



Universidad de Buenos Aires  
Facultad de Ciencias Económicas  
Biblioteca "Alfredo L. Palacios"



# Un abordaje a la calibración de estructuras de tasa de interés con información escasa: el caso de la problemática argentina

Speranza, Mauro Edgardo

2015

Cita APA: Speranza, M. (2015). Un abordaje a la calibración de estructuras de tasa de interés con información escasa: el caso de la problemática argentina. Buenos Aires : Universidad de Buenos Aires.

Facultad de Ciencias Económicas. Escuela de Estudios de Posgrado

Este documento forma parte de la colección de tesis de posgrado de la Biblioteca Central "Alfredo L. Palacios". Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

Fuente: Biblioteca Digital de la Facultad de Ciencias Económicas - Universidad de Buenos Aires



**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**  
**FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS**  
**ESCUELA DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



---

**MAESTRIA EN GESTION ECONÓMICA**  
**Y FINANCIERA DE RIESGOS**

*Un abordaje a la calibración de estructuras de tasa de interés con  
información escasa. El caso de la problemática argentina.*

MAESTRANDO:

Speranza, Mauro Edgardo

DIRECTOR:

Mg. Bacchini, Roberto Darío

CONFORME:

## Resumen

El fenómeno de la estimación de estructuras temporales de tasas de interés y la consiguiente proyección de la misma ha sido internacionalmente estudiado y profundizado, sobre todo en las últimas décadas gracias a los vientos que soplaron en materia regulatoria macroprudencial. No obstante, los mercados de muchos países emergentes tienen un conjunto de características poco deseables – poca profundidad, liquidez y oferta de especies – que imposibilitan la aplicación de las metodologías más actuales en materia de curva de tasas de interés.

Los modelos econométricos, como el de Nelson & Siegel (1987) y la ampliación de Svensson (1994), tienen aún vigencia dentro del mercado financiero argentino actual y son la forma más observada de estimación de tasas de interés, ya que solucionan el problema de información escasa. Sin embargo, el modelo presentado por estos autores cuenta con deficiencias notorias propias de los supuestos que utiliza.

El presente trabajo propone como alternativa metodológica una Regresión Logarítmica, que resulta más parsimoniosa que el modelo de Nelson & Siegel (1987), y también es producida a partir de técnicas econométricas aplicables al contexto del mercado argentino actual, demostrando que el modelo presentado tendrá características similares al actualmente utilizado por el mercado, pero contando con una menor parametría necesaria, y por ende tendrá mayor sencillez en su calibración y aplicación.

La problemática planteada se analiza desde el punto de vista de un conjunto de características deseables de las estructuras temporales de las tasas de interés según la teoría clásica económica y las observaciones históricas de las mismas en los mercados financieros.

## Índice

Resumen.....	2
Índice.....	3
Introducción.....	4
1. Breve reseña de las metodologías propuestas.....	6
1.1. Tipo de estructuras temporales de tasas de interés.....	7
1.2. Modelo de Nelson & Siegel.....	9
1.3. Modelo Logarítmico.....	13
2. El problema de la calibración al mercado argentino.....	17
2.1. Selección de la información a ser utilizada.....	17
2.2. Metodología de ajuste a los datos empíricos – Método de Nelson & Siegel.....	20
2.3. Metodología de ajuste a los datos empíricos – Método de Regresión Logarítmica.....	29
2.4. Implicancias de los resultados obtenidos.....	34
3. Simulación de la Estructura temporal de tasas por Monte Carlo.....	37
3.1. Metodología de Simulación de Monte Carlo.....	37
3.2. Aplicación de la Simulación de Monte Carlo.....	38
4. Indicadores de comparabilidad.....	43
4.1. Probabilidad de generar tasas negativas.....	44
4.2. Probabilidad de obtener una curva invertida de tasas.....	45
4.3. Probabilidad de obtener una lomada en la estructura de tasas.....	46
4.4. Estructura de Correlaciones.....	48
4.5. Amplitud de las tasas de interés del modelo calibrado.....	49
4.6. Estructura de volatilidades.....	51
4.7. Estructura de <i>Key Rate Durations</i> .....	52
4.8. Conclusiones derivadas de los indicadores propuestos.....	55
5. Conclusiones y nuevos puntos de partida.....	57
Anexo A: Derivación de la estructura temporal de Nelson & Siegel (1987).....	59
Anexo B: Derivación de la distribución teórica de los parámetros de una Regresión Logarítmica ..	60
Anexo C: Factorización de Cholesky en Visual Basic for Applications (VBA) para Microsoft Excel...	61
Anexo D: Matrices de Correlación correspondientes al Indicador #4.....	62
Bibliografía.....	64

## Introducción

De la unión de sinergia de los autores y profesores Brace, Gatarek y Musiela (1997) surgió una de las metodologías más aplicadas en la actualidad en lo que a la modelización de tasas de interés a nivel internacional se refiere, conocida popularmente como Libor Market Model (LMM), publicada por primera vez en el séptimo volumen de la Revista *Mathematical Finance*. Esta metodología sugiere, a partir de los fundamentos propuestos por Heath, Jarrow y Morton (1990) y de la derivación de las tasas implícitas de derivados financieros sobre tasa de interés – como swaptions y caps – la construcción de un modelo de tasa forward consistente con los supuestos clásicos de reversión a la media y no explosión de las tasas, robusto y cerrado. Al día de hoy, esta forma de calibración y estimación de tasas de interés tiene un carácter predominante en los grandes mercados mundiales.

El fenómeno de la estimación de las estructuras temporales de tasas de interés y su construcción ha sido estudiado a lo largo de los últimos años con mucha profundidad, cobrando especial protagonismo producto del rápido impulso de cambios y actualizaciones en materia regulatoria que el mundo entero ha venido observando, sobre todo desde que la última crisis del año 2008 hizo temblar al sistema financiero en su conjunto. Sin embargo, pese a las abundantes metodologías existentes y al actual y renovado auge sobre el que se ve envuelta esta temática, pareciera que poco se ha dicho sobre la validez del traslado de modelos internacionales al mercado particular de Argentina, o en todo caso la elección del modelo que tenga mejor convergencia hacia la realidad de este contexto.

El mercado de activos financieros argentino siempre se ha caracterizado por ser ínfimo comparado con el correspondiente de los centros económicos globales, sumamente ilíquido y por demás poco profundo. Las transacciones de unas pocas empresas grandes pueden generar movimientos de precios. Adicionalmente, el mercado secundario para instrumentos derivados es altamente limitado en cuanto a los productos existentes en el mismo, encontrando oferta solamente para algunas posiciones particulares de futuros y escasas opciones de compra o venta.

En este contexto, la aplicación al mercado argentino de modelos como el LMM resulta imposible, dado que no se cumple con la mayoría de los supuestos en los que dicha metodología se cimenta, sin mencionar la incapacidad de derivar tasas implícitas confiables. La ausencia de una metodología uniforme y homogénea que permita unicidad en la medición de la tasa como indicador dentro de las entidades bancarias y financieras argentinas las hace parcialmente vulnerables. Es por estos motivos que en diferentes ámbitos se pretende investigar las técnicas actuales dentro del marco del mercado bancario argentino y proponer alternativas superadoras, en caso que existan, siempre que las mismas sean aplicables a dicho contexto.

Entonces, la presente tesis pretende comparar una de las metodologías preponderantes en el mercado actual argentino, como lo es la estimación propuesta por los autores Nelson y Siegel (1987) – incluso referenciada por la normativa emitida por el Banco Central de la República

Argentina<sup>1</sup> – con alguna metodología alternativa de regresión más simple, con el fin de verificar si la menor complejidad del segundo método se corresponde con peores estimaciones de la estructura de tasas de interés. Esta segunda metodología propuesta será una Regresión Logarítmica tradicional.

Con este objetivo, se considera en el análisis las estrategias actuales que permitan sobrellevar las dificultades que surgen por la ausencia de información suficiente, buscando proponer herramientas que mejoren la calidad de las estimaciones. Para ello, se proponen indicadores que sustenten la comparación entre las metodologías definidas y que permitan la elección entre alguna de ellas con relativa sencillez, adaptándose a las restricciones del mercado local.

En este sentido, el aporte de este trabajo será el desarrollo de un conjunto de indicadores que permita la comparación de dos modelos de calibración de curvas de tasas de interés para el contexto argentino actual.

El trabajo se divide en cinco capítulos. En el primero de ellos se presenta una breve reseña teórica y las cuestiones motivacionales que llevaron a la selección de los dos modelos a implementar: la metodología de Nelson & Siegel y una Regresión Logarítmica sobre los datos observados. En el segundo capítulo se exponen las técnicas de ajustes a los datos de Argentina, en particular tomando como base los años 2014 – 2015, con el objetivo de circunscribir el trabajo al marco del mercado actual. En el tercer capítulo, se utilizan las conclusiones obtenidas del segundo capítulo con el fin de lograr la predicción de curvas de interés mediante la metodología de Simulación de Monte Carlo para cada uno de los métodos propuestos. A continuación, en el cuarto capítulo se describe el proceso de construcción de los indicadores que permiten evaluar las ventajas y desventajas de cada una de las metodologías con el fin de ver si una de ellas resulta superadora. Finalmente, en el último capítulo se presentan las conclusiones junto con los puntos de partida que se abren para futuras investigaciones.

