

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
DOCTORADO

TESIS

MAPAS Z. APLICACIÓN DE LOS NÚMEROS Z
EN LOS MAPAS ESTRATÉGICOS

ALUMNO: CARLOS NELSON RUBÍN

DIRECTORA DE TESIS: MARÍA TERESA CASPARRI

MIEMBROS DEL TRIBUNAL DE TESIS: MARÍA JOSÉ BIANCO

HERNÁN PEDRO VIGIER

JAVIER IGNACIO GARCÍA FRONTI

FECHA DE DEFENSA DE LA TESIS: 17 DE ABRIL DE 2017

DEDICATORIA

A mi nieto Galo, a mis hijos Carlos Manuel y Juan Pablo, y a mis padres, por ser mi fuente de inspiración y motivación.

A mi esposa Amanda, por su constante aliento y activa colaboración en la revisión de textos y edición final.

AGRADECIMIENTOS

A la Dra. María Teresa Casparri, Prof. Emérita de la Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires (UBA), Secretaria de Doctorado y Posdoctorado, Directora del Instituto de Investigación en Administración, Contabilidad y Métodos Cuantitativos para la Gestión (IADCOM), por su valiosa dirección, estímulo, dedicación y consejos.

Al Dr. Emilio A. M. Machado, por haberme orientado en el camino correcto para investigar la matemática borrosa.

A la Dra. Luisa L. Lazzari, por animarme para seguir el doctorado en Administración y entusiasmarme con el tema de tesis.

Al Dr. Robert S. Kaplan, Prof. Emérito de Harvard Business School (HBS), por su contribución al desarrollo del cuadro de mando integral y de los mapas estratégicos, y su estímulo hacia este trabajo.

Al Dr. Jaime Gil Aluja, Presidente de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras (RACEF), por su contribución a la teoría de efectos olvidados, por sus opiniones, buena disposición e incentivo.

Al Dr. Lotfi A. Zadeh, Prof. Emérito de Electrical Engineering and Computer Sciences (EECS), Universidad de California, Director de Berkeley Initiative in Soft Computing (BISC), por su contribución a la teoría de los conjuntos borrosos, los números Z y su difusión.

A la Dra. Ana María Gil Lafuente, Profesora Titular de la Universidad de Barcelona, Miembro de la Real Academia de Ciencias Económicas y Financieras (RACEF), por permitirme el acceso a la herramienta *Fuzzylog*®, utilizada en este trabajo.

A todas aquellas personas que, de un modo u otro, colaboraron en la realización de esta tesis.

RESUMEN

El mapa estratégico (Kaplan y Norton, 2004) es una herramienta que complementa al cuadro de mando integral (Kaplan y Norton, 1997). Describe cómo se ejecuta la estrategia de una organización y resulta de utilidad para el monitoreo, análisis y control. El mapa utiliza el lenguaje natural, cuya información es imperfecta, de modo que presenta dos limitaciones: la falta de nitidez, o borrosidad, y la confianza, o grado de confiabilidad. Estas debilidades facilitan la pérdida de información y generan confusión, poniendo en peligro la administración exitosa de la organización, que constituye el objetivo general de este trabajo.

Los números Z (Zadeh, 2011), constituyen una estructura formal más adecuada para la descripción de la información del mundo real, ya que son tolerantes a la borrosidad y al grado de confiabilidad. $Z = (A, B)$, es un par ordenado de números borrosos, usado para describir el valor real de una variable incierta X , donde “A” es una restricción imprecisa de los valores de X y “B” es una estimación imprecisa de la confiabilidad de “A”.

Los objetivos específicos incluyen: primero, desarrollar el modelo mapa Z, basado en matrices de incidencia binaria, con valuaciones de incidencias Z; segundo, aplicar el mapa a un caso particular; y tercero, hallar un camino que permita utilizar el modelo de efectos olvidados (Kaufmann y Gil Aluja, 1988), adaptado para números Z, para perfeccionar el mapa.

El mapa Z se aplicó a una distribuidora de gas natural, que opera en el mercado gasífero argentino. Dado un cambio en uno de sus activos intangibles, se estudió el impacto que ocasionó sobre el cliente (activo tangible). Se instruyó a los expertos para que generen una información primaria adecuada, consistente en evaluaciones de incidencias Z, la cual se registró en planillas diseñadas a tal efecto. Esta información se procesó a fin de obtener el mapa Z; el cual, finalmente se perfeccionó con la técnica de efectos olvidados.

Este aporte define por primera vez el concepto de valuación de incidencia Z, $I(X, A, C)$, la cual está soportada por un número borroso triangular *ad-hoc*, denominado Número Borroso Zeta (NBZ).

La valuación de incidencia Z es aplicable a trabajos con relaciones binarias borrosas. Ayuda a perfeccionar trabajos ya realizados, especialmente en casos que fuera posible obtener la confiabilidad.

El potencial de aplicación de este aporte es el mismo que los números Z, es decir: economía, análisis de decisiones, evaluación de riesgos, estudios sobre corrupción, sociología, predicción, previsión, planificación, biomedicina y manipulación basada en reglas de funciones y relaciones imprecisas.

PALABRAS CLAVE: Economía del Conocimiento, Estrategia.

CÓDIGO JEL: M-19

ABSTRACT

The Strategic Map (Kaplan and Norton, 2004) is a tool that complements the Balanced Scorecard (Kaplan and Norton, 1997). It describes how is executed the organization strategy and it is useful for monitoring, analysis, and control. The map uses the natural language, which information is imperfect, so it has two limitations: the lack of sharpness, or fuzziness, and the confidence, or reliability degree. These weaknesses facilitate the loss of information and create confusion, jeopardizing the successful management of the organization, which constitutes the general objective of this paper.

Obstruct the assurance of the successful administration of the organization, which is the general objective of this work

Z-numbers (Zadeh, 2011), constitute a more adequate formal structure for description of real-world information, as they are tolerant to fuzziness and reliability degree. $Z = (A, B)$, is an ordered pair of fuzzy numbers, used to describe the real value of an uncertain variable X . “A” is an imprecise constraint of the values of X and “B” is an imprecise estimate of the reliability of “A”.

The specific objectives include: first, to develop a model called *Z-map*, based on binary incidence matrices with Z-incidence valuations; second, to apply the model in a particular case; and third, to find a way to apply the Forgotten Effects Model (Kaufmann and Gil Aluja, 1988), adapted for Z-numbers, in order to optimize *Z-map*.

Z-map was applied to a natural gas distributor, which operates in the Argentine gas market. Given a change in one of its intangible assets, the impact it had on the customer (tangible asset) was studied. The experts were instructed to generate adequate primary information, consisting of Z-valuations, which was recorded in the templates designed for this purpose. This information was processed in order to obtain the *Z-map*; Which was finally perfected with the technique of forgotten effects.

This contribution defines, for the first time, the concept of Z-incidence valuation, $I(X, A, C)$, which is supported by an *ad-hoc* triangular fuzzy number, named Zeta Fuzzy Number (ZFN).

The Z-incidence valuation is applicable to jobs with fuzzy binary relationships. It helps to refine works already done, especially in cases where it is possible to obtain reliability (C).

The potential for applying this contribution is the same as the Z-numbers: economy, decision analysis, risk assessment, corruption studies, sociology, prediction, forecasting, planning, biomedicine, manipulation of rule-based functions and imprecise relationships.

KEY WORDS: Knowledge Economics, Strategy.

JEL CODE: M-19

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.....	10
1. PLANTEAMIENTO DEL TEMA.....	16
1.1.Objetivo general	17
1.2.Objetivos específicos.....	18
1.3.Hipótesis.....	19
2. MARCO TEÓRICO	20
2.1.Mapa estratégico.....	20
2.2.Perspectiva de aprendizaje y crecimiento (AP).....	26
3.2.1. Capital humano	26
3.2.2. Capital de información	26
3.2.3. Capital organizacional.....	26
2.3.Perspectiva de los procesos internos (PR)	27
3.3.1. Procesos de gestión de operaciones	27
3.3.2. Procesos de gestión de clientes.....	27
3.3.3. Procesos de innovación	27
3.3.4. Procesos reguladores y sociales.....	28
2.4.Perspectiva del cliente (CL)	28
2.5.Perspectiva financiera (FI).....	29
2.5.1. Estrategia de crecimiento.....	29
2.5.2. Estrategia de productividad.....	29
2.6.Limitaciones del lenguaje natural.....	29

2.7.Estado del arte	30
3. METODOLOGÍA	32
3.1.Introducción	32
3.1.1. Medición versus opinión.....	32
3.1.2. Precisión o relevancia	34
3.2.Los subconjuntos borrosos.....	36
3.2.1. Noción de predicado borroso.....	36
3.2.2. Definición de subconjunto borroso	37
3.2.3. Propiedades de los subconjuntos borrosos	40
3.2.4. Conjunto nítido de nivel α o α -corte	41
3.2.5. Subconjunto borroso normal y convexo.....	41
3.3.Las relaciones binarias	42
3.3.1. Producto cartesiano	42
3.3.2. Relaciones binarias	42
3.3.3. Relaciones binarias borrosas	42
3.3.3.1.Introducción	45
3.3.3.2.Propiedades.....	47
3.3.3.3.Ejemplos	48
3.3.3.4.Composición max min de relaciones borrosas.....	51
3.3.3.5.Propiedades de la composición max-min.....	54
3.4.Método de los efectos olvidados	55
3.4.1. Valuación de incidencias borrosas.....	55
3.4.2. Matrices de incidencia borrosa	56
3.4.3. Método de recuperación de los efectos olvidados	59
3.4.3.1.Matrices de incidencia reflexiva.....	59

3.4.3.2.	Matrices de incidencia rectangular	62
3.4.4.	Secuencia de procesamiento	69
3.4.5.	Diagrama de flujo	71
3.4.6.	Validez del método.....	72
4.	DESARROLLO.....	73
4.1.	Relación binaria Z	73
4.2.	Incidencia Z	74
4.3.	Número Borroso Zeta (NBZ)	77
4.4.	Mapa Z.....	80
4.5.	Caso de Estudio	82
4.6.	Procedimiento empleado	82
4.6.1.	Secuencia básica	84
4.6.2.	Procesamiento para $\mu(X)=1$ (borroso tradicional)	84
4.6.2.1.	Etapa 1: Procesamiento M	84
4.6.2.2.	Etapa 2: Procesamiento N	86
4.6.2.3.	Etapa 3: Procesamiento P	88
4.6.3.	Procesamiento para $\mu(X)=0$ (intervalos de confianza)	89
4.6.3.1.	Etapa 1; Procesamiento M	89
4.6.3.2.	Etapa 2: Procesamiento N	90
4.6.3.3.	Etapa 3: Procesamiento P	92
4.6.4.	Composición NBZ de P.....	93

5.	CONCLUSIONES	96
	5.1.Cumplimiento de objetivos específicos.....	73
	5.2.Posibles líneas de investigación	74
6.	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	98
7.	BIBLIOGRAFIA	99
8.	ANEXOS	109
	Anexo 1 – Tabla de Coordenadas	110
	Anexo 2 – Ejemplos de mapas estratégicos	111
	Anexo 3 – Caso de estudio. Mapa Estratégico de GNA	116
	Anexo 4 – Caso de estudio. Tablas de valuación Z de GNA	120

LISTA DE FIGURAS / GRÁFICOS

FIG. N°	TÍTULO FIGURA / GRÁFICO	HOJA N°
1	Mapa de contenidos (nuevos aportes en gris)	14
2	Activos intangibles / capitalización del mercado	22
3	Flujo de creación de valor en el mapa estratégico	24
4	Esquema conceptual del mapa básico	25
5	Curvas P - R	34
6	Función de pertenencia del “tiempo de viaje”	39
7	Funciones de pertenencia de “ejemplar canino muy alto”	39
8	Función de pertenencia del intervalo	40
9	Diagrama sagital de AxB	44
10	Diagrama sagital de R	44
11	Diagrama sagital de una relación binaria <i>fuzzy</i>	47
12	Esquema de cálculo de $\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(j_1, k_1)$	52
13	Diagrama sagital de $\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(j_1, k_1)$	52
14	Esquema de cálculo de $\mu_{\tilde{R} \circ \tilde{R}}(x_1, y_1)$	53
15	Diagrama sagital de $\mu_{\tilde{R} \circ \tilde{R}}(x_1, y_1)$	53
16	Diagrama de flujo del método de recuperación de efectos olvidados	71
17	Número Borroso Zeta (NBZ)	77
18	Esquema del mapa de Kaplan y Norton	80
19	Esquema de las etapas de procesamiento	84
20	Mapa estratégico básico de una organización	112
21	Mapa estratégico del sistema de salud de la Clínica St. Mary de Duluth	113
22	Mapa estratégico de Thornton Oil Corporation	114
23	Mapa estratégico de Handleman	115

LISTA DE TABLAS / MATRICES

TAB. N°	TÍTULO TABLA / MATRIZ	HOJA N°
1	Matriz de la relación $A \times B$	45
2	Matriz de la relación R	45
3	Matriz de $\tilde{R}$	47
4	Relación reflexiva y no simétrica	49
5	Relación simétrica y no reflexiva	49
6	Relación no simétrica y no reflexiva	49
7	Relación reflexiva y simétrica	50
8	Relación no reflexiva y antisimétrica	50
9	Relación reflexiva y antisimétrica	50
10	Matriz de $\tilde{R}_1$	51
11	Matriz de $\tilde{R}_2$	51
12	Matriz de $\tilde{R} = \tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$	52
13	Matriz de $\tilde{R}$	53
14	Matriz de $\tilde{R}^2$	54
15	Matriz de valuación de la imagen comercial	58
16	Matriz de incidencia de 1er orden	59
17	Matriz de incidencia de 2do orden	60
18	Matriz de efectos de 2da generación	61
19	Matriz de 1er orden	64
20	Matriz de causas sobre causas	65
21	Matriz de efectos sobre efectos	66
22	Matriz de incidencia de 2do orden	67

TAB. Nº	TÍTULO TABLA / MATRIZ	HOJA Nº
23	Matriz de efectos de 2da generación	68
24	Escala endecadaria	75
25	Matriz de incidencias directas M	84
26	Matriz reflexiva A	85
27	Matriz reflexiva B	85
28	Composición max-min de M	85
29	Efectos olvidados M	86
30	Matriz de incidencias directas N	86
31	Matriz reflexiva B	87
32	Composición max-min N	87
33	Efectos olvidados N	88
34	Matriz $P = M \text{ o } N$	88
35	Matriz de incidencias directas M	89
36	Matriz reflexiva A	89
37	Matriz reflexiva B	89
38	Composición max-min M	90
39	Efectos olvidados M	90
40	Matriz de incidencias directas N	90
41	Matriz reflexiva B	91
42	Matriz reflexiva C	91
43	Composición max-min N	91
44	Efectos olvidados N	92

TAB. Nº	TÍTULO TABLA / MATRIZ	HOJA Nº
45	Matriz $P = M \text{ o } N$	92
46	$P(a_1, a_2, a_3)$	93
47	NBZ $P(A, C)$	93
48	Semántica Z de P	94
49	Matriz NBZ $P(A, C)$	94
50	Matriz NBZ $M(A, C)$	94
51	Matriz NBZ $N(A, C)$	95
52	Tabla de Coordenadas. Define NBZ (a_1, a_2, a_3) , a partir de $I(X, A, C)$	110
53	Incidencias de CH en PR	120
54	Incidencias de CH en CH	120
55	Incidencias de PR en PR	121
56	Incidencias de PR en CL	121
57	Incidencias de CL en CL	122

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene el propósito de ser un aporte al diseño de las organizaciones, y ayuda a describir cómo se ejecuta, o cómo se podría ejecutar, la estrategia. Por lo tanto, su contenido básico pertenece al ámbito de la administración. Asimismo, la organización es abordada desde un enfoque tanto operativo como sistémico, pues adopta un punto de vista descriptivo y prescriptivo. El objetivo final hace foco en la obtención de resultados tangibles sobresalientes, mediante la adecuada gestión de los activos intangibles, es decir, los recursos humanos y tecnológicos.

Como marco de trabajo se considera el mapa estratégico (Kaplan y Norton, 2004), en el cual; la organización es concebida en cuatro perspectivas, estratificadas en orden vertical ascendente: aprendizaje y crecimiento, procesos internos, del cliente y financiera. De esta manera, los elementos que la integran, son ubicados en los estratos antes enunciados y son relacionados entre sí formando cadenas continuas de relaciones causa efecto, que se originan en el estrato de aprendizaje y crecimiento, y finalizan en el estrato financiero. Las cadenas actúan como si fuesen líneas de flujo continuo de valor agregado. (Ver Anexo 2),

El mapa utiliza el lenguaje natural, por lo que adolece de borrosidad y confiabilidad parcial. Estas debilidades facilitan la pérdida de información, generan confusión, y ponen en riesgo la gestión exitosa de la organización. A los efectos de subsanar el inconveniente planteado, se recurre a la participación de expertos en el negocio. Éstos producen valuaciones de las relaciones causa efecto, entre elementos de estratos contiguos del mapa, las cuales son denominadas incidencias.

La matemática borrosa ha producido los números Z (Zadeh, 2011), un lenguaje tolerante a la borrosidad y la confiabilidad parcial. En este trabajo se seleccionó esta herramienta, para estudiar el procesamiento de las valuaciones de los expertos, a fin de arribar a un modelo que exprese el contenido del mapa estratégico, sin las limitaciones del lenguaje natural. El mapa estratégico, intervenido con las valuaciones de los expertos, potenciado con el beneficio de los números Z, constituye el modelo llamado “mapa Z”.

Teleológicamente, el mapa Z aspira a optimizar la gestión de una organización. Operativamente, el mapa Z ayuda a entender, comunicar y ejecutar la estrategia de una organización, facilitando su alineamiento. El mapa Z contribuye a explicitar información cualitativa imprecisa en forma cuantitativa, con lo cual permite acceder a conocimientos hasta ahora inabordables, tales como la confiabilidad de la información.

Se destaca que el mapa Z ha sido posible gracias al desarrollo del concepto de incidencia Z y el soporte que la representa matemáticamente, el Número Borroso Zeta (NBZ), los cuales forman parte del presente trabajo. Este desarrollo se realiza por primera vez y se constituye un aporte disciplinar relevante tanto en el uso de los mapas estratégicos como en el campo de la matemática borrosa. (Ver Fig. 1)

El concepto de incidencias Z puede extenderse a otros marcos de trabajo donde se presentan variables cuya relación da lugar a información imprecisa. Ej.: Valuación de riesgo bancario, estimación de bancarrota, nivel de moralidad en organismos públicos o privados, nivel de creatividad en diversos ámbitos. También se puede utilizar en espacios donde coexisten la información cualitativa y la cuantitativa.

La valuación de incidencias Z es útil para potenciar el diseño de una encuesta, ya que procesa la confiabilidad de las respuestas. Ofrece un lenguaje descriptivo más rico en información, mejorando la calidad de la encuesta. Asimismo, con la técnica de recuperación de los efectos olvidados, sería posible detectar puntos de incongruencia.

El potencial de aplicación de este aporte abarca: economía, análisis de decisiones, evaluación de riesgos, estudios sobre corrupción, sociología, predicción, previsión, planificación, biomedicina y manipulación basada en reglas de funciones y relaciones imprecisas.

Con referencia a los motivos que determinaron el tema de tesis, hay dos focos clave que impactaron en diferentes momentos de la carrera laboral del autor de este trabajo: la matemática borrosa (Fuzzy Logic y números Z) y los mapas estratégicos.

El encuentro con la matemática borrosa ocurre en 1986, en el ámbito del proyecto de ingeniería de una fábrica de pasta y papel, ubicada en la Pcia. de Misiones, Argentina. Allí, una memoria descriptiva demostraba la estabilidad de una estructura importante del proyecto, mediante coeficientes de seguridad basados en matemática borrosa.

Las autoridades del proyecto necesitaban entender debidamente la naturaleza y campo de aplicación de esta herramienta. Por lo tanto, quien esto escribe estudió el tema para luego explicárselo a las mismas, al nivel que resultare necesario. A partir de entonces nació un interés natural en estar informado en Fuzzy Logic, a través de la literatura por esos años accesible. Asimismo, tomó correspondencia con el Dr. Lotfi Zadeh, pionero de la teoría de los conjuntos borrosos, iniciando una relación que se mantiene vigente al presente.

El acercamiento a los Mapas Estratégicos, ocurre en 1996, en la empresa de servicios donde todavía trabaja el autor de este trabajo. La empresa había sido recién privatizada y estudiaba el diseño de una nueva estructura que fuese más moderna y eficiente, acorde con el estado del arte del momento. La vieja estructura había sido concebida hacía 25 años.

Con este fin, se contactó con el Dr. Robert Kaplan, profesor de Harvard Business School (HBS), quien por ese entonces ofrecía servicios de consultoría. En esa ocasión, quien esto escribe, fue convocado a participar en el proceso de comunicación. Desde entonces ha iniciado una cálida relación con el profesor Kaplan, que se mantiene en la actualidad.

En un momento surgió la idea que los enfoques antes descriptos podrían reunirse en un trabajo de investigación que tratara los mapas estratégicos con matemática borrosa. Esta situación requería de un marco de conocimiento que produjera la familiaridad que se necesitaba y motivó la decisión de estudiar un Magíster en Administración de Negocios (MAN) en la UTN, Regional Bs As, en 2005 – 2009.

La tesis se tituló: “Mapas Estratégicos Fuzzy. Su aplicación en la gestión estratégica competitiva de una organización”. La misma fue dirigida por la Dra. Lazzari, y defendida en 2013. El jurado estaba constituido por los Dres. Casparri, Vigier y Gaché.

En 2011, mientras se realizaba el informe final de la tesis de magíster, el Dr. Zadeh publica un artículo titulado: “A note on Z-numbers” donde presenta un nuevo lenguaje que tenía en cuenta la confiabilidad o certidumbre de una valuación. De inmediato surgió el interés en producir una investigación para expresar los conceptos de los mapas estratégicos con números Z. La propuesta fue consultada con el propio Dr. Zadeh, quien tuvo una opinión favorable y estimuló a emprender el trabajo.

Conversado con la directora de tesis de maestría, ella resaltó que los nuevos matices en juego implicaban un trabajo de mayor calibre, dado que se estaba desarrollando nuevo conocimiento. Por esta razón recomienda hacer el Doctorado en Administración, de la UBA, ya que este marco era el adecuado para proyectar y desarrollar una tesis que logre un ensamble entre los mapas estratégicos y los números Z.

ESTRUCTURA

Planteamiento del Tema, incluye la pregunta problematizante, se describe el objetivo general y los objetivos específicos. Asimismo, se enuncian las presunciones utilizadas en el trabajo.

Marco Teórico, (ver Fig. 1) hace una reseña de la evolución que ha tenido el mapa estratégico y su literatura asociada. Asimismo, se describen los elementos que componen cada una de las perspectivas del mapa, se comentan las limitaciones del lenguaje natural. Se presentan los números Z, los cuales se hacen cargo de las limitaciones antedichas.

Metodología, (ver Fig. 1) trata el concepto de relación binaria borrosa. También se realiza una presentación resumida de la matemática borrosa y de los números Z. Se describe el método de recuperación de efectos olvidados, una herramienta de optimización.

Desarrollo, (ver Fig. 1) describe el concepto de incidencia binaria Z y desarrolla el Número Borroso Zeta (NBZ). Se realiza el mapa de un caso de estudio seleccionado, se obtiene el mapa Z y se lo optimiza con el método de efectos olvidados con NBZ.

Conclusiones, presenta las principales reflexiones sobre el mapa Z. Asimismo, se mencionan posibles futuras líneas de investigación, tanto en el campo de la administración de negocios como en otros ámbitos.

Referencias Bibliográficas, presenta la literatura que se citó en el desarrollo del trabajo.

Bibliografía, contiene buena parte de la literatura actual que guarda afinidad con lo aquí desarrollado.

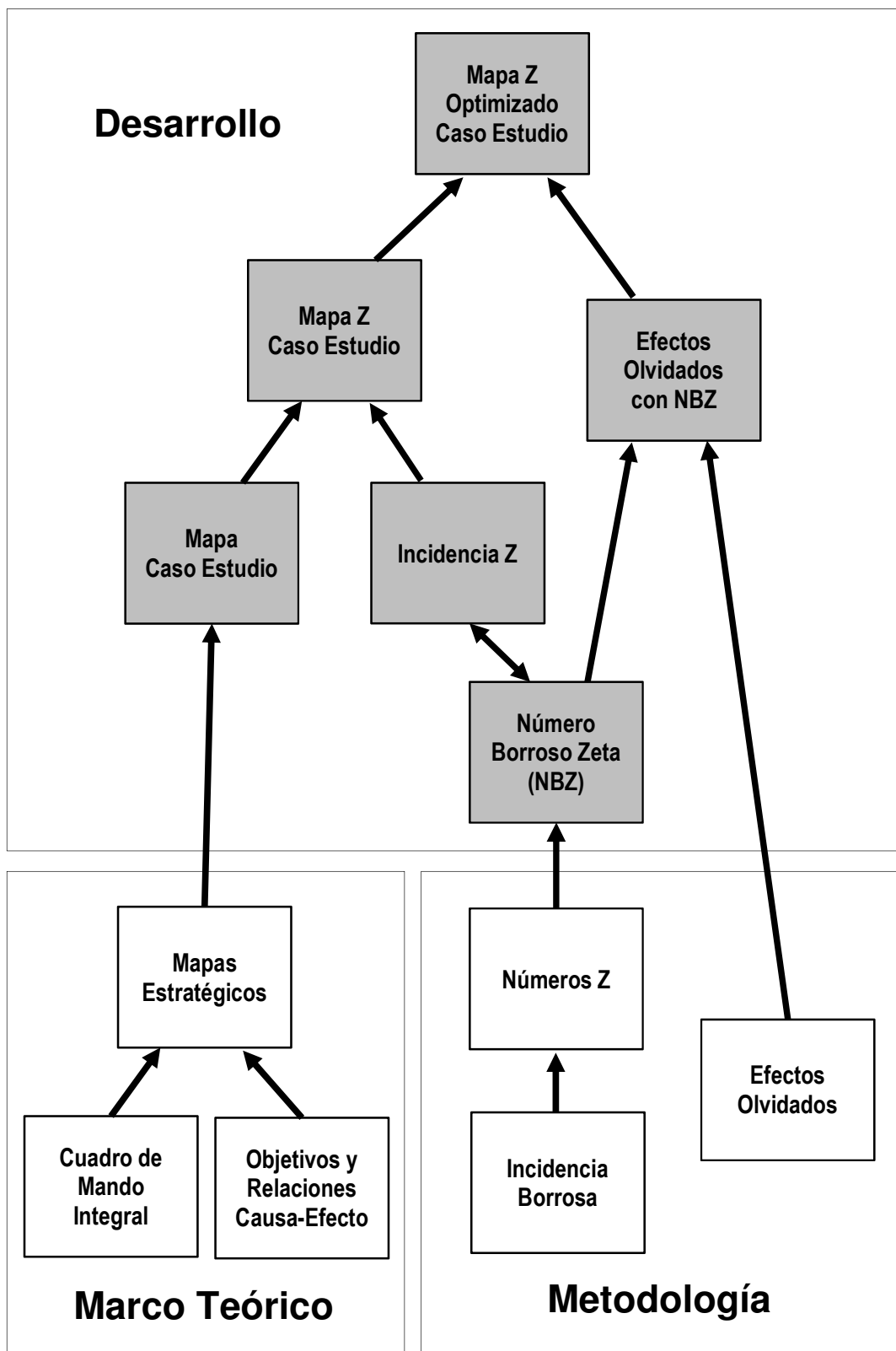


Figura 1.- Mapa de contenidos (nuevos aportes en gris)

Fuente: Elaboración propia

Anexo 1, Tabla de Coordenadas, permite vincular, directamente, una valuación de incidencia Z, $I(X, A, C)$, a un Número Borroso Zeta, NBZ (a_1, a_2, a_3) .

