Modelo de valuación de activos de capital

Báez, Rubén Alberto

1994

Posgrado de Especialización en Administración financiera

MODELO DE VALUACION DE ACTIVOS DE CAPITAL

Trabajo final curso 1990

Autor: ***Lic. Rubén Alberto Báez***

Supervisor: ***Dr. Celestino Carbajal***

Octubre de 1994

Folio 61

INDICE TEMATICO

INTRODUCCION

Este trabajo tiene como objetivo principal desarrollar una metodología para la aplicación del modelo del CAPM (siglas en inglés que significan: Capital Asset Pricing Model), o modelo de Valuación de Activos de Capital al mercado argentino. Para ello, es necesario enunciar previamente la idea de la teoría de la utilidad, según la conciben Von Neumann y Morgenstern. Luego de expondrá, brevemente, el concepto de carteras eficientes dado a conocer por primera vez por Harry Markowitz en 1952. Estos pasos son importantes ya que nos permitirán conceptualizar aspectos tales como riesgo, retorno y aversión al riesgo, como así también la manera en que interactúan los mismos entre sí.

Para llevar a cabo este estudio, *El CAPM y el Mercado de Capitales Argentino* se tomó sólo una muestra de acciones cotizantes de nuestro mercado y el índice utilizado fue el MERVAL, no porque sea el más indicado, sino porque representa aproximadamente un 80% del volumen del mercado y porque construir un índice apropiado ideal contra el cual medir la volatilidad de los papeles, excedería la finalidad y límites de este trabajo.

Estas aclaraciones previas son necesarias ya que, como se indicó en el párrafo anterior, al trabajar con un índice que es una proxi del total de activos de riesgo del mercado de capitales argentino, se debería tener cuidado de los resultados obtenidos para inducir a los inversores a invertir siguiendo el output del CAPM. Pero como el objetivo es mostrar una metodología de construcción de portfolios óptimos, y la confección del índice adecuado es motivo de una investigación posterior, nos damos por satisfechos en la convicción de que se habrá contribuido con algo a la comprensión de este modelo de valuación de activos de capital o CAPM, que de por sí es intuitivamente sencillo de entenderlo en la teoría, pero no lo es a la hora de aplicarlo correctamente a las decisiones de portafolio.

TEORIA DE LA UTILIDAD

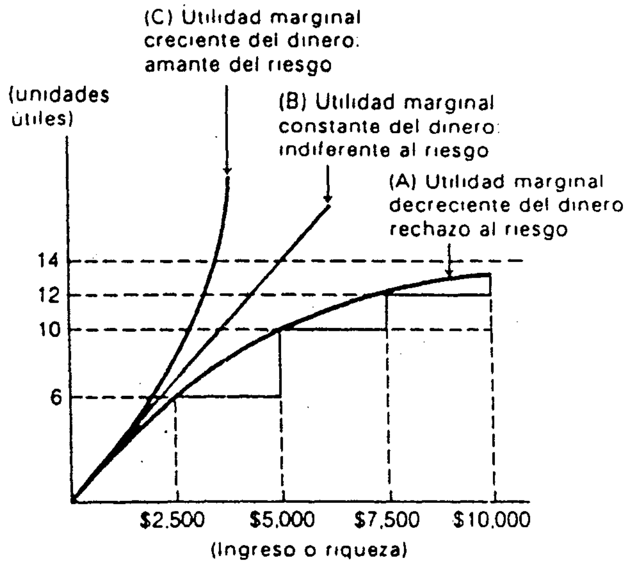
Es fundamental dar una noción básica acerca del supuesto de prevención del riesgo. En teoría, se pueden indentificar tres actitudes del individuo frente al riesgo, a saber: aversión, neutralidad y propensión al riesgo. Una persona con aversión al riesgo es aquella que, dada una elección entre inversiones con similar o idénticos rendimientos monetarios esperados prefiere la menos riesgosa, y es precisamente esta actitud la que caracteriza a la mayoría de los inversores genuinos como accionistas o administradores de negocios. Tomando como base la misma elección, una persona propensa al riesgo elegirá aquella inversión con más riesgo, son los que se ajustan al perfil de especulador. Más adelante volveremos sobre estos aspectos de inversor y especulador, ya que son conceptos importantes a tener en cuenta en nuestro volátil mercado de capitales. Por último, la persona indiferente o neutral al riesgo no se preocuparía demasiado por el tipo de inversión.

La pregunta relevante es ¿por qué, en general, los individuos tienen una actitud de aversión al riesgo?, lo cual responde a la lógica y la observación. ¿Por qué dadas dos inversiones que tienen el mismo rendimiento en dólares o pesos los inversores prefieren la menos arriesgada?, en realidad la respuesta es de sentido común, no obstante es necesario explicar algo más para conocer la esencia de los hechos, lo que lleva implícita una ventaja conceptual comparativa. Se han desarrollado algunas teorías para responder a este tipo de planteos, pero tal vez la mas satisfactoria desde el punto de vista lógico sea la que comprende la *teoría de la utilidad*.

En la esencia misma de la teoría de la utilidad subyace la noción de utilidad marginal decreciente respecto del dinero. Por ejemplo, supongamos por un momento que no se tuviera dinero y se recibieran súbitamente $100, con ellos se podrían satisfacer las necesidades más inmediatas y elementales. Si posteriormente se recibieran otros $100, podrían utilizarse, pero los segundos $100 no serían tan necesarios como los primeros $100. Por lo tanto, la utilidad de los segundos $100, o utilidad marginal, es menor que la de los primeros $100, y así sucesivamente a medida que se recibieran incrementos adicionales de dinero. En consecuencia, diríamos que la utilidad marginal del dinero está disminuyendo.

La figura 1 muestra la relación que existe entre el ingreso o la riqueza y su utilidad, la cual se mide en unidades útiles. La curva A, que es la de interés principal, se aplica a quien posea una utilidad marginal decreciente con relación al dinero. Un individuo con $5.000 tendría 10 unidades útiles de "satisfacción".

RELACION ENTRE EL DINERO Y SU UTILIDAD



- Figura 1 -

Con $2.500 adicionales, la satisfacción del individuo se elevaría a 12 unidades útiles, lo cual representa a un incremento de 2 unidades de satisfacción o utilidad. Pero con una pérdida de $2.500, esa satisfacción disminuiría a 6 unidades de utilidad, por ejemplo, lo cual representa una pérdida de cuatro unidades.

La mayoría de los inversores (en oposición a la gente que va a los casinos) parecen tener una utilidad marginal decreciente con relación al dinero, y esto afecta de manera directa sus actitudes hacia el riesgo. La medida del riesgo estima la probabilidad de que un rendimiento determinado sea superior o inferior al rendimiento esperado. Una persona que tenga una utilidad marginal constante con relación al dinero valuará cada peso o dólar extra en la misma medida en que evalúe cada peso o dólar de rendimiento perdido. En otras palabras, el individuo averso al riesgo tendrá una utilidad marginal decreciente con relación al dinero y como consecuencia de ello obtendrá más pesar por cada peso o dólar perdido que placer por cada peso o dólar ganado, esto significa que el dinero tiene una función de utilidad decreciente y que el individuo al tener una gran oposición al riesgo requerirá un rendimiento muy alto sobre cualquier inversión sujeta a un alto riesgo. Por ejemplo, en la curva A de la figura 1, una ganancia de $2.500 proveniente de una base de $5.000 produciría dos unidades útiles de satisfacción adicional, pero una perdida de $2.500 ocasionaría una pérdida de satisfacción de cuatro unidades. Por lo tanto, una persona que tuviera esta función de utilidad y además $5.000, no estaría dispuesta a hacer una apuesta con una probabilidad de 50%-50% de ganar o perder $2.500. Sin embargo, un individuo indiferente al riesgo, como el de la curva B, sería indiferente al riesgo, y quien busca el riesgo estaría dispuesto a aceptarla, caso de la curva C.

La utilidad marginal decreciente conduce directamente a evitar el riesgo, lo que se refleja en la tasa de capitalización que los inversores aplican cuando determinan el valor de una empresa. Para aclarar esto, supongamos por un momento que los bonos del gobierno son valores libres de riesgo y que tales bonos ofrecen actualmente una tasa del 5% anual de rendimiento[1]. De tal forma, alguien que adquiriera un bono del gobierno de $5.000 y lo mantuviera durante un año, obtendría al final del mismo $5.250, o sea una utilidad de $250. Supongamos ahora que al mismo inversor se le presentara una oportunidad alternativa de inversión que implicara que los $5.000 se utilizarán para respaldar una operación de perforación para extraer petróleo. Si la operación de perforación tiene éxito, la inversión tendrá un valor de $7.500 al final del año. Si no tiene éxito, el inversor puede liquidar los activos adquiridos y recuperar $2.500. Existe 60% de probabilidad de que se encuentre petróleo y 40% de que el pozo este vacío. Si el inversor tiene sólo $5.000 para invertir, ¿qué inversión sería mas aconsejable: el bono del gobierno libre de riesgo o la operación de perforación que implica cierto grado de riesgo?

- Cuadro 1 -

Rendimientos esperados de dos proyectos

Operación petrolera:

Estados de la natural	Probabilidá (1)	Resultad Monetari (2)	(1) x (2
Con petróleo	0.6	$7.500	$4.500
Sin petróleo	0.4	$2.500	$1.000
Valor esperado			$5.500

Bono del Gobierno:

Probabilida (1)	Resultad Monetari (2)	(1) x (2
1.0	$5.250	$5.25
		$5.25

El valor esperado sería $5.250, en el caso del bono del gobierno.

En el cuadro 1 se calculan primero los valores monetarios esperados de las dos inversiones. Los cálculos para el negocio del petróleo indican que el valor esperado de esta aventura, $5.500, es más alto que el valor esperado del bono. Además, el rendimiento esperado sobre el negocio del petróleo es de 6%, el cual se calcula como $500 de valor esperado/$5.000 de costo contra 5% para el bono. ¿Significa esta situación que el inversor debería colocar los $5.000 en el pozo de petróleo?, no necesariamente, *esto dependerá pura y exclusivamente de la función de utilidad del inversor*. Si la utilidad marginal monetaria de este individuo disminuye drásticamente, entonces la pérdida potencial de utilidad que resultaría de un pozo seco, o de no encontrar petróleo, quizás no eliminaría por completo la ganancia potencial de utilidad que resultaría del desarrollo del pozo verdaderamente petrolífero. Si la función de utilidad que se muestra en la curva A de la figura 1 es aplicable, éste sería precisamente el caso. Para demostrarlo, debe modificarse el valor monetario esperado que se ha calculado a fin de reflejar las consideraciones de utilidad. Al observar la figura 1, la curva A muestra que este inversor particular que evita el riesgo tendría aproximadamente 12 unidades si invierte en el negocio del petróleo y si verdaderamente lo encuentra, 6 unidades si se hace la inversión y no encuentra petróleo, y 10,5 unidades con certeza si el inversor elige el bono del gobierno. Esta información se ha usado en el cuadro 2 para calcular la utilidad esperada de la inversión petrolera. No se necesita cálculo alguno para el bono del gobierno; se sabe que su utilidad es del 10.5 independientemente del resultado del negocio petrolero.

- Cuadro 2 -

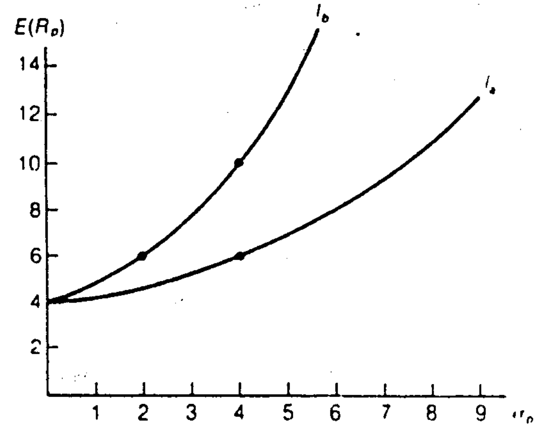
Utilidad esperada del proyecto de perforación petrolera:

Estados de la naturaleza	Probabilidad (1)	Resultado Monetario (2)	Utilidad Asociada (3)	(1) x (3) (4)
Con petróleo	0.6	$7.500	12.0	7.2
Sin petróleo	0.4	$2.500	6.0	2.4
Valor esperado				9.6

La utilidad esperada sería de 9.6 unidades.

Puesto que la utilidad esperada proveniente del negocio del petróleo es de 9.6 unidades contra 10.5 para el bono del gobierno, se observa que en el caso de este inversor, el bono del gobierno es la inversión preferible. De tal forma, aun cuando el *valor monetario esperado* del negocio petrolero sea más elevado, la *utilidad esperada* es más alta en el caso del bono; por lo tanto, las consideraciones de riesgo conducen a elegir la inversión más segura: *el bono del gobierno.*

CURVAS DE INDIFERENCIA PARA EL RIESGO Y PARA LA TASA ESPERADA DE RENDIMIENTO



- Figura 2 -

Curvas de indiferencia de riesgo y rendimiento

Dadas las combinaciones del conjunto eficiente de carteras, ¿qué cartera particular debe elegir el inversor ? *Para determinar la cartera óptima de un inversor en particular, se debe conocer la actitud de esta persona hacia el riesgo, lo cual se denomina función de ventajas y desventajas entre el riesgo y el rendimiento.*

La función de preferencia entre el riesgo y el rendimiento de un inversor, se basa en el concepto económico estándar de las curvas de indiferencia que se ilustra en la figura 2. Las curvas que se han marcado con I_a e I_b representan las curvas de indiferencia de los individuos A y B. A se encuentra igualmente satisfecho con un rendimiento libre de riesgo de 4%, o con un rendimiento del 6% que implique un riesgo de σ_p = 4%, y así sucesivamente. B es indiferente entre la cartera libre de riesgo de 4% y una cartera que tenga un rendimiento esperado de 6% con un riesgo de σ_p = 2%, y así sucesivamente.

Observar que el individuo B requiere una tasa esperada de rendimiento más alta para compensar un incremento dado de riesgo, en comparación con lo que requiere A. De tal forma, B evita más el riesgo que A. *Por ejemplo,* si σ_p = 4%, B requiere un rendimiento de 10%, mientras que A tiene un rendimiento requerido de sólo 6%. En otras palabras, B requiere un prima de riesgo -la cual se define como la diferencia entre el rendimiento libre de riesgo (4%) y el rendimiento esperado requerido- de 6 puntos porcentuales para compensar un riesgo de $\sigma_p = 4\%$, en tanto que A requiere una prima de riesgo para este grado de riesgo de sólo 2% sobre el rendimiento libre de riesgo.

Se podría trazar, teóricamente, un número infinito de curvas de indiferencia de rendimiento para cada individuo, a través de las cuales se representen las ventajas y desventajas entre el riesgo y el rendimiento esperado en base a diferentes niveles de satisfacción. Para un nivel dado de σ_p , se recibirá un $E(R_p)$ mayor a medida que las curvas se desplazan hacia arriba y a la izquierda.

Trataremos ahora de darle un poco de formalidad a este análisis previo de nuestro trabajo, utilizando la conceptualización que tan exquisitamente ha expuesto el Dr. Jorge E. Fernández-Pol, en el capítulo III, de su libro: *Utilidad en el sentido de von Neumann-Morgenstern*.

Consideremos dos valores cualesquiera de riqueza, por ejemplo W_1 y $W_2 \varepsilon I$, tales que: $W_1 > W_2$, y el proyecto incierto correspondiente:

$$P = \{(W_1, p), (W_2, 1\text{-}p)\} \quad (0 < p < 1) \qquad [1]$$

Podemos re escribir la utilidad del proyecto P así:

$$U(P) = pU(W_1) + (1\text{-}p)U(W_2), \qquad [2]$$

donde $U = U(W)$ es la función de utilidad de Neumann-Morgenstern, deducida a partir de $U = U(P)$. El "descubrimiento" de la actitud del individuo frente al riesgo, según N-M, se realiza mediante una estrategia que consta de dos etapas.

Etapa 1

Elegimos el proyecto que siempre da el resultado W_o, es decir,

$$PW_o = \{(W_o, 1), (W, 0)\}, \quad W_o \varepsilon I \ \text{(Proyecto cierto)} \qquad [3]$$

y que tiene el mismo valor esperado que el proyecto incierto P. Dado que:

$$\text{Valor esperado de } Pw_o = W_o, \qquad [4]$$

que sería el caso del bono del gobierno, y lo que está afirmando es:

$$W_o = pW_1 + (1\text{-}P)W_2. \qquad [5]$$

Etapa 2

Le pedimos al individuo que compare la utilidad del proyecto cierto Pw_o con la utilidad del proyecto incierto P, o, lo que es equivalente a certeza, que compare los números,

$$U(W_o) \text{ con } U(P), \text{ pues: } U(Pw_o) = U(W_o). \qquad [6]$$

La actitud frente al riesgo se revela cuando el individuo responde la pregunta aludida en la etapa 2.

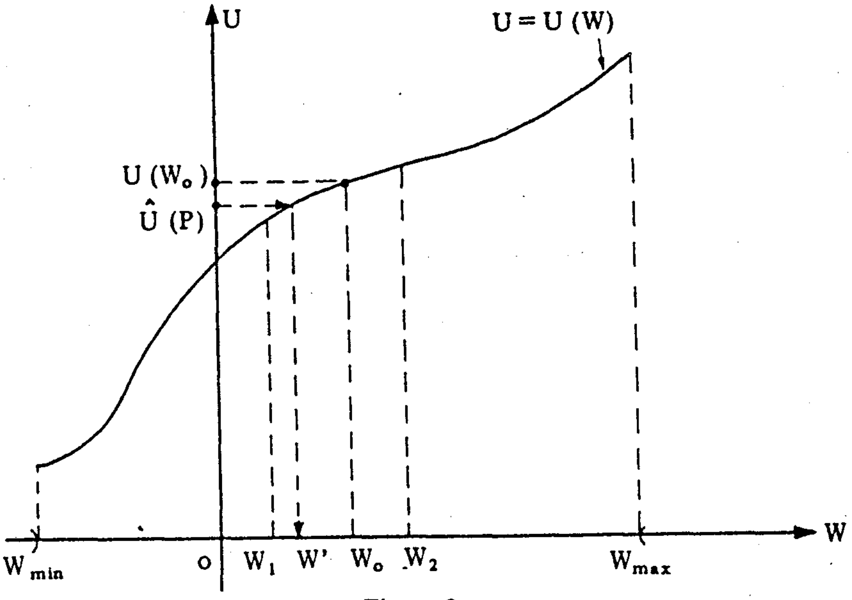
Aversión al riesgo

Un individuo exhibe aversión al riesgo, si y solo si, se verifica,

$$U(W_o) > U(P), \qquad [7]$$

es decir, él prefiere la certeza del resultado W_o al proyecto incierto P, que en nuestro ejemplo sería la inversión petrolífera, a pesar de que los proyectos Pw_o y P tienen el mismo valor esperado (etapa 1).

Supongamos ahora que la curva de utilidad del individuo bajo consideración es la que aparece dibujada en la figura 3; admitamos, además, que los resultados W_1 y W_2 que el proyecto P comporta son tales que están ubicados como se señala en la figura. Observamos de inmediato que la utilidad evaluada en $W_0 = pW_1 + (1-p)W_2$, con: $0 < p < 1$, es mayor que la utilidad del proyecto P, dada por U(P) y ubicada en el eje vertical. Por lo tanto, la situación especificada en la figura 3 nos dice que el individuo exhibe aversión al riesgo.



- Figura 3 -

Si deseamos saber cuál es el nivel de riqueza cierta equivalente al proyecto incierto P, trazamos -imaginariamente-una paralela al eje horizontal que pasa por U(P) y encontramos que es W'(ver fig. 3). Nótese que $W_0 > W'$.

Teniendo en cuenta [5] y [2] podemos re escribir la desigualdad [7] así:

$$U(pW_1 + (1-p)W_2) > pU(W_1) + (1-p)U(W_2) \qquad [8]$$

Si la desigualdad [8] se cumple para cualquier W_1, $W_2 \varepsilon$ I y para cada valor de p tal que: $0 < p < 1$, diremos que el individuo exhibe aversión al riesgo por doquier. Con esto estamos afirmando que la función de utilidad del individuo, U = U(W), es estrictamente cóncava sobre I.

Neutralidad hacia el riesgo

Decimos que un individuo es neutral hacia el riesgo, si y solo si, se verifica:

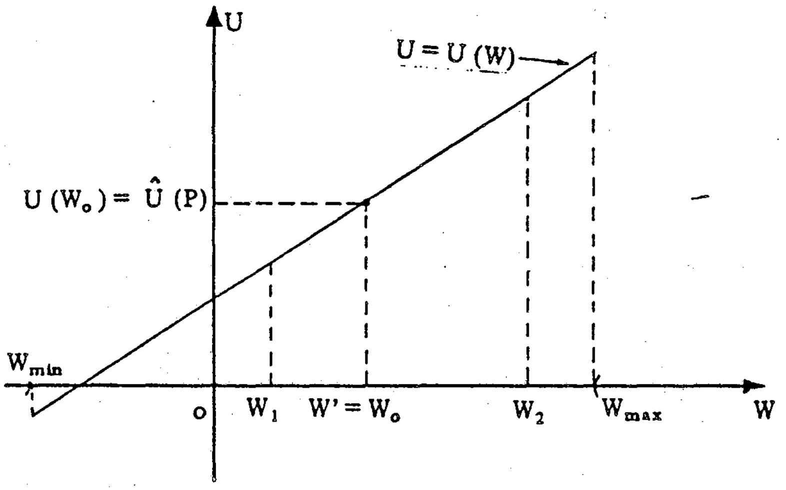
$$U(W_0) = U(P), \qquad [9]$$

es decir, los proyectos Pw_0 (cierto) y P (incierto) son indiferentes entre sí, al individuo en cuestión le da lo mismo invertir en bonos del gobierno o en el sector petrolífero. Notemos que si [9] es cierto, entonces la riqueza cierta equivalente al proyecto incierto P, denotada con W', coincide con Wo (valor esperado de P), como puede observarse en la figura 4.

Entonces, si se verifica

$$U(pW_1 + (1-p)W_2) = pU(W_1) + (1-p)U(W_2) \qquad [10]$$

para cualquier W_1, $W_2 \varepsilon$ I y para cada p, tal que: $0 < p < 1$, se dice que el individuo es neutral hacia el riesgo por doquier (fig. 4). En tal caso la función de utilidad es rectilínea.



- Figura 4 -

Propensión al riesgo

Si el individuo no exhibe aversión al riesgo ni es neutral hacia el riesgo, o sea, si

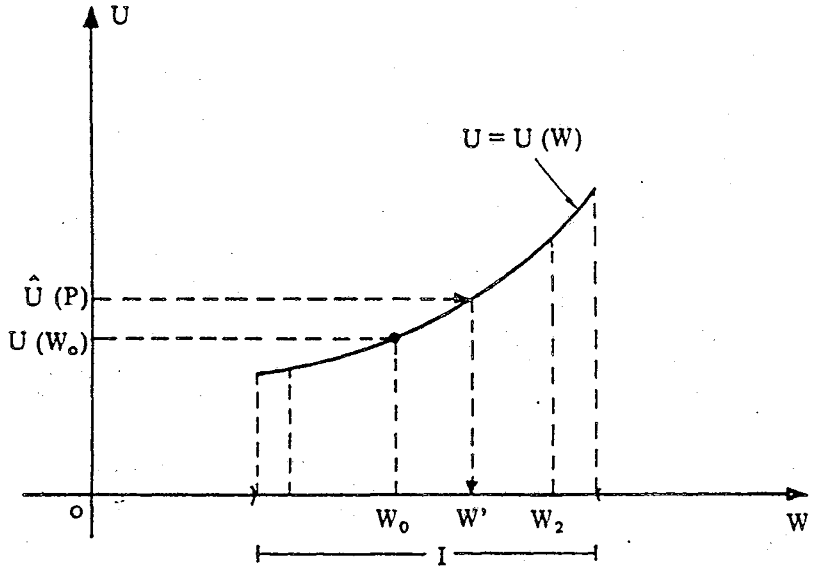
$$U(W_o) < U(P), \qquad [11]$$

diremos que tiene propensión al riesgo (ver fig. 5). En consecuencia, si se verifica que Pw_o no se prefiere a P, entonces: $W_o < W'$.

Cabe consignar que, si resulta:

$$U(pW_1 + (1\text{-}p)W_2) < pU(W_1) + (1\text{-}p)U(W_2) \qquad [12]$$

para cualquier W_1, W_2 ε I y para cada p, tal que: $0 < p < 1$, el individuo tiene propensión al riesgo por doquier (su función de utilidad es estrictamente convexa sobre I). Observamos, claramente, como la curva de utilidad del individuo que aparece en la fig. 5 tiene propensión al riesgo por doquier.



- Figura 5 -

Costo del riesgo y actitud frente al riesgo

El costo del riesgo se mide por la fórmula:

$$c = pW_1 + (1-p)W_2 - W'$$

donde: $pW_1 + (1-P)W_2$ y W' son, respectivamente, el valor esperado del proyecto $P = \{(W_1, p), [(W_2, (1-p)]\}$ y la riqueza cierta equivalente al proyecto P.

Ahora bien, en virtud de la fórmula [5] de la etapa 1, es lícito escribir:

$$c = W_o - W'$$

Por lo tanto, para el individuo que exhibe aversión al riesgo, el costo del mismo es positivo (ver fig. 3); si el individuo en neutral hacia riesgo, el costo del riesgo es nulo (ver fig. 4); finalmente, para el individuo que tiene propensión al riesgo, el costo del riesgo es negativo (ver fig. 5).

Resumiendo:

- aversión al riesgo	$\Rightarrow$	$c > 0$
- neutralidad hacia el riesgo	$\Rightarrow$	$c = 0$
- propensión al riesgo	$\Rightarrow$	$c < 0$

Existe un criterio sencillo y útil para detectar la actitud del individuo frente al riesgo que se apoya en el signo de la variación de la utilidad marginal de la riqueza. Lo enunciamos a continuación.

a. Aversión al riesgo

Si $U''(W) < 0$ para cada $W \varepsilon I$, el individuo exhibe aversión al riesgo por doquier.

b. Neutralidad hacia el riesgo

Si $U''(W) = 0$ para cada $W \varepsilon I$, el individuo es neutral hacia el riesgo por doquier.

c. Propensión al riesgo.

Si $U''(W) > 0$ para cada $W \varepsilon I$, el individuo tiene propensión al riesgo por doquier.

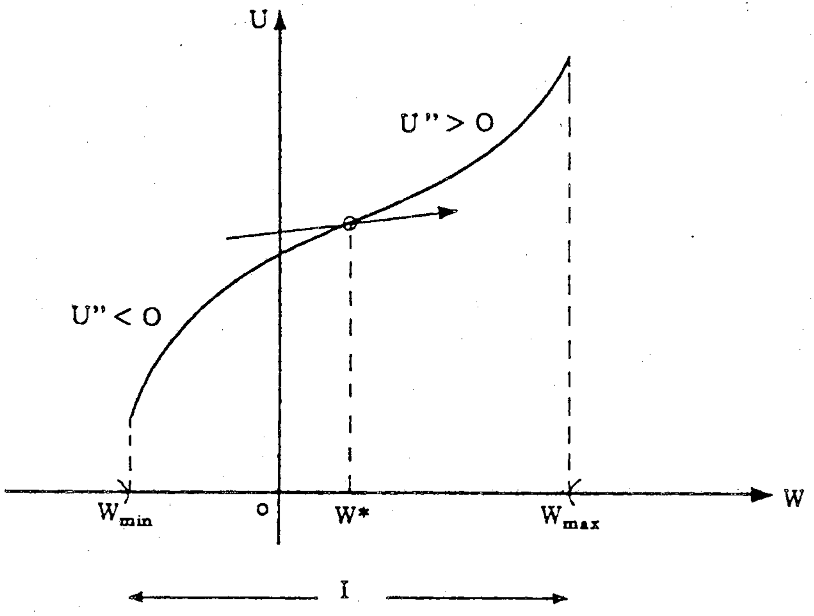
Recapitulando, *el signo de la variación de la utilidad marginal de la riqueza caracteriza la actitud del individuo frente al riesgo.*

Actitud del individuo y nivel de su riqueza

Puede muy bien ocurrir que la actitud de una persona frente al riesgo dependa del nivel de su riqueza., W. Por ejemplo, el individuo de la figura 6 exhibe aversión al riesgo sobre el intervalo $(W_{mín}, W^*)$ y tiene propensión al riesgo sobre el intervalo $(W^*, W_{máx})$. Así pues, la actitud de este individuo frente al riesgo no es uniforme sobre el intervalo I.

La pregunta relevante es, ¿cómo se mide la actitud del individuo frente al riesgo?, la cuestión se traslada ahora a cómo establecer una medida de la actitud frente al riesgo. Es evidente que para medir tal actitud no podemos utilizar la variación de la utilidad marginal. Se necesita una medida - la llamaremos v - que sea invariante frente a una transformación que no varíe cuando efectuamos una transformación afín monótona estrictamente creciente de U. Si definimos a v mediante la fórmula,

$$v = \frac{U''(W)}{U'(W)}, \qquad [13]$$



- Figura 6 -

lo cual pone de manifiesto que v es una medida de la actitud del individuo frente al riesgo que permanece inalterada cuando implementamos una transformación afín.