---

<sup>1</sup> Comunicación A 5699 del 23/01/2015

## 1. Breve reseña de las metodologías propuestas

A lo largo del proceso de la gestión y administración de entidades financieras argentinas, la implementación de una eficiente tutela respecto de los diferentes riesgos a los que dichas organizaciones se ven sometidas se encuentra íntimamente vinculada no sólo con la rentabilidad y solvencia de las mismas, sino también con la transferencia de actividad económica que posteriormente lleven a cabo para con la sociedad en general. En este sentido, la estimación de curvas de tasas de interés resulta de una relevancia significativa a la hora de la medición de los riesgos del sistema financiero y de estimación del capital económico que cada entidad necesita para cubrir su posición de incertidumbre. Resulta incuestionable que la tasa de interés tiene una implicancia directa sobre algunas de las categorías de riesgos descriptos por el Comité de Basilea de Supervisión Bancaria (BCBS) en sus últimos documentos sobre buenas prácticas internacionales, como lo son el riesgo de tasa de interés o el riesgo de liquidez. A modo de ejemplo, siguiendo lo expuesto en el documento consultativo BCBS (2015) denominado *Interest rate risk in the banking book*, ante un cambio en las tasas de interés no sólo se modifica el valor actual de los flujos de fondos futuros sino también el vencimiento de los mismos, alterando por completo la composición de activo, pasivo y operaciones fuera de balance de las entidades financieras tanto como sus ingresos, teniendo una gran relevancia en las medidas de rentabilidad y representando una amenaza para su capital.

Por lo expuesto, la utilización de la mejor metodología puede ser la diferencia entre optar por caminos muy diferentes en lo que a la toma de decisiones y planificación financiera se refiere. Tener confiabilidad en los resultados de gestión del riesgo ayuda a identificar tempranamente potenciales problemas de la institución y evitar que la situación problemática de una entidad en particular pueda tener incidencia en el resto del sistema generalizado mediante los conocidos efectos contagio.

A la hora de determinar las metodologías a aplicar para el proceso de calibración de la estructura temporal de tasas de interés, el objetivo de este trabajo es reproducir con la mayor precisión posible las técnicas empleadas comúnmente en el mercado argentino de los últimos años. Así, se observa que una de las herramientas más implementada es la metodología propuesta por los autores Nelson y Siegel (1987). A grandes rasgos, dicha metodología permite estimar una curva de tasas de interés a partir la minimización de errores ajustando los valores – disponibles – observados a una forma funcional de curva predeterminada.

Si bien la anterior es una de las metodologías más aplicadas, se define adicionalmente una segunda propuesta consistente en una Regresión Logarítmica, desde ya más simple en lo que a su aplicación se refiere. Es, entonces, el objetivo subyacente comparar estas dos técnicas y analizar si la mayor simplicidad de la segunda tiene una relación directa con los resultados – esperablemente inferiores en cuanto a su precisión -, o si por el contrario, ambos métodos tienen resultados similares en cuanto a robustez y precisión, tal que se pueda aplicar libremente aquella que resulte más simple en cuanto a su cálculo.

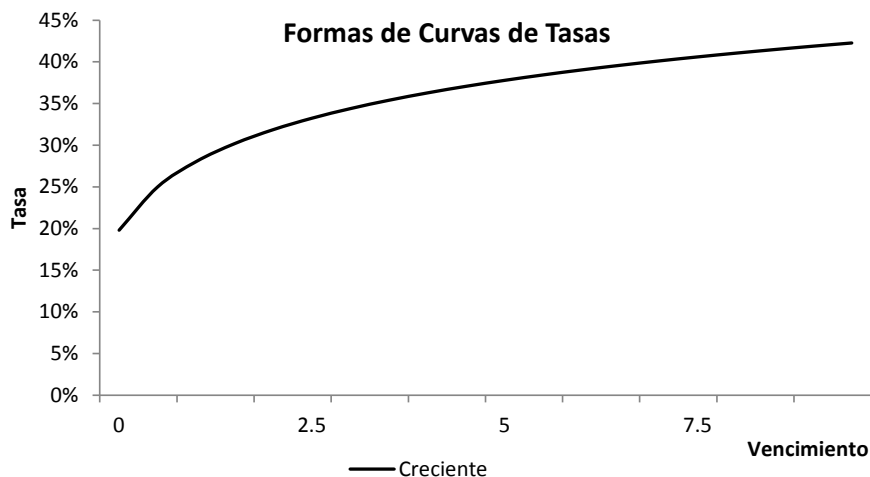
### 1.1. Tipo de estructuras temporales de tasas de interés

La forma que toman las curvas de tasas puede modificarse diariamente, según la relación entre los tipos de interés y sus correspondientes vencimientos. Muchas teorías económicas explican los distintos tipos de formas que dicha estructura puede tomar, como la teoría de las expectativas o de preferencia por la liquidez, cada una de ellas avalando alguna de las formas que se observan en el mercado financiero, tal como se observa en Hull (2006, p. 73).

Independientemente de las teorías subyacentes, en el mercado suelen verse cuatro formas clásicas para la estructura temporal de tasas, alguna de ellas con mayor frecuencia que otras.

El primero de los casos es el de la curva creciente o con pendiente positiva, que se representa en el Gráfico 1. En este caso, el valor de la tasa se incrementa cuando el tiempo al vencimiento hace lo propio. Esta es la forma más usual respecto de la curva de tasas, motivo por el cual el negocio de las entidades financieras es obtener el *spread* entre los préstamos a largo plazo entregados y el financiamiento a corto plazo recibido.

Gráfico 1 – Estructura temporal de tasas de interés creciente



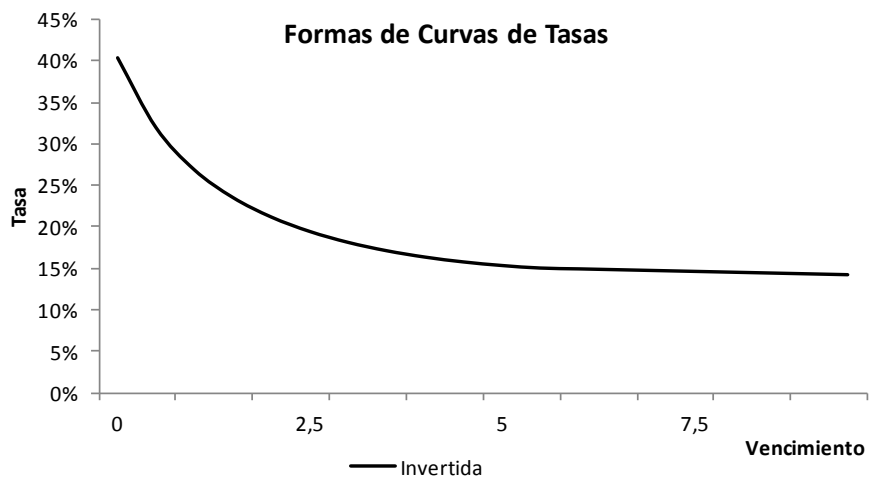
Fuente: Elaboración Propia

El segundo de los casos es el de la curva decreciente o invertida, que se representa en el Gráfico 2. En este caso, el valor de la tasa se reduce cuando el tiempo al vencimiento se incrementa. Resulta común encontrar esta forma de la curva en mercados con stress de liquidez e incertidumbre en el corto plazo.

El tercero de los casos es el de la curva plana o *flat*, que se representa en el Gráfico 3. En este caso, el valor de la tasa es el mismo (o similar) para todos los vencimientos.