Anexo 2, Ejemplos de mapas estratégicos, muestra los mapas de algunas empresas de EEUU, estudiadas por Kaplan y Norton.

Anexo 3, Caso de estudio, describe el Mapa Estratégico de GNA.

Anexo 4, Caso de estudio, presenta las tablas de valuación de incidencias Z de GNA, completadas por los expertos.

1. PLANTEAMIENTO DEL TEMA

El presente trabajo está orientado a satisfacer la siguiente pregunta problematizante:

¿Cómo se asegura la administración exitosa de una organización?

La respuesta, intenta realizar un aporte al diseño de las organizaciones y también ser de utilidad para el monitoreo, análisis y control. La Fig. 1, muestra una visión integral de los contenidos y aparecen resaltados en gris aquellos que constituyen una novedad.

Como marco de trabajo se considera el mapa estratégico (Kaplan y Norton, 2004), en el cual; la organización es concebida en cuatro perspectivas, estratificadas en orden vertical ascendente: aprendizaje y crecimiento, procesos internos, del cliente y financiera. De esta manera, los elementos que la integran, son ubicados en los estratos antes enunciados y son relacionados entre sí formando cadenas continuas de relaciones causa efecto, que se originan en el estrato de aprendizaje y crecimiento, y finalizan en el estrato financiero. Las cadenas actúan como si fuesen líneas de flujo continuo de valor agregado. (Ver Anexo 2),

El mapa utiliza el lenguaje natural, por lo que adolece de borrosidad y confiabilidad parcial. Estas debilidades facilitan la pérdida de información, generan confusión, y ponen en riesgo la gestión exitosa de la organización. A los efectos de subsanar el inconveniente planteado, se recurre a la participación de expertos en el negocio. Éstos producen evaluaciones de las relaciones causa efecto, entre elementos de estratos contiguos del mapa, las cuales son denominadas incidencias.

La matemática borrosa ha producido los números Z (Zadeh, 2011), un lenguaje tolerante a la borrosidad y la confiabilidad parcial. Por esta razón se seleccionó a esta herramienta, para estudiar el procesamiento de las valuaciones de los expertos, a fin de arribar a un modelo que exprese el contenido del mapa estratégico, sin las limitaciones del lenguaje natural. El mapa estratégico, intervenido con las valuaciones de incidencia Z, constituye el modelo llamado “mapa Z”.

Se presenta el concepto de valuación de incidencia Z, $I(X, A, C)$, soportada por el Número Borroso Zeta (NBZ). X es la relación causa efecto, A es la valuación de la incidencia de la causa sobre el efecto y C es la confiabilidad (grado de verdad) de A.

Se consideró un caso de estudio para aplicar el desarrollo del presente trabajo y tener un resultado que permita extraer una conclusión. A esos efectos fue seleccionada la empresa GNA.

Se recurrió a los expertos del negocio, a fin de conocer su valuación $I(X, A, C)$ de cada una de las incidencias del mapa de GNA, correspondientes a los estratos contiguos del mapa. Esta operación fue respaldada por planillas de evaluación *ad-hoc*, y asegurada con cursos de capacitación de los expertos.

Obtenida la información de los expertos, se obtuvieron los NBZ que respaldaban a cada valuación de incidencia Z. Seguidamente, se procedió a confeccionar las matrices de incidencia NBZ, las cuales debían ser optimizadas con el método de efectos olvidados.

El método de efectos olvidados es aplicable para optimizar matrices de incidencia borrosa. Había que estudiar la forma de hacerlo válido para las incidencias Z. Se consideró que “todo número borroso puede ser representado o expresado, de manera única, tanto por su función de pertenencia como por sus α -cortes”. Esta condición permitió que las matrices de incidencia pudieran descomponerse, en cada uno de sus elementos, para dos valores particulares de NBZ: $\mu(X) = 1$ (un punto) y $\mu(X) = 0$ (un intervalo). Ahora el método de objetos olvidados es válido para valuaciones de incidencia Z, es decir, para matrices de incidencia NBZ, que hemos denominado método de efectos olvidados con NBZ.

Finalmente fue posible aplicarlo al caso de estudio y se pudo obtener el mapa Z optimizado, con lo cual se accedió al último objetivo específico propuesto.

1.1. Objetivo general

La Fig. 1, muestra la conectividad de los nuevos aportes realizados en esta tesis, los cuales condujeron a un resultado final denominado mapa Z optimizado, el cual ayuda a mejorar la descripción de la estrategia plasmada en los mapas estratégicos de Kaplan y Norton. Por lo tanto, se satisface la intención de *asegurar la administración exitosa de una organización*, según reza la pregunta problematizante antes expuesta.

1.2. Objetivos específicos

El *primer objetivo específico* se centra en dar una respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cómo se resuelven las limitaciones del mapa estratégico, respecto a la borrosidad y confiabilidad parcial, propias del lenguaje natural?

El objetivo demanda el desarrollo del concepto de incidencia Z, a fin de aplicarla a los mapas estratégicos, dando lugar al mapa Z. Lo anterior significa el aporte del concepto de evaluación de incidencia Z y del Número Borroso Triangular que actúa como soporte: el Número Borroso Zeta (NBZ). Ambas cuestiones se encuentran tratados, por separado, en *Metodología*.

El *segundo objetivo específico* intenta dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cómo se prueba la validez metodológica de los mapas Z?

Se presenta una validación empírica de los mapas Z. Para ello, se realiza una experiencia con una empresa de servicios, que opera en Argentina. El desarrollo se trata en forma separada en *Desarrollo*.

El *tercer objetivo específico* se propone satisfacer la siguiente pregunta:

¿Cómo se optimiza un mapa Z?

Se considera la teoría de los efectos olvidados, originalmente desarrollada para incidencias binarias de valuaciones borrosas. El cumplimiento del objetivo demanda que se estudie una adaptación, que se consiga su aptitud para valuaciones de incidencias Z, (X, A, C). La teoría de los efectos olvidados y su adaptación para números Z se tratan en forma separada en *Metodología*. En *Desarrollo* se hace una validación empírica de los efectos olvidados Z.

1.3. Hipótesis

HIPÓTESIS PRINCIPAL

Se consideran las valuaciones Z^- (Zadeh, 2011, p. 64)

$$\text{Valuación } Z^- = (X, A, C)$$

Donde,

X: es una variable aleatoria (en nuestro caso, una incidencia binaria).

A: es un número borroso que representa una restricción en X.

C: es un número borroso que representa una restricción en la probabilidad de A, y no la medida de la probabilidad.

El trabajo utiliza información producida por un experto en el negocio, quien, para cada incidencia de interés I (X, A, C), realiza las valuaciones A y C, donde:

A: valuación borrosa de la incidencia de interés ($0 \leq A \leq 1$)

C: valuación borrosa de la confiabilidad de A ($0 \leq C \leq 1$)

Tanto A como C utilizan escalas endecadarias.

En *Marco Teórico*, se fundamenta el uso de las valuaciones de incidencia Z , empleadas en este trabajo. Considera su validez y factibilidad, como un componente de información, llamado información Z, que está integrado a un conjunto, el cual puede participar en procesos de cálculo o de razonamiento lógico. Ver título 2.6.3: Valuación de incidencia Z.

HIPÓTESIS SECUNDARIA

Se logró establecer una relación biunívoca entre la valuación Z, I (X, A, C), y un número borroso triangular *ad-hoc*, denominado Número Borroso Zeta (NBZ), (a_1, a_2, a_3), calculado a partir de los números borrosos A y C. En *Metodología*, se fundamenta NBZ y se desarrollan los algoritmos que lo relacionan con la valuación NBZ:

$$a_1 = a_1 (A, C)$$

$$a_2 = a_2 (A, C)$$

$$a_{13} = a_3 (A, C)$$

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Mapa estratégico

Antes de 1960, las actividades de la empresa se concentraban, básicamente, en sus distintos procesos de fabricación, con un mercado relativamente estable. La economía estaba impulsada por sus activos tangibles, es decir, sus bienes físicos, los cuales representaban más del 80 % de su valor. Se privilegiaba a los accionistas sobre los clientes y se apuntaba a lograr la máxima rentabilidad en función de la productividad.

La optimización de los costos era un objetivo recurrente, mientras que la capacitación de sus recursos humanos y la orientación al cliente no eran relevantes. En ese entonces, no existían los actuales recursos informáticos, ni de comunicación. La alta dirección utilizaba informaciones nítidas, precisas y significativas, respaldadas por una política estable y certidumbres, con las cuales tomaba decisiones basándose en el procesamiento tradicional de la información.

M. E. Porter, pionero de la estrategia corporativa, se ocupó de resaltar la necesidad de desarrollar una estrategia competitiva (Porter, 1980), aplicando técnicas para analizar a las industrias y sus competidores, y una ventaja competitiva (Porter, 1985), para crear una performance superior sostenida.

“La adecuación estratégica entre muchas actividades es fundamental no sólo para la ventaja competitiva sino también para la sustentabilidad de esa ventaja. Para un rival es más difícil igualar un conjunto de actividades interrelacionadas que imitar un enfoque de un determinado equipo de ventas, igualar la tecnología de un proceso o reproducir un conjunto de características de un producto.” (Porter, 1996, pp. 61-78)

En el período 1980 – 2010, un nuevo proceso ha ido tomando lugar en forma gradual. El concepto servicios se agrega a los objetos de negocio. La sociedad comienza a utilizar masivamente la computadora personal (PC), Internet y la telefonía celular. El mercado se vuelve cada vez más dinámico y complejo. Se incrementan las operaciones a futuro.

A partir de 1990, la gestión estratégica de la organización, en relación con el logro de una ventaja competitiva sostenida, se fue convirtiendo en un aspecto esencial que debía ser monitoreado, analizado y preservado en todo momento de su vida.

Algunos autores relacionan la estrategia con mantener un ritmo adecuado constante:

La estrategia es una carrera de fondo, donde es tan importante el arranque como mantener el ritmo adecuado todo el tiempo. Esto se ve claro en la relación con la competencia. Resolver la complejidad de la tarea de obtener una ventaja competitiva permanente es lo que asegura su perdurabilidad. (Ballvé, 2000, p. 133)

La estrategia competitiva fue concebida como el valor que otorga supervivencia a la empresa, especialmente en un mercado tan dinámico como el actual, donde los actores están informados en detalle acerca de la operación de sus competidores.

En esta etapa de la administración de empresas, la ejecución exitosa de una organización estaba gobernada por la ecuación:

Resultados Sobresalientes = Definir la Estrategia Competitiva + Gestionar la Competitividad

En 1990, el Nolan Norton Institute, una división de KPMG¹, auspició un estudio a un grupo de empresas, enfocado a medir los resultados de la “empresa del futuro”. Esta iniciativa arribó a una nueva estructura analítica, para concebir una organización, que se llamó Cuadro de Mando Integral (CMI), o *Balanced Scorecard*. La misma presenta cuatro perspectivas muy precisas: financiera, del cliente, interna, y de innovación y formación.

Kaplan y Norton publican un libro que hace foco en el Cuadro de Mando Integral (Kaplan y Norton, 1996). En el mismo, el planteo recomendado para la ejecución exitosa de una estrategia requería una ecuación de tres componentes:

Resultados Sobresalientes = Cuadro de Mando Integral + Gestionar la Estrategia

La ecuación anterior se fundamenta en un razonamiento natural, muy fácil de comprender:

¹ KPMG es una de las consultoras de mayor prestigio en el mundo, creada a partir de la fusión de dos grandes consultoras, KMG y Peat Marwick International, en 1987.

- No se puede *gestionar* lo que no se puede *medir*.
- No se puede *medir* lo que no se puede *describir*.

En el período 1980 – 2000 la participación porcentual de los activos intangibles, sobre el valor de la empresa en el mercado, tiene un aumento gradual significativo desde 38% en 1982, hasta 82% en 1997.

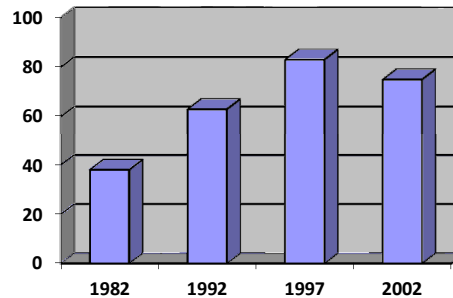


Figura 2.- Activos intangibles / capitalización del mercado

Fuente: Kaplan y Norton, 2000, p. 31

A partir de esta transición, los activos intangibles adquieren una importancia estratégica decisiva cuya formulación y ejecución requieren el monitoreo explícito de su movilización y alineación.

...actualmente las empresas pueden concentrar sus inversiones en capital humano y, en general, sus inversiones en todos los activos intangibles para crear un valor diferenciado y sustentable. Todas las organizaciones de hoy en día crean un valor sustentable mediante la potenciación de sus activos intangibles: capital humano, bases de datos y sistemas de información, procesos sensibles y de alta calidad, relaciones con los clientes y marcas, capacidad de innovación, cultura. Hace décadas que se viene observando la tendencia a alejarse de una economía impulsada por los productos y basada en los activos tangibles, para acercarse a una economía del conocimiento y los servicios basada en los activos intangibles.” (Kaplan y Norton, 2000, pp. 29-30)

Las frecuentes aplicaciones del Cuadro de Mando Integral, a diez años de su inicio, muestran una oportunidad de mejora del componente “describir la estrategia”. Los sucesivos estudios confirman que la creación de valor de una organización, se logra en la medida que los activos estén alineados con los objetivos.

Esta demanda de mayor claridad, impulsa a Kaplan y Norton a desarrollar un artículo donde se propone mapear la estrategia de una organización. (Kaplan y Norton, 2000, pp. 167-176). Posteriormente, profundizan este análisis mediante estudios realizados a distintas empresas y sus resultados lo vuelcan en una obra importante que se llamó Mapas Estratégicos. (Kaplan y Norton, 2004)

El Mapa Estratégico describe cómo se ejecuta la estrategia de una empresa, a partir de los componentes básicos de la creación de valor, y facilita la conversión de los activos intangibles (capital humano, capital de la información y capital organizacional), en resultados tangibles.

El Mapa Estratégico ha resultado ser una innovación tan importante como lo fue el mismo Cuadro de Mando Integral en su momento. En el Anexo 2 se adjuntan algunos mapas estratégicos de empresas de EEUU, tomados del trabajo de Kaplan y Norton.

Con la incorporación del agregado anterior el planteo recomendado para la ejecución exitosa de una estrategia requiere la siguiente ecuación:

$$\textbf{Resultados Sobresalientes} = \textbf{Mapas Estratégicos} + \textbf{Organización Focalizada en la Estrategia}$$

En este contexto, los mapas estratégicos constituyen un recurso de excelencia para que los ejecutivos describan y gestionen la estrategia a un nivel de detalle operacional.

El mapa estratégico de una organización es una representación gráfica, que muestra el proceso continuo de creación de valor que hace cumplir el plan estratégico. Define cuatro perspectivas que se muestran como estratos o capas jerárquicas. Cada una tiene componentes que están directamente relacionados con la creación de valor. Comienza en la base, la perspectiva de aprendizaje y crecimiento (AP), donde se encuentran los activos intangibles y finaliza en el techo, la perspectiva financiera (FI), donde se materializa la creación de un valor nítido para los accionistas. En síntesis, el mapa estratégico de una organización muestra cómo se apalancan sus activos intangibles para producir un valor duradero (resultados tangibles) para los accionistas y el cliente.

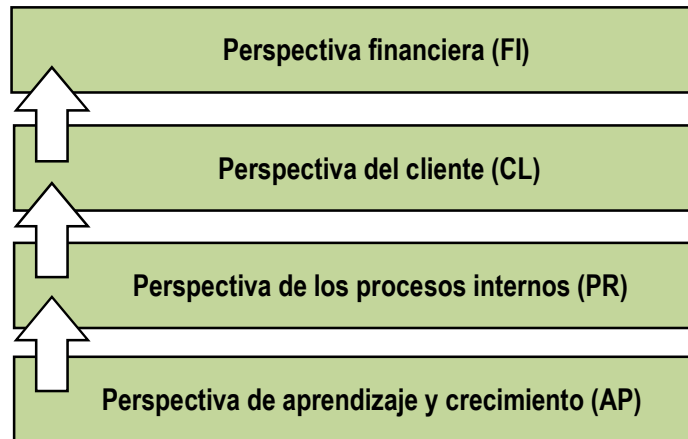


Figura 3.- Flujo de creación de valor en el mapa estratégico

Fuente: elaboración propia

A la fecha existe una vasta literatura que cubre este tema ya sea directa o indirectamente. Por lo general el mapa estratégico aplica a una empresa en particular, para la cual fue desarrollado. En el ANEXO 1 se muestran los mapas estratégicos de algunas compañías de EEUU.

A continuación, se describen los componentes de cada perspectiva para un mapa básico, correspondiente a una empresa genérica:

Perspectiva de aprendizaje y crecimiento (AP)

Perspectiva de los procesos internos (PR)

Perspectiva del cliente (CL)

Perspectiva financiera (FI)

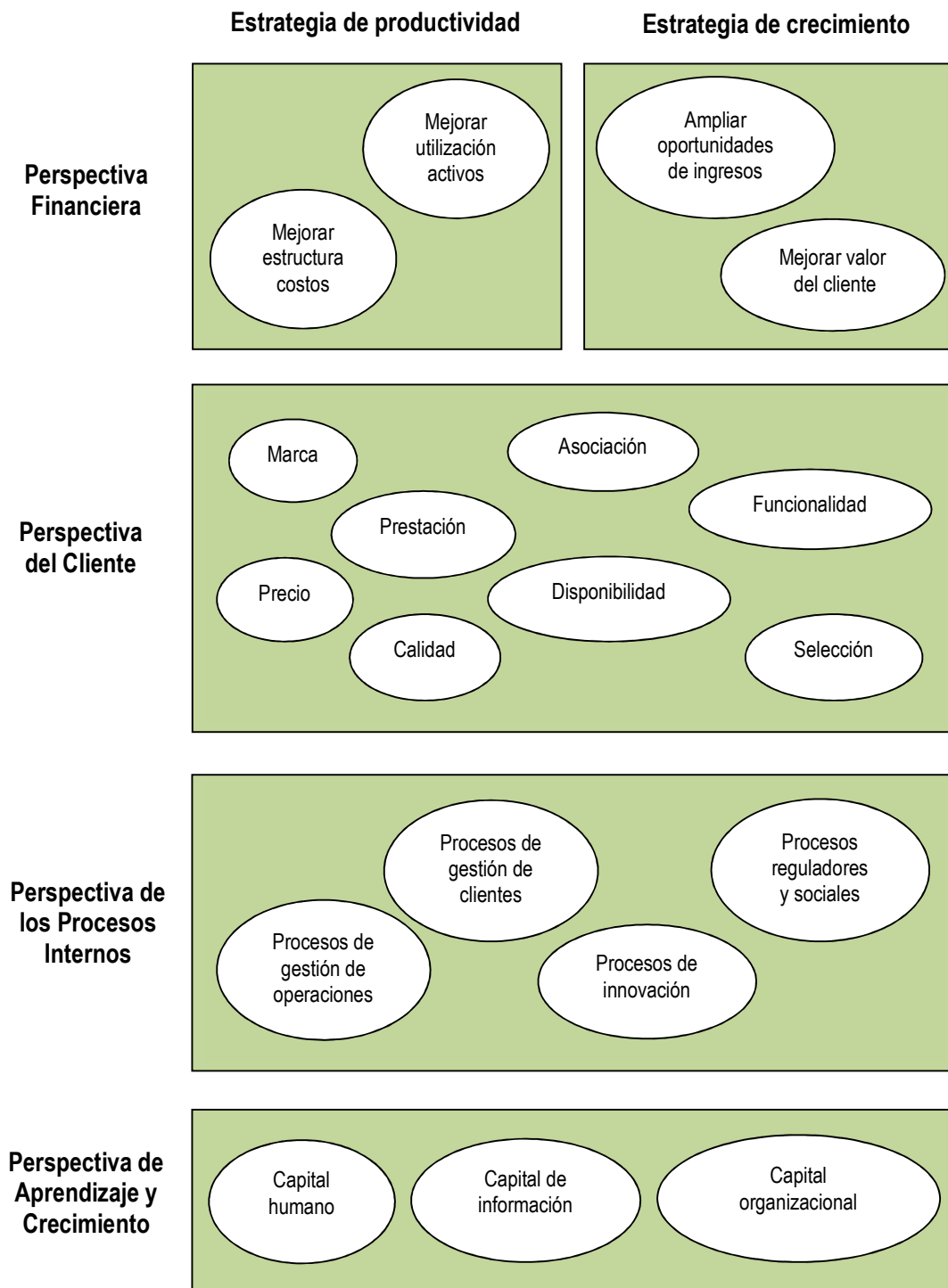


Figura 4.- Esquema conceptual del mapa básico

Fuente: elaboración propia

2.2. Perspectiva de aprendizaje y crecimiento (AP)

2.2.1. *Capital humano*: son los recursos humanos que permiten realizar los procesos internos que resultan críticos para el éxito de la estrategia. Está representado por tres factores básicos cuyos comportamientos se describen a continuación.

- Conocimiento: conocimientos requeridos para realizar la tarea, tanto el básico como el específico. Incluye el conocimiento circundante, que vincula el específico con el ambiente y el contexto de la tarea.
- Habilidades: habilidades requeridas para complementar el conocimiento básico.
- Valores: conductas que producen un resultado destacado en la tarea.

2.2.2. *Capital de información*: son los recursos que permiten que la información y el conocimiento estén disponibles en la organización. Incluye las aplicaciones que transforman datos primarios en información y ésta en conocimiento.

- Aplicaciones transformacionales: redes y sistemas que cambian el modelo de negocios vigente.
- Aplicaciones analíticas: redes y sistemas que promueven el análisis, interpretación y compartición de información / conocimiento.
- Infraestructura TI: tecnología compartida y la especialidad gerencial requeridas para facilitar la disponibilidad y el buen uso de las redes y sistemas en uso.
- Aplicaciones procesos transaccionales: sistemas que automatizan las transacciones repetitivas básicas.

2.2.3. *Capital organizacional*: son los valores básicos sobre los que se construyen los demás valores de la organización.

- Cultura: concientización de la misión, visión y valores clave.
- Liderazgo: disponibilidad de líderes calificados en todos los niveles.

- Alineación: involucra los objetivos de individuo, equipo y departamento, y los incentivos correspondientes.
- Trabajo en equipo: compartir conocimiento con potencial estratégico en toda la organización.

2.3. Perspectiva de los procesos internos (PR)

2.3.1. Procesos gestión de operaciones

- Abastecimiento: Desarrollo y mantenimiento de relaciones con el proveedor.
- Producción: Generación de productos y servicios.
- Distribución: Distribución y entrega de productos y servicios a clientes.
- Gestión del riesgo: Monitoreo, evaluación, mitigación y control.

2.3.2. Procesos de gestión de clientes

- Selección: Identificación de los segmentos de clientes que resultan atractivos al negocio. Creación de una imagen de marca.
- Captación: Comunicación del mensaje al mercado. Afianzamiento de expectativas y su conversión en clientes.
- Retención: Aseguramiento de la calidad, corrección de problemas y fidelización de clientes.
- Fidelización: Conocimiento de los clientes, construcción de relaciones con ellos e incremento de su participación.

2.3.3. Procesos de innovación

- Nuevos procesos: Análisis de oportunidad para posibles nuevos productos y servicios.
- Investigación y desarrollo: Gestionamiento piloto de nuevos productos y servicios.

- Diseño y desarrollo: Generación de nuevos productos y servicios.
- Lanzamiento: Entrega de nuevos productos y servicios al mercado.

2.3.4. Procesos reguladores y sociales

- Medio ambiente: Reporte de la performance del medio ambiente. Cumplimiento de normas nacionales e internacionales.
- Seguridad y salud: Reporte de accidentes. Cumplimiento de estándares. Selección de una Aseguradora de riesgos del trabajo (ART).
- Política de empleo: Políticas de la empresa para la incorporación de personal.
- Política para la comunidad: Contribuciones monetarias. Programas de voluntariado. Creación de una Fundación.

2.4. Perspectiva del cliente (CL)

- Precio: Esquema de precios según contrato.
- Marca: Características que identifican a una empresa.
- Prestación: Regularidad del servicio.
- Calidad: Características del servicio.
- Funcionalidad: Utilidad global.
- Disponibilidad: Garantía de provisión.
- Selección: Variedad del servicio.
- Asociación: Involucramiento del cliente con la empresa.

2.5. Perspectiva financiera (FI)

2.5.1. Estrategia de productividad

- Mejorar la estructura de costos: reducciones en el costo de la propiedad, las operaciones y los procesos de distribución.
- Mejorar la utilización de los activos: planificación de la producción, mejora de la gestión de inventario, optimización de las cadenas de suministro y canales de distribución.

2.5.2. Estrategia de crecimiento

- Ampliar oportunidades de ingresos: aumentar la cantidad de clientes. Recuperar viejos clientes o captar a nuevos clientes.
- Mejorar el valor del cliente: aumentar el ingreso por cliente.

2.6. Limitaciones del lenguaje natural

Por lo antes expresado, la empresa actual dejó de ser un sistema concentrado en los procesos de fabricación, para convertirse en un sistema que depende de la información basada en percepciones humanas. Esta situación, genera juicios y valoraciones humanas, a nivel individual y colectivo, difíciles de cuantificar con el lenguaje natural.

La empresa actual enfrenta el siguiente problema:

- El 80% de los activos de la empresa son intangibles.
- La información es compleja, borrosa y de confiabilidad parcial, y no es procesable por las técnicas del análisis tradicional.

El mapa utiliza el lenguaje natural, cuya información es imperfecta.

El problema de la insuficiencia de nuestro lenguaje natural puede expresarse diciendo que dicho lenguaje tiene menos palabras que las sensaciones, imágenes y conceptos que nuestro pensamiento es capaz de crear o percibir.

Aunque los símbolos lógicos y los matemáticos pueden, teóricamente, albergar cualquier contenido semántico, es muy difícil que ello se logre en problemas relacionados con la Realidad, pues el conocimiento de la misma es esencialmente incierto, vago, ambiguo,

dependiente de la voluntad del hombre, confuso, impreciso, incompleto, subjetivo, etc. Diremos en adelante que es BORROSO. Es decir, que los modelos que hacemos de la Realidad son, necesariamente, BORROSOS.

En cambio, los modelos formales, propios de la ciencia pura, se ajustan exactamente a las hipótesis que formulamos, que pueden o no, pretender interpretar la Realidad. (Bignoli, 1991, pp. 12-13)

Se recuerda la frase: “Mide lo que se pueda medir; y lo que no hazlo medible”, atribuida a Galileo Galilei (1564-1642).