Cabe consignar que, en general, *la medida v depende del nivel de riqueza en poder del individuo.* Puntualizamos esta circunstancia escribiendo:

$\nu = \nu(W)$, si $W \varepsilon I$

Una vez hecha esta aclaración, fácil es advertir que, para un dado W, la medida ν es positiva, nula o negativa, según que el individuo exhiba aversión, neutralidad o propensión al riesgo, respectivamente. En efecto, se tiene:

$\nu(W) > 0$	$\Leftrightarrow$	$U''(W) < 0$	$\Leftrightarrow$	aversión al riesgo
$\nu(W) = 0$	$\Leftrightarrow$	$U''(W) = 0$	$\Leftrightarrow$	neutralidad hacia el riesgo
$\nu(W) < 0$	$\Leftrightarrow$	$U''(W) > 0$	$\Leftrightarrow$	propensión al riesgo

1. Medida absoluta

La expresión [13] se conoce como medida absoluta de la actitud frente al riesgo y puede re escribirse así:

$$\nu = -\frac{d \ln U'(W)}{dW}$$

pues

$$\frac{d \ln U'(W)}{dW} = \frac{1}{U'(W)} U''(W)$$

Luego, v indica, aproximadamente, el porcentaje de variación en la utilidad marginal frente a un cambio unitario en W.

2. Medida relativa

Por definición,

$$v_r = v\text{W}$$

se denomina medida relativa de la actitud frente al riesgo y no es otra que el opuesto de la elasticidad de la utilidad marginal con respecto a la riqueza. En efecto, teniendo en cuenta [13], podemos escribir,

$$v_r = -\frac{W}{U'(W)}\frac{d}{dW}U'(W) = -\frac{EU'(W)}{EW}$$

3. Medidas de Arrow-Pratt

Los coeficientes v y v_r, se conocen en la literatura con la denominación de medidas de la actitud frente al riesgo de Arrow-Pratt, absoluta y relativa, respectivamente (fueron formuladas por primera vez -e independientemente - por Kenneth J. Arrow y J. W. Pratt).

Modalidades de aversión al riesgo

Una ventaja destacable que ofrece la medida de la actitud frente al riesgo v es que permite detectar diversas modalidades de aversión al riesgo. Esto es fácil de apreciar. Simplemente, suponemos que,

$$v = v(\text{W}) > 0, \qquad \text{si } \text{W} \in \text{I},$$

es decir, el individuo exhibe aversión al riesgo por doquier, y distinguimos tres casos:

$\frac{dv}{dW} > 0$ (sobre I): aversión al riesgo creciente, es decir que cuanto mayor es la riqueza del individuo tanto mayor es su aversión al riesgo.

$\frac{dv}{dW} = 0$ (sobre I): aversión al riesgo constante, el grado de aversión al riesgo es independiente de su riqueza.

$\frac{dv}{dW} < 0$ (sobre I): aversión al riesgo decreciente, la aversión al riesgo del individuo disminuye conforme aumenta su riqueza.

Podríamos destacar las siguientes funciones de utilidad:

Cuadrática $\quad U = W - \alpha W^2, \quad \text{si } 0 < W < 1/2\alpha$

Exponencial $\quad U = -e^{-\alpha W}, \quad \text{si } -\infty < W < +\infty$

Logarítmica $\qquad U = \ln(\alpha + W), \quad \text{si} \;\; \alpha + W > 0$

Exhiben aversión al riesgo por doquier. Sin embargo, las correspondientes medidas absolutas de aversión al riesgo poseen propiedades distintas. Para verlo, tenemos que proceder al cómputo efectivo de v para cada una de las funciones de utilidad arriba expuestas. Se destaca que dichas funciones de utilidad representan a comportamientos de, aversión, neutralidad y propensión al riesgo, respectivamente.

Comenzaremos con la función Cuadrática (ver figura 7). Aplicando la fórmula general resulta:

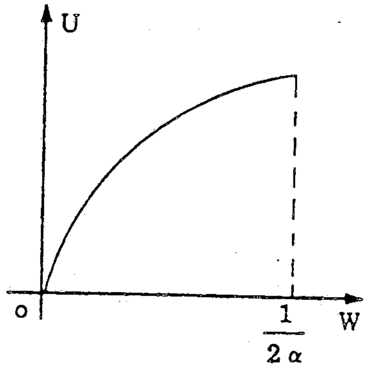
$$\nu = - \frac{U''}{U'} = - \frac{(-2\alpha)}{1 - 2\alpha W}$$

es decir,

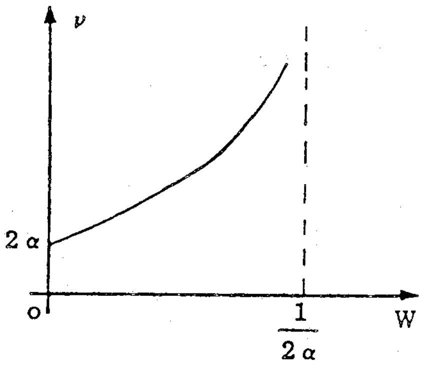
$$\nu = \nu(W) = \frac{2\alpha}{1 - 2\alpha W}, \text{si} \quad 0 < W < 1/2\alpha$$

En el caso presente, la aversión al riesgo aumenta conforme aumenta la riqueza del individuo, ver figura 8, pues[2]:

$$\frac{d\nu}{dW} = \frac{4\alpha^2}{(1 - 2\alpha W)^2} > 0, \qquad \text{si} \quad 0 < W < 1/2\alpha$$



- Figura 7 -



- Figura 8 -

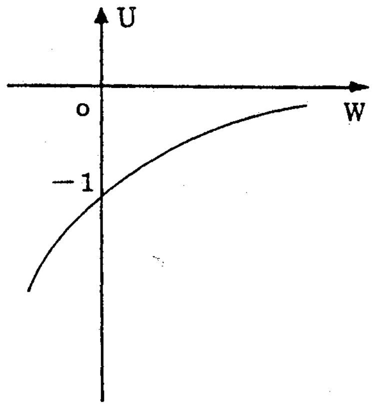
Veremos a continuación que, cuando un individuo tiene una función de utilidad de tipo exponencial, la medida absoluta de aversión al riesgo es independiente del nivel de riqueza. En efecto:

$$\nu = -\frac{U''}{U'} = -\frac{(-\alpha e^{-aw})}{e^{-aw}},$$

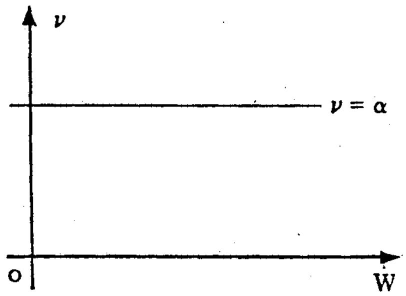
esto es,

$$\nu = \nu(W) = \alpha = \text{constante}, \quad \text{para: } -\infty < W < +\infty$$

Las figuras 9 y 10 ilustran el caso considerado.



- Figura 9 -



- Figura 10 -

Finalmente, veamos que ocurre con v en el supuesto de que la función de utilidad es logarítmica (ver figura 11). En efecto,

$$\nu = -\frac{U''}{U'} = -\frac{-\dfrac{1}{(1+\alpha)^2}}{\dfrac{1}{\alpha + W}},$$

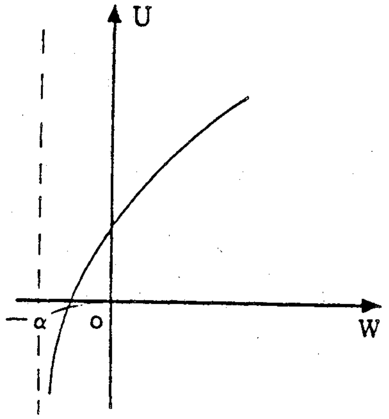
es decir,

$$v = v(W) = \frac{1}{\alpha + W}, \qquad \text{si} \quad \alpha + W > 0$$

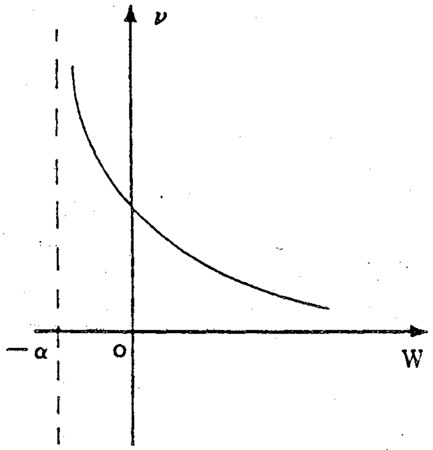
dado que,

$$\frac{dv}{dW} = -\frac{1}{(\alpha + W)^2} < 0, \qquad \text{si} \quad \alpha + W > 0,$$

conforme aumenta la riqueza, el valor de v disminuye (tal como lo muestra la figura 12). Dicho de otra manera: en el caso actual el individuo exhibe aversión al riesgo decreciente.



- Figura 11 -



- Figura 12 -

TEORIA DE LAS CARTERAS

Habiendo desarrollado conceptualmente la teoría de la utilidad y explicado la manera de como se cuantifica la actitud frente al riesgo, estamos en condiciones de seguir avanzando hacia nuestro objetivo último, cual es el de obtener el mejor portfolio posible en función del procesamiento de la información disponible en el mercado.

Los fundamentos de la teoría de las carteras se los debemos a Harry Markowitz[3], quien descubrió que las acciones se podían combinar formando portfolios de manera que fueran menos arriesgados que cualquiera de las acciones en forma separada, sin embargo, el mismo Markowitz reconoció que este juego duraría un tiempo, ya que la competencia comenzaría a aplicar los mismos conceptos y llegaría un momento en que todos querrían comprar los mismos papeles.

Básicamente, esta teoría trabaja con dos parámetros relevantes para tomar decisiones de portfolio, la rentabilidad esperada de cada acción o título y su varianza o desviación estándar, en breve veremos que a la hora de tomar una decisión son las covarianzas entre los papeles las que en realidad asumen la mayor importancia en la teoría de las carteras de Markowitz.

A continuación, expondré brevemente algunas fórmulas básicas, que son necesarias, a los efectos de darle un marco más formal a este trabajo, y que por otro lado es conveniente tenerlas en cuenta no sólo por su construcción puramente matemática, sino por los conceptos que involucran las mismas. Posteriormente, veremos algunas de las técnicas para confeccionar la frontera eficiente, como la llama Markowitz en su teoría.

Mencionamos hace un momento que aquí se utilizan dos parámetros relevantes para la toma de decisiones de cartera, el rendimiento esperado y la desviación estándar. El rendimiento esperado de un portfolio se mide como la suma de los rendimientos históricos promedios de las acciones que componen el portfolio ponderados por la proporción que se invierte en cada uno de ellos. Como veremos mas adelante, es lo que realmente nos interesa, es decir, cuántos pesos o dólares voy a invertir en tal o cual papel o cuanto desinvertir en el caso de short sales allowed (ventas a corto plazo o trading). La representación matemática del rendimiento esperado de un portfolio sería:

$$E(R_p) = \sum X_i R_i \quad i = 1 \dots n$$

y su desviación estándar,

$$\sigma_p = \sum X_i \sigma^2_i + \sum\sum X_i X_j \sigma_{ij} \qquad i = 1 \dots n \;\text{ y }\; j = 1 \dots n, \text{ para } i \neq j$$

siendo:

$E(R_p)$: rendimiento esperado del portfolio.
R_i : rendimiento histórico (real) promedio de la acción i-ésima.
σ_p : desviación estándar del portfolio.
X_i : proporción invertida en la acción i.
σ_{ij} : covarianzas entre los rendimientos de la acción i-ésima y los rendimientos de la acción j-ésima que componen el portfolio.

Se debe destacar que estamos trabajando, en particular, con acciones que cotizan en la bolsa, pero ello no es óbice para incorporar otros activos al portfolio, por ejemplo bonos públicos o privados, opciones, bienes raíces, etc.

No está demás reiterar un aspecto fundamental de la teoría de las carteras, y es la idea de que el grado de riesgo inherente a cualquier activo individual que se mantenga dentro de una cartera es diferente del grado de riesgo de ese mismo activo cuando se mantiene en forma aislada. En otras palabras, es posible que una acción en particular posea un alto riesgo, pero que incorporada a una cartera correctamente diversificada contribuya a disminuir el riesgo de la misma. Esta reducción del riesgo mediante la diversificación se conoce como efecto de cartera. Hemos hablado de carteras eficientes o eficaces, y la idea que ello implica es la de aquellos activos que combinados convenientemente conforman portfolios que a un grado especifico de riesgo proporcionan el más elevado rendimiento esperado posible, o que para un rendimiento esperado deseado otorgan el menor riesgo posible.

Ahora, me permitiré citar un ejemplo de diversificación utilizando lo que escribió Burton G. Malkiel[4], quien como otros utilizan ejemplos similares, pero lo relevante es comprender la esencia que subyace en ellos más allá de lo ingenuo que parezcan.

El ejemplo apunta a poner de relieve la importancia de la diversificación de una manera fácil de comprender. No obstante como en todos los órdenes de la vida, *la cosas deberían hacerse tan sencillas como fuera posible,* *pero no más* (Albert Einstein). Es por ello que nuestro interés es asimilar las ideas y luego las complicaremos cuando las contrastemos con lo cotidiano. Vamos a suponer un mundo simplificado, en donde sólo existen dos empresas, este mundo es una isla, una de las empresas produce paraguas y la otra es un centro turístico, que obviamente produce un servicio. De manera tal que el único factor que afecta sus ganancias es el clima. Si la temporada turística es soleada, entonces el centro turístico obtendrá buenas ganancias, en cambio el fabricante de paraguas verá como las pérdidas le llegan al cuello sin poder hacer nada al respecto. En cambio, si en lugar de una maravillosa temporada soleada, las lluvias cubren sombríamente la temporada veraniega, el que se frota las manos es el fabricante de paraguas y el centro turístico observa como las ganancias esperadas se le van como con el agua entre los dedos. La pregunta relevante para el inversor en este simplificado mundo es, ¿en cuál empresa invierto, si invierto en paraguas y llueve, las manos me van a doler de tanto frotármelas, pero si la temporada es soleada perderé mi inversión. En la misma situación me encuentro si invierto en el centro turístico, pero a la inversa.

Entonces, llendo a los números, veamos el cuadro 3 que nos muestra los rendimientos hipotéticos de las dos empresas en estados de la naturaleza diferentes:

- Cuadro 3 -

Estados de la naturaleza	**Fabricante de paraguas**	**Centro turístico**
Temporada lluviosa	50%	-25%
Temporada soleada	-25%	50%

Si asumimos, por un momento, que la probabilidad de que llueva en la temporada es igual a que sea soleada, o sea que, existe el 50% de probabilidad de que la temporada sea lluviosa y el otro 50% de que sea soleada. Entonces, el rendimiento esperado para el inversor que deposita sus expectativas en el fabricante de paraguas calcula un 12,5% de rendimiento esperado, sabiendo que ganará el 50% sobre su inversión si la temporada es lluviosa, caso contrario asumirá pérdidas del orden del 25% sobre la inversión inicial si la temporada es soleada. Lo mismo le ocurre al inversor que invierte en el centro turístico, pero a la inversa. Ambas inversiones nos dan un rendimiento esperado del 12,5%, pero el riesgo es grande, puede ocurrir que se sucedan varias temporadas lluviosas o varias temporadas soleadas. Esto admitiría dos cursos de acción para el inversor sagaz, en principio, o se hace amigo del profesional del servicio meteorológico para que le informe antes que el resto de inversores del futuro clima de la temporada, incluso podría obtener alguna información extraoficial (inside information), o diversifica la cartera incluyendo, en este caso, la mitad de sus tenencias en acciones de la fábrica de paraguas y la otra mitad en acciones del centro turístico, en este caso también, el inversor, obtendrá un rendimiento esperado del orden del 12,5%, pero la diferencia intuitiva es que en el primer caso el inversor estaba expuesto a los caprichos climatológicos y la mitad del tiempo estaba expuesto a sufrir pérdidas del 25%, en cambio ahora con la diversificación el inversor tendrá una ganancia asegurada del 12,5% independientemente de las condiciones climatológicas. En este caso particular, cuando a una empresa le va mal a la otra le va bien, esto significa que a pesar que las dos empresas son arriesgadas son afectadas de distinta manera por el clima, o lo que es lo mismo, sus rendimientos covarían negativamente.

De lo anterior podríamos decir que, cuando las covarianzas son cercanas a cero o negativas, la diversificación siempre reduce el riesgo. En el ejemplo, existe una relación perfectamente negativa y por lo tanto el riesgo es eliminado totalmente con la diversificación.

En este sencillo e ilustrativo ejemplo hemos tratado de comprender la idea que subyace en el concepto de diversificación, y en esto quiero ser claro, la diversificación no es cuestión de incorporar a un portfolio cualquier acción, sino que se deben incorporar aquellos papeles que están correlacionados negativamente, en cuyo caso eliminarán parte del riesgo, y lo eliminarán completamente, en teoría, si todos los papeles están correlacionados negativamente de una manera perfecta. Pero, lamentablemente en la realidad las cosas no son tan simples como en la hipotética isla, es más, las acciones en su mayoría poseen covarianzas positivas y esto impone un límite a los beneficios de la diversificación. Como se había citado anteriormente, llegado el momento de tomar la decisión de elegir qué acciones incorporar a un portfolio diversificado, mas que la varianza de los rendimientos individuales, se debería considerar en que medida los títulos están relacionados entre sí, es decir, cómo covarían entre ellos. Es precisamente sobre las covarianzas donde pivotea la teoría de cartera de Markowitz.

Podemos agregar también que, la verdadera diversificación depende de tener en la cartera acciones que no dependan todas de las mismas variables económicas (gasto del consumidor, inversión privada, construcción de viviendas, etc.). Los inversores prudentes diversificarán sus carteras teniendo en cuenta no los nombres o los sectores, sino los factores determinantes que influyen en las fluctuaciones de los distintos títulos[5]. Luego de diversificar correctamente nos queda el riesgo de mercado, que no se puede diversificar y estaría representado por la covarianza media de todos los títulos que lo componen.

Contribución al riesgo de un portfolio

Paso a paso, vamos incorporando conceptos básicos con la finalidad de arribar a una comprensión más depurada de la forma en que se construye y se administra técnicamente un portfolio. Necesitamos ahora, ver cómo se construye la matriz de covarianzas, ya que, como mencionamos párrafos anteriores, constituye un aspecto esencial en la teoría de carteras.

Representaremos la matriz de covarianzas como sigue:

	Acción 1	Acción 2
Acción 1	$x_1^2\,\sigma_1^2$	$x_1 x_2 \sigma_{12} = x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$
Acción 2	$x_1 x_2 \sigma_{12} = x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$	$x_2^2\,\sigma_2^2$

- Figura 13 -

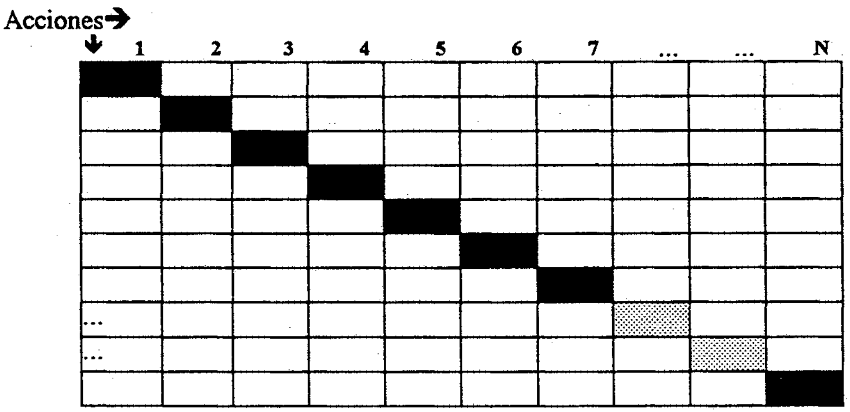
Existe un problema de racionamiento de capital, es decir que no se dispone de fondos de forma ilimitada, de manera que, se deberá aplicar alguna técnica que permita optimizar la proporción óptima a invertir en cada acción. Este problema se resuelve con una variante de la programación líneal conocida como programación cuadrática, debido a que la función objetivo es cuadrática y sus restricciones son lineales. Este aspecto lo desarrollaremos más adelante cuando debamos aplicar estas técnicas sobre un caso concreto de nuestro mercado de capitales. Por ahora nos conformemos en explicar que significado tiene para nosotros la matriz de covarianzas.

La covarianza, de forma genérica la podemos representar como sigue:

$$\mathrm{Cov}(i,j) = \rho_{i,j}\sigma_i\sigma_j$$

siendo:

Cov(i,j) : covarianza entre la acción i y la acción j.
$\rho_{i,j}$: coeficiente de correlación entre la acción i y la acción j.
σ_i : desviación estándar de la acción i.
σ_j : desviación estándar de la acción j.



- Figura 14 -

A esta altura la pregunta que nos surge es, ¿cómo se mide la contribución de cada papel al riesgo de un portfolio?. La respuesta a esta pregunta es que se debería tener en cuenta cómo covaría cada acción con las restantes acciones del portfolio. Si observamos la figura 14, veremos por ejemplo que la acción 1, ubicada en la primera fila, cómo covaría con las restantes acciones a lo largo de la misma. La suma de la primera fila por las respectivas proporciones invertidas en cada acción, nos está midiendo la contribución al riesgo de la acción 1 al riesgo del portfolio o cartera de acciones. Lo mismo ocurre si sumamos la primera columna. En la diagonal principal de la matriz de covarianzas, se encuentran ubicadas las varianzas de las respectivas acciones. En consecuencia, en el caso de un portfolio de 33 acciones deberemos calcular N^2 - N covarianzas, o sea unas 1056 covarianzas. Lógicamente puede parecer tedioso su cálculo, pero con los modernos y veloces ordenadores y las avanzadas planillas de cálculo electrónicas, se pueden resolver en fracciones de segundos estos complejos cálculos, además existen programas que son específicos para este tipo de procesamiento de datos.

La contribución al riesgo de la acción 1 sería:

contribución al riesgo = $X_1\ \sigma_{1p}$,

y la contribución proporcional al riesgo del portfolio = $X_1\ \sigma_{1p}/\sigma^2_p$.

A continuación veremos el Capital Asset Pricing Model, a los efectos de conocer los aspectos más relevantes para la confección de portfolios óptimos.

CAPITAL ASSET PRICING MODEL (CAPM) [6]

Reducción del riesgo mediante la diversificación

Estamos en condiciones de seguir avanzando hacia nuestro objetivo inicial, *la confección de un portfolio óptimo*. Habíamos mencionado que al diversificar la inversión entre ambas empresas (ejemplo de la isla), el inversor crea un portfolio o cartera de inversión que es menos riesgoso que el riesgo involucrado en invertir en cualquiera de los dos tipos de acciones que integran la cartera de inversiones.

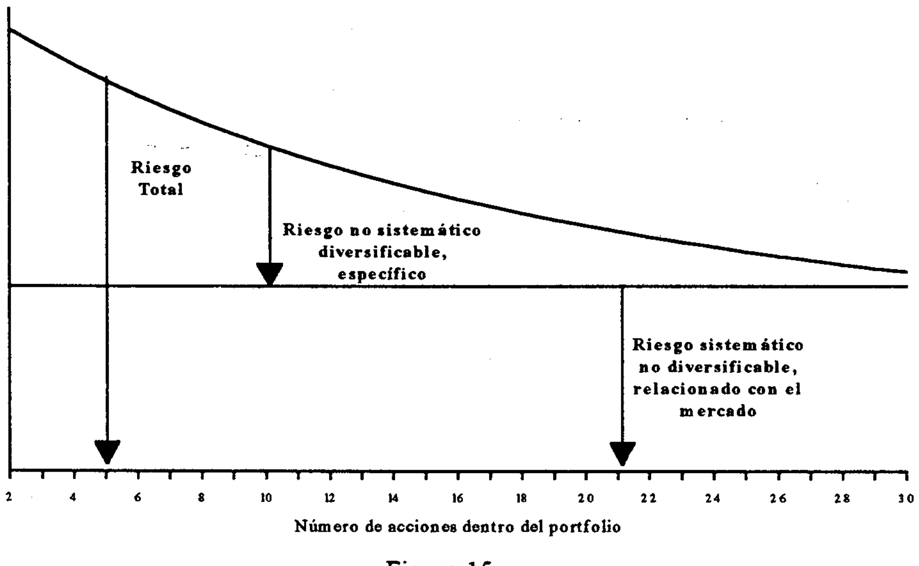
La eliminación total del riesgo es factible en este caso puesto que existe una correlación perfectamente negativa entre los movimientos que producen dichas acciones (Centro turístico y fábrica de paraguas). En la práctica tal correlación es muy rara. El problema radica en que la mayoría de las acciones tienden a oscilar o variar en el mismo sentido, lo cual hace, por tanto, que sea imposible eliminar el riesgo en su totalidad. Sin embargo, en tanto pueda existir correlación negativa en los rendimientos de las acciones, será posible que la diversificación reduzca el riesgo. Puesto que los resultados de las empresas y, por tanto, los rendimientos sobre sus acciones no fluctúan por completo en relación directa, se considera menos riesgoso invertir en un portfolio o cartera diversificado de acciones que invertir en una cuantas acciones específicas.

Riesgo sistemático y no sistemático

La mezcla de inversiones en acciones formando un portfolio reduce el riesgo. Al combinarse con otras inversiones, parte de la variabilidad de rendimiento de una acción se elimina mediante variaciones complementarias en el rendimiento de otras acciones. Algunas empresas contempladas dentro del portfolio podrán experimentar situaciones adversas, no previsibles (v.g. una huelga inesperada). Sin embargo, esta situación podrá compensarse con resultados favorables inesperados en otras firmas incluidas en el portfolio de inversiones. No obstante, debido que hasta cierto grado los precios de las acciones (y por ende sus rendimientos) tienden a fluctuar en el mismo sentido, no será posible eliminar la totalidad del riesgo mediante la diversificación. Inclusive los inversores con portfolios o carteras debidamente diversificados se encuentran expuestos al riesgo inherente al comportamiento general del mercado accionario (v.g. la baja de junio de 1992, o más recientemente, la baja de fines de febrero de 1994). En consecuencia, es conveniente que dividamos el riesgo total de inversión en acciones en aquel tipo de riesgo que es particular a una empresa específica y que, por tanto, se puede diversificar (denominado riesgo no sistemático) y aquella porción de riesgo que se relaciona con el mercado y que no se puede diversificar (denominado riesgo sistemático). Es decir:

Riesgo total = Riesgo no sistemático + Riesgo sistemático

ELIMINACION DEL RIESGO NO SISTEMATICO A TRAVES DE LA DIVERSIFICACION



- Figura 15 -

La figura 15 ilustra la reducción del riesgo total a medida que se añaden acciones de diferentes empresas al portfolio de inversiones. El *riesgo no sistemático* se podrá eliminar casi en su totalidad cuando la cartera de inversiones esté integrada por 30 a 40 acciones de industrias que no estén íntimamente relacionadas. Puesto que el riesgo restante (sistemático) está relacionado con el mercado, los portfolios diversificados tienden a fluctuar de acuerdo al mercado. Los índices de mercado popular (v.g. Merval, Burcap, Indice General de la Bolsa) son portfolios, algunos como el Merval nos mide la liquidez y otros como el Burcap nos mide la capitalización bursátil, pero en definitiva son carteras, podríamos agregar que el Indice General de la Bolsa es más diversificado que los otros dos porque incluye mayor cantidad de papeles y además, tienden a fluctuar en relación directa. Por tanto, tiende a existir una correspondencia directa en las fluctuaciones de un portfolio o cartera diversificada y el índice de rendimiento del mercado. Algunos ejemplos de factores de *riesgo sistemático y no sistemático* se exponen a continuación:

Factores de riesgo sistemático y no sistemático

Ejemplos de factores de riesgo no sistemático:

- Un experto en tecnología, empleado de la empresa fallece en un accidente.
- Incorporación de management de primera línea a la empresa.
- Surge una huelga inesperada.
- Un competidor extranjero, quien produce a costos más bajos que el de la empresa ingresa al mercado local de productos de la compañía.
- Se descubre petróleo en los terrenos de la empresa.

Ejemplos de factores de riesgo sistemático:

- La OPEP anuncia boicot.
- El Congreso anuncia una nueva Ley para inversiones locales y extranjeras.
- La Comisión Nacional de Valores presenta un proyecto sobre el mejoramiento de la transparencia en las operaciones de mercado.
- La tasa de largo plazo de los Treasury Bonds de EE.UU. se elevó inesperadamente.
- Se corrió el rumor de que el ministro de economía renunciaría.
- Cambios en la tasa de inflación.
- Cambios en las tasas de interés.

