de mediados de los años setenta hasta su crisis durante las experiencias hiperinflacionarias de 1989 y 1990.

La economía puede ser pensada como una trama de contratos que involucra a diversos agentes, mercados y plazos. Por definición, un contrato nominal es incierto en términos reales, dado que los agentes desconocen la realización que efectivamente tendrá la tasa de inflación. Esta incertidumbre real es mayor cuanto más extenso es el plazo de contratación y cuanto más alta la tasa de inflación al momento de suscribirlo –ver Frenkel (1989)–. De esta manera, cuando la tasa de inflación se acelera, un recurso utilizado por los agentes para compensar la mayor incertidumbre es acortar el plazo de contratación. El costo de recontractación pone un freno al acortamiento del período de contratación. La indexación del contrato permite reducir los costos de recontractación, al incluir una cláusula de revisión automática del contrato nominal vinculada a la evolución pasada de un índice convencional de precios. El valor real de un contrato indexado es también incierto. Luego del reajuste establecido en la cláusula, el valor real del contrato sigue dependiendo de la realización efectiva de los precios. En consecuencia, cuando la inflación se acelera, también se acorta el período de reajuste de los contratos indexados. Dado que para un determinado contrato no siempre es posible definir un indexador adecuado y que el período de reajuste enfrenta un límite establecido por la frecuencia del cambio del índice, no existe la indexación perfecta de un contrato. Cuando la economía funciona bajo un régimen de alta inflación, existe un elevado grado de coordinación entre las modalidades de contratación de diversos mercados, lo que actúa como fundamento de la inercia institucional. La indexación y el acortamiento de la estructura contractual son mecanismos que tienden a preservar la utilización del dinero. La subsistencia de una masa significativa de contratos nominales, posibilitada por la indexación y el acortamiento de su extensión, traza la frontera entre la inflación alta y la hiperinflación. La hiperinflación es el proceso de desaparición de los contratos nominales,

y su reemplazo por otros mecanismos de contratación –entre ellos la dolarización–. En un régimen de alta inflación, la economía se ha colocado en el límite de subsistencia de los contratos nominales, por lo que la hiperinflación es una amenaza permanente. En condiciones normales de funcionamiento del régimen de alta inflación, las expectativas inflacionarias se basan en una combinación de las tasas de inflación pasadas y las tasas de crecimiento de algunas variables que aportan información adicional sobre las tendencias a la aceleración o desaceleración de la tasa de inflación –las variables que aportan información adicional son conocidas–. Si las noticias concernientes a estas variables tienen suficiente entidad, la expectativa de inflación deja de estar fundada en la inflación pasada y pasa a formarse exclusivamente en función de las conjeturas sobre el futuro. Este cambio en el comportamiento de los agentes implica que un mismo shock se procesará de forma diferente bajo un régimen de alta inflación –i.e. con indexación generalizada, coordinación de la estructura contractual y acortamiento del período de contratación–. En la Argentina, las maxidevaluaciones han sido episodios de estas características. Un ejemplo lo constituye el “Rodrigazo” acontecido en Junio de 1975. En el mercado de trabajo llevó a la desindexación de los salarios y a su contratación en función de la inflación esperada. La maxidevaluación hizo inútiles los modos habituales de formular expectativas. Las decisiones de precios adoptadas como consecuencia del shock impulsaron la tasa de inflación. Como resultado, una vez que la economía se re-indexa, lo hace a una tasa de inflación más elevada que la observada con anterioridad al shock. Nótese la diferencia con un evento devaluatorio en ausencia de indexación. Un buen ejemplo lo constituye la devaluación de diciembre de 1958. En ese caso, al no estar indexado el mercado de trabajo, el shock implicó una fuerte caída del salario real, con la consecuente posterior desaceleración de la inflación. En efecto, mientras que la tasa de inflación minorista fue del 113,7% en 1959, se desaceleró rápidamente, siendo del 26,6% en 1960. En términos de la estructura estocástica de las variables relevantes para los problemas de decisión analizados en esta sección, un mismo shock, bajo

diferentes estructuras institucionales, implica un comportamiento disímil en las respuestas.

### *La experiencia aperturista de fines de los años setenta*

En el año 1977, Argentina inicia, con la reforma del sistema financiero doméstico y la liberación del mercado cambiario, un proceso de apertura y liberalización financiera que fue profundizado a partir de diciembre de 1978 con la decisión oficial de anunciar anticipadamente la evolución futura del tipo de cambio. El régimen cambiario entraría en crisis en abril de 1981, comenzando una etapa que algunos autores –Damill, Fanelli, Frenkel y Rozonwurcell (1988)– denominan de *ajuste caótico*, caracterizada por sucesivos shocks devaluatorios.

Las reformas financieras y cambiarias de finales de la década del setenta estaban inspiradas, desde una perspectiva teórica, en el enfoque monetario del balance de pagos –ver Damill, Fanelli, Frenkel y Rozenwurcel (1988). Al tratarse la Argentina de una economía pequeña, se esperaba que la movilidad irrestricta de los flujos de capitales, combinada con una política que pautaba oficialmente la evolución futura del tipo de cambio, igualara la tasa de interés doméstica a la tasa de interés internacional corregida por los costos de transacción y la tasa anunciada de devaluación. De acuerdo con el enfoque monetario del balance de pagos, una vez establecido el tipo de cambio como ancla nominal, bastaría con que el Banco Central mantuviese bajo control los factores de emisión monetaria de origen interno para evitar problemas en el sector externo de la economía. En efecto, de acuerdo con este enfoque, los desequilibrios en el balance de pagos resultarían un simple reflejo de los desequilibrios monetarios internos. La variación de las reservas internacionales sería, en ese caso, el mecanismo de ajuste entre oferta y demanda de dinero, y cesaría una vez establecido el equilibrio en dicho mercado. Por lo tanto, aunque la política monetaria no tuviera manera de afectar la tasa de interés, sería en cambio un instrumento central del equilibrio externo, concebido este en términos del resultado global del balance de pagos –variación de reservas– y no apenas del saldo de cuenta corriente. Si, además, los mercados de bienes operasen

bajo condiciones de arbitraje perfecto, por la ley de precio único la tasa de inflación doméstica debería igualarse a la suma de la tasa de inflación internacional y la tasa anunciada de devaluación. Puede entonces concluirse que un programa de estabilización como el iniciado el 20 de diciembre de 1978, que se basaba en el preanuncio de la evolución futura del tipo de cambio según una pauta de ajustes decrecientes e inferiores a la inflación corriente, y en la determinación de metas de crecimiento de los factores domésticos de emisión de la base monetaria, consistentes con dicha pauta, resultaría en una política antiinflacionaria prácticamente sin costos. A medida que las devaluaciones resultasen cada vez menores, la tasa de inflación y la tasa de interés internas tenderían a converger, respectivamente, a la tasa de inflación y a la tasa de interés internacionales.

En marzo de 1981, cuando finalmente debe abandonarse la política de pautas cambiarias en medio de una aguda crisis del sistema financiero y del sector externo, la realidad era muy diferente al resultado esperado de acuerdo con el enfoque monetario del balance de pagos. La inflación interna estaba muy lejos de la convergencia con la inflación internacional, y tal circunstancia había ocasionado la acumulación de un fuerte atraso cambiario. La tasa real de interés interna era muy superior a la tasa real externa. La economía atravesaba una recesión severa que habría de extenderse hasta mediados de 1983.

El fracaso de esta experiencia de liberalización, tomó la forma de extrema inestabilidad macroeconómica, fuga de capitales de un monto sin precedentes e incremento en los pasivos externos por encima de la capacidad de repago del país. Como consecuencia de este proceso, el déficit de cuenta corriente se tornó estructural. En efecto, el problema de la restricción externa adoptó en la década del ochenta un cariz diferente al de las crisis de pagos ocurridas durante las décadas del sesenta y setenta. Por un lado, el origen de los problemas externos de los ochenta no se debió a un exceso de absorción doméstica, sino en un desajuste financiero cuya génesis fue el proceso de endeudamiento y fuga de capitales a que dio lugar la experiencia de apertura –ver Damill y Fanelli, (1988)–.

La macroeconomía argentina de los años ochenta se vio así signada no sólo por el problema del monto de la transferencia a realizar al exterior, sino de la distorsión que ello generó en los mercados financieros locales y que impidió recrear las condiciones de estabilidad mínimas para reestablecer el crecimiento. La magnitud de la transferencia resultante del endeudamiento externo implicó una fuerte caída en el ahorro doméstico y la inversión. El ahorro doméstico se redujo desde un promedio de 21.3% del PBI en la década del setenta a 11.3% del PIB en los ochenta. Asimismo, la proporción invertida pasó de 21.5% a 15.6%. La caída del ahorro es primordialmente consecuencia del aumento de los pagos a factores del exterior. La caída de la inversión, en cambio, encuentra su explicación en la forma en que se dieron el ajuste y las políticas implementadas durante el mismo. Con el objeto de realizar el ajuste externo, la crisis de la “tablita” fue seguida por recurrentes shocks devaluatorios, que constituyeron una fuente extrema de volatilidad macroeconómica. En efecto, una característica del período de ajuste caótico es la elevada volatilidad en la estructura de precios relativos, responsable en parte del colapso de la tasa de inversión. En un entorno de una economía cuya estructura institucional se había adaptado –vía indexación– a vivir en un entorno de elevada volatilidad nominal, la recurrencia y magnitud de los shocks acontecidos en la primera mitad de la década del ochenta se propagaron en la economía a través de la estructura indexatoria.

En términos de las opciones de reserva de valor del sector privado no financiero, toda la etapa del régimen de alta inflación hasta su crisis, con las experiencias hiperinflacionarias se caracterizó por un fuerte estímulo a la dolarización de los activos del sector privado no financiero. La demanda de activos externos se consolidó entonces como una opción concreta para preservar el poder de compra de la riqueza. Estos activos presentaban un atractivo adicional. Su pago covaria negativamente con los ingresos laborales. Es decir, paga en momento de crisis macroeconómica. Como fuera mencionado anteriormente, el estímulo a la dolarización alcanzó su máximo durante las experiencias hiperinflacionarias. La convertibilidad implicó la convalidación de un

proceso de dolarización de una parte significativa de la estructura contractual de la economía, que en los hechos ya había ocurrido.

#### **IV.5. Consecuencias en términos de composición de cartera y sustitución bruta**

En términos de participaciones relativas y de sustitución bruta de activos, entre los principales cambios acontecidos desde la década del cuarenta hasta la actualidad se encuentran las siguientes:

*Elevada participación de los activos inmuebles residenciales y de los activos externos:* En efecto, las tenencias de activos externos denominados en monedas consideradas “duras” y los inmuebles residenciales constituyen actualmente las principales opciones del sector privado argentino para preservar intertemporalmente el poder de compra de su riqueza. Si bien desde una perspectiva estática ambos activos presentan un elevado grado de sustitución, el bajo nivel de intermediación financiera observado históricamente en el país y principalmente el raquitismo del crédito hipotecario promovió el desarrollo de una relación de complementariedad intertemporal sobre la base de una característica que distingue fundamentalmente a ambos activos: La divisibilidad. Para los agentes que demandan inmuebles como reserva de valor, este último constituye un bien prácticamente indivisible<sup>45</sup>. Esto implica que para ingresar al mercado inmobiliario, los agentes deben disponer de una dotación significativa de riqueza. En ausencia de apalancamiento, esto sólo es posible acumulando flujos de ahorro durante un cierto período. En ausencia de opciones rentables de ahorro en moneda local, y dada su perfecta divisibilidad, la divisa norteamericana devino en un destino habitual de aquellos ahorristas que buscan preservar el poder de compra de su riqueza para acceder al mercado inmobiliario. En esto radica la relación de complementariedad intertemporal entre ambos activos.

---

<sup>45</sup> Este no es necesariamente el caso para agentes que van construyendo su vivienda propia, transformando sus flujos de ahorro en materiales para la construcción. En este caso, el inmueble presenta cierto grado de divisibilidad.

*Baja sustitución bruta entre los activos denominados en moneda local y los activos externos denominados en dólares americanos:* Ya desde la devaluación de fines de 1958, pero principalmente a partir de la sucesión de eventos devaluatorios que caracterizó el período 1981-1983 de crisis y ajuste luego de la experiencia aperturista de fines de la década del setenta, el dólar norteamericano se constituyó en una importante opción de reserva de valor para el sector privado. Los procesos hiperinflacionarios, que implicaron la virtual dolarización *de facto* de la estructura contractual de la economía profundizaron este proceso. La convertibilidad implicó la convalidación de un desarrollo implícito. En efecto, la re-intermediación financiera observada a lo largo de la década del noventa tuvo lugar con una alta participación de depósitos en dólares, convalidándose normativamente la dolarización de parte de la estructura contractual del sistema financiero que en los hechos ya había ocurrido durante la hiperinflación al contraerse a un mínimo imprescindible la demanda de activos en moneda local.

*Baja sustitución bruta entre los inmuebles y los activos denominados en moneda local:* Tal como ha sido analizado en la subsección IV.3, durante la primera mitad del siglo XX el sector privado no financiero argentino dispuso de opciones de ahorro denominadas en moneda local, a tasa fija y con un plazo a vencimiento en torno de los cuarenta años. Uno de estos instrumentos fue la cédula hipotecaria argentina, que consistía en una titulización de los préstamos hipotecarios otorgados por el Banco Hipotecario Nacional. Este instrumento posibilitaba ahorrar indirectamente en inmuebles, con la ventaja de ser a la vez, un instrumento divisible. Como parte del cambio en las consideraciones respecto a los alcances de la política monetaria a partir del año 1946, el gobierno retiró la totalidad de las cédulas hipotecarias en circulación. A medida que se fueron consolidando mayores tasas de inflación, los inmuebles continuaron siendo un instrumento relevante de reserva de valor, esta vez, de manera directa.

Una de las respuestas adaptativas de los agentes a un entorno de alta inflación ha sido la indexación de la estructura contractual de la economía. Sin embargo, en presencia de recurrentes shocks, la



indexación se torna en un mecanismo ineficiente para preservar la estructura de precios relativos. En aquellos contratos en los que se comprometían sumas importantes de riqueza, como es el caso de los inmuebles, la dolarización fue un resultado natural durante el régimen de alta inflación in Argentina. Sin embargo, el hecho de que los precios de los inmuebles se fijen en dólares, no implica que comparta plenamente la variabilidad con la divisa norteamericana en contextos devaluatorios. Es decir, no constituye un sustituto perfecto del dólar. De hecho, como quedará en evidencia en la sección V, la variabilidad del retorno de un inmueble es significativamente menor a la del retorno de poseer dólares. Esto se debe a que, luego de ocurrido un shock devaluatorio, la licuación de los salarios en dólares implica que el precio en dólares de los inmuebles tiende a caer. Este proceso no es inmediato, dado que la caída del precio de reserva de los tenedores de inmueble presente inercia.

Independientemente del retorno promedio, la menor dispersión resultante del retorno del inmueble constituye un factor atractor adicional como reserva de valor en el caso de agentes aversos al riesgo. La contracara de la lentitud del ajuste en el precio de reserva es la iliquidez que adopta el mercado inmobiliario en ese contexto. En efecto, luego de un shock devaluatorio que licua el salario real, el número de operaciones inmobiliarias se reduce, debido a que la brecha entre el precio de demanda y el de oferta se incrementa. A medida que el precio de reserva cae, se convalida la caída en el precio en dólares del inmueble, y se reactiva la operatoria del mercado. Por otra parte, el inmueble goza de un factor atractor adicional respecto a otros activos financieramente intermediados. Un riesgo percibido de expropiación menor.

*Baja sustitución entre acciones e inmuebles como reserva de valor:* Una consecuencia de la elevada volatilidad macroeconómica y nominal de la argentina es el raquitismo de su mercado de capitales, y particularmente de su mercado accionario. Desde la perspectiva del demandante de acciones, entornos de cambios recurrentes en la estructura de precios relativos dificulta la formación de expectativas

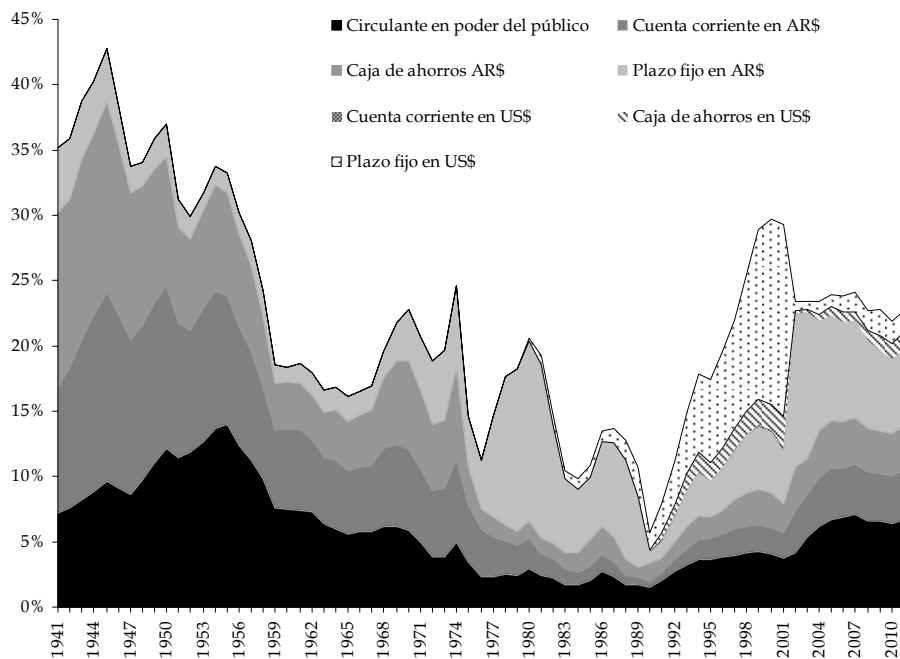
respecto de la evolución del retorno de la acción, dado que existe una incertidumbre fundamental respecto a la evolución del sector económico al cual pertenece la firma, a la vez que dificulta la interpretación de los balances por parte de los accionistas. Esta misma incertidumbre en los precios relativos constituye un factor que desincentiva la toma de decisiones de inversión por parte de las firmas, las cuales en contextos de elevada volatilidad nominal ven incrementados los incentivos a mantener posiciones flexibles. El reducido tamaño resultante del mercado de acciones lo condena a no constituir una opción relevante del menú de opciones de reserva de valor disponible para el sector privado, dado que representa una proporción minoritaria de la hoja activa del sector. Adicionalmente, al tratarse de un mercado chico, toda reasignación de tenencias de activos que involucre a las acciones implicará una fuerte variación en sus cotizaciones. En efecto, una salida de capitales que represente una porción reducida de las tenencias de activos externos totales del sector privado no financiero puede involucrar a una porción mayoritaria de las tenencias totales de acciones del sector, reflejándose en una fuerte caída de sus precios. Como se evidenciará en la sección V, el retorno de las acciones presenta la mayor dispersión entre los activos considerados.

#### **Conclusiones de la sección IV**

Como resultado de los elementos descritos, desde mediados de la década del cuarenta la economía argentina mostró una tendencia a la desintermediación financiera, signada por el abandono de los activos denominados en moneda local como reserva de valor de largo plazo, una reducida participación de las acciones como vehículos de canalización de los flujos de ahorro del sector privado y una participación creciente de los inmuebles y los activos denominados en dólares como instrumentos para preservar el valor real de la riqueza.

El gráfico IV.3 muestra la evolución en términos del producto del M3 privado bimonetario desagregado por sus componentes entre 1941 y 2012.

**Gráfico IV.3**  
M3 privado bimonetario en términos del PBI



Fuente: Elaboración propia en base a datos del BCRA.

Como puede observarse, el proceso de intermediación alcanzó un mínimo en torno al 5% del PIB durante los procesos hiperinflacionarios. Nótese que la recuperación del proceso de intermediación observado durante la década en la que estuvo vigente el régimen de convertibilidad, se caracterizó por un elevado incremento en los depósitos en dólares, en el sistema financiero local. De hecho, recién en la etapa que siguió a la crisis de 2002 las tenencias de activos denominados en moneda local en el sistema financiero doméstico alcanzaron niveles en términos del PBI comparables a los de la década del sesenta.

## **Sección V**

**Demandas de activos de reserva de valor en Argentina:**

**Una aplicación de los enfoques tradicionales de selección  
óptima de cartera**

## V.1. Introducción

El objetivo de la presente sección es mostrar que la estructura de tenencias relativas de activos de reserva de valor del sector privado no financiero argentino observadas en la actualidad puede ser explicada por la teoría convencional de selección óptima de cartera en ausencia de ambigüedad, bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva. Con este fin, se asumirá el caso de una cartera compuesta por cuatro instrumentos: depósitos a plazo fijo en moneda local, activos externos denominados en dólares, un inmueble como reserva de valor y acciones. Desde una perspectiva metodológica, tanto en esta sección como así también en la sección VI el análisis de las tenencias óptimas de activos será abordado utilizando modelos estáticos de selección óptima de cartera. De acuerdo con los resultados obtenidos en la presente sección, los enfoques convencionales de selección de cartera en ausencia de ambigüedad permiten explicar la elevada participación de activos denominados en dólares como así también de inmuebles como reserva de valor en las tenencias del sector privado no financiero argentino. Estos resultados descansan sobre dos supuestos fundamentales: 1) una distribución de probabilidad subjetiva sobre el vector de retornos equivalente a la distribución empírica correspondiente al total de la muestra considerada –desde septiembre de 1977 hasta diciembre de 2012–. 2) presencia de costos de transacción. Ambos supuestos presentan importantes debilidades. En primer lugar, asumir que la distribución de probabilidad subjetiva es la distribución empírica de los retornos para todo el período considerado, implica suponer que el agente considera que todas las realizaciones del vector de retornos de los activos a lo largo del período muestral tienen la misma probabilidad de ocurrencia en  $t+1$ . Este supuesto puede resultar poco realista en determinados contextos macroeconómicos. Por otra parte, dado que siempre es posible especificar una estructura de costos de transacción que permita replicar las tenencias relativas de activos observadas, asumir costos de transacción resulta un factor explicativo en parte trivial.

En función de las debilidades mencionadas, en la sección VI de la presente Tesis se incorpora la representación de preferencias que contemplan ambigüedad de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005) al estudio de las tenencias de activos en Argentina, y se muestra que tanto la ambigüedad como la aversión por la ambigüedad constituyen elementos relevantes para explicar la elevada participación de los activos externos denominados en dólares y de los inmuebles en cartera del sector privado, aún en ausencia de costos de transacción, y restringiendo el conjunto de información relevante a subconjuntos de la muestra, de manera de formar probabilidades subjetivas sólo sobre un subconjunto  $E^*$  incluido en el conjunto de eventos muestrales  $E$ .

## V.2. Modelando el problema de asignación de activos

### *Planteo del problema*

En la presente sección se estudian los comportamientos de asignación de activos del sector privado no financiero argentino utilizando los enfoques convencionales de selección óptima de cartera bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva. Específicamente, se considera el caso de un individuo que asigna su portafolio inicial  $W_t$ , maximizando la utilidad esperada de su cartera en el período siguiente. En función del análisis desarrollado en la sección anterior, se supone que el agente decide sus tenencias óptimas entre cuatro instrumentos: un activo financiero doméstico (no acciones) denominado en moneda local, un activo externo denominado en dólares, un activo inmueble y acciones. Adicionalmente, el valor del portafolio inicial  $W_t$ , es arbitrariamente indizado a 1.<sup>46</sup> Por otra parte, denominando  $r_{t+1}^p$  el retorno real del portafolio en el período  $t + 1$ , resulta  $1 + r_{t+1}^p = 1 + w_t' r_{t+1}$ , donde  $w_t = (\omega_t^{ad}, \omega_t^{aext}, \omega_t^{imm}, \omega_t^{acc})$  es el vector de fracciones del portafolio asignadas a cada uno de los cuatro activos que componen la cartera del agente, y  $r_{t+1} = (r_{t+1}^{ad}, r_{t+1}^{aext}, r_{t+1}^{imm}, r_{t+1}^{acc})$  es el vector de las realizaciones en el

---

<sup>46</sup> Este supuesto permite dejar de lado consideraciones respecto al nivel inicial de la riqueza, que pueden ser relevantes dependiendo de la función de utilidad considerada, tal como se explica en el apéndice A.V.2.

período  $t+1$ . De esta manera, el monto del portafolio en  $t+1$  puede expresarse como  $W_{t+1} = (1 + r_{t+1}^p) \cdot W_t$ . Bajo estas consideraciones, las tenencias óptimas de cartera resultan de suponer que el agente resuelve el siguiente problema de maximización restringida:

$$\text{Argmax } w_t^* = \max_w E[U(W_{t+1})] = \max_w E[U(W_t(1 + w_t' r_{t+1}))] \quad (1)$$

Sujeto a que  $w_t' e = 1$  y  $0 \leq w_t \leq 1$

donde  $e$  es el vector unitario. De acuerdo con la primera restricción el agente cumple con su restricción de riqueza mientras que la segunda implica asumir ausencia de *short-sales*.<sup>47</sup> Las características de la solución al problema (1) dependen crucialmente de dos supuestos. En primer lugar, de la función de utilidad que se asuma. En segundo lugar, de la función de generación de expectativas, o en otras palabras, de cual sea la distribución de probabilidad subjetiva utilizada por el agente para formar expectativas respecto a la realización de los retornos de los activos en el período  $t+1$ . De estos supuestos no solo dependen los valores óptimos de las tenencias de activos  $w_t^*$ , sino también la eficiencia del método de resolución factible de ser empleado. El problema (1) es del tipo estático. Es decir, dada la riqueza inicial, las preferencias, y la distribución de probabilidad conjunta de los retornos que el agente espera rija en el período  $t+1$ , decide las tenencias óptimas de activos como proporción del portafolio en el período  $t$ , es decir, obtiene un valor para el vector  $w_t^*$ .

Dos criterios para la resolución de este problema han sido extensamente utilizados en la literatura de decisión de cartera óptima. El primero consiste en maximizar directamente la utilidad esperada. Asumiendo en este caso una distribución subjetiva discreta sobre las realizaciones del vector de retornos, este problema puede expresarse como:

---

<sup>47</sup> Este supuesto significa que ninguna proporción del activo se encuentra apalancada. El supuesto permitirá poner el foco en la decisión de asignación de activos en función de la estructura estocástica de los retornos, sin tener en cuenta consideraciones acerca del costo relativo del fondeo.

$$\max_w E[U(W_{t+1})] = \sum_{i=1}^n U(1 + r_{t+1} \cdot w_i) \cdot p(r_{t+1}) \quad (2)$$

donde  $p(r_{t+1})$  denota el valor de probabilidad de la realización del vector de retornos percibida por el agente, para el período  $t + 1$ .

En lugar de resolver (2), una segunda alternativa consiste en resolver el problema utilizando los momentos de la distribución subjetiva asumida por el agente. En esta línea resolutiva, pueden identificarse dos alternativas. La primera consiste en utilizar series de Taylor para derivar una aproximación a la función de utilidad (ver Tsiang 1972) y luego maximizar el valor esperado de la misma. La segunda propone funciones de utilidad que específicamente consideren los momentos de orden seleccionado.

Con respecto al criterio de aproximación por series de Taylor, debe tener en cuenta el lector que no existe una relación biyectiva entre la teoría de la utilidad esperada y un criterio de decisión basado en los momentos de las distribuciones que según el agente, rigen el comportamiento de los retornos. Sin embargo, es posible trasladar las preferencias individuales en un ordenamiento parcial de los momentos, restringiendo el conjunto de distribuciones de probabilidad asumidas, como así también las funciones de utilidad. En el apéndice A.V.1 se detallan las condiciones necesarias para que este tipo de traslación sea posible.

Por otra parte, con respecto al desarrollo de funciones de utilidad que contemplen específicamente los momentos de los retornos, en 1987 Benishay propuso una función de utilidad polinómica de orden cuatro bien comportada en términos de lo que es económicamente deseable para un agente que toma decisiones de asignación de activos en contextos riesgosos.<sup>48</sup>

---

<sup>48</sup> Para una discusión detallada de estos comportamientos, ver Benishay (1987) y Hirshleifer y Riley (1992).



### *Criterios de resolución utilizados*

En la presente sección, el problema planteado en (2) será resuelto tanto mediante la maximización directa de la función de utilidad esperada, como mediante la maximización del valor esperado de una aproximación de Taylor a la función de utilidad. Anteriormente, se ha mencionado que no solo la elección de la función de utilidad sino también la distribución subjetiva asumida condicionan el resultado del problema en cuestión, como así también la eficiencia del método de resolución empleado. Este último punto es particularmente relevante para este trabajo. Como se muestra en el anexo II, esto se debe a que en casos en que la estructura estocástica de los retornos es muy compleja, la información que brindan algunos de los momentos muestrales puede ser muy incompleta en comparación al uso de toda la información muestral, como en el caso de la maximización directa de la utilidad esperada.

Con respecto a la función de utilidad, en el presente trabajo se asume una función exponencial negativa sobre los retornos, del tipo:

$$U(r_{t+1}^p) = -e^{-\lambda[W_t(1+r_{t+1}^p)]}$$

Para una discusión de sus principales características y propiedades, ver apéndices A.V.2-A.V.5.

Con respecto a la distribución subjetiva asumida, en ambos criterios de resolución se supone que el agente forma expectativas en base a la información pasada de los retornos reales de los cuatro activos en cuestión. Específicamente, se supone que el agente toma en cuenta todas las realizaciones conjuntas pasadas del período considerado (septiembre de 1977-diciembre de 2012), y a cada una de estas realizaciones le asigna la misma probabilidad de ocurrencia en el período  $t+1$ . Asumir que el agente utiliza la distribución empírica correspondiente a todo el período muestral equivale a suponer que todos los eventos pasados tienen el mismo peso  $1/n$  en la memoria del agente, donde  $n$  es el número de realizaciones pasadas. Obviamente, este supuesto es *ad-hoc*, y podrían considerarse otros criterios, con distinto

grado de “memoria”.<sup>49</sup> En la sección VI se abandona el supuesto de unicidad de la distribución subjetiva y se incorporan preferencias suaves por la ambigüedad, lo que permite restringir el conjunto de información a eventos o subperíodos específicos considerados relevantes por el agente, dado un determinado entorno.

Volviendo a la presente sección, bajo los supuestos de preferencias y distribución subjetiva asumida, el problema de maximización directa de la utilidad esperada (2) resulta:

$$\max_w E[U(r_{t+1}^p)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n -e^{-\lambda [1+r_{i,t+1}^p]} \quad (3)$$

Como método alternativo, el problema (1) se resuelve maximizando el valor esperado de una aproximación por series de Taylor a la función de utilidad, en un entorno del retorno esperado del portafolio en  $t+1$ . Específicamente, se considera una aproximación de orden cuarto, dado que momentos de orden superior a éste carecen de interpretación económica. Adicionalmente, como ha sido expuesto en Burdisso y Corso (2011), y como se desarrolla en la sección V.2.c, del análisis de la estructura estocástica de los retornos reales de los principales activos en cartera del sector privado no financiero argentino, se sigue que el impacto del sesgo (principalmente en el caso del activo externo) como así también de las colas pesadas de las distribuciones, deben ser tenidas en cuenta en las decisiones de portafolio. Bajo los supuestos mencionados de preferencias, la aproximación por series de Taylor al problema (1) resulta:

$$\max_w E[U(W_{t+1})] \approx -e^{-\lambda(1+\mu_p)} \left[ 1 + \frac{\lambda^2}{2} \sigma_p^2 - \frac{\lambda^3}{3!} s_p^3 + \frac{\lambda^4}{4!} k_p^4 \right] \quad (4)$$

---

<sup>49</sup> Las expectativas podrían también estar influidas por variables de cantidades, que brinden información de desequilibrios agregados relevantes para la toma de decisión del agente. Típicamente, el déficit de cuenta corriente o el ratio endeudamiento público / pib. La incorporación de este tipo de variables en los procesos de formación de expectativas constituye una extensión natural de este modelo para el estudio de distribuciones de los retornos condicionadas al contexto macroeconómico.

donde  $\mu_p$ ,  $\sigma_p^2$ ,  $s_p^3$ , y  $k_p^4$  denotan el retorno esperado, la varianza, el sesgo y la curtosis del retorno del portafolio en  $t + 1$ . Para la derivación de la expresión (4), ver apéndice A.V.6.

Con el objeto de implementar la expresión (4), será necesario contar con las estimaciones muestrales de  $\mu_p$ ,  $\sigma_p^2$ ,  $s_p^3$ , y  $k_p^4$ . Con este fin, nos basaremos en el trabajo de Athayde y Flôres (2004), ver anexo A.V.8.

En la subsección V.2.c se presenta un análisis detallado de las series de los retornos reales utilizadas por los agentes para formar expectativas. Estas series son construidas considerando diversos períodos de tenencia del activo. Las mismas constituirán un insumo fundamental para resolver el problema (1) por los métodos especificados en (3) y (4).

#### *Elaboración de los retornos reales y análisis descriptivo*

En esta subsección se detalla la elaboración de las series de retornos reales de los activos considerados y se brinda una descripción estadística de las mismas. Las series desarrolladas serán también utilizadas en la sección VI de la presente Tesis.

Como fuera mencionado en la descripción del problema, se supone que el portafolio está compuesto por cuatro tipos de activos, (i) un activo financiero denominado en moneda doméstica dentro del sistema financiero local (activo doméstico), (ii) un activo financiero denominado en dólares fuera del sistema financiero local (activo externo), (iii) un inmueble residencial demandado como reserva de valor y (iv) acciones.

Las series que conforman el vector de retornos sobre la que los agentes calculan la distribución empírica fueron elaboradas calculando, para cada momento  $t$  (mes), el retorno real obtenido por mantener en cartera

un determinado activo durante los últimos  $h$  (1, 5, 10, 20) años (al que se le permitía capitalizar de forma mensual).<sup>50</sup>

- i. Retorno real ex-post del activo doméstico, capitalización mensual y tiempo mantenido en cartera  $h$ .

$$r_{t,h}^{ad} = \left( \frac{\prod_{j=t-(12*h)-1}^{t-1} (1 + i_j^{ad})}{\prod_{j=t-(12*h)}^t (1 + \pi_j)} \right)^{1/h} - 1$$

Con  $h = 1, 5, 10$  y  $20$ .

donde

$i_t^{ad}$ : tasa de interés nominal mensual en  $t$ , de un plazo fijo en pesos, 30-59 días. Fuente: BCRA

$\pi_t$ : inflación mensual en el momento  $t$ . Fuente: INDEC hasta Diciembre 2006 y luego índice de precios promedio ponderado de 5 provincias (Santa Fe, San Luis, Salta, Jujuy y Misiones).

- ii. Retorno real ex-post del activo externo, capitalización mensual y tiempo mantenido en cartera  $h$  (en años)

$$r_{t,h}^{aext} = \left( \frac{\prod_{j=t-(12*h)-1}^{t-1} (1 + i_j^{aext}) \prod_{j=t-(12*h)}^t (1 + e_j)}{\prod_{j=t-(12*h)}^t (1 + \pi_j)} \right)^{1/h} - 1$$

Con  $h = 1, 5, 10$  y  $20$ .

donde

---

<sup>50</sup> Cabe destacar, sin embargo, que los retornos reales de la inversión en los diferentes activos están calculados presumiendo que a lo largo de la vida promedio de la inversión considerada no se verificaron alteraciones ni rupturas contractuales, un supuesto obviamente incorrecto en ocasión de algunos de los numerosos episodios de crisis financiera que experimentó nuestro país.

$i_t^{aext}$ : tasa de interés mensual en t, de un bono del Tesoro de los EE.UU. a un año. Para el período comprendido entre abril de 1993 y diciembre de 2001, se consideró el retorno nominal de un depósito a plazo fijo en dólares en el sistema financiero local.

$e_t$ : tasa de depreciación mensual en t. Fuente: BCRA

$\pi_t$ : inflación mensual en el t.

- iii. Retorno real ex-post del inmueble, capitalización mensual y tiempo mantenido en cartera  $h$  (en años)

$$r_{t,h}^{inm} = \left( \frac{\prod_{j=t-(12^*h)-1}^{t-1} (1 + i_j^{alquiler}) \prod_{j=t-(12^*h)}^t (1 + i_j^{gc}) \prod_{j=t-(12^*h)}^t (1 + e_j)}{\left( \left( \prod_{j=t-(12^*h)}^t (1 + \pi_j) \prod_{j=t-(12^*h)}^t (1 + d_j) \right) (1 + c_t) \right)} \right)^{1/h} - 1$$

Con  $h = 1, 5, 10$  y  $20$ .

donde

$i_t^{alquiler}$ : retorno nominal mensual en pesos del alquiler de un departamento 2/3 ambientes en CABA. Fuente: Reporte Inmobiliario

$i_t^{gc}$ : variación mensual del valor del m<sup>2</sup> en dólares de un departamento usado en CABA<sup>51</sup>. Fuente: Gimenez Zapiola y UADE.

$d_t$ : tasa de amortización mensual del capital, correspondiente a una tasa de amortización anual del 2%.

---

<sup>51</sup> Las series correspondientes al precio del m<sup>2</sup> en dólares de un departamento usado en CABA, así como el retorno de un alquiler de un departamento 2/3 ambientes en CABA, están disponibles a partir de septiembre de 1976. El período de análisis comienza entonces en septiembre de 1977 (por la forma en que los mismos fueron elaborados) para el caso del horizonte anual de los retornos reales de los tres activos. Para el horizonte de 5 años las series están disponibles desde septiembre de 1981; para el horizonte de 10 años desde septiembre de 1986 y para el horizonte de 20 años desde septiembre de 1996.

$c_t$  : costo de escrituración (3,5% por compra y 3,5% por venta).

$e_t$  : tasa de depreciación mensual en t.

$\pi_t$  : inflación mensual en el t.

- iv. Retorno real ex-post de las acciones, capitalización mensual y tiempo mantenido en cartera  $h$  (en años)

$$r_{t,h}^{acc} = \left( \frac{\prod_{j=t-(12^*h)-1}^{t-1} (1+i_j^{div}) \prod_{j=t-(12^*h)-1}^{t-1} (1+i_j^{gc})}{\left( \left( \prod_{j=t-(12^*h)}^t (1+\pi_j) \prod_{j=t-(12^*h)}^t (1+ca_j) \right) (1+c_t) \right)} \right)^{1/h} - 1$$

Con  $h = 1, 5, 10$  y  $20$ .

donde

$i_t^{acc}$  : retorno nominal mensual del mercado accionario. Fuente: Índice Bolsa de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires.

$ca_t$  : costo de ajuste para replicar el Índice Bolsa.

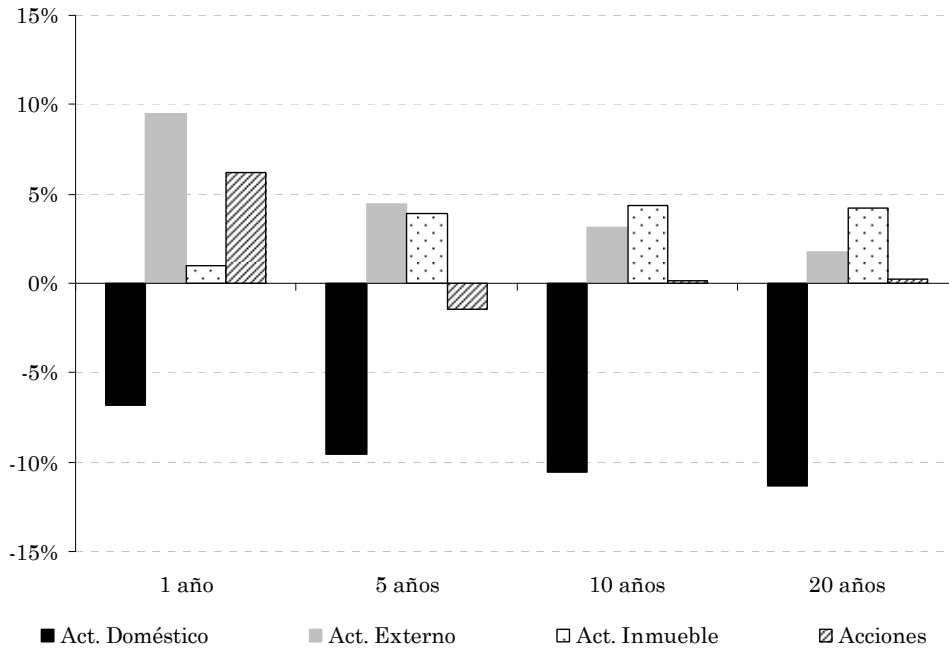
$\pi_t$  : inflación mensual en el t.

El período de análisis se extiende desde septiembre de 1977 hasta diciembre de 2012, con frecuencia mensual. En el Anexo A.V.9 se presentan las estadísticas descriptivos para los retornos reales de los cuatro activos considerados. En primer lugar, si el lector se concentra solo en los valores medios de los retornos por tipo de activo y por horizonte de inversión, el gráfico V.2 es elocuente. Para el período 1977-2012 el activo doméstico es el único instrumento que mostró sistemáticamente rendimientos promedios negativo cualquiera sea el horizonte de inversión considerado. Asimismo, el inmueble se revela como la inversión con el mayor retorno promedio –en torno del 5%

anual—, para un plazo de tenencia superior a 5 años. El activo externo muestra los retornos reales más altos para períodos de tenencia cortos.

**Gráfico V.2**

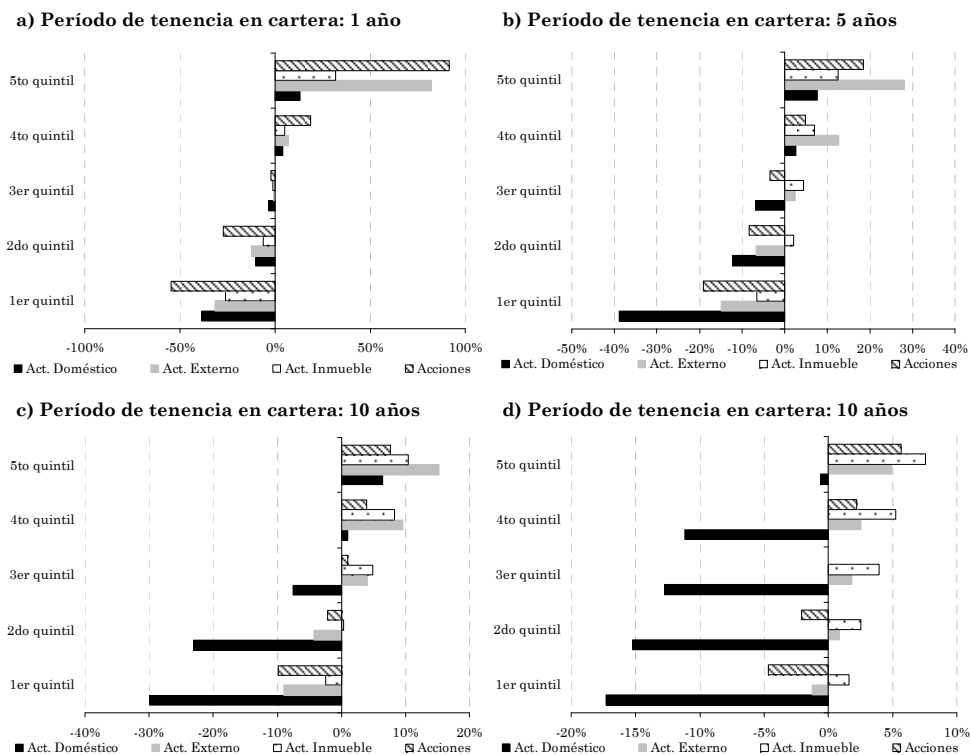
Retorno real promedio por tipo de activo y plazo de tenencia en cartera  
Septiembre de 1977-Diciembre de 2012



El gráfico V.3 muestra cómo se distribuyen los retornos reales de los cuatro activos de acuerdo con una representación de quintiles para los cuatro períodos de tenencia en cartera considerados. La principal característica que posee un gráfico de quintiles es la correspondencia directa entre el tamaño de las barras y la forma de la distribución empírica subyacente. En tal sentido, permite inferir lo que ocurre con los momentos de orden superior, como dispersión, sesgo y curtosis. Llama la atención la ausencia de simetría cualquiera sea la distribución de retornos y el período de tenencia considerado, ya que en general, las barras más altas se ubican en el 1er o 5to quintil —dependiendo del activo— lo que revela una nutrida representación de valores extremos, (v.gr. retornos reales muy negativos o retornos reales muy positivos). Esta sobrerrepresentación de valores extremos confirma la presencia de distribuciones con “cola pesada” —curtosis diferente respecto de la distribución normal— y asimetría o sesgo hacia la izquierda —valores negativos— en el caso del activo doméstico, y asimetría o sesgo hacia la

derecha en el caso del activo externo y el inmueble. Las acciones aparecen como el activo con distribución más simétrica de los retornos para horizontes superiores a un año, aunque con sobrerrepresentación de los eventos extremos. Asimismo, esta fuerte presencia de *outliers* incrementa también la volatilidad de la muestra. En definitiva, la elevada volatilidad, la falta de simetría y las “colas pesadas” en las diferentes distribuciones pone de manifiesto la escasa información que contiene el retorno promedio en estos casos y la relevancia que podrían tener los momentos de orden superior como factores explicativos de las asignaciones de portafolio. Aspectos vinculados a la ausencia de normalidad en la distribución muestral de los retornos reales para el caso argentino se puntualizan en Burdisso y Corso (2011).

**Gráfico V.3**  
Retorno real promedio por quintil, por tipo de activo y plazo de tenencia.



Para completar el análisis, se considera explícitamente la dimensión temporal en la representación de los rendimientos. Los gráficos V.4 a V.7 presentan las series de tiempo de los retornos reales para los cuatro plazos de tenencia, respectivamente.



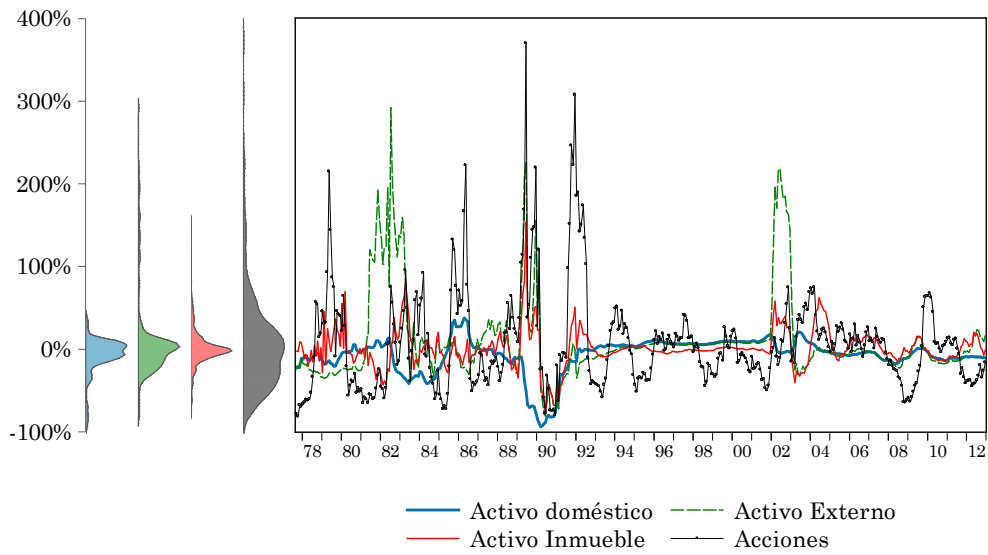
Al observar el gráfico V.4, sobresalen los episodios devaluatorios de los años ochenta y la devaluación a inicios de 2002, con retornos superiores al 200% en el caso del activo externo y las acciones. Nuevamente, pero ahora ubicando temporalmente los episodios extremos, se observa cierta sobrerrepresentación de eventos disruptivos, que en el caso del activo doméstico se traduce en un marcado sesgo hacia los retornos negativos – entre -100% y 0%– y en el caso del activo externo, el inmueble y las acciones se evidencia en un sesgo hacia rendimientos positivos. Un elemento que distingue al retorno de las acciones es su elevada dispersión, marcadamente superior a la de los restantes instrumentos. Otra cualidad ya resaltada es la ausencia de una varianza constante a lo largo del período, cualquiera sea el activo que se considere. Además de la representación temporal, sobre el eje de las ordenadas puede observarse la distribución empírica de cada uno de los retornos.