Lord William Thomson Kelvin (1824-1907), uno de los científicos más eminentes del siglo XIX, sostiene con firmeza que medir es conocer:

Si puedes medir lo que estás hablando, y expresarlo en números, sabes algo al respecto, pero si no puedes medirlo, no podrás expresarlo en números y entonces tu conocimiento será escaso e insatisfactorio; podrá ser el principio del conocimiento, pero apenas habrás avanzado en tus pensamientos en el estado de la ciencia, cualquiera que sea el tema que se trate. (Kelvin, 1876)

En el caso de los mapas, las cadenas de incidencia “causa efecto” se inician en la *perspectiva de aprendizaje y crecimiento*, totalmente intangible, y acaban en la *perspectiva financiera*, totalmente tangible. Las incidencias que relacionan a elementos intangibles son inciertas y vagas por naturaleza, pues presentan conceptos que dependen, básicamente, de la opinión humana y se describen mediante el lenguaje natural, cuya información adolece de borrosidad y confiabilidad parcial, por lo cual la información disponible es compleja.

2.7. Estado del arte

Lotfi A. Zadeh, creador de la Teoría de los subconjuntos borrosos, ha expresado las limitaciones del análisis tradicional. “Las técnicas cuantitativas del análisis convencional son adecuadas para resolver los sistemas mecanicistas, pero no lo son para resolver los sistemas humanistas ni los sistemas complejos. Para estos casos, recomienda recurrir a técnicas que puedan manejar predicados vagos e inciertos” (Zadeh, 1973, pp. 28-44).

Zadeh patentó el número Z, para resolver las limitaciones del lenguaje natural y lo sugirió como una construcción formal más adecuada, para describir la información del mundo real.

En el mundo real, la incertidumbre es un fenómeno generalizado. Gran parte de la información en que se basan las decisiones es incierta. Los seres humanos tienen una capacidad extraordinaria para tomar decisiones racionales basadas en información incierta, imprecisa y / o incompleta. La formalización de esta capacidad, al menos hasta cierto punto, es un reto que es difícil de satisfacer. (Zadeh, 2011, p. 2923)

Un número Z es un par ordenado de números borrosos, $Z = (X, A, B)$, que describen el valor de una variable X, donde “A” expresa el valor borroso de X, y “B” expresa el valor borroso de la confiabilidad de A.

Ejemplos:

(Inflación 2017 en Argentina (IPC), 20%, probable)

(Grado de honestidad de Horacio, muy alta, absolutamente)

(Población de Argentina 2020, 45 millones, muy probable)

(Dólar en Argentina a diciembre 2018, 18.50 [\$/U\$S], probable)

“El concepto de número Z tiene un potencial para muchas aplicaciones, especialmente en los ámbitos de la economía, análisis de decisiones, evaluación de riesgos, predicción, previsión, planificación, biomedicina y manipulación basada en reglas de funciones y relaciones imprecisas” (Zadeh, 2011, p. 2923).

3. METODOLOGÍA

3.1.Introducción

3.1.1. Medición versus opinión

La información es el elemento básico para tomar decisiones y sirve para operar, monitorear, controlar y mejorar los sistemas que utiliza el hombre. Se genera a través de procesos de medición y percepción:

- Medición: utiliza aparatos que miden variables relacionadas con la física o la química: Ej.: tiempo, longitud, temperatura.
- Percepción humana nítida: Ej.: la vista, el oído, el tacto.
- Percepción humana borrosa: Ej.: la opinión, la valuación.

La percepción nítida responde a un proceso simple y directo, mientras que la borrosa responde a un proceso complejo cuyo resultado no responde a un patrón blanco-negro, sino que es de naturaleza gris o *matizada*.

El proceso de valuación responde a una actividad mental individual, que requiere considerar conocimiento adquirido *a priori* y relacionarlo con los aspectos de contexto que presenta cada caso, con la finalidad de generar una opinión o juicio personal. Platón ya trató este tema en el año 380 a.C.

Platón hace una distinción entre el conocimiento, la opinión y la ignorancia. Primeramente, se ocupa de tratar el conocimiento y la ignorancia para finalmente describir a la opinión o juicio como algo intermedio entre ambos. Afirma que los conocimientos fundados en la visión nítida de los objetos son la verdadera ciencia, mientras que aquello que sólo descansa en la apariencia, no merece otro nombre que el de opinión.

Asimismo, expresa que, sin llevar más adelante nuestras indagaciones, sabemos que lo que existe de todas maneras puede ser igualmente conocido; y lo que de ninguna manera existe, de ninguna manera puede ser conocido.

Platón designa el *ser* como objeto de la ciencia, y el *no-ser* como objeto de la ignorancia. Dentro de este contexto la opinión es concebida como lo que ocupa entre el ser y el no-ser, que tiene menos claridad que la ciencia y menos oscuridad que la ignorancia. Platón afirma que la opinión es la facultad de juzgar por las apariencias.

Platón expresa que la ciencia o conocimiento es una concepción del espíritu *confirmada* por la razón; mientras que la opinión es una concepción del espíritu *a ser confirmada* por la razón. Por lo tanto, la opinión es una conjetura del espíritu, una noción cuya verdad o cuya falsedad demuestra el razonamiento.

Expresado en los términos de este trabajo, Platón reconoce que la ciencia o conocimiento sólo se alimenta de certezas tales como la medición y la percepción humana nítida. En cambio, la percepción humana borrosa, es incierta por naturaleza, queda fuera de la ciencia o conocimiento y no constituye información.

...los que ven la multitud de cosas bellas, pero que no distinguen lo bello en su esencia, ni pueden seguir a los que intentan demostrárselo, que ven la multitud de cosas justas, pero no la justicia misma, y lo mismo todo lo demás, diremos que todos sus juicios son opiniones y no conocimientos. (Platón)

Con respecto a quienes se manejan en el campo de la sabiduría o conocimiento, Platón expresa que “será preciso dar el nombre de filósofos sólo a los que se consagran a la contemplación de la esencia de las cosas”

En el alcance del presente trabajo, se llaman sistemas mecánicos a los que responden a un proceso gobernado sólo por leyes de procesos físicos y químicos. La información utilizada para gestionar estos sistemas proviene de mediciones producidas por instrumentos y aparatos, cuyo principio de funcionamiento está gobernado por leyes físicas y químicas, o bien por la percepción humana nítida. Los sistemas mecánicos se caracterizan por ser predecibles, tangibles, nítidos y precisos.

En el presente trabajo, los sistemas humanos son aquellos que operan con información basada en la valuación humana. Ésta es el resultado de la interacción de un conjunto de valores humanos individuales, intangibles y borrosos, que incluye el conocimiento previo, la experiencia, el contexto relacionado, la percepción nítida y el discernimiento humano.

El esquema mecanicista, le ha resultado funcional al hombre para el estudio y perfeccionamiento de una diversidad de sistemas mecánicos, habiendo sido potenciado con la llegada de la computación. Ésta facilitó el surgimiento de nuevas generaciones de sistemas (ej. navegación espacial, robótica) y el perfeccionamiento de los existentes (ej. telefonía celular).

3.1.2. Precisión o relevancia

Zadeh afirma que las técnicas cuantitativas del análisis clásico, generadas bajo el paradigma mecanicista, son adecuadas para resolver sistemas mecánicos y no lo son para los sistemas humanos ni sistemas complejos. Su principio de incompatibilidad expresa:

A medida que aumenta la complejidad de un sistema, nuestra capacidad para formular afirmaciones precisas y significativas (relevantes), sobre su comportamiento, va disminuyendo hasta llegar a un umbral más allá del cual precisión y significancia (relevancia) se convierten prácticamente en características mutuamente excluyentes. (Zadeh, 1972)

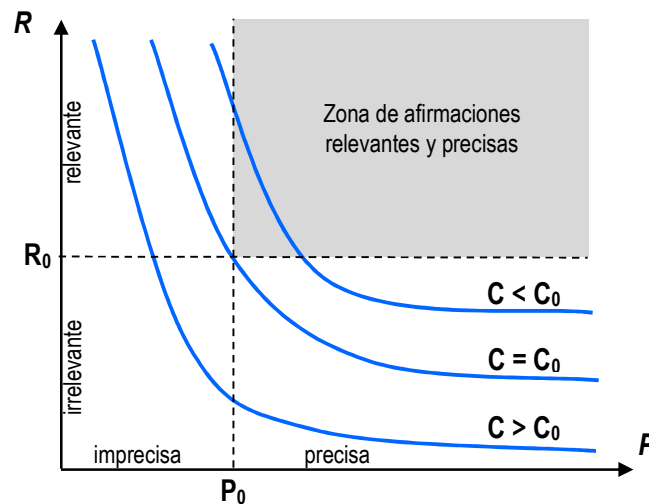


Figura 5.- Curvas P - R

Fuente: elaboración propia

Como demostración gráfica, se proponen las curvas precisión-relevancia de una afirmación, o curvas P-R, para distintos niveles de complejidad de un sistema. Se considera que, para una complejidad dada, el producto “precisión x relevancia” de una afirmación, es constante y verifica la expresión:

$$P \times R = K / C$$

Donde:

K: constante

P: precisión de la afirmación

P₀: umbral de precisión

Si $P \geq P_0 \rightarrow$ la afirmación es precisa

Si $P < P_0 \rightarrow$ la afirmación es imprecisa

R : relevancia de la afirmación

R_0 : umbral de relevancia

Si $R \geq R_0 \rightarrow$ la afirmación es relevante

Si $R < R_0 \rightarrow$ la afirmación es irrelevante

C : complejidad del sistema (parámetro)

C_0 : umbral de complejidad

Si $C \geq C_0 \rightarrow$ el sistema es complejo

Si $C < C_0 \rightarrow$ el sistema no es complejo

Para los sistemas complejos ($C > C_0$) se verifica gráficamente que la precisión y la relevancia de una afirmación son características mutuamente excluyentes (Principio de Incompatibilidad):

Si es relevante ($R > R_0$), es imprecisa ($P < P_0$).

Si es precisa ($P > P_0$), es irrelevante ($R < R_0$).

- En general, a mayor relevancia corresponde mayor imprecisión.
- En general, a mayor precisión corresponde mayor irrelevancia.
- A medida que aumenta la complejidad de un sistema, el mismo grado de relevancia corresponde a una mayor imprecisión.
- A medida que aumenta la complejidad de un sistema, el mismo grado de precisión corresponde a una mayor irrelevancia.

Como corolario de este principio, un sistema que necesita operar con información basada en el procesamiento de las valuaciones humanas, es necesariamente complejo; pues las valuaciones humanas son imprecisas por naturaleza ($P < P_0$) y para operar el sistema se requiere tener información relevante ($R > R_0$).

Las herramientas del paradigma mecanicista han encontrado claras limitaciones en el procesamiento de la información de sistemas complejos.

3.2.Los subconjuntos borrosos

3.2.1. Noción de predicado borroso

La dirección de una empresa de servicios públicos desea conocer el nivel de satisfacción del cliente. En cada oficina comercial necesita realizar una encuesta con el fin de conocer el porcentaje de los “clientes altamente satisfechos” y el de los “clientes no altamente satisfechos”.

Los resultados de una encuesta dependen de su diseño, del juicio de quien haga la valuación (encuestador), de quien responda (encuestado) y del contexto en el momento de realización. El predicado “altamente satisfecho” es impreciso, vago, difuso, borroso. Por lo antes descrito no es posible particionar al conjunto de los clientes, en un sub-conjunto nítido de clientes altamente satisfechos y otro de clientes no altamente satisfechos.

Los predicados vagos son imprescindibles para la toma de decisión. En este aspecto, por lo general, los predicados que contienen información “relevante e imprecisa” tienen mayor utilidad práctica que los que contienen información “precisa e irrelevante”.

Por ejemplo, se considera el caso de una persona que necesita consultar a un cardiólogo y recibe referencias de dos profesionales:

- Uno de ellos se conoce mediante información precisa, aunque irrelevante: “es un médico de 53 años, alto, morocho, recibido hace 30 años, trabaja en tal instituto hace 15 años, atiende los jueves en su consultorio particular, en tal dirección”.
- El otro se conoce mediante información relevante e imprecisa: “es muy buena persona, tiene buen trato con sus pacientes, es muy responsable, atendió a una amiga de mi cuñada y a un compañero de trabajo quienes quedaron muy conformes”.

El ejemplo muestra cómo la información imprecisa-relevante tiene mayor influencia que la información precisa-irrelevante, ante una necesidad corriente tal como definir un médico para realizar una consulta.

En general, todo proceso de decisión se realiza en condiciones de incertidumbre y el procesamiento de los predicados imprecisos o borrosos es un requerimiento indispensable.

Las decisiones humanas individuales o colectivas y su interacción con la naturaleza constituyen el medio evolutivo esencial entre la vida y la inteligencia. En cierto aspecto, la civilización es el resultado acumulado de las decisiones tomadas por el hombre a lo largo del tiempo, las cuales están relacionadas directa o indirectamente con la satisfacción de necesidades humanas. Asimismo, cada decisión es el resultado de un proceso consciente o inconsciente, implícito o explícito, metódico o informal que, en general, maneja información compuesta por predicados borrosos.

Por lo antes descripto resulta beneficioso procesar con eficiencia la información contenida en los predicados borrosos.

Con frecuencia, las clases de objetos encontrados en el mundo físico real no tienen un criterio de pertenencia definido con precisión. Por ejemplo, las clases de animales claramente incluyen a perros, caballos, pájaros, etc. como sus miembros, y claramente excluyen a objetos como rocas, líquidos, plantas, etc. Sin embargo, objetos tales como estrellas de mar, bacterias, etc. tienen un estado ambiguo con respecto a la clase de animales. El mismo tipo de ambigüedad surge en el caso de un número tal como 10 en relación a la ‘clase’ de todos los números reales que son mucho mayores que 1. Claramente, la ‘clase de todos los números reales que son mucho mayores que 1’ o la ‘clase de mujeres hermosas’, o la ‘clase de hombres altos’ no constituyen clases o conjuntos en el sentido matemático usual de estos términos. Sin embargo, el hecho es que tales ‘clases’ definidas imprecisamente juegan un rol importante en el pensamiento humano, particularmente en los dominios del reconocimiento de modelos, la transmisión de la información y la abstracción. (Zadeh, 1965, p. 338)

3.2.2. Definición de subconjunto borroso

La definición original de la Teoría de los subconjuntos borrosos expresa:

Sea X un espacio de puntos (objetos) y x un elemento genérico de X , $X = \{x\}$. Un *conjunto borroso (clase)* A en X está caracterizado por una *función (característica) de pertenencia* $f_A(x)$ que a cada punto de X asocia un número real en el intervalo $[0,1]$, donde el valor de $f_A(x)$ en x representa el ‘grado de pertenencia’ de x en A .

De este modo, cuanto más se aproxime a la unidad el valor de $f_A(x)$, habrá un mayor grado de pertenencia de x en A .

En el caso que A sea un conjunto ordinario, su función de pertenencia podrá tomar sólo dos valores, 1 o 0, o sea $f_A(x) = 1$ o 0, según si x pertenece o no pertenece a A . Por consiguiente, en este caso $f_A(x)$ se reduce a la función característica familiar de un conjunto A ” (Zadeh, 1965, p. 339)

A partir de ahora resulta conveniente diferenciar a los conjuntos nítidos, ordinarios o tradicionales (en inglés, *crisp sets*) de los conjuntos borrosos o difusos (en inglés, *fuzzy sets*). De este modo, un conjunto borroso se denota con el símbolo “ $\sim$ ” (virgulilla o tilde de la ñ) colocado sobre la letra que indica el conjunto.

Para expresar la pertenencia de un elemento x , descrito por un predicado impreciso, respecto a un conjunto borroso $\tilde{A}$, se utiliza la función de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}(x)$. Ésta toma cualquier valor del intervalo real $[0,1]$ para cubrir todos los matices posibles. Un *conjunto borroso* $\tilde{A}$ es un conjunto de pares ordenados $(x/\mu_{\tilde{A}}(x))$, donde a cada elemento x le corresponde un grado de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}(x)$.

$$\tilde{A} = \{(x/\mu_{\tilde{A}}(x)), \forall x \in E\}$$

Donde:

$\mu_{\tilde{A}}: E \rightarrow [0,1]$ función característica de pertenencia

$\mu_{\tilde{A}}(x)$: grado de pertenencia

Soporte de un conjunto borroso $\tilde{A}$ de E , que se denota $S(\tilde{A})$, es el conjunto nítido que contiene a todos los elementos del referencial cuya función de pertenencia es no nula.

$$S(\tilde{A}) = \{x / x \in E \wedge \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

Un subconjunto borroso se expresa por su función de pertenencia.

Ejemplo 3: Tiempo de viaje $\tilde{T}$ en auto desde La Plata a Buenos Aires, por autopista, los días hábiles, de 8:00 a 9:00 A.M. El tiempo, es superior a 40 minutos, inferior a 90 y la máxima presunción es que sea 60.

El conjunto $\tilde{T}$ representa el “tiempo de viaje” considerado. Su función de pertenencia es $\mu_{\tilde{T}}(x) \forall x \in \mathfrak{R}$ (referencial de los números reales):

$$\mu_{\tilde{T}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 40 \\ \frac{x}{20} - 2 & \text{si } 40 \leq x \leq 60 \\ -\frac{x}{30} + 3 & \text{si } 60 \leq x \leq 90 \\ 0 & \text{si } x > 90 \end{cases}$$

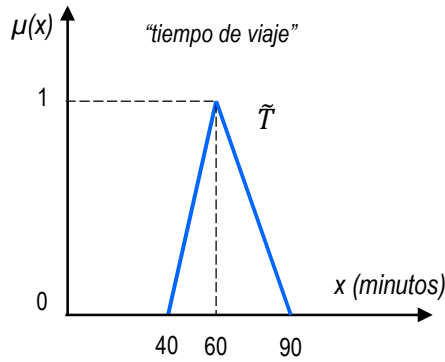


Figura 6.- Función de pertenencia del "tiempo de viaje"

Fuente: elaboración propia

La definición de un conjunto borroso depende del caso de estudio, como se observa en el próximo ejemplo.

Ejemplo 4: se considera la altura de un ejemplar canino macho adulto. Se mide la "altura a la cruz" del animal, o sea, el punto más elevado del lomo, que está en contacto con el cuello. El grado de pertenencia de la altura x , a la condición "muy alto", depende de la raza considerada. A continuación se grafican las funciones de pertenencia de las razas Gran Danés, Ovejero Alemán, Basset Hound y Chihuahua, para el conjunto borroso de $\mathfrak{R}$: "ejemplar canino muy alto".

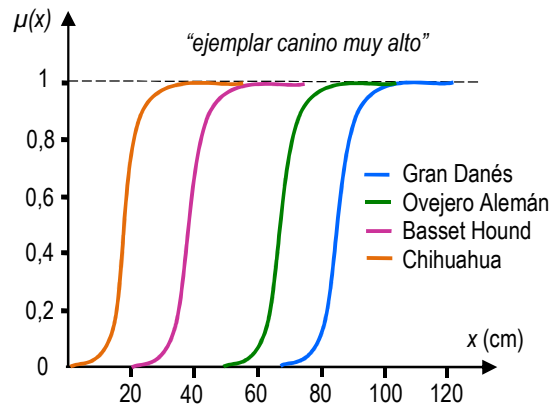


Figura 7.- Funciones de pertenencia de "ejemplar canino muy alto"

Fuente: elaboración propia

Se puede apreciar que una altura de 80 cm cumple la condición "muy alto" para un Ovejero Alemán, pero no para un Gran Danés. De igual manera, la altura de 30 cm cumple la condición "muy alto" para un Chihuahua, pero no para un Basset Hound.

Los conjuntos nítidos pueden expresarse como un caso particular de los conjuntos borrosos.

Ejemplo 5: intervalo cerrado de números reales $\tilde{R} = [j, k]$.

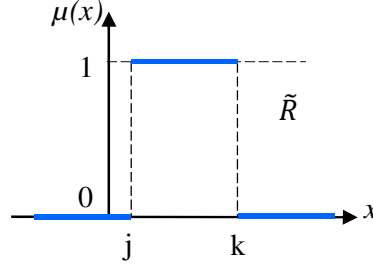


Figura 8.- Función de pertenencia del intervalo

Fuente: elaboración propia

3.2.3. Propiedades de los subconjuntos borrosos

Dados $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ y $\tilde{C}$ conjuntos pertenecientes a un mismo referencial E , se mostrarán las propiedades más importantes (Lazzari, Machado y Pérez, 1998, pp. 120-125).

• **Conjunto vacío:** Un conjunto borroso $\tilde{A}$ es vacío (en inglés, *empty set*) si y sólo si su función de pertenencia es cero para todo x perteneciente a E .

$$\tilde{A} = \emptyset \Leftrightarrow \forall x \in E: \mu_{\tilde{A}}(x) = 0 \quad \forall x \in E$$

En forma abreviada: $\mu_{\tilde{A}} = 0$

• **Igualdad:** Dos conjuntos borrosos $\tilde{A}$ y $\tilde{B}$ son iguales si y sólo si $\mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x)$, para todo x perteneciente a E .

$$\tilde{A} = \tilde{B} \Leftrightarrow \forall x \in E: \mu_{\tilde{A}}(x) = \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in E$$

En forma abreviada: $\mu_{\tilde{A}} = \mu_{\tilde{B}}$

• **Complemento:** El complemento de un conjunto borroso $\tilde{A}$ con función de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}(x)$ es el conjunto borroso $\bar{\tilde{A}}$ cuya función de pertenencia es $1 - \mu_{\tilde{A}}(x)$.

$$\bar{\tilde{A}} \Leftrightarrow \forall x \in E: \mu_{\bar{\tilde{A}}}(x) = 1 - \mu_{\tilde{A}}(x) \quad \forall x \in E$$

En forma abreviada: $\mu_{\bar{\tilde{A}}} = 1 - \mu_{\tilde{A}}$

• **Inclusión:** Un conjunto borroso $\tilde{A}$ está incluido en otro $\tilde{B}$ (o, lo que es lo mismo, $\tilde{A}$ es un subconjunto de $\tilde{B}$, o bien $\tilde{A}$ es menor o igual que $\tilde{B}$) si y sólo si $\mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x)$, para todo x perteneciente a E .

$$\tilde{A} \subset \tilde{B} \Leftrightarrow \forall x \in E: \mu_{\tilde{A}}(x) \leq \mu_{\tilde{B}}(x) \quad \forall x \in E$$

En forma abreviada: $\mu_{\tilde{A}} \leq \mu_{\tilde{B}}$

• **Unión:** La unión de dos conjuntos borrosos $\tilde{A}$ y $\tilde{B}$, con sus respectivas funciones de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}(x)$ y $\mu_{\tilde{B}}(x)$, es un conjunto borroso $\tilde{C}$, que se denota $\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$, cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \mu_{\tilde{A} \cup \tilde{B}}(x) = \max \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in E$$

En forma abreviada: $\mu_{\tilde{C}} = \mu_{\tilde{A}} \vee \mu_{\tilde{B}}$

• **Intersección:** La intersección de dos conjuntos borrosos $\tilde{A}$ y $\tilde{B}$, con sus respectivas funciones de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}(x)$ y $\mu_{\tilde{B}}(x)$ es un conjunto borroso $\tilde{C}$, que se denota $\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$, cuya función de pertenencia es:

$$\mu_{\tilde{C}}(x) = \mu_{\tilde{A} \cap \tilde{B}}(x) = \min \{ \mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(x) \} \quad \forall x \in E$$

En forma abreviada: $\mu_{\tilde{C}} = \mu_{\tilde{A}} \wedge \mu_{\tilde{B}}$

3.2.4. Conjunto nítido de nivel α o α -corte

Dado un conjunto borroso $\tilde{A}$ del referencial E , el conjunto nítido de nivel α de $\tilde{A}$ o α -corte (en inglés, *α -cut*), se indica $\tilde{A}_{\alpha}$, es el subconjunto nítido de E :

$$\tilde{A}_{\alpha} = \{ x \in E / \mu_{\tilde{A}}(x) > \alpha \} \quad \forall \alpha \in (0, 1]$$

En forma abreviada: $\mu_{\tilde{A}} > \alpha$

Los α -cortes se pueden obtener para funciones de pertenencia tanto discreta como continua. Un conjunto borroso se puede concebir como una familia de conjuntos nítidos, compuesta por α -cortes, y de allí la relevancia de los mismos.

3.2.5. Subconjunto borroso normal y convexo

• **Normal:** Un conjunto borroso $\tilde{A}$ de E es normal si y sólo si:

$$\max \mu_{\tilde{A}}(x) = 1 \quad \forall x \in E$$

• **Convexo:** Un conjunto borroso $\tilde{A}$ de E es convexo si y sólo si $\forall \alpha \in (0, 1]$, todo α -corte es un intervalo cerrado de $\mathfrak{R}$.

También es válida la siguiente definición (Tanaka, 1997)

$$\tilde{A} \text{ es convexo} \Leftrightarrow \forall x \in [x_1, x_2] \subset \mathfrak{R}$$

$$\text{Se verifica: } \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \min \{\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2)\}$$

$$\text{En forma abreviada: } \mu_{\tilde{A}} \geq \mu_{\tilde{A}}(x_1) \wedge \mu_{\tilde{A}}(x_2)$$

3.3.Relaciones binarias

3.3.1. Producto cartesiano

Dados dos conjuntos ordinarios A y B de E , se llama producto cartesiano de A por B (en ese orden), y se denota “ $A \times B$ ”, al conjunto de *todos* los pares ordenados (a, b) , tales que su primera componente pertenece a A y su segunda componente pertenece a B .

$$A \times B = \{(a, b) / a \in A \text{ y } b \in B\}$$

A : Primer conjunto o conjunto de partida

B : Segundo conjunto o conjunto de llegada

$$A \times A = A^2 = \{(a, a) / a \in A\}$$

$A \times A$: Producto cartesiano de A por A

A : Conjunto de partida y de llegada

3.3.2. Relaciones binarias

Se llama relación binaria de A en B , cuyo símbolo es R , a todo subconjunto *no vacío* del producto cartesiano $A \times B$ (Lazzari, Machado y Pérez, 1994).

$$R \in \text{Relación } A \times B \Leftrightarrow R \subset A \times B / R \neq \emptyset$$

Una relación binaria puede ser *nítida* o *borrosa*.

Las relaciones binarias ordinarias, también llamadas nítidas o *crisp*, representan la presencia o ausencia ya sea de asociación, interacción o interconexión, vinculación, incidencias, etc. entre los elementos de dos conjuntos.

Una relación *crisp* se define por medio de una función característica que vale uno para todo par ordenado que pertenece a la relación y cero para todo par ordenado que no pertenece a la misma.

$$R: X \times Y \rightarrow \{0, 1\} / \mu(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x, y) \in R \\ 0 & \text{si } (x, y) \notin R \end{cases}$$

Ejemplo de relación binaria *crisp*:

Consideramos colores (A) y prendas de vestir (B).