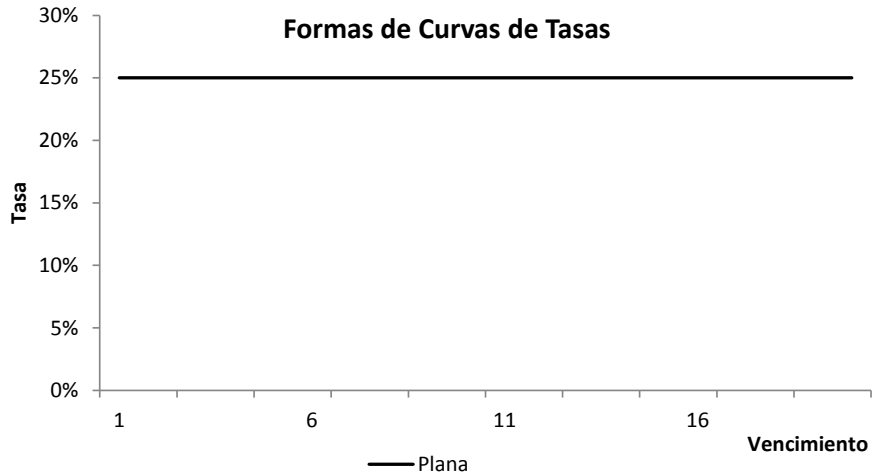


Gráfico 2 – Estructura temporal de tasas de interés invertida



Fuente: Elaboración Propia

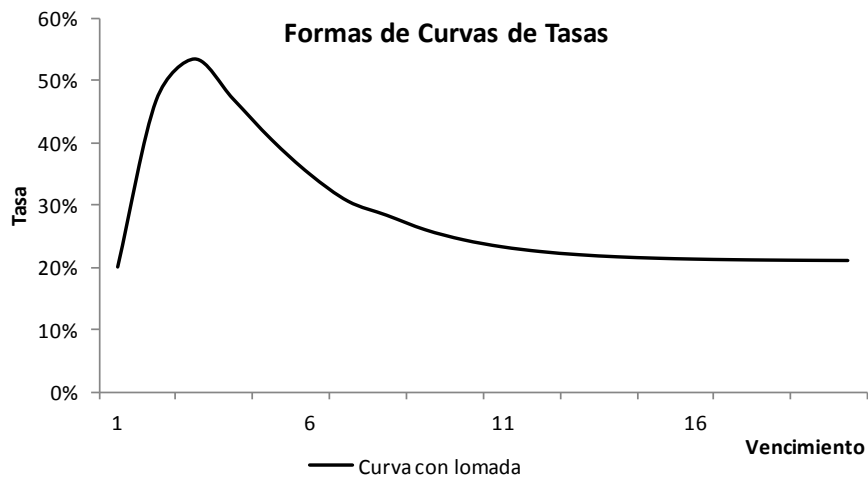
Gráfico 3 – Estructura temporal de tasas de interés plana



Fuente: Elaboración Propia

Por último, la curva mixta o con lomada se representa en el Gráfico 4. En este caso, el valor de la tasa aumenta con el incremento del tiempo al vencimiento hasta un punto de cambio de concavidad donde comienza el decrecimiento. De esta manera, se genera un máximo local en la función respecto del plazo.

Gráfico 4 – Estructura temporal de tasas de interés con lomada



Fuente: Elaboración Propia

## 1.2. Modelo de Nelson & Siegel

Según lo que se ha explicitado en el artículo de Nelson & Siegel (1987) – y que resultó de punto de partida para diferentes extensiones del mismo – el modelo que se propone consta de un formato de ajuste de la estructura temporal de tasas de interés a una función determinística. Una vez definidos los parámetros de esta función, la curva de tasas se podría proyectar mediante simulación de Monte Carlo, o bien utilizar el ajuste con la información del día corriente para generar una curva que solamente aplique a ese momento del tiempo – algo que las entidades financieras argentinas suelen utilizar para valuar su posición de mercado y riesgo día a día.

Uno de los motivos que ha llevado a que esta forma de estimación de tasas de interés se popularice en el mercado local es que, a diferencia de otras metodologías tradicionales, no requiere información de mercado para cada uno de los diferentes vencimientos (*maturities*) o nodos con que se pretende construir la curva de tasas. En cambio, Nelson y Siegel proponen un método donde la curva se genera a partir de un conjunto de puntos existentes, aún si los mismos son pocos. Esto, desde ya, es una ventaja muy relevante para la situación local donde no existe abundancia de instrumentos de donde derivar una estructura de tasas, puesto que hasta un año de vencimiento existen una variedad de Letras del Banco Central de la República Argentina (conocidas como LEBAC) y a mayores vencimientos sólo se detecta un puñado de bonos públicos en moneda local y a tasa Badlar con algún tipo de ajuste o *spread*.

Adicionalmente, este modelo también exhibe la ventaja de construir la estructura completa de tasas de interés, más allá del último vencimiento observado en el mercado, lo que hace que sea utilizable como instrumento de valuación y descuento.

Cabe destacar algunas cuestiones respecto de esta elección. Por un lado, hay que mencionar que no es el único modelo que cumple con estos requisitos detallados, pero se lo elige debido a su difundida utilización actual. Además, el modelo propuesto no tiene relación con ninguna variable económica, puesto que la estimación solamente se lleva a cabo a partir de los datos actuales de la curva, por lo que se puede pensar que las tasas de interés incorporan la totalidad de la información relevante a cada momento para la calibración del modelo.

En lo que propiamente al modelo respecta, se trata de un modelo paramétrico y parsimonioso (por la baja cantidad de estimaciones de parámetros necesarias para utilizarlo), donde se realiza un ajuste de los parámetros dentro de una función que representa la solución de una ecuación diferencial de segundo orden con raíces idénticas. A partir de la minimización del error en el ajuste por cualquier método (ya sea maximización de verosimilitud, mínimos cuadrados o algún otro) se estiman los parámetros que definirán la curva de tasas. Las ecuaciones diferenciales se presentan en el Anexo A, siguiendo en este capítulo con los resultados obtenidos a partir de las mismas.

La forma que exhibe el modelo de tasa de interés de Nelson & Siegel (en adelante, modelo NS) será la siguiente.

$$r(0, m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} - \beta_2 e^{-\frac{m}{\tau}} \quad (1)$$

Donde,

$r(0, m)$  : tasa de interés *spot* compuesta continua con vencimiento en el momento  $m$ .

$\beta_0$  : ponderación asignada al ajuste de la curva para el largo plazo.

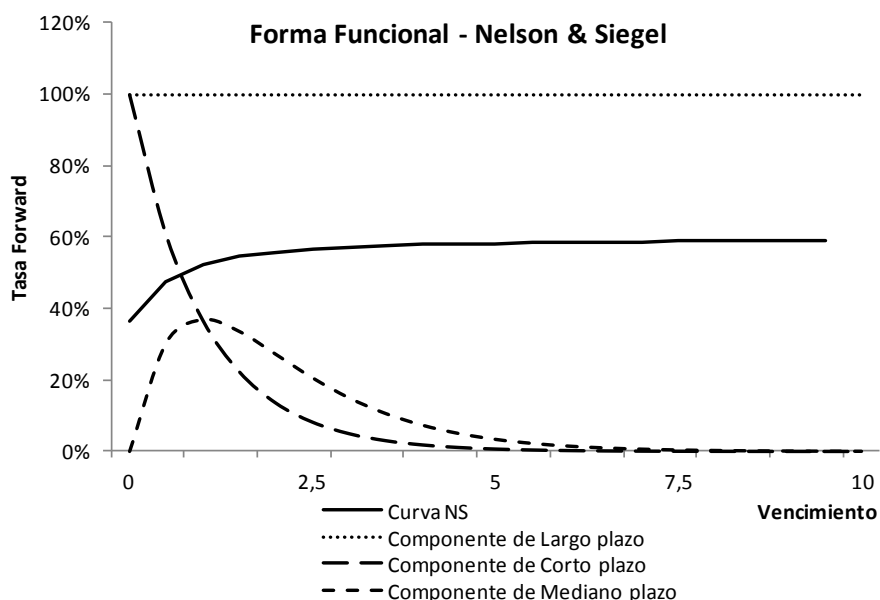
$\beta_1$  : ponderación asignada al ajuste de la curva para el corto plazo.

$\beta_2$  : ponderación asignada al ajuste de la curva para el mediano plazo.

$\tau$  : R valor temporal asociado a la ecuación. Define implícitamente la velocidad de convergencia de la porción instantánea ( $\beta_1 + \beta_2$ ) hacia el nivel asintótico de largo plazo ( $\beta_0$ ). Por ello, mientras menor sea su valor, la ponderación relativa al ajuste de corto plazo es mayor.

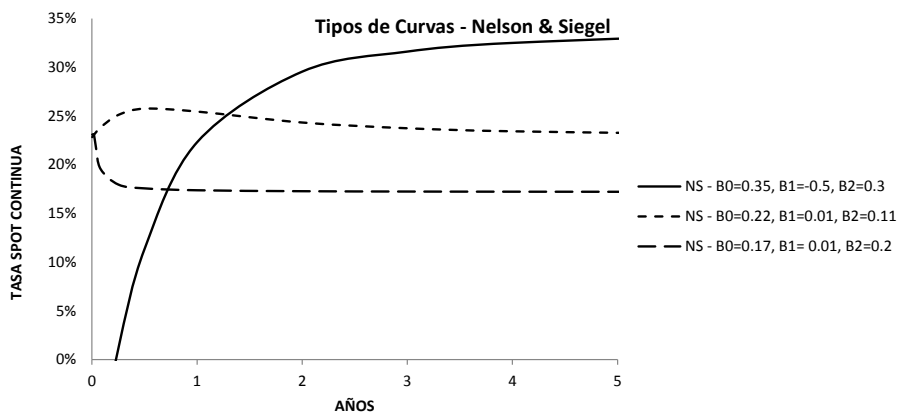
De esta manera, dependiendo del valor de los parámetros y de la ponderación del corto, mediano o largo plazo, el modelo permite estimar curvas de tasas con las formas funcionales presentadas en los Gráficos 1 a 4. El Gráfico 5 presenta una curva construida con el modelo NS con el detalle de sus componentes de corto, mediano y largo plazo; mientras que el Gráfico 6 muestra distintas posibles curvas de acuerdo al valor de los parámetros.