Riesgo, rendimiento y equilibrio de mercado

Si los inversores son adversos al riesgo, será necesario que se les compense por asumir riesgo. Es decir, es justo pensar que las inversiones en acciones riesgosas deban producir un rendimiento más elevado que las inversiones en acciones o títulos valores sin riesgo. Esta prima de riesgo o recompensa adicional se considera necesaria para inducir a los inversores con aversión al riesgo a que inviertan en valores riesgosos. Por lo tanto, en un mercado dominado por inversores con aversión al riesgo, deberá existir una correlación positiva entre el riesgo y los rendimientos esperados para poder alcanzar el equilibrio. La tasa de rendimiento esperada sobre las inversiones riesgosas se puede contemplar como la tasa de rendimiento sin riesgo o libre de riesgo más la prima por riesgo.

$$R_s = R_f + \textit{Prima de riesgo}$$

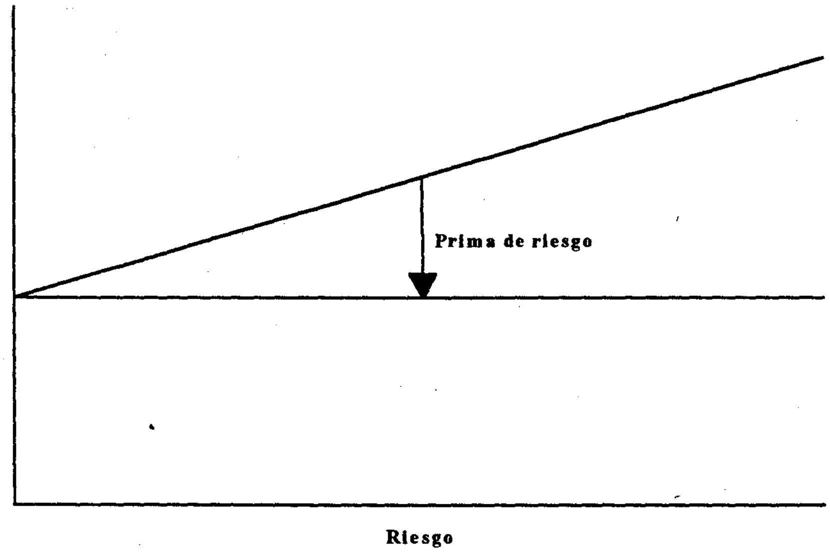
La relación entre el riesgo de mercado y la tasa de rendimiento se refleja en la figura 16.

El modelo de valuación de inversión de capital (CAPM)

El modelo de valuación de inversión de capital o CAPM representa un punto de vista ideal de la manera en cómo el mercado establece el precio de los valores y determina los rendimientos esperados. Nos sirve para medir la prima por riesgos y es una metodología para determinar el comportamiento de la curva de riesgo de mercado/tasa de rendimiento.

Los supuestos del mercado conducen a un mundo en donde para minimizar los riesgos los inversores poseen portfolios o carteras diversificados. Por lo tanto, al único riesgo al cual se tendrán que enfrentar los inversores será el riesgo sistemático o riesgo de mercado, que no se puede diversificar. Puesto que poseen portfolios que contienen muchos valores, los eventos que son particulares a empresas específicas (v.g. el riesgo no sistemático) habrán de tener un impacto casi nulo en el rendimiento global del portfolio. Sólo una porción pequeña de los fondos de un inversor se invierten en cada uno de los valores. Además, las variaciones en los rendimientos de un tipo de acción habrán con toda probabilidad de cancelarse mediante variaciones complementarias en los rendimientos de los otros valores.

EQUILIBRIO ENTRE RIESGO DE MERCADO Y RENDIMIENTO ESPERADO



- Figura 16 -

Puesto que tal riesgo no sistemático se puede eliminar simplemente teniendo grandes portfolios, los inversores no habrán de recibir compensación alguna por asumir riesgos no sistemáticos. Los inversores que poseen portfolios diversificados están expuestos tan sólo a riesgos sistemáticos o no diversificables relacionados con el mercado. Por lo tanto, el riesgo relevante dentro de ese equilibrio rendimiento esperado/riesgo de mercado habrá de ser el riesgo sistemático, pero no el riesgo total. Se le habrá de compensar al inversor con un rendimiento más elevado por asumir el riesgo sistemático o riesgo relacionado con el mercado. *Sólo el riesgo sistemático se considera relevante para determinar la prima para asumir riesgos.* En consecuencia, el CAPM concluye que el rendimiento de un valor está relacionado con aquella parte del riesgo que no puede eliminarse mediante un portfolio de inversiones.

He de destacar, que una persona que invierte en un solo tipo de acciones o en una sola acción, habrá de asumir ambos tipos de riesgos: el sistemático y el no sistemático. Sin embargo, el inversor tan sólo será recompensado por medio de un rendimiento más elevado respecto al riesgo sistemático que asume. No existe recompensa alguna por asumir el riesgo no sistemático, ya que éste puede ser eliminado mediante una diversificación apropiada.

El CAPM proporciona una medida adecuada del riesgo sistemático. Esta medida, denominada *beta (β)*, evalúa si el rendimiento de una acción determinada tiende a fluctuar acorde con el rendimiento general del mercado (v.g. Merval, Indice General de la Bolsa, Burcap). Una manera de definir β es considerarla como una medida de variabilidad o volatilidad de una acción respecto a la variabilidad del mercado. Por ejemplo, una acción con una β de 1.0 tiende a aumentar o disminuir en el mismo grado en que aumenta o disminuye el mercado, por lo tanto una β de 1.0 nos señala el nivel promedio de riesgo sistemático (el mercado por definición posee una β de 1.0). La acciones con una β mayor a 1, tienden a aumentar o disminuir en un porcentaje superior al del mercado. Poseen un elevado riesgo sistemático y, por lo tanto, son muy sensibles a los cambios de mercado, se las llama acciones *agresivas*. De manera similar, una acción con una ß menor a 1 tiene un nivel bajo de riesgo sistemático y es menos sensible a las fluctuaciones del mercado, se las suele llamar acciones *defensivas*.

Estos resultados determinan el equilibrio de rendimiento esperado/riesgo bajo el modelo del CAPM. En general,

$$R_s = R_f + \textit{Prima de riesgo}$$

Si el CAPM describe correctamente el comportamiento del mercado,

$$R_i = R_f + \beta_i(R_m - R_f)$$

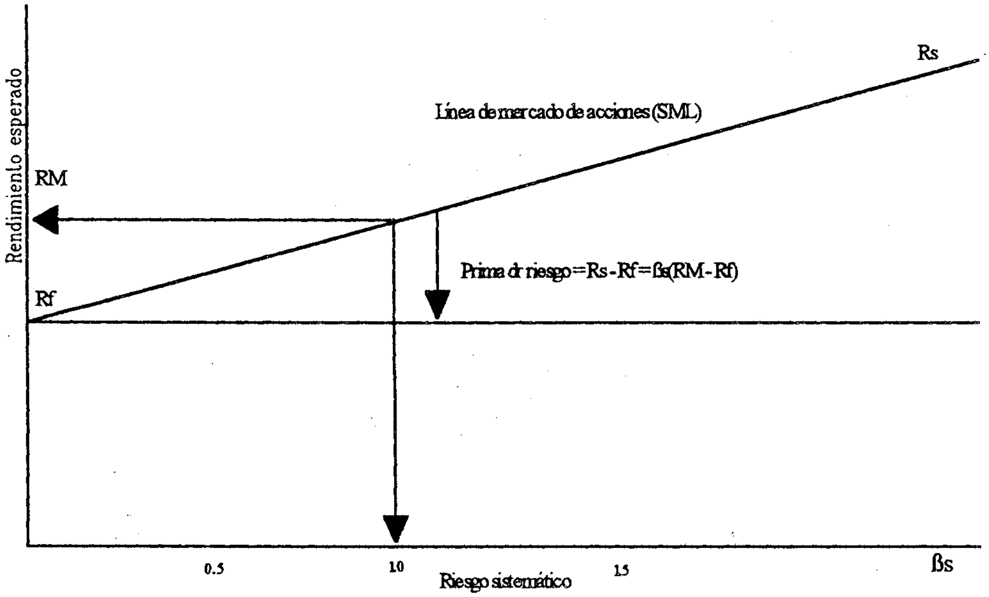
El rendimiento esperado de una acción (R_i) es igual al rendimiento libre de riesgo más una prima por riesgo. De acuerdo con el CAPM, la prima por riesgo debe ser igual al producto de beta (β_i) de la acción en consideración por la diferencia entre el rendimiento de mercado (Rm) menos la tasa libre de riesgo (R_f). Alternativamente, la relación se puede expresar en términos de *prima de riesgo*, o sea, la tasa de rendimiento que supera a la tasa de rendimiento libre de riesgo.

$$R_i - R_f = \beta_i(R_m - R_f) = \textit{prima de riesgo por invertir en acciones}$$

Por lo tanto, la prima de riesgo de una acción o portfolio de valores varía directamente con el nivel de riesgo sistemático (β_i). A la relación de este equilibrio de rendimiento esperado/riesgo de acuerdo con el CAPM, se lo denomina *Security Market Line* (SML)[7] y se ilustra en la figura 17.

Existe un aspecto, posiblemente no intuitivo, de la determinación de rendimientos esperados conforme al CAPM que podría explicarse con un ejemplo. Consideremos una empresa dedicada a proyectos de investigación genética para reproducir cadenas de ADN de personas célebres. Los rendimientos (denominados Ra) a los accionistas de tal empresa son muy variables. Si descubre la manera de reproducir a determinada personalidad, el rendimiento será elevado. Si no se descubre la manera, los inversores perderán la totalidad de su inversión y sus rendimientos serán negativos. Entonces, si bien el riesgo total de las acciones es muy elevado, gran parte de la variabilidad de los rendimientos se genera por factores independientes a los rendimientos de otras acciones (v.g. el rendimiento del mercado). El riesgo es particular de la empresa y, por ende, se trata de riesgo no sistemático. Puesto que el rendimiento de estas acciones no está íntimamente relacionado con el rendimiento del mercado en conjunto, contribuye muy poco a la variabilidad de un portfolio diversificado. Su riesgo no sistemático puede diversificarse teniendo grandes portfolios. Sin embargo, los costos de investigación y el precio de la tecnología están relacionados con el nivel general de la actividad económica.

LA LÍNEA DE MERCADO DE ACCIONES: EQUILIBRIO DE TASA DE RENDIMIENTO ESPERADA/RIESGO, CONFORME EL CAPM

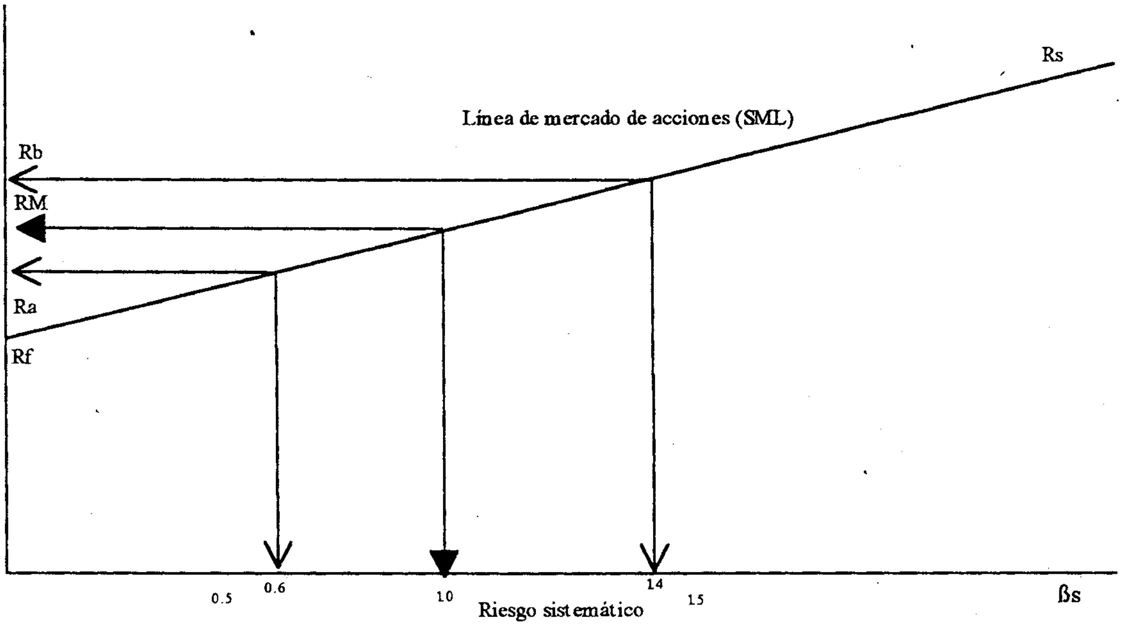


- Figura 17 -

En otras palabras, estas acciones sí poseen algo de riesgo sistemático o relacionado con el mercado. Sin embargo, la mayor parte del riesgo total es riesgo no sistemático asociado a las probabilidades de que el proyecto de investigación tenga éxito. A pesar que las acciones de esta empresa parecen muy riesgosas, tienen un nivel bajo de riesgo sistemático. Por ejemplo, podríamos decir que su β es 0.6. El mercado habrá de valorar esta acción para que rinda una baja tasa promedio de rendimiento, relativamente hablando. Desde el punto de vista de inversores tenedores de grandes portfolios, representa un valor de bajo riesgo. Su rendimiento esperado se representa por Ra en la figura 18. Observar que el rendimiento de esta acción Ra, es menor que el rendimiento sobre una acción del promedio del mercado, Rm.

En contraste, consideremos una empresa que factura computadoras. Como una empresa grande y estable, su variabilidad total en rendimiento es inferior a la variabilidad en rendimiento de la empresa dedicada a investigación genética. Sin embargo, sus ventas, sus utilidades y, por lo tanto, el rendimiento sobre sus acciones están íntimamente relacionadas con los cambios en la actividad económica general. El rendimiento de sus acciones es muy sensible a los cambios en el rendimiento del mercado en conjunto. Por tanto, su riesgo no puede eliminarse por medio de la diversificación. Cuando se combinan con otros valores, dentro de un portfolio diversificado, los cambios en el rendimiento tienden a reforzar oscilaciones en rendimientos de otros valores. Tiene un elevado riesgo sistemático, relativamente hablando y una beta de, digamos, aproximadamente 1.4. Contemplada como una inversión individual, parece ser menos riesgosa (considerando el riesgo total) que la empresa que desarrolla investigaciones genéticas. Sin embargo, debido a su alto nivel de riesgo sistemático o no diversificable, el mercado lo debería considerar un tipo de valor más riesgoso. Por lo tanto, se valúan las acciones de manera tal que produzcan un rendimiento esperado más elevado. Sin embargo, estos ejemplos contrarios al carácter intuitivo del CAPM suelen ser raros. La mayor parte de las empresas con riesgos totales elevados generalmente tienen βs elevadas (y viceversa).

EJEMPLO DE LA DETERMINACION DE RENDIMIENTOS ESPERADOS SEGUN EL CAPM



- Figura 18 -

Supuestos subyacentes del Capital Asset Pricing Model (CAPM)

El mundo real es demasiado complejo para representarlo con modelos que expliquen su comportamiento, pero no se conoce otra alternativa mejor. Todos los modelos son simplificaciones de la realidad y como tales, se basan en una serie de supuestos que en la mayoría de los casos se granjean el desdén de los llamados hombres de la práctica. Los supuestos del CAPM pueden ser resumidos así:

- No existen costos de transacción en el mercado. El costo de entrar y salir del mercado es cero. Probablemente, introducir costos de transacción en el modelo lo complicaría. Pero ello no es óbice para la aplicación de la metodología del CAPM.
- Los valores son infinitamente divisibles. Significa, por ejemplo, que se podría adquirir \$1 ó U\$s1 de la especie ACIN sin ningún problema, o sólo adquirir una acción.
- Ausencia de impuestos personales a las ganancias de capital y dividendos en efectivo. Esto quiere decir, que un individuo es indiferente a la forma (dividendos en efectivo o ganancias de capital) en la cual es recibido el retorno

sobre la inversión.

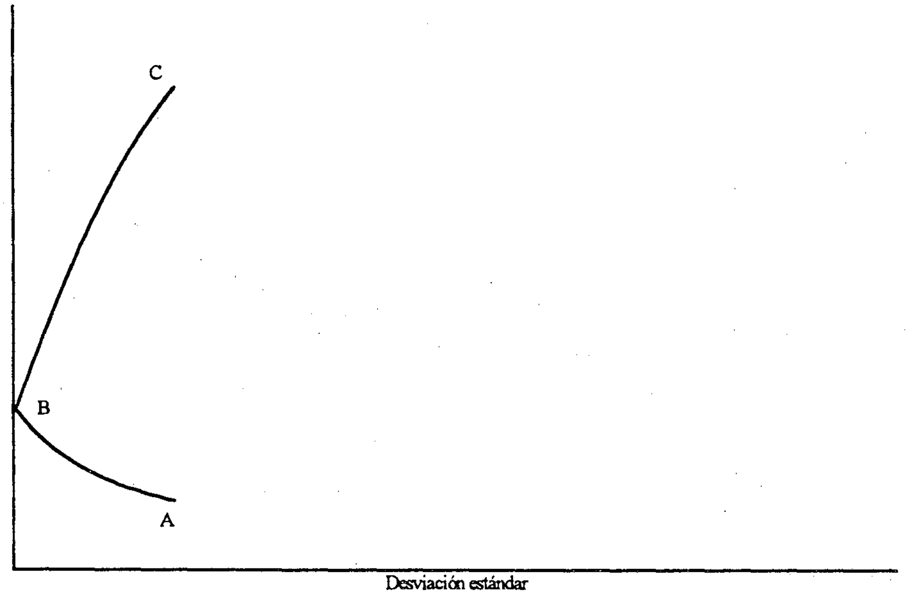
- Un individuo solitario no puede afectar el comportamiento de los precios de las acciones o títulos valores por su acción de compra o venta. Es análogo al concepto de competencia perfecta. Mientras un solo individuo no puede afectar los precios, la acción combinada de la totalidad de los inversores si contribuye al proceso de formación de los precios de las acciones en el mercado de capitales.
- Los inversores realizan sus decisiones de inversión basados únicamente en los valores esperados y desviaciones estándar de los retornos de sus portfolios.
- El inversor puede comprar y vender cualquier cantidad de acciones en el corto plazo.
- El inversor puede prestar o tomar prestado cualquier cantidad de sus fondos a la tasa de interés igual a la tasa para acciones o títulos sin riesgo sin riesgo.
- Todos los inversores del mercado poseen expectativas homogéneas bajo un mismo período de análisis. Además, todos los inversores asumen idénticas expectativas a los efectos de sus decisiones de portfolio. Debemos recordar que, estos inputs son los rendimientos esperados, las varianzas de esos rendimientos y la matriz de correlaciones, representando la estructura de correlación entre todos los pares de acciones o títulos valores.
- Todos los activos poseen mercado, inclusive el controvertido *capital humano.* Es decir, que se pueden comprar y vender en el mercado, sin restricciones.

Este modelo (CAPM) ha sido derivado en varias formas involucrando diferentes grados de complejidad matemática. Es oportuno destacar la diferencia conceptual que existe entre *el modelo de la teoría de las carteras de Harry Markowitz y el CAPM.* En el primero, el atributo relevante para las decisiones de portfolio era la matriz de covarianzas y se consideraba al riesgo total inherente de cada acción o título valor. Se pensaba que los rendimientos de los títulos variaban en función de la varianza o desviación estándar. En cambio, en el *Capital Asset Pricing Model* el riesgo total, como lo mencionamos anteriormente, es dividido en dos partes, *riesgo sistemático o no diversificable y riesgo no sistemático o diversificable.* En este caso, las decisiones de portfolio son tomadas en base al único atributo relevante que concibe el modelo del CAPM, la *beta (ß).* Lo que hicieron básicamente Sharpe y Litner fue concentrarse en qué parte del riesgo total de un título se podía eliminar y que parte no era posible eliminar.

Derivaciones del CAPM

Podríamos construir la frontera eficiente tal como muestra la figura 19, donde no existe tasa libre de riesgo. El segmento BC representa la frontera eficiente donde están las mínimas varianzas de los portfolios para cada rendimiento.

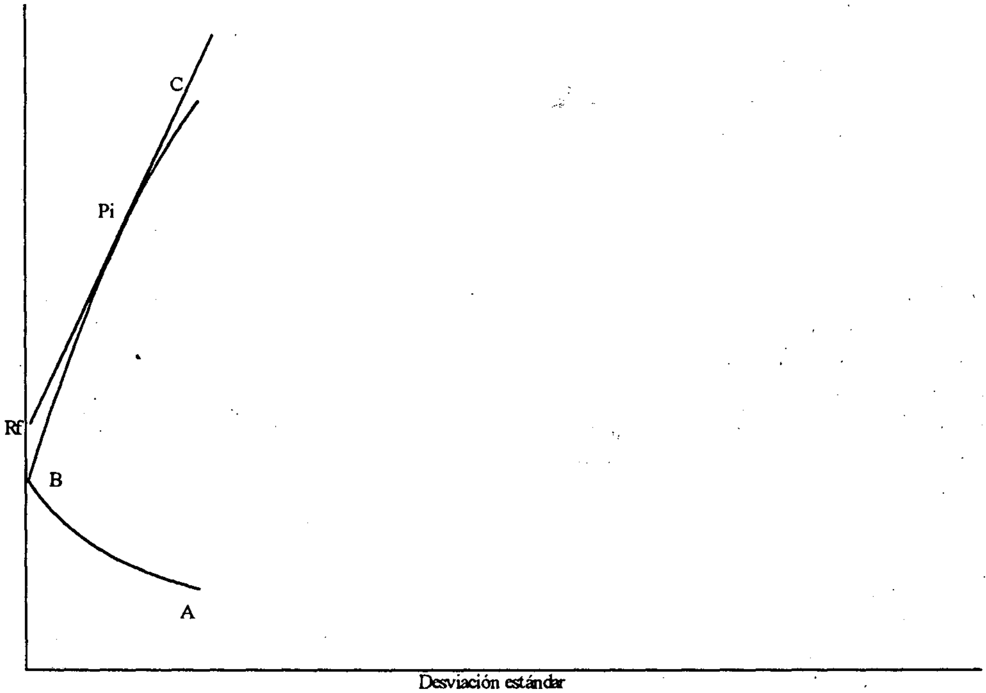
FRONTERA EFICIENTE - SIN TASA DE PRESTAMO Y ENDEUDAMIENTO



- Figura 19 -

Cuando introducimos préstamo y deuda a la misma tasa, que en el marco del CAPM es la tasa libre de riesgo, podemos representar el portfolio de activos riesgosos que cualquier inversor podría identificar sin tener en cuenta las preferencias por el riesgo del inversor. Este portfolio yace sobre el punto de tangencia entre la frontera eficiente original de activos de riesgo y la línea que pasa a través de la tasa libre de riesgo (en el eje vertical). Podemos observarlo en la figura 20 donde Pi representa al portfolio i-ésimo de activos riesgosos. El inversor satisface sus preferencias de riesgo combinando el portfolio Pi con préstamo y endeudamiento[8].

FRONTERA EFICIENTE CON PRESTAMO Y ENDEUDAMIENTO



- Figura 20 -

Si todos los inversores tienen expectativas homogéneas y afrontan la misma tasa de endeudamiento y préstamo, entonces afrontarán una situación como la figura 20, además, esta situación debería ser la misma para la totalidad de los inversores (transparencia del mercado). El portfolio invertido en acciones riesgosas de cualquier inversor debería ser el mismo que el de otro inversor del mercado. Es decir, si todos los inversores eligen el mismo portfolio, entonces, en equilibrio, este debe ser el portfolio de mercado. El portfolio de mercado es una cartera que contiene a todos los activos riesgosos. Cada activo riesgoso es tomado en la proporción que representa en el total de activos riesgosos del mercado. Por ejemplo, si Pérez Companc representa un 12% de todas las acciones riesgosas (supongamos por un momento que el índice Merval representa al mercado local), entonces el portfolio del mercado contiene el 12% de la especie PERE y cada inversor invertirá el 12% de su capital en la acción de Pérez Companc.

Debemos destacar que, todos los inversores en la situación planteada invertirán parte de sus fondos en el portfolio de mercado y parte en activos libre de riesgo. Observando la figura 20, la línea que une la tasa libre de riesgo (eje vertical) con el portfolio del mercado Pi, es llamada *capital market line* (CML). Los inversores se ubicarán en algún lugar de la CML ya que sobre esa línea yacen los portfolios eficientes. Analizando la CML podemos aprender algo acerca del precio del riesgo y la podemos representar mediante la siguiente fórmula:

$$R_s = R_f + [(R_M - R_f)/\sigma_m]\sigma_s$$

donde R_s significa Rendimiento esperado de un portfolio eficiente. El término $[(R_m - R_f)]/\sigma_m]$ podría ser visto como el precio del mercado del riesgo para todos los portfolios eficientes. Por lo tanto, es el rendimiento extra que puede ser ganado por incrementar el nivel de riesgo (desviación estándar) de un portfolio eficiente en una unidad. R_f, representa la tasa libre de riesgo para un período dado de perfecta certidumbre. A través de esta ecuación, se establece que el rendimiento de un portfolio eficiente nos describe el equilibrio de rendimientos de portfolios eficientes o de valores individuales.

Nosotros hemos argumentado que para portfolios bien diversificados, beta es la medida correcta para medir el riesgo de una acción. Es decir, para portfolios bien diversificados, el riesgo no sistemático tiende a cero y sólo es relevante el riesgo sistemático medido por beta. Como ya se discutió anteriormente, dado el supuesto de expectativas homogéneas de los inversores y el hecho de que pueden prestar y endeudarse a la tasa libre de riesgo en el mercado de capitales, todos ellos adquirirán el portfolio del mercado. En efecto, estarán tomando un portfolio bien diversificado. Dado que a los inversores sólo les concierne el rendimiento esperado y el riesgo para tomar decisiones de portfolio, se basarán en los rendimientos esperado de las acciones y sus betas respectivas.

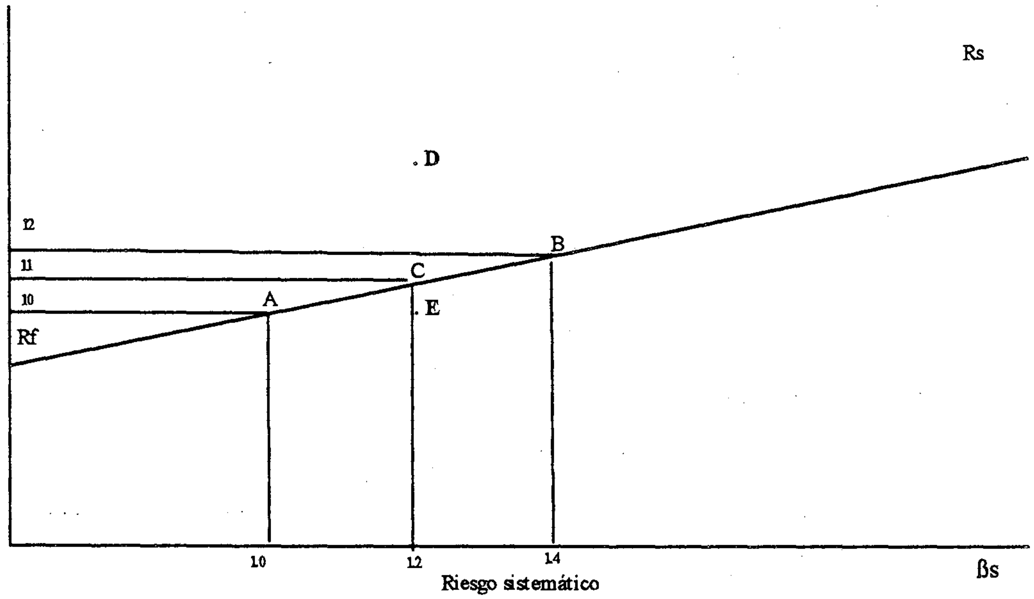
Veamos un ejemplo en el cuadro 4. Supongamos dos portfolios con las siguientes características:

- Cuadro 4 -

Portfolio/acción	*Rendimiento esperado*	*Beta*
A	12%	1.0
B	14%	1.4

Recordemos que el rendimiento esperado de un portfolio era igual a la suma de los productos de la proporción invertida en cada acción por los rendimientos esperados de cada acción. La beta del portfolio, análogo al concepto anterior, es simplemente la sumatoria de la proporción invertida en cada papel por su respectiva beta. Consideraremos ahora el portfolio C; confeccionado con el 50% de lo invertido en A y con el otro 50% invertido en B. Su rendimiento esperado será 13% y su beta 1.2. Si observamos la figura 21 veremos que los tres portfolio yacen sobre la línea SML (Security Market Line). Todos los portfolios que sean confeccionados en diferentes proporciones de los portfolios A y B se ubicarán sobre la SML[9], lo cual no es casual, ya que suponemos que los portfolios A y B están bien diversificados, en otras palabras, sus respectivos riesgos no sistemáticos o diversificables son cero o casi nulos.