$A = \{\text{Rojo}, \text{Blanco}, \text{Azul}, \text{Negro}, \text{Gris}\}$

$B = \{\text{Pantalón}, \text{Camisa}, \text{Remera}, \text{Media}\}$

$A \times B = \{(Ro, Pa), (Ro, Ca), (Ro, Re), (Ro, Me),$
 $(Bl, Pa), (Bl, Ca), (Bl, Re), (Bl, Me),$
 $(Az, Pa), (Az, Ca), (Az, Re), (Az, Me),$
 $(Ne, Pa), (Ne, Ca), (Ne, Re), (Ne, Me),$
 $(Gr, Pa), (Gr, Ca), (Gr, Re), (Gr, Me)\}$

$R \subset A \times B / R = \{(Ro, Pa), (Bl, Re), (Ne, Ca), (Gr, Pa)\}$

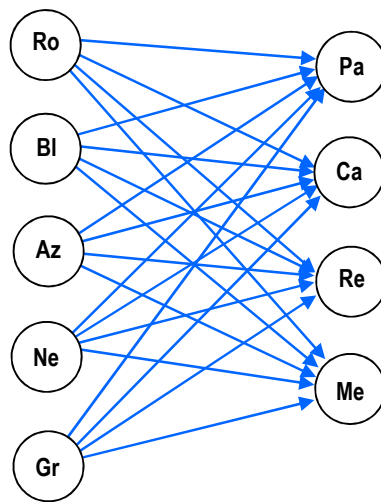


Figura 9. Diagrama sagital de AxB

Fuente: elaboración propia

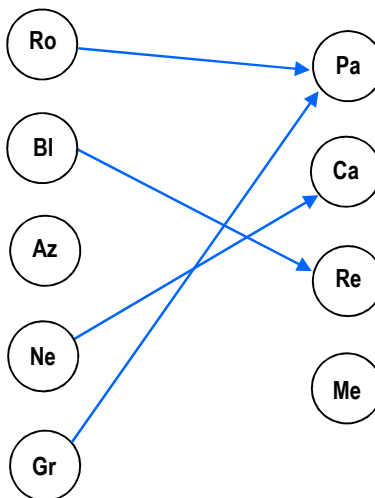


Figura 10. Diagrama sagital de R

Fuente: elaboración propia

Matriz de pertenencia:

AxB	Pa	Ca	Re	Me
Ro	1	1	1	1
Bl	1	1	1	1
Az	1	1	1	1
Ne	1	1	1	1
Gr	1	1	1	1

Tabla 1. Matriz de la relación AxB

R	Pa	Ca	Re	Me
Ro	1	0	0	0
Bl	0	0	1	0
Az	0	0	0	0
Ne	0	1	0	0
Gr	1	0	0	0

Tabla 2. Matriz de la relación R

Fuente: elaboración propia

3.3.3. Relaciones binarias borrosas

3.3.3.1. Introducción

Las relaciones binarias borrosas, también llamadas *fuzzy*, pueden ser consideradas como una generalización de las anteriores. Hacen posible una graduación continua de matices, en la intensidad de asociación o interacción entre elementos. Los grados de asociación pueden ser representados mediante grados de pertenencia. Una relación nítida puede verse como un caso particular de una borrosa, igual que un conjunto nítido lo es respecto a un conjunto borroso. (Lazzari, Machado y Pérez, 1998, pp. 51).

La relación binaria *fuzzy* de X en Y , cuyo símbolo es $\tilde{R}$, es todo subconjunto borroso no vacío del producto cartesiano $X \times Y$.

$$\tilde{R} \subset XxY \rightarrow M = [0, 1] / \tilde{R} \neq \emptyset$$

Las relaciones binarias *fuzzy*, al igual que las relaciones binarias *crisp*, se pueden representar mediante un diagrama sagital o por una matriz de pertenencia $\tilde{R} = (r_{ij})$, donde $(r_{ij}) = \mu_{\tilde{R}}(x, y)$ es el grado de relación entre x e y . Este valor puede referirse a los mismos conceptos que representan las relaciones *crisp*.

Ejemplo de relación binaria *fuzzy* (Fuente: elaboración propia)

Dado un conjunto de “alumnos” (S) y un conjunto de “temas” (T), se considera el nivel de conocimiento de cada alumno en cada tema $[0,1]$.

$$S = \{Sa, Se, Si, So, Su\}$$

$$T = \{Ta, Te, Ti, To\}$$

$$\tilde{R} \subset SxT \rightarrow M = [0, 1]$$

$$\begin{aligned} SxT = \{ & ((Sa, Ta)/0), ((Sa, Te)/.4), ((Sa, Ti)/0), ((Sa, To)/0), \\ & ((Se, Ta)/0), ((Se, Te)/.7), ((Se, Ti)/.9), ((Se, To)/0), \\ & ((Si, Ta)/.6), ((Si, Te)/0), ((Si, Ti)/0), ((Si, To)/0), \\ & ((So, Ta)/0), ((So, Te)/.8), ((So, Ti)/0), ((So, To)/1), \\ & ((Su, Ta)/1), ((Su, Te)/0), ((Su, Ti)/.7), ((Su, To)/0) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{R} \subset SxT = \{ & ((Sa, Te)/.4), ((Se, Te)/.7), ((Se, Ti)/.9), ((Si, Ta)/.6), \\ & ((So, Te)/.8), ((So, To)/1), ((Su, Ta)/1), ((Su, Ti)/.7) \} \end{aligned}$$

Diagrama sagital de $\tilde{R}$:

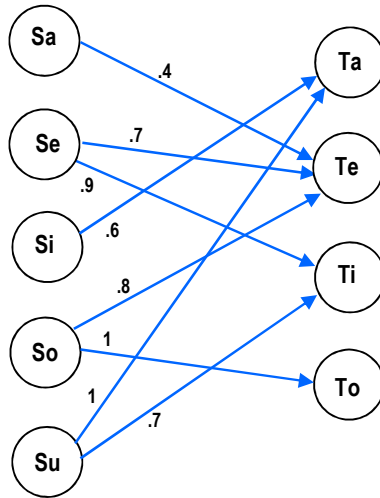


Figura 11.- Diagrama sagital de una relación binaria *fuzzy*

Fuente: elaboración propia

Matriz de pertenencia de $\tilde{R}$:

$\tilde{R}$	Ta	Te	Ti	To
Sa	0	.4	0	0
Se	0	.7	0	0
Si	.6	0	0	0
So	0	.8	0	1
Su	1	0	.7	0

Tabla 3.- Matriz de $\tilde{R}$

3.3.3.2. Propiedades

A continuación, se muestran las propiedades más importantes (Lazzari, Machado y Pérez, 1998, pp. 120-125).

$$\forall (x, x) \in A^2: \quad \mu_{\tilde{R}}(x, x) = 1$$

Propiedades:

$$\tilde{R} \text{ reflexiva} \Rightarrow \tilde{R} \circ \tilde{R} = \tilde{R}^2 \text{ reflexiva}$$

$$\tilde{R} \text{ reflexiva} \Rightarrow \tilde{R} \subset \tilde{R}^2$$

$$\tilde{R} \text{ y } \tilde{T} \text{ reflexivas} \Rightarrow \tilde{M} \subset \tilde{R} \circ \tilde{M} \circ \tilde{T}$$

- **Simetría:**

$$\forall (x, y) \in A^2 \quad \mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{R}}(y, x)$$

- **Transitividad max-min;**

$$\forall (x, y), (y, z), (x, z) \in A^2$$

$$\mu_{\tilde{R}}(x, z) \geq \max_y [\min(\mu_{\tilde{R}}(x, y), \mu_{\tilde{R}}(y, z))]$$

$$\tilde{R} \text{ transitiva} \Leftrightarrow \tilde{R}^2 \subset \tilde{R}$$

- **Antisimetría:**

$$\forall (x, y) \in A^2 \text{ tal que } x \neq y:$$

$$\mu_{\tilde{R}}(x, y) \neq \mu_{\tilde{R}}(y, x) \quad \text{o} \quad \mu_{\tilde{R}}(x, y) = \mu_{\tilde{R}}(y, x) = 0$$

Propiedades:

$$\text{Si } \tilde{R} \text{ es reflexiva y transitiva} \Rightarrow \tilde{R} \subset \tilde{R}^2 \text{ y } \tilde{R}^2 \subset \tilde{R}$$

$$\Rightarrow \tilde{R} = \tilde{R}^2$$

3.3.3.3. Ejemplos

$$\text{Dado } \tilde{R} \subset A \times A = A^2 \quad A = \{a, b, c, d, e\}$$

$\tilde{R}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1	.7	.1	0	.7
<i>b</i>	.7	1	.3	.9	0
<i>c</i>	.4	.2	1	.2	.5
<i>d</i>	.2	.5	0	1	0
<i>e</i>	.3	.1	0	.3	1

Tabla 4.- Relación reflexiva y no simétrica

Fuente: elaboración propia

$\tilde{R}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1	.1	.4	.2	.3
<i>b</i>	.1	0	.3	.9	.1
<i>c</i>	.4	.3	.8	.2	.5
<i>d</i>	.2	.9	.2	.1	.3
<i>e</i>	.3	.1	.5	.3	.7

Tabla 5.- Relación simétrica y no reflexiva

Fuente: elaboración propia

$\tilde{R}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1	.1	.5	.3	.2
<i>b</i>	.1	0	.2	.9	.1
<i>c</i>	.4	.3	.8	.2	.5
<i>d</i>	.2	.7	.2	.1	.3
<i>e</i>	.3	.1	.5	.3	.7

Tabla 6.- Relación no simétrica y no reflexiva

Fuente: elaboración propia

$\tilde{R}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1	.7	.4	.2	.3
<i>b</i>	.7	1	.3	.5	1
<i>c</i>	.4	.3	1	0	.5
<i>d</i>	.2	.5	0	1	0
<i>e</i>	.3	.1	.5	0	1

Tabla 7.- Relación reflexiva y simétrica

Fuente: elaboración propia

$\tilde{R}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1	.1	.4	.7	.4
<i>b</i>	.3	0	.3	.9	.1
<i>c</i>	.2	.7	.8	.2	.5
<i>d</i>	.3	.1	.4	.1	.6
<i>e</i>	.3	.2	.8	.3	.7

Tabla 8.- Relación no reflexiva y antisimétrica

Fuente: elaboración propia

$\tilde{R}$	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	1	.6	.4	.7	.5
<i>b</i>	.1	1	.3	.9	.8
<i>c</i>	1	.1	1	.2	.5
<i>d</i>	.2	.4	.4	1	.7
<i>e</i>	.3	.1	.9	.3	1

Tabla 9.- Relación reflexiva y antisimétrica

Fuente: elaboración propia

3.3.3.4. Composición max-min de relaciones borrosas

Se define la composición max-min (Lazzari, Machado y Pérez, 1998, pp. 52-55).

Dado dos relaciones binarias borrosas $\tilde{R}_1 \subset X \times Y$ y $\tilde{R}_2 \subset Y \times Z$, se llama composición max-min de $\tilde{R}_1$ por $\tilde{R}_2$ (en ese orden) y se denota " $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$ ", a la relación borrosa cuya función de pertenencia está dada por:

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(x, z) = \max_y \{ \min[\mu_{\tilde{R}_1}(x, y), \mu_{\tilde{R}_2}(y, z)] \}$$

donde: $x \in X, y \in Y, z \in Z$

Composición de una relación borrosa consigo misma:

$$\text{Si } \tilde{R} \subset A \times A: \quad \tilde{R}^2 = \tilde{R} \circ \tilde{R}$$

$$\tilde{R}^3 = \tilde{R}^2 \circ \tilde{R}$$

$$\tilde{R}^{k+1} = \tilde{R}^k \circ \tilde{R}$$

Ejemplo de $\tilde{R} = \tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$: (Fuente: elaboración propia)

Dado $J = \{j_1, j_2\}$ $Q = \{q_1, q_2, q_3\}$ $K = \{k_1, k_2, k_3\}$

$\tilde{R}_1 \subset J \times Q$ $\tilde{R}_2 \subset Q \times K$ $M = [0, 1]$

$\tilde{R}_1$	q_1	q_2	q_3
j_1	.2	.4	0
j_2	.5	.7	1

Tabla 10.- Matriz de $\tilde{R}_1$

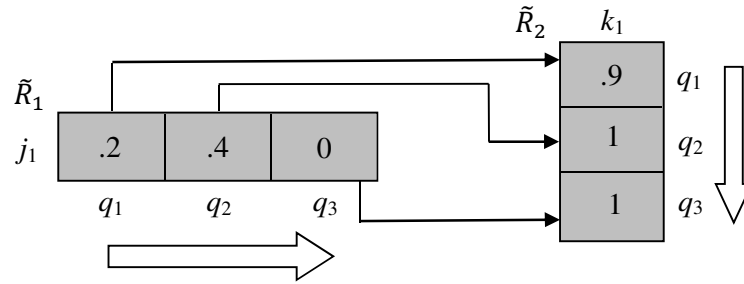
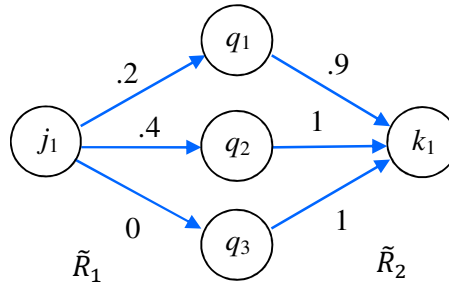
$\tilde{R}_2$	k_1	k_2	k_3
q_1	.9	0	.6
q_2	1	.8	.3
q_3	1	.7	.5

Tabla 11.- Matriz de $\tilde{R}_2$

Como guía, se muestra el esquema de cálculo del elemento (j_1, k_1) de $\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$. Se realiza el mínimo del primer elemento de una fila de $\tilde{R}_1$ con el primer elemento de una columna de $\tilde{R}_2$ y así siguiendo hasta agotarlas. Finalmente, se realiza el máximo de los mínimos obtenidos.

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(j_1, k_1) = \max \{ \min (.2, .9), \min (.4, 1), \min (0, 1) \}$$

$$\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(j_1, k_1) = \max \{ .2, .4, 0 \} = .4$$


Figura 12.- Esquema de cálculo de $\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(j_1, k_1)$

Figura 13.- Diagrama sagital de $\mu_{\tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2}(j_1, k_1)$

Se muestra $\tilde{R} = \tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$:

$\tilde{R}$	k_1	k_2	k_3
j_1	.4	.4	.3
j_2	1	.7	.5

Tabla 12.- Matriz de $\tilde{R} = \tilde{R}_1 \circ \tilde{R}_2$

Ejemplo de $\tilde{R}^2 = \tilde{R} \circ \tilde{R}$: (Fuente: elaboración propia)

Dado $X = \{x_1, x_2\}$ $Y = \{y_1, y_2\}$ $\tilde{R} \subset X \times Y$ $M = [0,1]$

$\tilde{R}$	y_1	y_2
x_1	.7	.3
x_2	.1	.8

Tabla 13.- Matriz de $\tilde{R}$

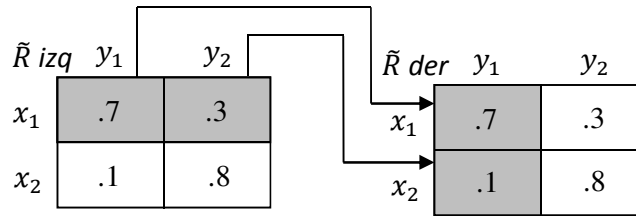


Figura 14.- Esquema de cálculo de $\mu_{\tilde{R} \circ \tilde{R}}(x_1, y_1)$

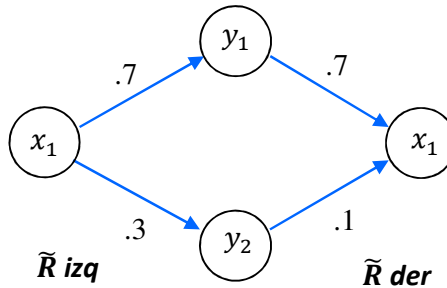


Figura 15.- Diagrama sagital de $\mu_{\tilde{R} \circ \tilde{R}}(x_1, y_1)$

$$\mu_{\tilde{R}^2}(x_1, y_1) = \max[\min(.7, .7), \min(.3, .1)] = \max(.7, .1) = .7$$

$$\mu_{\tilde{R}^2}(x_1, y_2) = \max[\min(.7, .3), \min(.3, .8)] = \max(.3, .3) = .3$$

$$\mu_{\tilde{R}^2}(x_2, y_1) = \max[\min(.1, .7), \min(.8, .1)] = \max(.1, .1) = .1$$

$$\mu_{\tilde{R}^2}(x_2, y_2) = \max[\min(.1, .3), \min(.8, .8)] = \max(.1, .8) = .8$$

$\tilde{R}^2$	y_1	y_2
x_1	.7	.3
x_2	.1	.8

Tabla 14.- Matriz de $\tilde{R}^2$

3.3.3.5. Propiedades de la composición max-min

Dadas las relaciones borrosas $\tilde{R}$, $\tilde{S}$ y $\tilde{T}$, a continuación se definen algunas propiedades de la composición max-min.

- Conmutatividad: La composición max-min no es conmutativa.

$$\tilde{R} \circ \tilde{S} \neq \tilde{S} \circ \tilde{R}$$

- Asociatividad: La composición max-min es asociativa.

$$\tilde{R} \circ (\tilde{S} \circ \tilde{T}) = (\tilde{R} \circ \tilde{S}) \circ \tilde{T}$$

- Distributividad respecto de la unión:

La composición max-min de la unión es igual a la unión de las composiciones max-min.

$$\tilde{R} \circ (\tilde{S} \cup \tilde{T}) = (\tilde{R} \circ \tilde{S}) \cup (\tilde{R} \circ \tilde{T})$$

- Composición max-min en una inclusión:

Si $\tilde{S}$ está incluida en $\tilde{T}$, la composición max-min de $\tilde{R}$ con $\tilde{S}$, en ese orden, está incluida en la composición de $\tilde{R}$ con $\tilde{T}$.

$$\tilde{S} \subset \tilde{T} \Rightarrow (\tilde{R} \circ \tilde{S}) \subset (\tilde{R} \circ \tilde{T})$$

3.4. Método de los efectos olvidados

3.4.1. Valuación de incidencias borrosas

Formalmente, incidencia se define como un “Acontecimiento que sobreviene en el curso de un asunto o negocio y tiene con él alguna conexión” (DRAE, 23ava Ed.).

“El concepto de incidencia se halla asociado a la idea de efectos de un conjunto de entidades sobre otro conjunto de entidades o sobre sí mismo” (Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 13).

Por ejemplo, el alto costo de los combustibles líquidos tendrá una incidencia *favorable* en la venta de equipos GNC y tendrá una incidencia *desfavorable* en la venta de autos con alto consumo de combustible líquido; en la balanza comercial de un país, un aumento en el tipo de cambio del dólar es *favorable* para la importación de ciertos insumos y *desfavorable* para otros; el crecimiento de inseguridad urbana es *favorable* para la venta de alarmas para casas y autos, y *desfavorable* para las salidas nocturnas familiares, con fines de diversión.

El concepto de incidencia que se encuentra en todas las acciones de los seres vivos es una noción muy simple pero que merece ser explicada brevemente de manera científica pues es tan natural, que se olvida con frecuencia tenerla en consideración al reflexionar, ya que es prácticamente automático en el pensamiento. Pero las incidencias se propagan en una red de encadenamientos en la cual se omiten muchas etapas y se olvidan conclusiones, separadas más o menos voluntariamente. Incluso cuando se trata de un grupo de comunicación, se produce el olvido y estos olvidos conducen frecuentemente a efectos secundarios desfavorables en relación con las decisiones tomadas. Esto que forma parte de la vida cotidiana constituye también el acompañamiento de las decisiones de los más altos ejecutivos.

La incidencia es una noción subjetiva, es en general difícilmente mensurable y si se le aplica en ciertos casos las probabilidades resultan raramente justificadas correctamente. Pero el examen de incidencias, concebibles incluso subjetivamente, permite la acción razonada. (Kaufmann y Gil Aluja, 1989, pp. 13-14)

La percepción de una incidencia y su eventual valuación, bajo la observación de un experto, constituyen actos subjetivos que acontecen en un ambiente de incertidumbre e imprecisión.

3.4.2. Matrices de incidencia borrosa

En la administración de negocios, se necesita tomar decisiones con información basada en la valuación humana. La información obtenida de los expertos, respecto a los efectos de los elementos de un conjunto A sobre los de otro B, constituye una relación binaria del tipo AxB y se representa por una matriz de incidencia borrosa o *fuzzy*. Ésta permite introducir una valuación matizada entre cero y uno, incluyendo todos los valores pertenecientes al intervalo $[0,1]$. Vale todo lo expuesto en la sección 2.4.

$$\tilde{R} : AxB \rightarrow [0,1]$$

Incidencias de primer orden o incidencias directas: corresponde a las incidencias afectadas si sólo se considera una matriz de incidencia aislada, planteada por expertos.

Incidencias de segundo orden: Dadas las matrices de incidencia *fuzzy* $\tilde{M} : AxB$ y $\tilde{N} : BxC$, la composición max-min $\tilde{M}o\tilde{N}$ es una matriz de incidencia que relaciona los elementos de A con los de C (sección 2.6.3).

$$\tilde{P} = \tilde{M}o\tilde{N} = AxC$$

Las incidencias entre los elementos de A y los de C se llaman de segundo orden.

Efectos olvidados o no tenidos en cuenta: son aquellas relaciones de causa a efecto, que escapan a la visión del experto pese a su conocimiento, experiencia y eventual intuición; por esta razón, han sido ignorados en ocasión de la toma de decisiones.

Estos efectos pueden ocultar, en forma latente, riesgos de impacto desconocido ya sea en el corto o largo plazo.

Existen procedimientos matemáticos sencillos, a partir de matrices de incidencia, y para los cuales se dispone de software, que hacen posible ‘la recuperación’ de los efectos olvidados. Además, permiten recuperar las incidencias intermedias mediante las cuales se han podido detectar los efectos olvidados o sea descubrir las causas que actúan de intermediarias en los efectos no tenidos en cuenta, que proporcionan valiosa información que puede ser utilizada para modificar o ratificar las valuaciones establecidas en la matriz de incidencias directas planteada al inicio del problema. (Gento, Lazzari y Machado, 2001, pp. 11-27)

Dentro de las herramientas actuales, *FuzzyLog*®² permite aplicar el método de efectos olvidados vía entorno Internet. Una vez accedido al sitio, con una contraseña, se procede a ingresar los datos del problema.

“Investigar los efectos olvidados es útil en todos los ámbitos de decisión, tanto en el campo político, económico y empresario como en la medicina, biología o psicología” (Lazzari, Machado y Pérez, 1994, p. 71).

Ejemplo 1: Se presenta una matriz borrosa $\tilde{M}$ que trata las incidencias de los “medios de acción” sobre la “imagen comercial” de una empresa.

“El prestigio comercial de una empresa es el resultado de la impresión que los potenciales demandantes tienen de los productos que comercializa, a través de ciertas sensaciones de aspectos diversos y, hasta cierto punto, heterogéneos” (Kaufmann y Gil Aluja, 1989, pp. 13-14).

Se define la matriz de incidencia borrosa $\tilde{M} : A \times B \rightarrow [0, 1]$

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9\}$

$B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7\}$

Dentro de los “medios de acción” (A) que impactan sobre la “imagen comercial” se han seleccionado los siguientes:

- a₁: modernización equipos
- a₂: variación y ampliación de stocks
- a₃: capacitación del factor humano
- a₄: fabricación de nuevos productos
- a₅: mejora en presentación de productos
- a₆: creación o mejora de laboratorios
- a₇: mejora en medios de transporte
- a₈: ampliación red comercial
- a₉: diseño acciones publicitarias

Se definen siete cualidades que hacen a la “imagen comercial” (B), de influencia significativa en una empresa, las cuales son las siguientes:

² *FuzzyLog* ® es un software de cálculo. Ver: <http://www.fuzzyeconomics.com/fuzzylog/>

- b_1 : aumento venta (unidades)
 b_2 : variación precios de venta
 b_3 : posición competitiva
 b_4 : modificación cuota mercado
 b_5 : calidad de los productos
 b_6 : distribución territorial
 b_7 : seriedad en los suministros

A continuación se muestra la matriz $\tilde{M}$, que resulta del procesamiento de las valuaciones de diez expertos. (Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 181).

$\tilde{M}$	Aumento venta (unidades)	Variación precios de venta	Posición competitiva	Modificación cuota mercado	Calidad de los productos	Distribución territorial	Seriedad en los suministros
Modernización equipos	.52	.69	.43	.27	.95	.01	.08
Variaciones y ampliación de stocks	.54	.44	.47	.30	.38	.30	.78
Capacitación del factor humano	.76	.50	.65	.49	.76	.33	.90
Fabricación de nuevos productos	.99	.13	.83	.75	.04	.23	0
Mejora en presentación de productos	.60	.73	.45	.35	0	.06	0
Creación o mejora de laboratorios	.22	.62	.30	.19	.97	.01	.06
Mejora en medios de transporte	.55	.15	.38	.20	0	.92	.78
Ampliación red comercial	.95	.21	.91	.69	0	1	.45
Diseño acciones publicitarias	.93	.65	.78	.78	0	.31	0

Tabla 15.- Matriz de valuación de la imagen comercial

3.4.3. Método de recuperación de los efectos olvidados

El método de recuperación de los efectos olvidados se aplica para matrices de incidencia borrosa tanto del tipo reflexiva como rectangular. Cada caso será descripto a continuación en forma separada.

3.4.3.1. Matrices de incidencia reflexiva

Se considera la matriz de incidencia cuadrada que desarrollaron Kaufmann y Gil Aluja, a partir de un trabajo de Nicholas Valery, la cual relaciona doce parámetros económicos y sociales entre sí. Se trata de una matriz reflexiva no simétrica.

$\tilde{R}$ Incidencia de 1er orden	Clima	Población	Agricultura	Sanidad	Educación	Ciencia y Tecnología	Industria	Energía	Medio Ambiente	Transportes	Comunicaciones	Defensa
Clima	1	.2	.9	.8	.1	.5	.1	.5	.8	.2	.3	.6
Población	0	1	.3	.9	.8	.6	.5	.7	.6	.8	.5	1
Agricultura	.1	.4	1	.8	.1	.1	.3	.2	1	.2	0	.1
Sanidad	0	.6	.1	1	.4	.2	.1	.1	.2	0	0	.4
Educación	0	1	.3	.8	1	1	.8	.3	.5	.2	.2	.4
Ciencia y Tecnología	.2	.3	.4	.6	.5	1	1	1	.8	1	1	1
Industria	.3	.2	.2	.1	0	.3	1	.2	.8	.4	.3	.8
Energía	.2	0	.1	0	0	.2	1	1	.9	1	0	.6
Medio Ambiente	.2	1	.3	1	.3	.3	.5	0	1	.3	.1	0
Transportes	.1	.8	.2	.3	0	0	.8	.6	.2	1	.2	.4
Comunicaciones	0	.3	0	.1	0	.2	.3	.2	.3	.3	1	.3
Defensa	0	.8	.1	0	.1	1	.6	.5	0	.2	.1	1

Tabla 16.- Matriz de incidencia de 1er orden

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 33.