Gráfico 5 – Forma funcional para el modelo de Nelson & Siegel, según componentes



Fuente: Elaboración Propia, en base a Nelson & Siegel (1987)

Gráfico 6 – Tipos de curvas según parámetros de Nelson & Siegel



Fuente: Elaboración Propia, en base a Nelson & Siegel (1987)

Para realizar la calibración del modelo, una vez obtenidos datos de panel empíricos que reflejen los valores de activos referentes de las tasas de interés (como bonos, letras o derivados sobre tasas), solamente resta estimar los cuatro parámetros, usando el horizonte temporal “m” como argumento de la función determinada. En el presente trabajo se aplicará Mínimos Cuadrados Ordinarios entre la función de Nelson & Siegel y los datos observados de los precios de los activos. Además, no necesariamente se asume que un conjunto de parámetros será constante en el tiempo. Por el contrario, los parámetros sirven únicamente para ajustar los datos observados en

un día particular, pero los mismos variarán al cambiar la muestra – y por ende la fecha de valuación – utilizada.

Luego, después de estimados los valores diarios, el paso siguiente será producir un modelo que permita la simulación de curvas de tasas de interés. Para ello, se puede asumir una distribución de probabilidades para los parámetros con el objetivo de aplicar la técnica de Monte Carlo para simular el comportamiento futuro de los mismos, y a partir de ellos simular curvas de tasa de interés de manera aleatoria.

Partiendo de la forma funcional de la ecuación (1), se observa que la estimación implica una regresión no lineal en cuanto a los parámetros. Por ello, no resulta sencillo encontrar una forma compacta de la distribución teórica de dichos estimadores.

La metodología de ajuste a una curva mediante un método numérico no sólo se circunscribe al trabajo de Nelson & Siegel (1987). Dentro de los modelos tradicionales, además, se puede encontrar el ajuste por *splines*, que se ve reflejado en los trabajos de los autores McCulloch (1975) y Vasicek & Fong (1982), entre otros. No obstante, independientemente del método utilizado, el procedimiento involucra el ajuste de los precios de los activos (mediante la generación de un flujo de nominal, amortización e intereses) con sus respectivos plazos asociados a una forma funcional determinada. Mediante este procedimiento, se estiman los valores de la función de la tasa spot para cada vencimiento “m” propuesto.

Por diferentes motivos, el modelo NS es uno de los más utilizados a nivel mundial en materia de generación de tasas de interés. Carceles (2009), explica que la mayor parte de los bancos centrales optan – al menos mediante recomendaciones – por métodos con funciones simples, y concretamente por el modelo NS por la sencillez, especialmente a la hora de comparar la metodología con otras alternativas como métodos de splines, y por la interpretación que se le puede dar a los resultados obtenidos (descomposición de la curva en componentes de corto, mediano y largo plazo) y la inexistencia de riesgos de sobreparametrización dentro de los modelos.

En adición al punto anterior, otra de las ventajas es que una vez que se han estimado los parámetros de la función propuesta, se obtiene una tasa para cualquier vencimiento que se desee. Por ello, con la muestra tomada se cubre la totalidad del espacio necesario en la estimación, reemplazando métodos alternativos de interpolación a partir de puntos obtenidos.

Además, y aún más importante, una vez expuesto a los datos empíricos, los resultados obtenidos por la misma suelen asemejarse y ajustarse con buena precisión en la mayoría de los casos, lo que permite usar la misma para simular movimientos futuros.

Sin embargo, el motivo principal que explica la amplia utilización de este modelo es que genera una fórmula compacta que permite generar curvas de tasas con distintas formas, tal como se ha visto en el Gráfico 6.

A pesar de las ventajas mencionadas, este trabajo se centrará en los apartados siguientes en determinar si pueden darse ocasiones donde la respuesta obtenida sea contra intuitiva con

respecto a lo esperado. Esto significa, la aplicación al contexto de Argentina (y en particular, la aplicación sin conocimiento de los supuestos que lleva detrás) puede no tener buenos resultados. En el contexto de nuestro mercado, dada la poca información de activos financieros para plazos mayores a unos pocos años, este modelo puede generar formas de curvas poco razonables (en particular, curvas con lomadas artificiales). Por ello, bajo estas circunstancias puede ser más razonable una curva con pendiente estrictamente monótona.

Por otro lado, una de las principales críticas del modelo presentado es que el nivel de ajuste empeora cuando la estructura de tasas tiene un formato complejo. Siguiendo a Fisher, Nychka & Zervos (1995), el cumplimiento de la convergencia del modelo – asintótica – de las tasas forward no garantiza la positividad de las mismas, particularmente en los horizontes más lejanos del tiempo. Esto se deriva del hecho de que el parámetro de velocidad de convergencia hace que el corto, mediano o largo plazo sea preponderante, y por ende, lograr una convergencia simultánea de los diferentes períodos de tiempo es difícil.

Asimismo, este es un modelo de factores, puesto que la generación de los parámetros surge como una realización particular de los datos usados como inputs. Se deduce que producto de obtener un resultado basado en análisis numérico – por medio de la minimización de residuos –, se puede generar el cómputo inexacto de los parámetros. En otras palabras, más de un conjunto de parámetros permite obtener un ajuste igual de bueno, lo que causa un problema a la hora de cerrar la optimización. Siguiendo a Coroneo (2011), se demuestra que la correcta identificación de los parámetros sólo es posible cuando existen restricciones externas de rangos sobre los mismos, puesto que la optimización sin restricciones corre el riesgo de entrar en rangos donde las interpretaciones de los mismos pierdan sentido.

### **1.3. Modelo Logarítmico**

Como se discute en el apartado anterior, las limitaciones de la información disponible respecto del mercado local generan que uno de los pocos modelos utilizados para la determinación de estructuras de tasas de interés sean los modelos de ajustes de curvas, como es el caso del modelo de Nelson y Siegel. Este modelo se enmarca dentro del área de la econometría financiera, la que ha mostrado signos de desarrollo e inclusión en las finanzas en los últimos años. La tasa de interés – o curva de tasas en general – puede interpretarse como una serie financiera, motivo por el cual los métodos econométricos permiten llevar a cabo una adaptación de los datos observados para la posterior construcción del modelo propuesto.

En esencia, la econometría financiera permite no sólo el modelado de una tasa de interés básica (como podría ser el caso de la tasa Libor en una moneda y a un plazo definido); sino que adicionalmente avala la construcción y modelado de la curva de tasas completa permitiendo obtener un resultado a partir de datos escasos en mercados poco líquidos y profundos. Gracias a su gran evolución, en la actualidad se pueden encontrar modelos basados en diferentes

estructuras tan complejas como quieran usarse, como por ejemplo los modelos Autorregresivos Condicionalmente Heterocedásticos Generalizados (GARCH, por sus siglas en inglés).

Sin embargo, para este trabajo no se quiere producir una complejización del problema propuesto, dado que el objetivo ulterior es encontrar una técnica que al menos obtenga resultados similares en precisión con procesos más simples a los utilizados en la actualidad dentro del mercado financiero argentino.

Por ello, siguiendo estos lineamientos, una primera aproximación alternativa al problema de la calibración se enfocará en una Regresión Logarítmica de los datos observados para la obtención de la estructura de tasas. Una vez logrado este paso a partir de los datos históricos, se puede proceder a estimar una distribución de probabilidades de los parámetros de regresión que permita simular y predecir curvas futuras a través de un proceso de Monte Carlo.

En esencia, siguiendo a Wooldridge (2006) una regresión es un problema de inferencia donde se plantea una ecuación de la forma  $y_i = f(x_i, \vec{\eta}) + \varepsilon_i \quad \forall i = 1, \dots, T$ , donde  $f$  es una función del vector de parámetros aún no conocidos  $\vec{\eta}$  y  $T$  es el tamaño de la muestra tomada. Por medio de este sistema de ecuaciones se busca obtener un conjunto de estimaciones de los parámetros, que como mínimo muestre el mejor ajuste a los datos empíricos observados de la muestra tomada, independientemente de si ese resultado es el que mejor representa a la población total.

En este trabajo, se considera una función  $f$  logarítmica bajo una regresión lineal en lo que a los parámetros respecta, donde la variable dependiente, por supuesto, es la tasa de interés que se quiere predecir y la variable independiente es el tiempo al vencimiento – “m”.