Al observar el desempeño de los rendimientos de mantener el activo durante 5 años (gráfico V.5), queda expuesta de manera evidente, la asimetría que muestran los cuatro rendimientos. Sin embargo, mientras el activo externo, el inmueble y las acciones presentan sesgos hacia rendimientos reales positivos (es decir, “colas más pesadas” hacia la arriba de acuerdo con el eje de ordenadas), el retorno del activo doméstico muestra sesgo hacia valores negativos. Otro rasgo destacable es la distribución bimodal/trimodal del retorno del activo doméstico, asociada con los efectos de la hiperinflación y los diferentes regímenes monetarios.<sup>52</sup> Adicionalmente, se destaca la menor volatilidad del inmueble en contraposición con la volatilidad de los rendimientos de los otros dos activos.

---

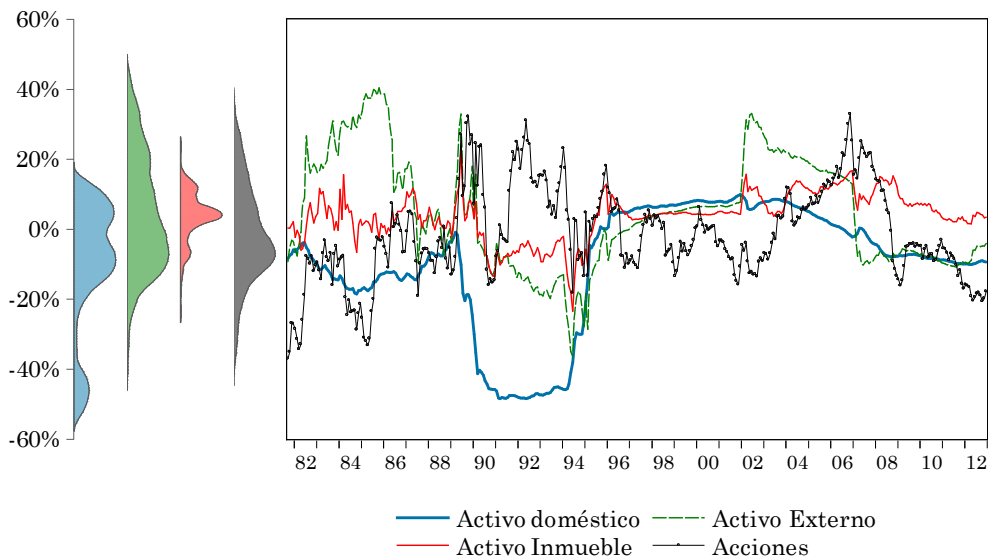
<sup>52</sup> Por la manera en que fueron calculados los retornos reales, un evento disruptivo como la hiperinflación permanecerá en el cálculo del retorno durante  $h$  años, de acuerdo con el tiempo de tenencia considerado.

**Gráfico V.4**  
Retornos reales, período de tenencia en cartera 1 año



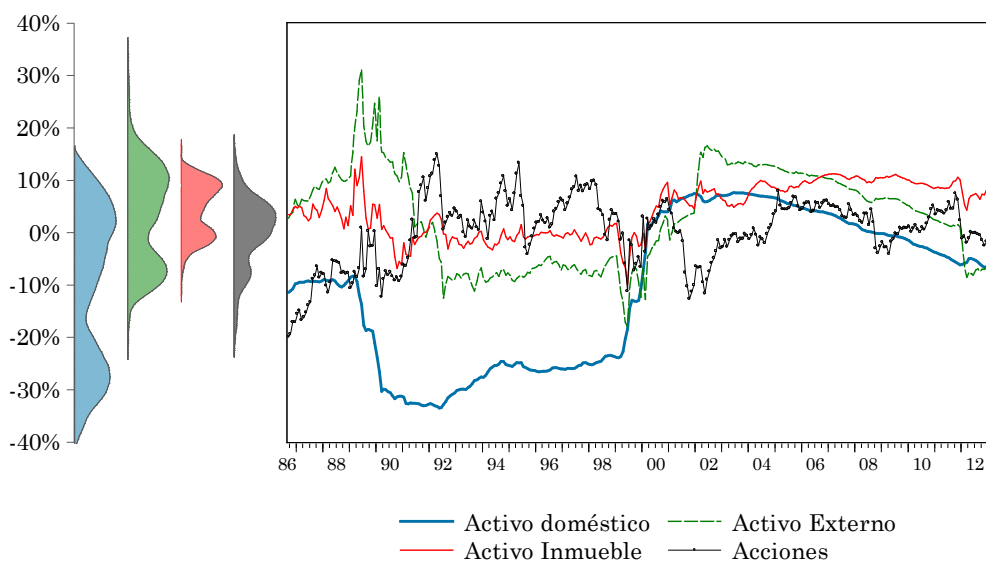
Fuente: elaboración propia sobre la base de datos del BCRA e INDEC.

**Gráfico V.5**  
Retornos reales, período de tenencia en cartera 5 años



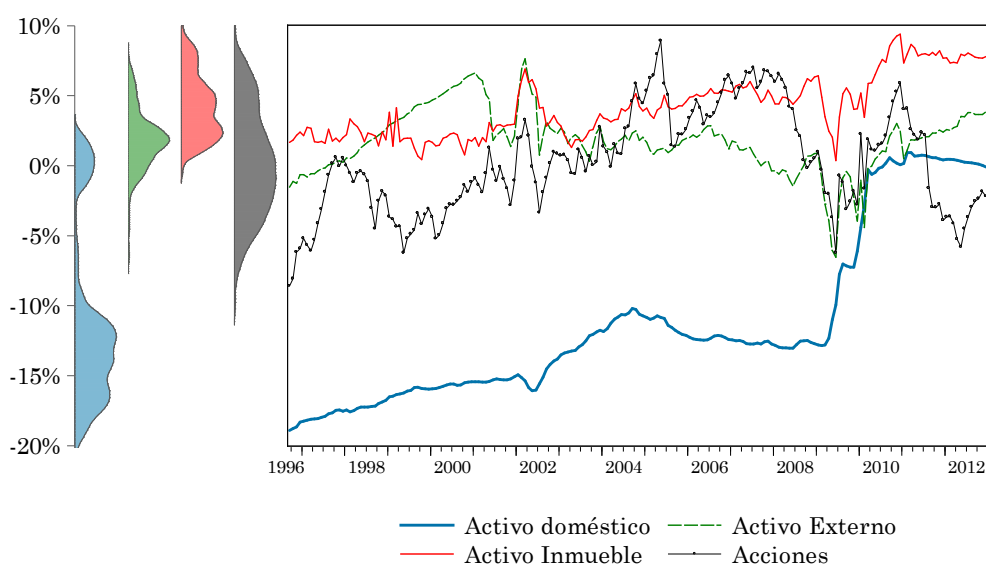
Fuente: elaboración propia sobre la base de datos del BCRA e INDEC.

**Gráfico V.6**  
Retornos reales, período de tenencia en cartera 10 años



Fuente: elaboración propia sobre la base de datos del BCRA e INDEC.

**Gráfico V.7**  
Retornos reales, período de tenencia en cartera 20 años



Fuente: elaboración propia sobre la base de datos del BCRA e INDEC.

Características similares se desprenden al analizar el desempeño de los retornos reales de mantener el activo en cartera durante 10 años (gráfico V.6), donde se destacan las distribuciones bimodales, cualesquiera sean los retornos considerados. La característica bimodal de las distribuciones se debe principalmente a los efectos de los

episodios hiperinflacionarios en el cómputo de los retornos reales. Un elemento destacado, que también se observa en el gráfico V.5 es el elevado retorno real de las acciones en el período afectado por los eventos hiperinflacionario. En efecto, en aquellas circunstancias, las acciones se erigen como una opción de reserva de valor atractiva por parte del sector privado –ver Navajas (1988)–. Nuevamente, el inmueble se presenta como un activo con un retorno real elevado y también una baja volatilidad y un bajo sesgo. Por su parte, si bien el retorno real del activo externo presenta una elevada volatilidad, su rendimiento promedio es superior al retorno promedio del activo doméstico y su distribución está sesgada hacia rendimientos positivos.

Cuando el período de tenencia considerado es de dos décadas (gráfico V.7), el activo inmueble muestra retornos positivos durante todo el período, mayor rendimiento promedio entre todos los activos considerados, menor volatilidad y su distribución está sesgada hacia retornos reales por encima de la mediana. Por el contrario, el rendimiento del activo doméstico se destaca por mostrar retornos reales negativos durante casi todo el período, retorno promedio negativo, elevada volatilidad y sesgo hacia rendimientos negativos.

Si bien la ausencia de normalidad de los retornos resulta más que evidente, en el anexo A.V.10 se presentan los gráficos Q-Q que evalúan la normalidad de los residuos mediante la comparación de los quintiles de una normal y los quintiles de la distribución empírica que se desea evaluar para un período de tenencia de un año. Desvíos respecto de la recta de 45° es evidencia de ausencia de normalidad.

Reuniendo toda la información surgida del análisis descriptivo se puede concluir que: (i) el retorno promedio de los activos analizados es poco informativo desde el punto de vista estadístico, ya que en general, independientemente del activo y el período de tenencia, se trata de distribuciones con alta volatilidad y sesgadas; (ii) el retorno real del activo doméstico constituye la única distribución sesgada hacia valores negativos por debajo de la mediana, sesgo que se acentúa a medida que aumenta el horizonte de la inversión; (iii) el retorno real del activo

externo presenta un marcado sesgo hacia retornos positivos de gran magnitud; (iv) la inversión en inmuebles residenciales muestra el mayor retorno promedio, la menor volatilidad y sesgo por encima de la mediana; (v) Las acciones muestran la mayor dispersión para períodos de tenencia de un año.

### **V.3. Ejercicios propuestos**

Bajo los supuestos de preferencias y formación de expectativas descritos en la sección V.2.b, y utilizando las series de retornos reales desarrolladas en la sección V.2.c, en la presente sección se resuelve el problema de selección de cartera que enfrenta el sector privado, bajo diversos supuestos de aversión al riesgo y plazos de tenencia. En forma sucesiva, los ejercicios propuestos incorporan nuevos elementos al problema de selección básico. Por ejemplo, los costos de transacción, que ayudan a replicar la composición observada de la cartera del sector descrita en el cuadro 3 de la sección IV. Paralelamente, los ejercicios propuestos permiten discriminar entre métodos alternativos.

#### *Ejercicio 1: Resolviendo el problema de cartera por ambos criterios propuestos*

Como primer ejercicio, se aborda la solución al problema de cartera (1) por los dos métodos antes mencionados: (i) maximizando directamente la utilidad esperada (MDUE) (ecuación 3), y (ii) maximizando el valor esperado de la aproximación de Taylor a la función de utilidad (ecuación 4). Dados los argumentos esgrimidos en la sección V.2 y corroborados en la sección V.3, la aproximación será de orden cuatro. El ejercicio se resuelve para un coeficiente de aversión al riesgo absoluto  $\delta$  que en línea con lo que es usual en la literatura (y la propia evidencia empírica para Argentina) toma valores entre 1 y 5, para un período de tenencia

de 1 año.<sup>53</sup> El objetivo del ejercicio es analizar comparativamente ambos criterios de resolución.

Los gráficos V.8.a-V.8.d muestran las tenencias de activos domésticos, activos externos, inmuebles y acciones como proporción de la cartera total, resultante tanto del criterio de maximización directa de la utilidad esperada como del método de maximización del valor esperado de una aproximación de Taylor de orden 4. Las demandas óptimas MDUE-AT4 representadas resultan de maximizar las siguientes expresiones, respectivamente:

$$\text{MDUE} = \arg \max_w E[U(r_{t+1}^p)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n -e^{-\lambda [1+r_{t+1}^p]} \quad (5)$$

$$\text{AT4} = \arg \max_w E[U(r_{t+1}^p)] \approx -e^{-\delta(1+\mu_p)} \left[ 1 + \frac{\delta^2}{2} \sigma_p^2(r_{t+1}^p) - \frac{\delta^3}{3!} s_p^3(r_{t+1}^p) + \frac{\delta^4}{4!} k_p^4(r_{t+1}^p) \right] \quad (6)$$

A partir de los gráficos V.8.a-V.8.d, se desprenden los siguientes resultados:

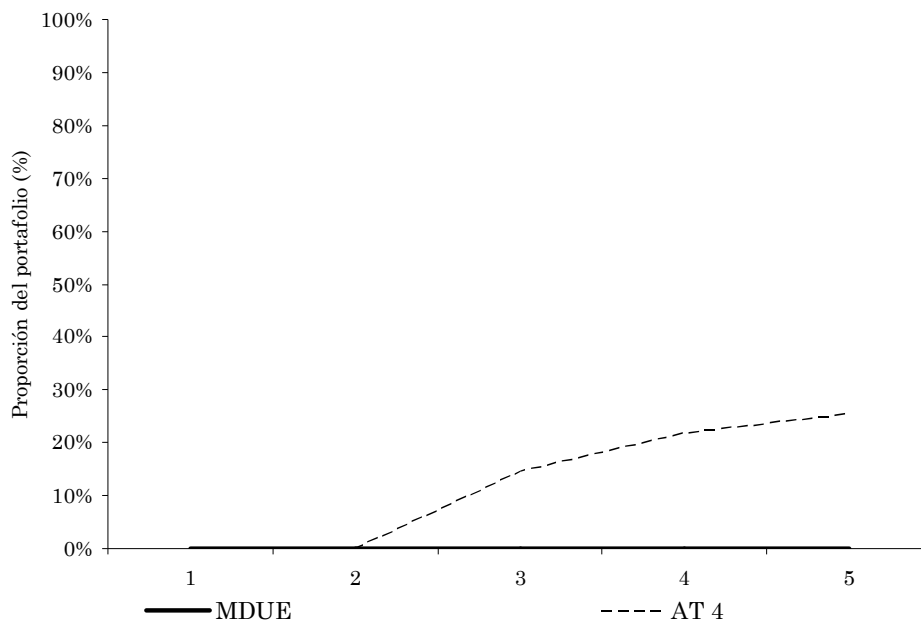
- Ambos métodos permiten obtener una estructura de demandas óptimas de activos con características generales similares: Un marcado sesgo hacia la demanda de activos inmuebles como así también externos.
- Los resultados de las demandas óptimas de depósitos a plazo en moneda local difieren significativamente dependiendo del método empleado. En el caso de la maximización directa de la utilidad esperada, la demanda resulta igual a cero para todo nivel de aversión al riesgo. Por el contrario, en el caso de la aproximación de Taylor se obtienen valores positivos para coeficientes de aversión al riesgo superiores a tres –que alcanzan un máximo del 25% para un  $\delta = 5$ –.

---

<sup>53</sup> Con respecto al valor del coeficiente de aversión al riesgo supuesto ver Jondeau and Rockinger (2005).

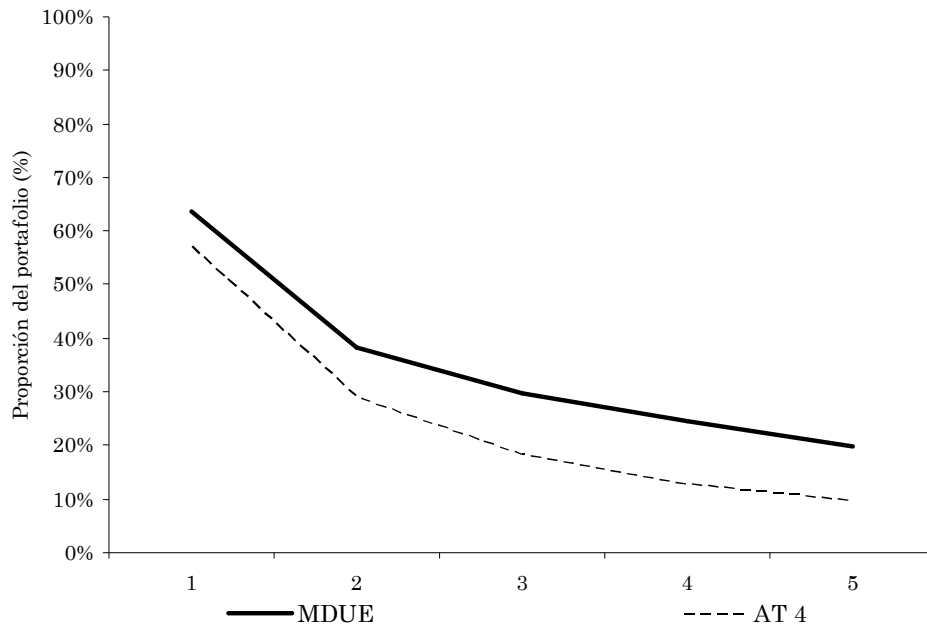
- Para niveles bajos de aversión al riesgo –i.e. valores de  $\delta$  inferiores a 2–, las tenencias óptimas de activos externos constituyen entre el 70% y 30% de los activos totales, dependiendo del método utilizado.
- Para valores de aversión al riesgo superiores a dos, las tenencias óptimas de cartera se sesgan hacia los inmuebles, que alcanzan entre un 60% y 70% del total dependiendo del método utilizado, para un valor  $\delta = 5$ .
- La demanda de acciones, alcanza un máximo de 25% de la cartera en el caso de un coeficiente de aversión al riesgo absoluto igual a uno, y por el método de maximización directa de la utilidad esperada. Al igual que en el caso del activo externo, decrece sistemáticamente a medida que se incrementa el grado de aversión al riesgo. Este resultado es consistente con el hecho que tanto el retorno real del activo externo como de las acciones presentan, en términos relativos de los restantes activos, la mayor variabilidad.

**Gráfico V.8.a:** Tenencia de activos domésticos.  
Período de tenencia: 1 año



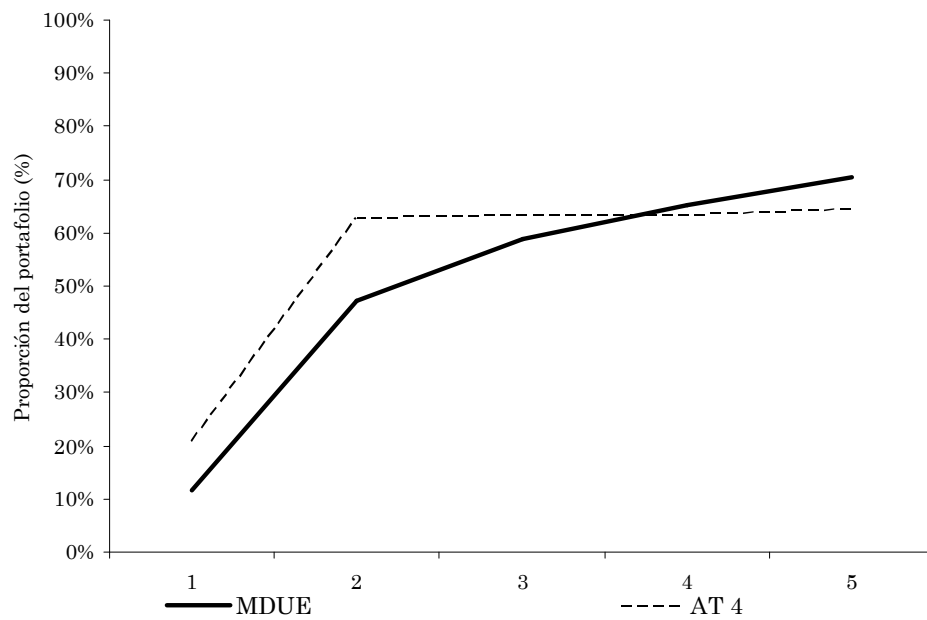
Fuente: Elaboración propia.

**Gráfico V.8.b:** Tenencia de activos externos.  
Período de tenencia: 1 año



Fuente: Elaboración propia.

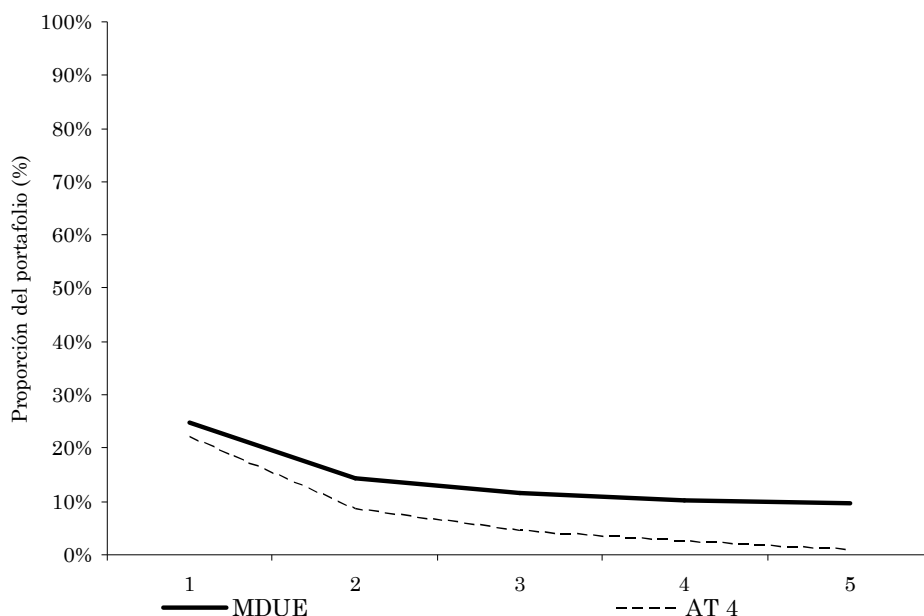
**Gráfico V.8.c:** Tenencia de activos inmuebles.  
Período de tenencia: 1 año



Fuente: Elaboración propia.



**Gráfico V.8.d:** Tenencia de acciones.  
Período de tenencia: 1 año



Fuente: Elaboración propia.

Las rutinas en MATLAB para la solución por ambos métodos, como así también para la generación de los datos correspondientes a los gráficos V.8.a-V.8.d se presentan en la subsección R.1 del apartado Rutinas.

#### *Ejercicio 2: Solución para diversos horizontes de inversión*

A continuación se resuelve el problema de maximización directa de la utilidad esperada –ecuación (3) de la sección V.2.b–, para valores de aversión al riesgo absoluto entre 1 y 5, utilizando las series de retornos reales calculados suponiendo distintos plazos de tenencia en cartera. El lector debe recordar que por plazo de tenencia se entiende la cantidad de meses hacia atrás considerados para el cálculo de una observación puntual del retorno real anual –i.e. los meses de capitalización considerados para el cálculo del retorno real anual, variable  $h$  de las ecuaciones de retornos desarrolladas en la subsección V.2.c–. El objetivo del ejercicio es entonces analizar cómo las distribuciones empíricas de las series de retornos reales calculados asumiendo distintos períodos de tenencia afectan las demandas óptimas de activos. El cuadro V.4 muestra los resultados obtenidos. El método resolutivo empleado es la maximización directa de la utilidad esperada. Nuevamente, las rutinas

en MATLAB que permiten obtener los resultados que se presentan a continuación son explicitadas en el subsección R.1 del apartado Rutinas.

**Cuadro V.4:** Demandas de activos como proporción del portafolio (en tanto por uno)

PT = 1 año	Aversión al riesgo				
	1	2	3	4	5
Activo doméstico	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.0000
Activo Externo	0.6377	0.3840	<b>0.2972</b>	0.2449	0.1990
Inmueble	0.1151	0.4724	<b>0.5881</b>	0.6520	0.7035
Acciones	0.2473	0.1436	<b>0.1147</b>	0.1031	0.0975

PT = 5 años	Aversión al riesgo				
	1	2	3	4	5
Activo doméstico	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.0000
Activo Externo	0.2382	0.0960	<b>0.0443</b>	0.0000	0.4411
Inmueble	0.7618	0.9040	<b>0.9557</b>	1.0000	0.5589
Acciones	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.0000

PT = 10 años	Aversión al riesgo				
	1	2	3	4	5
Activo doméstico	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.0000
Activo Externo	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.2848
Inmueble	1.0000	1.0000	<b>1.0000</b>	1.0000	0.3779
Acciones	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.3373

PT = 20 años	Aversión al riesgo				
	1	2	3	4	5
Activo doméstico	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.0000
Activo Externo	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.3290
Inmueble	1.0000	1.0000	<b>1.0000</b>	1.0000	0.5035
Acciones	0.0000	0.0000	<b>0.0000</b>	0.0000	0.1675

Fuente: Elaboración propia

La primera matriz de datos –período de tenencia (PT) de un año– del cuadro V.4 muestra la misma información que los valores MDUE de los gráficos V.8.a-V.8.d. Las matrices adicionales muestran las demandas para plazos de tenencia más largos. Nótese que las demandas óptimas correspondientes a un coeficiente de aversión al riesgo absoluto igual a 3

se encuentran sombreadas. Esto se debe a que valores de la aversión al riesgo en el entorno de ese número fueron estimados para el caso argentino (ver Ahumada y Garegnani, 2004).

Del cuadro V.4, se desprenden los siguientes resultados:

- Para todos los plazos de tenencia, sin importar el valor del coeficiente de aversión al riesgo supuesto, la demanda óptima de activos domésticos como reserva de valor estimada por el método de maximización directa de la utilidad esperada es igual a cero. Es decir, la asignación se dará exclusivamente entre activos externos, inmuebles y acciones, lo que implica que el rol como reserva de valor del activo doméstico se encuentra estrictamente dominado por los restantes tres instrumentos.
- Para todos los plazos de tenencia superiores a 1 año, el portafolio óptimo está dominado por los activos inmuebles, que constituyen la totalidad o casi la totalidad de la cartera, dependiendo del grado de aversión al riesgo postulado. La asignación de la cartera en activos inmuebles es completa para todos los valores de aversión al riesgo, con excepción de  $\delta = 5$ .

Cuando se compara la composición de los activos que componen la cartera efectivamente observada del sector privado no financiero (ver cuadro 3 de la sección IV), con las demandas teóricas resultantes de las predicciones del modelo de maximización directa de la utilidad esperada, se observan algunas diferencias. En particular, a pesar de representar una porción minoritaria de la cartera (14.0%), los activos domésticos (circulante + depósitos) no son nulos, como cabría de esperar de los resultados anteriores. Esto último puede deberse a diversos factores que afectan las tenencias de activos y que los supuestos básicos que subyacen tras los ejercicios 1 y 2 de optimización de cartera pueden no captar adecuada o completamente. Entre estos factores, cabe mencionar:

- a. Los agentes mantienen activos en su cartera por otros motivos, más allá de su rol como reserva de valor (v.gr. motivos transaccionales).
- b. Existen indivisibilidades. Por ejemplo, en una economía con un bajo desarrollo financiero como la argentina, un agente no puede tomar posición en fracciones pequeñas de activos inmuebles. Esto último implica que, para acceder al mercado de activos inmuebles, el agente debe primero acumular activos financieros por un monto equivalente al del inmueble. Este hecho adiciona un componente de carácter estructural a la demanda de activos externos, no captados en los ejercicios 1 y 2. En esa línea puede plantearse una cierta relación de complementariedad intertemporal entre la demanda de ambos activos –ver Burdisso, Corso y Katz (2014)–.
- c. La debilidad percibida del *enforcement* sobre los derechos de propiedad de los componentes financieros de la riqueza. Esta percepción puede conducir a modificar el riesgo relativo y el retorno real consecuentemente exigido a cada uno de los activos.
- d. Existen otros costos de transacción en la compra-venta de activos inmuebles, más allá de los costos de escrituración, considerados en el cálculo del retorno real del inmueble (sección V.3.c), como por ejemplo los costos de búsqueda.
- e. A lo largo del período bajo análisis, los costos de transacción de activos externos experimentaron marcadas fluctuaciones. Por ejemplo, se han verificado numerosas instancias en las que se implementaron controles a la movilidad de capitales, incrementando significativamente esos costos de transacción.
- f. La decisión óptima de cartera de un agente se ve influida también por los costos de transacción percibidos. Es decir, si bien ex post los costos de transacción pueden diferir respecto de las percepciones, ex ante son éstas las que influyen en última instancia en la asignación de cartera. Un claro ejemplo de los

efectos de incrementos en los costos de transacción percibidos lo constituye la criminalización de la demanda de dólares propiciada en los últimos años por las autoridades argentinas. Independientemente del costo de transacción efectivo impuesto, la medida también induce a los agentes a percibir que los costos potenciales por participar en el mercado informal de divisas son más altos de los que pueden resultar ex post.

- g. Los criterios de formación de expectativas de los agentes pueden diferir respecto al considerado en este trabajo, tanto en el criterio de asignación de probabilidades como en el conjunto de variables relevantes. A modo de ejemplo, si la solución del ejercicio de optimización de cartera se resuelve por el método de maximización directa de la utilidad esperada, con un período de tenencia de un año, pero suponiendo que los agentes asignan la misma probabilidad de ocurrencia a las realizaciones que sucedieron entre enero de 1993 y diciembre de 2012, y otorgan peso nulo (probabilidad cero) a las observaciones de los retornos previas a este período, las demandas óptimas de activos domésticos, externos, inmuebles y acciones resultan (para un coeficiente de aversión al riesgo de 3) igual a 50.93%, 21.57%, 27.50% y 0.00% respectivamente. Es decir, si los agentes utilizaran solo la distribución empírica observada a partir de enero de 1993, el activo dominante sería el activo doméstico, a diferencia de la demanda MDUE del ejercicio 1, que para el mismo grado de aversión al riesgo, pero diferente distribución empírica, muestra una demanda del activo inmueble superior al 58% (ver gráfico V.8.c).

Estas consideraciones actúan como disparador del tercer ejercicio propuesto, en el que se incorporan costos de transacción al ejercicio 2 de selección de cartera.

*Ejercicio 3: Solución con costos de transacción*

El objetivo de este tercer ejercicio es evaluar los cambios en las demandas óptimas de activos que resultan de la incorporación de costos de transacción. Estos últimos son modelados en la línea de Markowitz (1987), Perold (1984) y Yoshimoto (1996), es decir, mediante una función módulo de la diferencia entre las tenencias iniciales de cartera  $w_0 = (w_0^{ad}, w_0^{aext}, w_0^{inm}, w_0^{acc})$  y el nuevo portafolio  $w_t = (w_t^{ad}, w_t^{aext}, w_t^{inm}, w_t^{acc})$ , que resulta de los incentivos en términos de retornos en presencia de costos de transacción. Esta función de costos puede expresarse como:

$$c = k' |w_t - w_0| \quad (7)$$

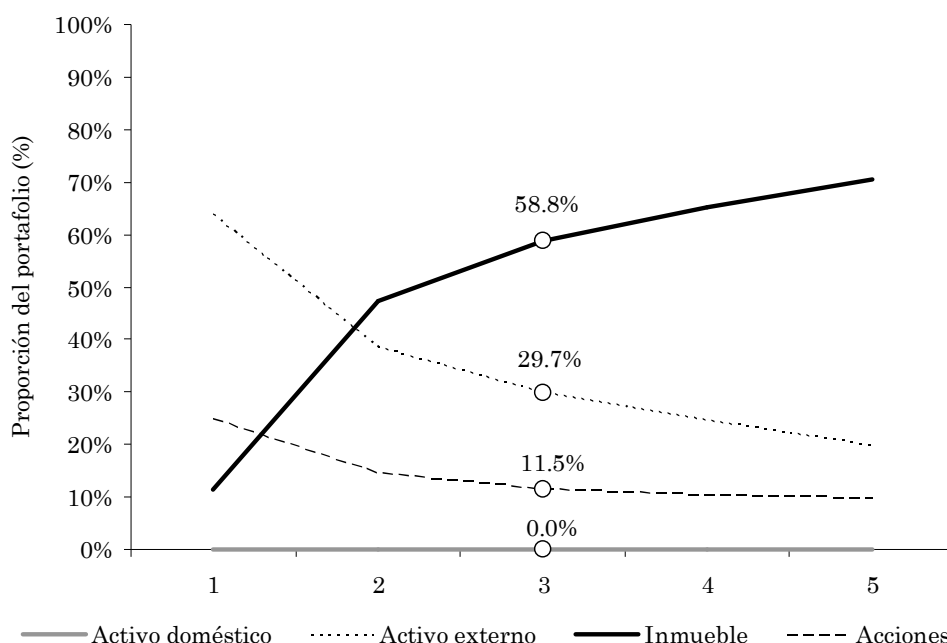
Donde  $c$  es el costo de transacción total (un escalar) y  $k = (k^{ad}, k^{aext}, k^{inm}, k^{acc})$  es el vector de costos por cambios en las proporciones de los activos domésticos, externos e inmuebles y acciones respectivamente. La función de costos (7) se incorpora en el ejercicio de optimización a través de su efecto sobre el retorno del portafolio. En efecto, la maximización de la utilidad esperada (ecuación 3) con costos de transacción deviene en la siguiente expresión:

$$\max_w E[U(r_{t+1}^p)] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n -e^{-\lambda [1+r_i^p - k' |w-w_0|]} \quad (8)$$

El problema (8) se resuelve para valores del coeficiente de aversión al riesgo relativo entre 1 y 5, y para un período de tenencia de un año. Adicionalmente, se asume que el portafolio inicial del agente está compuesto en su totalidad por activos domésticos, es decir que el vector  $w_0 = (1, 0, 0, 0)$  y que el vector de costos por modificar las posiciones de activos domésticos, externos e inmuebles respectivamente viene dado por  $k = [0.005, 0.026, 0.042, 0.062]$ . Si bien los valores postulados de los elementos del vector  $k$  son arbitrarios, fueron elegidos en función del grado de liquidez relativa de los activos y de la percepción de la accesibilidad a la información relevante. De esta manera, el costo de

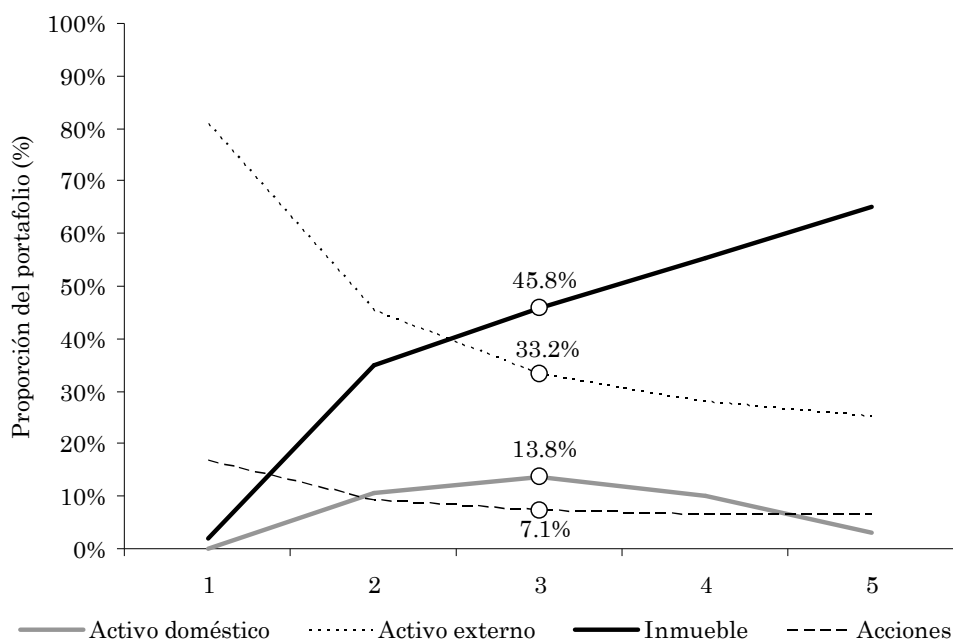
modificar las tenencias de activos domésticos resta 0.5% al retorno real esperado de este activo, mientras que modificar las tenencias de activos externos, inmuebles y acciones resta 2,6%, 4,2% y 6,2% al retorno real esperado de los mismos, respectivamente. Los gráficos V.9.a y V.9.b muestran los resultados obtenidos de resolver (8) bajo los supuestos mencionados. Como puede observarse en el gráfico V.9.b, la introducción de una estructura de costos de transacción diferenciada por activos como la supuesta incrementa las tenencias de activos domésticos en el caso de un horizonte de inversión a un año. Nótese que las demandas del gráfico V.9.a –con ausencia de costos de transacción– son las mismas que las demandas correspondientes a  $PT=1$  del cuadro V.4. En presencia de costos de transacción, bajo los valores supuestos para el vector  $k$ , las demandas óptimas obtenidas (gráfico V.9.b) resultan similares a las proporciones de cartera observadas para el caso argentino de acuerdo con el cuadro 3 de la sección IV. Este resultado muestra que con el enfoque teórico utilizado, bajo los supuestos esgrimidos, es posible replicar el portafolio observado del sector.

**Gráfico V.9.a:** Tenencias óptimas de activos. Período de tenencia de 1 año, sin costos de transacción



Fuente: Elaboración propia.

**Gráfico V.9.b:** Tenencias óptimas de activos. Período de tenencia de 1 año, con costos de transacción



Fuente: Elaboración propia.

#### V.4 Conclusiones

En la presente sección, utilizando enfoques convencionales de selección óptima de cartera en ausencia de ambigüedad se ha logrado replicar las tenencias relativas de activos del sector privado no financiero argentino observadas en la actualidad. Estos resultados descansan sobre dos supuestos fundamentales. 1) una distribución de probabilidad subjetiva sobre el vector de retornos equivalente a la distribución empírica correspondiente al total de la muestra considerada –desde septiembre de 1977 hasta diciembre de 2012–. 2) presencia de costos de transacción. Estos supuestos presentan importantes debilidades. En primer lugar, asumir que la distribución de probabilidad subjetiva es la distribución empírica de los retornos para todo el período considerado, implica que el agente supone equiprobables a todas las realizaciones de la serie temporal. Este supuesto puede resultar poco realista en determinados contextos macroeconómicos. Por otra parte, dado que siempre es posible especificar una estructura de costos de transacción que permita replicar las tenencias relativas de activos observadas, su incorporación resulta un factor explicativo en parte trivial.



En función de las debilidades mencionadas, en la sección VI de la presente Tesis se incorporan preferencias que contemplen ambigüedad y aversión por la ambigüedad, y se muestra que ambos elementos pueden ser relevantes para explicar la elevada participación de los activos denominados en dólares y de los inmuebles en cartera del sector privado, aún en ausencia de costos de transacción, y restringiendo el conjunto de información relevante a subconjuntos de la muestra, de manera de formar probabilidades subjetivas sólo sobre un subconjunto  $E^*$  incluido en el conjunto de eventos originales  $E$ .

## **Sección VI**

### **Ambigüedad y reservas de valor en Argentina**

## VI.1. Introducción

El análisis desarrollado en la sección V permitió concluir que el sesgo a la dolarización y a la demanda de activos inmuebles en la cartera del sector privado no financiero argentino puede ser explicado por la teoría convencional de cartera bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva. Sin embargo, este resultado se encuentra condicionado, en primer lugar, a suponer que la distribución de probabilidad subjetiva sobre los retornos de los activos se corresponde con la distribución empírica del período completo para el que se dispone de datos de frecuencia mensual –i.e. desde septiembre de 1977 a diciembre de 2012–. En segundo lugar, a la existencia de costos de transacción. Sin embargo, dado que *ceteris paribus* la distribución de probabilidad subjetiva sobre los retornos, siempre es posible encontrar una estructura de costos de transacción que permita replicar una tenencia relativa de activos específica, el resultado obtenido asumiendo costos de transacción es en cierto sentido, trivial.

En la presente sección se muestra que la ambigüedad y la aversión por la ambigüedad pueden ser dos elementos de primer orden de relevancia para explicar el sesgo a la dolarización de cartera y la elevada participación de la demanda de inmuebles como reserva de valor, suponiendo inexistencia de costos de transacción, y condicionando la distribución empírica a un conjunto de información que considere una etapa más cercana al momento de la toma de decisión en lugar del período completo utilizado en la sección V. De esta manera, incorporando el enfoque de preferencias suaves por la ambigüedad planteado por Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005) a un modelo estático de selección óptima de cartera, en la presente sección se estudian las dos hipótesis complementarias 2 y 3 propuestas en la introducción de esta Tesis:

*H2: La ambigüedad constituye un factor explicativo relevante para comprender el sesgo a la dolarización observado en la tenencia de activos del sector privado no financiero argentino.*

*H3: La aversión por la ambigüedad constituye un factor explicativo relevante para racionalizar la elevada participación de los inmuebles como reserva de valor en el portafolio del sector privado no financiero argentino.*

## **VI.2. Planteo formal del problema**

Sea  $S$  el conjunto de estados de la naturaleza y  $E \subset S$  el conjunto de eventos –i.e. las realizaciones del vector de retornos reales brutos  $r$  de los activos financieros en  $t+1$  ( $r_{t+1}$ )–, para los cuales el agente asigna una probabilidad de ocurrencia distinta de cero. Sea  $Z$  el conjunto de resultados/pagos definidos como las posibles realizaciones del retorno del portafolio  $r_p$ , en  $t+1$ . Sea  $F$  el conjunto de acciones cuyos elementos –i.e. vectores  $v_t$  de asignación de activos como proporción del portafolio–, constituyen las variables de elección. El agente posee una riqueza inicial  $w$  que es arbitrariamente indexada a 1. El portafolio óptimo se determina entre  $n$  instrumentos financieros considerados reservas de valor relevantes. El retorno real bruto del portafolio en  $t+1$  se define entonces como  $r_{p,t+1} = v_t \cdot r_{t+1}$ .

El agente enfrenta ambigüedad respecto a la medida de probabilidad sobre el conjunto  $E$ . Esta ambigüedad se representa mediante el conjunto  $M = \{\mu_1, \dots, \mu_j\}$  de distribuciones de probabilidad subjetivas factibles  $\mu$ . El agente también tiene una distribución de probabilidad subjetiva  $\Pi = \{\pi(\mu_1), \dots, \pi(\mu_j)\}$  definida sobre los elementos del conjunto  $M$ . A lo largo de la sección se utilizará indistintamente  $\pi(\mu_i) = \pi_i$ . Los elementos del conjunto  $\Pi$  son priors que representan las creencias del agente sobre la factibilidad de que sea  $\mu_i$  la distribución de probabilidad que efectivamente determine las realizaciones  $r_{t+1} \in E$ .

Siguiendo a Klibanoff et. al. (2005), asumimos que el agente exhibe preferencias suaves por la ambigüedad. Siendo  $u$  y  $\phi$  las funciones de utilidad y ambigüedad, respectivamente, el vector de demandas óptimas de activos como proporción de la cartera  $v_i^*$  puede escribirse como:

$$v_t^* \in \arg \max_v \sum_{i=1}^j \pi(\mu_i) \cdot \phi \left( \sum_{r \in E} u(w_t \cdot v_t \cdot r_{t+1}') \cdot \mu_i(r_{t+1}) \right) \quad (1)$$

o

$$v_t^* \in \arg \max_v \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi(E_{\mu_i} u)$$

A lo largo del trabajo denotaremos  $E_{\mu_i} u(v) = E_{\mu_i} u$  indistintamente.

Nótese que los argumentos de la función  $\phi$  son valores de utilidad esperada, condicionados a una distribución factible  $\mu_i$ .

### VI.3. Una interpretación gráfica del enfoque de preferencias suaves

En la Figura 1 se presenta una interpretación gráfica del enfoque de preferencias suaves, en el entorno de Savage. El cuadrante I muestra que la acción del agente –en el caso del problema de portafolio la elección de un vector de tenencias  $v = f \in F$ – puede interpretarse como una función que tiene como dominio el conjunto  $E$ , y como imagen el conjunto  $Z$  de retornos del portafolio  $r_{p,t+1}$ , donde  $r_{p,t+1} = v_t \cdot r_{t+1}'$ .

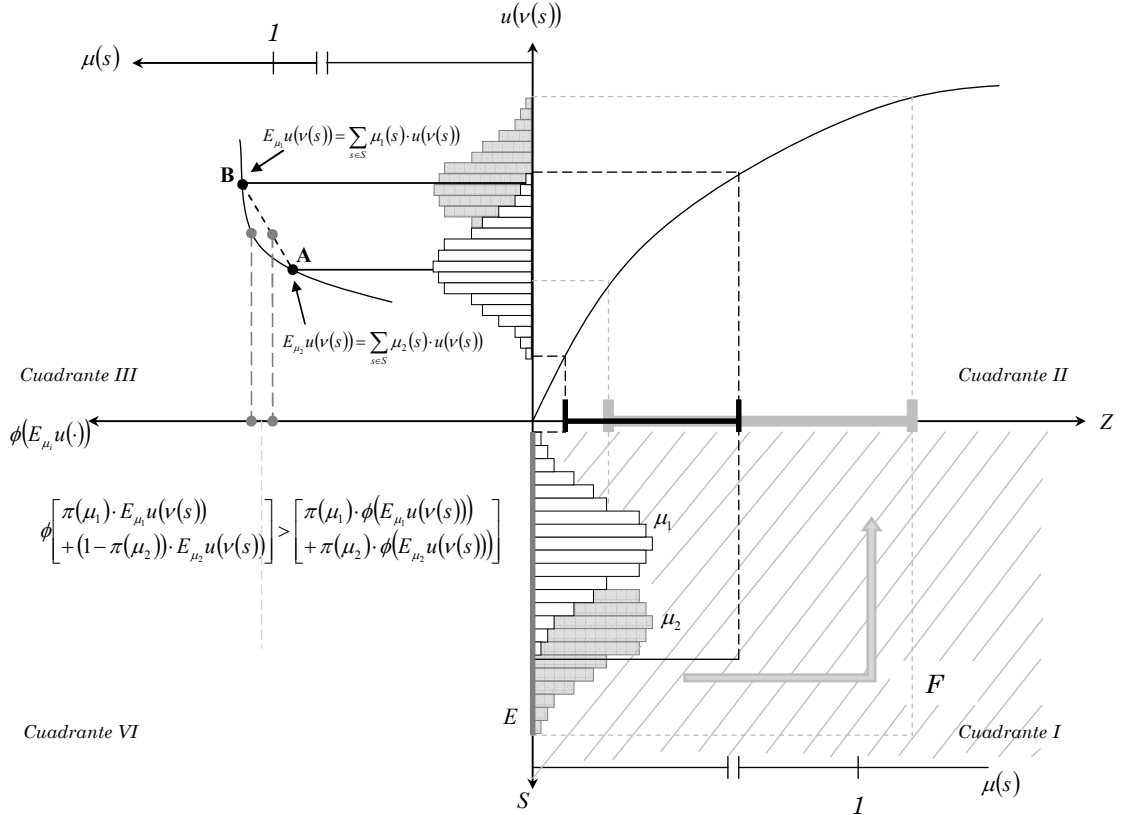
Cada elemento del conjunto de estados  $S$  (eje vertical del primer cuadrante) puede interpretarse como una realización posible del vector de retornos  $r_{t+1}$  de los activos considerados. Como puede observarse, en la figura 1 se supone que la ambigüedad, viene dada por el conjunto  $M = \{\mu_1, \mu_2\}$ , lo que implica que el agente considera la existencia de dos distribuciones factibles sobre las realizaciones del vector de retornos. A través de su decisión  $f = v$ , la estructura estocástica de los elementos del conjunto  $M$  se transfiere al conjunto de pagos  $Z$ , cuyos elementos son las realizaciones del retorno del portafolio  $r_{p,t+1} = v_t \cdot r_{t+1}$ . En otras palabras, los pagos dependerán de las realizaciones de los estados y de la acción llevada a cabo por el agente. En el eje  $Z$ , por medio de una

línea gruesa de color gris y otra de color negro, se representa la imagen sobre los retornos del portafolio de cada una de las posibles distribuciones  $\mu_1$  y  $\mu_2$  junto con una única acción específica  $v_t$  del agente.