El cálculo de incidencias y efectos de orden creciente presenta la siguiente secuencia:

- 1) Incidencia de primer orden: contiene los efectos de primer orden, también llamados efectos directos: $\tilde{R}$
- 2) Incidencia de segundo orden: $\tilde{R}^2 = \tilde{R} \circ \tilde{R}$

$\tilde{R}^2$ Incidencia de 2do orden	Clima	Población	Agricultura	Sanidad	Educación	Ciencia y Tecnología	Industria	Energía	Medio Ambiente	Transportes	Comunicaciones	Defensa
Clima	1	.8	.9	.8	.5	.6	.6	.5	.9	.5	.5	.6
Población	.3	1	.4	.9	.8	1	.8	.7	.7	.8	.6	1
Agricultura	.3	1	1	1	.4	.4	.5	.4	1	.4	.4	.4
Sanidad	.2	.6	.3	1	.6	.6	.5	.6	.6	.6	.5	.6
Educación	.3	1	.4	.9	1	1	1	1	.8	1	1	1
Ciencia y Tecnología	.3	.8	.4	.8	.5	1	1	1	.9	1	1	1
Industria	.3	.8	.3	.8	.3	.8	1	.5	.8	.4	.3	.8
Energía	.3	.9	.3	.9	.3	.6	1	1	.9	1	.3	.8
Medio Ambiente	.3	1	.3	1	.8	.6	.5	.7	1	.8	.5	1
Transportes	.3	.8	.3	.8	.8	.6	.8	.7	.8	1	.5	.8
Comunicaciones	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	.3	1	.3
Defensa	.3	.8	.4	.8	.8	1	1	1	.8	1	1	1

Tabla 17.- Matriz de incidencia de 2do orden

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 35.

$\tilde{R}^2$ contiene efectos de primer y segundo orden. Para separar los de segundo orden, se tiene en cuenta que $\tilde{R}^2$ es una matriz reflexiva.

Si $\tilde{R}$ es reflexiva $\Rightarrow \tilde{R} \subset \tilde{R}^2$ (Ver Sección 2.4.6)

3) Efectos de segundo orden o de segunda generación o *efectos olvidados*:

$$\tilde{R}^2 - \tilde{R}$$

Se analizan los efectos olvidados iguales o mayor que .8. En estos casos el experto estudia las incidencias intermedias para reconsiderar su valuación original, a partir de lo cual deberá ratificarla o rectificarla.

Las incidencias intermedias de los efectos olvidados pueden revelar algunas situaciones, surgidas de implicaciones válidas, que no fueron advertidas por el experto en su juicio directo original.

$\tilde{R}^2 - \tilde{R}$ Efectos de 2da generación	Clima	Población	Agricultura	Sanidad	Educación	Ciencia y Tecnología	Industria	Energía	Medio Ambiente	Transportes	Comunicaciones	Defensa
Clima	0	.6	0	0	.4	.1	.5	0	.1	.3	.2	0
Población	.3	0	.1	0	0	.4	.3	0	.1	0	.1	0
Agricultura	.2	.6	0	.2	.3	.3	.2	.2	0	.2	.4	.3
Sanidad	.2	0	.2	0	.2	.4	.4	.5	.4	.6	.5	.2
Educación	.3	0	.1	.1	0	0	.2	.7	.3	.8	.8	.6
Ciencia y Tecnología	.1	.5	0	.2	0	0	0	0	.1	0	0	0
Industria	0	.6	.1	.7	.3	.5	0	.3	0	0	0	0
Energía	.1	.9	.2	.9	.3	.4	0	0	0	0	.3	.2
Medio Ambiente	.1	0	0	0	.5	.3	0	.7	0	.5	.4	1
Transportes	.2	0	.1	.5	.8	.6	0	.1	.6	0	.3	.4
Comunicaciones	.3	0	.3	.2	.3	.1	0	.1	0	0	0	0
Defensa	.3	0	.3	.8	.7	0	.4	.5	.8	.8	.9	0

Tabla 18.- Matriz de efectos de 2da generación

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 36.

Los efectos olvidados fueron resaltados con color.

A modo de ejemplo se muestra una de las incidencias intermedias que han producido efectos olvidados:

$$\begin{aligned}\tilde{R} : & \quad \text{medio ambiente} \rightarrow (0) \rightarrow \text{defensa} \\ \tilde{R}^2 - \tilde{R} : & \quad \text{medio ambiente} \rightarrow (1) \rightarrow \text{población} \rightarrow (1) \rightarrow \text{defensa}\end{aligned}$$

En la valuación original $\tilde{R}$, el experto no observó una relación directa entre el medio ambiente y la defensa (0). En los efectos olvidados $\tilde{R}^2 - \tilde{R}$, se revela una verdad oculta: que la incidencia entre el medio ambiente y la población es (1), y que la incidencia entre la población y la defensa es (1). Por lo tanto, entre el medio ambiente y defensa existe una incidencia de (1).

3.4.3.2. Matrices de incidencia rectangular

El desarrollo que sigue si bien se aplica para el caso de matrices de incidencia borrosa rectangulares, puede extenderse a matrices cuadradas no reflexivas como caso particular.

$$\text{Dada } \tilde{M}: \mathbf{A} \times \mathbf{B} \rightarrow [0, 1]$$

Relaciona “n” elementos-causa ($\mathbf{A}$) con “m” elementos-efecto ($\mathbf{B}$).

$$\mathbf{A} = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} \quad \text{y} \quad \mathbf{B} = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_m\} \quad / n \neq m$$

Se requiere aplicar una técnica que permita calcular las incidencias y efectos de segundo orden, y órdenes superiores, para una matriz rectangular.

Dada la matriz unidad U_{ixi} , una matriz cuadrada reflexiva de “i” filas por “i” columnas, cuyos elementos fuera de la diagonal principal son nulos, se verifican las siguientes igualdades:

$$\tilde{M} \circ U_{mxm} = \tilde{M}$$

$$U_{n \times n} \circ \tilde{M} = \tilde{M}$$

$$\text{Presentamos la matriz reflexiva } \tilde{A}: \mathbf{A} \times \mathbf{A} \rightarrow [0, 1]$$

$$U_{n \times n} \subset \tilde{A}$$

$$U_{n \times n} \circ \tilde{M} \subset \tilde{A} \circ \tilde{M}$$

$$\tilde{M} \subset \tilde{A} \circ \tilde{M}$$

Presentamos la matriz reflexiva $\tilde{B}: BXB \rightarrow [0, 1]$

$$U_{mxm} \subset \tilde{B}$$

$$\tilde{M} \circ U_{mxm} \subset \tilde{M} \circ \tilde{B}$$

$$\tilde{M} \subset \tilde{M} \circ \tilde{B}$$

Las incidencias de primer orden y los efectos de primer orden, también llamados de primera generación están dados por $\tilde{M}$.

A continuación, se muestra la matriz de incidencia que desarrollaron Kaufmann y Gil Aluja para diseñar y realizar la campaña electoral de un candidato político, a partir de un trabajo realizado por expertos del tema.

$\tilde{M}$ Incidencia de 1er orden	Buena imagen	Simpatía popular	Sensación de confianza	Seriedad	Firmeza de ideas	Acercamiento electores	Popularidad	Competencia	Laboriosidad	Capacidad técnica	Prestigio personal	Honradez
Declaraciones TV	.9	.7	1	.8	1	.8	.7	.5	.1	.4	.3	.2
Noticias en TV	.6	.6	.4	.5	.2	.8	.9	.5	.3	.5	.6	.3
Publicidad TV	.7	.9	.5	.3	.7	1	.8	.6	.3	.3	.2	.1
Declaraciones radio	0	.3	.4	.5	.7	.5	.2	.3	.1	.4	.2	.2
Noticias radio	0	.1	.2	.1	.4	0	.3	.2	0	.3	.5	.2
Publicidad radio	.2	.4	.3	0	.3	.5	.4	.1	0	.1	.1	.1
Artículos prensa	.1	0	.1	.6	.7	0	0	.8	.6	1	.9	.3
Noticias prensa	.2	.1	.1	.2	.2	.1	0	.1	0	.1	.2	.2
Publicidad prensa	.3	.2	0	0	.4	.3	.5	0	0	0	.1	.1
Posters calles	.5	.6	0	0	0	.8	.7	0	0	0	0	0
Coches publicidad	0	0	0	0	0	.2	.3	0	0	0	0	0
Publicación libro	.1	.1	0	.4	.1	0	.2	.9	.8	.7	1	.4
Conferencias	.2	0	.6	.8	.7	.1	0	.8	.5	.6	.4	.1
Mítines políticos	.3	.6	.7	.4	.9	.7	.8	.3	.2	0	.2	.6
Reuniones de grupo	.4	0	.7	.8	.7	0	0	.7	.2	.6	.4	.8
Paseo mercados	.7	.8	.5	0	0	1	.7	0	0	0	0	0

Tabla 19.- Matriz de 1er orden

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 108.

Se define la matriz $\tilde{A}$: $AXA \rightarrow [0, 1]$

$\tilde{A}$ Causa sobre causas	Declaraciones TV	Noticias en TV	Publicidad TV	Declaraciones radio	Noticias radio	Publicidad radio	Artículos prensa	Noticias prensa	Publicidad prensa	Posters calles	Coches publicidad	Publicación libro	Conferencias	Mítines políticos	Reuniones de grupo	Paseo mercados
Declaraciones TV	1	.7	0	.5	.6	0	0	.6	0	0	0	.2	.2	0	0	0
Noticias en TV	.4	1	0	0	.4	0	0	.4	0	0	0	0	.1	0	.4	0
Publicidad TV	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	.2	0	.3	0
Declaraciones radio	.3	.5	0	1	.8	0	0	.5	0	0	0	.2	.1	0	.2	0
Noticias radio	.1	.4	0	.2	1	0	0	.5	0	0	0	0	.1	0	.2	0
Publicidad radio	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	.2	0	.2	0
Artículos prensa	.2	.4	0	.3	.5	0	1	.1	0	0	0	.3	.4	0	.5	0
Noticias prensa	.3	.4	0	.2	.5	0	0	1	0	0	0	0	.3	0	.4	0
Publicidad prensa	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	.4	0
Posters calles	0	.1	0	0	.2	0	0	.2	0	1	0	0	0	0	.1	0
Coches publicidad	0	.3	0	0	.4	0	0	.4	0	0	1	0	0	0	.1	0
Publicación libro	.6	.7	.6	.7	.8	.7	.8	.8	.8	.5	.6	1	.9	0	.7	0
Conferencias	.1	.6	0	.3	.7	0	.6	.7	0	0	0	.7	1	0	.6	0
Mítines políticos	.6	.8	0	.7	.9	0	0	.9	0	0	.5	0	0	1	.2	0
Reuniones de grupo	.1	.4	0	.2	.5	0	0	.5	0	0	0	0	.2	0	1	0
Paseo mercados	0	.3	0	0	.4	0	0	.4	0	.4	0	0	0	0	0	1

Tabla 20.- Matriz de causas sobre causas

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 110.

Se define la matriz $\tilde{B}: B \times B \rightarrow [0, 1]$

$\tilde{B}$ Efecto sobre efectos	Buena imagen	Simpatía popular	Sensación de confianza	Seriedad	Firmeza de ideas	Acercamiento electores	Popularidad	Competencia	Laboriosidad	Capacidad técnica	Prestigio personal	Honradez
Buena imagen	1	.5	.6	.6	.2	.8	.8	.3	.1	.2	.3	.5
Simpatía popular	.7	1	.5	.2	.4	.9	1	0	0	0	.2	.4
Sensación de confianza	.6	.5	1	.9	0	.8	.4	0	0	0	.1	1
Seriedad	.3	0	.7	1	.5	0	0	.2	.1	0	.5	.5
Firmeza de ideas	.6	.4	.8	.9	1	.1	.2	0	0	0	.3	.4
Acercamiento electores	.2	1	.9	0	0	1	1	0	0	0	0	0
Popularidad	.5	1	.2	0	0	1	1	0	0	0	0	0
Competencia	.7	.3	.8	.9	0	0	0	1	0	.6	.8	0
Laboriosidad	.7	.7	.5	.4	0	0	.1	.3	1	.8	.6	0
Capacidad técnica	.5	.1	0	.4	0	0	.2	.9	0	1	.7	0
Prestigio personal	.8	.5	.7	.6	.5	0	.1	0	0	0	1	0
Honradez	.9	.8	1	1	0	.3	.6	.1	0	0	.8	1

Tabla 21.- Matriz de efectos sobre efectos

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 111.

Las incidencias de segundo orden, que comprenden los efectos de 1er y 2do orden (generación), están dadas por la expresión:

$$\begin{aligned}\tilde{M} \subset \tilde{A} \circ \tilde{M} &\rightarrow \tilde{M} \circ \tilde{B} \subset \tilde{A} \circ \tilde{M} \circ \tilde{B} \\ \tilde{M} \subset \tilde{M} \circ \tilde{B} &\rightarrow \tilde{M} \subset \tilde{A} \circ \tilde{M} \circ \tilde{B}\end{aligned}$$

Se calcula las incidencias de segundo orden: $\tilde{A} \circ \tilde{M} \circ \tilde{B}$

AOMB												
Matriz de incidencia de 2do orden (k = 2)	Buena imagen	Simpatía popular	Sensación de confianza	Seriedad	Firmeza de ideas	Acercamiento electores	Popularidad	Competencia	Laboriosidad	Capacidad técnica	Prestigio personal	Honradez
Declaraciones TV	.9	.8	1	.9	1	.8	.8	.5	.3	.5	.6	1
Noticias en TV	.6	.9	.8	.6	.5	.9	.9	.5	.3	.5	.6	.5
Publicidad TV	.7	1	.9	.7	.7	1	1	.6	.3	.6	.6	.5
Declaraciones radio	.6	.5	.7	.7	.7	.5	.5	.5	.3	.5	.5	.5
Noticias radio	.5	.5	.5	.5	.5	.4	.4	.4	.3	.4	.5	.4
Publicidad radio	.4	.5	.5	.3	.4	.5	.5	.2	.2	.2	.3	.4
Artículos prensa	.8	.6	.8	.8	.7	.5	.5	.9	.6	1	.9	.5
Noticias prensa	.5	.5	.5	.5	.5	.4	.4	.4	.3	.4	.5	.4
Publicidad prensa	.5	.5	.4	.4	.4	.5	.5	.4	.2	.4	.4	.4
Posters calles	.6	.8	.8	.5	.4	.8	.8	.3	.1	.2	.3	.5
Coches publicidad	.4	.4	.4	.4	.4	.3	.3	.3	.3	.3	.4	.4
Publicación libro	.8	.7	.8	.9	.7	.7	.7	.9	.8	.8	1	.7
Conferencias	.7	.7	.8	.8	.7	.6	.6	.8	.7	.7	.8	.6
Mítines políticos	.6	.8	.8	.9	.9	.8	.8	.5	.3	.5	.6	.7
Reuniones de grupo	.8	.8	.8	.8	.7	.7	.6	.7	.3	.6	.8	.8
Paseo mercados	.7	1	.9	.6	.4	1	1	.3	.3	.3	.4	.5

Tabla 22.- Matriz de incidencia de 2do orden

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 114.

Los efectos de segundo orden (generación) también llamados *efectos olvidados* se calculan con la expresión: $\tilde{M}^o = \tilde{A}o\tilde{M}o\tilde{B} - \tilde{M}$

$\tilde{A}o\tilde{M}o\tilde{B}-\tilde{M}$												
Matriz de efectos de 2da generación	Buena imagen	Simpatía popular	Sensación de confianza	Seriedad	Firmeza de ideas	Acercamiento electores	Popularidad	Competencia	Laboriosidad	Capacidad técnica	Prestigio personal	Honradez
Declaraciones TV	0	.1	0	.1	0	0	.1	0	.2	.1	.3	.8
Noticias en TV	0	.3	.4	.1	.3	.1	0	0	0	0	0	.2
Publicidad TV	0	.1	.4	.4	0	0	.2	0	0	.4	.5	.3
Declaraciones radio	.6	.2	.3	.2	0	0	.3	.2	.2	.1	.3	.3
Noticias radio	.5	.4	.3	.4	.1	.4	.1	.2	.3	.1	0	.2
Publicidad radio	.2	.1	.2	.3	.1	0	.1	.1	.2	.1	.2	.3
Artículos prensa	.7	.6	.7	.2	0	.5	.5	.1	0	0	0	.2
Noticias prensa	.3	.4	.4	.3	.3	.3	.4	.3	.3	.3	.3	.2
Publicidad prensa	.2	.3	.4	.4	0	.2	0	.4	.2	.4	.3	.3
Posters calles	.1	.2	.8	.5	.4	0	.1	.3	.1	.2	.3	.5
Coches publicidad	.4	.4	.4	.4	.4	.1	0	.3	.3	.3	.4	.4
Publicación libro	.7	.6	.8	.5	.6	.7	.5	0	0	.1	0	.3
Conferencias	.5	.7	.2	0	0	.5	.6	0	.2	.1	.4	.5
Mítines políticos	.3	.2	.1	.5	0	.1	0	.2	.1	.5	.4	.1
Reuniones de grupo	.4	.8	.1	0	0	.7	.6	0	.1	0	.4	0
Paseo mercados	0	.2	.4	.6	.4	0	.3	.3	.3	.3	.4	.5

Tabla 23.- Matriz de efectos de 2da generación

Fuente: Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 116.

Para aquellos valores de $\tilde{M}^o$ cercanos a uno (Por ej. superiores o iguales a 0.7) los expertos tienen la oportunidad de revisar su valuación original y juzgar si hay efectos olvidados o no.

En los casos que corresponda analizar, se estudia la situación que presentan las incidencias indirectas y se las compara con la situación considerada en la valuación original (directa). En caso que $\tilde{M}^o$ de valores cercanos a cero, no vale la pena que los expertos hagan este análisis.

3.4.4. Secuencia de procesamiento

A continuación, se muestra una posible secuencia de aplicación del método, para el caso de una matriz de incidencia rectangular:

- 1) *Valuación*: El experto completa las siguientes tablas de valuación de las incidencias directas:
 - a. Tabla de causas en efectos.
 - b. Tabla de causas en causas.
 - c. Tabla de efectos en efectos.
- 2) *Armado de matrices de incidencia*: Se componen las matrices $\tilde{M}$, $\tilde{A}$ y $\tilde{B}$, transcribiendo los valores de las tablas de valuación anteriores en las celdas correspondientes:
 - a. $\tilde{M}$: matriz de incidencia directa, causas en efectos.
 - b. $\tilde{A}$: matriz reflexiva de incidencia directa, causas en causas.
 - c. $\tilde{B}$: matriz reflexiva de incidencia directa, efectos en efectos.
- 3) *Cálculo de efectos primarios y secundarios*: Se calcula la matriz de incidencia de 2do orden con la composición max-min:

$$\tilde{A} \circ \tilde{M} \circ \tilde{B}$$

- 4) *Cálculo de efectos olvidados*: Se calcula la matriz que contiene los efectos de 2do orden, llamados efectos olvidados o de 2da generación.

$$\tilde{M}^o = \tilde{A} \circ \tilde{M} \circ \tilde{B} - \tilde{M}$$

- 5) *Análisis del experto*: El experto toma conocimiento de los efectos no tenidos en cuenta y considera aquellos cercanos a uno. Los analiza a través del detalle de las incidencias indirectas y los compara con la situación considerada en la primera valuación.
- 6) *Test de efectos olvidados*: El experto dispone de dos posibles caminos:
 - a. Ratificación: La matriz no contiene valores cercanos a uno o bien los valores encontrados fueron analizados, junto a sus caminos intermedios, y no produjeron cambio alguno.
 - b. Rectificación: El experto analiza los caminos intermedios de los valores próximos a la unidad y reconoce una oportunidad de mejora para su valuación original. Decide la nueva valuación y da lugar a una matriz depurada.

3.4.5. Diagrama de flujo

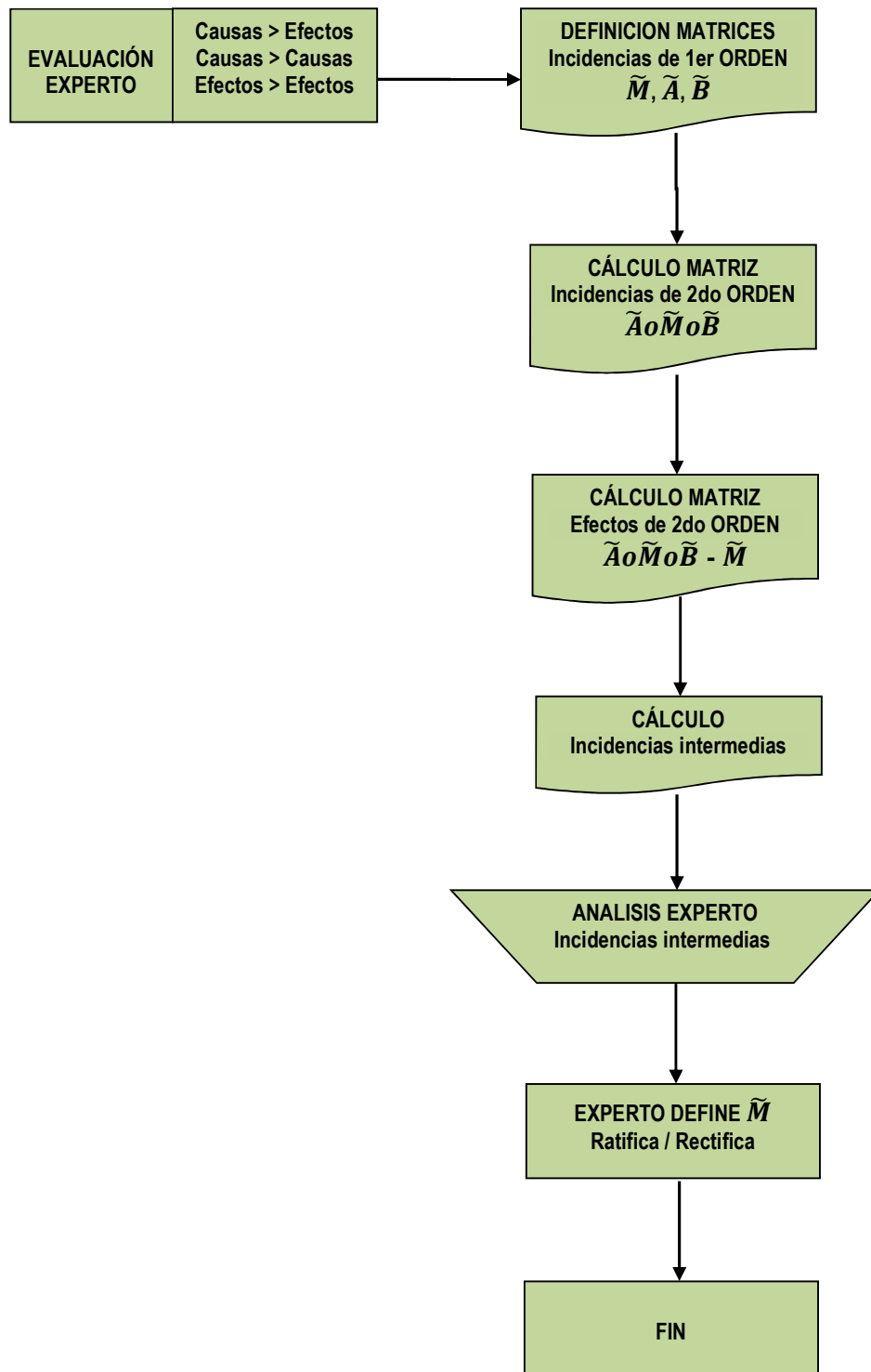


Figura 16.- Diagrama de flujo del método de recuperación de efectos olvidados

Fuente: elaboración propia

3.4.6. Validez del método

Si bien el proceso secuencial de la técnica de referencia parece ser un mecanismo de fácil control, cabe tomar conciencia de algunas reflexiones que se describen a continuación.

Se ha podido observar que cuando los expertos son conscientes de las posibles incidencias intermedias, la matriz de incidencia adquiere mayor coherencia interna y sería esperable que resulten pocos efectos olvidados. (Gento, Lazzari y Machado, 2001, p. 14).

Cuando se consideran las incidencias se debe reflexionar sobre la dinámica de los efectos dado que, en general, hay una tendencia general a congelar el tiempo de los procesos afectados y uniformizar los tiempos de reacción de las incidencias, dado que esto facilita la tarea. En realidad, la compleja red de encadenamientos involucrada en las incidencias “está viva” y puede presentar cambios en una escala de tiempos diferente a la usada en el análisis.

4. DESARROLLO

4.1. Relación binaria Z

Las relaciones binarias Z hacen referencia al concepto de número Z (X, A, B):

Básicamente, el concepto de número Z refiere al tema de la confiabilidad de la información. Un número Z, tiene dos componentes, $Z = (A, B)$. El primero, A, es una restricción de los valores que puede tomar una variable incierta X. El segundo componente, B, es una medida de la confiabilidad del primer componente. Típicamente, A y B son descriptos en el lenguaje natural. (Zadeh, 2011, p. 2923)

Zadeh denomina valuación Z a la información basada en la percepción humana, y, que se expresa con números Z. Según su contenido de información, define tres tipos.

Valuación Z, (X, A, B) = Prob (X es A) es B, donde:

A es una restricción borrosa de X

Prob es una medida de probabilidad

B es una restricción borrosa en **Prob (X es A)**

Valuación Z^+ , (X, A, p), donde:

A es una restricción borrosa de X

p es la distribución de la probabilidad de X

Valuación Z^- , (X, A, C), donde:

A es una restricción borrosa de X

C es una restricción borrosa en **Prob (X es A)**

Prob no es una medida de probabilidad

Se puede concebir una relación binaria cuya información esté contenida en una estructura del tipo (X, A, C), la cual está basada en los números Z^- . Un error común es el de confundir a un número Z^- con un número Z. En efecto, el número Z^- contiene menos certidumbre que el número Z. No obstante, la valuación Z^- , es funcional si quisiéramos valuar una relación binaria utilizando el potencial de los números Z. En este caso, estaríamos refiriéndonos a la valuación de una incidencia Z, que será tratada más adelante.

4.2.Incidencia Z

En los procesos de negocios se necesita tomar decisiones utilizando información basada en la valuación humana. El estudio de las incidencias constituye una alternativa válida para poder relevar el interior de estos procesos, permitiendo que se los pueda monitorear, gestionar, mejorar y tomar decisiones óptimas.

El mapa estratégico presenta un importante campo de aplicación para la valuación de incidencias Z. La perspectiva de aprendizaje y crecimiento (AP), conocida con el nombre de *activos intangibles*, constituye un ámbito naturalmente incierto e impreciso, de confiabilidad parcial.

Por ejemplo: evaluar la incidencia que tiene el capital humano de una empresa en los procesos de gestión de clientes, a fin de aplicarla a una búsqueda de oportunidades de mejora. El capital humano es el conjunto de cualidades relacionadas con el conocimiento, habilidades y valores del personal; mientras que la gestión de clientes, es el conjunto de valores generados relacionados con la selección, captación, retención y fidelización. La incidencia planteada no es nítida; es de naturaleza subjetiva y no resulta factible medirla y procesarla con las técnicas convencionales.

El advenimiento de los números Z, ha producido una oportunidad de mejora en el concepto tradicional de valuación de incidencias borrosas. Se ha incorporado un nuevo elemento, que complementa la típica valuación de una incidencia borrosa tradicional: la valuación de su confiabilidad. Con esta nueva visión, la valuación de una incidencia Z da una respuesta a la borrosidad y a la confiabilidad parcial, aspectos que no puede resolver el lenguaje natural.

La actual teoría de los números Z no ofrece un camino sencillo y práctico, que permita registrar y procesar la valuación de un experto, dentro del concepto natural de incidencia de una relación binaria. Por esta razón, se hace necesario desarrollar un nuevo concepto que sea funcional a la demanda insatisfecha planteada.

Definimos la valuación de una incidencia Z, a “un par ordenado de valuaciones (A, C), donde A es la valuación tradicional de una incidencia borrosa, realizada por un experto, y C es la valuación de la confiabilidad de A, realizada por el mismo experto, en el mismo acto”.