De esta manera, el sistema de ecuaciones a utilizar para cada punto observable para la regresión tendrá la siguiente forma y poseerá tantas ecuaciones como datos observados de la muestra empírica  $T$  :

$$r(0, m_i) = \alpha + \beta \ln m_i + \varepsilon_i \quad \forall i = 1, \dots, T \quad (2)$$

Esta metodología, al igual que en la aplicación de Nelson & Siegel (1987), utiliza mínimos cuadrados ordinarios para la estimación de los parámetros a utilizar.

Según lo expuesto, este método ostenta similares desventajas que la aplicación de Nelson & Siegel, como se vio previamente. Una de las críticas más comunes a ambas metodologías es que la varianza puede variar, necesitando el uso de un método de mínimos cuadrados ponderados que permita calcular un valor promedio ajustado, tal que las ponderaciones sean recalculadas para cada iteración llevada a cabo.

Adicionalmente, en general, para la utilización de mínimos cuadrados ordinarios se aplican métodos de optimización a fin de determinar los parámetros de mejor ajuste para ambas metodologías. Por ende, podrían presentarse máximos y mínimos locales de la función a ser

optimizada, lo que lleva a la necesidad de suponer algunos valores iniciales para los parámetros que acerquen la solución al máximo o mínimo absoluto.

Finalmente, a partir de la distribución de los parámetros alfa (intercepto) y beta (pendiente), se puede aplicar una simulación de Monte Carlo que permita generar aleatoriamente curvas futuras.

Partiendo de la regresión de la ecuación (2) y asumiendo que los errores siguen una distribución normal y que se encuentran incorrelacionados con la variable independiente, podemos encontrar la distribución teórica de los parámetros (ver Canavos, 1987, p.457). Dada una transformación de la forma  $Z_i = \ln m_i$ , en el Anexo B se demuestra que los parámetros siguen una distribución teórica de la siguiente forma:

$$\hat{\alpha} \approx No \left( \alpha; \frac{\sigma_u^2 \sum Z_i^2}{n \sum (Z_i - \bar{Z})^2} \right) \quad (3)$$

$$\hat{\beta} \approx No \left( \beta; \frac{\sigma_u^2}{\sum (Z_i - \bar{Z})^2} \right) \quad (4)$$

Estas distribuciones serán utilizadas para generar simulaciones de curvas futuras a partir de la técnica de Monte Carlo.

Una limitante de la metodología de Regresión Logarítmica es que inevitablemente va a dar como resultado una curva de tasas monótona creciente o monótona decreciente, según el mejor ajuste a los datos muestrales (ver Gráfico 7).

Indudablemente, por la escasa parametrización de la función, no va a haber una separación de la forma funcional similar a la expuesta en el modelo NS con un componente de mediano plazo, o dicho de otra forma, la regresión no va a denotar puntos de máximos o mínimos locales y su consiguiente cambio de concavidad.

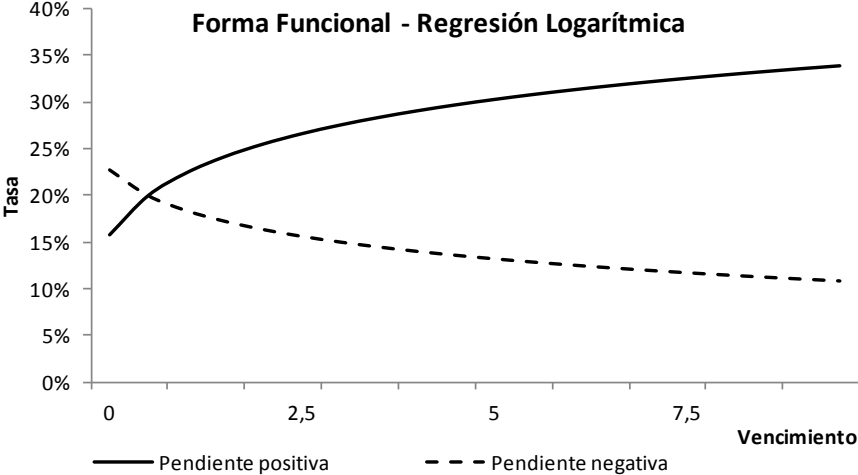
La pregunta a realizarse – y de hecho la que se persigue en la presente tesis – es si el tipo de curvas que surgen de la aplicación de la metodología de Nelson & Siegel (1987) a los datos del mercado argentino produce estimaciones aceptables dentro del marco actual. De no ser así, se deberá analizar si la forma de las curvas que se generan con el modelo NS, que generalmente detentan una lomada en su forma funcional, es una deformación originada por la escasez de los datos observados.

Desde ya, la respuesta a este cuestionamiento no es tan sencilla. A ciencia cierta, en Argentina no existen instrumentos líquidos de tasas de interés con vencimientos superiores a un año, lo que impide encontrar la curva real de tasas sin incurrir en una extrapolación. Por ello, se debe evaluar la plausibilidad de escenarios de curvas de tasas con cambio de pendiente (que generalmente se



generan al aplicar el modelo NS en el contexto actual) y analizar si la metodología de Regresión Logarítmica no es, además de una simplificación, un modelo que evita dichos escenarios.

Gráfico 7 – Forma funcional para modelo de Regresión Logarítmica, según componentes



Fuente: Elaboración Propia

## 2. El problema de la calibración al mercado argentino

### 2.1. Selección de la información a ser utilizada

Como se ha mencionado anteriormente, uno de los principales problemas del mercado argentino es la carencia de liquidez tanto de los activos financieros como de las tasas de interés, en especial cuando se trata del largo plazo. Esto se debe a que dentro del mercado local la tendencia es que el corto plazo sea predominante en la mayoría de las operaciones debido a la elevada incertidumbre respecto de diferentes variables económicas que entran en la toma de decisiones de los individuos, como el tipo de cambio, la tasa de interés y la inflación, entre otros.

Con el objetivo de llevar a cabo un análisis lo más extensivo posible, se buscará calibrar dos tipos de curvas diferenciados. Por un lado, se calibrarán los modelos mediante los datos existentes de Letras emitidas por el Banco Central de la República Argentina (LEBAC). Por otro lado, se llevará a cabo el mismo proceso para la valuación de Bonos argentinos en moneda soberana atados a la tasa variable de referencia – en el mercado local, la tasa BADLAR<sup>2</sup>. Si bien esta subdivisión de las curvas de interés puede resultar por demás complicada, en el marco de la práctica de las entidades financieras locales no es extraño que se trabaje con diferentes curvas representativas como puede ser una en moneda extranjera, una para elementos atados a coeficientes de ajustes periódicos y otra en pesos, por mencionar algunas. El objetivo detrás de esta segregación es simple, la valuación de los diferentes activos de una entidad requiere la consolidación de curvas de interés para el riesgo asumido. En ese sentido, no se puede tratar de la misma manera activos en diferentes monedas puesto que el riesgo intrínseco es evidentemente distinto. Lo mismo ocurre por diferentes motivos con los bonos a tasa variable y las letras del BCRA, no sólo por el destinatario al que están sujetos (uno de ellos para el público general y el otro exclusivo para entidades financieras) sino también por el rol que se pretende que dichos activos tengan (las letras son consideradas como el activo insignia de la liquidez siendo el mismo BCRA quien las garantiza). Por esto, se considera que hacer un análisis diferenciado de las curvas es apropiado para el contexto local actual.

La información necesaria para construir la base de datos ha sido obtenida a partir de la cotización pública tanto del BCRA o de páginas de valuación como Thomson Reuters. La ventaja de trabajar con LEBACS es que todos los títulos mantienen especificaciones similares respecto de la amortización, interés y moneda subyacente. El período de observación fue desde Julio 2014 hasta Julio 2015, y todos los títulos utilizados cotizaron en el mercado secundario con relativa liquidez hasta el momento de observación final o hasta su vencimiento. Se utilizaron datos de deuda emitida y sus precios medios de cotización diaria, tomando el valor ajustado. Dada que la información existe a nivel diario, se realiza una estimación con esta periodicidad aprovechando la disponibilidad de la misma.

---

<sup>2</sup> La tasa de referencia para el mercado financiero, la tasa BADLAR, es una única tasa para un plazo de treinta días, a diferencia de otras referencias internacionales, como la LIBOR, que generan una curva de tasas para los vencimientos más significativos de la misma.

El Cuadro 1 presenta el listado de LEBAC utilizadas en este trabajo. Dichas letras son las que han estado al menos un tiempo disponibles en la banda temporal seleccionada. Cabe destacar que para la calibración y estimación del modelo no se utilizan la totalidad de letras existentes a nivel diario, sino que solamente se seleccionan aquellas que tengan el mayor volumen de operación durante la rueda de cotización, puesto que esto asegura que el precio sea un fiel reflejo del valor asignable a las mismas. Asimismo, el Cuadro 2 presenta un resumen de las condiciones de emisión de las Letras consideradas. Cabe mencionar que todas la LEBAC consideradas son en pesos, amortizan su capital a vencimiento, y son colocadas a descuento.