En el cuadrante II se representa la función de utilidad  $u$ , cuyo dominio es el conjunto de pagos  $Z$ . En este caso, se asume una función de utilidad cóncava respecto de  $Z$ , lo que implica suponer que el agente presenta aversión por el riesgo. Como puede observarse, la estructura estocástica sobre los pagos se transfiere a la utilidad de los posibles resultados  $-u(v(s))$ . Cada una de las distribuciones  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , condicionadas a la acción  $v$  llevada a cabo por el agente, determinan dos posibles valores de utilidad esperada subjetiva  $E_{\mu_1}u(v(s))$  y  $E_{\mu_2}u(v(s))$ .

En el cuadrante III se grafica la función  $\phi$ , que se asume cóncava respecto a  $E_{\mu_i}u(v(s))$ . Esta función transforma los valores de utilidad esperada resultantes bajo cada distribución de probabilidad factible del conjunto  $M$  y cada acción  $v$  en valoraciones subjetivas  $\phi(E_{\mu_i}u(v(s)))$ . En este caso, se asume una función  $\phi$  consistente con un agente que muestra aversión por la ambigüedad. El eje horizontal del cuadrante III muestre el valor de las ponderaciones subjetivas  $\phi(E_{\mu_i}u(v(s)))$ . El cuadrante IV presenta la desigualdad de Jensen pero en términos de la función  $\phi$ .

**Figura 1**  
Representación del enfoque de preferencias suaves



#### VI.4. Aplicación al caso argentino

Tal como fuera analizado en la sección IV, a lo largo de los últimos setenta años, la evolución monetaria y macroeconómica de la Argentina condicionó la capacidad de las autoridades monetarias para establecer anclas nominales. En esta sección se busca mostrar que algunos de los mecanismos defensivos desarrollados por los agentes en tales contextos pueden ser racionalizados asumiendo la existencia de ambigüedad y de preferencias que muestren aversión por la ambigüedad. Con este fin, el problema de optimización (1) será calibrado de manera de explorar dos respuestas de las demandas de activos del sector privado no financiero argentino observadas durante los últimos veinte años. La primera respuesta es la dolarización que caracterizó el proceso de reintermediación financiera durante el período de vigencia del régimen

de convertibilidad que siguió a las experiencias hiperinflacionarios de 1989 y 1990. La segunda respuesta es la elevada demanda de activos inmuebles como reserva de valor por parte de las familias durante el período 2003-2012.

En términos de la sección subsección VI.2, estos hechos pueden ser racionalizados asumiendo sólo dos distribuciones de probabilidad factibles constitutivas del conjunto  $M$ . La primera, representa el comportamiento de los retornos reales en el entorno del momento en que el agente toma la decisión de asignación de activos. La segunda, representa el comportamiento de los retornos reales durante una experiencia de crisis cambiaria representativa –i.e. un shock recurrente en la económica argentina de los últimos setenta años–. Suponiendo sólo dos elementos del conjunto  $M$ , la expresión (1) resulta:

$$v_i^* \in \arg \max_v \pi(\mu_1) \cdot \phi(E_{\mu_1} u(v)) + \pi(\mu_2) \cdot \phi(E_{\mu_2} u(v)) \quad (2)$$

$$\text{Sujeto a: } \sum_{i=1}^n v_i = 1 \text{ con } 0 \leq v_i \leq 1.$$

La condición de primer orden (c.p.o.) puede expresarse como:

$$\pi(\mu_1) \cdot \phi'(E_{\mu_1} u) \cdot E_{\mu_1} u'_v + \pi(\mu_2) \cdot \phi'(E_{\mu_2} u) \cdot E_{\mu_2} u'_v = 0 \quad (3)$$

Multiplicando y dividiendo el miembro izquierdo de (3) por

$$\varphi = \sum_{i=1}^2 \pi(\mu_i) \cdot \phi'(E_{\mu_i} u), \text{ se obtiene:}$$

$$\varphi \cdot [\pi(\mu_1) \cdot \xi_1 \cdot E_{\mu_1} u'_v + \pi(\mu_2) \cdot \xi_2 \cdot E_{\mu_2} u'_v] = 0$$

o

$$\varphi \cdot [\pi^*(\mu_1) \cdot E_{\mu_1} u'_v + \pi^*(\mu_2) \cdot E_{\mu_2} u'_v] = 0,$$



Donde la variable de distorsión  $\xi_i = \frac{\phi'(E_{\mu_i} u)}{\varphi} = d\Pi^*/d\Pi$  es la derivada de Radon-Nikodym (ver apéndice A.VI.1) de la medida de probabilidad  $\Pi^*$  con respecto a  $\Pi$ . Con  $\varphi \neq 0$ , la c.p.o. resulta:

$$\frac{\pi^*(\mu_1)}{\pi^*(\mu_2)} = \frac{\xi_1 \cdot \pi(\mu_1)}{\xi_2 \cdot \pi(\mu_2)} = -\frac{E_{\mu_2} u'_v}{E_{\mu_1} u'_v} \quad (4)$$

De acuerdo con la expresión (4), el agente elegirá las tenencias óptimas de cartera de manera que el cociente entre las utilidades marginales esperadas iguale el ratio de los priors subjetivos, ajustados por su percepción subjetiva en términos de la ambigüedad –i.e. el ratio  $\xi_1/\xi_2$ –.

Los teoremas que se presentan a continuación permiten obtener una interpretación más precisa de la condición (4):

**Teorema 1:** *Las variables de distorsión  $\xi_i$  incrementan los priors subjetivos de aquellas distribuciones de probabilidad factibles cuyas utilidades esperadas son menores que el promedio ponderado de las utilidades esperadas.*

La demostración del Teorema 1 se presenta en apéndice A.VI.2.

**Teorema 2:** *Las variables de distorsión  $\xi_i$  de aquellas distribuciones de probabilidad factibles cuyas utilidades esperadas son menores que el promedio ponderado de las utilidades esperadas, aumenta con el grado de aversión por la ambigüedad.*

La demostración del Teorema 2 se presenta en el apéndice A.VI.3.

La Proposición 1 se deriva del Teorema 2 y la condición de primer orden (4), y refiere a las condiciones que debe cumplir el vector de tenencias óptimas de activos ante cambios en la aversión por la ambigüedad:

**Proposición 1:** *Supongamos que  $E_{\mu_1} u(v^*) < \sum_{i=1}^2 E_{\mu_i} u(v^*)$ . Un aumento en la aversión por la ambigüedad cambia el vector óptimo de tenencias de*

$v^*$  a  $v^{**}$ , implicando que  $\xi_1^*(v^{**})/\xi_2^*(v^{**}) > \xi_1(v^*)/\xi_2(v^*)$ . Entonces

$\langle -E_{\mu_2} u'_v / E_{\mu_1} u'_v \rangle_{\phi^*} > -E_{\mu_2} u'_v / E_{\mu_1} u'_v$  tal que

$$[\xi_1^*(v^{**}) \cdot \pi(\mu_1)] / [\xi_2^*(v^{**}) \cdot \pi(\mu_2)] = \langle -E_{\mu_2} u'_v / E_{\mu_1} u'_v \rangle_{\phi^*}.$$

Donde  $\langle \rangle_{\phi^*}$  significa “dada una función de ambigüedad más cóncava,  $\phi^*$ ”.

### *Calibrando el modelo*

En las calibraciones 1 y 2, se satisfacen los supuestos de la Proposición 1. En ambos casos asumimos que el agente determina la asignación óptima de su cartera entre cuatro instrumentos relevantes como reserva de valor para el sector privado no financiero argentino: Un depósito a plazo fijo en el sistema financiero local denominado en moneda doméstica, un activo externo denominado en dólares norteamericanos (en la Calibración 1 utilizaremos un depósito a plazo fijo en el sistema financiero local, denominado en dólares americanos), un activo inmueble y acciones. Las series utilizadas son los retornos reales anuales de mantener el activo durante un año, desarrollados en la sección V de esta Tesis.

Adicionalmente, se asume que el agente forma expectativas utilizando las distribuciones empíricas correspondientes a dichas series de retornos reales. La Tabla 1 muestra las estadísticas descriptivas de los retornos reales para los períodos considerados en el cálculo de las distribuciones empíricas  $\mu_1$  y  $\mu_2$ .

**Tabla 1**  
Estadísticas descriptivas de los retornos reales anuales  
(Calculadas a partir de series temporales mensuales)

	Depósitos a plazo fijo (moneda local) (a)	Activos externos (dólares) (b), (c)	Inmuebles	Acciones
<b>Enero de 1981 - Diciembre de 1983 (crisis cambiaria representativa)</b>				
Median	-12.23%	89.54%	0.14%	-10.03%
Mediana	-1.87%	109.83%	-7.89%	-16.93%
Desvío estándar	19.07%	79.83%	31.72%	46.86%
<b>Enero de 1993 - Diciembre de 1998 (caja de conversión)</b>				
Median	6.16%	2.78%	-2.06%	-3.59%
Mediana	6.13%	4.84%	-2.13%	2.37%
Desvío estándar	2.18%	4.44%	3.23%	28.47%
<b>Enero de 2003 - Diciembre de 2012 (período actual)</b>				
Median	-5.48%	-3.45%	2.01%	2.33%
Mediana	-6.67%	-5.40%	-1.19%	6.14%
Desvío estándar	7.86%	16.00%	18.18%	32.92%

Fuente: Banco Central de la República Argentina y Reserva Federal de EE.UU.

Notas: (a) Depósito a plazo fijo en moneda local. 30/59 días.

(b) Bono del tesoro americano a 1 año.

(c) Desde enero 1993 a diciembre de 1998, consideramos un depósito local a plazo fijo en dólares americanos. 30/59 días.

### *Calibración 1*

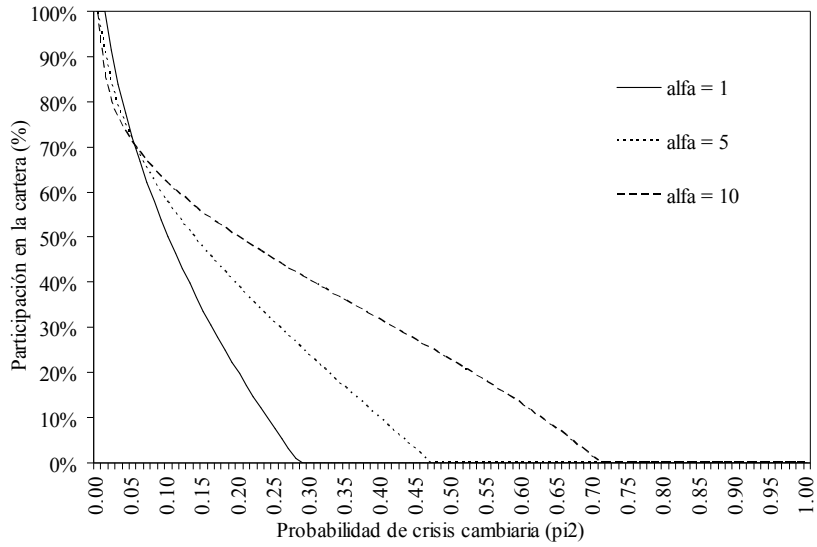
Como fuera mencionado anteriormente, en ambas calibraciones se considera el caso de un agente cuyo conjunto  $M$  está compuesto por dos distribuciones de probabilidad subjetivas sobre el vector de retornos reales  $r_{t+1}$ . En este caso,  $\mu_1$  corresponde a la distribución empírica de un período de funcionamiento del régimen de convertibilidad que asumimos de “normalidad”, entendiéndose por ello a una etapa en la que los agentes podían considerar que el régimen era macroeconómicamente sostenible al momento de la toma de decisión. El período seleccionado está comprendido entre enero de 1993 y diciembre de 1998. El segundo elemento del conjunto  $M$ , la medida de probabilidad  $\mu_2$ , se corresponde con la distribución empírica del período definido entre enero de 1981 y diciembre de 1983. Esta etapa abarca el proceso de crisis que siguió a la

experiencia de apertura y liberalización financiera de fines de los años setenta, caracterizado por recurrentes eventos devaluatorios de importante magnitud. El criterio de selección de estas distribuciones como elementos constitutivos del conjunto  $M$  ha sido, por un lado, suponer que los agentes asignan una probabilidad subjetiva  $\pi_1$  a que las realizaciones de los estados de la naturaleza –retornos reales– sean consistentes con el funcionamiento del régimen de convertibilidad, y una probabilidad  $\pi_2$  a que el mundo se comporte de la forma observada durante uno de los procesos de crisis cambiaria más significativos de la historia monetaria argentina. Con respecto a las preferencias, asumiremos una función de utilidad con coeficiente de aversión al riesgo relativo constante (ARRC)  $u(w_{t+1}) = (1/(1-\delta)) \cdot (w_{t+1})^{1-\delta}$  y una función de ambigüedad con coeficiente de aversión absoluta por la ambigüedad constante (AAAC), del tipo  $\phi(E_{\mu_i} u) = -(1/\alpha) \cdot \exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u)$ . No consideraremos la existencia de short-sales ni de costos de transacción.

El ejercicio se calibra para valores del prior subjetivo  $\pi_2$  de crisis cambiaria entre cero y uno, un coeficiente ARRC  $\delta=3$  y valores para el coeficiente AAAC  $\alpha = 1, 5$  y  $10$ . Las figuras 2 y 3 muestran la asignación óptima de activos correspondiente a los plazos fijos denominados en moneda local y en dólares, respectivamente. Las demandas óptimas de inmuebles y acciones resultaron iguales a cero para todos los valores  $\pi_2$  considerados.

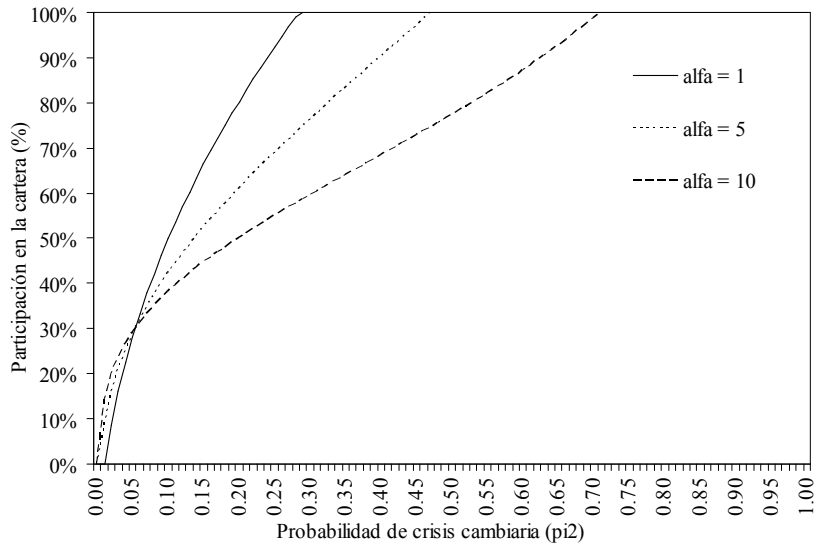
**Figura 2**

Demanda optima de depósitos a plazo fijo (denominado en moneda local)



**Figura 3**

Demanda optima de depósitos a plazo fijo (denominado en dólares americanos)

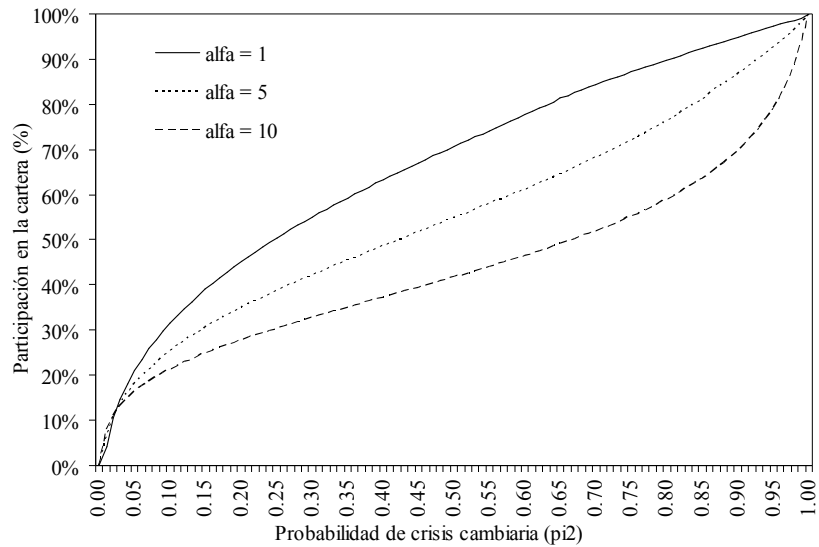


*Calibración 2*

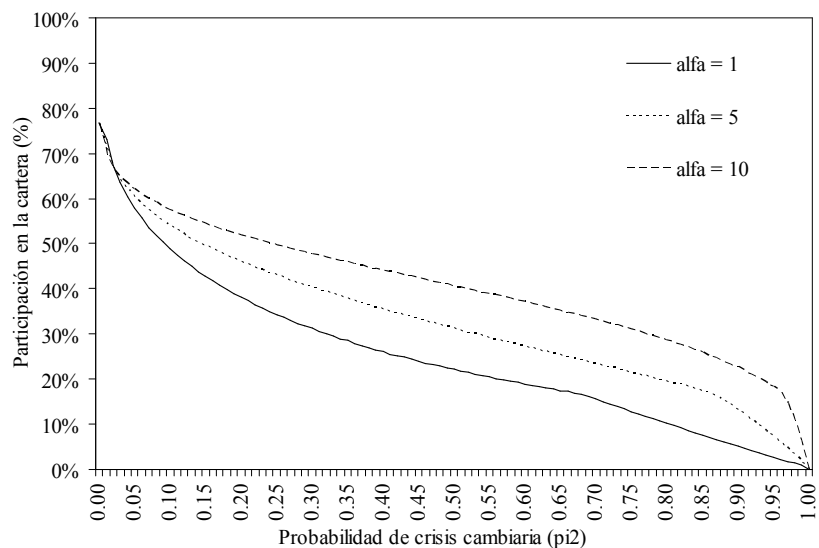
En este caso,  $\mu_1$  corresponde a la distribución empírica de los retornos reales calculada desde enero de 2003 hasta diciembre de 2012. Al igual que en la calibración 1,  $\mu_2$  es la distribución empírica del período comprendido entre enero de 1981 y diciembre de 1983. Las funciones de utilidad y de ambigüedad presentan las mismas formas funcionales que en la calibración 1, y los valores de los coeficientes ARRC y AAAC son

también los mismos. Las figuras 4, 5 y 6 muestran la demanda óptima de activos externos, inmuebles y acciones para valores  $\pi_2$  entre cero y uno. La demanda óptima de depósitos a plazo denominados en moneda local resulta igual a cero para todos los valores de los priors considerados.

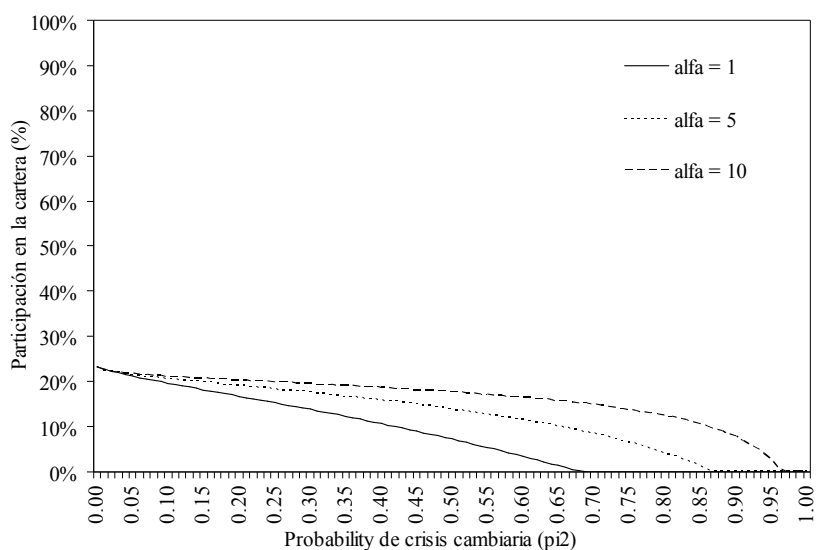
**Figura 4**  
Demanda óptima de activos externos (dólares EE.UU.)



**Figura 5**  
Demanda óptima de activos inmuebles



**Figura 6**  
Demanda optima de acciones

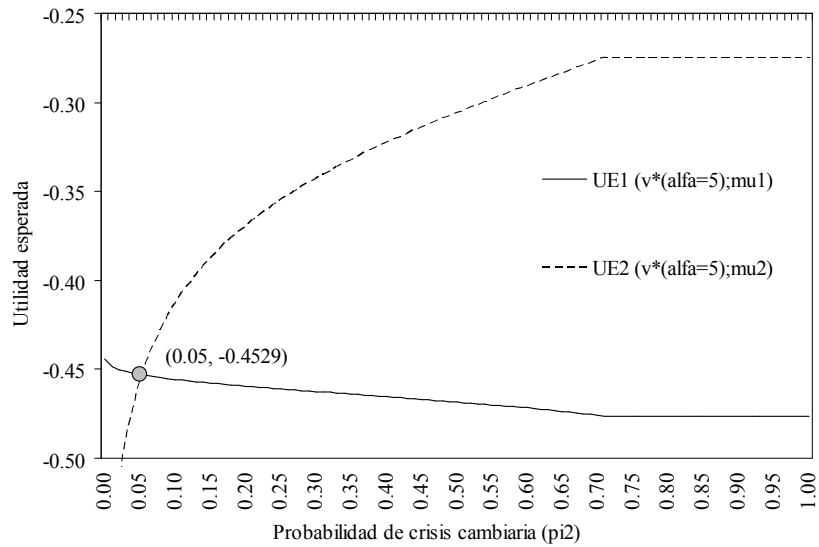


### Resultados

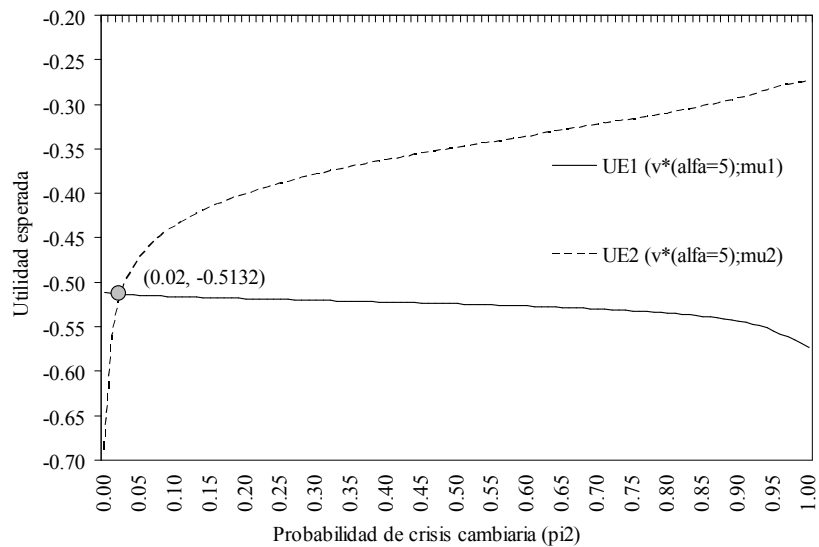
Los resultados nos permiten conjeturar sobre la relevancia de la ambigüedad como factor explicativo de la dolarización de portafolio en la Argentina. En la calibración 1, en ausencia de ambigüedad ( $\pi_2 = 0$ ), las tenencias óptimas de activos consisten en su totalidad de depósitos a plazo fijo denominados en moneda local. Sin embargo, en presencia de ambigüedad, estos resultados se modifican dramáticamente. Con una probabilidad subjetiva  $\pi_2 = 10\%$  de que los retornos se comporten de acuerdo con la distribución empírica observada entre 1981 y 1983, la participación de los depósitos denominados en dólares norteamericanos se ubica entre el 38% y el 50% dependiendo del coeficiente de AAAC considerado. Estas proporciones aumentan marcadamente, alcanzando valores comprendidos entre el 45% y el 66% para valores de  $\pi_2 = 15\%$ . Adicionalmente, la calibración 2 muestra que la aversión por la ambigüedad reduce la demanda de activos denominados en dólares e incrementa la demanda de activos inmuebles. Estos resultados son consistentes con la Proposición 1. En efecto, en las Calibraciones 1 y 2  $E_{\mu_2} u > E_{\mu_1} u$  para  $\pi_2 > 0.05$  y  $\pi_2 > 0.02$ , respectivamente (ver Figuras 7 y 8). De esta manera, un incremento en la aversión por la ambigüedad implica que  $\left\langle -E_{\mu_2} u'_v / E_{\mu_1} u'_v \right\rangle_{\phi^*} > -E_{\mu_2} u'_v / E_{\mu_1} u'_v$  consistentemente con el

incremento en el ratio de distorsión  $\xi_1^*(v^{**})/\xi_2^*(v^{**}) > \xi_1(v^*)/\xi_2(v^*)$ .  
 Condicionado a las distribuciones empíricas asumidas  $\mu_1$  y  $\mu_2$ , el nuevo valor del ratio de las utilidades marginales esperadas será alcanzado por un vector de tenencias óptima de activos  $v^{**}$  con una menor participación de los instrumentos denominados en dólares americanos.

**Figura 7**  
 Calibración 1: Valores de utilidad esperada



**Figura 8**  
 Calibración 2: Valores de utilidad esperada





## **VI.5. Conclusiones de la sección VI**

En la presente sección, se abordó el estudio de la segunda y tercera hipótesis planteada en la introducción de esta Tesis. La aplicación del enfoque de preferencias suavs por la ambigüedad de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005) a un enfoque estático de selección óptima de cartera permitió corroborar ambas hipótesis. En efecto, de acuerdo con los ejercicios propuestos, la ambigüedad puede resultar un factor relevante para explicar el sesgo por parte de las familias a demandar activos denominados en dólares. Por otra parte, la aversión por la ambigüedad puede resultar un factor explicativo relevante de la demanda de inmuebles residenciales como una opción no financiera para preservar el poder de compra de la riqueza.

## **Sección VII**

### **Ambigüedad y retorno de equilibrio**

## VII.1. Introducción

En la presente sección se aborda el estudio de la hipótesis H4 planteada en la introducción de esta Tesis. Con este fin, se abandona el marco teórico correspondiente al problema de selección óptima de portafolio, para movernos a un enfoque tradicional de valuación de activos, que será ampliado por el enfoque de preferencias suaves en su versión recursiva.

## VII.2. Planteo formal del problema

En la presente sección se modifica el enfoque teórico sobre el cual se aplican las preferencias suaves por la ambigüedad. El punto de partida es una representación convencional<sup>54</sup> de los enfoques de valuación de activos basados en consumo, al que le reemplazaremos las preferencias consistentes con la teoría de la utilidad esperada subjetiva por preferencias suaves por la ambigüedad en su versión recursiva – Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2009)–. Específicamente, supondremos un modelo de dos períodos en el que el agente maximiza la utilidad intertemporal de su consumo. En cada uno de ellos, el agente recibe un flujo de ingreso  $e$ , y tiene la posibilidad de adquirir en  $t$  una suma  $\xi$  a un precio  $p_t$  de un activo financiero que brinda un pago incierto  $x_{t+1}$  en el período siguiente, definido como su precio más un dividendo,  $x_{t+1} = p_{t+1} + d_{t+1}$ . Tanto el pago  $x_{t+1}$  como el flujo  $e_{t+1}$  son inciertos, de manera que también lo será el flujo de consumo en el período  $t+1$ . Adicionalmente, el agente enfrenta ambigüedad respecto a la distribución de probabilidad que determinará las realizaciones del consumo y del pago del instrumento financiero. Sin embargo, posee un conjunto  $M = \{\mu_1, \dots, \mu_j\}$  de distribuciones bivariadas factibles sobre  $c_{t+1}$  y  $x_{t+1}$ , y una distribución subjetiva  $\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_j\}$  que asigna un valor de probabilidad  $\pi_i$  a que sea  $\mu_i \in M$  la distribución que efectivamente determine las realizaciones de  $c$  y  $x$  en el período  $t+1$ . Las

---

<sup>54</sup> Ver por ejemplo el capítulo I de Cochrane (2005).

preferencias del agente se encuentran caracterizadas conjuntamente por una función de utilidad  $u(\cdot)$  y una función  $\phi(\cdot)$  que incorpora los efectos de la ambigüedad en su comportamiento. Nuevamente, en la presente sección asumiremos que ambas funciones son cóncavas, de manera que el agente presenta aversión al riesgo y a la ambigüedad. De esta manera, aplicando las preferencias suaves recursivas por la ambigüedad descritas en la sección 3, el problema de optimización que enfrenta el agente, resulta:

$$\max_{\xi} u(c_t) + \beta \cdot \phi^{-1} \left[ E_{\Pi} \left[ \phi \left( E_{\mu_i} \left[ u(c_{t+1}) \right] \right) \right] \right] \quad (5)$$

Sujeto a que:

$$c_t = e_t - \xi_t \cdot p_t \quad (6)$$

$$c_{t+1} = e_{t+1} + \xi_t \cdot x_{t+1} \quad (7)$$

Siendo  $E_{\Pi}$  y  $E_{\mu_i}$  los operadores expectativas definidos sobre las medidas de probabilidad  $\Pi$  y  $\mu_i$  respectivamente. Explicitando el operador  $E_{\Pi}$ , la expresión (5) puede escribirse como:

$$\max_{\xi} u(c_t) + \beta \cdot \phi^{-1} \left[ \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \left[ \phi \left( E_{\mu_i} \left[ u(c_{t+1}) \right] \right) \right] \right] \quad (8)$$

Nótese que el segundo término de (8) constituye el valor de equivalencia a la certeza –representado por  $\phi^{-1}(\cdot)$ –, de los valores de utilidad esperada calculados para cada medida de probabilidad factible  $\mu_i \in M$ , valuados por el agente por medio de la función  $\phi$ , y ponderados por las probabilidades de la medida subjetiva  $\Pi$ . A partir del problema anteriormente representado, se busca entonces valuar en  $t$  el flujo incierto  $x_{t+1}$ . La condición de primer orden respecto a  $\xi$  resulta:

$$-p_t \cdot u'(c_t) + \beta \cdot \phi^{-1}(\cdot) \cdot \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u) \cdot E_{\mu_i} [u'(c_{t+1}) \cdot x_{t+1}] = 0$$

De manera que:

$$p_t = E_{\Pi} \left[ E_{\mu_i} \left[ \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \phi'(E_{\mu_i} u) \cdot \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot x_{t+1} \right] \right] \quad (9)$$

Nótese que  $\phi^{-1}'(\cdot)$  es una constante, y que  $\phi'(E_{\mu_i} u)$  es constante para el operador  $E$  sobre la medida de probabilidad  $\mu_i$ . La expresión (9) constituye la ecuación de valuación basada en consumo en presencia de preferencias recursivas suaves por la ambigüedad.

*Derivación de la expresión correspondiente a la tasa libre de riesgo*

Un retorno puede ser pensado como un pago  $R$  con un precio unitario – ver Cochrane (2005)–. En ausencia de ambigüedad, la ecuación de valuación clásica para un retorno resulta  $1 = 1/E[m \cdot R]$ , siendo  $m$  el factor de descuento estocástico. De esta manera, la expresión para la tasa de interés libre de riesgo puede escribirse como  $R_f = 1/E[m]$ . En presencia de preferencias recursivas suaves por la ambigüedad como las supuestas en esta sección, la expresión de valuación (9) correspondiente a la tasa libre de riesgo deviene en:

$$1 = R_f \cdot \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u) \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right]$$

De manera que:

$$R_f = \frac{1}{\phi^{-1}'(\cdot) \cdot \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u) \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right]}$$

O equivalentemente:

$$R_f = \frac{1}{\phi^{-1}'(\cdot) \cdot E_{\Pi} \left[ \phi'(E_{\mu_i} u) \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right] \right]}$$

Multiplicando y dividiendo el denominador de la expresión anterior por

$$\phi = \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u), \text{ resulta:}$$

$$R_f = \frac{1}{E_{\Pi} \left[ \frac{\phi'(E_{\mu_i} u)}{\varphi} \cdot \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \varphi \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right] \right]}$$

Nótese que para ambos operadores  $E$ ,  $\varphi$  y  $\phi^{-1}'(\cdot)$  son constantes cuyos argumentos son valores de utilidad esperada. Definiendo  $\xi_i = \phi'(E_{\mu_i} u)/\varphi$ , la expresión anterior resulta:

$$R_f = \frac{1}{E_{\Pi} \left[ \xi_i \cdot \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \varphi \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right] \right]} \quad (10)$$

Donde  $\frac{\phi'(E_{\mu_i} u)}{\varphi} = \xi_i = \frac{\phi'(E_{\mu_i} u)}{\sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u)} = d\hat{\Pi}/d\Pi$  es la derivada de Radon-

Nikodym de la medida de probabilidad  $\hat{\Pi}$  respecto de  $\Pi$ , de manera que la expresión (10) resulta:

$$R_f = \frac{1}{E_{\hat{\Pi}} \left[ \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \varphi \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right] \right]} \quad (11)$$

Definiendo el factor de descuento estocástico como:

$$\bar{m}_{t+1} = \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \varphi \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right]$$

Se obtiene:

$$R_f = \frac{1}{E_{\hat{\Pi}} [\bar{m}_{t+1}]} \quad (12)$$

O equivalentemente:

$$R_f = \frac{1}{E_{\Pi} [\xi_i \cdot \bar{m}_{t+1}]} \quad (13)$$

Nótese que el factor de descuento estocástico puede expresarse alternativamente como:

$$\bar{m}_{t+1} = E_{\mu_t} \left[ \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \varphi \cdot \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right]$$

De manera que la expresión (13) resulta equivalente a:

$$R_f = \frac{1}{E_{\hat{\Pi}^*}[\bar{m}_{t+1}^*]} \quad (14)$$

Siendo

$$\bar{m}_{t+1}^* = \phi^{-1}'(\cdot) \cdot \varphi \cdot \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)}$$

donde  $\hat{\Pi}^*$  es una medida de probabilidad de segundo orden, compuesta por  $\hat{\Pi}$  y las distribuciones pertenecientes al conjunto  $M$ . Esta representación es posible gracias al uso de la de derivada de Radon-Nikodym, que nos permitió eliminar el componente  $\phi'(E_{\mu_t} u)$  de la esperanza, y finalmente obtener una expresión equivalente a  $R_f = 1/E[m]$  pero para el caso de preferencias que contemplen ambigüedad.

La expresiones (13) y (14) comparten características comunes con la expresión convencional de determinación del retorno de un activo libre de riesgo:

- 1) La tasa real es más alta cuanto mayor la tasa de impaciencia—es decir, cuando  $\beta$  es bajo—.
- 2) La tasa real es más alta cuanto mayor sea la tasa de crecimiento del consumo. En otros términos, si la tasa de interés es elevada, el inversor se verá incentivado a reducir su consumo hoy preservando poder de compra, y consumir más en el futuro. De esta manera, una mayor tasa baja el nivel de consumo hoy, y eleva la tasa de variación del consumo de hoy a mañana.

- 3) A mayor grado de aversión al riesgo, mayor la sensibilidad de la tasa de interés real a la tasa de crecimiento del consumo. Una mayor curvatura de la función de utilidad implica que el agente se preocupa más por mantener un patrón de consumo suave a lo largo del tiempo, encontrándose menos deseoso de reasignar consumo intertemporalmente en respuesta a incentivos de tasa de interés.

Más allá de estos elementos comunes, el corolario y la proposición que se plantean a partir del teorema que se presenta a continuación nos permitirán interpretar las diferencias entre las expresiones (13)-(14) de determinación del retorno de un activo libre de riesgo bajo preferencias recursivas suaves y la ecuación de valuación convencional bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva  $R_f = 1/E[m]$ .

**Teorema 3:**

Sea  $R_f = \frac{1}{E_{\Pi}[\xi_i \cdot E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*]]}$  definido anteriormente.

Sea el conjunto de distribuciones factibles  $M = \{\mu_1, \dots, \mu_j\}$  con

$$E_{\mu_1}[\bar{m}_{t+1}^*] \leq \dots \leq E_{\mu_j}[\bar{m}_{t+1}^*].$$

Sea  $\phi(\cdot)$  una función estrictamente cóncava y creciente.

Sea  $\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_j\}$  la distribución de probabilidad subjetiva sobre los elementos del conjunto  $M$ .

Se sigue que:

$$(a) \quad \text{Si } E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*] \leq \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*], \text{ entonces } \xi_i \leq 1.$$

$$(b) \quad \text{Si } E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*] \geq \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*], \text{ entonces } \xi_i \geq 1.$$

Ver demostración en el apéndice A.VII.1.



De acuerdo con el teorema anterior, la aversión por la ambigüedad distorsiona las probabilidades a priori  $\pi_i$  asignadas por el agente a cada elemento del conjunto de distribuciones subjetivas  $M$ . Dicha distorsión viene dada por la función  $\xi_i$  –la derivada de Radon-Nikodym–.

El Corolario 1 y la Proposición 2 que se presentan a continuación, se desprenden del Teorema 3 y nos permitirán interpretar las diferencias entre la expresión (13) y la ecuación convencional  $R_f = 1/E[m]$ .

**Corolario 1:** *Dado que la aversión por la ambigüedad distorsiona las probabilidades a priori  $\pi_i$  incrementando la masa de probabilidad sobre aquellas distribuciones  $\mu_i \in M$  con baja utilidad esperada –o de forma equivalente con alta utilidad marginal esperada–, entonces la aversión por la ambigüedad reduce la tasa libre de riesgo –incrementa el valor esperado del descuento estocástico  $\bar{m}_{t+1}^*$ .*

**Proposición 2:** *Si se asume una función de ambigüedad  $\phi$  exponencial, del tipo  $\phi(x) = -\frac{\exp(-\alpha \cdot u)}{\alpha}$  donde  $\alpha$  representa la aversión por la ambigüedad, entonces  $\phi^{-1}(\cdot) \cdot \phi$  en  $\bar{m}_{t+1}^*$  resulta igual a uno, de manera que la única diferencia entre la expresión (13) y la ecuación convencional  $R_f = 1/E[m]$  radica en la medida de probabilidad  $\hat{\Pi}^*$ .*

Ver demostración en el apéndice A.VII.2.

### 5.2. Derivación de la expresión correspondiente a la prima de riesgo

Partiendo de la ecuación de valuación (9) y multiplicando y dividiendo el segundo miembro por  $\phi$ , resulta:

$$p_t = E_{\Pi} \left[ \frac{\phi'(E_{\mu_t} u)}{\phi} \cdot \phi^{-1}(\cdot) \cdot \phi \cdot E_{\mu_t} \left[ \beta \cdot \frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \cdot (p_{t+1} + d_{t+1}) \right] \right]$$

Asumiendo una función de utilidad con coeficiente de aversión al riesgo relativo constante del tipo  $u(c_{t+1}) = \frac{1}{1-\delta} \cdot (c_{t+1})^{1-\delta}$ , la expresión anterior deviene en:

$$p_t = E_{\Pi} \left[ \frac{\phi'(E_{\mu_t})}{\phi} \cdot \phi^{-1}(\cdot) \cdot \phi \cdot E_{\mu_t} \left[ \beta \cdot z_{t+1}^{-\delta} \cdot (p_{t+1} + d_{t+1}) \right] \right] \quad (15)$$

Con  $z_{t+1} = c_{t+1}/c_t$ .

Dado que  $p_t$  es homogéneo de grado uno en  $d$ , es posible expresar  $p_t = w \cdot d_t$  (ver Mehra y Prescott, 2008). Sustituyendo en (15), se obtiene:

$$w \cdot d_t = E_{\Pi} \left[ \frac{\phi'(E_{\mu_t})}{\phi} \cdot \phi^{-1}(\cdot) \cdot \phi \cdot E_{\mu_t} \left[ \beta \cdot z_{t+1}^{-\delta} \cdot (1+w) \cdot d_{t+1} \right] \right]$$

De manera que:

$$w = E_{\Pi} \left[ \frac{\phi'(E_{\mu_t})}{\phi} \cdot \phi^{-1}(\cdot) \cdot \phi \cdot E_{\mu_t} \left[ \beta \cdot z_{t+1}^{-\delta} \cdot (1+w) \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right] \quad (16)$$

Con  $\hat{x}_{t+1} = d_{t+1}/d_t$ . Considerando la noción de la derivada de Radon-Nicodym discutida previamente, y asumiendo una función de ambigüedad del tipo  $\phi(\cdot) = -\frac{\exp(-\alpha \cdot E_{\mu_t} u)}{\alpha}$  la expresión (16) resulta:

$$w = E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_t} \left[ \beta \cdot z_{t+1}^{-\delta} \cdot (1+w) \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right] \quad (17)$$

Por otro lado, definamos  $R_{t+1}$  —el retorno bruto sobre las acciones— como:

$$R_{t+1} = \frac{p_{t+1} + d_{t+1}}{p_t}$$

Sustituyendo  $p$ , resulta:

$$R_{t+1} = \frac{w \cdot d_{t+1} + d_{t+1}}{w \cdot d_t} = \frac{(1+w)}{w} \cdot \hat{x}_{t+1}$$

Aplicando la doble expectativa a la expresión anterior, se obtiene:

$$E_{\hat{\Pi}}[E_{\mu_i}(R_{t+1})] = \frac{1+w}{w} \cdot E_{\hat{\Pi}}[E_{\mu_i}(\hat{x}_{t+1})] \quad (18)$$

Dado que  $\frac{1+w}{w} = \frac{1}{\beta \cdot E_{\hat{\Pi}}[E_{\mu_i}[z_{t+1}^{-\delta} \hat{x}_{t+1}]]}$  (ver ecuación E.3 del apéndice

A.VII.3), la expresión (18) puede escribirse como:

$$E_{\hat{\Pi}}[E_{\mu_i}(R_{t+1})] = E_{\hat{\Pi}^*}[R_{t+1}] = \frac{E_{\hat{\Pi}}[E_{\mu_i}(\hat{x}_{t+1})]}{\beta \cdot E_{\hat{\Pi}}[E_{\mu_i}[z_{t+1}^{-\delta} \hat{x}_{t+1}]]} \quad (19)$$

Asumiendo que los retornos de las acciones y la tasa de crecimiento del consumo per-cápita siguen una distribución lognormal, la expresión 19 resulta (ver apéndice A.VII.4):

$$E_{\hat{\Pi}^*}(R_{t+1}) = \frac{\sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \xi_i \cdot e^{\mu_{\hat{x},i} + \frac{1}{2} \sigma_{\hat{x},i}^2}}{\beta \cdot \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \xi_i \cdot e^{\mu_{z,i} - \delta \cdot \mu_{z,i} + \frac{1}{2} (\sigma_{z,i}^2 + \delta^2 \cdot \sigma_{z,i}^2 - 2 \cdot \delta \cdot \sigma_{\hat{x},z,i})}} \quad (20)$$

Mientras que la expresión correspondiente a la tasa libre de riesgo puede escribirse como:

$$R_f = \frac{1}{\beta \cdot \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \xi_i \cdot e^{-\delta \cdot \mu_{z,i} + \frac{1}{2} \delta^2 \cdot \sigma_{z,i}^2}} \quad (21)$$

### VII.3. Aplicación al caso argentino

*Evolución del consumo per cápita, el retorno real de las acciones y el retorno real de un activo de bajo riesgo relativo*

Para calibrar las ecuaciones (20) y (21), se procedió en primer lugar a elaborar una serie de la tasa de crecimiento del consumo total privado per cápita de la Argentina y del retorno bruto real de las acciones para

el período 1903-1912. La Tabla VII.1 presenta estadísticas descriptivas por etapas, mientras que en el apéndice A.VII.5 se describen las fuentes utilizadas para la elaboración de ambas series.

**Tabla VII.1**  
Consumo per-cápita y retorno real de las acciones

Período	Tasa de crecimiento del consumo per cápita		Retorno real de las acciones			
	Promedio	Desv. Est.	Promedio	Desv. Est.	Coef. Corr.	
1903-2012	total	1.43%	5.82%	6.51%	33.90%	0.189
1903-1945	pre-inflacionario	1.03%	5.71%	7.82%	14.27%	-0.014
1935-1945	reconstrucción financiera	0.63%	4.51%	9.56%	12.80%	-0.056
1946-1974	inflacionario	2.12%	4.43%	-4.46%	30.15%	0.367
1975-1990	régimen de alta inflación e hiperinflación	-1.72%	5.68%	14.15%	67.16%	0.140
1981-1982	crisis de la Tablita	-5.39%	0.63%	-19.99%	39.61%	1.000
1991-2001	convertibilidad	5.61%	6.54%	13.34%	33.76%	0.889
2003-2012	post-convertibilidad	6.42%	2.97%	11.54%	27.47%	0.680

Fuente: Elaboración propia.