COMBINACION DE PORTFOLIOS



- Figura 21 -

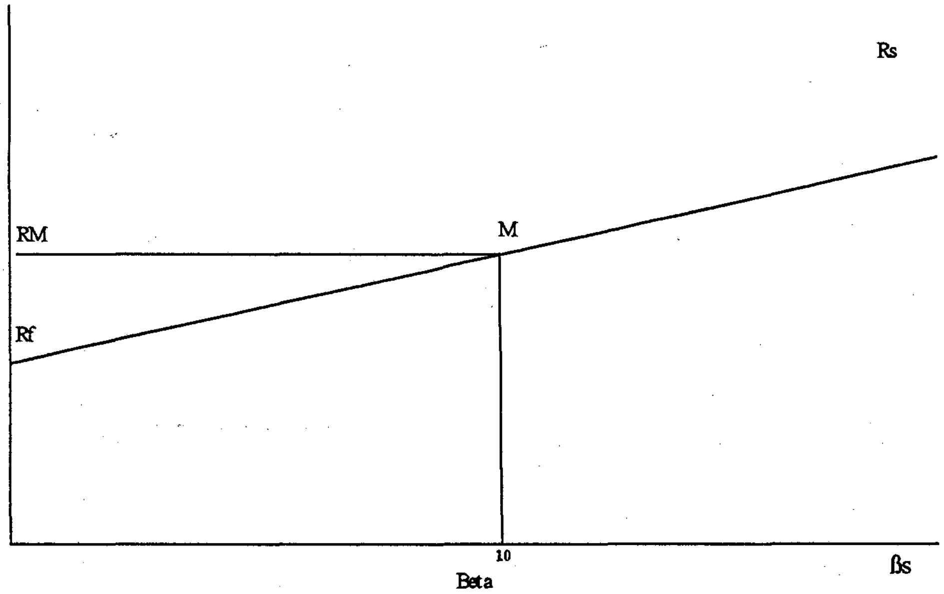
Analicemos ahora una hipotética inversión D que posee un rendimiento del 15% y una beta de 1.2. Una inversión con este rendimiento y ese nivel de riesgo no durará demasiado en el mercado, será arbitrada inmediatamente. Recordemos, una vez más, que todas las inversiones se realizan en términos de rendimiento y riesgo (beta). Este portfolio o acción ofrece un rendimiento más alto y el mismo nivel de riesgo que el portfolio o acción C. En consecuencia, se debería vender en el corto C y comprar D. De manera análoga, si existiera un portfolio o acción E con un rendimiento del 10% y una beta de 1.2, se vendería en el corto E y se compraría el portfolio C. Este proceso de arbitraje continúa hasta que tanto C, D y E tengan el mismo rendimiento para el mismo nivel de riesgo (beta). Podemos ejemplificar el arbitraje entre los portfolios C y D como lo indica el cuadro 5,

- Cuadro 5 -

	Inversión	Rendimiento esperado	Beta
Portfolio C	- $1.000	- $110	- 1.2
Portfolio D	+$1.000	+$150	+1.2
Arbitraje	$0	$ 40	0

En este sencillo ejemplo se ve claramente que un arbitraje de un portfolio que se encuentra sobre la SML posee una inversión de cero y riesgo (beta) nulo contra una ganancia cierta. El proceso de arbitraje continuará hasta que el portfolio o la acción se ubique sobre la recta SML. En otras palabras, todos los portfolios o las acciones deben ubicarse sobre el espacio Rendimiento-Beta o sea sobre la línea SML para que estén en equilibrio. Si algunas inversiones están, ya sea arriba o debajo de la SML, entonces una oportunidad de un arbitraje sin riesgo podría existir. La SML puede ser identificada, bajo el supuesto del CAPM, teniendo en cuenta la tasa libre de riesgo (R_f) y el par (R_M; β_M) que corresponde a la cartera de mercado. Los portfolios o acciones deberían ubicarse a lo largo de esta línea cuando están en equilibrio, luego de que los procesos de arbitraje hayan tenido lugar. Recordemos que la cartera del mercado posee una β igual a uno. En cuanto al activo con riesgo sistemático igual a cero, nos estará determinando el otro punto de la recta SML que es la tasa libre de riesgo (R_f). Podemos apreciarlo en la figura 22.

SECURITY MARKET LINE



- Figura 22 -

La ecuación de la SML tiene la forma,

$$E(R_i) = a + b\beta_i \qquad (1)$$

un punto de la recta está representado por el activo libre de riesgo con Beta igual a cero. O sea,

$$R_f = a + b(0)$$

o

$$R_f = a$$

un segundo punto de la línea es el portfolio del mercado con una Beta igual a uno,

$$E(R_M) = a + b(1)$$

$$(R_M - a) = b$$

reemplazando en la ecuación (1) tenemos,

$$E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_M) - R_f]$$

Esta ecuación representa uno de los avances más importantes en el campo de las finanzas modernas. Es simplemente la ecuación que simboliza a la línea *Security Market Line* (SML), que representa al rendimiento esperado de todos los activos y portfolios de activos de la economía. Determina si un activo o portfolio es o no eficiente. Debemos destacar que tanto el rendimiento del mercado, $E(R_M)$, como la tasa libre de riesgo, Rf, no son funciones de los activos analizados. Lo interesante de esta relación es que el retorno de los activos, por ejemplo dos acciones o más, puede ser determinado simplemente por la diferencia entre sus respectivas βs. Esto significa que *la relación entre β y rendimiento esperado es lineal.* Esta es la razón por la que se considera a β la única medida relevante del riesgo, y este riesgo es el sistemático ya que, como dijéramos anteriormente, el riesgo no sistemático no es recompensado a los inversores por asumirse porque puede ser diversificado.

Puntualizaremos ahora algo que parece ser una falacia en el uso potencial del CAPM. Generalmente, cuando un grupo de inversores esta expuesto por primera vez al CAPM, uno o más inversores encontraran que acciones con βs altas han tenido en el último período de análisis más bajos rendimientos que las acciones con βs bajas. El CAPM es una relación de equilibrio. Las acciones con betas altas tienen una expectativa de obtener un retorno más elevado que las acciones con betas bajas porque son más riesgosas. Esto no significa que las acciones con betas más elevadas deban poseer el rendimiento mayor durante todos los períodos de tiempo. En realidad, si las acciones dieron siempre el retorno más alto, podrían ser menos riesgosas. En otras palabras, porque ellas son más riesgosas producirán algunas veces bajos retornos. Sin embargo, si se analizan largos períodos de tiempo, dichas acciones con βs altas, en promedio, deben producir rendimientos más elevados.

Hemos descrito al CAPM de la forma,

$$E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_M) - R_f]$$

que es la manera en que habitualmente se presenta en la literatura, por ser más sencilla de comprender y de aplicar. No obstante, existe otra manera alternativa de exponerla. Beta puede expresarse como,

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma^2_M}$$

podemos re escribir la SML como,

$$E(R_i) = R_f + \left(\frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M}\right) \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M}$$

Esta, en efecto, es la línea localizada en el espacio bidimensional, *Retorno-σ_{iM}/σ_M*. El precio de mercado del riesgo estaría descrito por ,

$$\frac{E(R_M) - R_f}{\sigma_M}$$

σ_{iM}/σ_M, es la conceptualización del riesgo de cualquier acción o portfolio, podemos apreciar que la SML se parece bastante a la CML. El retorno esperado de cualquier acción es la tasa de interés libre de riesgo más el precio de mercado del riesgo por la cantidad de riesgo en una acción o portfolio[10].

Para poder obtener el portfolio óptimo cuando la ventas[11] a corto plazo son permitidas (short sales allowed) y continuar asumiendo, al menos en el alcance de este trabajo, que los inversores pueden prestar y endeudarse a la misma tasa de interés libre de riesgo en el mercado de capitales. La solución involucra encontrar la composición del portfolio que maximize la pendiente de la *Capital Market Line*, es decir, la línea que pasa a través de la tasa del activo libre de riesgo en el eje vertical y el portfolio mismo. Esto significa maximizar la función siguiente:

$$\theta = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p}$$

Esta sería la función objetivo que debemos maximizar. Esta función estaría sujeta a la siguiente restricción[12]:

$$\Sigma\, Xi = 1 \qquad \text{para } i = 1...N$$

Existen caminos alternativos para resolver este problema, por ejemplo se puede resolver aplicando el método de los *multiplicadores de Lagranje*, que es el que desarrollaremos ahora. El otro camino alternativo sería aplicando *programación cuadrática*, que la desarrollaremos posteriormente. La restricción puede ser sustituida en la función objetivo y esta puede ser maximizada como un problema sin restricción. Luego, este proceso será desarrollado. Podemos escribir Rf como,

$$R_f = 1R_f = (\Sigma\, X_i)R_f = \Sigma\, X_iR_f \qquad \text{para } i = 1...N$$

Realizando esta sustitución en la función objetivo y expresando el retorno esperado y desviación estándar en su forma más general tenemos,

$$\theta = \frac{\Sigma\, X_i\,\big(E(R_i) - R_f\big)}{[\,\Sigma\, X^2_i\sigma^2_i + \Sigma\Sigma\, X_i\, X_j\, \sigma_{ij}\,]^{1/2}} \qquad \text{para } i = 1...N \quad j = 1...N \text{ y } i \neq j$$

Para resolver este problema simple de maximización se debe calcular la derivada primera con respecto a cada variable y hacerla igual a cero[13]. Cada variable representa lo que a nosotros, como inversores nos interesa, esto es, que proporción de mi capital de riesgo deberé invertir en cada acción a los efectos de maximizar mi rendimiento y minimizar mi riesgo para ese rendimiento (portfolio eficiente), sujeto a una restricción de capital.

La resolución simultánea del siguiente sistema de ecuaciones nos lleva a la solución deseada,

1. $$\frac{d\theta}{dX_1} = 0$$

2. $$\frac{d\theta}{dX_2} = 0$$

3. $$\frac{d\theta}{dX_3} = 0$$

.

.

.

.

N. $\dfrac{d\theta}{dX_N} = 0$

generalizando,

$$\frac{d\theta}{dX_i} = -(\lambda X_1\sigma_{1i} + \lambda X_2\sigma_{2i} + \lambda X_3\sigma_{3i} + \dots + \lambda X_i\sigma^2_i + \dots + \lambda X_{N-1}\sigma_{N-1\,i} + \lambda X_N\sigma_{Ni}) + E(R_i) - R_f = 0$$

Donde λ es una constante[14]. Cada X_k es multiplicada por una constante λ . Esto define una nueva variable llamada $Z_k = \lambda X_k$. Las X_k representan las fracciones a invertir en cada acción y las Z_k son proporcionales a estas fracciones. Si sustituimos λX_k por Z_k, nos simplifica bastante la formulación. Para obtener la X_k , primero debemos obtener las Z_k , y luego dividir cada Z_k por la sumatoria de las Z_k. Realizando pasaje de términos y sustituyendo λX_k por Z_k tenemos,

$$E(R_i) - R_f = Z_1\sigma_{1i} + Z_2\sigma_{2i} + Z_3\sigma_{3i} + \dots + Z_i\sigma^2_i + \dots + Z_{N-1}\sigma_{N-1\,i} + Z_N\sigma_{Ni}$$

Obteniendo una ecuación para cada valor de i. En realidad, la solución involucra resolver el siguiente sistema de ecuaciones simultáneas:

$$E(R_1) - R_f = Z_1\sigma^2_1 + Z_2\sigma_{12} + Z_3\sigma_{13} + \dots + Z_N\sigma_{1N}$$

$$E(R_2) - R_f = Z_1\sigma_{12} + Z_2\sigma^2_2 + Z_3\sigma_{23} + \dots + Z_N\sigma_{2N}$$

$$E(R_3) - R_f = Z_1\sigma_{13} + Z_2\sigma_{23} + Z_3\sigma^2_3 + \dots + Z_N\sigma_{3N}$$

.

.

.

$$E(R_i) - R_f = Z_1\sigma_{1N} + Z_2\sigma_{2N} + Z_3\sigma_{3N} + \dots + Z_N\sigma^2_N$$

Las Z's son proporcionales a la cantidad óptima invertida en cada acción. Para determinar la cantidad óptima a invertir en cada acción, debemos primero resolver las ecuaciones (una por cada acción). Es decir, que existirán N ecuaciones con sus respectivas incógnitas (cantidad de dinero a invertir en cada papel). Por lo tanto, la proporción óptima a invertir en cada acción estará dada por,

$$X_k = Z_k / \sum Z_i \quad \text{para } i = 1 \dots N$$

Una de las dificultades que se presentan es el cálculo de la varianza del portfolio, conceptualmente ya sabemos como se determina[15]. Nosotros podemos acortar camino y medirla recordando,

$$\lambda = E(R_p) - R_f / \sigma^2_p$$

en consecuencia,

$$\sigma^2_p = E(R_p) - R_f / \lambda$$

también,

$$Z_i = \lambda X_i \text{ por lo que, } \sum Z_i = \lambda \sum X_i = \lambda.$$

Derivación del CAPM

Para desarrollar la derivación de la fórmula del CAPM debemos tener presente lo desarrollado arriba. Nuestra situación es obtener el portfolio óptimo, considerando que el inversor puede prestar y endeudarse en cantidades ilimitadas de dinero a la tasa de interés del activo libre de riesgo cuando las ventas están permitidas. La solución involucra encontrar la composición del portfolio que maximize la pendiente de la recta que pasa a través de la tasa libre de riesgo (eje vertical) y el portfolio óptimo. La función a maximizar es,

$$\theta = \frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p}$$

Cuando, en el desarrollo anterior, la derivada de θ fue tomada respecto a todas la acciones del portfolio y cada ecuación era igual a cero, un sistema de ecuaciones simultáneas de la siguiente forma fue derivado,

$$\lambda\sigma^2_p = E(R_K) - r_f$$

$$\lambda (X_1\sigma_{1k} + X_2\sigma_{2k} + X_3\sigma_{3k} +..+ X_k\sigma^2_k +.. + X_{N-1}\,\sigma_{N-1\,ik} + X_N\sigma_{Nk}) = E(R_k) - R_f \qquad (1)$$

Esta ecuación es tomada para cada una de las acciones que componen el portfolio, es decir que, en teoría, existiría una ecuación de esta naturaleza para cada acción del mercado. Si las expectativas son homogéneas, suponiendo que exista la misma información disponible, entonces todos los inversores deberán seleccionar el mismo portfolio. En consecuencia, si todos los inversores seleccionan el mismo portfolio, en equilibrio, este portfolio debe ser el portfolio en el cual todas las acciones son adquiridas en el mismo porcentaje que representan en el mercado. O sea, por ejemplo, la proporción invertida de la acción de Sevel Argentina S.A. debe ser la misma proporción que la fracción del valor de mercado que todas las acciones de SEVE representan en el mercado. Para llegar de (1) a la fórmula del CAPM debemos reconocer que el lado derecho de la ecuación es igual a $\lambda cov(R_k\, R_m)$. Para ello,

$$R_M = \Sigma R_i X'_i \qquad \text{para } i = 1...N$$

donde X'_i nos indica la proporción del mercado que representa cada acción.

$$cov(R_k R_M) = E\left[(R_k - E(R_k)) \; (\Sigma R_i X'_i - \Sigma E(R_i) X'_i) \right] \qquad \text{para } i = 1...N$$

reordenando el segundo término,

$$cov(R_k R_M) = E\left[(R_k - E(R_k)) (\Sigma X'_i (R_i - E(R_i)) \right]$$

multiplicando en el segundo término,

$$\begin{aligned} cov(R_k R_M) = E\Big[& X'_1 (R_k - E(R_k)) (R_1 - E(R_1)) + ... \\ & + X'_2 (R_k - E(R_k)) (R_2 - E(R_2)) + ... \\ & + X'_k (R_k - E(R_k)) (R_k - E(R_k)) + ... \\ & + X'_N (R_k - E(R_k)) (R_N - E(R_N)) \Big] \end{aligned}$$

Los valores esperados de las variables aleatorias es la suma de los valores esperados. Extrayendo X's como factor común,

$$\begin{aligned} cov(R_k R_M) = \; & X'_1 E(R_k - E(R_k)) (R_1 - E(R_1)) + ... \\ & X'_2 E(R_k - E(R_k)) (R_2 - E(R_2)) + ... \\ & + X'_k E(R_k - E(R_k))^2 + X'_N E(R_k - E(R_k)) (R_N - E(R_N)) \end{aligned} \qquad (2)$$

Habíamos mencionado que las X's en la expresión (1) eran las proporciones de mercado. Ahora, comparando la ecuación (2) con el lado izquierdo de la ecuación (1) nos muestra que son iguales. Entonces, la expresión (1) puede ser escrita como,

$$\lambda \operatorname{cov}(R_k R_M) = E(R_k) - R_f \tag{3}$$

Puesto que esto se aplica para todas las acciones (todos los posibles valores de K), debe tomarse para todos los portfolios de acciones. Un posible portfolio es el del mercado. De manera que, aplicando (3) para el portfolio del mercado asumiendo que cov $(R_M R_M) = \sigma^2_M$.

$$\lambda \sigma^2_M = E(R_M) - R_f$$

o lo que es lo mismo,

$$\lambda = E(R_M) - R_f / \sigma^2_M$$

sustituyendo el valor λ en la ecuación (3) y ordenando términos tenemos,

$$E(R_k) = R_f + \frac{E(R_M) - R_f}{\sigma^2_M} \operatorname{cov}(R_k R_M)$$

que no es más que la expresión conocida como,

$$\boxed{E(R_k) = R_f + \beta_K [E(R_M) - R_f]}$$

Esta expresión es, como mencionáramos en oportunidades precedentes, la *Security Market Line* o **SML**. Que nos representa el equilibrio de las acciones en el mercado.

Comentarios sobre la beta (β)

En Argentina no existen aún estudios que avalen si las β*'s* históricas sirven para predecirlas futuras. Pero según estudios de EE.UU. pareciera ser que las betas son bastante consistentes con la teoría. En años de suba los portfolios diversificados con betas altas tuvieron mejor comportamiento que los portfolios con bajas betas. En cambio en los años de baja, los que tuvieron peor comportamiento fueron los portfolios con elevadas betas. De manera que la beta parece una buena medida para predecir el riesgo de los portfolios diversificados. Esta situación es perfectamente consistente con la teoría de los mercados eficientes, la cual pregona que no hay posibilidades de obtener rendimientos extras para un nivel de riesgo dado. La teoría de la beta dice que la única forma de obtener rendimientos extras sería asumiendo un mayor riesgo. En otras palabras, es la expectativa legítima de los mercados dominados por inversores que son adversos al riesgo de ser compensados por asumir rendimientos extras y que no podría ser de otra manera, porque debe existir una prima por riesgo para inducir a los inversores a invertir en valores riesgosos.

Parece que el CAPM tuvo gran aceptación en la década del 80 en los EE.UU., según un artículo del *Wall Street* la beta era tan popular que sus basamentos teóricos justificaban la inversión de 65.000 millones de dólares[16]. Los gestores del dinero eran evaluados en su gestión en función de las predicciones de sus betas. Más allá del horizonte y de si estas cifras son ciertas o no, lo que nos debe interesar a nosotros como país emergente, en materia de mercado de capitales, es aprovechar esas experiencias y si es posible realizar variantes del modelo para adaptarlo al perfil de nuestro mercado. Según los expertos del norte dicen que el modelo estándar del CAPM posee grietas, es decir, la teoría no está a la altura de la realidad cotidiana. Mencionaré a continuación algunas de las críticas que se le realizan al modelo de las betas, las mismas han sido extraídas del libro de Burton Malkiel. Es menester realizar una aclaración previa, si bien lo que critica el mencionado autor es cierto, incluso cita estudios de prestigiosos académicos, no significa que el modelo no sirva, al contrario, con el tiempo mejorará su performance y de hecho existen otros modelos parientes alternativos y, por que no, el mismo CAPM será perfeccionado, todo es una cuestión de tiempo. Los que lo apoyaron en la década del 80 en EE.UU., hacia finales de la misma década terminaron odiándolo, pero no es culpa del modelo, tal vez se confiaron demasiado y le dieron una dimensión que aún está lejos de lograrla. Si el mercado fuera realmente eficiente llegaría un momento, luego de que todo el proceso de arbitraje hubiera culminado, en que todos estarían mirándose, todos tendrían la misma cartera de inversiones, todos sabrían correctamente cual es el precio de equilibrio de cada título o acción. En otras palabras, todos estarían sentados sobre la *Security Market Line* esperando, y ahora sí viene lo interesante, todos esperarían los próximos balances, pero como es un mercado eficiente y la información la conocen todos los inversores al mismo tiempo y además todos poseen el mismo portfolio cualquier compra o venta que hiciese unos de ellos llevaría consigo un reacomodamiento de las carteras de todos los demás inversores y un nuevo portfolio óptimo de mercado se habrá constituido. La pregunta relevante es, si compré una acción porque estaba subvaluada (alfa positivo) y ahora su precio de equilibrio es mayor, ¿quién me la va a comprar si todos tenemos el mismo portfolio y además es el portfolio óptimo de mercado, es la cartera del mercado!, la respuesta es nadie, porque si un inversor me compra las acciones ya estará suboptimizando su portfolio, ya no tendrá la mezcla óptima de acciones diversificadas, y eso no es posible en el contexto de mercados eficientes, porque según la teoría todos deben tener el mismo portfolio y la proporción en la tenencia de cada valor sobre el total del portfolio debe ser igual a la proporción del total de acciones de esa especie sobre el total del mercado. Nosotros sabemos de antemano que sería ingenuo pensar que esta situación ideal se cumpla en la realidad de cualquier mercado del mundo. Algunos serán mejor controlados que otros en cuanto a la transparencia de la información que llega a los inversores, dependerá de la eficiencia y efectividad de los órganos de contralor y de la larga trayectoria y conocimiento profundo de sus funcionarios. En el caso de nuestro mercado local está lejos de ser transparente, aún existe un elevado grado en la asimetría de la información (inside information), sumado a la incipiente profesionalización de nuestro mercado de capitales. No obstante, existe conciencia de que una mayor profesionalización en materia de mercado de capitales, tanto cualitativa como cuantitativa, permite acceder no sólo a mejores tecnologías de inversión, sino también, a una mejor formación intelectual. Es por ello la proliferación de cursos de posgrados y seminarios, dictados por prestigiosas instituciones locales, que se están dando por estos días y que contribuyen a mejorar la performance de nuestro mercado de capitales.

Críticas al Capital Asset Pricing Model (CAPM)

Una de las críticas que se le hacen al CAPM es que la teoría no predice lo que acontece en la realidad. Si escribimos la fórmula del CAPM,

$$E(R_i) = R_f + \beta_i[E(R_M) - R_f]$$

nos está indicando que si una acción o título tiene una beta igual a cero, en realidad el rendimiento de la acción o título debería, por definición del CAPM, ser igual a la tasa de rendimiento del activo libre de riesgo. La realidad demuestra que, lamentablemente, no es así.

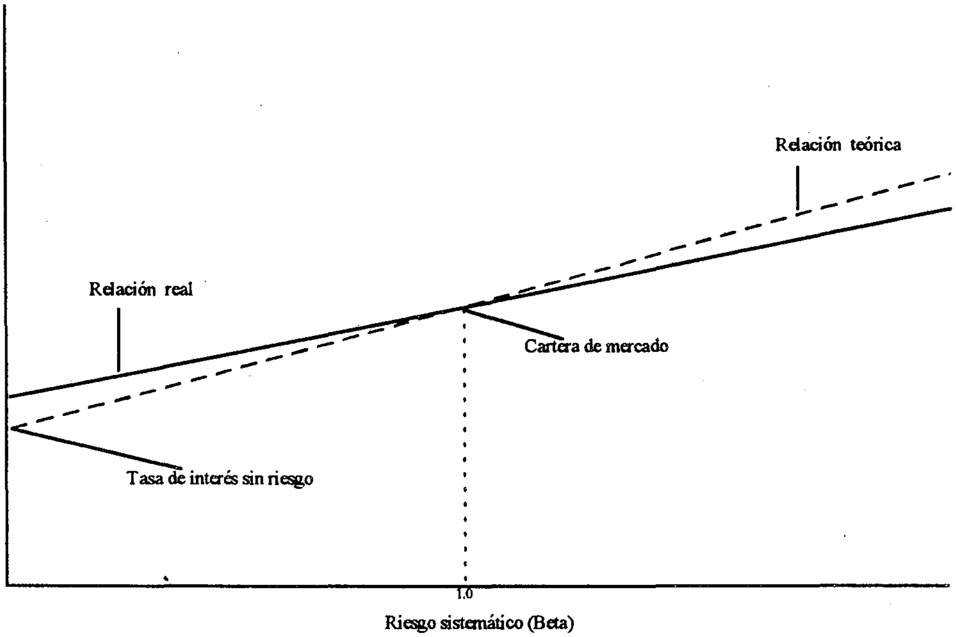
Existe un estudio de todas las acciones de la NYSE (New York Stock Exchange) para un período de 35 años. El estudio consistió en agrupar los valores de 10 portfolios del mismo tamaño, según sus betas para ese año. De esa manera, el portfolio I estaba formado por el 10% de los títulos de la NYSE con los valores de beta más elevados. El portfolio II contenía el 10% de los títulos con los valores de beta siguientes más elevados, y así sucesivamente. La conclusión de este estudio es que la SML formada con las carteras mencionadas no es igual a la relación teórica del CAPM, la línea real posee una tasa libre de riesgo más elevada que la teórica. Por lo tanto, se deduce que el mercado valoró algo de riesgo no sistemático o le dio valor a algo que no es riesgo sistemático. Además, en otro estudio realizado por Black, Jensen y Scholes acerca de la relación entre riesgo y rendimiento, pareciera que la SML real es más plana o que posee menor pendiente, es decir que, las acciones de bajo riesgo obtienen mayores rendimientos y las de alto riesgo obtienen *menor* rendimiento de lo que la teoría predice[17].

La figura 23 trata de expresar lo que acabamos de decir.

Fisher Black ya nos había expresado que estas discrepancias entre la teoría y la evidencia empírica existían porque con la presencia de inflación, el valor real futuro del rendimiento del dinero se transformaba en incierto. En consecuencia, lo que la teoría llama una tasa libre de riesgo es en realidad una tasa de rendimiento real arriesgada.

Otra de las críticas que merece mencionarse acerca de la beta es que su comportamiento en el corto plazo está lejos de ser estable, con el agravante de que a veces no funciona durante períodos más extensos. Además, como lo veremos en el estudio empírico de nuestro mercado, a veces los rendimientos de los papeles están correlacionados negativamente con sus correspondientes riesgos. Porsupuesto que dependerá del período que se analice. Es muy probable que una beta desde la convertibilidad sea diferente a una beta de las últimas 15, 30 ó 50 ruedas.

RIESGO SISTEMATICO (BETA) FRENTE A RENDIMIENTO MENSUAL PROMEDIO PARA DIEZ CARTERAS DE RIESGO DIFERENTE Y PARA LA CARTERA DE MERCADO, PARA 1931-1965



- Figura 23 -

Pero la teoría nos dice que deberían ser iguales, lo cual no es verdad. En otras palabras, una acción en un momento dado puede estar subvaluada (alfa positivo) si se la mide con una beta de 30 días y puede estar sobrevaluada (alfa negativo) si se la mide con una beta de un año, esto entra en contradicción con la teoría, la beta debe ser constante, independientemente del período de tiempo que involucre su cálculo. Inclusive existen rendimientos de acciones que prácticamente no tienen correlación con la beta. *No sucede lo mismo cuando se trata de portfolios diversificados, aquí la teoría tiene más consistencia con la realidad.*

Otra situación que suele darse en la realidad es que la SML tenga pendiente negativa, es decir que a mayor riesgo sistemático el mercado paga menos prima de riesgo que a betas menores. O sea, el mercado no está compensando adecuadamente a aquellos inversores que se arriesgan más, o lo que es lo mismo, se está castigando a aquellos inversores que están dispuestos a arriesgarse y, en consecuencia, es justo que se les premie con mayores rendimientos porque esa es la esencia de las inversiones de riesgo, y esto ya no es teoría, sino sentido común. De manera que a veces suceden hechos, en lo cotidiano, que no sólo están en contradicción con la teoría pura de la moderna ingeniería de la inversión , sino que también contradicen los principios básicos, reitero, de las inversiones de riesgo.

Una crítica interesante está emparentada con la anterior, y es que la medida de la beta para una determinada acción podría no ser un predictor confiable. Podría suceder que la beta no reflejase determinados cambios imprevistos en una empresa o en el sector de la empresa en cuestión. Cambios en el seno de la misma o en el contexto macroeconómico cambiarían el riesgo total del papel y por ende, su mezcla de riesgo sistemático y no sistemático. Una acción podría tener una volatilidad determinada en el pasado que no refleja las nuevas reglas de juego actuales. Por lo tanto, esas situaciones no reflejadas en los rendimientos pasados, podrían afectar de manera relevante a los retornos futuros. No se puede, de manera natural, prever lo que sucederá en el futuro en función de la información del pasado, al menos con un grado de certeza absoluta. Por lo tanto, cabría esperar que se pudiesen prever algunos rendimientos cercanos en el tiempo futuro, pero luego por causas que desconocemos en el presente, comenzarán a actuar fuerzas que no están bajo nuestro conocimiento provocando desviaciones considerables por exceso o por defecto y modificando las condiciones iniciales de predicción. Entonces, estos cambios del contexto económico o los propios cambios en la situación de la empresa provocan cambios en la sensibilidad de las acciones en relación al mercado.

A esta altura estamos en condiciones de intuir que, la beta para un portfolio diversificado es más exacta que la estimación de las betas de las acciones que lo componen. Ello es debido a la acción de la ley de los grandes números. La beta de un portfolio está conformada por la sumatoria del producto de las betas de las acciones individuales por sus respectivas participaciones en el portfolio. De manera que, cuando las estimaciones de algunas de ellas son elevadas son compensadas por las bajas estimaciones de las restantes.

Otro aspecto a tener en consideración, en el momento de administrar un portfolio aplicando el CAPM, es recordar que el índice de mercado representa a la cartera del mercado, y la teoría dice que ese índice debe contener a todos los activos de la economía, incluyendo al capital humano. Se pueden dar cuenta de que es un poco difícil construir tal índice. De hecho, en la realidad se trabaja con índices elaborados por los mercados de valores o las bolsas, por ejemplo en EE.UU. podría ser el S & P, en el caso de Argentina se podría utilizar el Merval o el índice general de la bolsa. Pero debe quedar claro que estos índices, ya sea en Argentina o en cualquier país del mundo, son sólo una proxy del mercado y por lo tanto, no reflejan todos los riesgos sistemáticos de los activos de la economía. El CAPM es un modelo sencillo de comprender, pero también es sencillo darse cuenta que la beta no puede representar a todo el riesgo sistemático de la economía de un país. Una alternativa podría ser construir un índice nosotros mismos, procurando que tenga menor varianza que el Merval, o el índice que tomemos de referencia para un rendimiento dado. En otras palabras, construir un índice con una determinada metodología (podría ser la metodología del Merval) que represente para nosotros el mercado.