De modo que la valuación de una incidencia Z se identifica con dos datos numéricos subjetivos, A y C. Tanto A como C, están relacionados con un fenómeno percibido con los sentidos y/o experiencia del valuator experto. Resulta conveniente definir un criterio que permita registrar las valuaciones de las incidencias Z del experto, siguiendo una métrica normalizada adecuada.

La introducción de una valuación matizada entre 0 y 1 permite hacer intervenir niveles de verdad en la noción de incidencia. De esta manera se puede establecer la correspondiente semántica siguiente para 11 valores de 0 a 1 (la llamada valuación endecadaria). (Kaufmann y Gil Aluja, 1989, p. 26)

A continuación, mostraremos la tabla que comprende la valuación endecadaria, antes mencionada, donde se han seleccionado diferentes correspondencias semánticas para A y C.

I (X, A, C)	CORRESPONDENCIA SEMÁNTICA	
VALUACIÓN	Semántica A	Semántica C
0	Sin incidencia	Falso
0.1	Prácticamente sin incidencia	Prácticamente falso
0.2	Casi sin incidencia	Casi falso
0.3	Muy débil incidencia	Bastante falso
0.4	Débil incidencia	Más falso que verdadero
0.5	Mediana incidencia	Ni verdadero ni falso
0.6	Incidencia sensible	Más verdadero que falso
0.7	Bastante incidencia	Bastante verdadero
0.8	Fuerte incidencia	Casi verdadero
0.9	Muy fuerte incidencia	Prácticamente verdadero
1.0	La mayor incidencia	Verdadero

Tabla 24. Escala endecadaria

Fuente: (Kaufmann y Gil Aluja, 1989, pp. 26-27)

La semántica de A responde a la pregunta: ¿Cuál es el grado de incidencia? En cambio, la semántica de C da respuesta a la pregunta: ¿Cuál es el grado de certeza, de una valuación dada?

Ejemplo de valuación de incidencia Z: Una vez determinada la incidencia de interés, el experto valúa $A = 0.7$ (*Bastante incidencia*), teniendo en cuenta su percepción subjetiva del fenómeno. Seguidamente, el experto valúa $C = 0.8$ (*Prácticamente verdadero*), en función de su percepción subjetiva del grado de confiabilidad que afecta a la valuación A.

Para poder realizar el procesamiento de las evaluaciones de incidencia Z, se necesita contar con una estructura soporte que la represente. Se tiene en consideración que el sistema tradicional comprendía una sola evaluación y estaba representado por un número real, dentro de un sistema endecadario.

Ahora el nuevo sistema contempla dos evaluaciones, A y C, las cuales permiten ensayar un número borroso triangular *ad-hoc* como soporte, lo cual sería muy cómodo para utilizarlo en una gran variedad de aplicaciones.

Se define la valuación de una incidencia Z, y se denota $I = (X, A, C)$, a un par de valuaciones borrosas (A, C), tales que “A” es la valuación tradicional de una incidencia borrosa (X), realizada por un experto, y “C” es la valuación de la confiabilidad de A, efectuada por el mismo experto y en el mismo acto.

$$I(X, A, C)$$

Donde:

$$0 \leq A \leq 1 \quad \text{y} \quad 0 \leq C \leq 1$$

A y C se expresan con un sistema endecadario (0, 0.1, 0.2, ..., 0.9, 1)

Resulta necesario definir un soporte que represente a $I(X, A, C)$, con el fin de realizar todos los procesamientos equivalentes a los de la valuación tradicional de incidencia borrosa. A continuación, se definirá, por primera vez, una estructura soporte para una valuación $I(X, A, C)$.

4.3. Número Borroso Zeta (NBZ)

Una valuación $I(X, A, C)$, consta de una valuación “A”, que representa al valor con máximo nivel de presunción, que se denota a_2 , es decir, $a_2 = A$. Por otra parte, los valores con mínimo nivel de presunción, que denotamos a_1 y a_3 , ubicados a izquierda y a derecha de a_2 , respectivamente, deben encontrarse en función de “A” y “C”.

Teniendo en cuenta los conceptos antes mencionados, el soporte que representa a $I(X, A, C)$ toma la forma de un número borroso triangular, cuyas coordenadas (a_1, a_2, a_3) deben guardar una relación especial, que corresponda a las características particulares de la valuación I . Este número borroso debe satisfacer condiciones específicas de $I(X, A, C)$ y, por esta razón, se denomina Número Borroso Zeta (NBZ). A continuación, se desarrollarán los algoritmos que definen a NBZ (a_1, a_2, a_3) , en función de “A” y “C”.

Un primer aspecto que debe quedar aclarado es que, dado que “C” es una valuación de la confiabilidad, confianza, certeza o certidumbre, “ $(1 - C)$ ” representa el concepto de incertidumbre. Por ende, la condición de certidumbre nula ($C = 0$) se corresponde con la de máxima incertidumbre. Asimismo, el segmento $(a_3 - a_1)$ representa la incertidumbre $(1 - C)$. Por lo tanto, deberá guardar una relación proporcional con ésta.

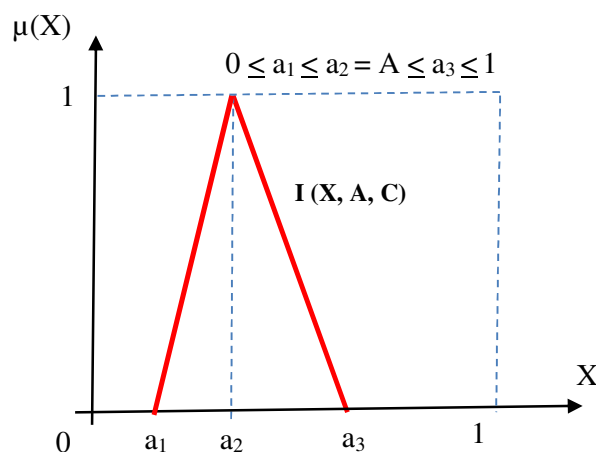


Figura 17.- Número Borroso Zeta (NBZ)

Fuente: Elaboración propia

La condición de máxima certidumbre ($C = 1$) debería corresponder al intervalo de confianza mínimo posible, ($a_1 = a_2 = a_3 = A$), es decir:

Para todo $I(X, A, 1)$: $NBZ = (A)$

La condición de certidumbre nula ($C = 0$) debería corresponder al intervalo de confianza máximo posible, es decir:

Para todo $I(X, A, 0)$: $NBZ = (0, A, 1)$

Hasta ahora se conoce que $I(X, A, C)$ está soportado por un Número Borroso Zeta del tipo, $NBZ = (a_1, A, a_3)$, del cual solo conocemos como se comporta en los límites de certidumbre ($C = 0 / C = 1$).

Para condiciones de certidumbre intermedia ($0 < C < 1$), se debería definir los algoritmos que permiten calcular a_1 y a_3 , para lo cual se requiere satisfacer un conjunto de reglas básicas, las cuales usan un glosario propio.

Se denomina “sub-dominio izquierdo de X”, al intervalo $(0, A)$ y “sub-dominio derecho de X” al intervalo $(A, 1)$. Asimismo, se denomina “incertidumbre izquierda”, al intervalo (a_1, a_2) , e “incertidumbre derecha”, al intervalo (a_2, a_3) .

Para todo $NBZ = (a_1, a_2, a_3)$, establecemos las siguientes reglas conceptuales (R):

R1) La incertidumbre izquierda, $(a_2 - a_1)$, es proporcional a la incertidumbre $(1 - C)$ y al sub-dominio izquierdo (A) .

$$(a_2 - a_1) = (A - a_1) = K * (1 - C) * A$$

$$\mathbf{a_1 = A - K * (1 - C) * A}$$

R2) La incertidumbre derecha, $(a_3 - a_2)$, es proporcional a la incertidumbre $(1 - C)$ y al sub-dominio derecho $(1 - A)$.

$$(a_3 - a_2) = (a_3 - A) = K * (1 - C) * (1 - A)$$

$$\mathbf{a_3 = A + K * (1 - C) * (1 - A)}$$

R3) El segmento $(a_3 - a_1)$ es proporcional a la incertidumbre $(1 - C)$.

$$\mathbf{(a_3 - a_1) = K * (1 - C)}$$

R4) Para $I(X, A, 0)$, se debe cumplir que $(a_3 - a_1) = 1$.

$$K * (1 - C) = K = 1$$

A continuación, se reemplaza $K = 1$, en las ecuaciones de a_1 y a_3 .

$$\begin{aligned} a_1 &= AC \\ a_3 &= AC + (1 - C) \end{aligned}$$

Ahora se conoce la definición completa del soporte de $I(X, A, C)$.

$$I(X, A, C) \text{ está soportado por NBZ } (a_1, a_2, a_3) = (AC, A, [AC + (1 - C)])$$

El Número Borroso Zeta (NBZ), definido por sus coordenadas (a_1, a_2, a_3) , el cual constituye el soporte matemático que representa a una valuación de incidencia Z.

La valuación está representada por el número borroso zeta (NBZ). Seguidamente, calculamos y razonamos el NBZ del ejemplo anterior, donde $A = 0.7$ y $C = 0.8$:

Los valores de mínima presunción (a_1 y a_3) están definidos por los algoritmos:

$$a_1 = AC = 0.7 \times 0.9 = 0.56$$

$$a_3 = AC + (1 - C) = 0.56 + (1 - 0.8) = 0.56 + 0.2 = 0.76$$

El valor de máxima presunción, $\mu(X) = 1$, ocurre con la abscisa $X = a_2 = A = 0.7$

El soporte del ejemplo está dado por: **NBZ (0.56, 0.7, 0.76)**.

A continuación, analizamos el significado de la base de NBZ:

$$(a_3 - a_1) = 0.76 - 0.56 = 0.2 = (1 - C)$$

La base de NBZ expresa el grado de incertidumbre de A, $(1 - C)$.

Se refieren a relaciones con evaluaciones de incidencia Z, es decir, que son afectadas de dos evaluaciones: A y C. A los efectos de simplificar el trabajo, para calcular el NBZ = (a_1, a_2, a_3) correspondiente a un $I(X, A, C)$, se preparó una tabla de coordenadas, mediante la cual con solo ingresar con “A” (filas) y “C” (columnas), se obtiene directamente el NBZ (ver ANEXO 1).

4.4. Mapa Z

La satisfacción del primer objetivo específico, consiste en diseñar un modelo, llamado mapa Z, basado en la aplicación de los números Z a los mapas estratégicos. En el título anterior se hizo referencia a la definición del concepto de valuación de incidencia Z y del soporte matemático que lo representa, llamado Número Borroso Zeta (NBZ).

El mapa Z, es la matriz que contiene todas las valuaciones de incidencias Z entre dos perspectivas del mapa estratégico. De este modo, el mapa Z es una matriz NBZ ($N \times M$), compuesta por los N elementos de la perspectiva inferior (filas) y los M elementos de la perspectiva superior (columnas). Para una descripción detallada ver Metodología.

La ejecución exitosa de una estrategia ahora presenta la siguiente ecuación:

$$\text{Resultados Sobresalientes} = \text{Mapas Z} + \text{Organización Focalizada en la Estrategia}$$

El mapa Z constituye un estudio correlacional/explicativo, dado que tiene por finalidad valorar el grado de relación entre las variables pertenecientes a dos perspectivas contiguas del mapa estratégico.

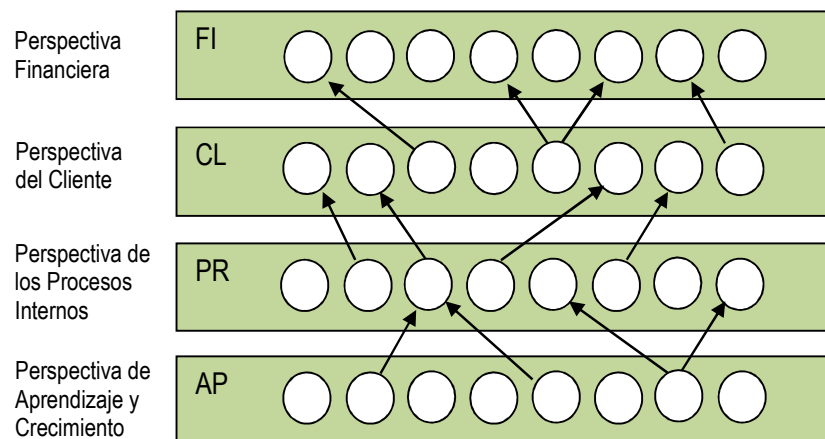


Figura 18.- Esquema del mapa de Kaplan y Norton

Fuente: elaboración propia

Asimismo, el mapa Z es de índole conceptual integral y permite evaluar la dinámica temporal de una estrategia. Las matrices NBZ perfeccionan el análisis de las incidencias indirectas de los factores que participan en los diferentes objetivos del mapa. Supera las limitaciones de otros modelos, respecto a la incorporación de aspectos cualitativos.

En base a lo anterior, dos perspectivas cualesquiera del mapa, Ej. AP y PR, se pueden relacionar, dando lugar al mapa Z (AP-PR). De este modo, el mapa de Kaplan y Norton da lugar a seis posibles mapas Z, los cuales se listan a continuación usando la abreviatura de las perspectivas de la Fig. 68:

(AP-PR), (AP-CL), (AP-FI), (PR-CL), (PR-FI) y (CL-FI).

Los mapas Z: (AP-PR), (PR-CL) y (CL-FI) son de incidencia directa, dado que relacionan perspectivas contiguas. Estos mapas los valúan los expertos del negocio.

La naturaleza del mapa Z es compleja. Se admite que los expertos puedan cometer eventuales errores en la valuación de algunos factores críticos de éxito. Esta situación, repercute en los objetivos estratégicos e indicadores del mapa y constituye una debilidad. Para resolver este problema, el modelo aplica el *método de recuperación de los efectos olvidados*. Este método ayuda a los expertos a que ratifiquen o rectifiquen sus valuaciones originales, dando lugar a una matriz de incidencia borrosa más depurada.

Los mapas Z: (AP-CL), (AP-FI) y (PR-FI) son de incidencia indirecta y se obtienen mediante la composición max-min de los mapas de incidencia directa. Estos mapas no requieren optimización, ya que surgen a partir de los de incidencia directa, los cuales ya están optimizados. Es decir, se admite que la composición max-min entre dos mapas optimizados, produce un mapa también optimizado.

$$(AP-CL) = (AP-PR) \times (PR-CL)$$

$$(PR-FI) = (PR-CL) \times (CL-FI)$$

$$(AP-FI) = (AP-CL) \times (CL-FI) = [(AP-PR) \times (PR-CL)] \times (CL-FI)$$

El desarrollo del mapa Z ha sido posible gracias al aporte del concepto de evaluación de incidencia Z, $I(X, A, C)$, soportado con un número borroso triangular *ad-hoc*, que se ha denominado Número Borroso Zeta (NBZ).

Es importante destacar que el procesamiento de las matrices de incidencia Z, permite conocer la incertidumbre del resultado. La matriz NBZ final muestra la propagación de la incertidumbre, información no obtenible con el método tradicional. Éste considera la condición natural de certeza total, o de incertidumbre nula, que no se da en la realidad.

El procesamiento del mapa Z se centra en la composición max-min de matrices NBZ. El valor agregado del modelo mapa Z, se basa en que muestra la propagación resultante de la incertidumbre, luego de procesar la confiabilidad de las valuaciones de incidencia Z. Esta información es fundamental, pues indica el grado de confianza que tiene el resultado.

4.5.Caso de Estudio

Para validar la metodología propuesta en la presente investigación, se realiza una experiencia con una empresa real, apta para estos fines. La entidad tiene asiento en Argentina y se dedica a la comercialización de gas natural en redes.

Por razones de mejora continua y alta competitividad en un mercado muy dinámico, la alta gerencia desea estudiar las oportunidades de mejora disponibles. En esta ocasión la empresa emprende un análisis detallado del impacto que tiene el capital humano, uno de sus activos intangibles, sobre el cliente, para considerar una eventual inversión futura.

Como la empresa no cuenta con un mapa propio, se utilizará un mapa básico de Kaplan y Norton, adaptado a la empresa (ANEXO 3). El caso de estudio tomará al mismo como un marco de trabajo adecuado para estudiar la incidencia del capital humano, perteneciente a la perspectiva de aprendizaje y crecimiento (intangibles), sobre la perspectiva del cliente. Se advierte que las incidencias entre estas perspectivas no se pueden valorar en forma directa, debido a que los estratos de las perspectivas de interés no son contiguos.

El caso se resuelve considerando valuaciones de incidencia Z, I (X, A, C). Por lo tanto, el procesamiento operará matrices de incidencia NBZ, lo cual constituye una novedad. Primeramente, se obtiene la valuación Z, de los expertos del negocio, aplicada al mapa estratégico de aplicación, y se desarrollan las matrices NBZ involucradas.

La operatoria requiere hacer la composición max-min de matrices NBZ, lo cual es una novedad. Como NBZ es un número borroso triangular, su función de pertenencia está definida por sus α -cortes, en particular: $\mu(X) = 1$ y $\mu(X) = 0$.

Por lo tanto, la composición max-min de matrices NBZ, y cada etapa del proceso, se hará en dos partes: primeramente, se operará $\mu(X) = 1$ (un punto), lo cual es el método tradicional con incidencias borrosas; en segundo lugar, operará $\mu(X) = 0$ (dos puntos), que corresponde a un intervalo de confianza, caso que también es conocido por la teoría. Al finalizar las operaciones, se analizará si esta operatoria se puede hacer directamente en un solo paso y con qué metodología, lo cual será una novedad teórica.

4.6. Procedimiento empleado

4.6.1. Secuencia básica

Se describen las tres etapas que resuelven el problema:

- **Etapa 1** – Estudio de la incidencia del *Capital humano* (CH) en los *Procesos internos* (PR): Se obtiene la matriz de incidencia borrosa $\tilde{M}$, que contiene las valuaciones realizadas por los expertos del negocio. La matriz $\tilde{M}$ se optimiza con la técnica de efectos olvidados; se calculan las incidencias indirectas y se solicita a los expertos del negocio que las analicen y mejoren $\tilde{M}$, a su criterio.
- **Etapa 2** – Estudio de la incidencia de los *Procesos internos* (PR) en el *Cliente* (CL): Se obtiene la matriz de incidencia borrosa $\tilde{N}$, que contiene las valuaciones realizadas por los expertos del negocio. La matriz $\tilde{N}$ se optimiza con la técnica de efectos olvidados; se calculan las incidencias indirectas y se solicita a los expertos del negocio que las analicen y mejoren $\tilde{N}$, a su criterio.

- **Etapa 3** – Estudio de la incidencia del *Capital humano* (CH) en el *Cliente* (CL): Se calcula la matriz de incidencia borrosa $\tilde{P}$:

$$\tilde{P} = \tilde{M} \circ \tilde{N}$$

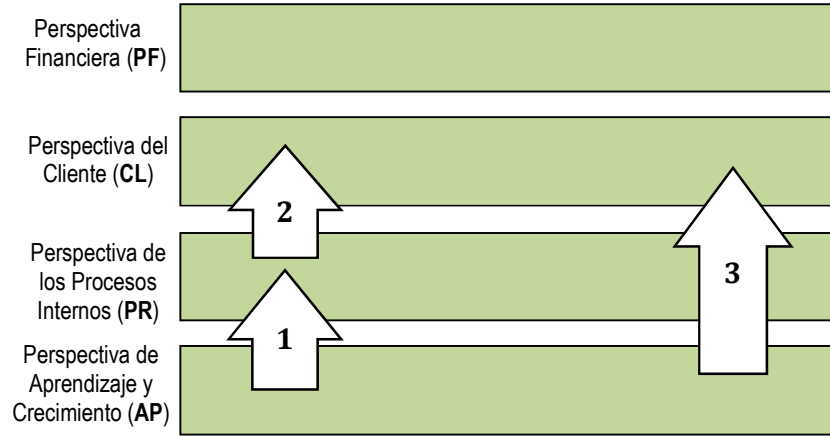


Figura 19.- Esquema de las etapas de procesamiento

Fuente: elaboración propia

$\tilde{P}$ no requiere de la aplicación de la técnica de efectos olvidados, dado que es el resultado de la composición max-min de dos matrices que ya recibieron tal tratamiento.

4.6.2. Procesamiento $\mu(X) = 1$ (esquema borroso tradicional)

4.6.2.1. Etapa 1: Procesamiento M

Matriz de incidencias directas M:

M	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Conocimiento	.8	.9	.7	1
Habilidades	.8	.7	.8	.8
Valores	1	.8	.8	1

Tabla 25.- Matriz de incidencias directas M

Matriz reflexiva A.

A	Conocimiento	Habilidades	Valores
Conocimiento	1	.6	.6
Habilidades	.8	1	.7
Valores	.9	.9	1

Tabla 26.- Matriz reflexiva de A

Matriz reflexiva B

B	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Gestión de operaciones	1	.8	.4	.8
Gestión de clientes	.3	1	.6	.5
Gestión innovación	.8	.5	1	.6
Reguladores y sociales	.8	.5	.5	1

Tabla 27.- Matriz reflexiva de B

Composición max-min $M' = A \circ M \circ B$

M'	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Conocimiento	.8	.9	.7	1
Habilidades	.8	.8	.8	.8
Valores	1	.8	.8	1

Tabla 28.- Composición max-min de M

Cálculo de efectos olvidados en M ($M' - M$)

M' – M	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Conocimiento	0	0	0	0
Habilidades	0	.1	0	0
Valores	0	0	0	0

Tabla 29.- Efectos olvidados de M

4.6.2.2.Etapa 2: Procesamiento N

Matriz de incidencias directas N:

N	Precio	Prestación	Marca
Gestión de operaciones	.6	1	.8
Gestión de clientes	.6	.9	1
Gestión Innovación	.7	.6	.9
Reguladores y sociales	.7	.8	.9

Tabla 30.- Matriz de incidencias directas N

Matriz reflexiva B

B	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión Innovación	Reguladores y sociales
Gestión de operaciones	1	.8	.4	.8
Gestión de clientes	.3	1	.6	.5
Gestión Innovación	.8	.5	1	.6
Reguladores y sociales	.8	.5	.5	1

Tabla 31.- Matriz reflexiva B

Composición max-min $N' = B \circ N \circ C$

N'	Precio	Prestación	Marca
Gestión de operaciones	.7	1	.8
Gestión de clientes	.6	.9	1
Gestión Innovación	.7	.8	.9
Reguladores y sociales	.7	.8	.9

Tabla 32.- Composición max-min N

Cálculo de efectos olvidados en N ($N' - N$)

$N' - N$	Precio	Prestación	Marca
Gestión de operaciones	.2	0	.2
Gestión de clientes	.2	0	0
Gestión Innovación	.1	.2	0
Reguladores y sociales	.1	0	0

Tabla 33.- Efectos olvidados N

4.6.2.3.Etapa 3: Procesamiento P

Cálculo de $P = M$ o N

$P = M$ o N	Precio	Prestación	Marca
Conocimiento	.7	.9	.9
Habilidad	.7	.8	.8
Valores	.7	1	.9

Tabla 34.- Matriz $P = M$ o N

RESULTADOS:

Tanto M como N no tenían efectos olvidados.

Se comprueba que el conocimiento tiene fuerte impacto en la prestación y en la marca.

Asimismo, también se observa que los valores inciden fuerte en la marca.

4.6.3. Procesamiento $\mu(X) = 0$ (esquema intervalos de confianza)

4.6.3.1. Etapa 1: Procesamiento M

Matriz de incidencias directas M:

M	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Conocimiento	(.72, .82)	(.81, .91)	(.49, .79)	(1, 1)
Habilidades	(.64, .82)	(.56, .76)	(.56, .86)	(.72, .82)
Valores	(1, 1)	(.99, .99)	(.56, .86)	(.90, 1)

Tabla 35.- Matriz de incidencias directas M

Matriz reflexiva A.

A	Conocimiento	Habilidades	Valores
Conocimiento	(1, 1)	(.48, .68)	(.42, .72)
Habilidades	(.64, .84)	(1, 1)	(.42, .82)
Valores	(.90, .90)	(.90, .90)	(1, 1)

Tabla 36.- Matriz reflexiva A

Matriz reflexiva B

B	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Gestión de operaciones	(1, 1)	(.64, .84)	(.28, .58)	(.64, .84)
Gestión de clientes	(.24, .44)	(1, 1)	(.42, .72)	(.35, .65)
Gestión innovación	(.64, .84)	(.35, .65)	(1, 1)	(.42, .72)
Reguladores y sociales	(.64, .84)	(.35, .65)	(.35, .65)	(1, 1)

Tabla 37.- Matriz reflexiva B

Composición max-min $M' = A \text{ o } M \text{ o } B$

M'	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Conocimiento	(.72, .82)	(.81, .91)	(.49, .79)	(1, 1)
Habilidades	(.64, .86)	(.64, .84)	(.56, .86)	(.72, .84)
Valores	(1, 1)	(.81, .91)	(.56, .86)	(.90, 1)

Tabla 38.- Composición max-min M

Cálculo de efectos olvidados en M: $d [(m_1, m_2) - (n_1, n_2)] = [(m_1 - n_1) + (m_2 - n_2)] / 2$

d (M' – M)	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión innovación	Reguladores y sociales
Conocimiento	0	0	0	0
Habilidades	.01	.07	0	.01
Valores	0	.12	0	0

Tabla 39.- Efectos olvidados M

4.6.3.2.Etapa 2: Procesamiento N

Matriz de incidencias directas N:

N	Precio	Prestación	Marca
Gestión de operaciones	(.43, .72)	(1, 1)	(.56, .86)
Gestión de clientes	(.42, .72)	(.72, .92)	(1, 1)
Gestión Innovación	(.56, .76)	(.42, .72)	(.72, .92)
Reguladores y sociales	(.56, .76)	(.64, .84)	(.90, .90)

Tabla 40.- Matriz de incidencias directas N

Matriz reflexiva B

B	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión Innovación	Reguladores y sociales
Gestión de operaciones	(1, 1)	(.64, .84)	(.28, .58)	(.64, .84)
Gestión de clientes	(.24, .44)	(1, 1)	(.42, .72)	(.35, .65)
Gestión Innovación	(.64, .84)	(.35, .65)	(1, 1)	(.42, .72)
Reguladores y sociales	(.64, .84)	(.35, .65)	(.35, .65)	(1, 1)

Tabla 41.- Matriz reflexiva B

Matriz reflexiva C.

C	Precio	Prestación	Marca
Precio	(1, 1)	(.42, .72)	(.56, .66)
Prestación	(.64, .84)	(1, 1)	(1, 1)
Marca	(.64, .84)	(.64, .84)	(1, 1)

Tabla 42.- Matriz reflexiva C

Composición max-min $N' = B \text{ o } N \text{ o } C$

N'	Precio	Prestación	Marca
Gestión de operaciones	(.64, .84)	(1, 1)	(1, 1)
Gestión de clientes	(.64, .84)	(.72, .92)	(1, 1)
Gestión Innovación	(.64, .84)	(.64, .84)	(.72, .92)
Reguladores y sociales	(.64, .84)	(.64, .84)	(.90, .90)

Tabla 43.- Composición max-min N

Cálculo de efectos olvidados en N: $d [(m_1, m_2) - (n_1, n_2)] = [(m_1 - n_1) + (m_2 - n_2)] / 2$

d (N' – N)	Precio	Prestación	Marca
Gestión de operaciones	.17	0	.19
Gestión de clientes	.17	0	0
Gestión Innovación	.08	.17	0
Reguladores y sociales	.08	0	0

Tabla 44.- Efectos olvidados N

4.6.3.3.Etapa 3: Procesamiento P

Cálculo de $P = M \text{ o } N$

P = M o N	Precio	Prestación	Marca
Conocimiento	(.56, .76)	(.72, .92)	(.90, .90)
Habilidad	(.56, .76)	(.64, .84)	(.72, .82)
Valores	(.56, .76)	(1, 1)	(.90, .90)

Tabla 45.- Matriz $P = M \text{ o } N$

RESULTADOS OBSERVADOS:

En todos los casos no aparecieron efectos olvidados.