Las Letras del BCRA son simplemente un activo de renta fija con un pago único al vencimiento y cotizan a descuento, de manera que el precio convalida la tasa a utilizar. A partir de la cotización del precio de cada letra en el mercado se puede obtener la tasa de interés implícita. El modelo de valuación a utilizar es:

$$P_{(0,m)} = VN * e^{-r(0,m)*m} \quad (5)$$

Donde  $P_{(0,m)}$  es el precio de la letra y  $r(0,m)$  representa la tasa con capitalización continua para el plazo  $m$ .

Por el lado de los títulos de emisión de deuda pública a tasa variable, se contó con la serie de precios diarios de los títulos expuestos en el Cuadro 3. Las condiciones de emisión de cada uno se presentan resumidas en el Cuadro 4. Se señala, como se hizo previamente, que los títulos presentados tienen una estructura similar en cuanto a vencimientos, amortizaciones y tasas aplicadas, aunque no idénticas.

*Cuadro 1 – Listado de LEBAC tomadas en consideración, según vencimiento<sup>3</sup>*

Listado de Letras							
L01A5	L04M5	L08O4	L13G4	L17D4	L20G4	L24D4	L27Y5
L01L5	L05G5	L10D4	L13Y5	L17J5	L20Y5	L24F6	L28E5
L01O4	L05N4	L10L4	L14E5	L17S4	L21E5	L24J5	L29A5
L02D5	L06G4	L10S4	L14O5	L18F5	L21O5	L24S4	L29L5
L02S5	L06Y5	L11F5	L15A5	L18M5	L22A5	L25F5	L29O4
L03D4	L07E5	L11M5	L15L5	L18N5	L22L5	L26G5	L30L4
L03J5	L07O5	L11N5	L15O4	L19G5	L22O4	L26N4	L30S5
L03S4	L08A5	L12G5	L16L4	L19N4	L23L4	L27E6	L31D4
L04F5	L08L5	L12N4	L16S5	L20E6	L23S5	L27G4	

Fuente: Elaboración Propia

<sup>3</sup> Para cada una de las LEBACS, el nombre es un anacronismo de la fecha de vencimiento de la misma. Por ejemplo, L01A5 representa una Letra con vencimiento el 01/Ago/2015.

Cuadro 2 – Condiciones de Emisión de LEBACS tomadas en consideración

Letra	Fecha Emisión	Plazo	Letra	Fecha Emisión	Plazo
L01A5	21/5/2014	315 días	L16S5	17/9/2014	364 días
L01L5	10/7/2014	356 días	L17D4	26/12/2012	721 días
L01O4	3/10/2012	728 días	L17J5	25/6/2014	357 días
L02D5	19/3/2015	252 días	L17S4	19/9/2012	728 días
L02S5	20/5/2015	140 días	L18F5	8/1/2014	406 días
L03D4	25/9/2013	434 días	L18M5	10/12/2014	98 días
L03J5	4/6/2014	364 días	L18N5	13/3/2015	252 días
L03S4	22/1/2014	224 días	L19G5	20/8/2014	364 días
L04F5	6/2/2013	728 días	L19N4	4/12/2013	350 días
L04M5	23/4/2014	315 días	L20E6	6/5/2015	252 días
L05G5	13/3/2015	147 días	L20G4	21/8/2013	364 días
L05N4	7/11/2013	363 días	L20Y5	21/5/2014	364 días
L06G4	24/7/2013	378 días	L21E5	23/1/2013	728 días
L06Y5	25/6/2014	315 días	L21O5	11/2/2015	252 días
L07E5	16/7/2014	17 días	L22A5	23/4/2014	364 días
L07O5	15/10/2014	357 días	L22L5	17/9/2014	308 días
L08A5	9/4/2014	364 días	L22O4	10/7/2014	104 días
L08L5	23/7/2014	350 días	L23L4	25/7/2012	728 días
L08O4	21/8/2013	413 días	L23S5	24/9/2014	364 días
L10D4	9/10/2013	427 días	L24D4	11/12/2013	378 días
L10L4	22/1/2014	169 días	L24F6	23/9/2015	147 días
L10S4	10/4/2013	518 días	L24J5	4/2/2015	140 días
L11F5	2/1/2014	405 días	L24S4	24/7/2013	427 días
L11M5	5/2/2014	399 días	L25F5	15/1/2014	406 días
L11N5	13/3/2015	252 días	L26G5	27/8/2014	364 días
L12G5	13/8/2014	364 días	L26N4	18/9/2013	434 días
L12N4	4/9/2013	434 días	L27G4	5/9/2012	719 días
L13G4	22/8/2012	721 días	L27Y5	28/5/2014	364 días
L13Y5	4/9/2014	245 días	L28E5	30/1/2013	728 días
L14E5	27/11/2013	413 días	L29A5	27/8/2014	245 días
L14O5	22/10/2014	357 días	L29L5	24/9/2014	308 días
L15A5	16/4/2014	364 días	L29O4	18/12/2013	315 días
L15L5	16/7/2014	364 días	L30L4	1/8/2012	728 días
L15O4	17/10/2012	728 días	L30S5	27/1/2015	245 días
L16L4	29/1/2014	168 días	L31D4	24/9/2014	98 días

Fuente: Elaboración Propia

Cuadro 3 – Listado de Títulos Públicos tomados en consideración, según vencimiento

Listado de Títulos Públicos				
AS15	PR14	PR15	AM17	AMX9

Fuente: Elaboración Propia

Cuadro 4 – Condiciones de Emisión de Títulos Públicos tomados en consideración

	Fecha Emisión	Fecha Vencimiento	Moneda	Amortización	Frecuencia Interes	Tasa
AS15	10/09/2009	10/09/2015	Pesos	6 cuotas semestrales desde 10/03/2013	Trimestral	Badlar + 300bps
PR14	04/01/2010	04/01/2016	Pesos	4 cuotas trimestrales desde 04/04/2015	Trimestral	Badlar
PR15	04/01/2010	04/10/2022	Pesos	14 cuotas trimestrales desde 04/07/2019	Trimestral	Badlar
AMX9	11/03/2013	11/03/2019	Pesos	Al vencimiento	Trimestral	Badlar + 250bps
AM17	28/03/2014	28/03/2017	Pesos	Al vencimiento	Trimestral	Badlar + 200bps

Fuente: Elaboración Propia

A partir del conocimiento del esquema de amortización, se pueden generar los flujos de fondos y descontarlos a cada tasa de la estructura temporal. Es decir que el precio se calcula como:

$$P_0 = \sum_m C_m e^{-m*r(0,m)} \quad (6)$$

Donde  $C_m$  representa el flujo de fondos con vencimiento en “m” y  $r(0,m)$  es la tasa spot con capitalización continua asociada a dicho plazo.

A pesar de contar con un número acotado de títulos, el propósito de este trabajo es comparar distintas metodologías de estimación, siendo esto imposible si se mezclaran títulos con diferentes características de emisión, que se encuentren denominados en distintas monedas o que cuenten con cláusulas de ajuste especiales

## 2.2. Metodología de ajuste a los datos empíricos – Método de Nelson & Siegel

Una vez que se han definido las variables fundamentales para la realización del experimento, se procede al ensamblado de la base de datos a ser utilizada, por medio del cruce de la información observada para cada día y obteniendo una estructura para cada activo financiero analizado en cuestión.

Para el caso de las Letras, de la lectura de los datos empíricos preseleccionados surge el conjunto de información a ser utilizada para la calibración del modelo en un día definido. El Cuadro 5 presenta, a modo de ejemplo, la observación hecha para el último día de Junio 2015.

Obviamente, conociendo la fecha de observación y la fecha de vencimiento se deduce simplemente los días al vencimiento implícitos en el valor a descuento del precio de cada una de las letras valuadas.

Como segundo paso, se suponen algunos valores iniciales para los parámetros del modelo NS que sirvan como punto de partida para el algoritmo de minimización. Para ello, se decidió calibrar el modelo al último día observado tomando parámetros arbitrarios y posteriormente, para cada día en que se avanza en el tiempo, se utiliza como punto de partida los parámetros estimados para el día anterior. Es decir, para un día sin cotización, el vector de parámetros  $[\beta_0 \beta_1 \beta_2 \tau]$  estimado

debería ser el mismo del día inmediato anterior, puesto que las condiciones no fueron modificadas.