Aplicación del CAPM al mercado de capitales argentino

A continuación desarrollaré un ejemplo real con fecha de estudio del 1ro de abril de 1991 (Plan de Convertibilidad) al 24 de febrero de 1994. Para este estudio he trabajado con 32 acciones que consideré como más representativas del mercado, ya sea por su liquidez como por el volumen de sus operaciones. En el cuadro 6 se exponen los papeles figurando en el mismo una serie de estadígrafos que son sumamente importantes para tener en cuenta en el análisis.

La información del cuadro precedente es útil a los efectos de considerarla el imput necesario para la confección de portfolios óptimos (diversificados) y proviene íntegramente de los precios de las acciones, en este caso. A continuación se explicará el significado del ítem que compone cada fila del cuadro 6.

Fila 1: promedio histórico de los rendimientos reales diarios ajustados por el índice de precios mayoristas nivel general publicado por el INDEC a fecha de estudio (24/02/94) de cada acción, incluido el índice MERVAL.

Fila 2: varianzas de los rendimientos de la fila 1[18].

Fila 3: desviaciones estándar de la fila 1.

Fila 4: es el cambio promedio en el precio de cada acción en la unidad de tiempo de análisis, en nuestro caso la unidad de tiempo es diaria.

Fila 5: error típico de la fila 4.

Fila 6: coeficiente de determinación. Exhibe que proporción de la varianza total del rendimiento de cada acción (fila 2) es explicada por los movimientos del mercado.

Fila 7: es el número de observaciones (diarias).

Fila 8: número de grados de libertad que equivalen a la fila 7 menos 2 (cantidad de parámetros, la media y la varianza).

Fila 9: pendiente de la recta ajustada según el método de los mínimos cuadrados. Esta pendiente es lo que conocemos como beta de un título o portfolio.

Fila 10: error típico de la fila 9.

Fila 11: tasa libre de riesgo. En este caso se ha tomado la tasa nominal anual para depósitos a plazo fijo con capitalización a 30 días del Banco Nación Argentina, expresada en tasa equivalente diaria.

Fila 12: idem fila 1 respecto al índice MERVAL, que en este sería representativo del mercado.

Fila 13: idem fila 9.

Fila 14: rendimiento esperado de una acción o título. En el contexto del CAPM representa el rendimiento que se correspondería a la cotización de una acción o título cuando supuestamente está en equilibrio. Forma parte del par *rendimiento-beta* que configura la *Security Market Line* y es el criterio que se tiene en cuenta para arbitraje.

Fila 15: es la porción de la varianza total de una acción o título, expresada en porcentaje, que corresponde al riesgo sistemático o de mercado.

Fila 16: es la porción de la varianza total de una acción o título, expresada en porcentaje, que corresponde a la parte no explicada por el método de regresión líneal, es lo que se conoce como varianza residual, y que en el contexto del CAPM sería el riesgo no sistemático o diversificable.

Fila 17: es la suma de la fila 15 y 16, es decir la varianza total del rendimiento de una acción o título. Por definición debe ser igual a la fila 2.

Fila 18[19]: es el ***coeficiente alfa*** de un activo. Este coeficiente surge de sustraerle al rendimiento real de la fila 1 el rendimiento esperado obtenido en la fila 14 determinando si una acción o título está subvaluado, en equilibrio o sobrevaluado si éste es positivo, cero o negativo respectivamente.

$$\alpha_i = R_i - E(R_i)$$

R_i : rendimiento promedio real de la acción i-ésima.
$E(R_i)$: rendimiento esperado o de equilibrio.

si $\alpha_i > 0 \Rightarrow$ acción subvaluada (encima de la línea SML)
si $\alpha_i = 0 \Rightarrow$ acción en equilibrio (sobre la SML)
si $\alpha_i < 0 \Rightarrow$ acción sobrevaluada (debajo de la línea SML)

Fila 19: es el curso de acción a seguir de cada activo individual, en función de la fila 18.

subvaluación	$\Rightarrow$	comprar
equilibrio	$\Rightarrow$	no comprar ni vender
sobrevaluación	$\Rightarrow$	vender

- Cuadro 6 -

FILA	CONCEPTOS	MERVAL	ACIN	ALPA	ASTRA	ATAN	BAES	BAGL	BSUD	CADI	CELU	CEPU	CINA
1	Rend. prom. (i)	0.17%	0.23%	0.19%	0.20%	-0.04%	0.18%	0.34%	0.58%	-0.30%	-0.09%	0.27%	0.34%
2	Varianza(i)	0.00104	0.00210	0.00172	0.00112	0.00254	0.00073	0.00167	0.00141	0.00083	0.00237	0.00082	0.00281
3	Desv. est. (i)	3.23%	4.59%	4.15%	3.35%	5.04%	2.70%	4.09%	3.76%	2.89%	4.87%	2.87%	5.30%
4	Constante		0.02%	0.00%	0.05%	-0.21%	0.15%	0.18%	0.15%	-0.33%	-0.27%	-0.24%	0.15%
5	Desv. estándar de fila 4		2.16%	2.22%	1.82%	3.84%	2.44%	2.84%	3.15%	2.86%	3.38%	2.21%	4.00%
6	Coef. Determ.		77.83%	71.49%	70.55%	42.05%	18.44%	51.87%	31.88%	2.48%	52.03%	42.48%	43.15%
7	No. Observ.		729	729	729	729	393	729	70	285	729	59	729
8	G° libertad		727	727	727	727	391	727	68	283	727	57	727
9	ßi		1.25	1.09	0.87	1.01	0.43	0.91	1.06	0.23	1.09	0.94	1.08
10	Desv. estándar de ßi		2.48%	2.54%	2.08%	4.40%	4.54%	3.26%	18.79%	8.51%	3.87%	14.47%	4.59%
11	Rf	0.058%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%
12	Rm		0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%
13	ßi (systematic risk)		1.25	1.09	0.87	1.01	0.43	0.91	1.06	0.23	1.09	0.94	1.08
14	E(Ri)		0.20%	0.18%	0.16%	0.17%	0.11%	0.16%	0.18%	0.08%	0.18%	0.16%	0.18%
15	Market Risk		0.16%	0.12%	0.08%	0.11%	0.02%	0.09%	0.12%	0.01%	0.12%	0.09%	0.12%
16	Non Market Risk		0.05%	0.05%	0.03%	0.15%	0.05%	0.08%	0.02%	0.08%	0.11%	-0.01%	0.16%
17	Total Var(i)		0.21%	0.17%	0.11%	0.25%	0.07%	0.17%	0.14%	0.08%	0.24%	0.08%	0.28%
18	Coef. Alfa(i)		0.0003	0.0001	0.0005	(0.0021)	0.0007	0.0018	0.0040	(0.0039)	(0.0027)	0.0011	0.0016
19	Decisión		COMPRAR	COMPRAR	COMPRAR	VENDER	COMPRAR	COMPRAR	COMPRAR	VENDER	VENDER	COMPRAR	COMPRAR

FILA	CONCEPTOS	COME	CORC	ERCA	FRAN	GALI	GARO	INDU	IPAK	IRSA	JMIN	LEDE	MOLI
1	Rend. prom. (i)	0.35%	0.32%	0.05%	0.39%	0.44%	-0.02%	-0.09%	-0.03%	0.66%	0.79%	0.35%	0.24%
2	Varianza(i)	0.00134	0.00177	0.00148	0.00147	0.00216	0.00228	0.00253	0.00319	0.00086	0.00148	0.00641	0.00169
3	Desv. est. (i)	3.66%	4.20%	3.84%	3.84%	4.65%	4.77%	5.03%	5.65%	2.93%	3.85%	8.00%	4.11%
4	Constante	0.21%	0.20%	-0.12%	0.23%	0.29%	-0.18%	-0.26%	-0.19%	0.30%	0.24%	0.19%	0.07%
5	Desv. estándar de fila 4	2.55%	3.40%	2.14%	2.56%	3.56%	3.74%	3.78%	4.71%	2.56%	3.13%	7.45%	2.66%
6	Coef. Determ.	51.27%	34.54%	69.13%	55.48%	41.83%	38.57%	43.56%	30.65%	26.37%	35.89%	13.45%	58.04%
7	No. Observ.	692	359	729	729	692	729	729	729	66	66	729	729
8	G° libertad	690	357	727	727	690	727	727	727	64	64	727	727
9	ßi	0.82	0.95	0.99	0.88	0.94	0.92	1.03	0.97	0.76	1.16	0.91	0.97
10	Desv. estándar de ßi	3.05%	6.93%	2.45%	2.94%	4.24%	4.29%	4.34%	5.40%	15.88%	19.45%	8.54%	3.05%
11	Rf	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%
12	Rm	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%
13	ßi (systematic risk)	0.82	0.95	0.99	0.88	0.94	0.92	1.03	0.97	0.76	1.16	0.91	0.97
14	E(Ri)	0.15%	0.17%	0.17%	0.16%	0.17%	0.16%	0.17%	0.17%	0.14%	0.19%	0.16%	0.17%
15	Market Risk	0.07%	0.09%	0.10%	0.08%	0.09%	0.09%	0.11%	0.10%	0.06%	0.14%	0.09%	0.10%
16	Non Market Risk	0.06%	0.08%	0.05%	0.07%	0.12%	0.14%	0.14%	0.22%	0.03%	0.01%	0.55%	0.07%
17	Total Var(i)	0.13%	0.18%	0.15%	0.15%	0.22%	0.23%	0.25%	0.32%	0.09%	0.15%	0.64%	0.17%
18	Coef. Alfa(i)	0.0019	0.0016	(0.0012)	0.0023	0.0027	(0.0018)	(0.0026)	(0.0019)	0.0051	0.0060	0.0019	0.0007
19	Decisión	COMPRAR	COMPRAR	VENDER	COMPRAR	COMPRAR	VENDER	VENDER	VENDER	COMPRAR	COMPRAR	COMPRAR	COMPRAR

Periodo de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

- Cuadro 6 (cont.) -

FILA	CONCEPTOS	PERE	PICA	POLL	SEVE	TEAR	TECO	TERR	YPFD	ZANE
1	Rend. prom. (i)	0.27%	0.29%	1.44%	-0.02%	0.21%	0.12%	0.10%	0.20%	-0.10%
2	Varianza(i)	0.00120	0.00188	0.00146	0.00107	0.00047	0.00058	0.00152	0.00027	0.00124
3	Desv. est. (i)	3.46%	4.34%	3.83%	3.27%	2.18%	2.40%	3.90%	1.65%	3.52%
4	Constante	0.11%	0.12%	0.94%	-0.06%	0.21%	0.12%	0.07%	0.01%	-0.14%
5	Desv. estándar de fila 4	1.77%	2.92%	3.24%	2.69%	1.50%	1.62%	3.00%	1.31%	2.27%
6	Coef. Determ.	73.88%	54.96%	30.28%	32.60%	52.59%	54.60%	41.08%	37.47%	58.59%
7	No. Observ.	729	729	66	412	542	477	415	161	415
8	G° libertad	727	727	64	410	540	475	413	159	413
9	ßi	0.92	1.00	1.06	0.66	0.58	0.64	0.88	0.60	0.96
10	Desv. estándar de ßi	2.03%	3.34%	20.17%	4.72%	2.38%	2.67%	5.21%	6.10%	3.95%
11	Rf	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%	0.06%
12	Rm	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%
13	ßi (systematic risk)	0.92	1.00	1.06	0.66	0.58	0.64	0.88	0.60	0.96
14	E(Ri)	0.16%	0.17%	0.18%	0.13%	0.12%	0.13%	0.16%	0.13%	0.17%
15	Market Risk	0.09%	0.10%	0.12%	0.05%	0.04%	0.04%	0.08%	0.04%	0.10%
16	Non Market Risk	0.03%	0.09%	0.03%	0.06%	0.01%	0.02%	0.07%	-0.01%	0.03%
17	Total Var(i)	0.12%	0.19%	0.15%	0.11%	0.05%	0.06%	0.15%	0.03%	0.12%
18	Coef. Alfa(i)	0.0011	0.0012	0.0126	(0.0015)	0.0009	(0.0001)	(0.0006)	0.0007	(0.0027)
19	Decisión	COMPRAR	COMPRAR	COMPRAR	VENDER	COMPRAR	VENDER	VENDER	COMPRAR	VENDER

Período de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

Con respecto a los criterios a tener en cuenta, a la hora de construir un portfolio óptimo, he analizado primero el caso con ventas (with short sales allowed)[20] y en segundo término sin ventas (without short sales allowed). Además, he utilizado dos metodologías diferentes para calcular las proporciones óptimas que debería poseer cada acción dentro del portfolio eficiente u óptimo, según el caso. La primera de ellas es la técnica de los *multiplicadores de Lagranje* y la otra es la aplicación de la *programación cuadrática.* No obstante, como comprobaremos más adelante, nos llevan a diferentes resultados en cuanto a las proporciones de las acciones que componen el portfolio diversificado.

Construcción de la frontera eficiente. With short sales allowed (Lagranje)

Oportunamente fue explicado la manera de despejar las incógnitas que nos desvelan a la hora de invertir cuando nos surgen preguntas tales como, ¿cuánto invierto en cada acción?, ¿cuál es la proporción que debo invertir en cada papel para que, a un determinado nivel de riesgo obtenga el mayor rendimiento posible en mi portfolio? o, ¿qué riesgo mínimo tendré si deseo un determinado rendimiento de mi inversión?. Son todas preguntas válidas y de sentido común, que en el momento de invertir, en el caso del inversor independiente o de asesorar en el caso de un portfolio manager, surgen y no son fáciles de contestar, ni de resolver. Todos reconocemos que no existe, al menos con la tecnología actual, la manera de predecir la cotización de las acciones con certeza. Estamos muy lejos aún de contar con modelos que sinteticen en unas pocas variables el universo de leyes que subyacen detrás de cada fenómeno y que alteran a cada momento las condiciones iniciales del mismo. Ante esta caótica perspectiva, debemos tomar lo que tenemos más a nuestro alcance para medir cuantitativamente el riesgo y, en consecuencia, determinar predictores que nos otorguen un aceptable nivel de confianza. Por otro lado, es aconsejable adoptar una metodología y disciplina en su aplicación, si descuidar el sentido común y la experiencia.

Comenzando con nuestro análisis podemos observar en el cuadro 7 como llegamos a determinar lo que a nosotros realmente nos incumbe, esto es la beta del portfolio o cartera de inversiones en acciones y su rendimiento. Este cuadro nos muestra la estructura de un portfolio eficiente posible. Recordemos que la beta de un portfolio está conformada por la suma de las betas de los activos que componen la cartera ponderadas por las respectivas proporciones de inversión en cada uno de ellos. Además, la contribución marginal al riesgo de una cartera de una acción está representado por el producto de su beta ponderada por su participación en el portfolio. Las proporciones de cada acción figuran en el mencionado cuadro y serían las incógnitas en el modelo de multiplicadores de Lagranje, que es el método para despejar las proporciones a invertir en cada acción. Observar que existen desinversiones iniciales en algunas acciones, esto significa que en el momento inicial de confeccionar el portfolio existe la posibilidad de vender en descubierto.

En el cuadro 7, se observa esta situación. Esta operatoria, obviamente, entraña un alto riesgo, pero como contraparte otorga un mayor rendimiento esperado de la cartera. Observar en la columna 3 donde figura para cada acción la proporción relativa dentro de la cartera, que determinadas acciones poseen una participación negativa. Esto significa que la participación de una acción dentro del portfolio diversificado puede ser positiva, nula o negativa. Se destaca también que, existen *aparentes inconsistencias* respecto al cuadro 6 en cuanto a la decisión de comprar o vender. Por ejemplo ACIN, en el cuadro 6, el papel posee un alfa positivo, es decir que en el análisis individual del activo la acción está subvaluada y el curso de acción correcto debería ser adquirir o comprar la acción con la expectativa de que en el futuro el precio sea mayor. En cambio, con respecto al cuadro 7 observamos la venta de posición o en descubierto (short sale allowed) de dicho papel. La pregunta relevante es ¿ porqué debo vender, si en el análisis de la acción individualmente considerada me indica que debo adquirirla porque está subvaluada y se supone que el precio subirá?. La respuesta a esta pregunta, en mi opinión, se debería responder en el marco de la conceptualización de diversificación de carteras. Recordemos que en este caso de *short sales allowed* o ventas permitidas, convierten al portfolio en más riesgoso que en el caso de ventas no permitidas o sin ventas (without short sales allowed) como veremos más adelante. En consecuencia, el rendimiento debe ser mayor para inducir a los inversores adversos al riesgo a invertir en un portfolio de activos riesgosos. Además, en la mezcla de acciones, en aras de obtener un portfolio eficiente, el sistema de ecuaciones se aboca a determinar para cada nivel de spread entre el rendimiento de cada acción y la tasa libre de riesgo, la proporción que mejor satisface el sistema, ya sean positivas, nulas o negativas. En la determinación del rendimiento esperado del portfolio, existe una suerte de interacción de inversiones (compras) y desinversiones (ventas) que necesariamente deben acontecer para obtener como resultante una cartera diversificada con el menor riesgo posible para un determinado nivel de rendimiento esperado.

- Cuadro 7 -

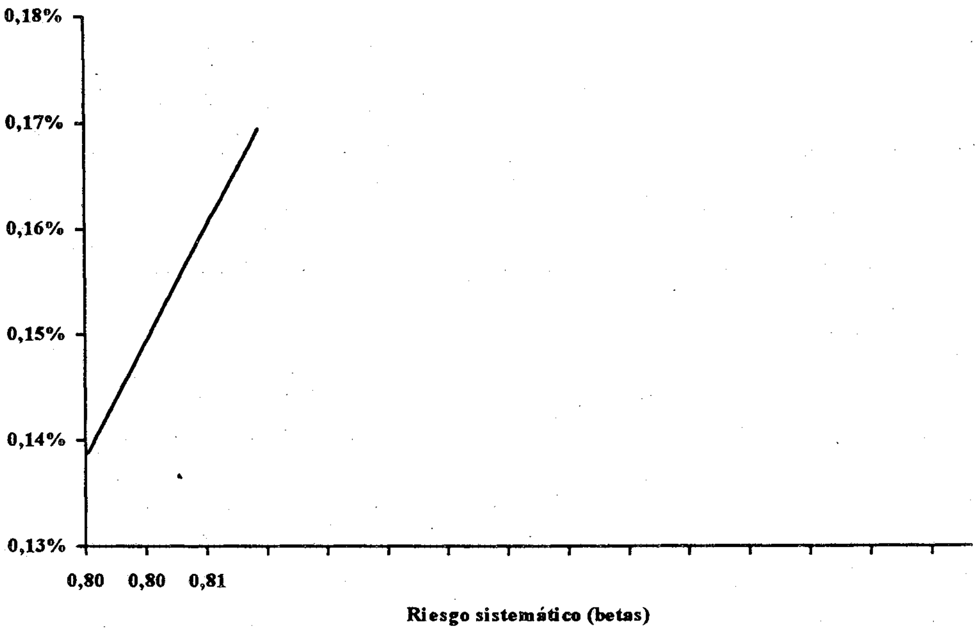
1	2	3	4	5	6	7	8	9		11
Especie	Z_i	**% inv.**	R_i	R_P	σ^2_P	σ_P	β_i		**% part.**	β_P
ACIN	-1.783	-42.03%	0.23%	-0.10%	0.0141	11.86%	1.25	-0.5265		
ALPA	-1.073	-25.31%	0.19%	-0.05%			1.09	-0.2749		
ASTR	-0.893	-21.08%	0.20%	-0.04%			0.87	-0.1832		
ATAN	0.100	2.37%	-0.04%	0.00%			1.01	0.0239	0.14%	0.0014
BAES	0.538	12.68%	0.18%	0.02%			0.43	0.0541	0.75%	0.0032
BAGL	2.531	56.67%	0.34%	0.20%			0.91	0.5439	3.55%	0.0323
BSUD	-5.631	-133.00%	0.58%	-0.77%			1.06	-1.4073		
CADI	-8.229	-194.04%	-0.30%	0.58%			0.23	-0.4432		
CELU	-3.201	-75.47%	-0.09%	0.06%			1.09	-0.8203		
CEPU	-13.88	-327.40%	0.27%	-0.90%			0.94	-3.0734		
CINA	1.668	39.32%	0.34%	0.13%			1.08	0.4238	2.34%	0.0252
COME	2.952	69.62%	0.35%	0.24%			0.82	0.5718	4.14%	0.0340
CORC	1.193	28.14%	0.32%	0.09%			0.95	0.2675	1.67%	0.0159
ERCA	-2.653	-62.57%	0.05%	-0.03%			0.99	-0.6182		
FRAN	3.060	72.16%	0.39%	0.28%			0.88	0.6376	4.29%	0.0379
GALI	0.276	6.52%	0.44%	0.03%			0.94	0.0616	0.39%	0.0037
GARO	-3.323	-78.37%	-0.02%	0.02%			0.92	-0.7182		
INDU	0.092	2.17%	-0.09%	0.00%			1.03	0.0223	0.13%	0.0013
IPAK	1.643	38.76%	-0.03%	-0.01%			0.97	0.3751	2.30%	0.0223
IRSA	12.361	291.48%	0.66%	1.91%			0.76	2.2164	17.32%	0.1317
JMIN	-5.007	-134.42%	0.79%	-1.06%			1.16	-1.5645		
LEDE	-0.372	-8.76%	0.35%	-0.03%			0.91	-0.0796		
MOLI	-3.292	-77.63%	0.24%	-0.18%			0.97	-0.7515		
PERE	6.274	147.93%	0.27%	0.40%			0.92	1.3609	8.79%	0.0809
PICA	3.221	75.95%	0.29%	0.22%			1.00	0.7559	4.51%	0.0449
POLL	11.061	260.82%	1.44%	3.76%			1.06	2.7732	15.50%	0.1648
SEVE	-4.090	-96.44%	-0.02%	0.02%			0.66	-0.6406		
TEAR	20.197	476.25%	0.21%	1.01%			0.58	2.7760	28.30%	0.1650
TECO	-5.076	-119.70%	0.12%	-0.15%			0.64	-0.7643		
TERR	1.127	26.58%	0.10%	0.03%			0.88	0.2348	1.58%	0.0140
YPFD	3.066	72.29%	0.20%	0.14%			0.60	0.4302	4.30%	0.0256
ZANE	-7.92	-186.70%	-0.10%	0.19%			0.96	-1.7833		
TOTAL	4.241	100.00%		6.02%				-0.120	100.00%	0.80

Expliquemos a continuación el cuadro anterior.

Columna 1: acciones bajo estudio.
Columna 2: son los multiplicadores de Lagranje.[21]
Columna 3: es el porcentaje de inversión o de desinversión de cada acción o título valor.
Columna 4: rendimiento promedio histórico (real) ajustado a fecha de estudio (24/02/94) por PMNG.
Columna 5: es el rendimiento del portfolio, expresado como la sumatoria de los rendimientos de cada acción ponderados por sus respectivas participaciones relativas en el portfolio (columna 3 x columna 4).
Columna 6: representa la varianza del portfolio. Recordemos que la varianza del portfolio se podía determinar de una manera sencilla aplicando la fórmula, que oportunamente se expuso: $R_p - r_f / \lambda = \sigma^2_p$
Columna 7: desviación estándar de la cartera.
Columna 8: betas correspondientes a cada acción.
Columna 9: esta columna nos muestra los porcentajes positivos o de inversión de la columna 3, a los efectos de calcular la siguiente columna.
Columna 10: es el porcentaje recalculado de inversión en cada acción, en función de la columna 9.
Columna 11: expresa la beta del portfolio. Calculada como la sumatoria de la beta de cada acción ponderada por la participación relativa (columna 8 x columna 10) en el portfolio de cada una de ellas.

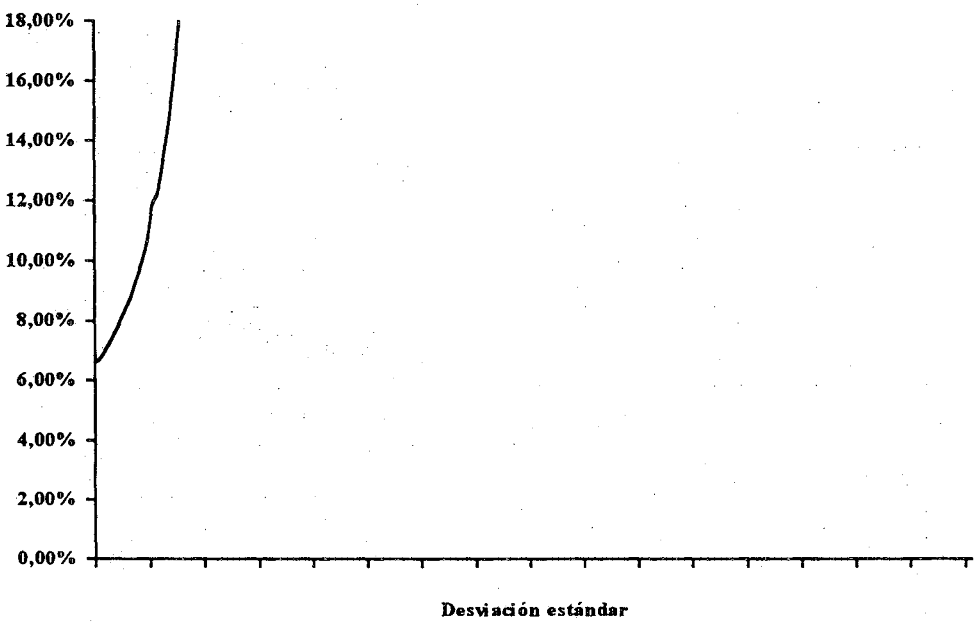
En el cuadro 8 se puede apreciar la estructura de 30 portfolios en función de la sensibilidad de la tasa libre de riesgo. Nuestro portfolio real, al 24/02/94 sería el n° 12. Con esta estructura podemos construir la Security Market Line en la figura 24, como así también la frontera eficiente de Markowitz en la figura 25.