El objetivo central del ejercicio es analizar los posibles efectos de la ambigüedad sobre la determinación de los retornos reales de equilibrio de los activos de bajo riesgo relativo. Con este fin, se seguirá la línea metodológica de Mehra y Prescott (1985) consistente en comparar los valores de los retornos resultantes de la calibración del modelo –en este caso las ecuaciones (20) y (21)– con los observados en la economía bajo análisis. Si bien fue posible elaborar una serie del crecimiento del consumo privado per cápita y de los retornos reales de las acciones, un impedimento que hubo que enfrentar fue la imposibilidad de elaborar una serie de retornos de un activo considerado de “bajo riesgo relativo”. Esto se debe a que, dada la historia de elevada volatilidad nominal, resulta imposible obtener para todos los períodos un retorno de un activo que pueda ser considerado de bajo riesgo con un plazo de madurez similar. Por ejemplo, en el período 1903-1945 la cédula hipotecaria argentina (CHA) como así también (durante los años

treinta) los títulos del crédito argentino interno (CAI) eran considerados activos de bajo riesgo por el público y además presentaban un plazo de madurez semejante (entre 37 y 42 años). Sin embargo, a partir de 1946, con el cambio en el sesgo de la política monetaria, ambos instrumentos dejaron de ser demandados como reserva de valor. A partir del año 1958 se emprendieron políticas que buscaron revitalizar el mercado de títulos públicos, a través de la emisión del primer bono indexado. El bono de la empresa nacional Yacimientos Petrolíferos Fiscales (YPF), con vencimiento a veinte años (aproximadamente la mitad que las CHA y que los bonos del CAD). Este bono se encontraba indexado al salario de un trabajador de YPF y presentaba un plus en retorno atado a la producción de barriles de crudo. A partir de la crisis de la experiencia aperturista de fines de la década del setenta, a la que denominaremos crisis de “la tablita” por el régimen de crawling peg con variaciones pre- anunciadas del tipo de cambio vigente en aquel período, ya no es posible identificar un activo financiero denominado en moneda local que haya sido considerado de bajo riesgo relativo, dada la elevada volatilidad nominal y la fragilidad que mostraba el sistema financiero. Para entonces, el sector privado ya mostraba una alta participación en sus reservas de valor de activos denominados en dólares. Sin embargo, estos instrumentos actuaban más bien como un seguro contra la licuación del salario real resultante de los shocks devaluatorios. Se trataba de un seguro con retornos muy volátiles, de manera que resultaría forzado considerarlos de bajo riesgo relativo. Haber optado por el uso de un activo externo como proxy de un activo de bajo riesgo relativo hubiera sido desacertado. En efecto, nótese que la función de utilidad supuesta no permite separar el grado de aversión al riesgo de la elasticidad de sustitución intertemporal. Esto implica que la decisión de asignación intertemporal de un agente averso al riesgo se verá afectada por la varianza de los retornos reales de los activos de los que disponga como reserva de valor.

Para lidiar con este impedimento, se optó por construir una curva de rendimientos de los títulos públicos en moneda local para un período representativo de la etapa pre-inflacionaria y para el período actual. Los períodos seleccionados fueron 1937-1941 y 2005-2013. La elección del

primer período descansa en el significativo desarrollo del mercado de deuda pública alcanzado en aquellos años, con retornos de referencia para diversos plazos, y previo a la etapa de represión financiera iniciada a mediados de la década del cuarenta. La elección del período 2005-2013 responde a que se trata de la etapa posterior al canje de deuda que siguió a la cesación de pagos acontecida durante la crisis de la convertibilidad. En este punto, debe tener en cuenta el lector que no escapa al autor de este trabajo el hecho que son múltiples los factores que podrían explicar las diferencias entre los retornos reales de los activos de bajo riesgo relativo observados entre los períodos 1937-1941 y 2005-2013. En este trabajo, el énfasis está puesto en la ambigüedad y la aversión por la ambigüedad como factores explicativos, pero ello no implica desconocer la existencia de factores de mayor relevancia, como por ejemplo el sesgo dado a la política monetaria.

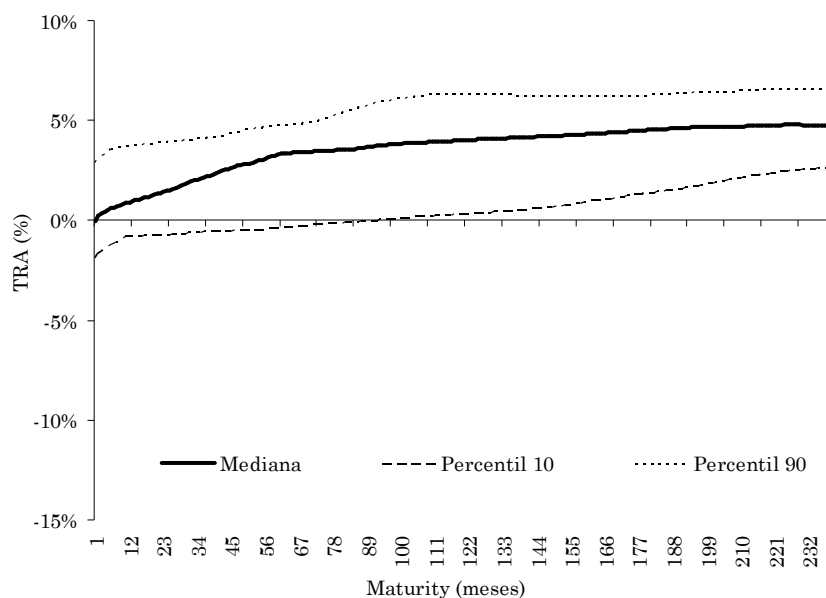
Para la elaboración de la curva de rendimientos correspondiente al período 1937-1941, se consideraron para el tramo corto de la curva, las letras de tesorería a 1, 2, 3, 6 y 12 meses. Para el tramo medio se utilizaron las tasas internas de retorno del C.A.I 4,0% 1939 primera emisión, y para plazos largos el C.A.I 4,5% 1939 primera emisión y el C.A.I 4,5% 1935. Para la elaboración de la curva de rendimientos del período 2005-2013, se consideraron para el tramo corto, los retornos de las letras del banco central (LEBAC) a 1, 3, 6 y 12 meses, mientras que para el tramo medio y largo se utilizaron las tasas internas de retornos del Bocon 2022 y del Discount 2033.

Las Figuras VII.1 y VII.2 presentan las curvas para ambos períodos considerados. En el apéndice A.VII.6 se detalla la metodología empleada para su elaboración. La línea gruesa de ambas figuras se corresponde con los valores de las medianas de los retornos reales del período para distintos plazos. Las líneas punteadas gruesas y finas representan el percentil 10 y 90, respectivamente. Como puede observarse, los valores de las medianas correspondientes al período 1937-1941 –Figura VII.1– resultan superiores a las del período 2005-2013 –Figura VII.2– para todos los plazos considerados. Con el objeto de testear la significancia estadística de esta diferencia, se procedió a realizar un test de rango de

diferencia de medianas –test de Wilcoxon– para muestra chica. La hipótesis nula de igualdad de mediana fue rechazada al 1,0% para todos los tramos de la curva. Los resultados para algunos plazos seleccionados se resumen en la Tabla 3.

**Figura VII.1**

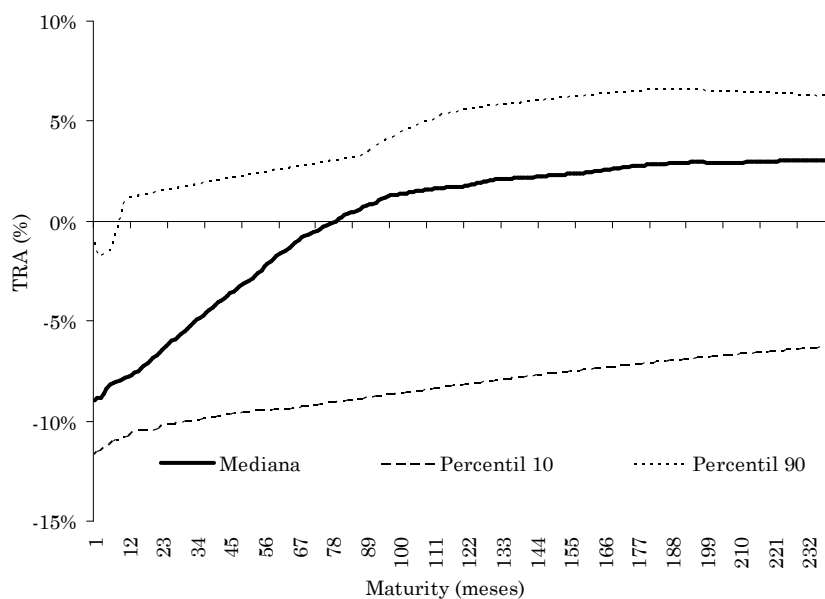
Curva de rendimientos –deuda pública en moneda local–, 1937-1941



Fuente: Elaboración propia. Una descripción de la metodología empleada se presenta en el apéndice A.VII.6.

**Figura VII.2**

Curva de rendimientos –deuda pública en moneda local–, 2005-2013



Fuente: Elaboración propia. Una descripción de la metodología empleada se presenta en el apéndice A.VII.6.

**Tabla VII.2**  
Test de diferencia de medianas (Test de Wilcoxon). H0 de igualdad de las distribuciones

Plazo a vencimiento (en meses)	Retorno real del activo de bajo riesgo relativo (mediana)		p-value	Estado
	1937-1941	2005-2013		
1	-0.02%	-8.96%	0.0000%	Rechaza H0
3	0.37%	-8.82%	0.0000%	Rechaza H0
6	0.60%	-8.19%	0.0000%	Rechaza H0
12	0.91%	-7.74%	0.0000%	Rechaza H0
120	4.01%	1.74%	0.0008%	Rechaza H0
180	4.52%	2.81%	0.0011%	Rechaza H0
240	4.77%	3.05%	0.0004%	Rechaza H0

Fuente: Elaboración propia.

Como puede observarse, de considerar a los instrumentos de deuda pública de “bajo riesgo relativo” en ambas etapas seleccionadas, el menor nivel observado de los retornos reales en el período 2005-2013 respecto al período 1937-1941 resulta estadísticamente significativo.

La hipótesis 4 plantea que la ambigüedad y la aversión por la ambigüedad pueden ser dos factores relevantes en la determinación de los retornos reales de equilibrio de los activos de bajo riesgo relativo y en su diferencial respecto a los retornos de los activos riesgosos. Como fuera mencionado anteriormente, numerosos factores adicionales podrían explicar esta menor tasa, como por ejemplo el sesgo de la política monetaria. En este trabajo el foco está puesto exclusivamente en los efectos de la ambigüedad y la actitud de los agentes frente a la misma, como factores explicativos.

Las aplicaciones que se desarrollan a continuación asumen que debido a la volatilidad macroeconómica y nominal experimentada a partir de mediados del siglo pasado, el agente representativo del sector privado no financiero argentino enfrenta ambigüedad y presenta aversión por la misma. Su conjunto  $M$  de distribuciones de probabilidad subjetivas consideradas factibles de generar en un período determinado las realizaciones del consumo y los retornos de las acciones, está compuesto

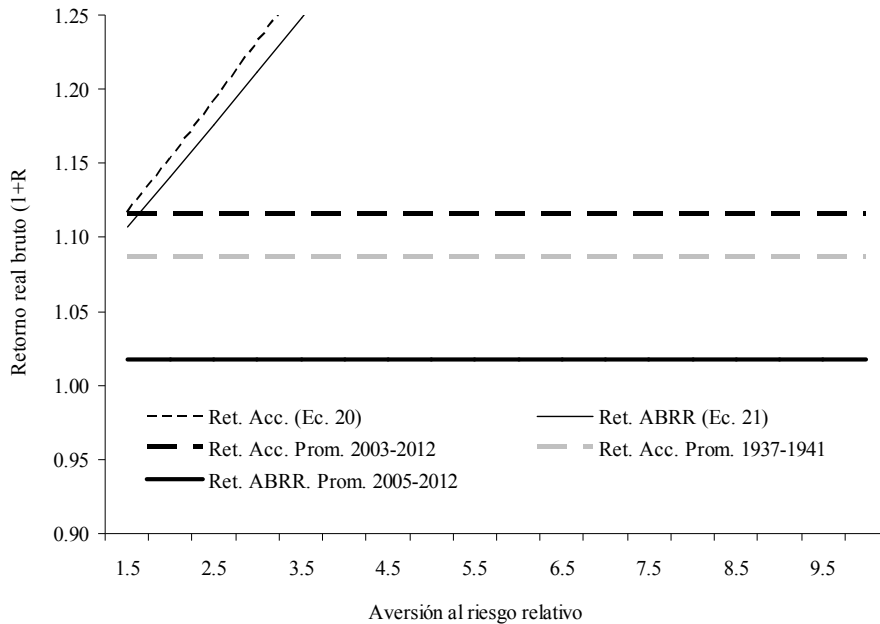


entonces por más de un elemento  $\mu_i$ . Específicamente, en la calibración se supone que el conjunto  $M$  está compuesto por dos medidas subjetivas de probabilidad. En primer lugar  $\mu_1$ , correspondiente a la distribución empírica del período 2003-2012. En segundo lugar  $\mu_2$ , correspondiente a la distribución empírica de los dos años que siguieron a la crisis de “la tablita” –período 1981-1982–.

La elección de la distribución  $\mu_1$  correspondiente al período 2003-2012 busca representar el hecho que el agente considera factible que las características estocásticas de las realizaciones de los estados de la naturaleza acontecidas en el período 2003-2012 se mantengan durante el período relevante para su decisión de cartera. Por su parte, la elección de  $\mu_2$  correspondiente al entorno de la crisis de “la tablita” busca representar los efectos sobre las decisiones del agente de asignar una probabilidad no despreciable a la ocurrencia de un evento crítico, con consecuencias fuertemente negativas sobre la tasa de crecimiento del consumo per cápita –ver Tabla 3–. De esta manera, la distribución subjetiva  $\Pi$  sobre los elementos del conjunto  $M$  asigna una probabilidad  $\pi(\mu_1)$  a que los estados de la naturaleza se rijan de acuerdo con la distribución  $\mu_1$  y  $\pi(\mu_2)$  a que el mundo se comporte de acuerdo a lo observado en la crisis de 1981-1983.

La calibración propuesta consta de tres ejercicios. El primero de ellos, que será tomado como referencia para los dos siguientes, consiste en asumir un valor  $\pi(\mu_1)=1$ . En otras palabras, se trata del caso de ausencia total de ambigüedad, en que el agente le asigna una probabilidad igual a uno a que las realizaciones de los estados de la naturaleza sigan una distribución consistente con la observada en el período 2003-2012. Nótese que al tratarse de un caso de ausencia de ambigüedad, es irrelevante suponer algún grado de aversión por la misma. La Figura VII.3 muestra los resultados obtenidos para valores del coeficiente de aversión al riesgo relativo de 1,5 a 10, y una tasa de impaciencia  $\beta=1,0\%$ .

**Figura VII.3**  
Ejercicio 1: Ausencia de ambigüedad



Las líneas delgadas punteada y lisa muestran los resultados de la calibración obtenidos para las ecuaciones 20 (retorno real de las acciones) y 21 (retorno del activo de bajo riesgo relativo), respectivamente. Las líneas gruesas punteadas negra y gris muestran el retorno real bruto promedio de las acciones para el período 2003-2012 y 1937-1941, respectivamente. Se optó por graficar ambos valores dado que, tomando como referencia un test de rango de diferencia de medianas para ambos períodos, no fue posible rechazar la hipótesis nula de igualdad de distribución para niveles aceptables de confianza. De esta manera, la banda conformada por ambas líneas será tomada como referencia del valor del retorno real bruto de las acciones para el período actual. Por su parte, la línea gruesa continua muestra el retorno real de la curva de rendimiento del período 2005-2013 correspondiente a un plazo de madurez de 120 meses.

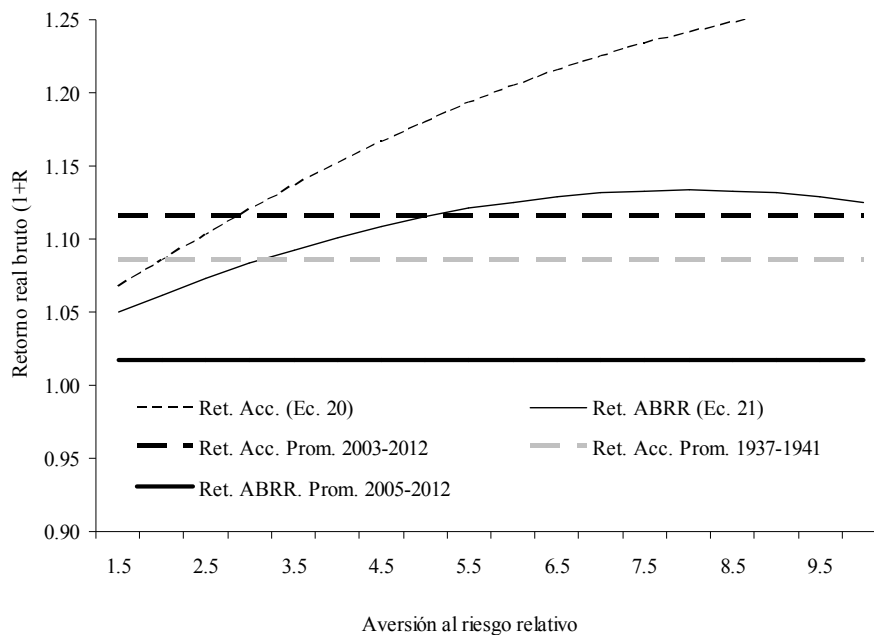
Como puede observarse, para niveles teóricamente aceptables<sup>55</sup> de aversión al riesgo, el retorno real del activo de bajo riesgo relativo resulta muy superior al observado en el período. Adicionalmente, la

<sup>55</sup> No así empíricamente aceptables –i.e. entre 1 y 4–.

prima de riesgo resulta significativamente inferior. Este resultado es consistente con el extensamente estudiado *equity premium puzzle*.

El segundo ejercicio consiste en considerar los efectos de la presencia de ambigüedad, suponiendo que el agente asigna una probabilidad baja, pero no despreciable a que los estados de la naturaleza sigan una distribución de probabilidad semejante a la observada en el período 1981-1983. De esta manera, se suponen valores de probabilidad  $\pi_1(\mu_1)=0,75$  y  $\pi_2(\mu_2)=0,25$ . En otras palabras, el agente asigna una probabilidad del 75% a que los estados de la naturaleza se rijan por la distribución observada en el período 2003-2012 y del 25% a que lo hagan con la observada en el entorno de la crisis como el de la tablita. La Figura VII.4 muestran los resultados obtenidos para un valor bajo de aversión absoluta por la ambigüedad  $\alpha = 1,5$ , de manera de aislar el efecto de la presencia de ambigüedad.

**Figura VII.4**  
Ejercicio 2: Presencia de ambigüedad

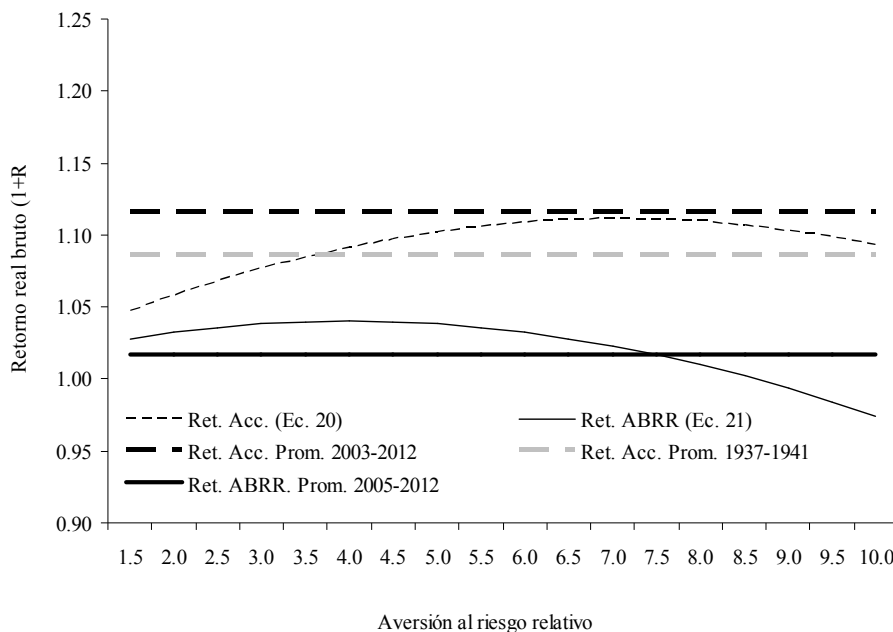


Como puede observarse en la Figura VII.4, la presencia de ambigüedad reduce significativamente el retorno real de equilibrio del activo de bajo riesgo relativo, a la vez que incrementa la prima de riesgo. Sin embargo, el resultado de la calibración de la ecuación 21 continúa siendo –para niveles aceptables desde una perspectiva teórica de aversión al riesgo

relativo— superior al retorno real observado del activo de bajo riesgo en el período 2005-2013.

El tercer ejercicio consiste en elevar el grado supuesto de aversión por la ambigüedad, pasando de  $\alpha = 1,5$  a  $\alpha = 6$ , manteniendo los mismos valores de probabilidad subjetiva  $\pi_1(\mu_1) = 0,75$  y  $\pi_2(\mu_2) = 0,25$ . El ejercicio permite aislar los efectos de la aversión por la ambigüedad sobre el retorno de equilibrio del activo de bajo riesgo relativo y sobre la prima de riesgo. La Figura VII.5 presenta los resultados de esta calibración.

**Figura VII.5**  
Ejercicio 3: Ambigüedad y aversión a la ambigüedad



Como puede observarse, el incremento supuesto en el coeficiente de aversión por la ambigüedad redujo el retorno de equilibrio del activo de bajo riesgo relativo ubicándolo en los niveles observados durante el período 2005-2012 para valores teóricamente aceptables de aversión al riesgo. Adicionalmente, la mayor aversión por la ambigüedad incrementó el diferencial entre el retorno de equilibrio de ambos activos, llevando la prima a valores consistentes con los observados.

#### **VII.4. Conclusiones de la sección VII**

La aplicación del enfoque de preferencias suaves recursivas de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2009) a un modelo de valuación de activos en la tradición de Lucas (1978) permite explicar el valor de equilibrio de los retornos reales de los activos de bajo riesgo relativo observado en el período 2005-2013, como así también su diferencia respecto al retornos real de las acciones. Si bien pueden ser múltiples los factores explicativos –y de mayor orden de relevancia aún, como por ejemplo el sesgo de la política monetaria–, los resultados brindan evidencia de que la presencia de ambigüedad, como así también la actitud de los agentes frente a la misma pueden también constituir factores relevantes.

## **Sección VIII**

### **Reflexiones finales**

El principal aporte de esta Tesis es metodológico, y consiste en propiciar la incorporación de los enfoques que contemplan ambigüedad a las modelizaciones de las decisiones de cartera y de la determinación de los precios de equilibrio de los activos financieros en economías expuestas a una historia de elevada volatilidad macroeconómica y nominal. De hecho, esta Tesis constituye el primer antecedente de la aplicación de este tipo de enfoques a diversos aspectos de las decisiones de cartera del sector privado no financiero argentino. La decisión de aplicar el enfoque de ambigüedad de Klibanoff, Marinacci y Mukerji tanto a modelos de selección óptima de cartera –sección VI– como de valuación de activos –sección VII–, busca también mostrar su versatilidad, que radica en el hecho que el enfoque de preferencias suaves se estructura sobre una representación de utilidad esperada en la tradición de Savage (1954). De esta manera, todo problema representable por esta última, es factible de ser abordado por el criterio de KMM. Adicionalmente, un aporte relevante de este trabajo de Tesis lo constituye la elaboración de nuevas series temporales de retornos reales con frecuencia mensual, para el período 1977-2012, como así también de retornos anuales para el período 1903-2012.

Como fuera mencionado en la introducción, desde una perspectiva teórica, la hipótesis principal abordada en esta Tesis es la siguiente:

*H1: La ambigüedad y la aversión por la ambigüedad constituyen dos factores relevantes para comprender aspectos específicos de los comportamientos financieros del sector privado no financiero en economías que han experimentado una historia de elevada volatilidad macroeconómica.*

La estrategia de corroboración de H1 empleada consistió en analizar una serie de hipótesis alternativas:

*H2: La ambigüedad constituye un factor explicativo relevante para comprender el sesgo a la dolarización observado en la tenencia de activos del sector privado no financiero argentino.*

*H3: La aversión por la ambigüedad constituye un factor explicativo relevante para racionalizar la elevada participación de los inmuebles como reserva de valor en el portafolio del sector privado no financiero argentino.*

*H4: La ambigüedad y la aversión por la ambigüedad pueden constituir factores relevantes para explicar la determinación de los valores de equilibrio de los retornos reales de los activos de bajo riesgo relativo y su diferencial respecto del retorno real de los activos riesgosos.*

La corroboración de las hipótesis H2-H4 y por ende la corroboración de H1 constituye el principal resultado de esta Tesis, cuyas conclusiones se enumeran a continuación:

*Conclusión N°1:* Los enfoques tradicionales de selección óptima de cartera bajo el paradigma de la utilidad esperada subjetiva, permiten explicar el sesgo a la dolarización de activos como así también la elevada participación de los inmuebles como instrumentos de reserva de valor. Sin embargo, este resultado descansa sobre dos supuestos restrictivos. En primer lugar, utilizar la distribución empírica para todo el período del que se dispone de información de retornos con frecuencia mensual: septiembre de 1977-diciembre de 2012. En segundo lugar, asumir la existencia de costos de transacción.

*Conclusión N°2:* La aplicación del enfoque de preferencias suaves de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2005) a los enfoques convencionales de selección óptima de cartera permiten explicar la dolarización de activos del sector privado no financiero argentino. Una conclusión adicional, es que la aversión por la ambigüedad permite explicar parte del sesgo a la demanda de inmuebles como reserva de valor, suponiendo ausencia de costos de transacción, y condicionando el conjunto de información a períodos y eventos específicos.

*Conclusión N°3:* Una característica de los retornos reales de los activos inmuebles que se desprende del análisis desarrollado a lo largo del trabajo es que sus distribuciones empíricas correspondientes a distintas etapas monetarias presentan características relativamente invariantes



–i.e. retornos reales promedio similares y positivos entre otras características–. Esta particularidad convierte al activo inmueble en una buena opción de reserva de valor, en el sentido que independientemente de la etapa considerada, las características estocásticas de los retornos permanecen relativamente invariantes. Este propiedad resulta particularmente atractiva para un agente averso a la ambigüedad.

*Conclusión N°4:* La aplicación del enfoque de preferencias suaves recursivas de Klibanoff, Marinacci y Mukerji (2009) a un modelo de valuación de activos en la tradición de Lucas (1978) permite argumentar que la ambigüedad y la aversión por la ambigüedad pueden ser factores relevantes para explicar el valor de equilibrio del retorno de un activo de bajo riesgo relativo en el período 2005-2013 en Argentina, como así también la prima de riesgo observada de las acciones. Si bien pueden ser múltiples los determinantes de estos valores –y de mayor orden de relevancia aún que la presencia de ambigüedad, como por ejemplo el sesgo de la política monetaria–, los resultados brindan evidencia de que la presencia de ambigüedad, como así también la actitud de los agentes frente a la misma pueden ser también elementos relevantes que afecten la determinación del precio de equilibrio de los activos financieros.

Por último, a lo largo de este trabajo, se han ido desprendiendo elementos que denominaremos temas para investigaciones posteriores (TIP) que constituyen posibles extensiones de la agenda de investigación propuesta en esta Tesis. A continuación de mencionan los más relevantes:

*TIP 1:* Profundizar el estudio de la evolución de las características de sustitución bruta de activos a lo largo de la historia monetaria argentina de los últimos setenta años, tópico abordado en la sección IV de la presente Tesis.

*TIP 2:* Profundizar el estudio de los determinantes del número y características estocásticas de las distribuciones subjetivas constitutivas del conjunto factible  $M$  para diversos períodos de la historia monetaria argentina.

*TIP 3:* Profundizar el estudio de los determinantes de los valores de los priors subjetivos  $\pi$  asignados por los agentes a cada una de las medidas de probabilidad constitutivas del conjunto factible  $M$  en distintos períodos de la historia monetaria argentina.

*TIP 4:* Profundizar el estudio de las relaciones de complementariedad intertemporal entre la demanda de activos externos y la demanda de inmuebles como reserva de valor. Esta relación resulta particularmente relevante en Argentina para analizar los efectos de largo plazo de las restricciones impuestas en el mercado de cambios.

*TIP 5:* Profundizar el estudio de un factor determinante de la tercera conclusión mencionada anteriormente: La relativa invariabilidad de las características estocásticas de la distribución de los retornos reales de los activos inmuebles entre las distintas etapas monetarias de la argentina respecto a otros instrumentos demandados por el sector privado no financiero como reserva de valor.

*TIP 6:* Aplicar la metodología propuesta en economías que han evidenciado mayor éxito que la Argentina en reducir las tenencias relativas de activos externos en cartera del sector privado no financiero. El caso de Perú resulta una experiencia particularmente atractiva.

## **Apéndices**

## Apéndices de la sección II

### A.II.1. La demostración de Tobin (1958)

En su trabajo de 1958, Tobin presentó la siguiente demostración de que las preferencias de agentes aversos al riesgo con distribuciones subjetivas sobre los retornos caracterizables por los dos primeros momentos, pueden representarse por medio curvas de indiferencia convexas sobre ambos momentos. La demostración consiste en los siguientes cinco puntos:

- 1) La utilidad esperada asociada con la distribución  $f(x; \mu, \sigma)$ , denotada por  $E[U(\mu, \sigma)]$  se define como:

$$\begin{aligned} E[U(\mu, \sigma)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} U(x) f(x; \mu, \sigma) dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} U(\mu + \sigma z) f(z; 0, 1) dz \end{aligned}$$

- 2) Supongamos que el inversor se encuentra indiferente entre dos distribuciones  $f(x; \mu, \sigma)$  y  $f(x; \mu', \sigma')$ . Es decir,  $E[U(\mu, \sigma)] = E[U(\mu', \sigma')]$  y los dos puntos  $(\mu, \sigma)$ ,  $(\mu', \sigma')$  se encuentran sobre la misma curva de indiferencia.

- 3) La utilidad marginal decreciente implica que para cada  $z$ ,

$$\frac{1}{2}U(\mu + \sigma z) + \frac{1}{2}U(\mu' + \sigma' z) < U\left(\frac{\mu + \mu'}{2} + \frac{\sigma + \sigma'}{2} z\right)$$

- 4) Aplicando el operador expectativas a ambos lados de la desigualdad anterior, resulta:

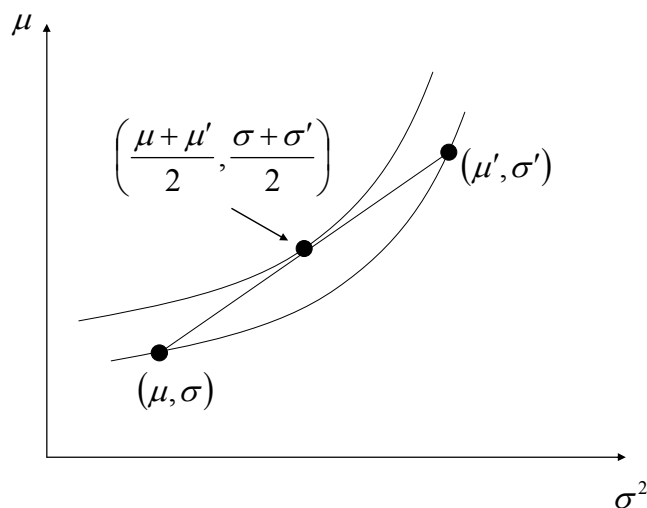
$$\frac{1}{2}E[U(\mu + \sigma z)] + \frac{1}{2}E[U(\mu' + \sigma' z)] < E\left[U\left(\frac{\mu + \mu'}{2} + \frac{\sigma + \sigma'}{2} z\right)\right]$$

Dado que  $E[U(\mu, \sigma)] = E[U(\mu', \sigma')]$ , la expresión anterior resulta:

$$E\left[U\left(\frac{\mu+\mu'}{2}, \frac{\sigma+\sigma'}{2}\right)\right] > E[U(\mu, \sigma)] = E[U(\mu', \sigma')]$$

5) Dado que el punto  $\left(\frac{\mu+\mu'}{2}, \frac{\sigma+\sigma'}{2}\right)$  se encuentran sobre una línea recta entre los puntos  $(\mu, \sigma)$  y  $(\mu', \sigma')$ , corresponde a la curva de indiferencia más elevada (por el punto (IV)), entonces la curva de indiferencia es convexa.

**Gráfico A.II.1 / Representación de la demostración de Tobin**



### A.II.2. La demostración de Richter (1960)

Supongamos un agente que posee la siguiente función de utilidad polinómica de grado dos respecto del retorno de su cartera  $r_p$ :

$$U(r_p) = \alpha \cdot r_p - \beta \cdot r_p^2 + \gamma$$

La utilidad esperada resulta de aplicar el operador expectativas a ambos miembros de la ecuación anterior:

$$E[U(r_p)] = \alpha \cdot E[r_p] - \beta \cdot E[r_p^2] + \gamma$$

Que resulta en:

$$E[U(r_p)] = \alpha \cdot \mu_p - \beta \cdot \sigma_p^2 + \gamma$$

### A.II.3. La crítica de Feldstein (1969)

El supuesto crucial del primer paso de la demostración de Tobin (ver punto A.1 de este anexo) es asumir que toda distribución de probabilidad caracterizable por los primeros dos momentos  $f(x; \mu, \sigma)$  puede “estandarizarse” como:  $f(z, 0, 1)$ , con  $z = (x - \mu)/\sigma$ . Pero esto no es una propiedad de todas las distribuciones de dos parámetros. Sólo para un limitado conjunto de distribuciones definidas por dos parámetros la media y el desvío son equivalentes a medidas de ubicación y escala. Algunas distribuciones de probabilidad relevantes, como la lognormal y la beta, no pueden transformarse de la forma propuesta en la demostración de Tobin.

### A.II.4. La crítica de Borch<sup>56</sup>

Considérense dos loterías, con la siguiente estructura de pagos:

**Lotería A:** Paga 0 con probabilidad 0,5 y 2 con probabilidad 0,5.

**Lotería B:** Paga -2 con probabilidad 0,2 y 3 con probabilidad 0,8.

La media y la varianza de ambas loterías resultan:<sup>57</sup>

**Lotería A:**

$$\mu'_1 = \sum x \cdot p(x) = 0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 2 = 1$$

$$\mu_2 = \sum (x - \mu'_1)^2 \cdot p(x) = (0 - 1)^2 \cdot 0,5 + (2 - 1)^2 \cdot 0,5 = 1$$

---

<sup>56</sup> Esta representación corresponde a Borch (1974).

<sup>57</sup> Nótese que  $\mu'_i$  hace referencia al momento no centrado de orden  $i$ , mientras que  $\mu_i$  hace referencia al momento centrado de orden  $i$ . La nomenclatura de los momentos no centrados y centrados corresponde a Kendall y Stuart (1977).

**Lotería B:**

$$\mu'_1 = \sum x \cdot p(x) = 0,2 \cdot (-2) + 0,8 \cdot 3 = 2$$

$$\mu_2 = \sum (x - \mu'_1)^2 \cdot p(x) = (-2 - 2)^2 \cdot 0,2 + (3 - 2)^2 \cdot 0,8 = 4$$

Supóngase adicionalmente, que el agente está indiferente entre ambas loterías, de manera que se encuentran sobre la misma curva de indiferencia en el plano  $(\mu, \sigma^2)$ :

Incorporemos una tercera lotería C, con la siguiente estructura de pagos:

**Lotería C:** Paga 0 con probabilidad 0,5 y 4 con probabilidad 0,5.

De manera que la media y la varianza de la **lotería C** resulta:

**Lotería C:**

$$\mu'_1 = \sum x \cdot p(x) = 0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 4 = 2$$

$$\mu_2 = \sum (x - \mu'_1)^2 \cdot p(x) = (0 - 2)^2 \cdot 0,5 + (4 - 2)^2 \cdot 0,5 = 4$$

La utilidad esperada de la lotería C es mayor que la de la lotería A, y por lo tanto debería ser más atractiva para el agente. Sin embargo, en términos de media y varianza las loterías C y B son equivalentes  $(2, 4)$ , lo que implica que, bajo este criterio, el agente debería estar indiferente entre la lotería A y la C. Esto último es evidencia de que un ordenamiento de preferencias en términos de media y varianza no es una representación correcta de la utilidad esperada para cualquier distribución de probabilidad.

**A.II.5. El problema de los momentos**

Dada una medida de probabilidad  $\mu$  sobre  $R^n$ , se denomina a  $y_\alpha := \int x^\alpha \mu(dx)$  como su momento de orden  $\alpha$ . El problema de los

momentos busca caracterizar a la secuencia  $y = (y_\alpha)_{\alpha \in \mathbb{Z}_+^n}$  de manera que se corresponda con la secuencia de momentos de alguna medida no negativa  $\mu$ ; En caso de serlo, se dice que  $\mu$  es la medida representada por  $y$ , siendo  $\mu$  una medida de probabilidad en el caso que  $y_0 = 1$ . El problema fue formulado por primera vez por el matemático holandés Thomas Jan Stieltjes en su *Recherches sur les fractions continues* de 1894 –ver Shohat y Tamarkin (1943) –, donde propuso y resolvió el siguiente problema, bajo el título de *problema de los momentos*: Encontrar una función limitada, no decreciente,  $\psi(x)$ , en el intervalo  $[0, \infty)$  tal que sus momentos:

$$\int_0^{\infty} x^n d\psi(x), n=0, 1, 2, \dots$$

sean iguales a un conjunto de valores:

$$\int_0^{\infty} x^n d\psi(x) = \mu_n, n=0, 1, 2, \dots$$

Tras no haber sido estudiado por alrededor de 20 años, el problema de los momentos retornó a la escena de la literatura matemática en la obra de Hamburger y otros autores, como Riesz, Carleman y Hausdorff. A lo largo de las últimas dos décadas, se obtuvieron significativos avances respecto a la solución del problema truncado y multivariado (ver Lasserre, 2010).



## Apéndice de la sección V

### A.V.1.<sup>58</sup>

Existen tres condiciones bajo las cuales es posible expresar una función de utilidad esperada continuamente diferenciable como una función dependiente de todos los momentos de una distribución de retornos.

La primera condición requiere que la función de utilidad  $U(\cdot)$  sea una función analítica en  $E(r)$ , y que los retornos realizados permanezcan dentro del intervalo de convergencia absoluta de la expansión de Taylor de orden infinito de la función de utilidad considerada (Tsiang, 1972; Loistl, 1976; Hasset et al., 1985 y Lhabitant, 1998). La región de convergencia absoluta de la expansión por series de Taylor depende de la función de utilidad considerada.

La segunda condición implica acotar el intervalo de convergencia absoluta de manera que la expansión infinita en series de Taylor de  $U(\cdot)$  en el entorno de  $E(r)$  converja uniformemente a  $U(\cdot)$ .

La tercera condición se relaciona con el problema de los momentos de Hamburger (1920), es decir, con la pregunta de existencia y unicidad para una secuencia restringida de momentos  $\mu^k$  (momento no centrado de orden  $k$ )<sup>59</sup>, de una función de distribución de probabilidad continua y positiva tal que  $\forall k \in \mathbb{N}$ :

$$\mu^k = \int_{-\infty}^{+\infty} r^k dF(r)$$

Donde  $\mu^0 = 1$ .

---

<sup>58</sup> Basado en Jurczenko y Maillet (2006).

<sup>59</sup> Kendall y Stuart (1958).

### A.V.2. Función de utilidad exponencial negativa

Consideraremos una función de utilidad exponencial negativa, del tipo:

$$U(W_{t+1}) = -e^{-\delta(W_{t+1}/W_t)} \quad (\text{II.1})$$

Donde la función está definida sobre la cartera del agente en el período  $t+1$ , dado un valor inicial de la cartera,  $W_t$ . La expresión (II.1), puede reescribirse en términos del retorno del portafolio en el período  $t+1$ , como:

$$U(1+r_{t+1}^p) = -e^{-\delta(1+r_{t+1}^p)} \quad (\text{II.2})$$

Esta función toma valores negativos, y es convexa respecto al eje de ordenadas, presentando una asíntota en cero. Equivalentemente, puede escribirse como:

$$U(1+r_{t+1}^p) = -e^{-\delta} \cdot e^{-\delta \cdot r_{t+1}^p} = -\zeta \cdot e^{-\delta \cdot r_{t+1}^p} = \zeta \cdot U(r_{t+1}^p) \quad (\text{II.3})$$

Donde  $\zeta = e^{-\delta}$ . Nótese que la expresión (II.3) resulta de desplazar a la expresión (II.2) hacia la izquierda en el eje de abscisas. Mientras que  $-e^{-\delta(1+r_{t+1}^p)}$  esta definida en el intervalo de los reales  $[0; +\infty)$  del eje de retornos reales, la expresión  $-e^{-\delta \cdot r_{t+1}^p}$  está definida sobre el conjunto  $[-1; +\infty)$ .

### A.V.3. Derivadas de la función de utilidad exponencial negativa

Las derivadas de orden 1 a 4 de la función de utilidad II.2 y II.3 resultan:

$$U^{(1)}(1+r_{t+1}^p) = \delta \cdot \zeta \cdot e^{-\delta \cdot r_{t+1}^p} = \zeta \cdot U^{(1)}(r_{t+1}^p)$$

$$U^{(2)}(1+r_{t+1}^p) = -\delta^2 \cdot \zeta \cdot e^{-\delta \cdot r_{t+1}^p} = \zeta \cdot U^{(2)}(r_{t+1}^p)$$

$$U^{(3)}(1 + r_{t+1}^p) = \delta^3 \cdot \zeta \cdot e^{-\delta \cdot r_{t+1}^p} = \zeta \cdot U^{(3)}(r_{t+1}^p)$$

$$U^{(4)}(1 + r_{t+1}^p) = -\delta^4 \cdot \zeta \cdot e^{-\delta \cdot r_{t+1}^p} = \zeta \cdot U^{(4)}(r_{t+1}^p)$$

#### A.V.4. Coeficiente de aversión al riesgo absoluto

La función de utilidad propuesta, planteada en términos de los retornos, presenta un coeficiente de aversión al riesgo absoluto constante (CARA):

$$CARA = -\frac{U^{(2)}(r_{t+1}^p)}{U^{(1)}(r_{t+1}^p)} = \frac{\delta^2 \cdot e^{-\delta(r_{t+1}^p)}}{\delta \cdot e^{-\delta(r_{t+1}^p)}} = \delta \quad (\text{II.4})$$

#### A.V.5. Propiedades deseables de la función propuesta

La elección de la función de utilidad propuesta descansa en el hecho de que cumple con las dos primeras condiciones necesarias para expresar una función de utilidad esperada continuamente diferenciable como una función dependiente de todos los momentos de una distribución de retornos (ver anexo I). En primer lugar, y como se prueba en el anexo II.6 su radio de convergencia absoluta es infinito. En segundo lugar, su intervalo de convergencia es la recta de los reales. Para una descripción detallada de estas propiedades, ver Jurczenko y Maillet (2006).

#### A.V.6. Aproximación de Taylor a la función de utilidad sobre los retornos

La aproximación mediante series de Taylor a la función de utilidad I.3, en torno al retorno medio del portafolio,  $\bar{r}_{t+1}^p$ , resulta:

$$U(r_{t+1}^p) = U(\bar{r}_{t+1}^p) + U^{(1)}(\bar{r}_{t+1}^p)(r_{t+1}^p - \bar{r}_{t+1}^p) + \frac{1}{2}U^{(2)}(\bar{r}_{t+1}^p)(r_{t+1}^p - \bar{r}_{t+1}^p)^2 \\ + \frac{1}{3!}U^{(3)}(\bar{r}_{t+1}^p)(r_{t+1}^p - \bar{r}_{t+1}^p)^3 + \frac{1}{4!}U^{(4)}(\bar{r}_{t+1}^p)(r_{t+1}^p - \bar{r}_{t+1}^p)^4 + \varepsilon$$

Donde  $\varepsilon$  es el residuo de Taylor. Aplicando el operador expectativas, resulta:

$$E[U(r_{t+1}^p)] \approx U(\bar{r}_{t+1}^p) + \frac{1}{2} U^{(2)}(\bar{r}_{t+1}^p) \sigma^2(r_{t+1}^p) + \frac{1}{3!} U^{(3)}(\bar{r}_{t+1}^p) s^3(r_{t+1}^p) + \frac{1}{4!} U^{(4)}(\bar{r}_{t+1}^p) k^4(r_{t+1}^p)$$

En el caso de la función de utilidad supuesta, la aproximación resulta:

$$E[U(r_{t+1}^p)] \approx -e^{-\delta(1+\bar{r}_{t+1}^p)} \left[ 1 + \frac{\delta^2}{2} \sigma^2(r_{t+1}^p) - \frac{\delta^3}{3!} s^3(r_{t+1}^p) + \frac{\delta^4}{4!} k^4(r_{t+1}^p) \right] \quad (\text{II.6})$$

### A.V.7. Una nota sobre la convergencia de la serie de Taylor

Si a cada entero positivo  $n$  se le asigna una función  $U^n(r_t)$ , las funciones  $U^n(r_t)$  forman una secuencia de funciones. Se supone que las funciones  $U^n(r_t)$  están todas definidas sobre el mismo intervalo. Para cada  $r_t$  en el intervalo, la secuencia  $U^n(r_t)$  puede converger o divergir. Por consiguiente se debe determinar los valores  $r_t$  para los cuales la secuencia converge.

Sean las  $U^n(r_t) = (-1)^{n+1} \frac{1}{n!} \delta^n e^{-\delta \bar{r}_t} (r_t - \bar{r}_t)^n = a_n (r_t - \bar{r}_t)^n$  una secuencia de potencias alrededor de  $\bar{r}_t$ . La serie de potencias  $\sum_{n=0}^{\infty} U^n(r_t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (r_t - \bar{r}_t)^n$  converge absolutamente con radio de convergencia infinito. De acuerdo con la prueba del cociente

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{U^{n+1}(r_t)}{U^n(r_t)} \right| &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{(-1)^{n+2} \frac{1}{(n+1)!} \delta^{n+1} e^{-\delta \bar{r}_t} (r_t - \bar{r}_t)^{n+1}}{(-1)^{n+1} \frac{1}{n!} \delta^n e^{-\delta \bar{r}_t} (r_t - \bar{r}_t)^n} \right| \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{\delta}{n+1} \right| |r_t - \bar{r}_t| = 0 \end{aligned}$$

queda probada la convergencia absoluta de la serie con radio de

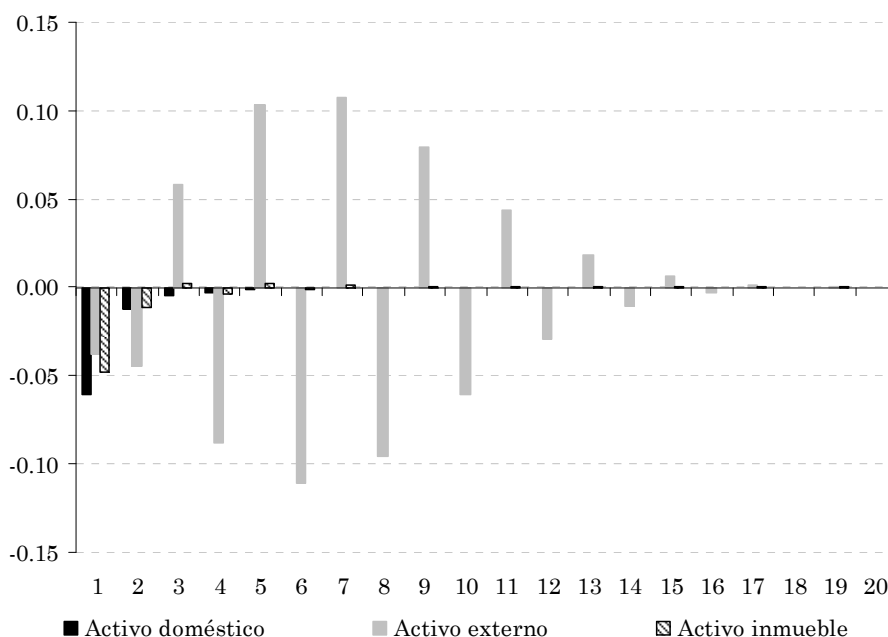
$$\text{convergencia } r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left| \frac{\delta}{n+1} \right|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{n+1}{\delta} \right| = \infty$$

Es decir, la serie converge absolutamente para cualquier valor de  $r_t$ , en particular para el dominio con sentido económico  $[-1, \infty)$ .