Cuadro 5 – Listado de Letras del BCRA usadas el 29/06/2015 según volumen operado

Código de Título	Precio	Vencimiento
L01L5	99,9114	01/07/2015
L02S5	95,7377	02/09/2015
L05G5	97,6249	05/08/2015
L07O5	93,3504	07/10/2015
L09S5	95,2376	09/09/2015
L15L5	98,9804	15/07/2015
L23S5	94,2695	23/09/2015
L26G5	96,2086	26/08/2015
L28O5	91,9806	28/10/2015
L30S5	93,7981	30/09/2015

Fuente: Elaboración Propia

Al mismo tiempo, para realizar la calibración se definen un conjunto de restricciones de rangos para los valores de los parámetros. Estos rangos o restricciones se definen *ad hoc* y son práctica usual en el mercado financiero, puesto que se suponen formas de curvas aceptables a ser utilizadas, basadas en su plausibilidad. Este conjunto de restricciones son de carácter subjetivo y dependen del analista en cuestión, puesto que sirven para guiar al algoritmo de minimización al mejor óptimo local posible. En el caso de este trabajo, se definió que  $\beta_0$  y  $\beta_1$  deben tomar valores positivos entre 0 y 1,  $\beta_2$  debe estar entre -1 y 1 y  $\tau$  debe ser positivo.

Una vez armado el modelo, simplemente se establece como objetivo la minimización de la diferencia entre el precio de mercado y el precio teórico definido en la ecuación (5). Si la ecuación (1) del modelo NS se combina con la fórmula de valuación de la ecuación (5), resulta que el precio teórico de una letra es:

$$P_{(0,m)}^{NS} = VN * e^{-\left\{ \beta_0 + \beta_1 \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} + \beta_2 \left[ \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} - e^{-\frac{m}{\tau}} \right] \right\} * m}$$

El error muestral para el m-ésimo título analizado es la diferencia entre el precio de mercado observado,  $PM_{(0,m)}$ , y el precio teórico:

$$\varepsilon_m = VN * e^{-\left\{ \beta_0 + \beta_1 \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} + \beta_2 \left[ \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} - e^{-\frac{m}{\tau}} \right] \right\} * m} - PM_{(0,m)}$$

Finalmente, el problema de minimización para realizar la estimación de los parámetros tiene la siguiente forma:

$$\min_{\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau\}} \left\{ \sum \varepsilon_m^2 \right\} = \min_{\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau\}} \left\{ \sum \left[ P_{(0,m)}^{NS} - PM_{(0,m)} \right]^2 \right\} \text{ s.a. } 0 < \beta_0, \beta_1 \leq 1, -1 \leq \beta_2 \leq 1, \tau > 0.$$

A modo de ejemplo, operada la minimización con los datos de precios del Cuadro 5, se obtiene el siguiente conjunto de parámetros:  $[\beta_0 \beta_1 \beta_2 \tau] = [0.2248 \ 0.003 \ 0.1057 \ 0.3454]$ . En el Cuadro 6 se presenta la estructura de tasas teórica obtenida con dichos parámetros, por nodo de la estructura temporal y con un plazo de hasta 20 años.

*Cuadro 6 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015, curva de Letras del BCRA*

Nodo	m	Fecha	Tasa SPOT (Continua)	TNA
1 día	0.00	30/06/2015	22.83%	25.64%
7 días	0.02	06/07/2015	23.06%	25.94%
14 días	0.04	13/07/2015	23.32%	26.26%
1 mes	0.08	29/07/2015	23.83%	26.91%
3 meses	0.25	29/09/2015	25.11%	28.54%
6 meses	0.50	29/12/2015	25.74%	29.36%
1 año	1.00	29/06/2016	25.45%	28.98%
2 años	2.00	29/06/2017	24.32%	27.53%
3 años	3.00	29/06/2018	23.73%	26.79%
4 años	4.00	29/06/2019	23.42%	26.39%
7 años	7.00	29/06/2022	23.02%	25.89%
10 años	10.00	29/06/2025	22.86%	25.68%
20 años	20.00	29/06/2035	22.67%	25.45%

Fuente: Elaboración Propia

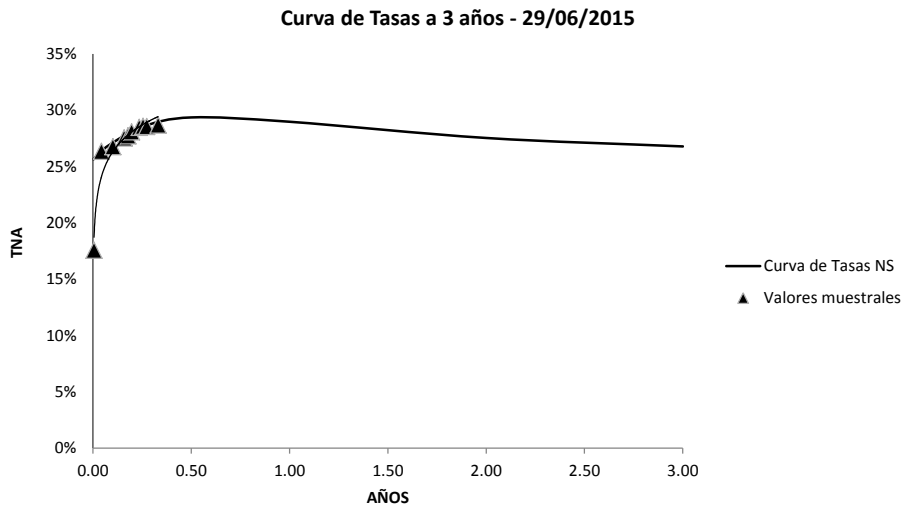
Finalmente, los Gráficos 8 y 9 presentan la curva de tasas junto con los valores observados para el día de valuación. En el Gráfico 8 se muestra la curva con un vencimientos de hasta 3 años - para mostrar con mayor detalle el corto plazo de la estructura temporal -, mientras que el Gráfico 9 muestra hasta el vencimiento de 20 años. Adicionalmente, el Gráfico 10 presenta los componentes del modelo para el caso de la calibración particular realizada.

Resulta evidente de la simple observación que la estructura temporal resultante en este caso presenta una situación de reversión a valores iniciales, es decir en otras palabras una predominancia de valores de mediano plazo.

Simultáneamente, de la observación de los resultados se deduce rápidamente que el ajuste obtenido es muy bueno puesto que a simple vista los puntos de valores muestrales caen sobre la curva de tasas de Nelson & Siegel. Sin embargo, dado que los valores muestrales se encuentran concentrados en el corto plazo, la curva de tasas obtenida para los vencimientos superiores a un año son extrapolados ante la ausencia de observaciones, motivo por el cual no existe evidencia empírica que sustente la caída en la curva para el mediano y largo plazo.

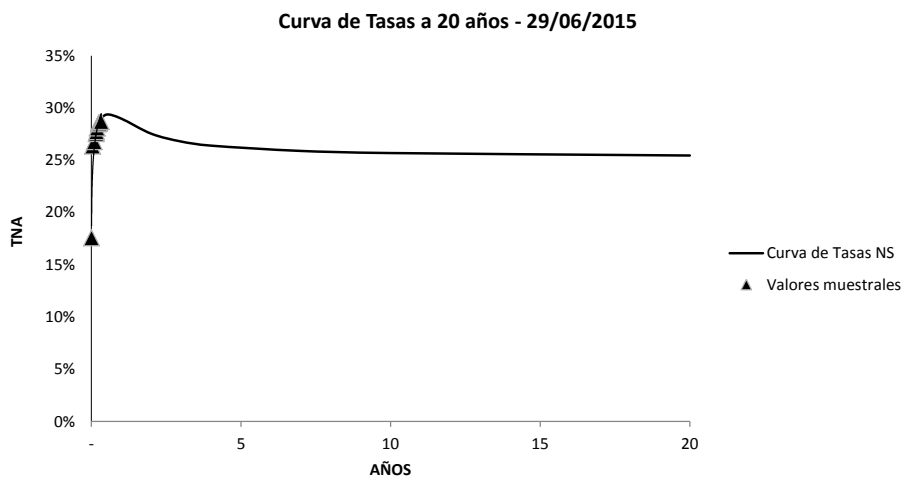
Como se observa en las curvas de los Gráficos 8 a 10, la estructura temporal de tasas de interés estimada tiene una forma creciente para vencimiento de corto plazo y decreciente para vencimientos más largos.