SECURITY MARKET LINE (short sales allowed)



- Figura 24 -

RELACION ENTRE EL RENDIMIENTO Y LA DESVIACION STANDAR DE PORTFOLIOS
(with short sales allowed)



- Figura 25 -

FRONTERA EFICIENTE (Lagranje) CON VENTAS (With short Sales Allowed) **- Cuadro 8 -**

Portf. N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
R(Pi) real	3.25%	3.38%	3.52%	3.68%	3.85%	4.05%	4.26%	4.49%	4.76%	5.05%	5.39%	6.02%	6.23%	6.76%	7.39%
Std(Pi)	6.37%	6.63%	6.91%	7.22%	7.56%	7.94%	8.36%	8.82%	9.35%	9.94%	10.61%	11.86%	12.28%	13.34%	14.59%
ß(Pi)	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
rf	0.000%	0.005%	0.010%	0.015%	0.020%	0.025%	0.030%	0.035%	0.040%	0.045%	0.050%	0.058%	0.060%	0.065%	0.070%
E(Rp), SML	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%
ESPECIE	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.
ACIN	-26.01%	-26.78%	-27.61%	-28.52%	-29.52%	-30.62%	-31.85%	-33.21%	-34.73%	-36.45%	-38.41%	-42.03%	-43.26%	-46.32%	-49.96%
ALPA	-7.64%	-8.49%	-9.41%	-10.41%	-11.51%	-12.73%	-14.07%	-15.58%	-17.26%	-19.16%	-21.32%	-25.31%	-26.67%	-30.04%	-34.06%
ASTRA	-18.31%	-18.45%	-18.59%	-18.75%	-18.92%	-19.11%	-19.32%	-19.55%	-19.82%	-20.11%	-20.45%	-21.08%	-21.29%	-21.82%	-22.45%
ATAN	0.37%	0.46%	0.57%	0.68%	0.81%	0.94%	1.10%	1.27%	1.46%	1.67%	1.92%	2.37%	2.52%	2.91%	3.36%
BAES	6.59%	6.88%	7.20%	7.55%	7.93%	8.35%	8.81%	9.33%	9.91%	10.56%	11.30%	12.68%	13.15%	14.31%	15.69%
BAGL	27.90%	29.42%	31.07%	32.88%	34.86%	37.04%	39.47%	42.16%	,45.19%	48.60%	52.49%	59.67%	62.12%	68.18%	75.40%
BSUD	-71.25%	-74.19%	-77.39%	-80.88%	-84.72%	-88.95%	-93.64%	-98.87%	-104.72%	-111.33%	-118.85%	-132.77%	-137.50%	-149.25%	-163.23%
CADI	-93.96%	-98.74%	-103.94%	-109.63%	-115.88%	-122.76%	-130.39%	-138.89%	-148.42%	-159.17%	-171.41%	-194.04%	-201.74%	-220.85%	-243.60%
CELU	-38.75%	-40.51%	-42.42%	-44.50%	-46.79%	-49.32%	-52.12%	-55.24%	-58.73%	-62.68%	-67.17%	-75.47%	-78.29%	-85.30%	-93.65%
CEPU	-170.30%	-177.81%	-185.98%	-194.91%	-204.72%	-215.52%	-227.50%	-240.83%	-255.79%	-272.67%	-291.87%	-327.40%	-339.48%	-369.48%	-405.19%
CINA	23.00%	23.78%	24.63%	25.56%	26.58%	27.70%	28.94%	30.33%	31.88%	33.63%	35.63%	39.32%	40.58%	43.69%	47.40%
COME	34.07%	35.77%	37.62%	39.64%	41.86%	44.30%	47.01%	50.03%	53.41%	57.24%	61.58%	69.62%	72.36%	79.15%	87.23%
CORC	16.45%	17.00%	17.61%	18.28%	19.01%	19.81%	20.70%	21.70%	22.81%	24.07%	25.49%	28.14%	29.04%	31.27%	33.93%
ERCA	-33.85%	-35.22%	-36.71%	-38.35%	-40.14%	-42.11%	-44.30%	-46.74%	-49.48%	-52.56%	-56.07%	-62.57%	-64.78%	-70.26%	-76.79%
FRAN	42.45%	43.87%	45.41%	47.10%	48.96%	51.00%	53.26%	55.79%	58.61%	61.81%	65.44%	72.16%	74.44%	80.12%	86.87%
GALI	2.21%	2.42%	2.64%	2.89%	3.16%	3.45%	3.78%	4.15%	4.56%	5.02%	5.55%	6.52%	6.85%	7.67%	8.65%
GARO	-39.41%	-41.28%	-43.30%	-45.52%	-47.95%	-50.63%	-53.60%	-56.90%	-60.61%	-64.80%	-69.56%	-78.37%	-81.36%	-88.80%	-97.66%
INDU	-2.10%	-1.90%	-1.67%	-1.43%	-1.17%	-0.87%	-0.55%	-0.18%	0.22%	0.68%	1.20%	2.17%	2.50%	3.31%	4.28%
IPAK	21.04%	21.89%	22.81%	23.81%	24.92%	26.14%	27.49%	28.99%	30.68%	32.58%	34.75%	38.76%	40.12%	43.50%	47.53%
IRSA	153.00%	159.62%	166.82%	174.70%	183.34%	192.86%	203.42%	215.17%	228.36%	243.24%	260.16%	291.48%	302.13%	328.57%	360.04%
JMIN	-71.69%	-74.68%	-77.95%	-81.51%	-85.43%	-89.74%	-94.52%	-99.85%	-105.82%	-112.56%	-120.23%	-134.42%	-139.24%	-151.22%	-165.48%
LEDE	-0.31%	-0.72%	-1.16%	-1.64%	-2.17%	-2.75%	-3.39%	-4.11%	-4.91%	-5.82%	-6.85%	-8.76%	-9.41%	-11.03%	-12.95%
MOLI	-44.96%	-46.52%	-48.22%	-50.08%	-52.12%	-54.36%	-56.85%	-59.63%	-62.74%	-66.25%	-70.24%	-77.63%	-80.14%	-86.38%	-93.80%
PERE	76.24%	79.67%	83.40%	87.47%	91.95%	96.88%	102.34%	108.43%	115.26%	122.95%	131.72%	147.93%	153.44%	167.13%	183.42%
PICA	43.88%	45.41%	47.08%	48.90%	50.90%	53.11%	55.55%	58.27%	61.33%	64.77%	68.69%	75.95%	78.41%	84.54%	91.82%
POLL	141.34%	147.05%	153.27%	160.06%	167.52%	175.73%	184.84%	194.98%	206.36%	219.19%	233.80%	260.82%	270.01%	292.82%	319.98%
SEVE	-52.07%	-54.19%	-56.50%	-59.02%	-61.79%	-64.84%	-68.22%	-71.99%	-76.21%	-80.98%	-86.40%	-96.44%	-99.85%	-108.32%	-118.41%
TEAR	229.71%	241.49%	254.31%	268.33%	283.71%	300.67%	319.46%	340.39%	363.86%	390.35%	420.49%	476.25%	495.20%	542.28%	598.31%
TECO	-44.66%	-48.24%	-52.15%	-56.41%	-61.09%	-66.26%	-71.98%	-78.35%	-85.49%	-93.55%	-102.73%	-119.70%	-125.47%	-139.80%	-156.85%
TERR	12.60%	13.27%	13.99%	14.79%	15.66%	16.62%	17.69%	18.87%	20.21%	21.71%	23.42%	26.68%	27.65%	30.32%	33.50%
YPFD	78.37%	78.08%	77.77%	77.42%	77.04%	76.62%	76.16%	75.64%	75.06%	74.41%	73.66%	72.29%	71.82%	70.66%	69.27%
ZANE	-93.95%	-98.38%	-103.20%	-108.48%	-114.27%	-120.65%	-127.71%	-135.59%	-144.42%	-154.39%	-165.73%	-186.70%	-193.84%	-211.55%	-232.63%
TOTAL	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Período de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

Portf. N°	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
R(Pi) real	8.16%	9.10%	10.29%	11.84%	13.96%	17.02%	21.81%	30.40%	50.26%	145.80%	-160.66%	-51.67%	-51.67%	-21.86%	-13.95%
Std(Pi)	16.11%	17.99%	20.37%	23.48%	27.72%	33.83%	43.41%	60.60%	100.32%	291.49%	321.74%	103.66%	103.67%	44.01%	34.19%
ß(Pi)	0.80	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.80	0.80	0.80	0.80
rf	0.075%	0.080%	0.085%	0.090%	0.095%	0.100%	0.105%	0.110%	0.115%	0.120%	0.125%	0.130%	0.135%	0.140%	0.145%
E(Rp), SML	0.15%	0.15%	0.15%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%
ESPECIE	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.
ACIN	-54.37%	-59.80%	-66.69%	-75.68%	-87.93%	-105.59%	-133.28%	-182.89%	-297.59%	-849.50%	920.88%	291.26%	291.26%	119.03%	90.64%
ALPA	-38.92%	-44.92%	-52.51%	-62.43%	-75.94%	-95.43%	-125.97%	-180.70%	-307.23%	-916.08%	1036.93%	342.36%	342.36%	152.37%	121.05%
ASTRA	-23.21%	-24.15%	-25.33%	-26.89%	-29.00%	-32.05%	-36.83%	-45.39%	-65.19%	-160.44%	145.12%	36.45%	36.45%	6.72%	1.82%
ATAN	3.91%	4.59%	5.45%	6.57%	8.10%	10.31%	13.77%	19.97%	34.30%	103.25%	-117.93%	-39.27%	-39.27%	-17.75%	-14.21%
BAES	17.37%	19.43%	22.05%	25.47%	30.12%	36.83%	47.35%	66.21%	109.79%	319.52%	-353.23%	-113.97%	-113.97%	-48.52%	-37.74%
BAGL	84.14%	94.93%	108.58%	126.42%	150.72%	185.75%	240.67%	339.09%	566.62%	1661.44%	-1850.45%	-601.47%	-601.47%	-259.83%	-203.52%
BSUD	-180.15%	-201.03%	-227.47%	-262.02%	-309.06%	-376.90%	-483.24%	-673.82%	-1114.39%	-3234.31%	3565.84%	1147.42%	1147.42%	485.89%	376.85%
CADI	-271.12%	-305.10%	-348.11%	-404.31%	-480.84%	-591.21%	-764.21%	-1074.25%	-1790.98%	-5239.75%	5822.99%	1888.61%	1888.61%	812.41%	635.02%
CELU	-103.75%	-116.21%	-131.99%	-152.60%	-180.68%	-221.17%	-284.64%	-398.37%	-661.31%	-1926.50%	2131.90%	688.56%	688.56%	293.75%	228.68%
CEPU	-448.38%	-501.72%	-569.23%	-657.43%	-777.57%	-950.80%	-1222.34%	-1708.98%	-2833.96%	-8247.19%	9116.99%	2941.55%	2941.55%	1252.34%	973.91%
CINA	51.89%	57.43%	64.44%	73.61%	86.09%	104.08%	132.29%	182.84%	299.71%	862.05%	-941.79%	-300.27%	-300.27%	-124.79%	-95.86%
COME	97.01%	109.08%	124.36%	144.32%	171.51%	210.72%	272.18%	382.33%	636.95%	1862.17%	-2068.01%	-670.27%	-670.27%	-287.93%	-224.91%
CORC	37.15%	41.12%	46.14%	52.71%	61.65%	74.55%	94.76%	130.99%	214.73%	617.70%	-674.92%	-215.21%	-215.21%	-89.46%	-68.73%
ERCA	-84.69%	-94.44%	-106.78%	-122.91%	-144.88%	-176.55%	-226.20%	-315.17%	-520.86%	-1510.60%	1664.22%	535.12%	535.12%	226.27%	175.36%
FRAN	95.04%	105.12%	117.89%	134.57%	157.29%	190.05%	241.40%	333.43%	546.18%	1569.90%	-1713.91%	-546.05%	-546.05%	-226.59%	-173.94%
GALI	9.83%	11.30%	13.15%	15.56%	18.85%	23.60%	31.04%	44.38%	75.20%	223.54%	-252.28%	-83.06%	-83.06%	-36.77%	-29.14%
GARO	-108.37%	-121.59%	-138.33%	-160.20%	-189.99%	-232.95%	-300.27%	-420.94%	-699.89%	-2042.14%	2263.45%	732.20%	732.20%	313.34%	244.30%
INDU	5.45%	6.90%	8.74%	11.13%	14.39%	19.10%	26.47%	39.69%	70.25%	217.27%	-254.35%	-86.62%	-86.62%	-40.74%	-33.18%
IPAK	52.40%	58.42%	66.03%	75.98%	89.53%	109.07%	139.69%	194.58%	321.47%	932.01%	-1026.45%	-329.94%	-329.94%	-139.42%	-108.01%
IRSA	398.12%	445.13%	504.64%	582.39%	688.28%	840.99%	1080.33%	1509.29%	2500.92%	7272.48%	-8033.41%	-2589.98%	-2589.98%	-1101.00%	-855.57%
JMIN	-182.73%	-204.03%	-230.99%	-266.21%	-314.18%	-383.36%	-491.80%	-686.13%	-1135.37%	-3297.03%	3637.01%	1170.97%	1170.97%	496.42%	385.23%
LEDE	-15.27%	-18.14%	-21.77%	-26.51%	-32.97%	-42.28%	-56.89%	-83.05%	-143.55%	-434.64%	499.10%	167.02%	167.02%	76.19%	61.21%
MOLI	-102.78%	-113.87%	-127.91%	-146.25%	-171.23%	-207.25%	-263.72%	-364.91%	-598.83%	-1724.42%	1886.19%	602.10%	602.10%	250.85%	192.96%
PERE	203.14%	227.47%	258.28%	298.53%	353.34%	432.39%	556.30%	778.36%	1291.70%	3761.81%	-4161.65%	-1343.73%	-1343.73%	-572.92%	-445.87%
PICA	100.64%	111.53%	125.31%	143.32%	167.84%	203.21%	258.64%	357.99%	587.64%	1692.72%	-1852.07%	-591.39%	-591.39%	-246.55%	-189.71%
POLL	352.83%	393.39%	444.74%	511.82%	603.18%	734.93%	941.44%	1311.54%	2167.12%	6284.00%	-6921.86%	-2225.30%	-2225.30%	-940.61%	-728.85%
SEVE	-130.61%	-145.67%	-164.74%	-189.65%	-223.58%	-272.51%	-349.20%	-486.65%	-804.39%	-2333.30%	2571.04%	826.85%	826.85%	349.74%	271.10%
TEAR	666.11%	749.80%	855.75%	994.17%	1182.70%	1454.56%	1880.69%	2644.38%	4409.84%	12904.92%	-14345.04%	-4653.79%	-4653.79%	-2002.87%	-1565.92%
TECO	-177.49%	-202.96%	-235.21%	-277.34%	-334.73%	-417.48%	-547.18%	-779.63%	-1317.00%	-3902.73%	4391.60%	1441.78%	1441.78%	634.89%	501.90%
TERR	37.34%	42.08%	48.09%	55.94%	66.62%	82.03%	106.19%	149.48%	249.56%	731.14%	-813.62%	-264.24%	-264.24%	-113.96%	-89.19%
YPFD	67.60%	65.53%	62.92%	59.50%	54.85%	48.14%	37.62%	18.77%	-24.82%	-234.52%	438.15%	198.92%	198.92%	133.48%	122.70%
ZANE	-258.13%	-289.62%	-329.48%	-381.56%	-452.49%	-554.78%	-715.10%	-1002.43%	-1666.65%	-4862.78%	5389.55%	1743.38%	1743.38%	746.02%	581.63%
TOTAL	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Período de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

Recordemos que para este análisis se ha trabajado con una base de precios que abarca desde el 1/4/91 al 24/2/94. De manera que, los precios de las acciones contienen la información de lo sucedido en un lapso de tiempo donde el mercado de capitales argentino tuvo comportamientos tales como, la suba del año 91, la caída de junio del 92, hasta su recuperación en febrero de este año, donde cayó nuevamente. No obstante, se debe dejar en claro que para construir la frontera eficiente se fue variando la tasa libre de riesgo tal como lo indica el cuadro 8. Ello es así porque, para cada tasa libre de riesgo existe un portfolio eficiente. Nuestro portfolio, al 24/2/94 sería en N° 12 (la tasa libre de riesgo de ese día fue de 0,058 % diario, tasa nominal anual para plazo fijo a 30 días del Banco Nación Argentina, convertida en equivalente diaria) con un rendimiento diario de 6,02 % y una beta de 0,80. El rendimiento parece alejado de la realidad, pero recordemos que existe un elevado riesgo total en portfolios que contienen ventas (sobretodo si son en descubierto). En este contexto, el individuo que invierte en el mercado paga prima por riesgo sólo por las compras, o sea por las acciones o títulos valores que conformarán el portfolio, y en cuanto a las ventas, si son ventas de posición podrá recibir una cantidad de dinero mayor, igual o menor que la invertida en su momento y podrá aplicarla o no a la inversión en otros títulos valores, o invertir a la tasa libre de riesgo, en cuyo caso se ubicará en algún punto de la *capital market line*, que es la línea que pasa por la tasa libre de riesgo y es tangente a la frontera eficiente, donde se encuentra el portfolio del mercado.

Como consecuencia de lo anterior, las betas de las acciones varían significativamente según el período de tiempo que se tome para su cálculo. Esto es, la beta de una acción desde la convertibilidad puede resultar menor a 1, pero si se toma desde el 1/1/94 puede resultar mayor a 1. A medida que disminuye el período de cálculo la estimación se convierte en menos confiable. Esta situación concreta arroja luz respecto a que el período elegido para el cálculo de la beta es sumamente importante. No es cuestión de elegir un período de tiempo demasiado prolongado ya que neutralizaría los últimos movimientos del mercado, pero tampoco tomar como base un período demasiado corto.

A continuación, en la página siguiente, analizaremos la aplicación del CAPM para el caso en que no están permitidas las ventas. Que por otro lado, es el caso más común.

Without Short Sales Allowed (sin ventas)

El caso que analizaremos ahora es más realista que el anterior. La metodología que emplearemos será la misma que en el caso de portfolios con ventas. En el cuadro 9, podemos observar la estructura de un portfolio eficiente (portfolio real, N° 12). Existe una pequeña variante con respecto al cuadro 7, la columna 3 refleja sólo los valores de Z_i (multiplicadores de Lagranje) positivos. El resto del cuadro es exactamente igual al cuadro 7.

- Cuadro 9 -

1	2	3	4	5	6	7	8	9		11
Especie	Z_i	Z'_i	**% inv.**	R_i	R_P	σ^2_P	σ_P	β_i	**% part.**	β_P
ACIN	-1.783			0.23%		6.23E-05	0.79%	1.25		
ALPA	-1.073			0.19%				1.09		
ASTR	-0.893			0.20%				0.87		
ATAN	0.100	0.100486	0.14%	-0.04%	0.00%			1.01	0.14%	0.0014
BAES	0.538	0.537757	0.75%	0.18%	0.00%			0.43	0.75%	0.0032
BAGL	2.531	2.530672	3.55%	0.34%	0.01%			0.91	3.55%	0.0323
BSUD	-5.631			0.58%				1.06		
CADI	-8.229			-0.30%				0.23		
CELU	-3.201			-0.09%				1.09		
CEPU	-13.88			0.27%				0.94		
CINA	1.668	1.667568	2.34%	0.34%	0.01%			1.08	2.34%	0.0252
COME	2.952	2.952711	4.14%	0.35%	0.01%			0.82	4.14%	0.0340
CORC	1.193	1.193394	1.67%	0.32%	0.01%			0.95	1.67%	0.0159
ERCA	-2.653			0.05%				0.99		
FRAN	3.060	3.060187	4.29%	0.39%	0.02%			0.88	4.29%	0.0379
GALI	0.276	0.276458	0.39%	0.44%				0.94	0.39%	0.0037
GARO	-3.323			-0.02%				0.92		
INDU	0.092	0.091908	0.13%	-0.09%	0.00%			1.03	0.13%	0.0013
IPAK	1.643	1.643674	2.30%	-0.03%	0.00%			0.97	2.30%	0.0223
IRSA	12.361	12.36155	17.32%	0.66%	0.11%			0.76	17.32%	0.1317
JMIN	-5.007			0.79%				1.16		
LEDE	-0.372			0.35%				0.91		
MOLI	-3.292			0.24%				0.97		
PERE	6.274	6.27362	8.79%	0.27%	0.02%			0.92	8.79%	0.0809
PICA	3.221	3.220819	4.51%	0.29%	0.01%			1.00	4.51%	0.0449
POLL	11.061	11.06127	15.50%	1.44%	0.22%			1.06	15.50%	0.1648
SEVE	-4.090			-0.02%				0.66		
TEAR	20.197	20.19731	28.30%	0.21%	0.06%			0.58	28.30%	0.1650
TECO	-5.076			0.12%				0.64		
TERR	1.127	1.127071	1.58%	0.10%	0.00%			0.88	1.58%	0.0140
YPFD	3.066	3.065645	4.30%	0.20%	0.01%			0.60	4.30%	0.0256
ZANE	-7.92			-0.10%				0.96		
TOTAL	4.241	71.3621	100.00%		0.50%				100.00%	0.80

En el cuadro 10 se expone la estructura de 30 portfolios eficientes. La técnica utilizada es la misma que en el cuadro 8.

Como es de esperar, si confeccionamos un portfolio eficiente partiendo de cero posición de acciones o títulos, entonces el rendimiento esperado (promedio histórico) para el mismo debe ser menor para un mismo nivel de riesgo sistemático, respecto de un portfolio que contiene ventas de posiciones o en descubierto. Compare el portfolio N° 12 del cuadro 8 con el N° 12 del cuadro 10.

FRONTERA E ICIENTE (Lagranje) SIN VENTAS (Without short Sales Allowed) **- Cuadro 10 -**

Portfolios ópti os

Portf. N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	1
R(Pi)	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	
Std(Pi)	0.83%	0.83%	0.82%	0.82%	0.82%	0.81%	0.81%	0.81%	0.80%	0.80%	0.79%	0.79%	0.79%	0.78%	
ß(Pi)	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	
rf	0.000%	0.005%	0.010%	0.015%	0.020%	0.025%	0.030%	0.035%	0.040%	0.045%	0.050%	0.058%	0.060%	0.065%	0.
E(Rp), SML	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.14%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	
ESPECIE	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% I
ACIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0
ALPA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0
ASTRA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0
ATAN	0.04%	0.05%	0.06%	0.07%	0.07%	0.08%	0.09%	0.10%	0.11%	0.12%	0.12%	0.14%	0.14%	0.15%	0
BAES	0.73%	0.73%	0.73%	0.73%	0.74%	0.74%	0.74%	0.74%	0.75%	0.75%	0.75%	0.75%	0.75%	0.76%	0
BAGL	3.07%	3.11%	3.15%	3.19%	3.23%	3.27%	3.32%	3.36%	3.40%	3.44%	3.44%	3.55%	3.57%	3.61%	3
BSUD	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.
CADI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.
CELU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.
CEPU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.
CINA	2.53%	2.51%	2.50%	2.48%	2.46%	2.45%	2.43%	2.42%	2.40%	2.38%	2.38%	2.34%	2.33%	2.31%	2.
COME	3.75%	3.78%	3.81%	3.85%	3.88%	3.92%	3.95%	3.98%	4.02%	4.05%	4.05%	4.14%	4.15%	4.19%	4.
CORC	1.81%	1.80%	1.79%	1.77%	1.76%	1.75%	1.74%	1.73%	1.72%	1.70%	1.70%	1.67%	1.67%	1.65%	1.
ERCA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.
FRAN	4.67%	4.64%	4.60%	4.57%	4.54%	4.51%	4.48%	4.44%	4.41%	4.38%	4.38%	4.29%	4.27%	4.24%	4.
GALI	0.24%	0.26%	0.27%	0.28%	0.29%	0.31%	0.32%	0.33%	0.34%	0.36%	0.36%	0.39%	0.39%	0.41%	0.
GARO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0
INDU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.02%	0.05%	0.06%	0.13%	0.14%	0.18%	0.2
IPAK	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.31%	2.30%	2.30%	2.30%	2.3
IRSA	16.83%	16.87%	16.92%	16.96%	17.00%	17.05%	17.09%	17.14%	17.18%	17.22%	17.22%	17.32%	17.34%	17.38%	17.4
JMIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0
LEDE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0
MOLI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0
PERE	8.39%	8.42%	8.46%	8.49%	8.53%	8.56%	8.60%	8.64%	8.67%	8.70%	8.70%	8.79%	8.81%	8.84%	8.8
PICA	4.83%	4.80%	4.77%	4.75%	4.72%	4.69%	4.67%	4.64%	4.61%	4.59%	4.59%	4.51%	4.50%	4.47%	4.4
POLL	15.55%	15.54%	15.54%	15.54%	15.54%	15.53%	15.53%	15.53%	15.53%	15.52%	15.52%	15.50%	15.50%	15.49%	15.4
SEVE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0
TEAR	25.26%	25.53%	25.79%	26.05%	26.31%	26.58%	26.84%	27.11%	27.38%	27.64%	27.64%	28.30%	28.42%	28.69%	28.9
TECO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0
TERR	1.39%	1.40%	1.42%	1.44%	1.45%	1.47%	1.49%	1.50%	1.52%	1.54%	1.54%	1.58%	1.59%	1.60%	1.
YPFD	8.62%	8.25%	7.89%	7.52%	7.15%	6.77%	6.40%	6.02%	5.65%	5.27%	5.27%	4.30%	4.12%	3.74%	3.3
ZANE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.0
TOTAL	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.0

Período de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

Portf. N°	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
R(Pi)	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%	0.50%
Std(Pi)	0.78%	0.77%	0.77%	0.76%	0.76%	0.76%	0.75%	0.75%	0.74%	0.74%	0.73%	0.72%	0.72%	0.71%	0.70%
ß(Pi)	0.80	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.81	0.80	0.80	0.80	0.80
rf	0.075%	0.080%	0.085%	0.090%	0.095%	0.100%	0.105%	0.110%	0.115%	0.120%	0.125%	0.130%	0.135%	0.140%	0.145%
E(Rp), SML	0.15%	0.15%	0.15%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.16%	0.17%	0.17%
ESPECIE	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.
ACIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ALPA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ASTRA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ATAN	0.17%	0.18%	0.19%	0.20%	0.21%	0.22%	0.23%	0.23%	0.24%	0.25%	0.26%	0.27%	0.28%	0.28%	0.29%
BAES	0.76%	0.76%	0.77%	0.77%	0.77%	0.77%	0.78%	0.78%	0.78%	0.78%	0.78%	0.78%	0.78%	0.78%	0.78%
BAGL	3.69%	3.73%	3.77%	3.82%	3.86%	3.90%	3.94%	3.99%	4.02%	4.05%	4.08%	4.10%	4.13%	4.16%	4.18%
BSUD	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CADI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CELU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CEPU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CINA	2.28%	2.26%	2.24%	2.22%	2.20%	2.19%	2.17%	2.15%	2.13%	2.10%	2.08%	2.05%	2.02%	2.00%	1.97%
COME	4.25%	4.29%	4.32%	4.36%	4.39%	4.43%	4.46%	4.50%	4.52%	4.54%	4.56%	4.57%	4.59%	4.61%	4.62%
CORC	1.63%	1.62%	1.60%	1.59%	1.58%	1.57%	1.55%	1.54%	1.52%	1.51%	1.49%	1.47%	1.45%	1.43%	1.41%
ERCA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
FRAN	4.17%	4.13%	4.10%	4.06%	4.03%	3.99%	3.96%	3.92%	3.88%	3.83%	3.78%	3.73%	3.68%	3.63%	3.58%
GALI	0.43%	0.44%	0.46%	0.47%	0.48%	0.50%	0.51%	0.52%	0.53%	0.55%	0.56%	0.57%	0.58%	0.59%	0.60%
GARO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
INDU	0.24%	0.27%	0.30%	0.34%	0.37%	0.40%	0.43%	0.47%	0.50%	0.53%	0.56%	0.59%	0.62%	0.65%	0.68%
IPAK	2.30%	2.30%	2.30%	2.29%	2.29%	2.29%	2.29%	2.29%	2.28%	2.27%	2.26%	2.25%	2.24%	2.23%	2.22%
IRSA	17.46%	17.50%	17.54%	17.58%	17.63%	17.67%	17.71%	17.75%	17.76%	17.73%	17.70%	17.67%	17.65%	17.62%	17.59%
JMIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
LEDE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
MOLI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
PERE	8.91%	8.94%	8.98%	9.01%	9.05%	9.08%	9.12%	9.15%	9.17%	9.17%	9.17%	9.17%	9.17%	9.17%	9.17%
PICA	4.41%	4.39%	4.36%	4.33%	4.30%	4.27%	4.24%	4.21%	4.17%	4.13%	4.08%	4.04%	3.99%	3.94%	3.90%
POLL	15.48%	15.47%	15.46%	15.45%	15.45%	15.44%	15.43%	15.42%	15.39%	15.32%	15.25%	15.19%	15.12%	15.05%	14.98%
SEVE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TEAR	29.22%	29.48%	29.75%	30.02%	30.29%	30.56%	30.83%	31.10%	31.32%	31.46%	31.61%	31.76%	31.90%	32.05%	32.19%
TECO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TERR	1.64%	1.65%	1.67%	1.69%	1.71%	1.72%	1.74%	1.76%	1.77%	1.78%	1.79%	1.80%	1.81%	1.82%	1.83%
YPFD	2.96%	2.58%	2.19%	1.80%	1.40%	1.01%	0.62%	0.22%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ZANE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
T O T A L	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Período de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

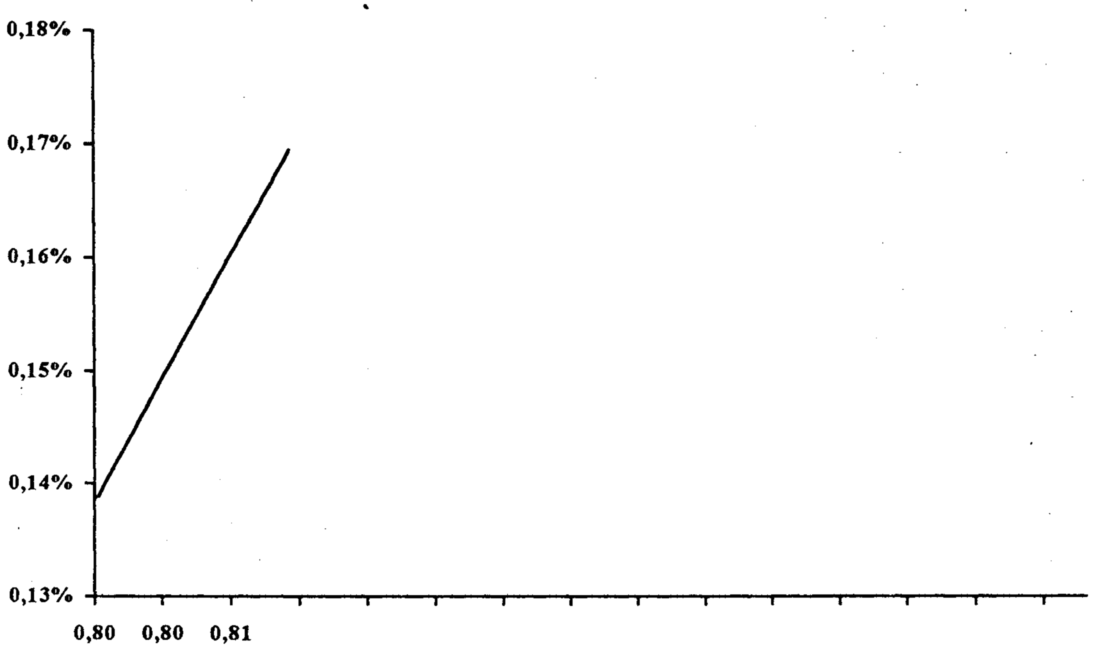
- Cuadro 11 -

	With short sales allowed (cuadro C)	*Without short sales allowed (cuadro G)*
Rendimiento promedio histórico	6,02 % diario	0,50 % diario
Rendimiento de equilibrio (SML)	0,15% diario	0,15% diario
Tasa libre de riesgo	0,058% diario	0,058% diario
Beta del portfolio	0,804	0,804

En el cuadro 11 observamos el exceso de rendimiento histórico que existe entre un portfolio con ventas respecto de uno sin ellas, 6.02 % - 0.50% = 5.52% , lo que implica un mayor riesgo no sistemático. Pero como apuntáramos anteriormente, el mercado sólo paga una prima al inversor por el rendimiento correspondiente al riesgo sistemático de 0.80. Es decir, por asumir un riesgo sistemático de 0.80, el mercado debería pagar 0.09% diario ($E(R_p) - R_f = 0.15\% - 0.058\%$) de prima por riesgo.

En la figura 26, podemos apreciar la *security market line* para el caso en que las ventas no están permitidas. Obsérvese el eje de las abscisas, donde están representadas las betas de los portfolios. Las mismas están comprendidas entre los valores de 0,80 y 0,81, y los rendimientos correspondientes van desde 0,14 % a 0,17 % diario tanto en la figura 24 (with short sales allowed), como en la figura 26 (without short sales allowed). En cambio, en los cuadros 8 y 10 los rendimientos promedios históricos (no arbitrados) son sustancialmente diferentes, siendo mayores en el primero.