Los *valores* inciden fuerte y con confiabilidad total en la *prestación*, mientras que el *conocimiento* incide fuerte y con alta confiabilidad en la *prestación* y en la *marca*.

El análisis de intervalos permite advertir la certeza en el segundo caso. De haber utilizado la valuación borrosa simple, esta circunstancia no se habría notado.

4.6.4. Composición NBZ de P

Seguidamente, se compondrá la matriz NBZ de P, componiendo las triplas de N con los resultados obtenidos en los procesamientos para $\mu(X) = 0$ (esquema intervalos de confianza) y para $\mu(X) = 0$ (esquema intervalos de confianza).

P (a₁,a₂,a₃)	Precio	Prestación	Marca
Conocimiento	(.56, .7, .76)	(.72, 1, .92)	(.90, .9, .90)
Habilidad	(.56, .7, .76)	(.64, .8, .84)	(.72, .8, .82)
Valores	(.56, .7, .76)	(1, 1, 1)	(.9, .9, .9)

Tabla 46.- P (a₁, a₂, a₃)

Observando la tabla de conversiones (Anexo 1), se advierte que todas las triplas de la matriz P se corresponden con un par (A, C), y por ende, con un NBZ. Es decir, la matriz P, resultante de los dos pasos del método elegido, equivale a una matriz NBZ. Seguidamente presentamos la misma:

NBZ P (A, C)	Precio	Prestación	Marca
Conocimiento	(.7, .8)	(.9, .8)	(.9, 1)
Habilidad	(.7, .8)	(.8, .8)	(.8, .9)
Valores	(.7, .8)	(1, 1)	(.9, 1)

Tabla 47.- NBZ P (A, C)

OBSERVACIONES A LA MATRIZ NBZ de P

La matriz NBZ P (A, C) nos permite:

- 1) Enunciar cada una de sus celdas, develando su semántica.
- 2) Se puede comparar las matrices NBZ de M y N, para advertir su relación con la matriz NBZ de P.

A continuación, se realizarán ambas propuestas.

1) Semántica Z de P, inferida de la lectura de la matriz P resultado:

Incidencia analizada	I (X, A, C)	Incidencia Z inferida por cálculo
Conocimiento sobre Precio	(.7, .8)	Bastante Incidencia, Casi verdadero
Conocimiento sobre Prestación	(.9, .8)	Muy fuerte incidencia, Casi verdadero
Conocimiento sobre Marca	(.9, 1)	Muy fuerte incidencia, Verdadero
Habilidad sobre Precio	(.7, .8)	Bastante incidencia, Casi verdadero
Habilidad sobre Prestación	(.8, .8)	Fuerte incidencia, Casi verdadero
Habilidad sobre Marca	(.8, .9)	Fuerte incidencia, Prácticamente verdadero
Valores sobre Precio	(.7, .8)	Bastante incidencia, Casi verdadero
Valores sobre Prestación	(1, 1)	La mayor incidencia, Verdadero
Valores sobre Marca	(.9, 1)	Muy fuerte incidencia, Verdadero

Tabla 48.- Semántica Z de P

2) Análisis de matrices NBZ.

Presentamos las matrices NBZ de M, N y P, dadas por su par (A, C):

NBZ P (A, C)	Precio	Prestación	Marca
Conocimiento	(.7, .8)	(.9, .8)	(.9, 1)
Habilidad	(.7, .8)	(.8, .8)	(.8, .9)
Valores	(.7, .8)	(1, 1)	(.9, 1)

Tabla 49.- Matriz NBZ P (A, C)

NBZ M (A, C)	Gestión de operaciones	Gestión de clientes	Gestión Innovación	Reguladores y sociales
Conocimiento	(.8, .9)	(.9, .9)	(.7, .7)	(1, 1)
Habilidad	(.8, .8)	(.7, .8)	(.8, .7)	(.8, .9)
Valores	(1, 1)	(.8, 8)	(.8, 7)	(1, .9)

Tabla 50.- Matriz NBZ M (A, C)

NBZ N (A, C)	Precio	Prestación	Marca
Gestión de operaciones	(.6, .7)	(1, 1)	(.8, .7)
Gestión de clientes	(.6, .7)	(.9, .8)	(1, 1)
Gestión Innovación	(.7, .8)	(.6, .7)	(.9, .8)
Reguladores y sociales	(.7, .8)	(.8, .8)	(.9, 1)

Tabla 51.- Matriz NBZ N (A, C)

RESULTADOS OBSERVADOS

De la observación de las matrices NBZ M, N y P, se puede apreciar que el resultado NBZ P es el mismo que si el par (A, C) hubiera sido tomado como un intervalo de confianza, es decir $A = m_1$ y $C = m_2$. Desde este punto de vista, la composición max-min de dos matrices NBZ se comporta “como si siguiera” la regla de los intervalos de confianza. En trabajos posteriores se investigará sobre la aritmética y propiedades de los NBZ.

5. CONCLUSIONES

5.1. Cumplimiento de objetivos específicos

El *primer objetivo específico* se centra en dar una respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cómo se resuelven las limitaciones del mapa estratégico, respecto a la borrosidad y confiabilidad parcial, propias del lenguaje natural?

Los aportes del concepto de evaluación de incidencia Z y del Número Zeta (NBZ), han permitido desarrollar el mapa Z, el cual resuelve las limitaciones de borrosidad y confiabilidad parcial. Por lo tanto, se considera cumplido el mismo.

El *segundo objetivo específico* intenta dar respuesta a la siguiente pregunta:

¿Cómo se prueba la validez metodológica de los mapas Z?

La aplicación del modelo “mapa Z” realizada sobre el caso de estudio, permitió dar una validación satisfactoria al mismo, con lo cual se da por cumplido.

El *tercer objetivo específico* se propone satisfacer la siguiente pregunta:

¿Cómo se optimiza un mapa Z?

Se consideró la teoría de los efectos olvidados, originalmente desarrollada para incidencias binarias de valuaciones borrosas. Se aplicó dicho método a una matriz NBZ, lo cual requirió desdoblarse la función de pertenencia para α -cortes: $\mu(X) = 1$ y $\mu(X) = 0$. El procesamiento se pudo desarrollar sin tropiezos, habiendo develado que la composición max-min de dos matrices NBZ, es otra matriz NBZ, cuya técnica de ejecución es similar a la composición max-min de los intervalos de confianza.

Se destaca que, en general, la operatoria con números borrosos triangulares es muy accesible y sencilla. Por lo menos, se ha visto que la composición max-min es muy simple.

5.2. Posibles líneas de investigación.

El aspecto relevante de este trabajo es que desarrolla un modelo integral para el diagnóstico de la gestión de la empresa y produce información de un gran valor analítico, no obtenible por otros métodos.

En general, el método de valuación de incidencias Z es funcional a todos los trabajos que manejen modelos estructurales de información en los cuales se insertan las opiniones humanas. Permite realizar procesamiento de opiniones sobre temas delicados de tratar tales como: corrupción, seguridad, educación, eficiencia administrativa, riesgos bancarios, pronósticos, etc.

La ventaja de las valuaciones de incidencias Z es que permite conocer el efecto de la propagación de la incertidumbre provocada por la confiabilidad parcial. De otro modo se partiría del supuesto que todas las evaluaciones se realizan con certeza. Es decir, el sistema de valuación borrosa convencional es el sistema de valuación Z, considerando certeza ($C = 1$). Es básico que, en ciertos temas sensibles, “la renguera” de la valuación de incidencia borrosa puede generar confusiones o impedir que se conozca con debida precisión ciertas pautas. Es la valuación de incidencia Z la que aporta la información de la confiabilidad, completando el panorama y limitando la incertidumbre.

Todos los trabajos que se han realizado para valuación de incidencias borrosas se pueden rearmar con la valuación de incidencias Z, si estuviera disponible la información de la confiabilidad.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Aliev, R.A. et Al. (2015). *The Arithmetic of Z-Numbers. Theory and Applications*. Singapore: World Scientific.
- Kaplan, R.S. y Norton, D.P. (1996). *The Balanced Scorecard: Translating Strategy into Action*. Boston: Harvard Business School (HBS) Press.
- _____ (2004). *Strategy Maps: Converting Intangible Assets into Tangible Outcomes*. Boston: Harvard Business School (HBS) Publishing.
- _____ (2006). *Alignment: Using the Balanced Scorecard to Create Corporate Synergies*. Boston: Harvard Business School (HBS) Press.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1989). *Modelos para la investigación de efectos olvidados*. Santiago de Compostela: Editorial Milladoiro.
- Lazzari, L.L.; Machado, E.A.M. y Pérez, R.H. (1994). *Matemática Borrosa*, Buenos Aires: Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires.
- Yager, R.R. (2012). On a View of Zadeh's Z-Numbers. *IPMU 2012*, Part III, CCIS 299, pp. 90–101.
- Zadeh, L.A. (1986). A Simple View of the Dempster-Shafer Theory of Evidence and its Implication for the Rule of Combination. *AI Magazine*. 7(2), pp. 85-90.
- _____ (2011a). A Note on Z-numbers. *Information Sciences*, 181, pp. 2923-2932.
- _____ (2011b). The concept of a Z-number – a new direction in uncertain computation. *Proceedings of the IEEE International Conference on Information Reuse and Integration*, (IRI) Las Vegas, USA.

7. BIBLIOGRAFÍA

- Aliev, R.A. y Aliev, R.R. (2001). *Soft Computing and its Applications*. Singapore: World Scientific.
- Aliev, R.A., Fazlollahi, B. y Aliev, R.R. (2004). *Soft Computing and its Applications in Business and Economics (Studies in Fuzziness and Soft Computing)*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Aliev, R.A.; Pedrycz, P.; Fazlollahi, B.; Huseynov, O.H.; Alizadeh, A.V. y Guirimov, B.G. (2012). Fuzzy logic-based generalized decision theory with imperfect information. *Information Sciences: An International Journal*, 189, April, pp. 18-42.
- Azcárate, P. (1872). *Obras Completas de Platón*. 11 volúmenes. Madrid: Medina y Navarro (Biblioteca filosófica).
- _____ (1875). *Obras de Aristóteles*. 10 volúmenes. Madrid: Medina y Navarro (Biblioteca filosófica).
- Ballvé, A. (2000). *Tablero de Control*. Buenos Aires: Editorial Macchi.
- Berthold, M. y Hand, D.J. (1999). *Intelligent Data Analysis: An Introduction*. Italia: Springer-Verlag.
- Bignoli, A. J. (1991). *Teoría Elemental de los Conjuntos Borrosos*. Buenos Aires: Academia Nacional de Ingeniería.
- Buckley, J.J., Eslami, E. y Feuring, T. (2002). *Fuzzy Mathematics in Economics and Engineering*. Heidelberg: Physica-Verlag.

Bustince, H.; Herrera, F.; Montero, J. (eds.) (2008). *Fuzzy Sets and their Extensions: Representation, Aggregation and Models*. Berlin: Springer.

Cox, E. (1992). Fuzzy Fundamentals. *Spectrum IEEE*, October.

_____ (1994). *The Fuzzy Systems Handbook: A Practitioner's Guide to Building, Using, and Maintaining Fuzzy Systems*. Cambridge: AP Professional.

_____ (2000). *Fuzzy Logic for Business and Industry*. Massachusetts: Charles River Media.

_____ (2005). *Fuzzy Modeling and Genetic Algorithms for Data Mining and Exploration*. San Francisco: Morgan Kaufmann.

Dubois, D. y Prade, H. (1978). Operations on fuzzy numbers. *International Journal of Systems Science*, Volume 9, Issue 6, pp. 613-626.

_____ (1980). *Fuzzy sets and systems. Theory and applications*. Nueva York: Academic Press.

García, P.S. y Lazzari, L.L. (1999). La evaluación de la calidad en la universidad. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 3, pp. 81-97.

García, P.S., Lazzari, L.L. y Machado, E.A.M. (2000). Una propuesta fuzzy para definir indicadores de pobreza. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 3, pp. 11-26.

García de Fanelli, A.M. (2001). Aplicación de la metodología borrosa a la calidad de los posgrados. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 4, pp. 99-132.

Gento, A., Lazzari, L.L. y Machado, E.A.M. (2001). Reflexiones acerca de las matrices de incidencia y de la recuperación de efectos olvidados. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 4, pp. 11-27.

Gil Aluja, J. (1995). *Grafos neuronales para la economía y la gestión de las empresas*. Madrid: Editorial Pirámide.

_____ (1999). *Elementos para una teoría de la decisión en la incertidumbre*. Vigo: Editorial Milladoiro,

- Gil Lafuente, A.M. (1990). *El análisis financiero en la incertidumbre*. Barcelona: Ariel.
- Gil Lafuente, A.M., Vizuete Luciano, E. y Martorell Cunill, O. (2009). Modelo para la determinación de variables que inciden en el consumo de productos financieros de ahorro. *Proceedings of the XV SIGEF International Conference* (pp. 586-595), Lugo, España.
- Gil Lafuente, A.M. y Barcellos de Paula, L. (2010). Una aplicación de la metodología de efectos olvidados: los factores que contribuyen al crecimiento sostenible de la empresa. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 12, pp. 23-52.
- Gil Lafuente, A.M. y Bassa, C.L. (2011). Identificación de los atributos contemplados por los clientes en una estrategia CRM utilizando el modelo de efectos olvidados. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 13, pp. 107-127.
- Giles, C. y Gori, M. (1998). *Adaptive processing of sequences and data structures*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Kahraman, C. (edit.) (2006). *Fuzzy Engineering in Industrial Engineering*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- _____ (edit.) (2008). *Fuzzy Engineering Economics with Applications*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Kandel, A. (1986). *Fuzzy mathematics techniques with applications*. Boston: Addison-Wesley Publishing Company.
- Kaplan, R.S. y Norton, D.P. (1992) The Balanced Scorecard: Measures that Drive Performance, *Harvard Business Review*, (January-February), pp.71-79.
- _____ (1996a). Using the Balanced Scorecard as a Strategic Management System. *Harvard Business Review* 74, No. 1, pp. 75-85.
- _____ (1996b). *The Balanced Scorecard: Translating Strategy into Action*. Boston: Harvard Business School (HBS) Press.
- _____ (1996c). Strategic Learning and the Balanced Scorecard. *Strategy and Leadership*, September-October, pp. 75-85.

- _____ (1997a). Why does Business Need a Balanced Scorecard? Part I. *Journal of Cost Management*, February-March, pp. 5-11.
- _____ (1997b). Why does Business Need a Balanced Scorecard? Part II. *Journal of Cost Management*, May-June, pp. 5-10.
- _____ (2000a). Having Trouble with Your Strategy? Then Map It. HBR00509. *Harvard Business Review* 78, No. 5, September-October, pp. 167-176.
- _____ (2000b). *The Strategy-Focused Organization: How Balanced Scorecard Companies Thrive in the New Business Environment*. Boston: Harvard Business School (HBS) Press.
- _____ (2001a). Transforming the Balanced Scorecard from Performance Measurement to Strategic Management: Part I. *Accounting Horizons*, March, pp. 87-104.
- _____ (2001b). Transforming the Balanced Scorecard from Performance Measurement to Strategic Management: Part II. *Accounting Horizons*, June, pp. 147-160.
- _____ (2001c). Building a Strategy-Focused Organization. *Ivey Business Journal*, May-June, pp. 12-19.
- _____ (2001d). Leading Change with the Balanced Scorecard. *Financial Executive*, September, pp. 64-66.
- _____ (2004a). Measuring the Strategic Readiness of Intangible Assets. *Harvard Business Review*, 82 (2).
- _____ (2004b). Strategy Maps. *Strategic Finance*, March.
- _____ (2004c). How Strategy Maps Frame an Organization's Objectives. *Financial Executive*, March-April.
- _____ (2004d). The Strategy Map: Guide to Aligning Intangible Assets. *Strategy and Leadership*, 32 (5), pp. 10-17.
- _____ (2004e). *Strategy Maps: Converting Intangible Assets into Tangible Outcomes*. Boston: Harvard Business School (HBS) Publishing.

- _____ (2004f). *Mapas Estratégicos: Convirtiendo los activos intangibles en resultados tangibles*. Madrid: Ediciones Gestión 2000.
- _____ (2005a). "The Office of Strategy Management". *Harvard Business Review*, pp. 83, 10.
- _____ (2005b). "The Office of Strategy Management". *Strategic Finance*, October, pp. 8,10,59-60.
- _____ (2006a). "How to Implement a New Strategy Without Disrupting Your Organization". *Harvard Business Review*, 84 (3).
- _____ (2006b). *Alignment: Using the Balanced Scorecard to Create Corporate Synergies*. Boston: Harvard Business School (HBS) Press.
- _____ (2008). *Execution Premium: Linking Strategy to Operations for Competitive Advantage*. Boston: Harvard Business School (HBS) Press.
- Kaplan, R.S. y Martínez-Jerez, F.A.; Rugelsjoen, B. (2009). Managing Strategy with External Partners. *Balanced Scorecard Report*, 11 (1), pp. 1-6.
- Kaplan, R.S.; Mikes, A.; Simons, R.; Tufano, P. y Hofman Jr., M. (2009). Managing Risk in the New World. *Harvard Business Review*, 87 (10), pp. 68-75.
- Kaplan, R.S. (2009). Risk Management and the Strategy Execution System. *Balanced Scorecard Report*, 11(6), pp. 1-6.
- Kaplan, R.S. y Miyake, D. (2009). The Balanced Scorecard. *The School Administrator*, February.
- Kaufmann, A. (1982). *Introducción a la teoría de los subconjuntos borrosos*. México: CECSA.
- Kaufmann, A. y Gupta, M.M. (1985). *Introduction to fuzzy arithmetic*. Nueva York: Van Nostrand Reinhold Company.
- Kaufmann, A. y Gil Aluja, J. (1986). *Introducción a la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*. Santiago de Compostela: Editorial Milladoiro.

- _____ (1987). *Técnicas operativas de gestión para el tratamiento de la incertidumbre*. Barcelona: Editorial Hispano Europea.
- _____ (1989). *Modelos para la investigación de efectos olvidados*. Santiago de Compostela: Editorial Milladoiro.
- _____ (1990). *Las matemáticas del azar y la incertidumbre*. Madrid: Editorial Ceura.
- _____ (1992). *Técnicas de gestión de empresas. Previsiones, decisiones y estrategias*. Madrid: Editorial Pirámide.
- _____ (1993a). *Técnicas Especiales para la gestión de expertos*. Madrid: Editorial Milladoiro.
- _____ (1993b). *Nuevas técnicas para la dirección estratégica*. Barcelona: Publicaciones Universidad de Barcelona.
- Kaufmann, A.; Gil Aluja, J. y Terceño, A. (1994). *Matemática para la Economía y la Gestión de Empresas*. Barcelona. Ediciones Foro Científico.
- Klir G. y Folger, T. (1988). *Fuzzy sets, uncertainty and informations*. Londres: Prentice-Hall International Editions.
- Klir, G. y Yuan, B. (1995). *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic. Theory and Applications*. Nueva Jersey. Prentice-Hall PTR.
- Kruse, R., Gebhardt, J. y Klawonn, F. (1995). *Foundations of fuzzy systems*. Londres. John Wiley & Sons Ltd.
- Lazzari, L.L.; Machado, E.A.M. y Pérez, R.H. (1994). *Matemática Borrosa*, Buenos Aires: Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires.
- _____ (1995). Decision theory in conditions of uncertainty (Fuzzy decision), *Fuzzy Economic Review*, N°0, pp. 87-101.
- _____ (1998). *Teoría de la Decisión Fuzzy*. Buenos Aires: Ediciones Macchi.

- Lazzari, L.L. (comp.) (2001). *Los conjuntos borrosos y su aplicación a la programación lineal*. Buenos Aires: Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires.
- Lazzari, L.L.; Camprubi, G.; Eriz, M. y Mouliá, P.I. (2007). Análisis de factores vinculados con la supervivencia y desarrollo de las pequeñas y medianas empresas: un enfoque lingüístico. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 9, pp. 103-121.
- Lazzari, L.L.; Mouliá, P.I. y Eriz, M. (2008). Relaciones binarias *crisp* y *fuzzy*. Aplicación a un espacio financiero. *Cuadernos del CIMBAGE*, No. 10, pp.17-46.
- Nolan Norton Institute (1991) “Measuring Performing in the Organization of the Future: A research Study”
- Mintzberg, H. (2003a). *Diseño de Organizaciones Eficientes*. Buenos Aires: Editorial El Ateneo.
- _____ (2003b). *Safari a la Estrategia. Una Visita Guiada por la Jungla del Management Estratégico*. Buenos Aires: Editorial Granica.
- Porter, M.E. (1980). *Competitive Strategy: Techniques for Analyzing Industries and Competitors*. Nueva York: Free Press.
- _____ (1982). *Cases in Competitive Strategy*. Nueva York: Free Press.
- _____ (1985). *Competitive Advantage: Creating and Sustaining Superior Performance*. Nueva York: Free Press.
- _____ (1996). “What is Strategy?”. *Harvard Business Review*, Noviembre-Diciembre, pp. 61-78.
- _____ (1998). *On Competition*. Boston: Harvard Business School Press.
- _____ (2008). *On Competition, Updated and Expanded Edition*. Boston: Harvard Business School Press.
- Ragin, C.C. (2000). *Fuzzy-Set Social Science*. Chicago: The University of Chicago Press.

- Ruiz Fernández, J. y Zubillaga Zubimendi, J. (2002). Investigación de efectos olvidados en el despliegue de la función de calidad. *Dirección y Organización*, febrero, pp. 173-181.
- Sánchez, E. (1976). Resolution of Composite Fuzzy Relation Equations. *Information and Control*. Volume 30, Issue 1, pp. 38-48.
- _____ (1978). Resolution of Eigen fuzzy sets equations. *Fuzzy Sets and Systems*. Volume 1, Issue 1, pp. 69-74.
- _____ (1979). Medical Diagnosis and Composite Fuzzy Relations. In: *Advances in Fuzzy Set Theory and Applications*. M.M. Gupta, R.K. Ragade, R.R. Yager (eds). North Holland Pub. Co, Amsterdam, pp. 420-433.
- _____ (1984). Solution of Fuzzy Equations with Extended Operations. *Fuzzy Sets and Systems*. Volume 12, Issue 3, pp. 237-248.
- Scherger, V.; Vigier, H.; Terceño, A. y Briozzo, A. (2011) Modelo de Diagnóstico Económico Financiero a partir de Relaciones Borrosas. *XXI Jornadas Nacionales de Administración Financiera*. 22-23 de septiembre.
- Tanaka, K. (1997). *An introduction to fuzzy logic for practical applications*. Nueva York: Springer-Verlag.
- Terceño, A.; Vigier, H.; Barberá Mariné, G. y Scherger, V. (2009). Hacia una integración de la Teoría del Diagnóstico Fuzzy y del Balanced Scorecard. *XV SIGEF Conference Economic and Financial Crisis. New Challenges and Perspectives*". Lugo, España. 29-30 de octubre. pp. 364-379.
- Terceño, A. y Vigier, H. (2011). Economic-financial forecasting model of businesses using fuzzy relations. *Journal of Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research* (Academy of Economic Studies, Bucharest, Romania), Volume 45, Nº 1.
- Torra, V.; Narukawa, Y. (2007). *Modeling Decisions*. Berlin: Springer.
- Türksen, I.B. (2006). *An Ontological and Epistemological Perspective of Fuzzy Set Theory*. Amsterdam: Elsevier.

- Trillas, E. (1980). *Conjuntos borrosos*. Barcelona: Editorial Vicens-Vives.
- Trillas, E.; Alsina, C, y Terricabras, J. (1995). *Introducción a la lógica borrosa*. Barcelona: Ariel.
- Trillas, E.; Delgado, M. y otros (1994). *Fundamentos e introducción a la ingeniería fuzzy*. Barcelona: Omron Electronics S.A.
- Vigier, H. y Terceño, A. (2008). A Model for the Prediction of “Diseases” of Firms by Means of Fuzzy Relations. *Fuzzy Sets and System*. Volume 159, N° 17.
- Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, pp. 338-353.
- _____ (1968). Probability measures of fuzzy events. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 23 (2), pp. 421-427.
- _____ (1969). Toward a theory of fuzzy systems. *E.R.L. Report 69*. Universidad de California. Berkeley.
- _____ (1973). Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-3 (1), pp. 28-44.
- _____ (1975a). The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. Part I: *Information Sciences* 8, pp. 199-249; Part II: *Information Sciences* 8, pp. 301-357; Part III: *Information Sciences* 9, pp. 43-80.
- _____ (1975b). Fuzzy logic and the approximate reasoning. *Synthese* 30, pp.407-428.
- _____ (1988). Fuzzy logic. *Computer*, April, pp. 83-92.
- _____ (1995). Probability theory and fuzzy logic are complementary rather than competitive. *Technometrics*, 37(3), pp. 271-276.
- _____ (1999). From computing with numbers to computing with words-from manipulation of measurements to manipulation of perceptions. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 45, pp. 105-119.

- _____ (2001). A new direction in AI – toward a computational theory of perceptions. *AI Magazine*, 22 (1), pp. 73-84.
- _____ (2006). Generalized theory of uncertainty (GTU)-principal concepts and ideas. *Computational Statistics and Data Analysis*, 51, pp. 15-46.
- _____ (2008). Is there a need for fuzzy logic?. *Information Sciences*, 178, pp. 2751-2779.
- _____ (2011a). A Note on Z-numbers. *Information Sciences*, 181, pp. 2923-2932.
- _____ (2011b). The concept of a Z-number – a new direction in uncertain computation. *Proceedings of the IEEE International Conference on Information Reuse and Integration*, (IRI) Las Vegas, USA.
- Zimmermann, H. (1991). *Fuzzy set theory and its applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

8.- ANEXOS

ANEXO 1

Tabla de Coordenadas I (X, A, C)

NBZ (a_1, a_2, a_3)		C – VALUACION BORROSA DE LA CONFIABILIDAD DE A										
		0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
A – VALUACION BORROSA DE LA INCIDENCIA X	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
		1,00	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,20	0,10	0,00
	0.1	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10
		0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10
		1,00	0,91	0,82	0,73	0,64	0,55	0,46	0,37	0,28	0,19	0,10
	0.2	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20
		0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
		1,00	0,92	0,84	0,76	0,68	0,60	0,52	0,44	0,36	0,28	0,20
	0.3	0,00	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,24	0,27	0,30
		0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
		1,00	0,93	0,86	0,79	0,72	0,65	0,58	0,51	0,44	0,37	0,30
	0.4	0,00	0,04	0,08	0,12	0,16	0,20	0,24	0,28	0,32	0,36	0,40
		0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
		1,00	0,94	0,88	0,82	0,76	0,70	0,64	0,58	0,52	0,46	0,40
	0.5	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
		0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
		1,00	0,95	0,90	0,85	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50
	0.6	0,00	0,06	0,12	0,18	0,24	0,30	0,36	0,42	0,48	0,54	0,60
		0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60
		1,00	0,96	0,92	0,88	0,84	0,80	0,76	0,72	0,68	0,64	0,60
	0.7	0,00	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,49	0,56	0,63	0,70
		0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70	0,70
		1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,82	0,79	0,76	0,73	0,70
	0.8	0,00	0,08	0,16	0,24	0,32	0,40	0,48	0,56	0,64	0,72	0,80
		0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80	0,80
		1,00	0,98	0,96	0,94	0,92	0,90	0,88	0,86	0,84	0,82	0,80
	0.9	0,00	0,09	0,18	0,27	0,36	0,45	0,54	0,63	0,72	0,81	0,90
		0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90	0,90
		1,00	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90
	1.0	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Tabla 52.- Tabla de Coordenadas. Define NBZ (a_1, a_2, a_3), a partir de I (X, A, C)

Fuente: Elaboración propia

ANEXO 2

Ejemplos de mapas estratégicos

A modo de ejemplo, se muestran algunos modelos de mapas estratégicos extraídos del libro *Mapas estratégicos*. Se ofrece una breve reseña de los casos que representan.