Otra cuestión que resta resolver, se vincula con la velocidad de convergencia para cada  $r_t$  dentro del radio de convergencia. Puede suceder que no importa que tan grande sea  $n$  (número de términos de la sucesión) el error entre  $|U(\bar{r}_t) - U^n(r_t)|$  resulta ser mayor que  $\varepsilon$ , para algunos valores de  $r_t$  dentro de la zona de convergencia. A pesar de la ocurrencia de esto último, no se contradice el hecho de que la serie sea convergente para cualquier valor de  $r_t$ ; lo que ocurre es que el número de términos necesarios para hacer del término de error un término despreciable matemáticamente, varía de unos valores  $r_t$  a otros, de manera tal que no existe un  $n$  individual que sirva para toda la región de convergencia. En el caso de las series de potencias, las mismas podrían divergir en los extremos del intervalo de convergencia. Sin embargo, en el caso de la series de potencias  $\sum_{n=0}^{\infty} U^n(r_t)$  el radio de convergencia hallado es infinito, por lo cual se trata de una serie uniformemente convergente además de ser absolutamente convergente.

A modo de ejemplo, se muestra en el gráfico A.V.1 cada término de la aproximación de Taylor para los tres activos considerados en el trabajo.

**Gráfico A.V.1:** Términos de la aproximación de Taylor

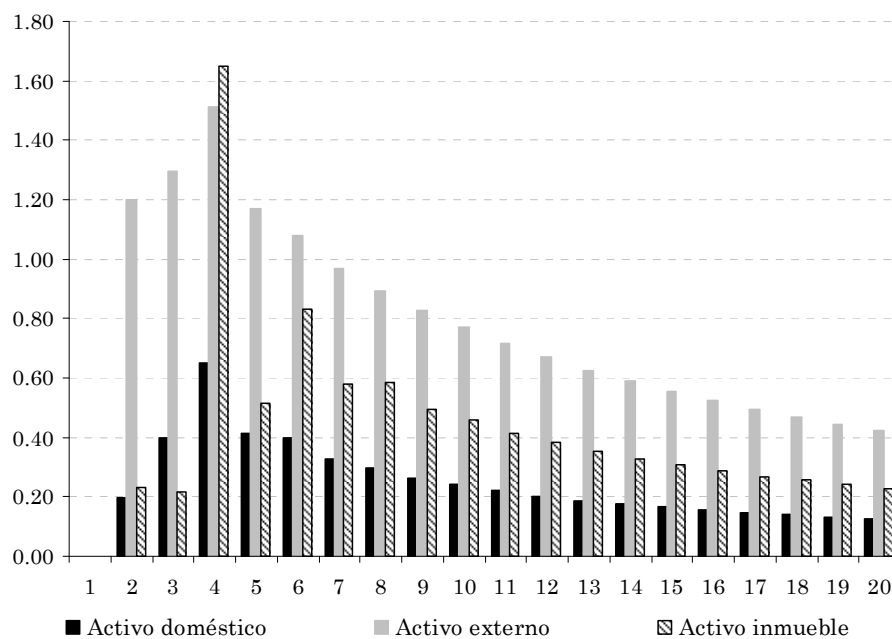


Si el lector se concentra solo en el activo externo, se trata de una serie de términos que alternan signo, donde hasta el sexto término, cada término es mayor que el anterior en valor absoluto. Es recién a partir del séptimo término, que las contribuciones de cada término de la aproximación decrecen en valor absoluto. Otra forma de visualizar la contribución de cada término a la aproximación de Taylor, es analizando la relación entre un término cualquiera y el inmediatamente anterior. El gráfico A.V.2 muestra estas relaciones para los tres activos. Nuevamente si uno se enfoca en el activo externo, siempre que la relación resulte mayor a 1 significa que la contribución del  $n$ -ésimo término a la aproximación es mayor que la contribución realizada por el término anterior. Si además esta relación crece con  $n$  por encima de 1, significa que la serie se aleja del valor de convergencia. Esto último es lo que ocurre para el caso del activo externo si se considera una aproximación hasta el orden 4 (sesgo) con un coeficiente de aversión al riesgo de 3. Asimismo dicha relación se mantiene por encima de 1 hasta la comparación entre el 6to y 5to término. Es a partir del 7mo término que esta relación decrece en forma sostenida por debajo de 1.

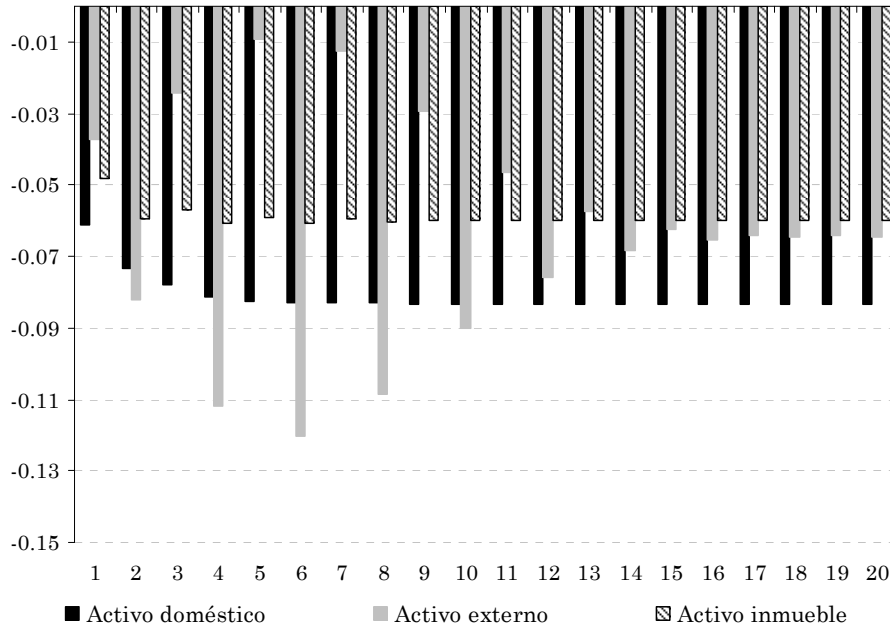
Por otro lado si uno se enfoca ahora en la aproximación de Taylor de diferentes órdenes (gráfico A.V.3), se observa -para el activo externo- que a medida que se suman términos, la aproximación se aleja de su valor de convergencia. Esto ocurre hasta la aproximación de orden 6. A partir del orden 7 de la aproximación, la misma comienza a converger en forma oscilante hasta que la discrepancia se vuelve menor que 0.01%.

Por lo tanto, en el caso de un activo con la estructura estocástica del activo externo y un coeficiente de aversión al riesgo 3, puede ocurrir que una aproximación de orden 2 sea superior a una aproximación de orden 6, i.e el término de error es menor en valor absoluto, o que una aproximación de orden 1 sea superior a una aproximación de orden 5.

**Gráfico A.V.2:** Ratio entre el término  $U^n(r_t)$  y  $U^{n-1}(r_t)$



**Gráfico A.V.3:** Aproximación de Taylor de diferentes órdenes



**A.V.8.**

En primer lugar, se debe computar los co-movimientos muestrales de los retornos. Para un sistema de  $n$  variables, la dimensión de la matriz de covarianzas es  $(n, n)$ , pero solo  $n \cdot (n + 1) / 2$  elementos deben ser computados. De forma similar, la matriz de co-sesgo tiene dimensión  $(n, n, n)$ , pero solo  $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) / 6$  elementos deben ser computados. Finalmente, la matriz de co-curtosis tiene dimensión  $(n, n, n, n)$ , pero solo deben ser computados  $n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) \cdot (n + 3) / 24$  elementos. Se define co-sesgo y co-curtosis entre los retornos de los activos como:

$$s_{ijk} = E[(r_i - \mu_i) \cdot (r_j - \mu_j) \cdot (r_k - \mu_k)]$$

y

$$k_{ijkl} = E[(r_i - \mu_i) \cdot (r_j - \mu_j) \cdot (r_k - \mu_k) \cdot (r_l - \mu_l)]$$

Siguiendo a Athayde y Flôres (2004), se realiza un cambio de notación en las matrices de co-sesgo y co-curtosis. Específicamente, se transforma la matriz de co-sesgo de dimensión  $(n, n, n)$  en una matriz de dimensión



$(n, n^2)$ , simplemente ubicando de forma apaisada en el orden correspondiente cada matriz de dimensión  $(n, n)$ . Por ejemplo, en el caso de tres activos ( $n = 3$ ), como es el caso en el presente trabajo, la matriz de co-sesgo resulta:

$$M_3 = \begin{bmatrix} s_{111} & s_{112} & s_{113} & s_{113} & s_{211} & s_{212} & s_{213} & s_{214} & s_{311} & s_{312} & s_{313} & s_{314} & s_{411} & s_{412} & s_{413} & s_{413} \\ s_{121} & s_{122} & s_{123} & s_{123} & s_{221} & s_{222} & s_{223} & s_{224} & s_{321} & s_{322} & s_{323} & s_{324} & s_{421} & s_{422} & s_{423} & s_{424} \\ s_{131} & s_{132} & s_{133} & s_{133} & s_{231} & s_{232} & s_{233} & s_{234} & s_{331} & s_{332} & s_{333} & s_{334} & s_{431} & s_{432} & s_{433} & s_{434} \\ s_{141} & s_{142} & s_{143} & s_{143} & s_{241} & s_{242} & s_{243} & s_{244} & s_{341} & s_{342} & s_{343} & s_{344} & s_{441} & s_{442} & s_{443} & s_{444} \end{bmatrix}$$

$$= \left[ s_{1jk} \ s_{2jk} \ s_{3jk} \right]_{j,k=1,2,3}$$

Donde  $s_{1jk}$  es una notación abreviada del tipo  $(s_{1jk})_{j,k=1,2,3}$  para la matriz  $(n, n)$ . Esta notación puede hacerse extensiva para la matriz de covarianzas, a la que se denomina  $M_2$  y la de co-curtosis, que para el caso de tres activos se define como:

$$M_4 = \begin{bmatrix} c_{1111} & c_{1121} & c_{1131} & c_{1141} & c_{1211} & c_{1221} & c_{1231} & c_{1241} & c_{1311} & c_{1321} & c_{1331} & c_{1341} & c_{1411} & c_{1421} & c_{1431} & c_{1441} \\ c_{1112} & c_{1122} & c_{1132} & c_{1142} & c_{1212} & c_{1222} & c_{1232} & c_{1242} & c_{1312} & c_{1322} & c_{1332} & c_{1342} & c_{1412} & c_{1422} & c_{1432} & c_{1442} \\ c_{1113} & c_{1123} & c_{1133} & c_{1143} & c_{1213} & c_{1223} & c_{1233} & c_{1243} & c_{1313} & c_{1323} & c_{1333} & c_{1343} & c_{1413} & c_{1423} & c_{1433} & c_{1443} \\ c_{1114} & c_{1124} & c_{1134} & c_{1144} & c_{1214} & c_{1224} & c_{1234} & c_{1244} & c_{1314} & c_{1324} & c_{1334} & c_{1354} & c_{1414} & c_{1424} & c_{1434} & c_{1444} \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} c_{2111} & c_{2121} & c_{2131} & c_{2141} & c_{2211} & c_{2221} & c_{2231} & c_{2241} & c_{2311} & c_{2321} & c_{2331} & c_{2341} & c_{2411} & c_{2421} & c_{2431} & c_{2441} \\ c_{2112} & c_{2122} & c_{2132} & c_{2142} & c_{2212} & c_{2222} & c_{2232} & c_{2242} & c_{2312} & c_{2322} & c_{2332} & c_{2342} & c_{2412} & c_{2422} & c_{2432} & c_{2442} \\ c_{2113} & c_{2123} & c_{2133} & c_{2143} & c_{2213} & c_{2223} & c_{2233} & c_{2243} & c_{2313} & c_{2323} & c_{2333} & c_{2343} & c_{2413} & c_{2423} & c_{2433} & c_{2443} \\ c_{2114} & c_{2124} & c_{2134} & c_{2144} & c_{2214} & c_{2224} & c_{2234} & c_{2244} & c_{2314} & c_{2324} & c_{2334} & c_{2354} & c_{2414} & c_{2424} & c_{2434} & c_{2444} \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} c_{3111} & c_{3121} & c_{3131} & c_{3141} & c_{3211} & c_{3221} & c_{3231} & c_{3241} & c_{3311} & c_{3321} & c_{3331} & c_{3341} & c_{3411} & c_{3421} & c_{3431} & c_{3441} \\ c_{3112} & c_{3122} & c_{3132} & c_{3142} & c_{3212} & c_{3222} & c_{3232} & c_{3242} & c_{3312} & c_{3322} & c_{3332} & c_{3342} & c_{3412} & c_{3422} & c_{3432} & c_{3442} \\ c_{3113} & c_{3123} & c_{3133} & c_{3143} & c_{3213} & c_{3223} & c_{3233} & c_{3243} & c_{3313} & c_{3323} & c_{3333} & c_{3343} & c_{3413} & c_{3423} & c_{3433} & c_{3443} \\ c_{3114} & c_{3124} & c_{3134} & c_{3144} & c_{3214} & c_{3224} & c_{3234} & c_{3244} & c_{3314} & c_{3324} & c_{3334} & c_{3354} & c_{3414} & c_{3424} & c_{3434} & c_{3444} \end{bmatrix} \dots$$

$$\dots \begin{bmatrix} c_{4111} & c_{4121} & c_{4131} & c_{4141} & c_{4211} & c_{4221} & c_{4231} & c_{4241} & c_{4311} & c_{4321} & c_{4331} & c_{4341} & c_{4411} & c_{4421} & c_{4431} & c_{4441} \\ c_{4112} & c_{4122} & c_{4132} & c_{4142} & c_{4212} & c_{4222} & c_{4232} & c_{4242} & c_{4312} & c_{4322} & c_{4332} & c_{4342} & c_{4412} & c_{4422} & c_{4432} & c_{4442} \\ c_{4113} & c_{4123} & c_{4133} & c_{4143} & c_{4213} & c_{4223} & c_{4233} & c_{4243} & c_{4313} & c_{4323} & c_{4333} & c_{4343} & c_{4413} & c_{4423} & c_{4433} & c_{4443} \\ c_{4114} & c_{4124} & c_{4134} & c_{4144} & c_{4214} & c_{4224} & c_{4234} & c_{4244} & c_{4314} & c_{4324} & c_{4334} & c_{4354} & c_{4414} & c_{4424} & c_{4434} & c_{4444} \end{bmatrix}$$

$$= \left[ s_{1jk} \ s_{2jk} \ s_{3jk} \right]_{j,k=1,2,3}$$

Esta notación permite definir los momentos del portafolio especificados en (5) de una forma muy intuitiva. Para un determinado vector de tenencias de activos  $w$  (como proporción del portafolio), el retorno esperado no condicional, la varianza, el sesgo y la curtosis del portafolio respectivamente se definen como:

$$\mu_p = w' \mu$$

$$\sigma_p^2 = w' M_2 w$$

$$s_p^3 = w' M_3 (w \otimes w)$$

$$k_p^4 = w' M_4 (w \otimes w \otimes w)$$

Donde  $\otimes$  denota el producto de Kronecker.

## A.V.9. Estadísticos descriptivos

Período de tenencia en cartera: 1 año

	Activo doméstico	Activo externo	Activo inmueble	Acciones
Media	-6.8%	9.5%	1.0%	6.2%
Mediana	-3.2%	-0.1%	-1.0%	-1.7%
Máximo	37.8%	292.1%	153.9%	370.0%
Mínimo	-93.7%	-81.3%	-76.3%	-81.5%
Desvío estándar	21.0%	51.6%	22.6%	58.6%
Sesgo	-1.892	2.510	0.963	1.980
Curtosis	7.857	9.817	9.387	9.588
Jarque-Bera	669.671	1266.403	786.297	1043.870
p-value	0.000	0.000	0.000	0.000
Observaciones	424	424	424	424
Coef. de variación	3.079	5.423	21.898	9.460

Período de tenencia en cartera: 5 años

	Activo doméstico	Activo externo	Activo inmueble	Acciones
Media	-9.5%	4.4%	3.9%	-1.4%
Mediana	-7.3%	3.3%	4.4%	-3.8%
Máximo	10.0%	40.4%	23.4%	32.9%
Mínimo	-48.4%	-36.3%	-23.5%	-37.0%
Desvío estándar	17.2%	15.8%	6.7%	13.4%
Sesgo	-1.116	0.328	-0.649	0.152
Curtosis	3.257	2.413	3.806	2.927
Jarque-Bera	79.101	12.130	36.546	1.540
p-value	0.000	0.002	0.000	0.463
Observaciones	376	376	376	376
Coef. de variación	1.801	3.555	1.712	9.486

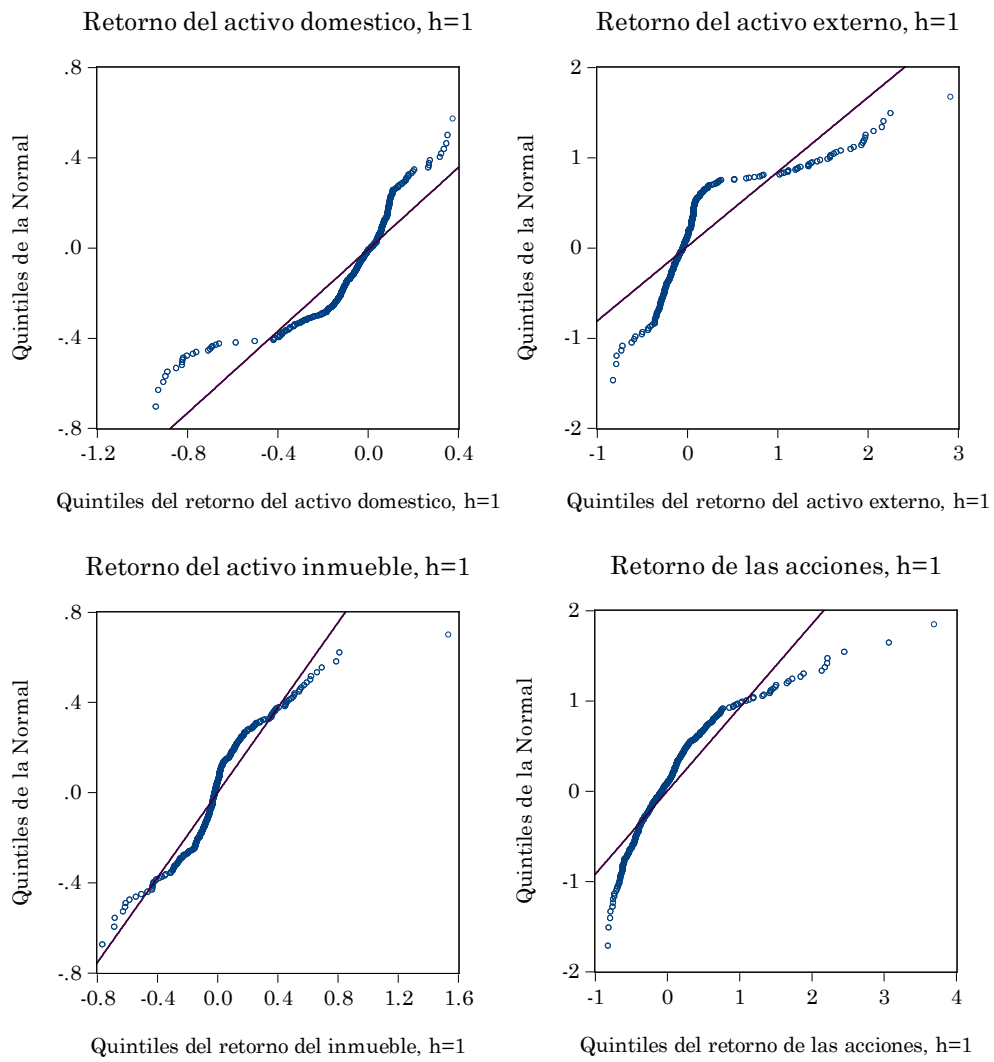
Período de tenencia en cartera: 10 años

	Activo doméstico	Activo externo	Activo inmueble	Acciones
Media	-10.6%	3.1%	4.3%	0.2%
Mediana	-8.4%	3.8%	5.1%	0.9%
Máximo	7.6%	31.1%	14.5%	15.0%
Mínimo	-33.5%	-18.0%	-9.8%	-19.9%
Desvío estándar	14.2%	9.2%	4.9%	6.3%
Sesgo	-0.225	0.075	-0.247	-0.644
Curtosis	1.492	2.178	1.862	3.293
Jarque-Bera	32.622	9.194	20.261	22.947
p-value	0.000	0.010	0.000	0.000
Observaciones	316	316	316	316
Coef. de variación	1.343	2.946	1.136	40.513

Período de tenencia en cartera: 20 años

	Activo doméstico	Activo externo	Activo inmueble	Acciones
Media	-11.4%	1.8%	4.2%	0.2%
Mediana	-12.7%	1.8%	4.1%	0.0%
Máximo	0.9%	7.6%	9.4%	8.9%
Mínimo	-18.9%	-6.5%	0.3%	-8.6%
Desvío estándar	6.0%	2.2%	2.2%	3.7%
Sesgo	1.067	-0.300	0.463	0.127
Curtosis	2.857	4.463	2.223	2.257
Jarque-Bera	37.373	20.423	11.925	5.041
p-value	0.000	0.000	0.003	0.080
Observaciones	196	196	196	196
Coef. de variación	0.526	1.259	0.520	14.791

### A.V.10. Gráficos Q-Q para evaluar la normalidad de los retornos



## Apéndices de la sección VI

### A.VI.1 Medidas de probabilidad equivalentes y derivada de Radon-Nicodým

Una medida de probabilidad  $Q$  sobre  $(\Omega, F)$  se denomina absolutamente continua con respecto a una medida de probabilidad  $P$  sobre  $(\Omega, F)$  si  $Q(A) = 0$  para todo  $A \in F$  tal que  $P(A) = 0$ . Las dos medidas son equivalentes si  $Q(A) = 0 \Leftrightarrow P(A) = 0$ .

Sea  $E^P$  el operador expectativa con respecto a la medida de probabilidad  $P$ . La medida  $Q$  es absolutamente continua respecto a  $P$  sí y sólo si existe una variable aleatoria  $z$  con  $P\{w/z(w) \geq 0\} = 1$  y  $E^P[z] = 1$ , tal que:

$$Q(A) = E^P[z 1_A]$$

Para cada  $A \in F$ . La variable aleatoria  $z$  se denomina la derivada de Radon-Nicodým de  $Q$  respecto de  $P$ , y se escribe  $z = dQ/dP$ . Denotando  $E^Q$  al operador expectativas con respecto a  $Q$ , se tiene:

$$E^Q[x] = E^P[z \cdot x]$$

Para cada variable aleatoria  $x$  en el sentido que, si una esperanza existe, entonces la otra también existe y es idéntica. Las medidas  $P$  y  $Q$  son equivalentes sí y sólo si  $z = dQ/dP$  satisface  $P\{w/z(w) > 0\} = 1$ .

### A.VI.2 Demostración del Teorema 1

Sea  $v^*$  el vector de demandas óptimas de activos consistente con una estructura de preferencias  $(u, \phi)$ , un conjunto de priors  $\Pi = \{\pi(\mu_1), \pi(\mu_2)\}$ , y un conjunto de distribuciones de probabilidad factibles  $M = \{\mu_1, \mu_2\}$ , tal que:

$$E_{\mu_1} u(v^*) \leq E_{\mu_2} u(v^*)$$

De manera que:

$$E_{\mu_1} u \leq \sum_{i=1}^2 \pi(\mu_i) \cdot E_{\mu_i} u \text{ y } E_{\mu_2} u \geq \sum_{i=1}^2 \pi(\mu_i) \cdot E_{\mu_i} u.$$

Dado que  $\phi$  es una función creciente, estrictamente cóncava,

$$\phi(E_{\mu_1} u) \leq \phi(E_{\mu_2} u) \text{ y } \phi'(E_{\mu_1} u) \geq \phi'(E_{\mu_2} u)$$

Entonces, se tiene:

$$\phi'(E_{\mu_1} u) \geq \pi_1 \cdot \phi'(E_{\mu_1} u) + \pi_2 \cdot \phi'(E_{\mu_2} u) \quad (\text{A.1})$$

De manera que:

$$\xi_1 = \frac{\phi'(E_{\mu_1} u)}{\sum_{i=1}^2 \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u)} \geq 1 \quad (\text{A.2})$$

Además,

$$\phi'(E_{\mu_2} u) \leq \pi_1 \cdot \phi'(E_{\mu_1} u) + \pi_2 \cdot \phi'(E_{\mu_2} u) \quad (\text{A.3})$$

De manera que:

$$\xi_2 = \frac{\phi'(E_{\mu_2} u)}{\sum_{i=1}^2 \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u)} \leq 1 \quad (\text{A.4})$$

### A.VI.3 Demostración del Teorema 2

Sean  $u$ ,  $\phi$  y  $\phi^*$  funciones crecientes, estrictamente cóncavas, con  $\phi^*$  más cóncava que  $\phi$ . De la expresión (A.1) en la demostración del Teorema 1, tenemos:

$$\frac{\phi^*(E_{\mu_1} u)}{\sum_{i=1}^2 \pi_i \cdot \phi^*(E_{\mu_i} u)} \geq \frac{\phi'(E_{\mu_1} u)}{\sum_{i=1}^2 \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i} u)} \quad (\text{B.1})$$

De manera que  $\xi_1^* \geq \xi_1$ .

Lo inverso puede mostrarse a partir de (A.3), de manera que  $\xi_2^* \leq \xi_2$ .

## Apéndices de la sección VII

### A.VII.1 Demostración del Teorema 3

Dado que  $\phi(\cdot)$  es una función estrictamente creciente y cóncava, si

$$E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*] \leq \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*] \quad \text{entonces} \quad \phi'(E_{\mu_i}(\cdot)) \leq \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i}(\cdot)), \quad \text{de}$$

$$\text{manera que } \xi_i = \frac{\phi'(E_{\mu_i}(\cdot))}{\sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i}(\cdot))} \leq 1.$$

Alternativamente, si  $E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*] \geq \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot E_{\mu_i}[\bar{m}_{t+1}^*]$  entonces

$$\phi'(E_{\mu_i}(\cdot)) \geq \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i}(\cdot)), \quad \text{de manera que } \xi_i = \frac{\phi'(E_{\mu_i}(\cdot))}{\sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \phi'(E_{\mu_i}(\cdot))} \geq 1.$$

### A.VII.2 Demostración de la Proposición 2

$$\text{Si } \phi(E_{\mu_i} u) = -\frac{\exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u)}{\alpha},$$

$$\text{entonces } \phi'(E_{\mu_i} u) = \exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u),$$

$$\phi^{-1}(E_{\mu_i} u) = -\frac{1}{\alpha} \cdot \ln(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u),$$

$$\phi^{-1'}(E_{\mu_i} u) = -\frac{1}{\alpha \cdot E_{\mu_i} u},$$

$$\text{y } \varphi = \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u).$$

Por su parte,

$$\phi^{-1'}(\cdot) = -\frac{1}{\alpha \cdot \left[ \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \left( -\frac{\exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u)}{\alpha} \right) \right]}$$



de manera que

$$\phi^{-1}(\cdot) = \frac{1}{\sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u)}$$

En consecuencia,

$$\phi^{-1}(\cdot) \cdot \phi = \frac{1}{\sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u)} \cdot \sum_{i=1}^j \pi_i \cdot \exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u) = 1$$

Quedando demostrado.

### A.VII.3

Partiendo de la expresión (16) y reemplazando  $\xi = \phi'(i)/\phi$ , resulta:

$$w = E_{\Pi} \left[ \xi_i \cdot \phi^{-1}(\cdot) \cdot \phi \cdot E_{\mu_i} \left[ \beta \cdot z_{t+1}^{-\delta} \cdot (1+w) \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]$$

Suponiendo  $\phi(\cdot) = -\frac{\exp(-\alpha \cdot E_{\mu_i} u)}{\alpha}$ , resulta:

$$w = E_{\hat{\Pi}} \left[ \beta \cdot E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot (1+w) \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]$$

$$w = E_{\hat{\Pi}} \left[ \beta \cdot E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} + w \cdot z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]$$

$$w = \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right] + \beta \cdot w \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]$$

$$w \cdot \left[ 1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right] \right] = \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]$$

$$w = \frac{\beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]}{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]} \quad (\text{E.1})$$

$$1+w = \frac{\beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]}{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]} + \frac{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]}{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]}$$

$$1 + w = \frac{\beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right] + \left[ 1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right] \right]}{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]}$$

$$1 + w = \frac{1}{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]} \quad (\text{E.2})$$

De las expresiones (E.1) y (E.2), resulta:

$$\frac{1 + w}{w} = \frac{1}{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]} \cdot \frac{1 - \beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]}{\beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]}$$

$$\frac{1 + w}{w} = \frac{1}{\beta \cdot E_{\hat{\Pi}} \left[ E_{\mu_i} \left[ z_{t+1}^{-\delta} \cdot \hat{x}_{t+1} \right] \right]} \quad (\text{E.3})$$

#### A.VII.4

*Algunos hechos que se desprenden de la distribución lognormal*

1. Si  $\ln z \approx N(\mu_z, \sigma_z^2)$ , entonces  $a \cdot \ln z \approx N(a \cdot \mu_z, a^2 \cdot \sigma_z^2)$ .
2.  $E(z^a) = E[\exp(a \cdot \ln z)] = \exp\left(a \cdot \mu_z + \frac{1}{2} \cdot a^2 \cdot \sigma_z^2\right)$
3.  $a \cdot \ln z + b \cdot \ln x \approx N\left(a \cdot \mu_z + b \cdot \mu_x, a^2 \cdot \sigma_z^2 + b^2 \cdot \sigma_x^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \rho_{x,z} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_z\right)$

Donde  $\rho_{x,z} = \text{corr}(\ln x, \ln z)$ .

$$4. E(z^a x^b) = \exp\left[a \cdot \mu_z + b \cdot \mu_x + \frac{1}{2} \cdot \left(a^2 \cdot \sigma_z^2 + b^2 \cdot \sigma_x^2 + 2 \cdot a \cdot b \cdot \sigma_{x,z}\right)\right]$$

5. Si  $x = z$ , entonces:

$$E(z^a \cdot x^b) = E(x^{a+b}) = \exp\left[(a+b) \cdot \mu_x + \frac{1}{2} \cdot (a+b)^2 \cdot \sigma_x^2\right]$$

$$6. \text{Var}(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$= \exp(2 \cdot \mu_x + 2 \cdot \sigma_x^2) - \exp(2 \cdot \mu_x + \sigma_x^2)$$

$$= \exp(2 \cdot \mu_x + 2 \cdot \sigma_x^2) \cdot \exp(\sigma_x^2 - 1)$$

$$= [E(x)]^2 \cdot (\exp(\sigma_x^2 - 1))$$

$$7. \exp(\sigma_x^2) = 1 + \frac{\text{var}(x)}{[E(x)]^2}, \text{ de manera que } \sigma_x^2 = \ln\left(1 + \frac{\text{var}(x)}{[E(x)]^2}\right).$$

$$8. \ln E(x) = \mu_x + \frac{1}{2} \cdot \sigma_x^2, \text{ de manera que } \mu_x = \ln E(x) - \frac{1}{2} \cdot \sigma_x^2$$

#### A.VII.5

*Fuentes correspondientes a la elaboración del retorno real de las acciones*

*Fuentes correspondientes a las series de precios de las acciones*

- **Período 1903-1935:** Nakamura y Zarazaga (2001), promedios anuales.
- **Período 1935-1944:** Memorias de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (Varios números). Se consideró el precio promedio anual de 16 empresas: Banco Francés del Río de la Plata, Banco El Hogar Propio, Banco Hipotecario y Edificación, Nuevo Banco Italiano, Banco Popular Argentino, Banco Provincia de Buenos Aires, América, La Estrella, La Ibero Platense, Arenera del Vizcaíno, Argentina de Comodoro Rivadavia. Explotación de Petróleo, Argentina de Edificación, Fábrica Argentina de Alpargatas, General de Fósforos, Sud Americana, Italo Argentina de Electricidad, Piccardo y Cia. Ltda. M. de Tabacos, Sedalana Fábrica de Tejidos y Art. De Punto.
- **Período 1944-1959:** Índice de precios de acciones cotizantes. Memorias de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires y Boletín del Centenario de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires.

- **Período 1959-1965:** Índice de precios promedio. Boletín Estadístico del Banco Central de la República Argentina.
- **Año 1965:** Memoria Anual de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires. Año 1967.
- **Período 1966-1970:** Índice de precios promedio provisto en la publicación “El Mercado de Valores en la Década del Sesenta. Síntesis Estadística”. Comisión Nacional de Valores, 1971.
- **Período 1970-2012:** Índice General de Bolsa de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires.

*Fuentes correspondientes a las series de dividendos:*

- **Período 1903-1935:** Nakamura y Zarazaga (2001).
- **Período 1935-1949:** Memorias de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (varios números). Se consideró el pago de dividendos anuales sobre la capitalización de 16 empresas (las mismas que para la elaboración del índice de precios).
- **Período 1950-1954:** Memorias de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (varios números). Se consideró el pago de dividendos anuales sobre la capitalización de 16 empresas: Banco Francés del Río de la Plata, Banco El Hogar Propio, Banco Hipotecario y Edificación, Nuevo Banco Italiano, Banco Popular Argentino, Banco Provincia de Buenos Aires, América, La Estrella, La Ibero Platense, Arenera del Vizcaíno, Acindar, Ind. Arg. De Aceros, Argentina de Edificación, Fábrica Argentina de Alpargatas, General de Fósforos Sud Americana, Italo Argentina de Electricidad, Piccardo y Cia. Ltda. M. de Tabacos, Sedalana, Fábrica de Tejidos y Art. De Punto.
- **Período 1955-1961:** Memorias de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (varios números). Para el año 1955 se consideró el promedio entre los años 1954 y 1956. En los años restantes corresponde al pago anual de dividendos sobre capitalización de

ocho empresas: Acindar, Alpargatas, Astarsa, Ceculosa Argentina, General Fabril Financiera, Industrias Kaiser Argentina, Papelera Argentina y Rycsa.

- **Período 1962-1965:** Memorias de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (varios números). Corresponde al pago anual de dividendos sobre capitalización de siete empresas: Acindar, Alpargatas, Astarsa, Ceculosa Argentina, Dalmine, G. Fabril Financ. e Industrias Kaiser Argentina.

- **Período 1968-1976**

1968: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1969 / Página 129.

1969: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1969 / Página 128.

1970: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1970 / Información Estadística / Página 20.

1971: Corresponde al promedio de los años 1970 y 1972.

1972: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1973 / Información Estadística / Página 26.

1973: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1973 / Información Estadística / Página 27.

1974: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1974 / Información Estadística / Página 24.

1975: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1975 / Información Estadística / Página 24.

1976: Memoria de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires de 1975 / Información Estadística / Página 28.

- **Período 1977-1979:** Se corresponde al promedio de los años 1975-1976.

- **Período 1980-1992:** Corresponde al pago de dividendos sobre capitalización. Anuario Estadístico de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires, 1992.
- **Período 1992-2012:** Corresponde al pago de dividendos sobre capitalización. Nuevo Bolsar.

#### *Indice de precios*

1903-1945: Ferreres (2004).

1945-2006: INDEC.

2007-2012: Provincias y Congreso de la Nación.

#### *Consumo privado*

1903-1992: Ferreres (2004).

1993-2012: INDEC.

#### *Población*

1903-1949: Ferreres (2004).

1950-2012: INDEC.

### **A.VII.6**

#### *Metodología para la elaboración de las curvas de rendimientos*

A partir de las series de cotizaciones de frecuencia mensual de los títulos públicos seleccionados para ambos períodos, se elabora una curva de rendimientos incompleta. Por ejemplo, si en enero de 1937 se tiene la TIR de un bono con una madurez de 25 años, al mes siguiente la TIR de ese mismo instrumento se corresponde a la de un título con madurez de 34 años y 11 meses. La curva elaborada presenta observaciones continuas para los tramos cortos, medios y largos, pero existen plazos para los cuales no se dispone de información. De esta manera, a partir

de la curva incompleta, se utiliza una rutina de interpolación para completar los tramos para los cuales no se disponía de datos. De esta manera, se obtiene múltiples curvas de rendimientos completas, sobre las que se calculan los percentiles y la mediana (figuras VII.1 y VII.2).

## **Anexo Estadístico**



Tabla XI.1. Series utilizadas en la sección VI

Años	Retorno real de las acciones	Consumo per cápita	Años	Retorno real de las acciones	Consumo per cápita	Años	Retorno real de las acciones	Consumo per cápita
	(Tasa real anual %)	Var % anual		(Tasa real anual %)	Var % anual		(Tasa real anual %)	Var % anual
1903	5.65%	12.18%	1940	10.11%	3.16%	1977	-21.09%	-0.23%
1904	30.41%	9.14%	1941	8.46%	3.74%	1978	11.58%	-3.18%
1905	13.54%	-3.01%	1942	10.15%	-0.16%	1979	160.30%	9.19%
1906	16.70%	0.04%	1943	36.21%	-5.72%	1980	-19.33%	1.08%
1907	12.61%	-12.62%	1944	21.78%	7.76%	1981	-48.00%	-5.83%
1908	-2.37%	12.24%	1945	0.71%	-8.21%	1982	8.03%	-4.94%
1909	8.68%	0.80%	1946	29.03%	7.51%	1983	43.69%	3.08%
1910	19.48%	0.74%	1947	10.82%	8.24%	1984	-13.11%	2.25%
1911	33.05%	2.60%	1948	14.33%	2.31%	1985	25.04%	-10.67%
1912	0.77%	9.76%	1949	-11.12%	-0.32%	1986	11.29%	8.35%
1913	15.33%	-1.29%	1950	-23.68%	-3.01%	1987	-8.16%	-0.13%
1914	-7.73%	-10.17%	1951	-29.06%	0.02%	1988	44.39%	-5.44%
1915	-21.33%	-0.89%	1952	-21.34%	-6.49%	1989	173.25%	-8.61%
1916	-14.34%	-0.20%	1953	-18.88%	3.79%	1990	-60.83%	-2.42%
1917	-2.60%	-6.94%	1954	3.82%	5.13%	1991	82.69%	14.15%
1918	-8.52%	14.46%	1955	50.88%	4.54%	1992	48.28%	10.15%
1919	49.64%	0.23%	1956	41.27%	-1.92%	1993	-20.39%	3.16%
1920	5.00%	0.82%	1957	-12.01%	4.25%	1994	31.47%	4.72%
1921	17.99%	-0.25%	1958	-29.07%	4.65%	1995	-25.87%	-5.55%
1922	-3.02%	0.55%	1959	-32.93%	-6.61%	1996	23.76%	4.29%
1923	7.14%	6.95%	1960	30.39%	-2.90%	1997	32.26%	7.73%
1924	9.59%	2.35%	1961	3.91%	4.94%	1998	-7.38%	2.32%
1925	8.89%	1.09%	1962	-54.89%	-2.24%	1999	1.58%	-3.06%
1926	13.62%	4.24%	1963	-64.60%	-0.48%	2000	1.36%	-1.70%
1927	12.63%	4.58%	1964	1.33%	11.60%	2001	-21.05%	-6.69%
1928	15.27%	-0.34%	1965	-22.30%	9.28%	2002	20.62%	-15.17%
1929	10.07%	-1.00%	1966	-53.88%	-2.93%	2003	42.03%	7.16%
1930	1.87%	-5.88%	1967	-11.29%	0.79%	2004	43.27%	8.48%
1931	4.60%	-8.97%	1968	7.60%	1.21%	2005	25.28%	7.89%
1932	-3.50%	-1.75%	1969	45.70%	4.71%	2006	21.19%	6.72%
1933	-24.05%	4.58%	1970	41.17%	4.06%	2007	17.84%	7.90%
1934	6.15%	3.46%	1971	-4.66%	1.69%	2008	-27.85%	5.50%
1935	2.27%	2.78%	1972	-21.64%	0.77%	2009	-18.86%	-0.52%
1936	-8.96%	-1.20%	1973	-7.81%	4.64%	2010	33.94%	7.96%
1937	2.70%	1.46%	1974	9.66%	4.31%	2011	6.07%	9.62%
1938	22.11%	-0.18%	1975	-40.29%	-1.98%	2012	-27.51%	3.47%
1939	-0.37%	3.47%	1976	-	-8.06%	-	-	-

Retorno real activo doméstico. Tenencia en cartera: 1 año.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-21.33%	-22.07%	-20.24%	-11.51%
<b>1978</b>	-12.40%	-7.71%	-8.13%	-11.96%	-13.42%	-11.73%	-10.23%	-7.08%	-5.93%	-5.19%	-7.51%	-11.91%
<b>1979</b>	-14.30%	-17.98%	-18.03%	-15.46%	-14.31%	-17.12%	-17.94%	-20.55%	-20.48%	-15.46%	-11.92%	-8.55%
<b>1980</b>	-4.78%	-3.81%	-3.13%	-3.77%	-4.52%	-2.77%	-1.62%	5.07%	5.08%	-1.01%	-3.23%	-4.02%
<b>1981</b>	-2.35%	-1.38%	-0.19%	1.29%	2.52%	2.41%	1.58%	1.75%	4.26%	10.13%	10.25%	7.98%
<b>1982</b>	2.65%	3.14%	4.88%	7.34%	12.75%	13.64%	3.56%	-7.51%	-19.35%	-25.17%	-27.85%	-28.24%
<b>1983</b>	-29.66%	-32.42%	-34.61%	-36.31%	-38.73%	-41.47%	-37.68%	-35.87%	-34.25%	-32.29%	-32.27%	-32.77%
<b>1984</b>	-26.82%	-28.72%	-34.15%	-38.81%	-41.52%	-41.05%	-39.21%	-37.63%	-37.06%	-34.88%	-26.66%	-23.45%
<b>1985</b>	-23.88%	-18.05%	-13.49%	-10.18%	-5.03%	-0.02%	11.31%	18.11%	32.15%	35.03%	27.26%	26.88%
<b>1986</b>	27.29%	27.80%	32.77%	37.80%	35.50%	33.86%	17.41%	9.64%	4.58%	1.84%	1.72%	2.92%
<b>1987</b>	1.30%	-0.64%	-1.86%	-1.68%	0.00%	-0.88%	-0.46%	-0.42%	0.02%	-5.62%	-7.74%	-6.02%
<b>1988</b>	-4.75%	-4.71%	-5.98%	-8.64%	-10.97%	-11.30%	-14.86%	-16.11%	-16.73%	-12.63%	-9.85%	-11.57%
<b>1989</b>	-10.47%	-9.95%	-9.55%	-17.30%	-38.01%	-49.98%	-67.22%	-70.50%	-69.18%	-68.72%	-69.76%	-77.28%
<b>1990</b>	-84.74%	-89.54%	-93.73%	-92.59%	-90.41%	-88.63%	-82.01%	-80.07%	-82.23%	-81.95%	-81.60%	-75.87%
<b>1991</b>	-65.74%	-58.29%	-30.13%	-31.12%	-29.39%	-26.01%	-24.57%	-19.33%	-12.26%	-14.55%	-14.92%	-15.15%
<b>1992</b>	-14.60%	-0.24%	0.34%	-3.28%	-1.70%	0.07%	-0.02%	-1.18%	-1.11%	-1.26%	-1.42%	-1.05%
<b>1993</b>	1.50%	2.65%	4.01%	4.06%	3.12%	2.78%	3.86%	5.09%	4.89%	5.10%	4.89%	4.41%
<b>1994</b>	3.94%	4.24%	4.14%	4.51%	5.18%	5.31%	4.54%	4.13%	4.16%	4.38%	4.19%	4.00%

Retorno real activo doméstico. Tenencia en cartera: 1 año (continuación)

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	2.89%	3.09%	4.12%	4.84%	6.07%	7.32%	8.10%	8.73%	9.35%	9.40%	9.95%	10.11%
<b>1996</b>	11.11%	11.30%	11.06%	10.58%	9.73%	8.77%	8.27%	7.79%	7.63%	7.33%	7.13%	7.43%
<b>1997</b>	7.12%	6.26%	6.15%	6.46%	6.42%	6.16%	6.49%	6.21%	6.37%	6.96%	6.94%	6.56%
<b>1998</b>	6.44%	6.51%	6.11%	5.75%	5.74%	5.79%	5.71%	5.89%	5.94%	6.49%	6.74%	6.87%
<b>1999</b>	7.01%	7.68%	8.49%	8.61%	9.02%	9.20%	9.41%	9.93%	10.15%	9.57%	9.67%	9.85%
<b>2000</b>	9.63%	9.33%	9.08%	9.14%	9.12%	9.47%	9.21%	9.01%	8.92%	8.70%	8.81%	8.96%
<b>2001</b>	9.96%	10.28%	9.35%	8.79%	8.83%	9.87%	11.00%	12.29%	13.70%	15.56%	16.48%	18.16%
<b>2002</b>	15.18%	11.15%	7.21%	-1.92%	-3.66%	-4.80%	-4.61%	-4.16%	-3.35%	-2.60%	-2.62%	-3.71%
<b>2003</b>	-1.84%	1.55%	5.73%	17.08%	20.21%	20.79%	19.51%	17.14%	14.20%	10.72%	8.69%	7.46%
<b>2004</b>	7.04%	6.36%	5.12%	2.88%	0.43%	-1.00%	-1.58%	-2.13%	-2.81%	-2.71%	-2.56%	-3.25%
<b>2005</b>	-4.30%	-5.08%	-5.93%	-5.55%	-5.35%	-5.58%	-5.99%	-5.94%	-6.34%	-6.62%	-7.63%	-7.78%
<b>2006</b>	-7.44%	-6.73%	-6.21%	-6.43%	-6.06%	-5.44%	-4.87%	-4.79%	-4.32%	-4.18%	-3.53%	-3.22%
<b>2007</b>	-3.07%	-3.65%	-3.70%	-4.29%	-5.70%	-7.19%	-9.26%	-11.46%	-12.80%	-13.83%	-13.25%	-13.10%
<b>2008</b>	-13.01%	-14.12%	-16.37%	-17.75%	-17.43%	-17.18%	-15.65%	-13.61%	-12.51%	-11.08%	-11.44%	-10.61%
<b>2009</b>	-9.86%	-7.59%	-5.03%	-2.87%	-1.49%	0.22%	0.89%	0.53%	1.14%	0.34%	-0.14%	-2.50%
<b>2010</b>	-4.17%	-7.52%	-8.59%	-9.23%	-10.28%	-11.07%	-11.60%	-11.65%	-11.98%	-13.12%	-14.20%	-13.80%
<b>2011</b>	-12.83%	-10.89%	-10.70%	-10.87%	-10.63%	-10.73%	-11.08%	-11.55%	-12.09%	-10.35%	-9.54%	-9.07%
<b>2012</b>	-9.42%	-9.38%	-9.07%	-8.88%	-9.09%	-9.29%	-9.29%	-9.25%	-9.26%	-10.04%	-10.11%	-10.46%