SECURITY MARKET LINE (without short sales allowed)



- Figura 26 -

Para el mismo rango de rendimientos de equilibrio en las figuras 24 y 26 mencionados, corresponden iguales rangos de riesgo sistemático o betas. En la figura 24, un portfolio para alcanzar un rendimiento de 0,17% diario, debe asumir una beta de 0,81 aproximadamente. Lo mismo ocurre en la figura 26. Ello es así, por lo que se mencionó anteriormente. *Los portfolios con ventas generan un mayor riesgo total (riesgo sistemático + riesgo no sistemático) que portfolios sin ventas, otorgando un rendimiento promedio (no arbitrado) superior. Pero los riesgos sistemáticos de ambas clases de portfolios deberían ser los mismos, y en consecuencia tener iguales rendimientos esperados (de equilibrio) sobre la security market line.* Por lo tanto, el incremento del riesgo se debe al componente no sistemático del riesgo total que no es retribuida con ninguna prima de riesgo, y que supuestamente se podría diversificar.

En este contexto, de mercados eficientes, el mercado sólo pagará una prima por el riesgo sistemático asumido y en función de ello determinará el rendimiento de equilibrio, que debe ser el mismo para ambos tipos de portfolios (con o sin ventas).

A esta altura es conveniente aclarar algunos puntos. Nosotros, al principio, habíamos conceptualizado la noción de riesgo diciendo que:

Riesgo Total = Riesgo diversificable o no-sistemático + Riesgo no diversificable o sistemático

Si observamos los rendimientos esperados[22] de los portfolios de los cuadros 8 y 10, se puede apreciar que los del primero son ampliamente superiores al del segundo. La pregunta que puede surgir es, ¿Porqué existe tanta diferencia en los rendimientos (no arbitrados o desequilibrio) de ambos cuadros si en definitiva poseen las mismas betas para cada nivel de tasa libre de riesgo?[23]

La respuesta es que, los inversores requieren un premio mayor por asumir un riesgo total mayor. Esto no significa que el mercado deba retribuirles mediante una prima ese riesgo adicional, es más, el mercado sólo les retribuirá por el riesgo sistemático que asumirán. De todas maneras, si observamos nuevamente los cuadros 8 y 10, podemos apreciar que a un nivel de $\beta_p = 0$ el rendimiento de ambos portfolios no es igual a la tasa libre de riesgo, 0.058% diario. Tal vez el mercado no está pagando lo suficiente por el riesgo no-sistemático, lo cual sería una crítica a este modelo ya que, en este caso, el rendimiento debería ser igual a la tasa libre de riesgo, es decir, 0,058% diario.

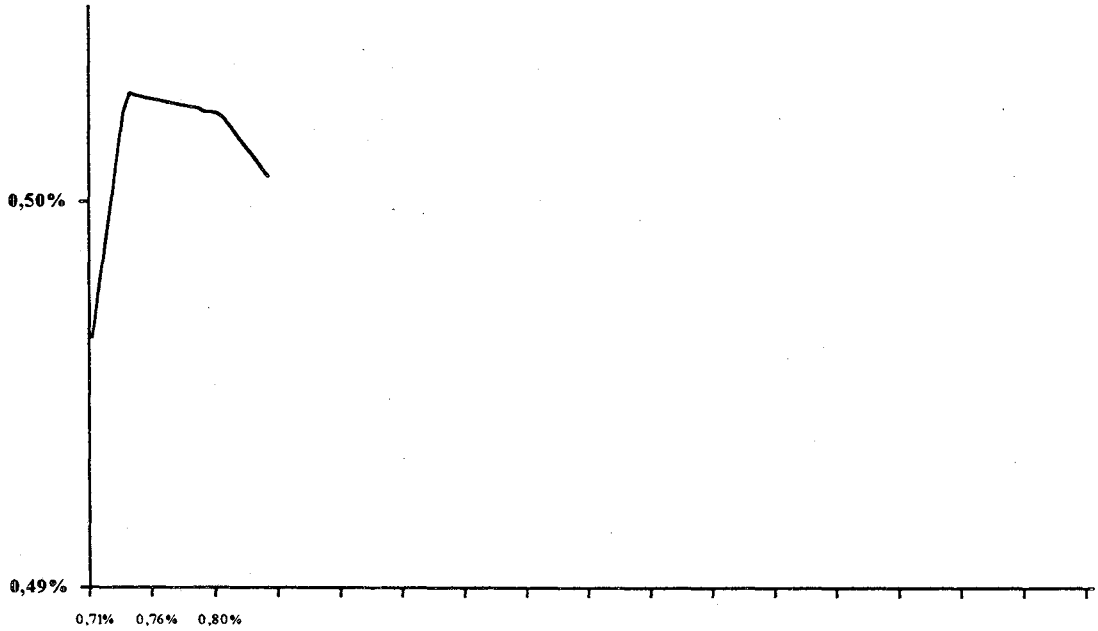
Así, para una β_p igual a cero,

$$R_p = R_f + \beta_p(R_M - R_f) = 0.058\% + 0(0.17\% - 0.058\%) \Rightarrow R_p = 0.058\%$$

De la ecuación anterior podemos inferir que un portfolio con $\beta_p = 0$, dada la inclinación de la SML, nunca va a tener un rendimiento igual al de la tasa libre de riesgo, 0.058% diario. Además, excepto la tasa libre de riesgo, ninguna acción posee $\beta_i = 0$.

Observando las figuras 25 y 27, podemos apreciar gráficamente cómo utilizando la técnica de Markowitz, se construye la *frontera eficiente* de portfolios. En el cuadro 25 (with short sales allowed), los rendimientos diarios de las carteras se elevan sustancialmente con respecto a su desviación estándar (riesgo total) alcanzando rendimientos extraordinarios. Pero, recordemos que este cuadro surge de una construcción teórica y que jamás se obtendrá rendimientos del 145,80% diario, como lo indica el portfolio N° 25 del cuadro 8 por ejemplo, ni tampoco invertiré en las proporciones que me indica ese portfolio. Nuestro portfolio es el N° 12, al igual que en el cuadro 10 (without short sales allowed).

FRONTERA EFICIENTE (without short sales allowed)



- Figura 27 -

En la figura 27 (Without short sales allowed) la situación es totalmente diferente. Para pasar de un rendimiento de 0,49% diario a 0,50% debo incrementar el riesgo (desviación estándar) en 20,59% (0,68 a 0,82). La diferencia entre los rendimientos de los 30 portfolios es mínima, pero no lo es la diferencia que existe en el riesgo de los portfolios involucrados. Nuevamente, la construcción de la estructura de los 30 portfolios, tanto en el cuadro 8 como en el 10, se hizo variando la tasa libre de riesgo, pero dicha tasa es única, por lo tanto mediante esta simulación, o si se quiere sensibilidad de la tasa libre de riesgo, nos permitió construir la frontera eficiente.

Conviene explicar esto último con un ejemplo sencillo para dejar definitivamente esclarecido este tema. Imaginemos una sustancia A que reacciona ante la presencia de una sustancia B y como consecuencia de ello produce un determinado efecto X. Si a esa sustancia A, que siempre es la misma en naturaleza y cantidad, le suministramos diferentes dosis de la sustancia B producirá diferentes efectos X's. Por lo tanto, si tabulamos cuantitativamente las diferentes dosis de la sustancia B y los correspondientes efectos X's, podremos construir una tabla de reacciones o resultados esperados. En consecuencia, nos animaríamos a predecir que la sustancia A reaccionará de tal manera en función de las diferentes dosis de la sustancia B, produciendo un determinado resultado probable.

Si trasladamos este ejemplo al contexto del CAPM, diríamos que la sustancia A son los rendimientos de las acciones, la sustancia B es la tasa libre de riesgo y los efectos X's serían los rendimientos de los portfolios con sus correspondientes desviaciones estándar y betas. Si bien nuestra tasa libre de riesgo es única, nosotros la hacemos variar ex profeso para obligar al imput (rendimientos diarios) a reflejar las expectativas que están implícitas en los precios de las cotizaciones. Si los precios de las cotizaciones realmente tienen expectativas futuras dentro de sí, entonces se debe buscar la manera de extraerlas mediante algún mecanismo, y uno de los mecanismos es haciendo variar la tasa libre de riesgo. Ello puede observarse claramente en las figuras 25 y 27, sobretodo en la 25, donde existen ventas y se requiere cada vez más rendimiento de los portfolios a medida que el riesgo total se incrementa. En el caso de la figura 27, los rendimientos de los portfolios son bastante similares, pero la desviación estándar varía sustancialmente. Pareciera ser que los rendimientos de las carteras no reaccionan ante el incremento del riesgo como en el caso de la figura 25. Como conclusión, los portfolios con ventas son extremadamente sensibles a las mínimas variaciones en la tasa libre de riesgo, no sucede lo mismo con los portfolios sin ventas (al menos con esta muestra)[24] que prácticamente no reaccionan a las variaciones artificiales de la tasa libre de riesgo.

La construcción de los cuadros 8 y 10 tiene la intención de mostrar un espectro de situaciones que van de lo posible a lo materialmente imposible, y entre ellas se encuentra nuestro portfolio (N° 12) a la fecha en que se realizó el estudio (24-02-94).

En el cuadro 12 exponemos nuestro portfolio N° 12 en las dos situaciones para una tasa libre de riesgo de 0,058% diario:

- Cuadro 12 -

	Rendimiento Portfolio	*Rendimiento del Mercado*	*Beta*	*Desviación Estándar (riesgo total)*
With short sales allowed (cuadro 8)	6,02% diario	0.17% diario	0,804	11,86%
Without short sales allowed (cuadro 10)	0.50% diario	0.17% diario	0,804	0,79%

En el siguiente punto veremos la aplicación de la programación cuadrática a la resolución de portfolios óptimos.

Cálculo de la Frontera Eficiente mediante la aplicación de la programación cuadrática.

Hemos considerado los casos más simples, esto es, suponemos que existe una sola tasa a la cual nos endeudamos y pedimos prestado. En el caso de la utilización del método de la programación cuadrática para obtener el portfolio óptimo, deberemos maximizar la siguiente función:

$$\theta = \frac{E(R_p) - r_f}{\sigma_p}$$

Sólo un portfolio es óptimo. Este portfolio se encuentra comprendido entre la línea tangente que conecta el activo libre de riesgo con un portfolio riesgoso de la frontera eficiente. De la combinación de la tasa libre de riesgo y este portfolio de acciones surge el portfolio óptimo.

La función objetivo a maximizar está sujeta a un par de restricciones, ello no es óbice para que existan otras restricciones. Las restricciones son:

$$(1) \quad \sum_{i=1}^{N} X_i = 1$$

$$(2) \quad X_i \geq 0 \qquad \forall\, i$$

Este es un problema de programación matemática. A primera vista parece un problema de programación líneal, ya que posee dos restricciones, (1) y (2), que son lineales. Pero la función objetivo, que debemos maximizar es cuadrática, es decir, no es líneal ya que posee involucrados términos cuadráticos tales como, X^2_i y X_iX_j. O sea que, las ecuaciones contienen términos cuadráticos y productos cruzados, de allí la configuración del modelo como *programación cuadrática*. Existen programas de computación para resolver estos complejos problemas.

Otra manera de presentar el problema es, dado un rendimiento del portfolio deseado, obtener la desviación estándar mínima o la beta mínima, tal como se muestra a continuación:

$$\text{Minimizar} \sum_{i=1}^{N} X^2_i\sigma^2_i \quad + \quad \sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} X_iX_j\sigma_{ij}$$

sujeto a:

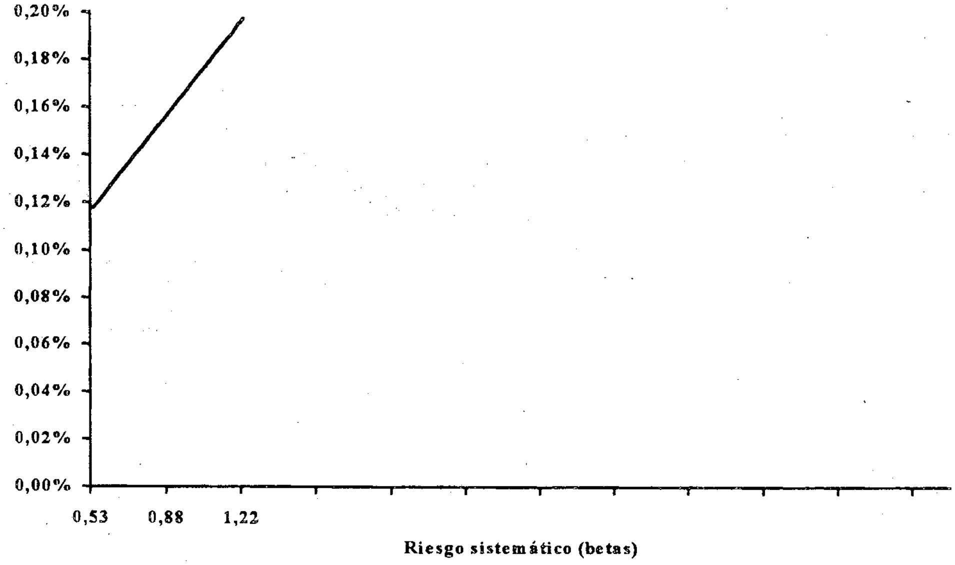
$$(1) \quad \sum_{i=1}^{N} X_i = 1$$

$$(2) \quad X_i \geq 0 \qquad \forall\, i$$

$$(3) \quad \sum_{i=1}^{N} X_iR_i = E(R_p)$$

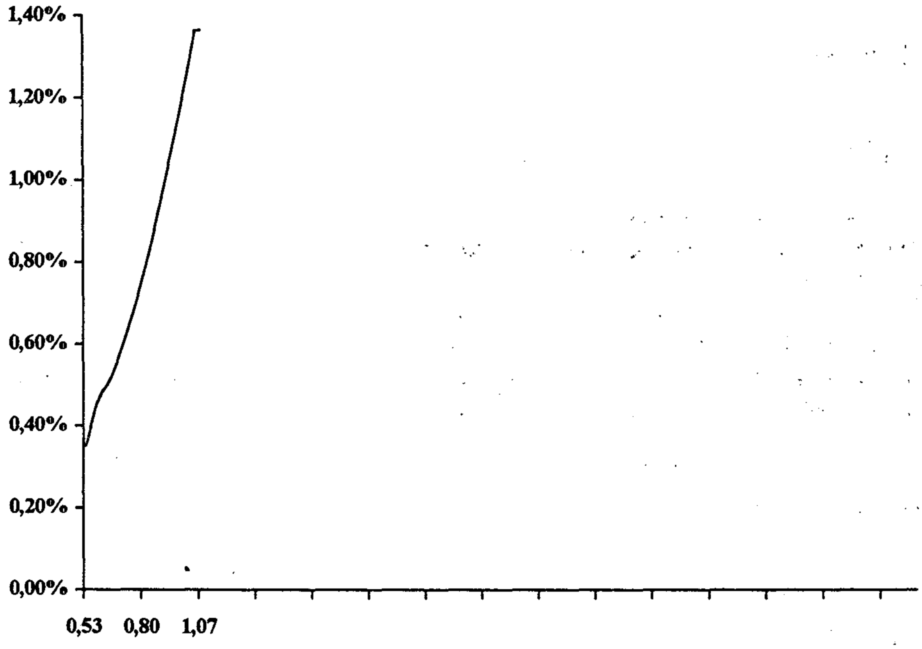
La *security market line* puede apreciarse en la figura 28 y 29.

SECURITY MARKET LINE DE EQUILIBRIO CON PROGRAMACION CUADRATICA (without short sales allowed)



- Figura 28 -

SECURITY MARKET LINE REAL CON PROGRAMACION CUADRATICA
(without short sales allowed)



- Figura 29 -

En este caso se ha trabajado con una única tasa libre de riesgo a diferencia de los casos anteriores (cuadro 13). Aquí también se trabaja sin ventas *(without short sales allowed)*. Se observa que la pendiente de la curva es más plana que en las figuras 24 y 26. La diferencia puede surgir porque se utilizan diferentes técnicas para calcular los portfolios. Además, en el caso de los multiplicadores de Lagranje se trata de satisfacer un conjunto de ecuaciones donde las restricciones están implícitas en las mismas, cuyas raíces son las Z_i , en cambio en el caso del método de la programación cuadrática se trata de alcanzar un portfolio óptimo único, sujeto a determinadas restricciones lineales, con una función objetivo cuadrática..

- Cuadro 13 -

PORTFOLIOS OPTIMOS PARA CADA NIVEL DE RIESGO SISTEMATICO
(without short sales allowed)

Port. N°	Rf	R(Pi)	σ(Pi)	β(Pi)	Func. Objet.	CAPM
1	0,058 %	0.31 %	2,34 %	0,50	0,10925	0,11 %
2	0,058 %	0,35 %	2.17 %	0.50	0.13505	0.12 %
3	0.058 %	0.40 %	2.20 %	0.55	0.15614	0.12 %
4	0.058 %	0.45 %	2.24 %	0.57	0.17612	0.12 %
5	0.058 %	0.48 %	2.17 %	0.60	0.19514	0.13 %
6	0.058 %	0.50 %	2.05 %	0.62	0.21447	0.13 %
7	0.058 %	0.52 %	1.99 %	0.65	0.23357	0.13 %
8	0.058 %	0.56 %	1.98 %	0.68	0.25186	0.13 %
9	0.058 %	0.59 %	1.99 %	0.70	0.26898	0.14 %
10	0.058 %	0.63 %	2.02 %	0.72	0.28475	0.14 %
11	0.058 %	0.67 %	2.06 %	0.75	0.29912	0.14 %
12	0.058 %	0.72 %	2.12 %	0.77	0.31208	0.15 %
13	0.058 %	0.77 %	2.19 %	0.80	0.32337	0.15 %

Cuadro 13 continuación:

Port. N°	Rf	R(Pi)	σ(Pi)	β(Pi)	Func. Objet.	CAPM
14	0.058 %	0.81 %	2.27 %	0.83	0.33295	0.15 %
15	0.058 %	0.87 %	2.37 %	0.85	0.34102	0.15 %
16	0.058 %	0.92 %	2.50 %	0.88	0.34737	0.16 %
17	0.058 %	0.98 %	2.63 %	0.90	0.35230	0.16 %
18	0.058 %	1.04 %	2.77 %	0.93	0.35610	0.16 %
19	0.058 %	1.10 %	2.92 %	0.95	0.35899	0.17 %
20	0.058 %	1.17 %	3.07 %	0.98	0.36117	0.17 %
21	0.058 %	1.23 %	3.22 %	1.00	0.36278	0.17 %
22	0.058 %	1.29 %	3.39 %	1.02	0.36389	0.17 %
23	0.058 %	1.36 %	3.59 %	1.05	0.36372	0.18 %
24	0.058 %	1.37 %	3.65 %	1.07	0.35888	0.18 %
25	0.058 %	1.21 %	3.37 %	1.10	0.34016	0.18 %
26	0.058 %	1.05 %	3.20 %	1.13	0.30859	0.19 %
27	0.058 %	0.88 %	3.13 %	1.15	0.26381	0.19 %
28	0.058 %	0.76 %	3.17 %	1.17	0.22062	0.19 %
29	0.058 %	0.56 %	3.35 %	1.20	0.15111	0.19 %
30	0.058 %	0.41 %	3.71 %	1.22	0.09370	0.20 %
31	0.058 %	0.25 %	4.49 %	1.25	0.04255	0.20 %

En el cuadro 14 se ha confeccionado la estructura de 30 portfolios óptimos. Se observa que las proporciones en las que se tendría que invertir en las 32 acciones no es del todo feliz, ya que en la mayoría de los portfolios se invierte entre 3 y 5 papeles a lo sumo. Esto no debe desalentarnos porque el modelo se resolvió según lo detallado en las fórmulas y restricciones arriba mencionadas. Se podrían cambiar las restricciones para variar las proporciones y calcular otra solución óptima.

FRONTERA FICIENTE (Programación cuadrática) SIN VENTAS - Without short Sales Allowed - - Cuadro 14 -

Portf. N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
R(Pi) real	0.31%	0.35%	0.40%	0.45%	0.48%	0.50%	0.52%	0.56%	0.59%	0.63%	0.67%	0.72%	0.77%	0.81%	0.87%	0.92%
Std(Pi)	2.34%	2.17%	2.20%	2.24%	2.17%	2.05%	1.99%	1.98%	1.99%	2.02%	2.06%	2.12%	2.19%	2.27%	2.37%	2.50%
ß(Pi)	0.50	0.53	0.55	0.57	0.60	0.62	0.65	0.68	0.70	0.72	0.75	0.77	0.80	0.83	0.85	0.88
rf	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%
E(Rp), SML	0.11%	0.12%	0.12%	0.12%	0.13%	0.13%	0.13%	0.13%	0.14%	0.14%	0.14%	0.15%	0.15%	0.15%	0.15%	0.16%
ESPECIE	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.
ACIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ALPA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ASTRA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ATAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAES	72.34%	50.00%	47.29%	44.96%	39.33%	32.02%	26.46%	21.99%	18.22%	14.93%	12.00%	9.14%	5.06%	1.22%	0.00%	0.00%
BAGL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BSUD	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CADI	12.30%	26.34%	25.42%	24.20%	21.20%	17.13%	13.64%	10.51%	7.61%	4.87%	2.24%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CELU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CEPU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CINA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
COME	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CORC	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ERCA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
FRAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.47%	2.04%	3.41%
GALI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
GARO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
INDU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IPAK	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IRSA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	1.26%	3.35%	5.06%	6.55%	7.89%	9.12%	10.28%	11.34%	11.98%	12.47%	12.19%	11.75%
JMIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
LEDE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
MOLI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
PERE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
PICA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
POLL	15.36%	23.66%	27.29%	30.84%	31.36%	30.15%	30.15%	30.90%	32.14%	33.71%	35.54%	37.71%	41.36%	44.86%	48.88%	53.54%
SEVE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TEAR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TECO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TERR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
YPFD	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	6.85%	17.36%	24.69%	30.06%	34.16%	37.36%	39.93%	41.81%	41.60%	40.98%	36.88%	31.30%
ZANE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TOTAL	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Período de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

Portf. N°	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
R(Pi) real	0.98%	1.04%	1.10%	1.17%	1.23%	1.29%	1.36%	1.37%	1.21%	1.05%	0.88%	0.76%	0.56%	0.41%
Std(Pi)	2.63%	2.77%	2.92%	3.07%	3.22%	3.39%	3.59%	3.65%	3.37%	3.20%	3.13%	3.17%	3.35%	3.71%
ß(Pi)	0.90	0.93	0.95	0.98	1.00	1.02	1.05	1.07	1.10	1.13	1.15	1.17	1.20	1.22
rf	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%	0.058%
E(Rp), SML	0.16%	0.16%	0.17%	0.17%	0.17%	0.17%	0.18%	0.18%	0.18%	0.19%	0.19%	0.19%	0.19%	0.20%
ESPECIE	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.	% Inv.
ACIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	7.72%	17.49%	27.30%	35.20%	47.24%	68.83%
ALPA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ASTRA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ATAN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAES	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BAGL	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
BSUD	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CADI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CELU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CEPU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CINA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
COME	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
CORC	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ERCA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
FRAN	4.62%	5.71%	6.69%	7.60%	8.43%	8.83%	7.38%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
GALI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
GARO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
INDU	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IPAK	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
IRSA	11.37%	11.03%	10.72%	10.43%	10.17%	7.40%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
JMIN	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	11.67%	21.99%	28.45%	34.82%	39.82%	46.98%	31.16%
LEDE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
MOLI	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
PERE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
PICA	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
POLL	58.27%	63.06%	67.90%	72.78%	77.70%	83.77%	92.62%	88.33%	70.29%	54.07%	37.88%	24.97%	5.78%	0.00%
SEVE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TEAR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TECO	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
TERR	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
YPFD	25.74%	20.21%	14.69%	9.19%	3.70%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
ZANE	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
T O T A L	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

Período de estudio: 1/4/91 al 24/2/94 (los rendimientos son diarios)

Consideraciones finales

Debemos tener en cuenta una serie de cuestiones antes de aplicar este modelo en nuestro volátil mercado de capitales. Una de ellas es la aplicación del CAPM tal cual lo hemos expuesto. Esto sería peligroso, ya que tiene implícito algunos supuestos que no responden a la realidad, como lo expresáramos en páginas anteriores. No obstante, adaptando los supuestos a la realidad, se podrían realizar buenas predicciones, con los recaudos del caso y sin perder de vista el sentido común y la experiencia. Por ejemplo, incorporando costos de transacción, dividendos, consideraciones de tipo impositivo, a nuestras bases de datos y modelos de simulación, etc.

Otro punto a tener en cuenta es el período de tiempo que abarca la serie de precios[25]. De este lapso de tiempo depende la beta y el rendimiento del portfolio que estimemos. Según la teoría, la beta de una acción debería ser constante independientemente del período de tiempo que abarque el análisis, pero la realidad nos demuestra que no es así. La beta es la cuantificación numérica del riesgo sistemático de una acción o una cartera de activos riesgosos, y no es lo mismo calcular una beta de 30 días, que una beta de 60 ruedas o una beta desde la convertibilidad. Las betas serán diferentes en general, por ejemplo la beta de una acción calculada sobre la base de las últimas 60 ruedas, es posible que sea más sensible que una beta calculada desde la convertibilidad, podrá ser más agresiva o defensiva, ello dependerá de lo sucedido en las últimas 60 ruedas, que la beta desde la convertibilidad.

La pregunta que surge es, *cuál de las dos betas es mejor para predecir?*, la respuesta no parece difícil de contestar si se tiene un poco de sentido común. Sabemos que la beta, de un portfolio o de una acción, se calcula en función de datos históricos, y pretende *modestamente* predecir el futuro a partir de ello. De manera que, si se calcula una beta a partir de una extensa serie de cotizaciones esta cuantificación del riesgo sistemático comprenderá una historia más extensa del mercado de capitales a la que corresponde. No sucede lo mismo en el cálculo de una beta con una historia más reciente, esta última cuantificará sólo los acontecimientos bursátiles más cercanos en el tiempo, dejando de lado las subas y bajas significativas del pasado, además desde el punto de vista estadístico es menos confiable ya que pertenece a una muestra de cotizaciones de menor tamaño, obviamente no es lo mismo estimar la beta de una acción con 30 ó 60 cotizaciones que con 1.000 !!!, la historia pesa, además de acercarse al parámetro verdadero. En el cuadro 15 se exponen comparativamente las betas de algunas acciones según el período de cálculo.

- Cuadro 15 -

CUADRO COMPARATIVO DE BETAS EN FUNCION DEL PERIODO DE CALCULO

(*)	(*)					
Fecha al	**30-12-93**	**24-02-94**	**14-06-94**	**21-07-94**		
N° de Observ.	**690**	**729**	**30**	**10 días**	**20 días**	**30 días**
MERVAL	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
ACIN	1.25	1.25	0.96	1.41	1.20	0.90
ALPA	1.09	1.09	0.88	1.00	0.73	0.64
ASTR	0.86	0.87	0.78	1.16	0.80	0.92
ATAN	1.02	1.01	N/A	1.03	1.27	1.35
BAES	0.39	0.43	0.72	N/A	N/A	N/A
BAGL	0.89	0.91	0.87	0.60	0.78	1.00
BSUD	1.14	1.06	1.10	N/A	N/A	N/A
CADI	0.15	0.23	1.25	N/A	N/A	N/A
CELU	1.09	1.09	1.20	1.06	1.24	1.05
CEPU	0.53	0.94	N/A	N/A	N/A	N/A
CINA	1.07	1.08	0.96	1.45	1.22	1.12
COME	0.81	0.82	1.18	1.42	1.43	1.38
CORC	0.94	0.95	0.87	N/A	N/A	N/A
ERCA	0.99	0.99	1.11	0.88	0.90	1.00
FRAN	0.89	0.88	1.23	1.21	1.25	1.40
GALI	0.96	0.94	1.23	1.02	1.27	1.25
GARO	0.93	0.92	N/A	N/A	N/A	N/A
INDU	1.02	1.03	N/A	0.70	1.01	0.86
IPAK	0.96	0.97	N/A	1.96	1.76	1.68
IRSA	0.44	0.76	N/A	N/A	N/A	N/A
JMIN	0.49	1.16	0.92	N/A	N/A	N/A
LEDE	0.90	0.91	0.86	N/A	N/A	N/A
MOLI	0.96	0.97	0.82	1.09	0.95	1.01
PERE	0.92	0.92	0.90	0.69	0.82	0.86
PICA	0.99	1.00	0.97	1.06	1.18	1.25

Cuadro 15 continuación:

(*) Fecha al	(*) 30-12-93	24-02-94	14-06-94	21-07-94		
Nº de Observ.	690	729	30	10 días	20 días	30 días
POLL	1.06	1.06	N/A	N/A	N/A	N/A
SEVE	0.63	0.66	0.48	N/A	N/A	N/A
TEAR	0.55	0.58	1.20	1.16	1.27	1.21
TECO	0.60	0.64	1.38	1.35	1.37	1.35
TERR	0.86	0.88	1.24	N/A	N/A	N/A
YPFD	0.59	0.60	0.61	0.49	0.51	0.59
ZANE	0.98	0.96	N/A	N/A	N/A	N/A

(*) : desde el 1/04/91.