- Fig. 20.- Mapa estratégico básico. Surge como una evolución de las cuatro perspectivas del Balanced Scorecard.
- Fig. 21.- El sistema de salud de la Clínica de St. Mary de Duluth (SMDC) surge de la fusión del Hospital de St. Mary con la Clínica Duluth, en 1997, para satisfacer las necesidades de los estados de Minnesota y Wisconsin. Comprende veinte clínicas, un centro médico terciario de 350 camas, dos hospitales comunitarios y un centro de cuidados especiales. El equipo médico está formado por más de 380 médicos. Trabaja con más de 200 proveedores de servicios de salud, los cuales cuentan con un personal de más de 6.000 personas.
- Fig. 22.- La empresa Thornton Oil Corporation, fundada en 1971, actualmente comprende una cadena de 140 estaciones de servicio, con tiendas de conveniencia, en 19 estados y presenta ingresos anuales mayores a 700 millones de dólares.
- Fig. 23.- La empresa Handleman, uno de los administradores y distribuidores más grandes de música pregrabada, opera en más de 4.000 negocios minoristas en tres continentes, da trabajo a 2.400 personas, con 1.000 representantes de ventas. Genera 1.300 millones de dólares anuales en ventas.

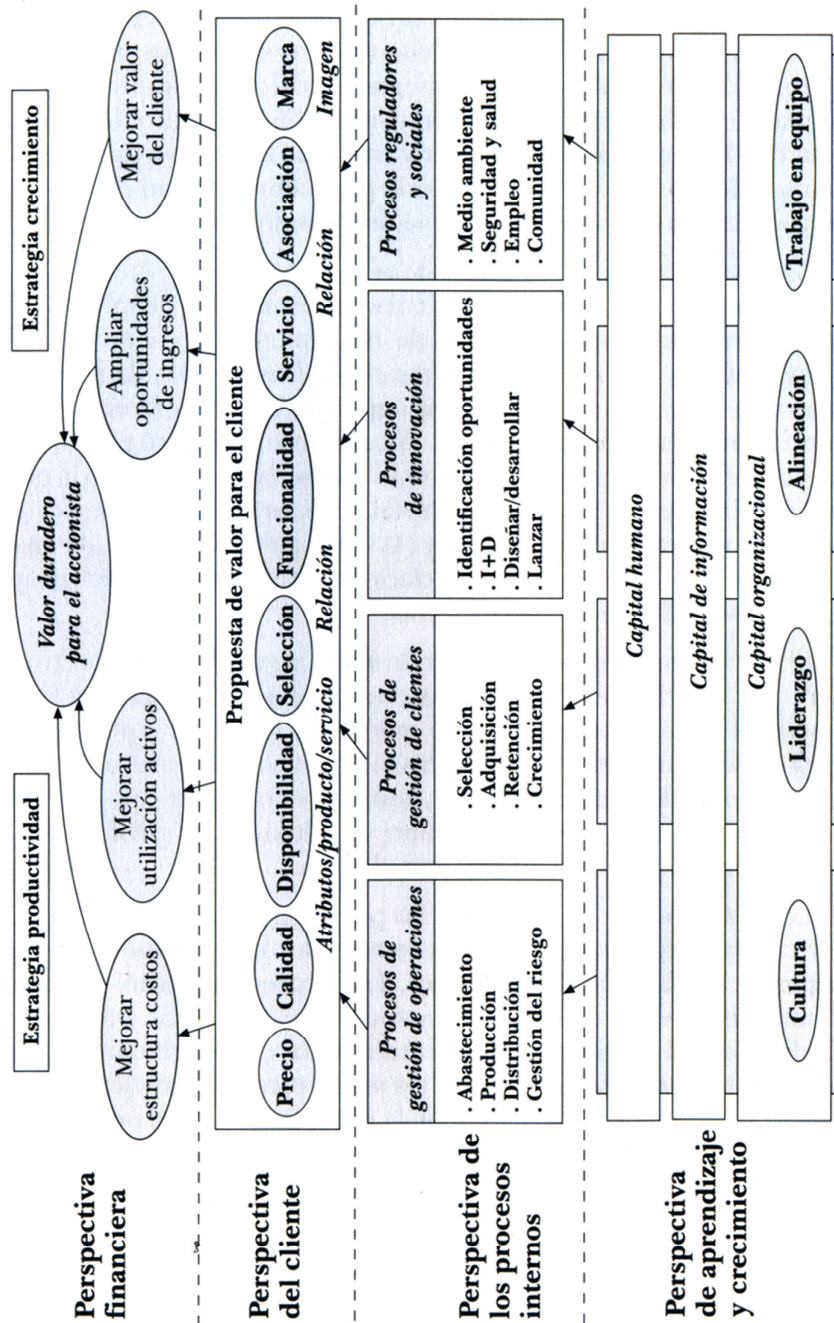


Figura 20.- Mapa estratégico básico de una organización (Kaplan y Norton, 2004, p. 39)

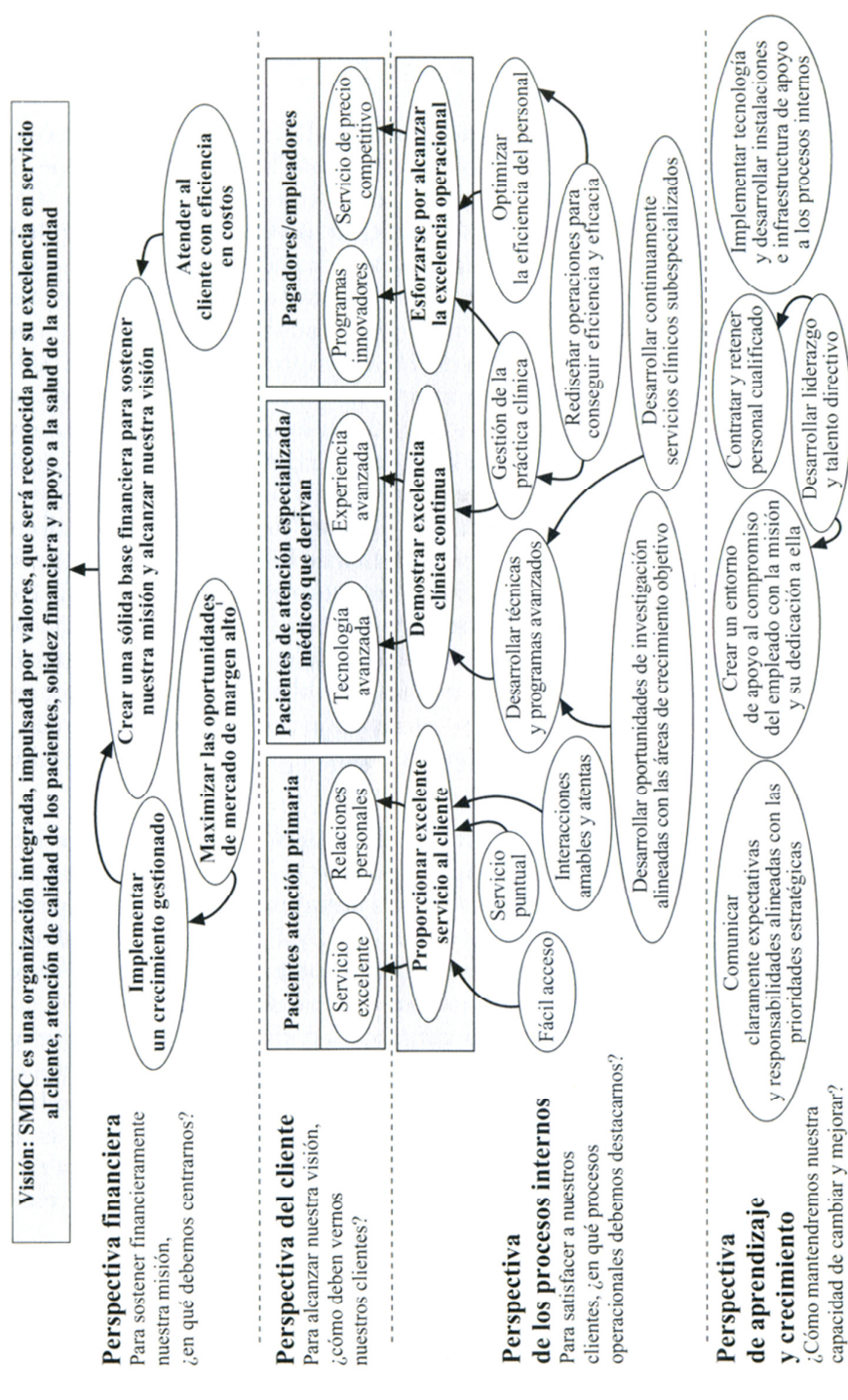


Figura 21.- Mapa estratégico del sistema de salud de la Clínica St. Mary de Duluth (Kaplan y Norton, 2004, p. 89)

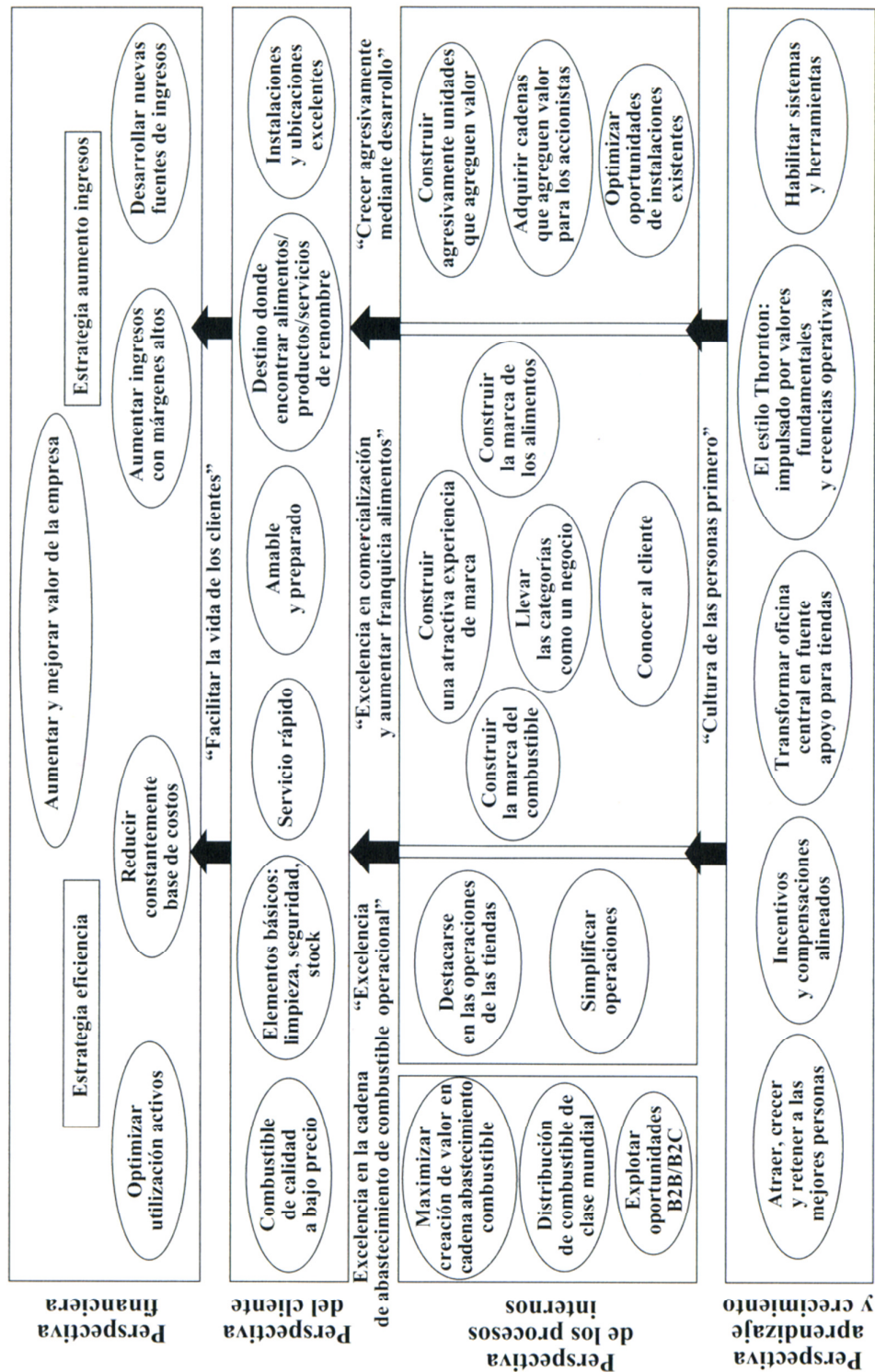


Figura 22.- Mapa estratégico de Thornton Oil Corporation (Kaplan y Norton, 2004, p. 136)

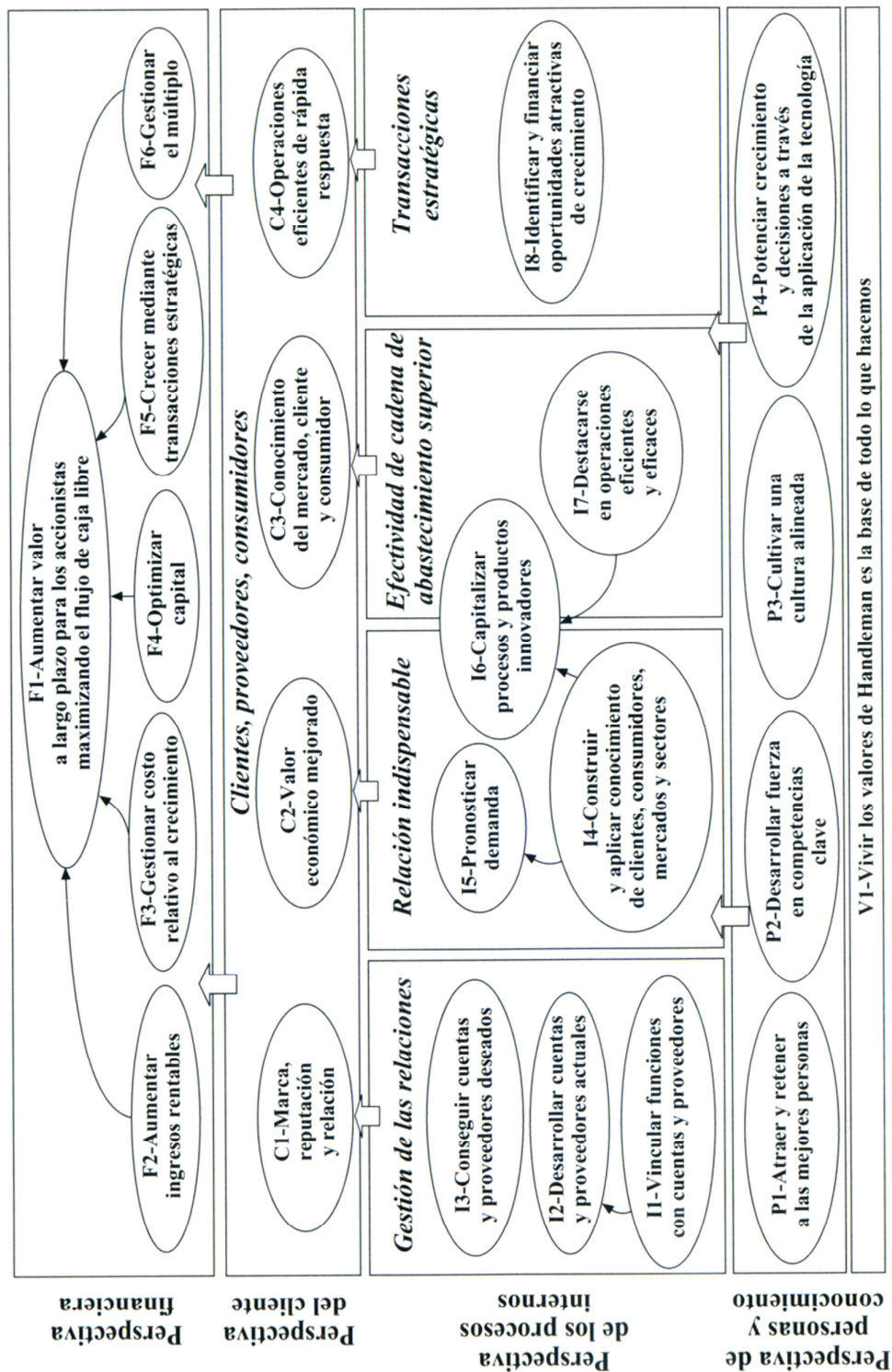


Figura 23.- Mapa estratégico de Handleman (Kaplan y Norton, 2004, p. 167)

ANEXO 3

Caso de estudio. Descripción mapa estratégico de GNA

Perspectiva de aprendizaje y crecimiento

Capital humano: son los recursos humanos que permiten realizar los procesos internos que resultan críticos para el éxito de la estrategia. Está representado por los tres valores básicos descriptos a continuación.

- Conocimiento (AP1): conocimientos requeridos para realizar la tarea, tanto el básico como el específico. Incluye el conocimiento de los procesos de GNA y de los clientes internos y externos.
- Habilidades (AP2): habilidades requeridas para complementar el conocimiento básico.
- Valores (AP3): conductas que producen un resultado destacado en la tarea.

Capital de información: son los recursos que permiten que la información y el conocimiento estén disponibles en la organización. Incluye las aplicaciones informáticas en los distintos niveles.

- Aplicaciones transformacionales (AP4): redes y sistemas que cambian el modelo de negocios vigente.
- Aplicaciones analíticas (AP5): redes y sistemas que promueven el análisis, interpretación y compartición de información / conocimiento.
- Infraestructura TI (AP6): tecnología compartida y la especialidad gerencial requeridas para facilitar la disponibilidad y el buen uso de las redes y sistemas en uso.
- Aplicaciones procesos transaccionales (AP7): sistemas que automatizan las transacciones repetitivas básicas.

Capital organizacional: son los valores básicos sobre los que se construyen los demás valores de la organización.

- Cultura (AP8): concientización de la misión, visión y valores clave. GNA está orientado al cliente.
- Liderazgo (AP9): disponibilidad de líderes calificados en todos los niveles.
- Alineación (AP10): involucra los objetivos de individuo, equipo y departamento, asociados a los incentivos corporativos.
- Trabajo en equipo (AP11): compartir conocimiento con potencial estratégico en toda la organización. En GNA es un valor clave.

Perspectiva de los procesos internos

Procesos de gestión de operaciones

- Abastecimiento (PR1): Desarrollo y mantenimiento de relaciones con el proveedor de gas y transporte.
- Producción (PR2): Disponer y generar una gama de servicios de Gas y Transporte de Gas.
- Distribución (PR3): Distribuir Gas y Capacidad de Transporte.
- Gestión del riesgo (PR4): Monitoreo, evaluación, mitigación y control. Seguimiento con planillas de mitigación y control.

Procesos de gestión de clientes

- Selección (PR5): Identificación de los segmentos de clientes que resultan atractivos al negocio. Armado de una propuesta de valor para seducir a estos segmentos. Creación de una imagen de marca que atraiga a los clientes de esos segmentos.

- Captación (PR6): Comunicación del mensaje al mercado. Afianzamiento de expectativas y su conversión en clientes.
- Retención (PR7): Aseguramiento de la calidad, corrección de problemas y fidelización de clientes.
- Fidelización (PR8): Conocimiento de los clientes, construcción de relaciones con ellos e incremento de su participación.

Procesos de innovación

- Nuevos procesos (PR9): Análisis de oportunidad para posibles nuevos servicios.
- Investigación y desarrollo (PR10): Gestionamiento piloto de nuevos productos y servicios.
- Diseño y desarrollo (PR11): Generación de nuevos productos y servicios.
- Lanzamiento (PR12): Entrega de nuevos productos y servicios al mercado.

Procesos reguladores y sociales

- Medio ambiente (PR13): Reporte de la performance del medio ambiente. Cumplimiento de normas nacionales e internacionales.
- Seguridad y salud (PR14): Reporte de accidentes. Cumplimiento de estándares. Selección de una Aseguradora de riesgos del trabajo (ART).
- Política de empleo (PR15): Políticas de la empresa para la incorporación de personal.
- Política para la comunidad (PR16): Contribuciones monetarias. Programas de voluntariado. Creación de una Fundación.

Perspectiva del cliente

- Precio (CL1): Precio unitario de contrato.
- Modalidad Gas (CL2): Grado de compromiso de compra.
- Modalidad Transporte (CL3): Grado de prioridad.
- Tipo de Producto (CL4): Alcance del servicio ofrecido.
- Prestación (CL5): Bondad del servicio.
- Asociación (CL6): Involucramiento del cliente con la empresa.
- Marca (CL7): Características que identifican a una empresa.

Perspectiva financiera

Estrategia de productividad

- Mejorar la estructura de costos (FI1): reducciones en el costo de la propiedad, las operaciones y los procesos de distribución.
- Mejorar la utilización de los activos (FI2): planificación de la producción, mejora de la gestión de inventario, optimización de las cadenas de suministro y canales de distribución.

Estrategia de crecimiento

- Ampliar oportunidades de ingresos (FI3): aumentar la cantidad de clientes. Recuperar viejos clientes o captar a nuevos clientes.
- Mejorar el valor del cliente (FI4): aumentar el ingreso por cliente.

ANEXO 4

Caso de estudio. Tablas de valuación Z de GNA

Se muestran las tablas de valuaciones Z (X, A, C), realizadas por los expertos del negocio, de las incidencias causa efecto del mapa, respetando las correspondencias semánticas. La columna “A” es la valuación borrosa de la incidencia causa-efecto “X”, “C” es la valuación borrosa de la confiabilidad de “A” y “NBZ” corresponde a la tripleta de valores que define el número borroso triangular de la incidencia Z.

- Incidencias de CH en PR (Matriz M)

CAUSA (AP)	EFEECTO (PR)	A	C	NBZ (a_1, a_2, a_3)
Conocimiento	Gestión de Operaciones	.8	.9	(.72, .8, .82)
	Gestión de Clientes	.9	.9	(.81, .9, .91)
	Gestión de Innovación	.7	.7	(.49, .7, .79)
	Reguladores y Sociales	1	1	(1, 1, 1)
Habilidades	Gestión de Operaciones	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Gestión de Clientes	.7	.8	(.56, .7, .76)
	Gestión de Innovación	.8	.7	(.56, .8, .86)
	Reguladores y Sociales	.8	.9	(.72, .8, .82)
Valores	Gestión de Operaciones	1	1	(1, 1, 1)
	Gestión de Clientes	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Gestión de Innovación	.8	.7	(.56, .8, .86)
	Reguladores y Sociales	.1	.9	(.9, 1, 1)

Tabla 53.- Incidencias de CH en PR

- Incidencias de CH en CH (Matriz A)

CAUSA (AP)	EFEECTO (AP)	A	C	NBZ (a_1, a_2, a_3)
Conocimiento	Conocimiento	1	1	(1, 1, 1)
	Habilidades	.6	.8	(.48, .6, .68)
	Valores	.6	.7	(.42, .6, .72)
Habilidades	Conocimiento	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Habilidades	1	1	(1, 1, 1)
	Valores	.7	.6	(.42, .7, .82)
Valores	Conocimiento	.9	1	(.9, .9, .9)
	Habilidades	.9	1	(.9, .9, .9)
	Valores	1	1	(1, 1, 1)

Tabla 54.- Incidencias de CH en CH

- Incidencias de PR en PR (Matriz B)

CAUSA (PR)	EFFECTO (PR)	A	C	NBZ (a_1, a_2, a_3)
Gestión de operaciones	Gestión de Operaciones	1	1	(1, 1, 1)
	Gestión de Clientes	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Gestión de Innovación	.4	.7	(.28, .4, .58)
	Reguladores y Sociales	.8	.8	(.64, .8, .84)
Gestión de Clientes	Gestión de Operaciones	.3	.8	(.24, .3, .44)
	Gestión de Clientes	1	1	(1, 1, 1)
	Gestión de Innovación	.6	.7	(.42, .6, .72)
	Reguladores y Sociales	.5	.7	(.35, .5, .65)
Gestión de Innovación	Gestión de Operaciones	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Gestión de Clientes	.5	.7	(.35, .5, .65)
	Gestión de Innovación	1	1	(1, 1, 1)
	Reguladores y Sociales	.6	.7	(.42, .6, .72)
Reguladores y Sociales	Gestión de Operaciones	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Gestión de Clientes	.5	.7	(.35, .5, .65)
	Gestión de Innovación	.5	.7	(.35, .5, .65)
	Reguladores y Sociales	1	1	(1, 1, 1)

Tabla 55.- Incidencias de PR en PR

- Incidencias de PR en CL (Matriz N)

CAUSA (PR)	EFFECTO (CL)	A	C	NBZ (a_1, a_2, a_3)
Gestión de operaciones	Precio	.6	.7	(.42, .6, .72)
	Prestación	1	1	(1, 1, 1)
	Marca	.8	.7	(.56, .8, .86)
Gestión de Clientes	Precio	.6	.7	(.42, .6, .72)
	Prestación	.9	.8	(.72, .9, .92)
	Marca	1	1	(1, 1, 1)
Gestión de Innovación	Precio	.7	.8	(.56, .7, .76)
	Prestación	.6	.7	(.42, .6, .72)
	Marca	.9	.8	(.72, .9, .92)
Reguladores y Sociales	Precio	.7	.8	(.56, .7, .76)
	Prestación	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Marca	.9	1	(.9, .9, .9)

Tabla 56.- Incidencias de PR en CL

- Incidencias de CL en CL (Matriz C)

CAUSA (CL)	EFEECTO (CL)	A	C	NBZ (a ₁ , a ₂ , a ₃)
Precio	Precio	1	1	(1, 1, 1)
	Prestación	.6	.7	(.42, .6, .72)
	Marca	.7	.8	(.56, .7, .76)
Prestación	Precio	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Prestación	1	1	(1, 1, 1)
	Marca	1	1	(1, 1, 1)
Marca	Precio	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Prestación	.8	.8	(.64, .8, .84)
	Marca	1	1	(1, 1, 1)

Tabla 57.- Incidencias de CL en CL.