Retorno real activo externo. Tenencia en cartera: 1 año.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-24.39%	-20.04%	-23.14%	-11.66%
<b>1978</b>	-16.94%	-19.01%	-18.33%	-22.36%	-24.86%	-25.63%	-27.62%	-26.47%	-27.56%	-27.79%	-29.45%	-33.34%
<b>1979</b>	-33.52%	-35.36%	-34.64%	-32.92%	-29.10%	-29.80%	-28.42%	-31.23%	-31.45%	-29.30%	-27.72%	-25.56%
<b>1980</b>	-23.15%	-23.34%	-23.24%	-24.05%	-24.89%	-23.83%	-24.45%	-19.87%	-19.92%	-24.44%	-25.64%	-26.15%
<b>1981</b>	-25.04%	-17.50%	-12.13%	8.86%	18.93%	120.50%	112.62%	107.72%	105.11%	147.82%	193.49%	158.76%
<b>1982</b>	135.00%	102.99%	122.14%	123.19%	195.10%	75.17%	292.13%	198.16%	158.66%	134.90%	111.94%	137.67%
<b>1983</b>	135.15%	159.51%	139.21%	80.79%	24.88%	18.62%	-35.01%	-0.92%	32.22%	2.31%	-17.05%	-22.63%
<b>1984</b>	7.70%	14.76%	7.41%	10.27%	9.78%	3.84%	-13.89%	-17.03%	-33.89%	-20.29%	7.02%	12.53%
<b>1985</b>	-4.50%	-2.74%	2.24%	1.70%	2.08%	4.78%	15.07%	3.64%	9.06%	15.08%	-7.46%	-4.54%
<b>1986</b>	-9.73%	-21.84%	-22.59%	-21.81%	-23.99%	-26.67%	-30.66%	-17.35%	-13.75%	-16.48%	-1.83%	11.72%
<b>1987</b>	2.15%	6.30%	13.53%	18.88%	20.83%	23.17%	35.26%	24.08%	34.67%	28.00%	16.45%	18.56%
<b>1988</b>	30.29%	32.52%	9.50%	8.76%	23.64%	34.33%	9.59%	-7.31%	-18.73%	-18.62%	-18.19%	-29.14%
<b>1989</b>	-28.93%	1.69%	66.19%	111.89%	207.15%	225.65%	52.60%	24.21%	20.82%	36.40%	83.32%	156.13%
<b>1990</b>	38.50%	84.95%	-48.88%	-60.93%	-77.82%	-81.33%	-58.01%	-42.86%	-49.70%	-56.96%	-71.19%	-77.59%
<b>1991</b>	-38.17%	-72.20%	-42.46%	-40.54%	-35.32%	-32.92%	-29.68%	-30.25%	-13.37%	-5.47%	6.92%	-0.85%
<b>1992</b>	-34.99%	-27.39%	-15.87%	-15.72%	-14.07%	-12.21%	-11.62%	-11.98%	-11.51%	-11.60%	-11.81%	-11.57%
<b>1993</b>	-9.68%	-8.45%	-7.30%	-7.17%	-7.56%	-7.34%	-5.88%	-4.27%	-3.87%	-2.98%	-2.39%	-1.94%
<b>1994</b>	-1.06%	-0.16%	0.61%	1.59%	2.45%	2.72%	2.05%	1.82%	1.92%	2.15%	1.96%	1.73%

Retorno real activo externo. Tenencia en cartera: 1 año (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	0.61%	0.68%	1.39%	1.52%	2.29%	3.32%	4.08%	4.73%	5.41%	5.51%	6.12%	6.37%
<b>1996</b>	7.48%	7.88%	7.94%	8.13%	7.84%	7.21%	6.84%	6.47%	6.33%	6.05%	5.86%	6.16%
<b>1997</b>	5.86%	5.01%	4.90%	5.21%	5.17%	4.91%	5.24%	4.98%	5.21%	5.88%	5.92%	5.48%
<b>1998</b>	5.35%	5.42%	5.06%	4.72%	4.73%	4.79%	4.71%	4.89%	4.91%	5.30%	5.46%	5.68%
<b>1999</b>	5.86%	6.48%	7.20%	7.31%	7.73%	7.92%	8.07%	8.53%	8.72%	8.23%	8.28%	8.34%
<b>2000</b>	7.98%	7.73%	7.49%	7.53%	7.49%	7.80%	7.58%	7.44%	7.42%	7.25%	7.46%	7.64%
<b>2001</b>	8.64%	8.98%	8.15%	7.36%	7.06%	7.82%	8.77%	9.26%	9.77%	10.92%	11.14%	11.56%
<b>2002</b>	52.73%	125.93%	197.83%	170.68%	216.26%	218.13%	196.16%	181.73%	185.08%	165.86%	162.98%	144.75%
<b>2003</b>	69.09%	10.82%	-24.73%	-17.52%	-28.82%	-32.27%	-26.02%	-20.64%	-24.15%	-21.37%	-18.52%	-14.77%
<b>2004</b>	-10.50%	-9.02%	-1.57%	-2.14%	-0.14%	2.29%	-0.17%	-2.71%	-1.60%	-0.02%	-4.41%	-2.79%
<b>2005</b>	-5.54%	-5.38%	-4.16%	-3.64%	-8.06%	-8.06%	-9.81%	-8.99%	-8.76%	-5.81%	-7.06%	-6.09%
<b>2006</b>	-3.19%	-2.49%	-1.47%	-2.67%	-0.16%	0.23%	1.42%	0.44%	1.01%	-2.59%	-1.62%	-3.31%
<b>2007</b>	-3.09%	-4.22%	-4.61%	-4.46%	-7.58%	-8.64%	-9.58%	-11.42%	-13.27%	-14.28%	-13.38%	-13.31%
<b>2008</b>	-14.45%	-15.56%	-17.85%	-19.24%	-20.59%	-22.89%	-22.56%	-22.10%	-18.57%	-10.85%	-11.72%	-9.50%
<b>2009</b>	-8.63%	-5.05%	1.18%	2.62%	7.40%	13.05%	14.53%	14.66%	11.04%	1.26%	0.82%	-3.97%
<b>2010</b>	-5.43%	-9.61%	-13.66%	-13.43%	-14.58%	-16.13%	-17.06%	-17.21%	-16.93%	-17.45%	-17.63%	-17.04%
<b>2011</b>	-16.17%	-14.32%	-14.57%	-14.07%	-14.61%	-14.41%	-14.31%	-13.86%	-9.89%	-8.07%	-2.36%	-3.28%
<b>2012</b>	-1.92%	-4.24%	-0.01%	2.07%	18.01%	17.55%	23.64%	22.91%	14.93%	14.49%	9.36%	16.68%

Retorno real activo inmueble. Tenencia en cartera: 1 año.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-2.51%	-2.73%	8.69%	7.58%
<b>1978</b>	-1.94%	-11.30%	-7.21%	-20.49%	-14.10%	-1.83%	-15.22%	4.71%	-8.39%	9.53%	-14.19%	1.38%
<b>1979</b>	-28.13%	45.56%	-19.02%	24.83%	10.02%	-2.81%	9.51%	23.69%	36.25%	23.82%	17.89%	3.15%
<b>1980</b>	55.10%	1.10%	69.67%	-4.56%	-1.66%	-5.55%	-6.67%	-16.85%	-14.62%	-7.39%	-3.87%	0.63%
<b>1981</b>	-5.55%	0.97%	-10.22%	4.47%	-19.29%	-4.55%	-10.28%	-14.71%	-25.47%	-36.52%	-22.95%	-25.16%
<b>1982</b>	-34.08%	-42.86%	-38.37%	-43.12%	-23.35%	-27.00%	4.14%	7.78%	38.74%	20.41%	11.60%	15.65%
<b>1983</b>	37.35%	56.11%	62.52%	79.38%	59.61%	38.96%	10.89%	7.26%	-24.45%	-13.81%	-12.98%	-16.18%
<b>1984</b>	-1.09%	-3.63%	3.42%	-0.91%	10.92%	5.66%	1.66%	1.79%	-3.85%	-10.96%	13.16%	20.44%
<b>1985</b>	-4.52%	-4.19%	-7.72%	-19.53%	-25.82%	-28.37%	-11.14%	-5.05%	4.33%	14.62%	-2.42%	-10.28%
<b>1986</b>	-6.30%	-12.97%	-18.78%	-8.79%	-2.78%	11.67%	-15.49%	-12.44%	-6.87%	-7.43%	-4.72%	-0.07%
<b>1987</b>	4.34%	-5.37%	-2.57%	1.73%	-1.09%	-7.64%	3.76%	2.96%	9.81%	5.63%	-5.96%	1.40%
<b>1988</b>	12.39%	21.38%	9.31%	2.41%	6.28%	16.32%	4.53%	-9.90%	-24.75%	-22.29%	-13.15%	-24.42%
<b>1989</b>	-34.51%	-10.62%	35.45%	66.60%	81.51%	153.86%	45.15%	11.57%	12.90%	25.42%	49.60%	51.45%
<b>1990</b>	22.97%	23.91%	-42.49%	-53.83%	-62.45%	-76.26%	-60.60%	-42.94%	-50.23%	-58.13%	-67.86%	-68.28%
<b>1991</b>	-40.88%	-61.10%	-46.23%	-42.13%	-29.25%	-22.12%	-14.09%	-13.41%	11.54%	28.54%	36.33%	50.64%
<b>1992</b>	1.56%	16.44%	34.72%	29.29%	17.76%	18.25%	17.70%	12.90%	8.45%	2.76%	2.51%	-2.64%
<b>1993</b>	-3.07%	-6.54%	-7.47%	-8.07%	-9.15%	-8.91%	-9.22%	-8.35%	-7.34%	-6.14%	-4.80%	-4.29%
<b>1994</b>	-3.88%	-2.60%	-1.39%	-0.78%	-0.17%	0.45%	0.60%	1.76%	2.60%	3.54%	3.81%	2.56%

Retorno real activo inmueble. Tenencia en cartera: 1 año (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	1.83%	2.22%	2.65%	2.90%	3.06%	3.79%	3.18%	1.84%	0.61%	-0.65%	-2.03%	-2.92%
<b>1996</b>	-2.42%	-3.00%	-2.75%	-3.26%	-3.07%	-3.95%	-4.60%	-5.37%	-5.36%	-4.98%	-3.99%	-2.56%
<b>1997</b>	-2.72%	-3.12%	-3.50%	-2.92%	-3.08%	-2.76%	-1.63%	-0.98%	-0.75%	-0.14%	-0.42%	-0.66%
<b>1998</b>	-0.80%	-0.84%	-1.25%	-1.75%	-1.84%	-2.23%	-2.23%	-2.33%	-1.91%	-1.58%	-1.64%	-1.78%
<b>1999</b>	-1.38%	-0.24%	0.93%	1.11%	1.62%	1.82%	1.75%	2.22%	2.78%	1.77%	1.99%	2.16%
<b>2000</b>	1.78%	1.46%	0.73%	0.48%	0.31%	0.44%	0.51%	0.02%	-0.53%	-0.56%	-0.18%	0.12%
<b>2001</b>	0.88%	0.79%	-0.28%	-0.95%	-1.31%	-0.98%	-0.20%	-1.86%	-3.30%	-3.97%	-5.17%	-5.49%
<b>2002</b>	17.54%	41.11%	57.90%	28.37%	37.91%	30.78%	31.78%	36.22%	39.66%	26.15%	26.22%	18.23%
<b>2003</b>	-9.23%	-26.48%	-40.28%	-26.53%	-30.38%	-30.80%	-29.61%	-28.49%	-28.95%	-22.40%	-18.24%	-5.02%
<b>2004</b>	10.39%	20.37%	37.23%	46.31%	47.93%	62.09%	54.70%	51.53%	46.61%	45.52%	36.50%	25.15%
<b>2005</b>	9.19%	1.89%	-3.43%	-8.30%	-12.61%	-13.98%	-5.94%	-6.21%	-6.93%	-2.80%	-1.63%	1.53%
<b>2006</b>	8.91%	11.88%	12.93%	9.96%	13.72%	14.83%	8.11%	9.01%	14.17%	14.89%	18.19%	15.83%
<b>2007</b>	11.77%	9.19%	11.70%	13.84%	12.21%	8.31%	4.20%	0.89%	-2.98%	-6.16%	-5.74%	-5.33%
<b>2008</b>	-4.08%	-4.92%	-8.12%	-9.79%	-11.34%	-14.85%	-11.54%	-11.15%	-6.39%	1.74%	-2.05%	-2.24%
<b>2009</b>	-4.43%	-2.04%	3.72%	4.55%	8.57%	15.49%	15.76%	14.54%	10.94%	1.34%	1.71%	-1.54%
<b>2010</b>	-2.32%	-6.03%	-9.50%	-10.36%	-11.41%	-12.45%	-14.11%	-13.03%	-13.21%	-13.49%	-14.06%	-13.80%
<b>2011</b>	-11.50%	-8.31%	-9.61%	-7.99%	-9.24%	-8.95%	-7.46%	-4.76%	2.35%	5.18%	12.53%	9.86%
<b>2012</b>	8.51%	3.22%	6.00%	6.09%	20.27%	16.28%	18.75%	13.41%	2.07%	-0.53%	-7.05%	-0.83%

Retorno real de las acciones. Tenencia en cartera: 1 año.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-78.41%	-81.48%	-67.83%	-69.62%
<b>1978</b>	-66.81%	-64.53%	-61.40%	-62.11%	-60.73%	-52.67%	-33.53%	-10.64%	56.90%	54.18%	14.15%	18.82%
<b>1979</b>	45.68%	30.54%	32.19%	92.92%	214.79%	143.64%	86.49%	74.97%	-8.77%	46.17%	42.11%	40.18%
<b>1980</b>	22.04%	64.07%	27.70%	-20.65%	-56.21%	-44.16%	-38.34%	-40.12%	-30.02%	-52.90%	-47.17%	-51.69%
<b>1981</b>	-48.62%	-65.60%	-58.76%	-60.88%	-65.34%	-54.63%	-55.46%	-60.84%	-59.32%	-47.87%	-32.25%	-24.66%
<b>1982</b>	-45.42%	-48.39%	-59.52%	-46.80%	5.52%	7.50%	75.20%	56.07%	29.60%	7.53%	-19.17%	-14.69%
<b>1983</b>	7.89%	24.70%	46.13%	95.34%	49.75%	-11.68%	-38.80%	-2.45%	10.49%	59.12%	68.82%	16.53%
<b>1984</b>	52.53%	61.07%	91.97%	-6.65%	-9.20%	18.31%	-22.58%	-34.65%	-41.98%	-61.03%	-54.04%	-25.97%
<b>1985</b>	-55.26%	-60.96%	-72.28%	-68.91%	-72.54%	-54.27%	-20.89%	70.82%	132.57%	119.80%	76.63%	42.34%
<b>1986</b>	70.61%	52.12%	57.89%	166.48%	222.24%	77.77%	45.92%	-36.40%	-51.04%	-40.90%	-43.10%	-39.32%
<b>1987</b>	-31.62%	-5.22%	-7.58%	-27.79%	-38.81%	-35.42%	-43.59%	-23.49%	-15.25%	-17.87%	-14.80%	-10.93%
<b>1988</b>	-21.66%	-38.74%	-28.86%	-19.07%	19.33%	19.77%	55.35%	24.03%	64.37%	37.70%	24.15%	18.83%
<b>1989</b>	8.25%	37.31%	104.21%	114.13%	168.62%	370.01%	38.15%	53.47%	110.35%	144.11%	147.38%	219.29%
<b>1990</b>	27.65%	120.08%	-24.66%	-23.33%	-58.85%	-78.11%	-32.18%	-48.16%	-74.04%	-74.89%	-74.07%	-80.31%
<b>1991</b>	-19.91%	-63.31%	-7.30%	-14.82%	-4.78%	-5.40%	-10.62%	97.77%	151.44%	245.94%	222.69%	307.72%
<b>1992</b>	185.52%	189.45%	142.35%	150.58%	173.69%	134.59%	102.81%	-10.41%	-26.51%	-42.69%	-38.80%	-40.79%
<b>1993</b>	-42.34%	-43.61%	-44.89%	-51.31%	-58.34%	-43.19%	-35.91%	-13.36%	3.22%	21.93%	29.86%	32.29%
<b>1994</b>	49.34%	51.24%	23.52%	27.37%	46.37%	18.00%	29.97%	25.60%	13.27%	-1.98%	-6.33%	-31.44%



Retorno real de las acciones. Tenencia en cartera: 1 año (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-43.09%	-51.81%	-35.61%	-34.27%	-35.52%	-28.68%	-30.47%	-38.24%	-37.72%	-37.70%	-23.62%	-6.72%
<b>1996</b>	11.38%	21.66%	6.32%	14.73%	10.51%	18.78%	-2.04%	-0.25%	10.90%	16.17%	8.64%	5.35%
<b>1997</b>	2.18%	18.32%	14.88%	9.98%	13.01%	13.40%	41.28%	40.38%	34.41%	12.96%	14.06%	15.07%
<b>1998</b>	-3.71%	2.56%	6.57%	1.05%	-16.07%	-21.52%	-22.31%	-44.74%	-39.58%	-17.95%	-20.37%	-30.63%
<b>1999</b>	-30.57%	-33.70%	-31.14%	-11.75%	-5.76%	-5.08%	-14.25%	26.38%	14.93%	3.57%	0.67%	14.93%
<b>2000</b>	21.48%	23.24%	12.70%	-16.75%	-14.49%	-7.38%	-4.63%	-8.04%	-11.25%	-16.53%	-26.15%	-28.28%
<b>2001</b>	-9.33%	-24.07%	-22.60%	-18.76%	-16.99%	-24.99%	-37.22%	-36.17%	-47.11%	-50.11%	-44.41%	-23.21%
<b>2002</b>	-4.22%	1.54%	13.50%	-9.22%	-19.43%	-10.47%	10.61%	8.84%	31.73%	54.49%	74.54%	25.54%
<b>2003</b>	-14.99%	-2.20%	-17.18%	14.49%	34.96%	40.82%	34.94%	31.41%	50.52%	54.93%	46.97%	68.88%
<b>2004</b>	73.34%	66.77%	74.61%	41.01%	21.29%	11.24%	17.24%	23.18%	24.70%	20.15%	10.60%	2.38%
<b>2005</b>	-3.49%	8.69%	-1.45%	6.19%	27.70%	20.86%	25.69%	31.21%	23.44%	10.01%	7.97%	0.11%
<b>2006</b>	17.57%	-3.15%	12.67%	29.56%	4.42%	15.79%	7.70%	-0.46%	-9.41%	4.41%	20.17%	26.30%
<b>2007</b>	9.43%	12.48%	8.67%	0.79%	24.65%	14.61%	10.32%	7.48%	12.15%	11.07%	-4.43%	-11.95%
<b>2008</b>	-19.65%	-14.30%	-20.22%	-23.97%	-25.52%	-26.50%	-34.03%	-35.98%	-44.37%	-64.29%	-64.55%	-61.73%
<b>2009</b>	-59.01%	-63.61%	-58.13%	-51.70%	-44.53%	-41.16%	-27.20%	-20.15%	3.24%	50.52%	63.28%	63.78%
<b>2010</b>	64.30%	67.36%	62.11%	44.89%	8.46%	6.10%	7.26%	0.50%	-3.81%	3.17%	4.54%	8.77%
<b>2011</b>	13.09%	13.69%	6.75%	4.54%	10.96%	12.81%	0.50%	-5.99%	-30.06%	-22.88%	-34.00%	-41.45%
<b>2012</b>	-38.73%	-37.98%	-37.79%	-44.83%	-42.83%	-41.52%	-37.82%	-32.13%	-19.76%	-34.69%	-26.28%	-16.11%

Retorno real activo doméstico. Tenencia en cartera: 5 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-8.41%	-7.40%	-7.06%	-5.88%
<b>1982</b>	-6.45%	-5.83%	-5.25%	-4.88%	-3.92%	-3.71%	-5.28%	-6.10%	-7.95%	-8.15%	-8.91%	-9.74%
<b>1983</b>	-10.47%	-11.52%	-11.48%	-10.84%	-10.34%	-11.31%	-11.95%	-12.81%	-14.31%	-14.13%	-14.42%	-14.48%
<b>1984</b>	-13.25%	-13.97%	-15.27%	-16.42%	-16.94%	-17.15%	-17.08%	-16.93%	-18.23%	-18.49%	-17.49%	-17.47%
<b>1985</b>	-17.05%	-16.68%	-17.17%	-17.57%	-17.03%	-16.69%	-15.01%	-14.97%	-14.39%	-13.27%	-12.85%	-12.73%
<b>1986</b>	-12.53%	-12.25%	-12.30%	-12.33%	-12.26%	-12.10%	-12.51%	-13.69%	-14.34%	-14.62%	-14.24%	-13.57%
<b>1987</b>	-12.77%	-12.90%	-13.46%	-13.86%	-14.34%	-14.47%	-13.20%	-12.40%	-10.57%	-10.56%	-9.92%	-8.78%
<b>1988</b>	-7.31%	-6.70%	-6.94%	-7.41%	-7.70%	-7.05%	-7.61%	-7.57%	-6.24%	-5.88%	-4.61%	-3.64%
<b>1989</b>	-3.50%	-2.24%	-0.84%	-1.67%	-6.62%	-10.06%	-18.34%	-20.42%	-18.72%	-18.72%	-20.10%	-24.42%
<b>1990</b>	-30.03%	-35.23%	-41.33%	-40.30%	-40.96%	-41.77%	-43.28%	-44.25%	-45.58%	-45.65%	-45.73%	-45.77%
<b>1991</b>	-46.18%	-48.22%	-48.40%	-48.03%	-48.18%	-48.28%	-48.08%	-47.57%	-47.46%	-47.53%	-47.63%	-47.83%
<b>1992</b>	-47.99%	-48.18%	-48.17%	-48.20%	-48.36%	-48.19%	-48.04%	-47.65%	-47.58%	-47.05%	-46.93%	-47.29%
<b>1993</b>	-47.32%	-47.41%	-47.11%	-46.83%	-46.82%	-46.64%	-45.93%	-45.23%	-45.10%	-45.06%	-45.30%	-45.50%
<b>1994</b>	-45.73%	-45.84%	-45.60%	-44.29%	-40.88%	-38.07%	-31.82%	-29.52%	-29.97%	-30.09%	-29.95%	-26.13%

Retorno real activo doméstico. Tenencia en cartera: 5 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-20.50%	-14.42%	-4.59%	-5.35%	-4.40%	-2.97%	-2.41%	-1.05%	0.72%	0.25%	0.16%	0.08%
<b>1996</b>	0.59%	4.14%	4.68%	4.05%	4.41%	4.80%	4.90%	4.85%	4.92%	4.93%	4.88%	4.91%
<b>1997</b>	5.26%	5.46%	5.86%	6.06%	6.08%	6.05%	6.23%	6.38%	6.46%	6.62%	6.60%	6.48%
<b>1998</b>	6.26%	6.24%	6.29%	6.41%	6.61%	6.66%	6.61%	6.54%	6.68%	6.90%	6.98%	6.97%
<b>1999</b>	6.88%	6.94%	7.16%	7.23%	7.38%	7.44%	7.59%	7.70%	7.87%	7.94%	8.08%	8.15%
<b>2000</b>	8.25%	8.20%	8.16%	8.09%	7.99%	7.87%	7.81%	7.75%	7.79%	7.80%	7.85%	7.92%
<b>2001</b>	8.02%	8.00%	7.83%	7.74%	7.82%	8.09%	8.35%	8.64%	8.98%	9.41%	9.67%	10.00%
<b>2002</b>	9.60%	8.98%	8.04%	5.99%	5.69%	5.76%	5.99%	6.43%	6.91%	7.38%	7.64%	7.79%
<b>2003</b>	7.84%	7.94%	7.96%	8.17%	8.44%	8.60%	8.62%	8.60%	8.53%	8.22%	8.03%	7.91%
<b>2004</b>	7.85%	7.68%	7.29%	7.00%	6.67%	6.49%	6.34%	6.10%	5.85%	5.67%	5.50%	5.21%
<b>2005</b>	4.96%	4.68%	4.15%	3.95%	3.68%	3.38%	3.20%	3.02%	2.70%	2.51%	2.10%	1.76%
<b>2006</b>	1.40%	1.23%	1.01%	0.87%	0.67%	0.33%	0.07%	-0.32%	-0.79%	-1.26%	-1.68%	-2.23%
<b>2007</b>	-2.04%	-1.63%	-1.14%	0.38%	0.24%	-0.18%	-0.93%	-1.89%	-2.81%	-3.65%	-3.92%	-4.21%
<b>2008</b>	-4.38%	-4.87%	-5.67%	-6.47%	-7.01%	-7.44%	-7.59%	-7.69%	-7.85%	-7.78%	-7.78%	-7.68%
<b>2009</b>	-7.61%	-7.51%	-7.56%	-7.54%	-7.37%	-7.21%	-7.14%	-7.19%	-7.12%	-7.21%	-7.33%	-7.53%
<b>2010</b>	-7.58%	-7.99%	-8.09%	-8.27%	-8.36%	-8.32%	-8.27%	-8.35%	-8.26%	-8.54%	-8.68%	-8.77%
<b>2011</b>	-8.68%	-8.82%	-8.99%	-9.16%	-9.26%	-9.37%	-9.50%	-9.69%	-9.80%	-9.75%	-9.85%	-9.90%
<b>2012</b>	-9.91%	-9.93%	-10.03%	-10.05%	-9.93%	-9.78%	-9.51%	-9.24%	-9.08%	-8.97%	-9.21%	-9.36%

Retorno real activo externo. Tenencia en cartera: 5 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-9.21%	-5.23%	-3.08%	-3.48%
<b>1982</b>	-5.66%	-7.64%	-4.37%	-0.79%	7.03%	8.96%	26.69%	20.20%	16.10%	17.56%	18.72%	17.65%
<b>1983</b>	16.17%	16.58%	18.56%	17.48%	18.47%	19.63%	23.99%	27.59%	30.95%	26.04%	22.63%	21.20%
<b>1984</b>	27.94%	30.76%	30.95%	29.76%	29.30%	29.37%	28.66%	32.47%	30.00%	29.10%	32.64%	31.65%
<b>1985</b>	33.62%	37.14%	38.67%	37.56%	37.48%	37.89%	39.95%	39.47%	38.29%	40.44%	38.57%	38.58%
<b>1986</b>	38.68%	35.67%	35.20%	28.75%	25.71%	10.64%	11.86%	15.99%	16.29%	12.98%	11.32%	17.15%
<b>1987</b>	17.40%	19.20%	18.22%	13.51%	5.15%	3.11%	-9.59%	-2.66%	2.06%	0.06%	-1.25%	1.94%
<b>1988</b>	4.32%	4.21%	1.11%	2.54%	4.94%	5.71%	0.37%	-3.95%	-7.41%	-4.41%	-1.52%	0.16%
<b>1989</b>	-4.00%	1.72%	10.34%	16.85%	28.91%	32.86%	12.54%	4.12%	4.46%	6.43%	9.67%	18.07%
<b>1990</b>	3.41%	15.67%	-3.95%	-3.50%	-5.00%	-5.91%	-8.01%	-7.57%	-10.52%	-12.57%	-13.15%	-11.64%
<b>1991</b>	-4.13%	-5.93%	-9.48%	-8.64%	-8.02%	-7.57%	-7.76%	-10.65%	-10.44%	-10.38%	-11.66%	-13.72%
<b>1992</b>	-12.41%	-12.84%	-14.75%	-14.72%	-14.08%	-13.62%	-15.28%	-16.58%	-17.65%	-16.78%	-16.43%	-18.64%
<b>1993</b>	-18.60%	-19.05%	-17.54%	-17.38%	-18.94%	-19.80%	-17.82%	-16.04%	-14.84%	-13.80%	-13.43%	-13.17%
<b>1994</b>	-13.03%	-19.35%	-25.42%	-28.67%	-34.92%	-36.33%	-24.18%	-19.32%	-17.69%	-18.64%	-23.02%	-27.82%

Retorno real activo externo. Tenencia en cartera: 5 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-18.42%	-28.58%	-14.47%	-13.66%	-11.65%	-10.35%	-9.08%	-8.92%	-4.56%	-2.66%	-0.08%	-1.43%
<b>1996</b>	-8.88%	-6.34%	-3.00%	-2.69%	-2.14%	-1.54%	-1.15%	-0.88%	-0.57%	-0.40%	-0.28%	-0.08%
<b>1997</b>	0.45%	0.83%	1.38%	1.72%	1.90%	2.04%	2.37%	2.67%	2.93%	3.26%	3.44%	3.51%
<b>1998</b>	3.60%	3.72%	3.95%	4.21%	4.48%	4.58%	4.57%	4.57%	4.74%	4.97%	5.05%	5.07%
<b>1999</b>	5.01%	5.07%	5.27%	5.35%	5.53%	5.62%	5.78%	5.91%	6.10%	6.19%	6.33%	6.40%
<b>2000</b>	6.50%	6.50%	6.51%	6.57%	6.58%	6.52%	6.48%	6.45%	6.51%	6.54%	6.59%	6.65%
<b>2001</b>	6.73%	6.71%	6.55%	6.42%	6.43%	6.64%	6.86%	7.00%	7.19%	7.50%	7.63%	7.72%
<b>2002</b>	14.85%	24.39%	31.28%	28.56%	32.64%	33.13%	31.43%	30.36%	30.84%	29.23%	29.11%	27.47%
<b>2003</b>	26.25%	25.63%	22.81%	22.56%	22.79%	22.00%	22.61%	23.29%	22.62%	21.90%	22.61%	22.10%
<b>2004</b>	22.08%	21.74%	20.73%	20.33%	20.94%	20.70%	20.68%	20.62%	20.20%	19.98%	19.59%	19.48%
<b>2005</b>	18.86%	18.63%	17.99%	17.71%	17.22%	16.92%	16.50%	16.68%	16.33%	16.90%	16.17%	16.27%
<b>2006</b>	16.15%	16.02%	15.81%	15.43%	15.59%	15.22%	14.88%	14.74%	14.42%	13.91%	13.37%	12.99%
<b>2007</b>	6.05%	-2.28%	-7.77%	-6.28%	-9.62%	-10.22%	-9.39%	-8.97%	-9.82%	-9.17%	-9.21%	-8.19%
<b>2008</b>	-7.46%	-7.45%	-6.14%	-6.67%	-7.62%	-7.86%	-8.56%	-9.30%	-8.53%	-6.86%	-7.74%	-7.09%
<b>2009</b>	-7.08%	-6.66%	-5.62%	-5.78%	-6.27%	-6.00%	-6.01%	-6.27%	-6.29%	-6.62%	-6.75%	-7.31%
<b>2010</b>	-7.06%	-7.51%	-7.57%	-7.78%	-7.63%	-7.71%	-7.57%	-8.03%	-8.03%	-9.05%	-8.98%	-9.58%
<b>2011</b>	-9.70%	-9.87%	-10.17%	-10.05%	-10.48%	-10.58%	-10.63%	-10.81%	-10.11%	-10.10%	-9.12%	-9.58%
<b>2012</b>	-9.48%	-9.87%	-9.32%	-8.85%	-5.99%	-5.96%	-4.86%	-4.78%	-4.90%	-4.74%	-4.78%	-4.04%

Retorno real activo inmueble. Tenencia en cartera: 5 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	0.30%	0.33%	1.31%	2.12%
<b>1982</b>	-2.26%	-0.26%	-1.55%	-5.90%	-5.50%	-3.82%	1.20%	5.35%	7.63%	4.70%	1.85%	3.61%
<b>1983</b>	4.56%	11.68%	10.12%	10.73%	6.97%	3.10%	6.78%	5.86%	3.56%	-0.20%	2.14%	-0.26%
<b>1984</b>	11.45%	2.84%	15.64%	5.73%	7.14%	4.84%	5.20%	1.81%	-3.41%	-6.56%	1.30%	2.88%
<b>1985</b>	1.14%	1.74%	2.38%	2.18%	1.27%	-0.80%	4.17%	4.55%	0.54%	-2.49%	1.61%	0.55%
<b>1986</b>	0.98%	-1.24%	0.35%	-0.55%	5.11%	2.36%	2.93%	5.10%	5.12%	5.15%	6.02%	6.53%
<b>1987</b>	10.70%	9.24%	9.97%	11.71%	10.61%	7.29%	2.86%	4.14%	0.32%	2.43%	2.45%	3.76%
<b>1988</b>	6.35%	3.88%	1.59%	-0.14%	1.97%	3.54%	1.65%	0.57%	0.24%	0.33%	2.41%	1.64%
<b>1989</b>	-2.07%	2.33%	7.22%	10.80%	12.52%	23.38%	9.16%	2.44%	3.51%	7.44%	8.29%	6.41%
<b>1990</b>	3.01%	7.73%	-2.45%	-0.85%	-1.80%	-1.06%	-7.23%	-7.48%	-10.74%	-12.16%	-13.28%	-13.57%
<b>1991</b>	-6.05%	-8.29%	-10.18%	-9.48%	-7.85%	-7.94%	-6.92%	-7.69%	-7.46%	-6.20%	-6.84%	-6.18%
<b>1992</b>	-6.56%	-4.41%	-4.16%	-5.03%	-4.58%	-3.28%	-4.55%	-5.97%	-7.69%	-6.71%	-5.22%	-6.94%
<b>1993</b>	-9.28%	-9.28%	-7.31%	-7.06%	-7.52%	-7.90%	-7.20%	-5.65%	-3.76%	-3.12%	-3.46%	-2.44%
<b>1994</b>	-2.05%	-7.70%	-13.01%	-16.21%	-17.94%	-23.48%	-13.76%	-7.37%	-5.59%	-6.77%	-10.26%	-9.76%

Retorno real activo inmueble. Tenencia en cartera: 5 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-5.68%	-11.19%	-2.32%	-1.65%	0.41%	2.77%	4.55%	4.01%	8.69%	10.82%	12.14%	12.87%
<b>1996</b>	4.27%	6.62%	9.97%	9.00%	6.94%	7.17%	6.76%	5.87%	5.17%	4.32%	4.55%	3.45%
<b>1997</b>	3.37%	2.77%	2.87%	2.93%	2.85%	3.06%	3.00%	3.13%	3.32%	3.73%	3.95%	3.87%
<b>1998</b>	3.85%	3.99%	4.22%	4.31%	4.46%	4.53%	4.53%	4.45%	4.51%	4.72%	4.63%	4.41%
<b>1999</b>	4.39%	4.49%	4.71%	4.70%	4.83%	4.81%	4.77%	4.54%	4.55%	4.35%	4.26%	4.33%
<b>2000</b>	4.38%	4.33%	4.31%	4.21%	4.26%	4.13%	4.23%	4.17%	4.31%	4.37%	4.65%	4.97%
<b>2001</b>	5.07%	5.14%	4.84%	4.70%	4.64%	4.77%	5.17%	4.93%	4.76%	4.59%	4.39%	4.33%
<b>2002</b>	9.13%	13.35%	15.69%	10.72%	12.29%	11.16%	11.50%	11.84%	12.16%	9.60%	9.46%	8.03%
<b>2003</b>	7.21%	6.77%	4.61%	4.46%	4.83%	3.74%	4.41%	5.08%	5.16%	4.51%	5.48%	7.31%
<b>2004</b>	9.65%	10.85%	11.24%	12.48%	13.01%	13.84%	13.54%	13.69%	12.90%	12.26%	11.81%	11.75%
<b>2005</b>	11.20%	10.95%	10.31%	10.44%	9.93%	10.37%	12.04%	12.24%	11.40%	11.75%	11.49%	12.07%
<b>2006</b>	12.92%	13.29%	13.09%	12.77%	13.10%	13.69%	13.85%	14.62%	15.17%	15.83%	16.51%	16.72%
<b>2007</b>	11.79%	7.62%	5.53%	10.09%	8.53%	9.48%	8.63%	7.94%	7.07%	9.18%	9.90%	11.65%
<b>2008</b>	13.03%	13.30%	15.02%	14.71%	13.90%	14.12%	13.70%	12.73%	13.15%	15.25%	13.94%	12.29%
<b>2009</b>	9.82%	8.73%	8.76%	7.25%	7.07%	6.64%	7.30%	6.59%	7.01%	7.21%	7.43%	7.03%
<b>2010</b>	7.40%	6.98%	7.36%	6.77%	7.36%	7.02%	5.37%	4.99%	5.53%	4.74%	4.57%	3.59%
<b>2011</b>	3.03%	2.81%	2.68%	3.03%	2.63%	2.16%	2.14%	2.20%	3.25%	2.91%	3.55%	2.49%
<b>2012</b>	2.42%	1.66%	1.61%	1.58%	4.06%	3.63%	4.85%	4.62%	4.30%	4.11%	3.26%	3.45%

Retorno real de las acciones. Tenencia en cartera: 5 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-37.03%	-35.08%	-26.80%	-27.00%
<b>1982</b>	-28.55%	-31.41%	-34.30%	-32.91%	-25.94%	-18.78%	-7.66%	-8.42%	-9.88%	-7.71%	-11.99%	-10.26%
<b>1983</b>	-9.55%	-11.80%	-14.26%	-6.87%	-3.21%	-7.99%	-9.17%	-6.80%	-15.99%	-7.12%	-4.82%	-10.61%
<b>1984</b>	-8.71%	-8.02%	-7.61%	-19.46%	-24.52%	-20.37%	-23.82%	-23.47%	-23.26%	-28.70%	-24.06%	-21.32%
<b>1985</b>	-25.31%	-30.98%	-31.94%	-33.22%	-31.24%	-23.48%	-19.92%	-5.61%	-2.42%	-2.97%	-3.32%	-2.34%
<b>1986</b>	-5.05%	-7.08%	-10.97%	-1.99%	7.40%	0.55%	1.52%	4.00%	1.27%	-0.51%	-6.64%	-6.48%
<b>1987</b>	-0.68%	4.94%	5.01%	4.19%	-3.69%	-9.19%	-19.07%	-9.82%	-6.98%	-5.73%	-5.65%	-5.67%
<b>1988</b>	-6.83%	-8.97%	-9.07%	-12.65%	-7.97%	-3.49%	-2.49%	-5.39%	0.71%	-8.42%	-11.27%	-5.30%
<b>1989</b>	-13.01%	-11.83%	-7.94%	3.13%	14.33%	27.17%	9.48%	12.23%	30.30%	32.19%	24.24%	26.86%
<b>1990</b>	7.28%	24.61%	12.44%	23.54%	23.96%	9.75%	6.16%	-11.58%	-15.96%	-14.35%	-15.35%	-14.60%
<b>1991</b>	-7.77%	-6.24%	1.08%	-1.66%	-2.86%	-3.26%	-3.75%	10.94%	16.58%	21.96%	19.77%	25.01%
<b>1992</b>	22.74%	17.22%	22.58%	26.12%	31.07%	25.22%	24.32%	14.49%	13.30%	13.49%	12.10%	15.20%
<b>1993</b>	15.44%	15.29%	16.48%	13.94%	6.20%	7.86%	4.15%	6.57%	3.23%	10.77%	13.11%	17.70%
<b>1994</b>	23.12%	17.54%	5.33%	2.69%	-5.95%	-18.19%	2.88%	2.38%	-8.79%	-7.71%	-6.85%	-13.47%



Retorno real de las acciones. Tenencia en cartera: 5 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	4.75%	-13.26%	2.08%	-0.42%	2.89%	3.61%	3.39%	6.03%	8.65%	10.69%	15.61%	18.11%
<b>1996</b>	11.89%	10.25%	4.91%	5.69%	6.00%	8.43%	5.31%	-7.53%	-7.75%	-11.02%	-7.01%	-9.89%
<b>1997</b>	-8.89%	-7.81%	-9.64%	-10.36%	-11.18%	-6.24%	-2.04%	1.16%	4.08%	1.92%	5.32%	2.91%
<b>1998</b>	0.95%	3.90%	3.11%	3.74%	2.17%	0.02%	1.80%	-7.54%	-6.49%	-5.84%	-4.49%	-9.55%
<b>1999</b>	-13.39%	-11.90%	-8.26%	-3.60%	-6.44%	-4.24%	-6.32%	-7.43%	-6.22%	-4.80%	-3.11%	0.29%
<b>2000</b>	0.79%	6.31%	2.60%	1.06%	-1.01%	0.90%	-0.21%	0.24%	0.67%	0.94%	-3.76%	-4.84%
<b>2001</b>	-3.27%	-3.26%	-3.71%	-5.68%	-6.51%	-7.96%	-8.70%	-8.32%	-13.19%	-14.76%	-15.83%	-10.67%
<b>2002</b>	-4.51%	-6.18%	-3.94%	-9.23%	-12.63%	-12.21%	-13.06%	-12.87%	-13.54%	-9.26%	-8.35%	-9.10%
<b>2003</b>	-6.86%	-7.06%	-8.67%	-6.93%	-3.92%	-1.32%	-2.91%	3.61%	3.78%	3.05%	3.59%	8.60%
<b>2004</b>	11.84%	11.77%	10.01%	2.21%	1.05%	1.86%	3.35%	3.08%	5.49%	6.15%	5.56%	6.12%
<b>2005</b>	6.81%	8.99%	7.10%	7.31%	9.49%	7.43%	9.22%	10.68%	12.69%	12.18%	13.89%	13.44%
<b>2006</b>	12.50%	14.43%	15.45%	17.81%	14.63%	17.18%	21.67%	20.96%	25.49%	30.03%	32.88%	25.31%
<b>2007</b>	15.54%	16.80%	14.45%	20.30%	25.09%	23.11%	21.61%	20.66%	21.52%	21.73%	17.80%	16.72%
<b>2008</b>	14.25%	13.75%	13.60%	10.84%	11.06%	8.10%	5.39%	4.50%	-0.42%	-9.23%	-11.36%	-13.26%
<b>2009</b>	-14.37%	-16.11%	-14.62%	-10.54%	-5.02%	-4.83%	-4.19%	-4.18%	-4.11%	-5.05%	-4.18%	-4.72%
<b>2010</b>	-4.76%	-8.54%	-5.69%	-4.80%	-8.07%	-7.28%	-7.18%	-9.16%	-8.78%	-6.26%	-4.80%	-3.12%
<b>2011</b>	-5.49%	-5.56%	-6.70%	-8.80%	-6.95%	-7.76%	-8.46%	-10.19%	-13.38%	-11.77%	-15.55%	-16.93%
<b>2012</b>	-15.85%	-16.16%	-16.55%	-19.15%	-20.38%	-19.38%	-18.38%	-18.08%	-18.99%	-20.66%	-19.82%	-17.73%

Retorno real activo doméstico. Tenencia en cartera: 10 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1982</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1983</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1984</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1985</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1986</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-11.42%	-11.08%	-10.72%	-9.80%
<b>1987</b>	-9.66%	-9.43%	-9.45%	-9.48%	-9.28%	-9.25%	-9.33%	-9.31%	-9.27%	-9.36%	-9.41%	-9.26%
<b>1988</b>	-8.90%	-9.14%	-9.24%	-9.15%	-9.03%	-9.21%	-9.81%	-10.23%	-10.37%	-10.10%	-9.65%	-9.22%
<b>1989</b>	-8.50%	-8.29%	-8.34%	-9.34%	-11.93%	-13.68%	-17.71%	-18.70%	-18.47%	-18.61%	-18.81%	-21.02%
<b>1990</b>	-23.81%	-26.54%	-30.29%	-29.85%	-30.01%	-30.35%	-30.57%	-31.15%	-31.75%	-31.35%	-31.23%	-31.21%
<b>1991</b>	-31.39%	-32.59%	-32.73%	-32.50%	-32.57%	-32.58%	-32.60%	-32.73%	-32.91%	-33.07%	-32.99%	-32.85%
<b>1992</b>	-32.64%	-32.82%	-33.03%	-33.20%	-33.49%	-33.43%	-32.84%	-32.28%	-31.53%	-31.18%	-30.86%	-30.66%
<b>1993</b>	-30.13%	-29.95%	-29.85%	-29.84%	-29.94%	-29.57%	-29.32%	-28.85%	-28.26%	-28.09%	-27.77%	-27.53%
<b>1994</b>	-27.63%	-27.24%	-26.56%	-25.98%	-25.70%	-25.37%	-25.38%	-25.11%	-24.55%	-24.62%	-25.19%	-25.28%

Retorno real activo doméstico. Tenencia en cartera: 10 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-25.42%	-25.55%	-25.18%	-24.83%	-24.87%	-24.84%	-25.60%	-25.73%	-25.97%	-26.19%	-26.27%	-26.33%
<b>1996</b>	-26.42%	-26.57%	-26.51%	-26.47%	-26.44%	-26.38%	-26.20%	-25.85%	-25.75%	-25.80%	-25.89%	-26.02%
<b>1997</b>	-26.01%	-26.08%	-25.93%	-25.88%	-25.98%	-25.87%	-25.70%	-25.37%	-25.30%	-24.86%	-24.79%	-25.08%
<b>1998</b>	-25.18%	-25.25%	-25.03%	-24.79%	-24.70%	-24.56%	-24.08%	-23.61%	-23.47%	-23.36%	-23.51%	-23.65%
<b>1999</b>	-23.84%	-23.90%	-23.65%	-22.71%	-20.33%	-18.43%	-14.35%	-12.88%	-13.08%	-13.13%	-12.99%	-10.62%
<b>2000</b>	-7.23%	-3.77%	1.59%	1.15%	1.61%	2.31%	2.57%	3.26%	4.20%	3.96%	3.93%	3.93%
<b>2001</b>	4.24%	6.05%	6.24%	5.88%	6.10%	6.43%	6.61%	6.73%	6.93%	7.14%	7.25%	7.43%
<b>2002</b>	7.41%	7.21%	6.95%	6.03%	5.89%	5.90%	6.11%	6.40%	6.69%	7.00%	7.12%	7.13%
<b>2003</b>	7.05%	7.09%	7.12%	7.28%	7.52%	7.63%	7.61%	7.56%	7.60%	7.56%	7.50%	7.44%
<b>2004</b>	7.36%	7.31%	7.22%	7.12%	7.03%	6.96%	6.96%	6.90%	6.86%	6.80%	6.78%	6.67%
<b>2005</b>	6.59%	6.42%	6.14%	6.00%	5.81%	5.60%	5.48%	5.36%	5.21%	5.13%	4.94%	4.79%
<b>2006</b>	4.66%	4.56%	4.36%	4.25%	4.18%	4.13%	4.13%	4.06%	3.98%	3.94%	3.84%	3.71%
<b>2007</b>	3.62%	3.54%	3.35%	3.14%	2.93%	2.74%	2.47%	2.18%	1.94%	1.72%	1.69%	1.61%
<b>2008</b>	1.55%	1.34%	0.92%	0.59%	0.42%	0.26%	0.18%	0.12%	0.00%	-0.10%	-0.19%	-0.19%
<b>2009</b>	-0.18%	-0.20%	-0.42%	-0.53%	-0.60%	-0.60%	-0.62%	-0.77%	-0.85%	-0.98%	-1.12%	-1.37%
<b>2010</b>	-1.51%	-1.86%	-2.16%	-2.35%	-2.52%	-2.64%	-2.70%	-2.83%	-2.94%	-3.17%	-3.44%	-3.65%
<b>2011</b>	-3.77%	-3.93%	-4.12%	-4.28%	-4.42%	-4.64%	-4.84%	-5.12%	-5.40%	-5.60%	-5.85%	-6.14%
<b>2012</b>	-6.06%	-5.87%	-5.69%	-4.98%	-4.98%	-5.10%	-5.31%	-5.64%	-6.00%	-6.34%	-6.60%	-6.82%