Algunas acciones son defensivas en un período y son agresivas en otro, ello depende exclusivamente del período de tiempo que abarque la serie de precios, como lo comentáramos en párrafos anteriores. Esta situación nos lleva a plantearnos que rol asumir en el momento de confeccionar un portfolio de activos riesgosos como son las acciones que cotizan en bolsa. Podemos construir el portfolio con mentalidad de trader o portfolio manager. El primero desea rápidas utilidades, pero las pérdidas probablemente también vendrán pronto, en este caso se tratará de confeccionar un portfolio sensible con una beta que refleje los últimos movimientos del mercado. No se debería utilizar este tipo de betas para confeccionar portfolios de mediano y largo plazo. En el caso del portfolio manager, entendiendo como tal al individuo que confecciona un portfolio con un horizonte de tiempo mayor que el trader, no trata de salir y entrar constantemente del mercado. Por lo tanto, deberá formar la cartera utilizando series más extensas de cotizaciones a los fines de que las betas reflejen una historia más larga del mercado y de que los últimos movimientos del mismo no influyan de manera decisiva en la proporción a invertir en cada acción.

Con respecto al cuadro 15, podemos observar lo que acabamos afirmar. Por ejemplo en ACIN, los períodos que abarcan desde el 1/4/91 al 30/12/93 y al 28/2/94, las betas respectivas son de 1,25 con 690 y 729 observaciones respectivamente. En este caso, podríamos decir que el comportamiento de la acción ha sido agresivo porque la variación de sus cotizaciones fue, en promedio, un 25% mayor respecto del MERVAL en el período analizado. En cambio, si analizamos a una fecha más reciente, por ejemplo al 14/6/94 y tomamos sólo 30 observaciones, nos encontramos con que el comportamiento de la misma acción ha sido defensivo, con una beta de 0,96. Esta última beta no refleja, o no tiene en su historia, la suba de noviembre del 91, la baja de junio de 92, o la última baja de febrero de este año (1994). Más aún, si nos ubicamos en el 21/7/94 y calculamos la beta de ACIN para 10, 20 y 30 días, veremos como ha variado sustancialmente la misma. Sobretodo la beta de los últimos 10 días, la que asumió un valor de 1,41. En otras palabras, por cada punto porcentual de variación del MERVAL la acción de ACIN varió un 41% más en promedio que el mismo. Tal vez, los rumores sobre Acíndar acaecidos el 14/7/94, como la posibilidad de no poder pagar los servicios de la ON, el conflicto con la UOM y otra baja patrimonial de sus activos ocasionaron un incremento en los elementos sistemáticos y no sistemáticos del riesgo total del papel, otorgándole más volatilidad en los últimos 10 días. En el cuadro 16, podemos apreciar lo que acabamos de decir.

- Cuadro 16 -

REGRESION LINEAL DE ACINDAR RESPECTO DEL MERVAL

Regresión de ACIN / MERVAL	10 días	20 días	30 días
1- Nº de observaciones	10	20	30
2- Alfa (α)	-2.41%	-1.02%	-0.37%
3- Desv. estándar de σ_{α}	0.03	0.02	0.02
4- Coef. de Determinación	63.04%	49.23%	33.92%
5- Coef. de Correlación (ρ)	0.79	0.70	0.58
6- BETA (β)	1.41	1.20	0.90
7- Desv. estándar de σ_{β}	0.39	0.30	0.25

Fecha de análisis: 21 de julio de 1994.

De este cuadro 16 se pueden extraer algunas conclusiones interesantes.

Fila 1: muestra la cantidad de observaciones que se utilizaron para la regresión lineal de ACIN - MERVAL.

Fila 2: coeficiente alfa[26] u ordenada al origen, es la tasa de variación promedio por período, en este caso es diaria, del precio de una acción (ACIN) con respecto a cambios en el MERVAL. Esta relación estaría representada por la siguiente ecuación:

$$R_{prom}(ACIN) = \alpha_{ACIN} + \beta_{ACIN} \cdot R_{prom}(MERVAL)$$

El coeficiente α_{ACIN} de los últimos 30 días (al 21/7/94) ha venido incrementándose, es decir, la tasa de cambio en su rendimiento con respecto al MERVAL se ha sensibilizado más.

Fila 3: desvío típico del coeficiente alfa. Con este desvío típico se establece un *intervalo de confianza,* por ejemplo del 95%. Es decir, es necesario tomar +/- 2 desvíos típicos (+/- 2 x 0.03 = +/- 0.06, para el caso de 10 días) para afirmar que el alfa de 10 días va a estar comprendido entre -2,35% (-2.41 + 0,06) y -2,47% (-2,41 - 0,06) con una probabilidad de acierto del 95%.

Fila 4: coeficiente de determinación. Este coeficiente nos indica en que porcentaje son explicadas las variaciones de los rendimientos de la acción por las variaciones del índice MERVAL. Observamos que según el cuadro 16, los últimos 10 días son explicados en mayor porcentaje (63,04%) por el mercado que los últimos 20 (49,23%) ó 30 días (33,92%). Diríamos que ha mejorado la correlación entre los rendimientos entre ACIN y el MERVAL

Fila 5: coeficiente de correlación. Este coeficiente nos está midiendo el signo y la potencia de la relación existente entre los rendimientos de la acción y el índice de mercado. Para el caso de los últimos 10 días se comprueba que el coeficiente de correlación ha aumentado, pasando de 0,58 (30 días) a 0,79. Recordemos que el coeficiente de correlación entre ACIN y el MERVAL, simbolizado como $\rho_{ACIN, MERVAL}$, está íntimamente relacionado con β_{ACIN} [27].

Fila 6: beta de ACIN, β_{ACIN} . Ya hemos explicado ampliamente lo que significa la beta de un título o portfolio. Por lo tanto, nos limitaremos a decir que la beta de ACIN en los últimos 30 días se ha incrementado sustancialmente. La beta de 30 días era de 0,90, pero como ya lo comentamos anteriormente los rumores del 14/7/94 sobre ACIN no fueron favorables, en consecuencia, el incremento del riesgo sistemático materializado numéricamente en la beta en los últimos 10 días es notorio. Estas volatilidades de los papeles es lo que impide que el modelo del CAPM sea confiable, si no se toman los recaudos del caso. Si recordamos, la contribución al riesgo sistemático que aporta una acción a un portfolio diversificado está dado por su beta ponderada por la participación relativa de esta en el portfolio. En nuestro caso particular, si el 21/7/94 se desea confeccionar un portfolio se deberá tener muy en claro esta situación, es decir, qué período de tiempo se debe utilizar para calcular los rendimientos y las betas, porque de ello depende el rendimiento y la beta del portfolio, como así también la proporción relativa que se debe invertir en cada título dentro del mismo. *No se debe* confeccionar un portfolio a mediano o largo plazo en función de una beta de 10 días, por ejemplo, se podría pero las consecuencias nada tienen que ver con el modelo del *Capital Asset Pricing Model*, y en todo caso las decepciones en los resultados se deberán más al pésimo criterio del individuo decisor en la definición del horizonte de la inversión, o se deberán a una carencia conceptual de la filosofía subyacente del modelo, o a ambos. En cualquiera de los casos, probablemente los resultados no serán, ni eficientes ni mucho menos óptimos, casi con toda seguridad.

Fila 7: desvío típico del coeficiente β_{ACIN}. Al igual que en la fila 3, este desvío típico nos indica dentro de que límites probablemente estará comprendida la β_{ACIN} en función de un intervalo de confianza que determinemos. Por ejemplo, si establecemos un intervalo del confianza del 95%, es probable, con un 95% de certeza, que la β_{ACIN} se encuentre entre +/- 2σ (2 x 0,39), o sea, entre 0.63 (1,41 - 0,78) y 2,19 (1,41 + 0,78). Aquí también vemos que la volatilidad de la beta se ha incrementado por las razones expuestas con anterioridad.

Si observamos a otras acciones, por ejemplo a FRAN y GALI, vemos que sus respectivas betas son más bien defensivas si se calculan con un número mayor de observaciones, que con un número menor.

Otro caso es el de las telefónicas, TEAR y TECO. Estos papeles han tenido en nuestro mercado un comportamiento defensivo si se miden sus respectivas betas con un número suficientemente grande de observaciones diarias, no sucede lo mismo si se toman sólo unas cuantas observaciones. En esta última situación el comportamiento es más bien agresivo (ver cuadro 15).

En la figura 30 podemos ver, para el caso de ACIN las curvas típicas de la acción correspondientes al cuadro 16.

$$R_{prom}(ACIN) = \alpha_{ACIN} + \beta_{ACIN} \cdot R_{prom}(MERVAL)$$

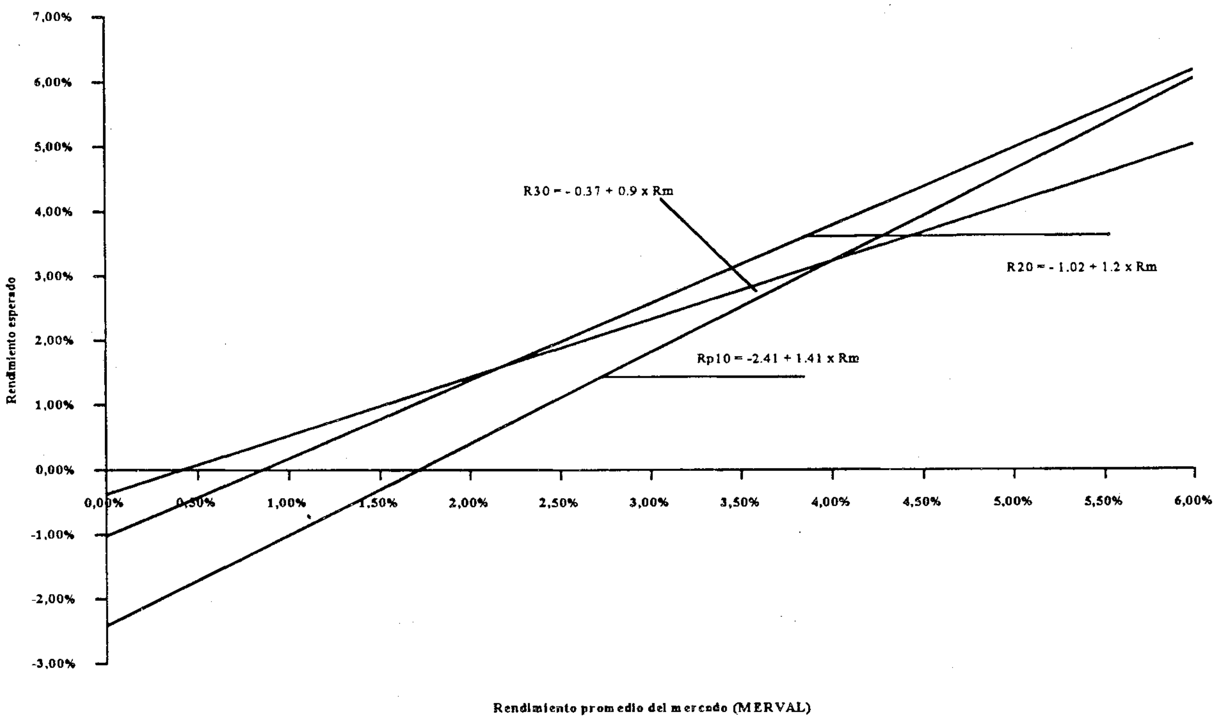
Para 10, 20 y 30 días,

$$R_{P10} = -2{,}41 + 1{,}41x -0{,}49$$

$$R_{P20} = -1{,}02 + 1{,}20 \text{ x } -0{,}331$$

$$R_{P30} = -0{,}37 + 0{,}90 \text{ x } -0{,}43$$

LINEAS TIPICAS DE ACINDAR PARA 10, 20 Y 30 DIAS AL 21 DE JUNIO DE 1994



- Figura 30 -

De la lectura de la figura 30 podemos decir que la acción de Acíndar, conforme el período de análisis es menor, la pendiente de la línea típica aumenta respecto al rendimiento del mercado, que en este caso se lo representa con el indice Merval. En otras palabras, la sensibilidad de la acción es mayor ante cambios en el rendimiento del mercado.

Conclusión

Este trabajo ha sido realizado con la finalidad de dar una idea acerca de la manera de confeccionar un portfolio diversificado. Queda mucho camino por recorrer para perfeccionar este modelo, que si bien es intuitivamente sencillo entenderlo, a la hora de aplicarlo presenta algunas dificultades de tipo práctico, máxime si se trata de un mercado de capitales tan volátil como el de Argentina.

La teoría, en general, es consistente con la realidad y explica mejor la relación *rendimiento-riesgo* con portfolios diversificados que con acciones individuales. A esta altura, debemos entender que quien se encarga de la difícil tarea de confeccionar carteras de acciones y títulos sabe mejor que nadie que no es dueño de la última verdad en materia de predicción de riesgo y rendimiento. Absolutamente nadie sabe, ni tiene los medios tecnológicos ni intelectuales para predecir el futuro de los precios de las acciones, títulos y de cualquier evento futuro. Sólo existen escenarios probabilísticos, tendencias, pálpitos, intuiciones, rumores, etc. De manera que, si alguien confecciona un portfolio para sí o para un tercero, debe tener siempre presente que la teoría del Caos[28] está a la vuelta de la esquina. Es importante tener una idea de la teoría del Caos, y es por ello que expondremos un ejemplo sencillo acerca de la misma.

Supongamos que deseamos predecir la trayectoria de una bola de billar, y en consecuencia, su ubicación final en la mesa luego de sucesivos golpes. Nosotros podríamos ser humildes y conocedores de nuestras limitaciones y pretender sólo predecir los próximos tres golpes. En este caso, quizás logremos nuestro objetivo de predecir la trayectoria y la ubicación final de la bola con un determinado grado de error. Hasta podríamos elaborar una ecuación de relativa complejidad teniendo en cuenta la inclinación de la mesa, el peso de la bola, el coeficiente de fricción, la superficie de la punta del taco, la fuerza que se aplica al golpe, la inclinación del piso, etc., etc. Como vemos la cosa no es tan sencilla, existe un número bastante interesante de variables a tener en cuenta. No se necesita ser un genio para imaginar que la aplicación de esa ecuación, para predecir tres golpes, si se aplica a 100 golpes es probable en un 99.99% que el resultado no tenga nada que ver con la predicción de la misma. Sencillamente no se puede abarcar, en un modelo que pretende una representación simplificada de la realidad, todo el universo de leyes que subyacen detrás de cada fenómeno y que modifican constantemente las condiciones iniciales del mismo. En consecuencia, si quiero predecir donde estará ubicada la bola después de 100 golpes, se deberá contar con una base de datos donde refleje la historia de la intensidad de los golpes y ubicación final de esa bola en particular, en la misma mesa, en el mismo piso, con el mismo taco, etc., y tal vez no sea suficiente garantía para que el resultado sea parecido al de la predicción. Seguramente, porque pequeñas variaciones en cada golpe van alterando las condiciones iniciales del golpe anterior y así sucesivamente, de manera que la ubicación final estará totalmente condicionada a la suma de esas pequeñas variaciones a lo largo de los sucesivos golpes.

Podríamos aplicar este ejemplo para determinar el precio de una acción. En realidad, la Bolsa posee un comportamiento caótico, no existen dudas al respecto. Nadie puede predecir en que magnitud crecerán o disminuirán las cotizaciones, sólo se alcanzan a predecir tendencias o rangos de precios.

Pero esta situación no debe desalentarnos en el camino del perfeccionamiento y adaptación de modelos para predecir, con un razonable grado de incertidumbre, la cotización de las acciones. En Argentina, aún existe un considerable grado de escepticismo en la aplicación de modelos, lo que nos da un compromiso adicional para tratar de demostrar que el profesionalismo que debe existir en la confección de portfolios de activos de riesgo, no depende sólo del *feeling*, sino que debe existir una metodología basada en una conceptualización más avanzada del pensamiento de las finanzas.

[1] En esta discusión no se considera el riesgo de disminución del precio de los bonos causado por aumentos en el nivel de tasas de interés. En tal forma, el riesgo que interesa en este momento es el riesgo de incumplimiento, es decir, el riesgo de que los pagos de capital y de intereses no se materialicen tal y como se estipula en las condiciones de emisión.

[2] Se suele argumentar, aunque sin otro fundamento que la introspección, que cuanto mayor es la riqueza del individuo menor debería ser el grado de aversión al riesgo. O, dicho de otra manera, intuitivamente uno esperaría aversión al riesgo decreciente. Del libro de Jorge E. Fernández Pol: *Utilidad en el sentido de von Neumann-Morgenstern.* Editorial Tesis. Primera edición, noviembre de 1984.

[3] Harry M. Markowitz expuso por primera vez sus ideas en un artículo publicado en el Journal of Finance 7, titulado *Portfolio Selection*, en marzo de 1952, páginas 77-91.

[4] *A Random Walk Down Wall Street.* Burton G. Malkiel. Ed. Cas. Alianza Editorial S. A., Madrid, 1992, pp. 209-211.

[5] Burton G. Malkiel, o. citada.

[6] El modelo estándar de la relación de equilibrio general para retorno de los activos, fue desarrollado por *William Sharpe, Litner y Mossin.*

[7] Debemos destacar que la SML tiene un carácter más general que el CAPM, ya que constituye el equilibrio de rendimiento esperado/riesgo en otros modelos de comportamiento de mercado.

[8] Se ha elegido P porque cada individuo puede afrontar una frontera eficiente diferente y, de ese modo seleccionar un diferente Pi. Esto es, si los inversores tienen la posibilidad de endeudarse y prestar a una tasa libre de riesgo, es aconsejable que confeccionen portfolios con una combinación de la inversión libre de riesgo y una cartera de acciones diversificadas. La composición del portfolio depende únicamente de las expectativas que poseen los inversores respecto de cada papel y no de sus actitudes frente al riesgo. Si no existiese *inside information* todos los inversores deberían tener el mismo portfolio, es decir deberían invertir en la cartera del mercado, una proxy para nosotros sería el Indice de la Bolsa o el Merval.

[9] Si consideramos X a la fracción de los fondos invertida en el portfolio A, entonces la ecuación del rendimiento esperado del portfolio C será:

$$E(R_p) = XE(R_A) + (1 - X)E(R_B)$$

La ecuación para la Beta de C sería:

$$\beta_p = X\beta_A + (1 - X)\beta_B$$

Resolviendo la ecuación para X y sustituyendo en la primera ecuación, obtenemos una ecuación de la forma:

$$E(R_p) = a + b\beta_p$$

que es la ecuación de la línea recta de la figura 21.

[10] Veremos la justificación teórica de porqué σ_{iM}/σ_M, es la medida de riesgo relevante de cualquier acción o portfolio en equilibrio. Recordemos que la desviación estándar del portfolio del mercado está dada por,

$$\sigma_M = [\, \Sigma X^2_i\, \sigma^2_i + \Sigma\Sigma X_i X_j\, \sigma_{ij}\,]^{1/2} \quad i = 1...n,\ j = 1...n \ \text{para}\ i \neq j$$

donde todas la Xi's son las proporciones de las acciones en el mercado. Luego que los inversores adquirieron el portfolio de mercado, la definición relevante del riesgo de una acción es el cambio en el riesgo del portfolio del mercado, es decir, cómo las tenencias de esas acciones están variando. Es decir,

$$\frac{d\sigma_M}{dX_i} = d\,\frac{\left[\, \Sigma X^2_i\, \sigma^2_i + \Sigma\Sigma X_i X_j\, \sigma_{ij} \right]^{1/2}}{dX_i}$$

$$= \frac{(1/2)\left[\, 2X_i\sigma^2_i + (2)\Sigma X_j\sigma_{ij} \right]}{\left[\, \Sigma X^2\, \sigma^2_i + \Sigma\Sigma X_i X_j\, \sigma_{ij} \right]^{1/2}} = \frac{X_i\, \sigma^2_i + \Sigma X_j\, \sigma_{ij}}{\sigma_M} = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M}$$

Por lo tanto, el riesgo relevante de una acción es igual a σ_{iM}/σ_M.

[11] Cuando se menciona la palabra *ventas*, en el contexto de este trabajo, se deben distinguir dos situaciones, desde el punto de vista del inversor. La primera de ellas es cuando el inversor desea poseer un portfolio y parte de cero, es decir, no está posicionado en ninguna acción o título. En este caso, si la resolución del modelo, ya sea aplicando multiplicadores de Lagranje, programación cuadrática o cualquier otro método, le indica que debe vender, al no tener posiciones de títulos valores, deberá vender en descubierto si en la resolución del modelo no explicitó restricciones indicando que las cantidades a invertir en cada acción o título debían ser ≥ cero. La otra situación es cuando se trata de un inversor que posee

tenencias de títulos valores. En este caso, el inversor podrá vender algunas acciones, según le indique la resolución del modelo y con ese dinero comprar las que le indique la solución óptima del mismo. Esta aclaración es oportuna porque a los efectos de interpretar correctamente el término *ventas*, que podrán ser en descubierto o no, según la particular situación del inversor. De lo anterior, nosotros nos referiremos a *ventas* en sentido amplio, independientemente de la situación del inversor o de quien confecciona el portfolio.

[12] Según Litner, unos de los co-creadores del CAPM, nos aclara qué se entiende por ventas a corto plazo (short sales allowed). El afirma que cuando un inversor vende una acción, en realidad él no recibe dinero en efectivo debido a que adquiere otro papel (con el equivalente a la venta del primero) que considera subvaluado. El inversor, en general, no recibe ningún interés o compensación por ese dinero. Sin embargo, si el inversor es un broker-dealer, podrá ganar con ambas operaciones, de venta de una acción y compra de otra.

[13] Aquí se trabaja con ecuaciones homogéneas de grado cero, entonces el problema se puede trabajar, en este caso, sin utilizar restricciones,

$\Sigma Xi = 1$ para $i = 1...N$

[14] Esta constante es igual a $[\ E(R_p) - R_f\ ] / \sigma^2_p$

[15] Cuando trabajamos con muchas acciones, construir la matriz de varianzas y covarianzas resulta un poco tedioso sino se cuenta con un ordenador veloz y un software adecuado. Se recomienda un ordenador tipo 486 con 4 mb de random access memory (RAM) por lo menos, ya que cuando tengamos que calcular portfolios óptimos aplicando el algoritmo de cálculo de la programación cuadrática, uno llega a la desesperación cuando el computador luego de veinte minutos de estar procesando la información arroja la leyenda *no existe solución posible.*

[16] *Burton Malkiel*, o.c.

[17] Black, Jensen, and Scholes. " *The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests* ", in Studies in the Theory of Capital Markets, ed. Jensen, 1972.

[18] La varianza de los rendimientos de un activo constituye el riesgo total. En el marco de la teoría de las carteras de H. Markowitz, la varianza y el rendimiento son los únicos atributos relevantes a los efectos de la confección de la frontera eficiente de portfolios.

[19] Este concepto es aplicado, igualmente, en el caso de los portfolios correctamente diversificados.

[20] Si un inversor comienza de cero, deberá venderse en descubierto (vgr. a 72 hs.) en una especie y con ese dinero comprar otra en el inmediato. Este procedimiento involucra un alto riesgo. El mercado no le compensará con ninguna prima por ese riesgo asumido. En el caso de la venta en descubierto, si es a 72 hs. por ejemplo, el inversor especula a la baja de la cotización al momento de adquirir, en el mercado, el papel para entregarlo a la contraparte. Si la cotización a las 72 hs. es inferior al precio pactado 72 hs. antes, el inversor habrá obtenido una ganancia, pero por ese rendimiento el mercado no habrá pagado ninguna prima. Es un riesgo *no sistemático* que se podría eliminar, al menos parcialmente, con una diversificación adecuada. En cambio, si la cotización de la acción, a las 72 hs., está por encima del precio pactado, el inversor habrá vendido (72 hs. antes) a un precio inferior al de la compra en el momento (a las 72 hs.) de entregar las acciones adquiriéndolas en el mercado. El mismo concepto se aplica a las compras en descubierto. Por otro lado, si el inversor ya posee posiciones de acciones, podrá vender algunas especies y con ese dinero adquirir otras, en las proporciones que le indique la resolución del modelo.

[21] Los multiplicadores de Lagranje responden a la forma:

$$Z_i = \lambda X_i \,,$$

siendo entonces,

$$\Sigma\, Z_i = \lambda \Sigma\, X_i \quad \text{para} \quad \Sigma\, X_i = 1 \;\Rightarrow \Sigma\, Z_i = \lambda$$

siendo λ una constante, X_i son las proporciones a invertir en cada acción y las Z_i son proporcionales a las X_i. De manera que,

$X_i = Z_i \ / \Sigma\, Z_i$

[22] Se refiere al rendimiento esperado de los portfolios que surge luego de la valuación. Este rendimiento debe ser comparado con el rendimiento esperado de la security market line, para determinar si los portfolios están sobrevaluados, subvaluados o en equilibrio. Es lo que se denomina el *coeficiente alfa*. Si el coeficiente alfa es positivo significa que el portfolio está subvaluado y por consiguiente ofrece un rendimiento esperado potencialmente interesante para arbitrarlo. Si por el contrario, el coeficiente alfa es negativo significa que el portfolio estaría sobrevaluado ofreciendo un rendimiento esperado negativo. Y por último, si el coeficiente alfa es nulo, el portfolio estaría en equilibrio sobre la security market line, en este caso el portfolio estaría arbitrado completamente.

[23] El hecho de que los portfolios de los cuadros C y G posean las mismas betas para cada nivel de tasa libre de riesgo, no significa que deban tener el mismo rendimiento. Ello es así porque, como dijimos anteriormente, los portfolios que incluyen ventas son más riesgosos que los que no las tienen. Por lo tanto, para un mismo nivel de beta, los portfolios sin ventas tendrán menores rendimientos que los que incluyen ventas, pero el *rendimiento de equilibrio* sobre la security market line será el mismo para ambos casos.

[24] Recordemos que la muestra que se tomó para este estudio abarca desde el 1/4/91 al 24/2/94, incluye la gran suba de la Bolsa de fines del 91, el desplome de junio del 92 hasta la suba de febrero del 94, donde la bolsa se desplomó. Lógicamente, si se elige otro período de estudio, las conclusiones y los estadígrafos serán diferentes, aunque la teoría nos dice que los mismos no deberían variar sustancialmente o no variar, nosotros sabemos que ello no ocurre en la realidad. Por lo tanto, la justificación de adoptar este período de estudio se fundamenta en que a partir del plan de convertibilidad los rendimientos reales de las variables macroeconómicas comenzaron a tener un comportamiento más estable y, además, al tomar un número bastante grande de observaciones diarias, nos garantiza, en teoría, obtener una mejor medición de las variables bajo análisis.

[25] Las series de cotizaciones de las acciones deben estar corregidas por la distribución de dividendos, ya sean estos en efectivo o en acciones, o en el caso de los títulos públicos las series de cotizaciones deberán corregirse por los cortes de cupón. Esta corrección se realiza desde el momento en que se distribuyen los dividendos o cortes de cupón hacia atrás en el tiempo de la serie. Con respecto a los títulos públicos, una manera más correcta de corregir las series sería utilizando el valor de paridad. El valor de paridad se calcula con la siguiente fórmula,

$$\text{Valor de paridad} = \frac{\text{Precio de mercado}}{\text{Valor técnico}}$$

siendo el valor técnico,

Valor técnico = Valor residual + intereses corridos (desde el último corte de cupón)

Esta sería la alternativa más correcta de corregir una serie de títulos públicos.

[26]No confundir este *coeficiente alfa* con el alfa para determinar la sub o sobre valuación de una acción o portfolio.
[27]La covarianza de ACIN con respecto al MERVAL es igual a:

$$\mathrm{COV(ACIN, MERVAL)} = \rho_{\mathrm{ACIN, MERVAL}} \cdot \sigma_{\mathrm{ACIN}} \sigma_{\mathrm{MERVAL}}$$

y,

$$\beta_{\mathrm{ACIN}} = \mathrm{COV(ACIN, MERVAL)} / \sigma^2_{\mathrm{MERVAL}}$$

[28]Según Edward Lorenz, quien en los años ´60 trabajaba en el Instituto de Tecnología de Massachusetts inmortalizó a la teoría del Caos con una metáfora: *Con su aleteo en el aire de Pekín una mariposa puede causar un tornado en el Caribe.*

Bibliografía:

Edwin J. Elton & Martin J. Gruber: *Modern portfolio theory and investment analysis*. Ed. John Wiley & Sons, Inc. Fourth edition, 1991.

Jorge E. Fernández -Pol: *Utilidad en el sentido de von Neumann-Morgenstern*. Editorial Tesis S.A. Primera edición, noviembre 1984.

Richard Brealey & Stewart Myers: *Principios de Finanzas Corporativas*. Ed. McGraw-Hill Interamericana de México S.A. de C.V. Segunda edición, noviembre de 1991.

Frank J. Fabozzi & Franco Modigliani: *Capital Markets: Institutions and Instruments*. Prentice-Hall International Editions, 1992.

Burton G. Malkiel: *Un Paseo Aleatorio por Wall Street* (A Random Walk Down Wall Street). Ed. cast.: Alianza Editorial S.A., Madrid, 1992.

J. Keith Butters, William E. Fruhan Jr., David W. Mullins Jr., Thomas R. Piper (todos pertenecen a la Graduate Shool of Business Administration Harvard University): *Método de Casos en el Estudio de Finanzas* (Case Problems in Finance). Compañía Editorial Continental S.A. de C.V., México. Primera edición en español y octava en inglés, enero 1987.

James C. T. Mao: *Análisis Financiero*. Ed. El Ateneo. Cuarta edición, abril 1986.

Thomas E. Copeland & J. Fred Weston: *Financial Theory and Corporate Policy*. Ed. Addison-Wesley Publishing Company, mayo 1980.