Retorno real activo externo. Tenencia en cartera: 10 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1982</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1983</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1984</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1985</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1986</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	2.75%	3.48%	3.87%	6.34%
<b>1987</b>	5.24%	4.93%	6.33%	6.12%	6.08%	6.00%	7.02%	8.17%	8.86%	8.46%	8.28%	9.51%
<b>1988</b>	10.09%	10.22%	9.49%	9.76%	11.50%	12.45%	11.55%	10.70%	10.11%	9.76%	9.89%	10.18%
<b>1989</b>	10.83%	15.33%	20.20%	23.14%	29.11%	31.10%	20.33%	17.44%	16.53%	17.22%	20.61%	24.67%
<b>1990</b>	17.55%	25.95%	15.41%	15.22%	14.28%	13.91%	13.46%	13.54%	11.24%	10.81%	9.70%	10.66%
<b>1991</b>	15.31%	12.97%	10.63%	8.46%	7.53%	1.13%	1.58%	1.80%	2.05%	0.63%	-0.83%	0.54%
<b>1992</b>	1.40%	1.93%	0.39%	-1.61%	-4.95%	-5.62%	-12.48%	-9.89%	-8.33%	-8.74%	-9.16%	-8.93%
<b>1993</b>	-7.85%	-8.15%	-8.69%	-7.95%	-7.77%	-7.93%	-9.18%	-10.20%	-11.20%	-9.23%	-7.67%	-6.74%
<b>1994</b>	-8.63%	-9.43%	-9.28%	-8.71%	-8.40%	-8.03%	-7.63%	-8.34%	-7.27%	-6.95%	-8.11%	-7.68%

Retorno real activo externo. Tenencia en cartera: 10 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-8.15%	-9.11%	-9.36%	-8.72%	-8.39%	-8.15%	-8.55%	-8.25%	-7.59%	-7.75%	-6.85%	-6.68%
<b>1996</b>	-6.53%	-6.14%	-6.30%	-5.71%	-5.12%	-4.60%	-4.51%	-5.89%	-5.63%	-5.52%	-6.14%	-7.15%
<b>1997</b>	-6.20%	-6.25%	-7.03%	-6.86%	-6.43%	-6.12%	-6.88%	-7.45%	-7.94%	-7.30%	-7.03%	-8.23%
<b>1998</b>	-8.17%	-8.37%	-7.42%	-7.21%	-7.97%	-8.42%	-7.30%	-6.30%	-5.55%	-4.88%	-4.64%	-4.49%
<b>1999</b>	-4.44%	-7.95%	-11.39%	-13.31%	-17.13%	-18.00%	-10.44%	-7.56%	-6.55%	-7.05%	-9.53%	-12.36%
<b>2000</b>	-6.79%	-12.79%	-4.55%	-4.08%	-2.96%	-2.28%	-1.61%	-1.54%	0.82%	1.83%	3.20%	2.53%
<b>2001</b>	-1.38%	-0.02%	1.66%	1.76%	2.06%	2.47%	2.78%	2.98%	3.23%	3.47%	3.60%	3.75%
<b>2002</b>	7.41%	11.99%	15.36%	14.36%	16.26%	16.55%	15.99%	15.69%	16.05%	15.52%	15.56%	14.86%
<b>2003</b>	14.36%	14.15%	12.99%	13.01%	13.26%	12.95%	13.23%	13.54%	13.33%	13.12%	13.49%	13.27%
<b>2004</b>	13.22%	13.10%	12.74%	12.59%	12.97%	12.91%	12.98%	13.03%	12.93%	12.87%	12.76%	12.75%
<b>2005</b>	12.51%	12.40%	12.10%	12.00%	11.77%	11.60%	11.38%	11.45%	11.31%	11.60%	11.28%	11.36%
<b>2006</b>	11.34%	11.27%	11.09%	10.83%	10.92%	10.85%	10.80%	10.80%	10.74%	10.66%	10.47%	10.32%
<b>2007</b>	10.36%	10.25%	10.04%	9.77%	9.49%	9.32%	9.13%	8.94%	8.62%	8.34%	8.27%	8.18%
<b>2008</b>	8.09%	7.83%	7.36%	6.95%	6.50%	6.02%	5.89%	5.74%	5.91%	6.55%	6.36%	6.51%
<b>2009</b>	6.51%	6.60%	6.74%	6.48%	6.47%	6.52%	6.50%	6.33%	6.13%	5.85%	5.60%	5.24%
<b>2010</b>	5.10%	4.75%	4.43%	4.19%	4.05%	3.88%	3.77%	3.59%	3.44%	3.11%	2.83%	2.53%
<b>2011</b>	2.41%	2.26%	2.00%	1.90%	1.73%	1.51%	1.32%	1.16%	1.42%	1.19%	1.51%	1.08%
<b>2012</b>	-2.02%	-6.15%	-8.55%	-7.57%	-7.82%	-8.11%	-7.15%	-6.89%	-7.39%	-6.98%	-7.02%	-6.14%

Retorno real activo inmueble. Tenencia en cartera: 10 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1982</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1983</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1984</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1985</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1986</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	3.38%	3.41%	4.34%	5.01%
<b>1987</b>	4.72%	5.09%	4.76%	3.22%	2.93%	2.27%	2.72%	5.46%	4.61%	4.26%	2.84%	4.39%
<b>1988</b>	6.16%	8.44%	6.49%	5.87%	5.15%	4.02%	4.89%	3.88%	2.58%	0.75%	2.97%	1.37%
<b>1989</b>	5.18%	3.28%	12.11%	8.97%	10.54%	14.51%	7.89%	2.82%	0.67%	0.88%	5.45%	5.34%
<b>1990</b>	2.77%	5.40%	0.61%	1.34%	0.40%	-0.26%	-1.03%	-0.98%	-4.62%	-6.82%	-5.49%	-6.15%
<b>1991</b>	-1.94%	-4.19%	-4.42%	-4.48%	-0.91%	-2.27%	-1.45%	-0.83%	-0.70%	-0.01%	0.06%	0.65%
<b>1992</b>	2.39%	2.88%	3.36%	3.70%	3.43%	2.56%	-0.24%	-0.37%	-3.12%	-1.58%	-0.79%	-1.07%
<b>1993</b>	-1.11%	-2.26%	-2.30%	-3.01%	-2.23%	-1.68%	-2.22%	-1.93%	-1.12%	-0.74%	0.11%	0.26%
<b>1994</b>	-1.40%	-2.16%	-2.76%	-2.99%	-3.26%	-2.18%	-2.32%	-1.93%	-0.47%	0.77%	-0.75%	-1.34%

Retorno real activo inmueble. Tenencia en cartera: 10 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-0.76%	-1.52%	-1.72%	-0.58%	-0.02%	1.52%	-0.85%	-1.24%	-0.83%	-0.66%	-0.71%	-0.56%
<b>1996</b>	-0.35%	-0.45%	0.06%	0.01%	-0.06%	0.00%	0.36%	-0.47%	-0.67%	-0.41%	-0.64%	-0.81%
<b>1997</b>	-1.05%	-0.21%	-0.03%	-0.46%	-0.26%	0.52%	-0.17%	-0.86%	-1.67%	-0.96%	-0.07%	-1.01%
<b>1998</b>	-2.28%	-2.21%	-1.04%	-0.87%	-1.05%	-1.21%	-0.84%	-0.05%	0.97%	1.40%	1.18%	1.61%
<b>1999</b>	1.80%	-1.13%	-3.91%	-5.70%	-6.62%	-9.84%	-4.30%	-0.93%	0.03%	-0.69%	-2.62%	-2.31%
<b>2000</b>	-0.10%	-3.09%	1.63%	1.93%	3.02%	4.15%	5.09%	4.79%	7.20%	8.28%	9.07%	9.59%
<b>2001</b>	5.38%	6.59%	8.10%	7.55%	6.50%	6.68%	6.68%	6.11%	5.68%	5.17%	5.18%	4.60%
<b>2002</b>	6.93%	8.66%	9.83%	7.48%	8.20%	7.76%	7.89%	8.12%	8.38%	7.35%	7.39%	6.65%
<b>2003</b>	6.23%	6.08%	5.13%	5.09%	5.35%	4.84%	5.18%	5.47%	5.54%	5.32%	5.77%	6.57%
<b>2004</b>	7.71%	8.35%	8.66%	9.26%	9.58%	9.98%	9.81%	9.76%	9.38%	8.97%	8.70%	8.71%
<b>2005</b>	8.47%	8.32%	8.00%	8.01%	7.79%	7.93%	8.80%	8.86%	8.53%	8.73%	8.75%	9.20%
<b>2006</b>	9.66%	9.88%	9.62%	9.40%	9.52%	9.88%	10.17%	10.41%	10.59%	10.82%	11.03%	11.10%
<b>2007</b>	11.20%	11.20%	11.24%	11.15%	11.14%	11.07%	10.80%	10.62%	10.33%	10.13%	10.42%	10.57%
<b>2008</b>	10.83%	10.73%	10.44%	10.21%	10.01%	9.54%	9.70%	9.58%	9.82%	10.50%	10.38%	10.52%
<b>2009</b>	10.48%	10.53%	10.74%	10.58%	10.74%	10.93%	11.12%	10.83%	10.66%	10.45%	10.35%	10.11%
<b>2010</b>	10.02%	9.69%	9.56%	9.32%	9.38%	9.42%	9.39%	9.29%	9.16%	8.92%	8.70%	8.47%
<b>2011</b>	8.59%	8.65%	8.49%	8.52%	8.47%	8.50%	8.57%	8.96%	9.78%	9.92%	10.58%	10.12%
<b>2012</b>	7.73%	5.31%	4.25%	6.47%	6.99%	7.24%	7.44%	6.99%	6.40%	7.34%	7.25%	8.20%

Retorno real de las acciones. Tenencia en cartera: 10 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1977</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1978</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1979</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1980</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1981</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1982</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1983</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1984</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1985</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1986</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-19.91%	-19.39%	-17.08%	-17.13%
<b>1987</b>	-15.51%	-14.91%	-16.69%	-16.15%	-15.29%	-13.87%	-13.30%	-8.86%	-8.17%	-6.45%	-8.60%	-7.72%
<b>1988</b>	-7.93%	-10.13%	-11.44%	-9.54%	-5.34%	-5.49%	-5.61%	-5.82%	-7.74%	-7.50%	-7.83%	-7.72%
<b>1989</b>	-10.62%	-9.68%	-7.50%	-8.59%	-6.83%	0.93%	-8.40%	-7.05%	0.29%	-2.63%	-2.58%	0.20%
<b>1990</b>	-10.22%	-6.98%	-12.26%	-8.90%	-7.40%	-8.09%	-7.53%	-8.38%	-9.17%	-8.57%	-9.27%	-8.40%
<b>1991</b>	-6.15%	-6.38%	-4.86%	-1.53%	2.44%	-1.08%	-0.86%	7.73%	8.97%	10.48%	6.06%	8.45%
<b>1992</b>	10.74%	11.23%	13.79%	14.97%	12.69%	6.95%	0.61%	1.91%	2.96%	3.74%	3.15%	4.56%
<b>1993</b>	4.02%	2.75%	3.22%	0.06%	-0.84%	2.33%	1.07%	0.71%	2.27%	1.02%	0.48%	5.89%
<b>1994</b>	3.80%	2.10%	-1.24%	3.22%	4.00%	2.30%	6.44%	7.51%	9.34%	10.78%	7.89%	5.08%



Retorno real de las acciones. Tenencia en cartera: 10 años (continuación).

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	6.32%	4.28%	7.45%	11.24%	13.27%	6.95%	5.08%	-2.89%	-4.16%	-2.34%	-0.78%	0.73%
<b>1996</b>	1.89%	1.97%	3.29%	2.25%	1.78%	2.73%	0.97%	1.58%	4.01%	4.49%	5.84%	6.45%
<b>1997</b>	6.06%	4.26%	5.56%	6.65%	8.21%	8.67%	10.68%	7.94%	8.92%	7.87%	8.98%	9.21%
<b>1998</b>	8.27%	9.77%	9.91%	9.04%	4.47%	4.18%	3.27%	-0.44%	-1.46%	2.43%	4.25%	3.48%
<b>1999</b>	3.57%	2.06%	-1.41%	-0.21%	-5.92%	-11.22%	-1.54%	-2.36%	-7.24%	-5.99%	-4.72%	-6.57%
<b>2000</b>	3.06%	-3.69%	2.64%	0.62%	1.22%	2.55%	1.88%	3.40%	4.89%	6.01%	5.79%	6.33%
<b>2001</b>	4.34%	3.58%	0.81%	0.14%	-0.16%	0.20%	-1.66%	-7.66%	-10.25%	-12.65%	-11.27%	-10.02%
<b>2002</b>	-6.45%	-6.72%	-6.56%	-9.53%	-11.65%	-9.00%	-7.44%	-5.84%	-4.85%	-3.55%	-1.47%	-3.00%
<b>2003</b>	-2.75%	-1.44%	-2.67%	-1.45%	-0.63%	-0.36%	-0.29%	-1.83%	-1.20%	-1.21%	-0.24%	-0.60%
<b>2004</b>	-1.29%	-0.47%	0.76%	-0.44%	-2.48%	-0.94%	-1.31%	-2.03%	-0.24%	0.82%	1.43%	3.47%
<b>2005</b>	4.06%	7.96%	5.14%	4.45%	4.42%	4.42%	4.71%	5.64%	6.82%	6.72%	5.01%	4.20%
<b>2006</b>	4.63%	5.52%	5.75%	5.73%	3.83%	4.16%	5.71%	5.62%	4.68%	5.59%	6.07%	6.11%
<b>2007</b>	5.35%	4.99%	5.16%	4.81%	4.85%	4.27%	3.12%	2.84%	2.81%	5.41%	4.21%	3.31%
<b>2008</b>	3.46%	3.12%	2.16%	1.87%	3.61%	3.59%	1.45%	4.36%	1.96%	-3.00%	-3.89%	-2.66%
<b>2009</b>	-1.85%	-2.88%	-2.80%	-4.09%	-1.74%	-1.25%	-0.20%	-0.32%	0.87%	0.69%	0.87%	0.85%
<b>2010</b>	1.16%	0.14%	0.80%	1.37%	0.62%	0.10%	0.98%	0.57%	1.69%	2.85%	4.44%	5.14%
<b>2011</b>	3.42%	4.26%	4.09%	3.96%	3.58%	4.27%	5.85%	4.54%	4.57%	7.43%	6.25%	2.33%
<b>2012</b>	-1.10%	-0.75%	-1.98%	-1.09%	0.09%	-0.08%	-0.08%	-0.29%	-0.49%	-1.43%	-2.53%	-1.71%

Retorno real del activo doméstico. Tenencia en cartera: 20 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1996</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-18.90%	-18.77%	-18.66%	-18.31%
<b>1997</b>	-18.24%	-18.18%	-18.10%	-18.09%	-18.06%	-17.98%	-17.92%	-17.73%	-17.67%	-17.48%	-17.46%	-17.55%
<b>1998</b>	-17.44%	-17.59%	-17.51%	-17.33%	-17.23%	-17.24%	-17.25%	-17.19%	-17.18%	-17.00%	-16.87%	-16.75%
<b>1999</b>	-16.52%	-16.46%	-16.35%	-16.29%	-16.23%	-16.09%	-16.05%	-15.84%	-15.82%	-15.91%	-15.95%	-15.98%
<b>2000</b>	-15.93%	-15.92%	-15.85%	-15.76%	-15.67%	-15.59%	-15.61%	-15.68%	-15.67%	-15.52%	-15.45%	-15.45%
<b>2001</b>	-15.43%	-15.45%	-15.46%	-15.46%	-15.42%	-15.29%	-15.24%	-15.26%	-15.30%	-15.32%	-15.22%	-15.07%
<b>2002</b>	-14.94%	-15.13%	-15.37%	-15.84%	-16.08%	-16.04%	-15.58%	-15.11%	-14.53%	-14.19%	-13.94%	-13.81%
<b>2003</b>	-13.51%	-13.39%	-13.31%	-13.24%	-13.20%	-12.94%	-12.79%	-12.52%	-12.14%	-12.06%	-11.88%	-11.76%
<b>2004</b>	-11.85%	-11.64%	-11.26%	-10.96%	-10.83%	-10.65%	-10.66%	-10.53%	-10.21%	-10.27%	-10.62%	-10.72%
<b>2005</b>	-10.84%	-10.99%	-10.89%	-10.73%	-10.84%	-10.91%	-11.41%	-11.54%	-11.74%	-11.91%	-12.04%	-12.14%
<b>2006</b>	-12.25%	-12.38%	-12.42%	-12.45%	-12.46%	-12.44%	-12.34%	-12.16%	-12.13%	-12.18%	-12.27%	-12.41%
<b>2007</b>	-12.44%	-12.51%	-12.51%	-12.56%	-12.72%	-12.73%	-12.75%	-12.68%	-12.74%	-12.58%	-12.54%	-12.75%
<b>2008</b>	-12.84%	-12.97%	-13.02%	-13.02%	-13.04%	-13.03%	-12.79%	-12.55%	-12.52%	-12.50%	-12.62%	-12.70%
<b>2009</b>	-12.81%	-12.85%	-12.80%	-12.32%	-11.01%	-9.95%	-7.74%	-7.02%	-7.17%	-7.25%	-7.24%	-6.11%
<b>2010</b>	-4.42%	-2.82%	-0.30%	-0.62%	-0.48%	-0.20%	-0.10%	0.17%	0.57%	0.33%	0.18%	0.07%
<b>2011</b>	0.15%	0.94%	0.93%	0.67%	0.70%	0.74%	0.72%	0.63%	0.58%	0.57%	0.49%	0.41%
<b>2012</b>	0.45%	0.45%	0.43%	0.37%	0.31%	0.25%	0.24%	0.20%	0.14%	0.10%	0.02%	-0.09%

Retorno real del activo externo. Tenencia en cartera: 20 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1996</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.53%	-1.13%	-1.26%	-0.64%
<b>1997</b>	-0.64%	-0.82%	-0.58%	-0.58%	-0.37%	-0.24%	-0.17%	0.05%	0.11%	0.27%	0.33%	0.25%
<b>1998</b>	0.54%	0.50%	0.68%	0.92%	1.30%	1.48%	1.69%	1.84%	1.98%	2.18%	2.37%	2.59%
<b>1999</b>	2.91%	3.04%	3.20%	3.32%	3.44%	3.69%	3.81%	4.19%	4.36%	4.38%	4.46%	4.53%
<b>2000</b>	4.68%	4.80%	4.96%	5.13%	5.31%	5.50%	5.66%	5.73%	5.90%	6.22%	6.40%	6.52%
<b>2001</b>	6.64%	6.27%	6.05%	5.06%	4.76%	1.80%	2.18%	2.39%	2.64%	2.04%	1.36%	2.13%
<b>2002</b>	4.36%	6.84%	7.62%	6.07%	5.12%	4.88%	0.75%	2.10%	3.14%	2.67%	2.46%	2.28%
<b>2003</b>	2.66%	2.39%	1.57%	1.99%	2.21%	1.98%	1.41%	0.97%	0.32%	1.33%	2.37%	2.77%
<b>2004</b>	1.71%	1.21%	1.13%	1.39%	1.72%	1.90%	2.16%	1.78%	2.33%	2.49%	1.79%	2.03%
<b>2005</b>	1.66%	1.07%	0.80%	1.11%	1.19%	1.24%	0.92%	1.12%	1.42%	1.46%	1.81%	1.94%
<b>2006</b>	2.01%	2.20%	2.03%	2.23%	2.58%	2.83%	2.86%	2.11%	2.23%	2.25%	1.82%	1.21%
<b>2007</b>	1.74%	1.67%	1.14%	1.11%	1.22%	1.31%	0.81%	0.41%	0.00%	0.22%	0.33%	-0.36%
<b>2008</b>	-0.37%	-0.60%	-0.30%	-0.38%	-1.00%	-1.46%	-0.93%	-0.46%	0.01%	0.68%	0.71%	0.86%
<b>2009</b>	0.89%	-0.94%	-2.74%	-3.93%	-6.07%	-6.54%	-2.34%	-0.86%	-0.41%	-0.81%	-2.25%	-3.97%
<b>2010</b>	-1.02%	-4.42%	-0.16%	-0.03%	0.49%	0.75%	1.04%	1.00%	2.12%	2.47%	3.02%	2.53%
<b>2011</b>	0.50%	1.11%	1.83%	1.83%	1.89%	1.99%	2.05%	2.07%	2.32%	2.33%	2.55%	2.40%
<b>2012</b>	2.59%	2.52%	2.71%	2.81%	3.52%	3.49%	3.78%	3.79%	3.67%	3.66%	3.66%	3.83%

Retorno real del activo inmueble. Tenencia en cartera: 20 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1996</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	1.67%	1.83%	2.17%	2.40%
<b>1997</b>	2.14%	2.75%	2.68%	1.71%	1.67%	1.74%	1.60%	2.60%	1.77%	1.96%	1.72%	2.00%
<b>1998</b>	2.20%	3.33%	3.00%	2.79%	2.35%	1.71%	2.33%	2.24%	2.11%	1.42%	2.42%	1.84%
<b>1999</b>	3.83%	1.39%	4.14%	1.71%	1.94%	1.95%	1.96%	1.27%	0.69%	0.43%	1.68%	1.79%
<b>2000</b>	1.67%	1.41%	1.46%	1.97%	2.04%	2.27%	2.33%	2.21%	1.46%	0.78%	1.87%	1.76%
<b>2001</b>	2.00%	1.40%	2.00%	1.70%	3.07%	2.45%	2.88%	2.93%	2.79%	2.89%	2.93%	2.95%
<b>2002</b>	4.99%	6.09%	6.91%	5.93%	6.15%	5.48%	4.10%	4.14%	2.82%	3.13%	3.57%	3.07%
<b>2003</b>	2.84%	2.17%	1.69%	1.30%	1.83%	1.87%	1.76%	2.05%	2.50%	2.59%	3.25%	3.71%
<b>2004</b>	3.41%	3.31%	3.14%	3.30%	3.31%	4.07%	3.92%	4.10%	4.69%	5.14%	4.22%	3.91%
<b>2005</b>	4.10%	3.63%	3.37%	3.98%	4.16%	5.03%	4.21%	4.04%	4.09%	4.28%	4.26%	4.56%
<b>2006</b>	4.89%	4.94%	5.09%	4.95%	4.98%	5.18%	5.51%	5.18%	5.16%	5.41%	5.39%	5.33%
<b>2007</b>	5.25%	5.70%	5.81%	5.54%	5.64%	6.02%	5.53%	5.08%	4.51%	4.79%	5.40%	4.97%
<b>2008</b>	4.42%	4.41%	4.89%	4.88%	4.69%	4.38%	4.65%	5.00%	5.66%	6.21%	6.04%	6.33%
<b>2009</b>	6.41%	4.89%	3.50%	2.46%	2.03%	0.35%	3.47%	5.14%	5.57%	5.09%	4.01%	4.07%
<b>2010</b>	5.19%	3.45%	5.88%	5.92%	6.51%	7.11%	7.58%	7.38%	8.54%	8.97%	9.25%	9.40%
<b>2011</b>	7.34%	7.98%	8.66%	8.40%	7.84%	7.95%	7.98%	7.89%	8.08%	7.88%	8.21%	7.69%
<b>2012</b>	7.69%	7.33%	7.37%	7.34%	7.96%	7.86%	8.03%	7.92%	7.75%	7.71%	7.68%	7.79%

Retorno real de las acciones. Tenencia en cartera: 20 años.

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre
<b>1995</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>1996</b>	-	-	-	-	-	-	-	-	-8.60%	-8.09%	-6.18%	-5.94%
<b>1997</b>	-5.20%	-5.67%	-6.09%	-5.30%	-4.12%	-3.11%	-1.89%	-0.67%	0.16%	0.61%	-0.05%	0.54%
<b>1998</b>	-0.01%	-0.53%	-1.19%	-0.54%	-0.41%	-0.63%	-1.12%	-3.03%	-4.51%	-2.52%	-1.83%	-2.13%
<b>1999</b>	-3.65%	-3.84%	-4.36%	-4.35%	-6.23%	-5.20%	-4.89%	-4.59%	-3.40%	-4.18%	-3.51%	-3.10%
<b>2000</b>	-3.67%	-5.21%	-4.96%	-4.12%	-3.04%	-2.77%	-2.79%	-2.52%	-2.25%	-1.40%	-1.88%	-1.17%
<b>2001</b>	-0.89%	-1.38%	-1.92%	-0.55%	1.29%	-0.30%	-1.11%	-0.11%	-0.96%	-1.62%	-2.85%	-1.07%
<b>2002</b>	1.93%	2.01%	3.27%	2.14%	-0.07%	-1.20%	-3.36%	-1.90%	-0.88%	0.18%	0.96%	0.86%
<b>2003</b>	0.72%	0.78%	0.38%	-0.55%	-0.59%	1.13%	0.54%	-0.42%	0.67%	0.05%	0.27%	2.75%
<b>2004</b>	1.37%	0.96%	-0.10%	1.52%	0.86%	0.82%	2.64%	2.78%	4.59%	5.84%	4.77%	4.43%
<b>2005</b>	5.34%	6.26%	6.44%	7.95%	8.92%	5.84%	5.05%	1.44%	1.33%	2.24%	2.22%	2.60%
<b>2006</b>	3.40%	3.89%	4.66%	4.13%	2.95%	3.59%	3.47%	3.73%	4.50%	5.19%	6.11%	6.44%
<b>2007</b>	5.86%	4.78%	5.52%	5.88%	6.68%	6.61%	6.99%	5.51%	5.97%	6.79%	6.73%	6.37%
<b>2008</b>	5.99%	6.55%	6.12%	5.55%	4.19%	4.04%	2.51%	2.08%	0.39%	-0.18%	0.24%	0.52%
<b>2009</b>	0.97%	-0.29%	-1.96%	-2.02%	-3.71%	-6.23%	-0.72%	-1.20%	-3.12%	-2.56%	-1.82%	-2.78%
<b>2010</b>	2.25%	-1.65%	1.87%	1.14%	1.07%	1.47%	1.58%	2.13%	3.43%	4.57%	5.27%	5.89%
<b>2011</b>	4.03%	4.07%	2.59%	2.19%	1.85%	2.36%	2.18%	-1.60%	-2.98%	-2.99%	-2.76%	-3.90%
<b>2012</b>	-3.67%	-3.64%	-4.15%	-5.26%	-5.82%	-4.50%	-3.69%	-2.96%	-2.55%	-2.35%	-1.85%	-2.21%

## **Rutinas**

## R.1. Rutinas correspondientes a la sección V

Rutina correspondiente al Ejercicio 1

```
clear
clc

P=xlsread('G:\DatosS5','Retornos','d7:g430');

%----- CALCULO M1 -----%
for i = 1:size(P,2)
    M1 (i) = mean(P(:,i)); %Calculo el vector de varianzas para todas las
    variables de la matriz P
end
M1 = M1';

%----- CALCULO M2 -----%
M2 = [];
for i = 1:size(P,2)
    for j = 1:size(P,2)
        u = 0;
        for t = 1:size(P,1)
            u = u + ((P(t,i) - mean(P(:,i))) * (P(t,j) - mean (P(:,j)))); % es la
            suma del producto de cada valor menos la media de la columna
        end
        M2(i,j) = u / ((size(P,1))-1);
    end
end

clear i;
clear j;
clear u;
clear t; % Borro la matrices que no uso

% OBS: M2b = cov(P,0) es similar a M2
% isequal (M2b, M2) = 1 M2b = cov(P,0) da el mismo resultado que todo
el for anterior

%----- CALCULO M3 -----%
M3=[];
for i = 1:size(P,2)
    S = [];
    for j = 1:size(P,2)
        for k = 1:size(P,2)
            u = 0;
            for t = 1:size(P,1)
                u = u + ((P(t,i) - mean(P(:,i))) * (P(t,j) - mean(P(:,j))) ...
                * (P(t,k) - mean(P(:,k))));
            end
        end
    end
end
```

```

        S(j,k) = u / size(P,1);
    end
end
M3 = [M3 S];
end

clear i;
clear S;
clear j;
clear k;
clear u;
clear t; % Borro la matrices que no uso

%----- CALCULO M4 -----%
M4=[];
for i = 1:size(P,2)
    for j = 1:size(P,2)
        S = [];
        for k = 1:size(P,2)
            for l = 1:size(P,2)
                u = 0;
                for t = 1:size(P,1)
                    u = u + ((P(t,i) - mean(P(:,i))) * (P(t,j) - mean(P(:,j))) * ...
                        (P(t,k) - mean(P(:,k))) * (P(t,l) - mean (P(:,l))));
                end
                S(k,l) = u / size(P,1);
            end
        end
        M4 = [M4 S]; %a M4 le va agregando la matriz S
    end
end

clear i;
clear j;
clear S;
clear k;
clear l;
clear u;
clear t; % Borro la matrices que no uso

s1=size(P);
f=ones(1,s1(1,1));
k=[0.00 0.00 0.00 0.00]';
%k=[0.01 0.025 0.045 0.025]';
%k=[0.01 0.025 0.045]';
%k=[0.01 0.14 0.16]';
x0=[1 0 0 0];

for j=1:5;

lambda=j;

```



```

[T1]=fmincon(@(x) -1*(1/(s1(1,1))*(f*(-exp(-j*(f+x*P'))))),...
    [1 0 0 0],[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[]);

[T2]=fmincon(@(x) -1*(-1*exp(-
1*lambda*((x*(1+M1))))*(1+((lambda^2)/(2))*(x*M2*x)...
)),...
    [1; 0; 0; 0],[],[],[1 1 1 1],1,[0; 0; 0; 0],[1; 1; 1; 1],[]);

[T3]=fmincon(@(x) -1*(-1*exp(-
1*lambda*((x*(1+M1))))*(1+((lambda^2)/(2))*(x*M2*x)...
-((lambda^3)/(3*2))*(x*M3*kron(x,x)))),...
    [1; 0; 0; 0],[],[],[1 1 1 1],1,[0; 0; 0; 0],[1; 1; 1; 1],[]);

[T4]=fmincon(@(x) -1*(-1*exp(-
1*lambda*((x*(1+M1))))*(1+((lambda^2)/(2))*(x*M2*x)...
-
((lambda^3)/(3*2))*(x*M3*kron(x,x))+((lambda^4)/(4*3*2))*(x*M4*kron
(kron(x,x),x)))),...
    [1; 0; 0; 0],[],[],[1 1 1 1],1,[0; 0; 0; 0],[1; 1; 1; 1],[]);

demandas1(:,j)=T1;
demandas2(:,j)=T2';
demandas3(:,j)=T3';
demandas4(:,j)=T4';

end

% Demandas óptimas de ambos ejercicios para diverso grado de
% aversión al
% riesgo:

demandas1
demandas2
demandas3
demandas4

% Gráfico de las funciones de demanda:

figure, plot(demandas1'),
figure, plot(demandas2'),
figure, plot(demandas3'),
figure, plot(demandas4'),

xlswrite('G:\S5_Ejercicios',demandas1,'Salidas','c8');
xlswrite('G:\S5_Ejercicios',demandas4,'Salidas','c16');

```

Rutina correspondiente a la realización del Ejercicio 2

Período de Tenencia de 1 año:

```
clear
clc

P=xlsread('G:\DatosS5','Retornos','d7:g430');
%P=xlsread('G:\DatosS5','Retornos','i7:k310');

s1=size(P);
f=ones(1,s1(1,1));

for j=1:5;

lambda=j;

[T1]=fmincon(@(x) -1*(1/(s1(1,1))*(f*(-exp(-j*(f+x*P'))))),...
    [1 0 0 0],[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[]);

demandas1(:,j)=T1;

end

% Demandas óptimas de ambos ejercicios para diverso grado de
% aversión al
% riesgo:

demandas1

% Gráfico de las funciones de demanda:

figure, plot(demandas1),

xlswrite('G:\S5_Ejercicios',demandas1,'Tabla (Ej. 2)','d10');
```

Período de Tenencia de 5 años:

```
clear
clc
```

```

P=xlsread('G:\DatosS5','Retornos','j7:m382');

s1=size(P);
f=ones(1,s1(1,1));

for j=1:5;

lambda=j;

[T1]=fmincon(@(x) -1*(1/(s1(1,1)))*(f*(-exp(-j*(f+x*P))))),...
    [1 0 0 0],[[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[[]]);

demandas1(:,j)=T1;

end

% Demandas óptimas de ambos ejercicios para diverso grado de
% aversión al
% riesgo:

demandas1

% Gráfico de las funciones de demanda:

figure, plot(demandas1),

xlswrite('G:\S5_Ejercicios',demandas1,'Tabla (Ej. 2)','d18');

```

Período de Tenencia de 10 años:

```

clear
clc

P=xlsread('G:\DatosS5','Retornos','p7:s322');

s1=size(P);
f=ones(1,s1(1,1));

for j=1:5;

lambda=j;

```

```

[T1]=fmincon(@(x) -1*(1/(s1(1,1))*(f*(-exp(-j*(f+x*P))))),...
    [1 0 0 0],[[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[]);

demandas1(:,j)=T1;

end

% Demandas óptimas de ambos ejercicios para diverso grado de
% aversión al
% riesgo:

demandas1

% Gráfico de las funciones de demanda:

figure, plot(demandas1),

xlswrite('G:\S5_Ejercicios',demandas1,'Tabla (Ej. 2)','d26');

Período de Tenencia de 20 años:

clear
clc

P=xlsread('G:\DatosS5','Retornos','v7:y202');

s1=size(P);
f=ones(1,s1(1,1));

for j=1:5;

lambda=j;

[T1]=fmincon(@(x) -1*(1/(s1(1,1))*(f*(-exp(-j*(f+x*P))))),...
    [1 0 0 0],[[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[]);

demandas1(:,j)=T1;

```

```

end

% Demandas óptimas de ambos ejercicios para diverso grado de
aversión al
% riesgo:

demandas1

% Gráfico de las funciones de demanda:

figure, plot(demandas1),

xlswrite('G:\S5_Ejercicios',demandas1,'Tabla (Ej. 2)','d34');

Rutina correspondiente a la realización del Ejercicio 3

clear
clc

P=xlsread('G:\DatosS5','Retornos','d7:g430');

s1=size(P);
f=ones(1,s1(1,1));
%k=[0.00 0.00 0.00 0.00]';
k=[0.005 0.026 0.042 0.062]';
%k=[0.01 0.025 0.045]';
%k=[0.01 0.14 0.16]';

x0=[1 0 0 0];

for j=1:5;

lambda=j;

[T1]=fmincon(@(x) -1*(1/(s1(1,1)))*(f*(-exp(-j*(f+x*P'-abs(x-x0)*k))))),...
    [1 0 0 0],[[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[]);

demandas1(:,j)=T1;

end

% Demandas óptimas de ambos ejercicios para diverso grado de
aversión al
% riesgo:

demandas1

```

```
% Gráfico de las funciones de demanda:  
figure, plot(demandas1),  
  
xlswrite('G:\S5_Ejercicios',demandas1,'Salidas','c32');
```

## R.2. Rutinas correspondientes a la sección VI

Rutina correspondiente al ejercicio 1

```
clear;
clc;
```

```
R1=xlsread('G:\DatosS6','Retornos','d191:g262');
R2=xlsread('G:\DatosS6','Retornos','d47:g82');
```

```
s1=size(R1);
j1=ones(1,s1(1,1));
```

```
s2=size(R2);
j2=ones(1,s2(1,1));
```

% "nu" es la probabilidad de la distribución del estado crisis.

```
D1=[];
D2=[];
D3=[];
D4=[];
```

```
pi1m=[];
pi2m=[];
```

```
i=3;
```

```
for nu=0:100;
```

```
    for a=1:10;
```

```
        [T1,fval]=fmincon(@(x) -(...
            (1-nu/100)*-(1/a)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-
            i))*(j1+x*R1)).^(1-i)))))... % FI(UE1)
            +(nu/100)*-(1/a)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-i))*(j2+x*R2')).^(1-
            i)))))... % FI(UE2)
            ),[1 0 0 0],[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[]);
```

```
        demandas(:,a)=T1;
```

```
        pi1(:,a)=((1-nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-
            i))*(j1+T1*R1')).^(1-i)))))/...
            ((1-nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-i))*(j1+T1*R1')).^(1-
            i)))))...
            +(nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-i))*(j2+T1*R2')).^(1-
            i)))))...
        );
```

```

        pi2(:,a)=((nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-
i))*(j2+T1*R2')).^(1-i))))/...
        ((1-nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-i))*(j1+T1*R1')).^(1-
i)))))...
        +(nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-i))*(j2+T1*R2')).^(1-
i)))))...
    );

```

```
end
```

```

D1=[D1; demandas(1,1:a)];
D2=[D2; demandas(2,1:a)];
D3=[D3; demandas(3,1:a)];
D4=[D4; demandas(4,1:a)];

```

```

pi1m=[pi1m;pi1];
pi2m=[pi2m;pi2];

```

```
end
```

```
x=0.00:0.01:1;
```

```
%figure, plot(D1(1:3,:));
```

```
figure, plot(x,D1(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D1(:,5),'-.k'),
plot(x,D1(:,10),'k'), hold off;...
```

```
leg1=legend('Activo doméstico (a=1)', 'Activo doméstico (a=5)', 'Activo
doméstico (A=10)');...
```

```
set(leg1, 'Location', 'Best'); set(leg1, 'Box', 'Off');
```

```
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda Act.
ext. (en %)');...
```

```
title('Demanda del activo doméstico');
```

```
figure, plot(x,D2(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D2(:,5),'-.k'),
plot(x,D2(:,10),'k'), hold off;...
```

```
leg1=legend('Activo externo (a=1)', 'Activo externo (a=5)', 'Activo
externo (A=10)');...
```

```
set(leg1, 'Location', 'Best'); set(leg1, 'Box', 'Off');
```

```
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda Act.
ext. (en %)');...
```

```
title('Demanda del activo externo');
```

```
figure, plot(x,D3(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D3(:,5),'-.k'),
plot(x,D3(:,10),'k'), hold off;...
```

```
leg2=legend('Inmueble (a=1)', 'Inmueble (a=5)', 'Inmueble (A=10)');...
```

```
set(leg2, 'Location', 'Best'); set(leg2, 'Box', 'Off');
```

```
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda
inmueble (en %)');...
```

```
title('Demanda del activo inmueble');
```



```

figure, plot(x,D4(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D4(:,5),'-.k'),
plot(x,D4(:,10),'k'), hold off;...
leg3=legend('Acciones (a=1)', 'Acciones (a=5)', 'Acciones (A=10)');...
set(leg3, 'Location', 'Best'); set(leg3, 'Box', 'Off');...
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda
acciones (en %)');...
title('Demanda de acciones');

xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D1(:,1),'Salidas MATLAB','b7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D1(:,5),'Salidas MATLAB','c7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D1(:,10),'Salidas MATLAB','d7');

xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D2(:,1),'Salidas MATLAB','f7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D2(:,5),'Salidas MATLAB','g7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D2(:,10),'Salidas MATLAB','h7');

xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D3(:,1),'Salidas MATLAB','j7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D3(:,5),'Salidas MATLAB','k7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D3(:,10),'Salidas MATLAB','l7');

xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D4(:,1),'Salidas MATLAB','n7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D4(:,5),'Salidas MATLAB','o7');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D4(:,10),'Salidas MATLAB','p7');

xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',pi1m,'Salidas MATLAB2','c6');
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',pi2m,'Salidas MATLAB2','n6');

```

Rutina correspondiente al ejercicio 1

```

clear;
clc;

R1=xlsread('G:\DatosS6','Retornos','d311:g430');
R2=xlsread('G:\DatosS6','Retornos','d47:g82');

s1=size(R1);
j1=ones(1,s1(1,1));

s2=size(R2);
j2=ones(1,s2(1,1));

% "nu" es la probabilidad de la distribución del estado crisis.

D1=[];

```

```

D2=[];
D3=[];
D4=[];

pi1m=[];
pi2m=[];

i=3;

for nu=0:100;

    for a=1:10;

        [T1,fval]=fmincon(@(x) -(...
            (1-nu/100)*-(1/a)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-
i)*(j1+x*R1')).^(1-i)))))... % FI(UE1)
            +(nu/100)*-(1/a)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-i))*((j2+x*R2')).^(1-
i)))))... % FI(UE2)
            ),[1 0 0 0],[],[],[1 1 1 1],1,[0 0 0 0],[1 1 1 1],[]);

        demandas(:,a)=T1;

        pi1(:,a)=((1-nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-
i)*(j1+T1*R1')).^(1-i)))))/...
            ((1-nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-i))*((j1+T1*R1')).^(1-
i)))))...
            +(nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-i))*((j2+T1*R2')).^(1-
i)))))...
            ));

        pi2(:,a)=((nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-
i))*((j2+T1*R2')).^(1-i)))))/...
            ((1-nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s1(1,1))*j1*((1/(1-i))*((j1+T1*R1')).^(1-
i)))))...
            +(nu/100)*(1/1)*exp(-a*(1/(s2(1,1))*j2*((1/(1-i))*((j2+T1*R2')).^(1-
i)))))...
            ));

        end
        D1=[D1; demandas(1,1:a)];
        D2=[D2; demandas(2,1:a)];
        D3=[D3; demandas(3,1:a)];
        D4=[D4; demandas(4,1:a)];

    end

pi1m=[pi1m;pi1];
pi2m=[pi2m;pi2];

end

x=0.00:0.01:1;

```

```
%figure, plot(D1(1:3,:));
```

```
figure, plot(x,D1(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D1(:,5),'-.k'),  
plot(x,D1(:,10),'k'), hold off;...
```

```
leg1=legend('Activo doméstico (a=1)', 'Activo doméstico (a=5)', 'Activo  
doméstico (A=10)');...  
set(leg1, 'Location', 'Best'); set(leg1, 'Box', 'Off');  
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda Act.  
ext. (en %)');...  
title('Demanda del activo doméstico');
```

```
figure, plot(x,D2(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D2(:,5),'-.k'),  
plot(x,D2(:,10),'k'), hold off;...
```

```
leg1=legend('Activo externo (a=1)', 'Activo externo (a=5)', 'Activo  
externo (A=10)');...  
set(leg1, 'Location', 'Best'); set(leg1, 'Box', 'Off');  
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda Act.  
ext. (en %)');...  
title('Demanda del activo externo');
```

```
figure, plot(x,D3(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D3(:,5),'-.k'),  
plot(x,D3(:,10),'k'), hold off;...
```

```
leg2=legend('Inmueble (a=1)', 'Inmueble (a=5)', 'Inmueble (A=10)');...  
set(leg2, 'Location', 'Best'); set(leg2, 'Box', 'Off');  
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda  
inmueble (en %)');...  
title('Demanda del activo inmueble');
```

```
figure, plot(x,D4(:,1),'--k'), hold on, plot(x,D4(:,5),'-.k'),  
plot(x,D4(:,10),'k'), hold off;...
```

```
leg3=legend('Acciones (a=1)', 'Acciones (a=5)', 'Acciones (A=10)');...  
set(leg3, 'Location', 'Best'); set(leg3, 'Box', 'Off');...  
xlabel('nu (prob. subj. de shock devaluatorio)'); ylabel('demanda  
acciones (en %)');...  
title('Demanda de acciones');
```

```
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D1(:,1), 'Salidas MATLAB', 's7');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D1(:,5), 'Salidas MATLAB', 't7');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D1(:,10), 'Salidas MATLAB', 'u7');
```

```
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D2(:,1), 'Salidas MATLAB', 'w7');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D2(:,5), 'Salidas MATLAB', 'x7');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D2(:,10), 'Salidas MATLAB', 'y7');
```

```
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D3(:,1), 'Salidas MATLAB', 'aa7');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D3(:,5), 'Salidas MATLAB', 'ab7');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D3(:,10), 'Salidas MATLAB', 'ac7');
```

```
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6', D4(:,1), 'Salidas MATLAB', 'ae7');
```

```
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D4(:,5),'Salidas MATLAB','af7');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',D4(:,10),'Salidas MATLAB','ag7');
```

```
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',pi1m,'Salidas MATLAB2','z6');  
xlswrite('G:\Cuadros y Gráficos S6',pi2m,'Salidas MATLAB2','ak6');
```

### R.3. Rutinas correspondientes a la sección VII

Rutina utilizada para las calibraciones correspondientes al ejercicio 1, 2 y 3.

```
% _____  
_____
```

```
clear;  
clc;
```

```
% PASO N°1: IMPORTACION DE  
DATOS _____
```

```
% Importación de las series de retornos crecimiento del consumo,  
retorno  
% real del activo de bajo riesgo y retorno real de las acciones:
```

```
r=xlsread('E:\DatosS4','Hoja1','d8:f117');
```

```
% Cálculo del logaritmo de los retornos brutos:
```

```
R=1+r;  
lR=log(R);
```

```
% Logaritmo de la tasa de crecimiento del consumo:
```

```
lc=lR(:,1);
```

```
% Logaritmo del retorno del activo de bajo riesgo relativo:
```

```
lbr=lR(:,2);
```

```
% Logaritmo del retorno de las acciones:
```

```
lacc=lR(:,3);
```

```
% _____ FIN DE PASO
```

```
N°1 _____
```

```
% PASO N°2: DEFINICIÓN DE VALORES  
PARAMÉTRICOS _____
```

```
CRRA=1.5:0.5:10; % El coeficiente de aversión al riesgo relativo  
tomará
```

```
    % valores entre 1 y 10.
```

```
CAAA=ones(1,18)*6; % El coeficiente de aversión absoluto por la  
ambigüedad
```

```
    % tomará valores entre 1 y 10.
```

```
rho=0.01; % Tasa de impaciencia convencional del 1.0%.
```

```
beta=1/(1+rho);
```

```
ext=size(CAAA);
```

```
% PROBABILIDADES SUBJETIVAS SOBRE LOS CINCO PRIORS:
```

```

% Distribución 1 (1935-1945):
pi1=0.0;
% Distribución 2 (1946-1991):
pi2=0.0;
% Distribución 3 (1992-2001):
pi3=0.0;
% Distribución 4 (2002-2012):
pi4=0.75;    %0.75
% Distribución 5 (1981-1982):
pi5=0.25;    %0.25

```

```

PI=[pi1 pi2 pi3 pi4 pi5];

```

```

% MEDIAS Y DESVIOS SOBRE LAS SERIES EN LOGARITMOS:

```

```

% SERIE DEL CRECIMIENTO DEL CONSUMO:

```

```

% Distribución 1 (1935-1945):
med1=mean(lc(33:43));
ds1=std(lc(33:43));

```

```

medbr1=mean(R(33:43,2));

```

```

% Distribución 2 (1946-1991):
med2=mean(lc(44:89));
ds2=std(lc(44:89));

```

```

% Distribución 3 (1992-2001):
med3=mean(lc(90:99));
ds3=std(lc(90:99));

```

```

% Distribución 4 (2003-2012):
med4=mean(lc(101:110));
ds4=std(lc(101:110));

```

```

medbr4=mean(R(101:110,2));

```

```

% Distribución 5 (1981-1983):
med5=mean(lc(79:80));
ds5=std(lc(79:80));

```

```

% SERIE DEL ACTIVO RIESGOSO:

```

```

% Distribución 1 (1935-1945):
meda1=mean(lacc(33:43));
dsa1=std(lacc(33:43));
covar1=cov(lc(33:43)',lacc(33:43)');
cova1=covar1(1,2);

```

```

medacc1=mean(R(35:39,3));

% Distribución 2 (1946-1991):
meda2=mean(lacc(44:89));
dsa2=std(lacc(44:89));
covar2=cov(lc(44:89)',lacc(44:89)');
cova2=covar2(1,2);

% Distribución 3 (1992-2001):
meda3=mean(lacc(90:99));
dsa3=std(lacc(90:99));
covar3=cov(lc(90:99),lacc(90:99));
cova3=covar3(1,2);

% Distribución 4 (2003-2012):
meda4=mean(lacc(101:110));
dsa4=std(lacc(101:110));
covar4=cov(lc(101:110),lacc(101:110));
cova4=covar4(1,2);

medacc4=mean(R(101:110,3));

% Distribución 5 (1981-1983):
meda5=mean(lacc(79:80));
dsa5=std(lacc(79:80));
covar5=cov(lc(79:80),lacc(79:80));
cova5=covar5(1,2);

% _____ FIN DE PASO
Nº2 _____

% PASO Nº3: CALCULO DE LOS RETORNOS
ESPERADOS _____

```

```

for i=1:ext(1,2);

```

```

% Paso A: Cálculo del factor de descuento estocástico M
% para cada muestra:

```

```

m1=beta*exp(-1*(CRRA(i))*med1+1/2*((CRRA(i))^2)*(ds1^2));
m2=beta*exp(-1*(CRRA(i))*med2+1/2*((CRRA(i))^2)*(ds2^2));
m3=beta*exp(-1*(CRRA(i))*med3+1/2*((CRRA(i))^2)*(ds3^2));
m4=beta*exp(-1*(CRRA(i))*med4+1/2*((CRRA(i))^2)*(ds4^2));
m5=beta*exp(-1*(CRRA(i))*med5+1/2*((CRRA(i))^2)*(ds5^2));

```

```

M1(i)=m1;

```

```

M2(i)=m2;
M3(i)=m3;
M4(i)=m4;
M5(i)=m5;

M=[m1 m2 m3 m4 m5];

% Paso B: Cálculo de los valores de utilidad esperada en niveles para
% cada una de las distribuciones (es un paso intermedio para el
cálculo
% de los valores de los epsilon).

ev1=(1/(1-CRRA(i)))*exp((1-CRRA(i))*med1+1/2*((1-
CRRA(i))^2)*(ds1^2));
ev2=(1/(1-CRRA(i)))*exp((1-CRRA(i))*med2+1/2*((1-
CRRA(i))^2)*(ds2^2));
ev3=(1/(1-CRRA(i)))*exp((1-CRRA(i))*med3+1/2*((1-
CRRA(i))^2)*(ds3^2));
ev4=(1/(1-CRRA(i)))*exp((1-CRRA(i))*med4+1/2*((1-
CRRA(i))^2)*(ds4^2));
ev5=(1/(1-CRRA(i)))*exp((1-CRRA(i))*med5+1/2*((1-
CRRA(i))^2)*(ds5^2));

EV1(i)=ev1;
EV2(i)=ev2;
EV3(i)=ev3;
EV4(i)=ev4;
EV5(i)=ev5;

% Paso C: Cálculo de los FI_prima (funciones de los valores de
utilidad
% esperada en niveles).

fip1=exp(-CAAA(i)*ev1);
fip2=exp(-CAAA(i)*ev2);
fip3=exp(-CAAA(i)*ev3);
fip4=exp(-CAAA(i)*ev4);
fip5=exp(-CAAA(i)*ev5);

FIP1(i)=fip1;
FIP2(i)=fip2;
FIP3(i)=fip3;
FIP4(i)=fip4;
FIP5(i)=fip5;

FIP=[FIP1(i) FIP2(i) FIP3(i) FIP4(i) FIP5(i)];

% Paso D: Cálculo del valor de Theta:

Theta(i)=PI*FIP;

```



**% Paso E: Cálculo del vector Epsilon:**

```
pieps1=fip1*pi1/Theta(i);  
pieps2=fip2*pi2/Theta(i);  
pieps3=fip3*pi3/Theta(i);  
pieps4=fip4*pi4/Theta(i);  
pieps5=fip5*pi5/Theta(i);
```

```
PIEPS1(1,i)=pieps1;  
PIEPS2(1,i)=pieps2;  
PIEPS3(1,i)=pieps3;  
PIEPS4(1,i)=pieps4;  
PIEPS5(1,i)=pieps5;
```

```
PIEPS=[pieps1 pieps2 pieps3 pieps4 pieps5]';
```

**% Paso F: Cálculo del valor esperado del factor de descuento  
% bajo la presencia de ambigüedad:**

```
EMA(1,i)=M*PIEPS;
```

**% Paso G: Cálculo de la tasa libre de riesgo:**

```
RF(1,i)=1/EMA(1,i);
```

**% Paso H: Cálculo del Denominador de la expresión del retorno  
esperado de  
% las acciones:**

```
den1=beta*exp(meda1-  
CRRRA(i)*med1+1/2*((dsa1^2)+(CRRRA(i)^2)*(ds1^2)-2*CRRRA(i)*cova1));  
den2=beta*exp(meda2-  
CRRRA(i)*med2+1/2*((dsa2^2)+(CRRRA(i)^2)*(ds2^2)-2*CRRRA(i)*cova2));  
den3=beta*exp(meda3-  
CRRRA(i)*med3+1/2*((dsa3^2)+(CRRRA(i)^2)*(ds3^2)-2*CRRRA(i)*cova3));  
den4=beta*exp(meda4-  
CRRRA(i)*med4+1/2*((dsa4^2)+(CRRRA(i)^2)*(ds4^2)-2*CRRRA(i)*cova4));  
den5=beta*exp(meda5-  
CRRRA(i)*med5+1/2*((dsa5^2)+(CRRRA(i)^2)*(ds5^2)-2*CRRRA(i)*cova5));
```

```
DEN1(i)=den1;  
DEN2(i)=den2;  
DEN3(i)=den3;  
DEN4(i)=den4;  
DEN5(i)=den5;
```

```
VDEN=[den1 den2 den3 den4 den5];
```

```

% El denominador de la expresión resulta:
DEN(i)=VDEN*PIEPS;

% Paso I: Cálculo del numerador de la expresión del retorno esperado
de
% las acciones:

num1=exp(meda1+1/2*(dsa1^2));
num2=exp(meda2+1/2*(dsa2^2));
num3=exp(meda3+1/2*(dsa3^2));
num4=exp(meda4+1/2*(dsa4^2));
num5=exp(meda5+1/2*(dsa5^2));

NUM1(i)=num1;
NUM2(i)=num2;
NUM3(i)=num3;
NUM4(i)=num4;
NUM5(i)=num5;

VNUM=[num1 num2 num3 num4 num5];

%El numerador resulta:
NUM(i)=VNUM*PIEPS;

% DE MANERA QUE EL RETORNO ESPERADO DE LAS
ACCIONES RESULTA:

REACC(i)=NUM(i)/DEN(i);

MEDACC1(i)=medacc1;
MEDBR4(i)=medbr4;
MEDACC4(i)=medacc4;

end

% _____ FIN DE PASO
Nº3 _____

x=1.5:0.5:10;

figure, plot(x,RF,'k'), hold on, plot(x,REACC,'--k'),
plot(x,MEDBR4,'k','LineWidth',2),...
plot(x,MEDACC4,'--k','LineWidth',2), plot(x,MEDACC1,'--
b','LineWidth',2), hold off;...
leg1=legend('Retorno activo de bajo riesgo','Retorno acciones','Retorno
bajo riesgo observ.','Ret. Acc. observ.');
```

```

set(leg1,'Location','SouthOutside','Box','Off','Orientation','horizontal');
xlabel('CRRA con CAAA=10'); ylabel('Retorno real bruto (1+r)');...
title('Retorno activo de bajo riesgo y retorno acciones');
axis([1.5 10 0.95 1.20])

```

Rutinas correspondientes al cálculo de las curvas de rendimientos de los instrumentos de bajo riesgo relativo 1937-1941 y 2005-2013.

**% Rutina para la elaboración de la curva de rendimiento 1937-1941**

```

clear;
clc;

```

**% Importación de las curvas de rendimientos incipientes:**

```

RRA=xlsread('F:\DatosS4','Curva 1937-1941','e8:bk456');

```

```

%d=da'
RR=RRA';

```

**% Interpolación:**

```

x=1:449;

```

```

for i=1:59;
    r=RR(i,:);
    Y(i,:)=interp1(r,x,'cubic');

```

```

end

```

**% Exportación de las curvas de rendimientos completas:**

```

for j=1:100;

```

```

pc(j,:)=prtile(Y,j);

```

```

end

```

```

xlswrite('F:\DatosS4',Y,'Curva 1937-1941','e470');
xlswrite('F:\DatosS4',pc,'Curva 1937-1941','e931');

```

---

**% Rutina para la elaboración de la curva de rendimiento 2005-2013**

```

clear;
clc;

% Importación de las curvas de rendimientos incipientes:

RRA=xlsread('F:\DatosS4','Curva 2005-2013','e8:ct488');

%d=da'
RR=RRA';

% Interpolación:

x=1:481;

for i=1:94;
    r=RR(i,:);
    Y(i,:)=interp1(r,x,'cubic');

end

% Exportación de las curvas de rendimientos completas:

for j=1:100;

pc(j,:)=prctile(Y,j);

end

xlswrite('F:\DatosS4',Y,'Curva 2005-2013','e499');
xlswrite('F:\DatosS4',pc,'Curva 2005-2013','e992');

```

Rutina correspondiente al test de Wilcoxon de diferencia de mediana entre ambas curvas de rendimientos (necesario para la elaboración de la tabla VII.2).

```

% Test de rango de diferencias de medianas (Test de Wilcoxon): Curvas
de
% Rendimiento 1937-1941 / 2005-2013.

```

```

clear;
clc;

```

```

Y=xlsread('F:\DatosS4','Curva 1937-1941','e470:bk709');

```

```
X=xlsread('F:\DatosS4','Curva 2005-2013','e499:ct738');  
for i=1:240;  
p(i)=ranksum(Y(i,:),X(i,:));  
end  
xlswrite('F:\DatosS4',p,'Curva 2005-2013','db992');
```

## **Bibliografía**

Ahumada, H. y Garegnani, M.L. (2004), "An Estimation of Deep Parameters describing Argentine Consumer Behaviour", Applied Economics Letters, vol. 11, 11, September , 719-723.

Aït-Sahalia, Y. and Brandt. M. W. (2001). "Variable Selection for Portfolio Choice". *The Journal of Finance*, Vol. 56, No. 4, Papers and Proceedings of the Sixty-First Annual Meeting of the American Finance Association, New Orleans, Louisiana, January 5-7, 2001 (Aug., 2001), pp. 1297-1351.

Ando, Albert and Modigliani, Franco (1969), "Econometric Analysis of Stabilization Policies," *American Economic Review*, American Economic Association, vol. 59(2), pages 296-314, May.

Allais, M. (1953). "Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine". *Econometrica*, Vol. 21, No. 4 (Oct., 1953), pp. 503-546.

Allen, F. and Gale, D. (1994). "Limited Market Participation and Volatility of Asset Prices". *The American Economic Review*, Vol. 84, No. 4 (Sep., 1994), pp. 933-955.

Allis, M. (1986). "The General Theory of Random Choices in Relation to the Invariant Cardinal Utility Function and the Specific Probability Function". Mimeo. Paper presented at the 3rd International Conference on the Foundation and Application of Utility, Risk and Decision Theories, Aix en Provence, June, 1979.

Ameur, H. B. and Prigent, J. L. (2013). "Optimal portfolio positioning under ambiguity". *Economic Modelling*. Forthcoming.

Anscombe, F. J., and R. J. Aumann (1963). "A Definition of Subjective Probability". *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 34, No. 1. (Mar., 1963), pp. 199-205.

Athayde y Flôres (2004), "Finding a maximum skewness portfolio –A general solution to three-moments portfolio Choice". Journal of Economic Dynamics and Control 28,1335-1352.

Backus, D., Brainard, W. C., Smith, G. and James Tobin, (1980), "A Model of U.S. Financial and Nonfinancial Economic Behavior". *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 12, No. 2, May, 1980.

Banco Central de la República Argentina (1946). *Memorias*.

Banco Hipotecario Nacional (1960). "Lanzamiento de las primeras series de la cédula hipotecaria argentina". Buenos Aires, 1960.

Barro (1995), "Inflation and Economic Growth, Bank of England", Quarterly Bulletin, May, 39-52.

Basco, E., Castagnino, T., Katz, S. y Vargas, S. (2007), “Política Monetaria en Contextos de Incertidumbre, Cambio de Régimen y Volatilidad Pronunciada”, Serie Estudios, Nro 4, Noviembre, BCRA.

Bassett, G. W., Koenker, R., and Kordas, G. (2004). “Pessimistic Portfolio Allocation and Choquet Expected Utility”. *Journal of Financial Econometrics*, 2004) 2 (4): 477-492.

Benishay, H. (1987), “A Fourth-Degree Polynomial Utility Function and Its Implications for Investors' Responses toward Four Moments of the Wealth Distribution”. Journal of Accounting, Auditing & Finance, Vol. 2 Issue 3, p203-228.

Berentsen A., Menzio G., y Randal Wright (2008), “Inflation and Unemployment in the Long Run”, Meeting Papers 34, Society for Economic Dynamics.

Bernoulli, Daniel (1738). “Specimen theoriae novae de mensura sortis”. *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*. Trans. as Exposition of a new theory on the measurement of risk. *Econometrica* 22, pp 23-36, (1954).

Bolsa de Comercio de Buenos Aires (1954). “La Bolsa de Comercio de Buenos Aires en su centenario: 1854-1954”. Buenos Aires: Imprenta López, 1954.

Borch K. (1969). “A Note on Uncertainty and Indifference Curves”. *The Review of Economic Studies*, Vol. 36, No. 1 (Jan., 1969), pp. 1-4.

Borch K. (1974). “The Rationale of the Mean-Standard Deviation Analysis: Comment”. *The American Economic Review*, Vol. 64, No. 3 (Jun., 1974), pp. 428-430.

Bossaerts, P., Ghirardato, P., Guarnaschelli, S., and Zame, W. (2007). “Prices and Allocations in Asset Markets with Heterogeneous Attitudes Towards Ambiguity”. Mimeo.

Boyarchenko, N. (2012). “Ambiguity shifts and the 2007–2008 financial crisis”. *Journal of Monetary Economics* 59 (2012) 493–507.

Brainard, William (1964). “Financial Intermediaries and a Theory of Monetary Control.” *Yale Economic Essays* (1964), 4(2): 431-482.

Brainard, W. C. and Tobin, J. (1963). “Financial Intermediaries and the Effectiveness of Monetary Controls”. *American Economic Review*, 52(2), 1963.

Brainard and Tobin (1968). “Pitfalls in Financial Model Building” . *The American Economic Review*, Vol. 58, no 2, May.

Branson, W.H. (1974). “Stocks and Flows in International Monetary Analysis”, in A. Ando, R. Herring and R. Martson (eds.), *International Aspects of Stabilization Policies*, Federal Reserve Bank of Boston Conference Series N°. 12, 27-50.



- Braun, O. y Joy, L. (1969), "A Model for Economic Stagnation: A Case Study of the Argentine Economy", The Economic Journal, Vol. 78, Nro. 312, Diciembre, pp. 868-887.
- Brock, W. (1989), "Reserve Requirements and the Inflation Tax", Journal of Money, Credit and Banking, 21, pp. 106-121.
- Bruno y Easterly (1998), "Inflation Crises and Long-Run Growth", Journal of Monetary Economics 41(1): 3-26.
- Bullard, J. y Keating, J.W. (1995), "The Long-Run Relationship between Inflation and Output in Post-war economies", Journal of Monetary Economics, 36(3): 477-496.
- Burdisso, T. y Corso E. A. (2011), "Incertidumbre y dolarización de cartera. El caso argentino en el último medio siglo", Ensayos Económicos 63, Julio-Septiembre 2011, BCRA.
- Burdisso, T., Corso, E.A. y Katz, S. (2013). "Un efecto Tobin "perverso": disrupciones monetarias y financieras y composición óptima del portafolio en Argentina". Desarrollo Económico. Vol. 53, N° 209-210 (abril-diciembre de 2013).
- Caballero, R. J., and Krishnamurty, A. (2008). "Collective Risk Management in a Flight to Quality Episode". The Journal of Finance, Vol. LXIII, No 5, October, 2008.
- Cagetti, M., Hansen, L. P., Sargent, T., and Williams, N. (2002) "Robustness and Pricing with Uncertain Growth". Rev. Financ. Stud. (2002) 15 (2): 363-404.
- Camerer, C. and Weber, M. (1992). "Recent Developments in Modeling Preferences: Uncertainty and Ambiguity. Journal of Risk and Uncertainty, 5:325-370, (1992).
- Campanale, C. (2011). "Learning, ambiguity and life-cycle portfolio allocation". Review of Economic Dynamics 14 (2011) 339–367.
- Canitrot, Adolfo (1975). "La experiencia populista de redistribución de ingresos". Desarrollo Económico, Vol. 15, No. 59 (Oct. - Dec., 1975), pp. 331-351.
- Canitrot, Adolfo (1980). "La disciplina como objetivo de la política económica. Un ensayo sobre el programa económico del gobierno argentino desde 1976". Desarrollo Económico, Vol. 19, No. 76 (Jan. - Mar., 1980), pp. 453-475.
- Cao, H. H., Wang, T., and Zhang, H. H. (2005). "Model Uncertainty, Limited Market Participation and Asset Prices". Review of Financial Studies (Winter 2005) 18 (4): 1219-1251.
- Chen, Z. and Epstein, L. (2002). "Ambiguity, Risk, and Asset Returns in Continuous Time". Econometrica, Vol. 70, No. 4 (July, 2002), 1403–1443.

- Chew, S. H. and J. S. Sagi (2008). "Small worlds: Modeling attitudes toward sources of uncertainty". *Journal of Economic Theory* 139 (2008) 1 – 24.
- Choquet, G. (1953-4). "Theory of Capacities", *Annales Institut Fournier* 5, 131-295.
- Chunhachinda, P., Dandapani, K., Hamid, S. and Prakash, A. J., (1997). Portfolio selection and skewness: evidence from international stock markets, *Journal of Banking and Finance*. Vol. 21, pp.143–67.
- Collard, F., Mukerji, S., Sheppard, K. and Tallon, J. M. (2011). "Ambiguity and the Historical Equity Premium". Mimeo.
- Coremberg A., Heymann D., Goldzier P., y Ramos A. (2007), Patrones de ahorro e inversión en Argentina 1950-2006. CEPAL, 2007.
- Correia-da-Silva, J., Faria, G., and Ribeiro, C. (2009). "Dynamic Consumption and Portfolio Choice with Ambiguity about Stochastic Volatility". Mimeo.
- Cortés Conde, Roberto (2011). "La Cédula Hipotecaria Argentina". Banco Hipotecario Nacional, 2011.
- Courakis A. S. (1989), "Does Constant Relative Risk Aversion Imply Asset Demands that are Linear in Expected Returns?" *Oxford Economic Papers, New Series*, Vol. 41, No. 3 (Jul.,1989), pp. 553-566.
- Cover, T. M. and Thomas, J. A. (1991). "Elements of Information Theory". John Wiley & Sons, Inc. 1991.
- Damill, M. y Fanelli, J.M. (1988). "Decisiones de Cartera y Transferencias de Riqueza en un Período de Inestabilidad Macroeconómica". Documento CEDES. N° 12.
- Damill, M., Fanelli, J. M., Frenkel, R. y Rozenwurcel, G. (1988). "Las Relaciones Financieras en la Economía Argentina". Ediciones del IDES 15, Buenos Aires, 1988.
- Damill M., Fanelli J.M., Frenkel R. y Rozenwurcel, G. (1989). "Déficit Fiscal, Deuda Externa y Desequilibrio Financiero". CEDES. Editorial Tesis.
- De Finetti, B. (1937). "La Prevision: ses lois logiques, ses sources subjectives". *Ann. Inst. H. Poincaré* 7 1-68.
- Diamand, M. (1972), "La estructura productiva desequilibrada argentina y el tipo de cambio". *Desarrollo Económico*, Vol. 12, Nro. 45.
- Dong, Z. Gu, Q. and Han, X. (2010). "Ambiguity Aversion and Rational Herd Behaviour". *Applied Financial Economics*, 2010, 20, 331–343.
- Dornbusch, R. y Frenkel, J.A. (1973), "Inflation and Growth", *Journal of Money, credit and Banking*, 5: 141-156.

Drazen, Allan (1981a). "The Permanent Effects of Inflation on Development and Choice of Production Technique," in *Development in an Inflationary World*, A. Razin y J. Flanders, (eds.), Academic Press: New York, 1981.

Drazen, Allan (1981b). "Inflation and Capital Accumulation under a Finite Horizon". *Journal of Monetary Economics*. Volume 8, Issue 2, 1981, Pages 247–260.

Easley, D. and O'Hara, M. (2009). "Ambiguity and Nonparticipation: The Role of Regulation". *The Review of Financial Studies*, Vol. 22, No. 5 (May, 2009), pp. 1817-1843.

Ellsberg, D. (1961). "Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms". *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 75, No. 4 (Nov., 1961), pp. 643-669.

Epstein, L. G., and Schneider, M. (2003). "Recursive Multiple-Priors". *Journal of Economic Theory*, Volume 113, Issue 1, November 2003, Pages 1–31.

Epstein, L. G., and Schneider, M. (2007). "Learning under ambiguity". *Review of Economic Studies* 74, 1275–1303.

Epstein, L. G., and Schneider, M. (2008). "Ambiguity, Information Quality, and Asset Pricing". *The Journal of Finance*, Vol. LXIII, No 1, February 2008.

Epstein, L. G. and Schneider, M. (2010). "Ambiguity and Asset Markets". NBER Working Paper Series, Working Paper No. 16181.

Erbas, S. N. and Mirakhor, A. (2007). "The Equity Premium Puzzle, Ambiguity Aversion, and Institutional Quality". IMF Working Paper. WP/07/230.

Ergin, H., and Faruk Gul (2009). "A theory of subjective compound lotteries". *Journal of Economic Theory*, Volume 144, Issue 3, May 2009, Pages 899–929.

Fanelli, J. M. (1988), "Desequilibrio macroeconómico, restricciones financieras y políticas de estabilización". Tesis de Doctorado, Universidad de Buenos Aires, *mimeo*.

Fanelli, J. M, y Frenkel, R. (1990). "Un Marco de Consistencia para el Análisis de Ajuste y el Cambio Estructural en América Latina: Metodología y Hechos Estilizados". Documento CEDES N° 44.

Fanelli, J. M, (2008), Macroeconomic Volatility, Institutions and Financial Architecture. First Edition. Palgrave Macmillan.

Fanelli, J.M. (2012): La Argentina y el desarrollo económico en el siglo XXI, Siglo veintiuno editores, Buenos Aires.

Fanelli, J.M. y Frenkel, R. (1995), “Estabilidad y Estructura: Interacciones en el Crecimiento Económico”, Estabilización Macroeconómica, Reforma Estructural y Comportamiento Industrial, Jorge Katz ed., Buenos Aires: Alianza Editorial.

Fanelli, J.M. y Heymann, D. (2002), “Dilemas Monetarios en la Argentina”, Desarrollo Económico, N° 165, abril-junio.

Feldstein, M. S. (1969). “Mean-Variance Analysis in the Theory of Liquidity Preference and Portfolio Selection”. *The Review of Economic Studies*, Vol. 36, No. 1 (Jan., 1969), pp. 5-12.

Ferrerres O. (2004), Dos siglos de economía Argentina 1810-2004. Editorial El Ateneo.

Finkman, J. y Katz, S. (2012). “Prima de Riesgo Variable y Expectativas Inestables: Una nota sobre la contribución de Roberto Frenkel al Desarrollo de un Concepto Crítico. Mimeo.

Fischer, Stanley (1979a). “Anticipations and the Nonneutrality of Money”. *Journal of Political Economy*, Vol. 87, No. 2, Apr., 1979.

\_\_\_\_\_ (1979b). “Capital Accumulation on the Transition Path in a Monetary Optimizing Model”, *Econometrica*, Vol. 47, No. 6, Nov., 1979.

\_\_\_\_\_ (1993), “The Role of Macroeconomic Factors in Growth”, Journal of Monetary Economics 32(3), 485-512.

Ford, J. L., Kelsey, D. and Pang, W. (2005). "Ambiguity in Financial Markets: Herding and Contrarian Behaviour," Discussion Papers 05-11, Department of Economics, University of Birmingham.

Fox, Justin (2010), “The Myth of the Rationale Market: A History of Risk, Reward, and Delusion on Wall Street”. Harper Collins Publisher, New York, 2010.

Frenkel, R. (1982). “Mercado Financiero, Expectativas Cambiarias y Movimientos de Capital”. *Desarrollo Económico*, V. 22, N° 87 (Octubre-Noviembre).

Frenkel, R. (1989), “Inflación e hiperinflación: el infierno tan temido”, Ciencia Hoy, Vol.1, Nro.3. Buenos Aires, abril/mayo.

\_\_\_\_\_ (1990), “El régimen de alta inflación y el nivel de actividad”, en José Pablo Arellano (compilador) Inflación Rebelde en América Latina, CIEPLAN-HACHETTE, Santiago de Chile, 1990.

Friedman, Benjamin M. and V. Vance Roley (1979). “A Note on the Derivation of Linear Homogeneous Asset Demand Functions”. NBER Working Paper No. 345.

Frisch, D. and Baron, J. (1988). “Ambiguity and Rationality”. *Journal of Behavioral Decision Making*. Jul-Sep1988, Vol. 1 Issue 3, p149-157. 9p.

Fry, Maxwell J. (1988). "Money, Interest and Banking in Economic Development". First Edition, The Johns Hopkins University Press, Baltimore and London.

Gagliardini, P., Porchia, P., and Trojani, F. (2009). "Ambiguity Aversion and the Term Structure of Interest Rates" *Review of Financial Studies* (2009) 22 (10): 4157-4188.

Garlappi, L., Uppal, R. and Wang T. (2007). "Portfolio Selection with Parameter and Model Uncertainty: A Multi-Prior Approach". *The Review of Financial Studies*, Vol. 20, No. 1 (Jan., 2007), pp. 41-81.

Ghirardato, P., Maccheroni, F. and Marinacci, M. (2004), "Differentiating Ambiguity and Ambiguity Attitude". *Journal of Economic Theory*, October 2004, v. 118, iss. 2, pp. 133-73.

Gilboa, I. (1987). "Expected Utility with Purely Subjective Non-Additive Probabilities", *Journal of Mathematical Economics*. 1987, Vol. 16 Issue 1, p65-88. 24p.

Gilboa, Itzhak and Schmeidler, David (1989). „Maxmin Expected Utility with a Non-Unique Priors”, *Journal of Mathematical Economics*, 18, 141-153.

Gollier, C. (2005). "Does ambiguity aversion reinforce risk aversion? Applications to portfolio choices and asset prices". University of Toulouse. Mimeo. 2005.

Gollier, C. (2011). "Portfolio choices and asset prices: The comparative statics of ambiguity aversion". University of Toulouse. Mimeo. 2011.

Grant, S., Polak, B. and Tomasz Strzalecki (2009). "Second-Order Expected Utility". Mimeo.

Gerchunoff P. y Llach J. (1998), El ciclo de la ilusión y el desencanto. Un siglo de políticas económicas en la Argentina, Buenos Aires, Ariel Editora.

Guidolin, M. and Timmermann, A., (2008). "Optimal portfolio choice under regime switching, skew and kurtosis preferences", *Rev. Financ. Stud.* (2008) 21 (2): 889-935.

Guidolin, M., Rinaldi, F., 2013. Ambiguity in asset pricing and portfolio choice: a review of the literature. *Theory and Decision*, Springer, vol. 74(2), pages 183-217, February.

Gul, F., and W. Pesendorfer (2010). "Expected Uncertain Utility and Multiple Sources," Mimeo, Princeton University.

Gurley J. G., and Edward S. Shaw (1960), "Money in a Theory of Finance". The Brookings Institution. Washington D.C., First Edition. 1960.

- Haliassos M. and Bertaut, C. C. (1995). "Why do so Few Hold Stocks?". *The Economic Journal*, Vol. 105, No. 432 (Sep., 1995), pp. 1110-1129.
- Hamburger, H. (1920), "Über eine Erweiterung des Stieljesschen Moment Problems, *Matematische Zeitschrift* 7, 235–319.
- Hansen, L., and T. Sargent (2000). "Wanting Robustness in Macroeconomics," Mimeo, University of Chicago and Stanford University.
- Hansen, L., and T. Sargent (2001). "Robust Control and Model Uncertainty". *The American Economic Review*, Vol. 91, No. 2, Papers and Proceedings of the Hundred Thirteenth Annual Meeting of the American Economic Association (May, 2001), pp. 60-66.
- Hasset, M., S. Sears and G. Trennepohl (1985), "Asset Preference, Skewness, and the Measurement of Expected Utility", *Journal of Economic Business*, 37, 35–47.
- Harvey, C. R., Liechty, J. C., Liechty, M. W. and Muller, P., (2010). "Portfolio selection with higher moments". *Quantitative Finance*, Volume 10, Issue 5, 2010.
- Heymann, D. (1984), "Precios Relativos, Riqueza y Producción", *Ensayos Económicos*, BCRA, Marzo.
- Haymann, D. y Leijonhufvud A. (1995), *High Inflation*, London: Oxford University Press.
- Hicks, John. (1935). "A Suggestion for Simplifying the Theory of Money". In *Critical Essays in Monetary Theory*.
- Hicks J. (1974), *The Crisis in Keynesian Economics*, Chapter 2. Basic Books Inc., New York, 1975.
- Hirshleifer, Jack and John G. Riley, (1992), *The Analytics of Uncertainty and Information*, Cambridge University Press.
- Huybens y Smith (1998), "Financial Market Frictions, Monetary Policy, and Capital Accumulation in a Small Open Economy", *Journal of Economic Theory*, 81: 353-400.
- Ibarra, R., Trupkin, D., 2011, "The Relationship between Inflation and Growth: A Panel Smooth Transition Regression Approach for Developed and Developing Countries", Banco Central del Uruguay, WP Series 006-2011.
- Ilut, C. (2012). "Ambiguity Aversion: Implications for the Uncovered Interest Rate Parity Puzzle". *American Economic Journal: Macroeconomics* 2012, 4(3): 33–65.
- Illeditsch, P. K. (2011). "Ambiguous Information, Portfolio Inertia, and Excess Volatility". *The Journal of Finance*, Vol. LXVI, No. 6. December, 2011.

- Ize, Alain & Yeyati, Eduardo Levy, 2003. "Financial dollarization," *Journal of International Economics*, Elsevier, vol. 59(2), pages 323-347, March.
- Johnson (1966), "The neoclassical one-sector growth model, A geometrical exposition and extension to monetary economy2, *Economica*, 33, 265-287.
- Jondeau, E and Rockinger, M. (2012). "On the Importance of Time Variability in Higher Moments for Asset Allocation". *Journal of Financial Econometrics* (Winter 2012) 10 (1): 84-123.
- Ju, N. and Miao (2012). "Ambiguity, Learning, and Asset Returns". *Econometrica*. Volume 80, Issue 2, pages 559–591, March 2012.
- Jurczenko, E. and Maillet, Bertrand, (2006). *Multi-moment Asset Allocation and Pricing Models*. Edited by Emmanuel Jurczenko and Bertrand Maillet, John Wiley & Sons, Ltd.
- Kendall, M. G. and Stuart, A. (1977), "The Advanced Theory of Statistic". Charles Griffin & Company Limited, Drury Lane, London.
- Keynes, John Mynard (1924). "A Tract on Monetary Reform". London, Macmillan, 1924.
- Keynes, John Mynard (1930). "A Treatise on Money". London, Macmillan, 1930.
- Keynes, John Mynard (1936). "General Theory of Employment, Interest and Money". Chapter XV, Book IV.
- Klibanoff P., Marinacci M. and Mukerji S. (2005). "A Smooth Model of Decision Making Under Ambiguity". *Econometrica*, Vol. 73, No 6 (November, 2005), pp 1849-1892.
- Klibanoff P., Marinacci M. and Mukerji S. (2009). "Recursive smooth ambiguity preferences". *Journal of Economic Theory* 144 (2009) 930–976.
- Knight, Frank (1921), "Risk, Uncertainty and Profit". Boston: Houghton Mifflin Company, 1921.
- Kreps, D. (1988). "Notes on the theory of choice". Boulder, CO: Westview Press.
- Lai, T. Y. (1991). "Portfolio selection with skewness: a multiple-objective approach". *Review of Quantitative Finance and Accounting*, Vol. 1, pp. 293–305.
- Lasserre, J. B., (2010). "Moments, Positive Polynomials and Their Applications". Imperial College Press Optimization Series, Vol. 1, 57 Shelton Street, Covent Garden, London.

- Lee, Y-P. (1980), "Inflation Hedges and Economic Growth in a Monetary Economy", Stanford University, Ph.D. Thesis.
- Leippold, M., Trojani, F. and Vanini, P. (2008). "Learning and Asset Prices under Ambiguous Information". *The Review of Financial Studies*, Vol. 21, No. 6 (Nov., 2008), pp. 2565-2597.
- Levhari, D. and D. Patinkin (1968), "The Role of Money in a Simple Growth Model", *American Economic Review*, 58, 713-53.
- Lhabitant, F. S., (1998), "On the (Ab)use of Taylor Series Approximations for Portfolio Selection, Portfolio Performance and Risk Management". WP, University of Lausanne.
- Lintner, John. (1965). "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets". *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, no. 1 (February), pp. 13-37.
- Loistl, O. (1976). "The Erroneous Approximation of Expected Utility by Means of a Taylor's Series Expansion: Analytic and Computational Results". *The American Economic Review*, Vol. 66, No. 5 (Dec., 1976), pp. 904-910.
- Lucas, R. (1978). "Asset Prices in an Exchange Economy". *Econometrica*, Vol. 46, No. 6, Nov., 1978, Page 1429 of 1429-1445.
- Maenhout, P. J. (2004). "Robust Portfolio Rules and Asset Pricing". *Rev. Financ. Stud.* (2004) 17 (4): 951-983.
- Maccheroni F., Marinacci M., and Rustichini A. (2006). "Ambiguity Aversion, Robustness and the Variational Representation of Preferences". *Econometrica*, Vol. 74, No. 6 (November, 2006), 1447–1498.
- Mandelbrot, B., (1963). "The Variation of Certain Speculative Prices". *Journal of Business*, Vol. 35, pp. 394–419.
- Markowitz, Harry. (1952). "Portfolio Selection". *The Journal of Finance*, Vol. VII, N°1, March, 1952.
- Markowitz, Harry. (1956). "The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints". *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol. 3, pp 111-133.
- Markowitz, Harry. (1959). "Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments". New York: John Wiley & Sons.
- Markowitz, H. (1987). *Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets*, Blackwell Publishers, Cambridge.
- Markowitz, H. M. (1991). "Foundation of Portfolio Theory". *The Journal of Finance*. Vol. XLVI, N°2, June, 1991.



- Markowitz, H. M. (1999). "The Early History of Portfolio Theory: 1600-1960". *Perspectives*. July/August, 1999.
- Marschak, Jacob (1938). "Money and the Theory of Assets", *Econometrica*, vol. 6: 311-325.
- Marschak, Jacob (1946). "Neumann's and Morgernstern's Approach to Statistic Economics", *Journal of Political Economy*". April, 1946, p. 106.
- Marschak, Jacob (1950). "Rational Behavior, Uncertain Prospects, and Measurable Utility". *Econometrica*, Vol. 18, No. 2 (Apr., 1950), pp. 111-141.
- McKinnon, R.I., and W. Oates (1966). "The Implications of International Economic Integration for Monetary, Fiscal and Exchange rate Policy". *Princeton Studies in International Finance* No. 16, International Finance Section, Princeton University.
- McKinnon, R. I. (1969). "Portfolio Balance and International Payments Adjustment". In R.A.
- Mehra, Rajnish and Edward C. Prescott (1985). "The equity premium: A puzzle". *Journal of Monetary Economics*. Volume 15, Issue 2, March 1985, Pages 145–161.
- Mehra, Rajnish and Edward C. Prescott (2008). "The Equity Premium: ABCs". *Handbook of the Equity Premium*. Chapter 1. Elsevier, 2008.
- Mehrling, Perry (1997). "The Money Interest and the Public Interest. *American Monetary Thought, 1920-1970.*" Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts.
- Mehrling, Perry (2011). "The New Lombard Street. How the Fed Became the Dealer of Last Resort". Princeton University Press, 41 William Street, Princeton, New Jersey.
- Merton, R. C. (1969). "Lifetime Portfolio Selection under Uncertainty: The Continuous-Time Case". *The Review of Economics and Statistics* 51(3),247-57.
- Miao, J. (2009). "Ambiguity, Risk and Portfolio Choice under Incomplete Information". *Annals of Economics and Finance* 10-2, 257-279 (2009).
- Mossin, J. (1966). "Equilibrium in a Capital Asset Market". *Econometrica*, vol. 35, no. 4 (October): 768-783.
- Mukerji, S. and Tallon, J-M. (2001). "Ambiguity Aversion and Incompleteness of Financial Markets". *Review of Economics Studies* (2001) 68, 883-904.
- Mundell and A.K. Swoboda (eds.), *Monetary Problems of the International Economy*. Chicago, Chicago University Press, 199-234.

- Nau, Robert (2006). "Uncertainty Aversion with Second-Order Utilities and Probabilities". *Management Science* January 2006 vol. 52 no. 1 136-145.
- Navajas, Fernando (1988). "La inflación y el rendimiento accionario". *Revista del Instituto Argentino de Mercado de Capitales*. Año 3, N° 11, Septiembre/Diciembre 1988.
- Navajas, Fernando (1989). "Alta inflación y rendimiento accionario: ¿signos de un cambio de comportamiento?". *Revista del Instituto Argentino de Mercado de Capitales*. Año 4, N° 14 Septiembre/Diciembre de 1989.
- Neilson, W. S. (1993). "Ambiguity Aversion: An Axiomatic Approach Using Second Order Probabilities," Mimeo.
- Neilson, W. S. (2010). "A simplified axiomatic approach to ambiguity aversion". *Journal of Risk and Uncertainty*, October 2010, Volume 41, Issue 2, pp 113-124.
- Olivera, J. H., (1980), "Las categorías monetarias". *Revista de la Universidad de Buenos Aires*, Volumen Tercero.
- Orphanides, A. y Solow, R. (1990), "Money, Inflation and economic Growth", Chapter 6, Handbook of Monetary Economics, Vol. 1, Ed. Benjamin Friedman and F.H. Hahn, Elsevier Science Publishers B.V.
- Paiella, M. (2007). "The Forgone Gains of Incomplete Portfolios". *Review of Financial Studies* (2007) 20 (5): 1623-1646.
- Pataracchia, B. (2011). "Ambiguity and Volatility: Asset Pricing Implications". Tilburg University. Discussion Paper. No. 2011-042.
- Perold, A.F. (1984). "Large-scale portfolio optimization", Management Science, 30, 1143-1160.
- Pflug, G. and Wozabal, D. (2007). "Ambiguity in portfolio selection". *Quantitative Finance*, Vol. 7, No. 4, August 2007, 435-442.
- Pierce, J.L. (1984), "Did Financial Innovation Hurt the Great Monetarist Experiment?", American economic Review, May 1984, pp. 392-396.
- Prakash, A., Chang, C., and Pactwa, T., (2003), "Selecting a portfolio with skewness: recent evidence from US, European, and Latin American equity markets", Journal of Banking and Finance, Vol. 27, 2003, pp. 1375-90.
- Pratt, John W., (1964). "Risk Aversion in the Small and in the Large". *Econometrica* 32, (January-April), pp. 122-136.
- Quiggin, John (1982). "A Theory of Anticipated Utility". *Journal of Economic Behavior and Organization*, December 1982, v. 3, iss. 4, pp. 323-43.

Ramsey, Frank (1926). "Truth and Probability". In *The Foundations of Mathematics and Other Logical Essays*, ed. R. Braithwait. New York: Harcourt, Brace and Co, 1931. Reprinted in *Foundations: Essays in Philosophy, Logic, Mathematics and Economics*, ed. D. Mellor. New Jersey: Humanities Press, 1978.

Richter, M. "Cardinal Utility, Portfolio Selection and Taxation". *The Review of Economic Studies*, Vol. 27, No. 3 (Jun., 1960), pp. 152-166.

Rieger, M. C. and Wang, M. (2011). "Can ambiguity aversion solve the equity premium puzzle? Survey evidence from international data". *Finance Research Letters* 9 (2012) 63–72.

Rinaldi, F. (2009). "Endogenous Incompleteness of Financial Markets: The Role of Ambiguity and Ambiguity Aversion". *Journal of Mathematical Economics* 45 (2009) 872–893.

Routledge, B. R. and Zin, S. E. (2009). "Model Uncertainty and Liquidity". *Review of Economic Dynamics* 12 (2009) 543–566.

Roy, A.D. 1952. "Safety First and the Holding of Assets." *Econometrica*, vol. 20, no. 3 (July):43I-44y.

Samuelson, Paul A. (1967). "General Proof that Diversification Pays". *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 2, No. 1 (Mar., 1967), pp. 1-13.

Samuelson, Paul A. (1970). "The Fundamental Approximation Theorem of Portfolio Analysis in Terms of Means, Variances and Higher Moments". *The Review of Economic Studies*, Vol. 37, no 4 (Oct. 1970), pp. 537-542.

Savage, Leonard (1954). "Foundations of Statistics". New York, Wiley, 1954.

Schmeidler, David (1989). "Subjective Probability and Expected Utility without Additivity". *Econometrica*, Vol. 57, No. 3, May, 1989. pp 571-587.

Schroder, M. and Skiadas, K. (2005). "Lifetime consumption-portfolio choice under trading constraints, recursive preferences, and nontradeable income". *Stochastic Processes and their Applications* 115 (2005) 1–30.

Sharpe, William. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, vol. 19, no. 3 (September):425-442.

Shohat, J. A. and Tamarkin, J. D. (1943). "The Problem of Moments". *Amer. Math. Soc.*, New York.

Sidrauski, Miguel (1967a). "Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy". *The American Economic Review*, Vol. 57, No. 2,

Papers and Proceedings of the Seventy-ninth Annual Meeting of the American Economic Association (May, 1967), pp. 534-544.

Sidrauski, Miguel (1967b). "Inflation and Economic Growth". *Journal of Political Economy*, Vol. 75, No. 6 (Dec., 1967), pp. 796-810.

Solow, Robert M. (1956). "A Contribution to the Theory of Economic Growth". *Quarterly Journal of Economics*, 70(1), pp: 65-94.

Solow, Robert M., (2004). "The Tobin Approach to Monetary Theory". *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 36, n0 4 (August, 2004).

Sourrouille, V. y Mallon, (1973), *La política económica en una sociedad conflictiva*, Amorrourtu, Buenos Aires.

Starmer, C., (2000). "Developments in non-expected utility theory: the hunt for a descriptive theory of choice under risk". *Journal of Economic Literature* n° 38, 332-82.

Strzalecki, Tomasz (2011). "Axiomatic Foundations of Multiplier Preferences". *Econometrica*, Vol. 79, No. 1 (January, 2011), 47-73.

Taboga, M. (2005). "Portfolio Selection With Two-Stage Preferences". *Finance Research Letters*. Volume 2, Issue 3, September 2005, Pages 152-164.

Techint (1971). "Boletín informativo N° 184". 1981.

Tobin, James (1958). "Liquidity preference as behavior towards risk". *The Review of Economic Studies*. Vol. 25, No. 2, Feb, pp. 65-86.

Tobin, James (1963). "Commercial Banks as Creators of Money". *Banking and Money Studies*, edited by Deane Carson, for the Comptroller of the Currency, U.S. Treasury (Homewood, Ill.: Richard D. Irwin, Inc., 1963), pp. 408-419.

Tobin, James (1965). "Money and Economic Growth". *Econometrica*, Vol. 33, No. 4, Oct., 1965.

Tobin, James (1969). "A general equilibrium approach to monetary theory". *Journal of money, credit and banking*. N°1.

Tobin, James (1970). "Deposit Interest Ceilings as a Monetary Control". *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 2, No. 1 (Feb., 1970), pp. 4-14.

Tobin, James (1982). "Money and Finance in the Macroeconomic Process". Nobel Lecture delivered in Stockholm on December 8, 1981, published in *Les Prix Nobel*, 1982.

Tobin, James (1983). "Liquidity Preference, Separation, and Asset Pricing". *Zeitschrift für Betriebswirtschaft* 3 (March, 1983) p. 53.

Tsiang, S. (1972), "The Rationale of the Mean–Standard Deviation Analysis, Skewness Preference, and the Demand for Money", American Economic Review 62, 354–371.

Ui, T. (2011). "The Ambiguity Premium vs. the Risk Premium under Limited Market Participation". *Review of Finance* (2011) 15 (2): 245-275.

Uppal, R. and Wang, T. (2003). "Model Misspecification and Underdiversification". *The Journal of Finance*, VOL. LVIII, NO. 6. December, 2003.

Vissing-Jorgensen, A. (2002). "Limited Asset Market Participation and the Elasticity of Intertemporal Substitution". NBER. Working Paper No. 8896.

Von Neumann, John and Oskar Morgenstern. (1944). "Theory of Games and Economic Behavior. 3rd ed. 1967. Princeton, NJ. Princeton University Press.

Wiesenberger, A., and Company. "Investment Companies". New York, annual editions since 1941.

Williams, J.B. (1938). "The Theory of Investment Value". Cambridge, MA: Harvard University Press.

Williamson, S. D. (1994). "Liquidity and Market Participation". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18 (1994) 629-670 North-Holland.

Yaari, Menahem E. (1987). "The Dual Theory of Choice Under Risk". *Econometrica*; Jan1987, Vol. 55 Issue 1, p95-115, 21p.

Yaron, A., and Zhang, H. H. (2000). "Fixed Costs and Asset Market Participation". *Revista de Análisis Económico*, Vol. 15. N°1, pp. 89-109. (Junio 2000).

Yoshimoto, A. (1996). "The mean–variance approach to portfolio optimization subject to transaction costs". Journal of the Operations Research Society of Japan, 39(1), 99–117.