*Gráfico 8 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015 con horizonte a tres años, para Letras del BCRA*



Fuente: Elaboración Propia

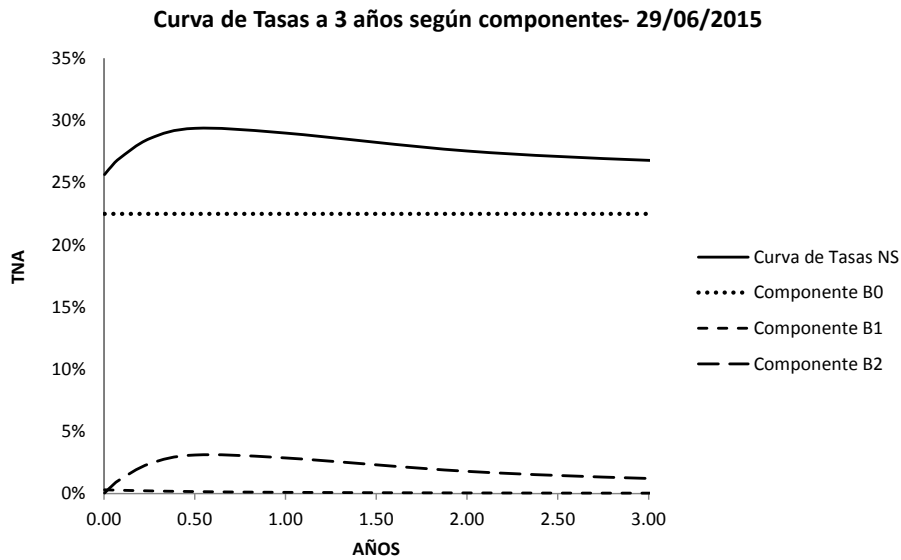
*Gráfico 9 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015 con horizonte a 20 años, para Letras del BCRA*



Fuente: Elaboración Propia



Gráfico 10 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015 según componentes, para Letras del BCRA



Fuente: Elaboración Propia

El mismo proceso se realizó para la estimación de una curva de tasas asociada a Badlar, usando como inputs las observaciones de los precios de los bonos recabados. Lo primero, entonces, será la construcción de la marcha progresiva de los pagos de intereses y amortizaciones de capital de cada uno de los títulos. Por ejemplo, el Cuadro 7 presenta el flujo de fondos para el bono PR14, desde el punto de vista de la emisión (Panel A) y el flujo de fondos restante incluyendo el precio de mercado a la fecha de valuación (Panel B).

Aquí cabe hacer una referencia a la forma de proyectar las tasas Badlar futuras. A priori, la metodología correcta sería utilizar como referencia de esta tasa la curva futura vista desde el momento inicial. En ausencia de la misma, como es el caso del mercado argentino, se debería calibrar un modelo típico de tasas que permita representar esta estructura en el tiempo. Sin embargo, en el mercado financiero argentino suele utilizarse como aproximación a la tasa futura, la última tasa conocida bajo la fecha de referencia. Aún siendo esta una metodología errónea, suele aplicarse de esta manera puesto que los plazos de valuación usados son predominantemente cortos, haciendo que el trabajo de proyección y estimación de la tasa Badlar futura sea poco provechoso. Entonces, dado que este trabajo busca replicar los procedimientos llevados a cabo en el mercado financiero actual argentino, se optará por esta última alternativa para la valuación.

Cuadro 7 – Esquema de amortización según flujos de fondos para el caso del Título PR14

Panel A				Panel B	
Flujo de Fondos desde la fecha de emisión				Flujo de Fondos desde la fecha de valuación (29/06/2015)	
Fecha de cupón	Interes	Amortización	Cuota	Fecha	CashFlow
04/01/2010				29/06/2015	-77,50
04/04/2010	2,46	0,00	2,46	06/07/2015	28,90
04/07/2010	2,36	0,00	2,36	05/10/2015	27,54
04/10/2010	2,51	0,00	2,51	04/01/2016	26,25
04/01/2011	2,66	0,00	2,66		
04/04/2011	2,72	0,00	2,72		
04/07/2011	2,77	0,00	2,77		
04/10/2011	2,84	0,00	2,84		
04/01/2012	3,23	0,00	3,23		
04/04/2012	4,73	0,00	4,73		
04/07/2012	3,25	0,00	3,25		
04/10/2012	2,99	0,00	2,99		
04/01/2013	3,58	0,00	3,58		
04/04/2013	3,79	0,00	3,79		
04/07/2013	3,68	0,00	3,68		
04/10/2013	4,14	0,00	4,14		
04/01/2014	4,67	0,00	4,67		
04/04/2014	4,79	0,00	4,79		
04/07/2014	6,51	0,00	6,51		
04/10/2014	5,99	0,00	5,99		
04/01/2015	5,08	0,00	5,08		
04/04/2015	4,96	25,00	29,96		
04/07/2015	3,90	25,00	28,90		
04/10/2015	2,54	25,00	27,54		
04/01/2016	1,25	25,00	26,25		

Fuente: Elaboración Propia

Con información como la presentada en el Cuadro 7, se procede a estimar la estructura de tasas para minimizar los errores en precios. Asimismo, en el caso de que existiera algún valor anómalo para el análisis de resultados, el mismo se debería quitar de las observaciones de modo de no tergiversar la información recibida. Otro motivo que puede llevar a una anomalía es el uso de fechas de vencimiento y no de fechas de liquidación, diferencia que si no se tuviera en cuenta al considerar intereses corridos llevaría a saltos importantes – sobre todo midiendo rentabilidades – unos días posteriores a la fecha de corte de cupón de interés.

El precio teórico para los bonos bajo este modelo surge de la combinación de la ecuación (1) y (6):

$$P_0^{NS} = \sum_m C_m e^{-m^* \left\{ \beta_0 + \beta_1 \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} + \beta_2 \left[ \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} - e^{-\frac{m}{\tau}} \right] \right\}}$$

Nuevamente en este caso, el error muestral para el j-ésimo bono será la diferencia entre el precio teórico y el de mercado,  $PM_{0;j}$ , tal que:

$$\varepsilon_j = \sum_m C_{m;j} e^{-m^* \left\{ \beta_0 + \beta_1 \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} + \beta_2 \left[ \frac{1-e^{-\frac{m}{\tau}}}{\frac{m}{\tau}} - e^{-\frac{m}{\tau}} \right] \right\}} - PM_{0;j}$$

Finalmente, se busca resolver el siguiente problema de optimización:

$$\min_{\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau\}} \left\{ \sum \varepsilon_j^2 \right\} = \min_{\{\beta_0, \beta_1, \beta_2, \tau\}} \left\{ \sum [P_{0;j}^{NS} - PM_{0;j}]^2 \right\} \quad \text{s.a. } 0 < \beta_0, \beta_1 \leq 1, -1 \leq \beta_2 \leq 1, \tau > 0.$$

Mediante la minimización de los errores al cuadrado utilizando todos los títulos expuestos en el Cuadro 3 con sus respectivos precios del día 29/Jun/2015, se obtiene el siguiente vector de parámetros:  $[\beta_0 \beta_1 \beta_2 \tau] = [0.2994 -0.0691 0.001 5.00]$ .

Nuevamente, esta metodología permite la valuación de tasas spot continuas, pero se las transforma a la tasa nominal anual asociada, obteniendo la estructura de tasas del Cuadro 8.

*Cuadro 8 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015, para Curva Badlar*

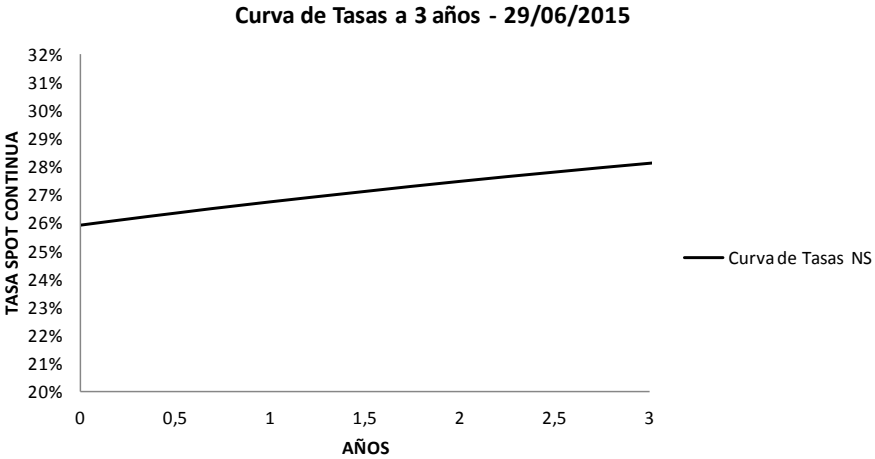
Nodo	m	Fecha	Tasa SPOT (Continua)	TNA
15 días	0.04	13/07/2015	23.07%	25.94%
1 mes	0.08	29/07/2015	23.10%	25.98%
3 meses	0.25	29/09/2015	23.21%	26.12%
6 meses	0.50	29/12/2015	23.38%	26.33%
1 año	1.00	29/06/2016	23.69%	26.74%
2 años	2.00	29/06/2017	24.27%	27.46%
3 años	3.00	29/06/2018	24.77%	28.11%
4 años	4.00	29/06/2019	25.21%	28.68%
7 años	7.00	29/06/2022	26.26%	30.03%
10 años	10.00	29/06/2025	26.99%	30.98%
20 años	20.00	29/06/2035	28.27%	32.67%

Fuente: Elaboración Propia

Finalmente, los Gráficos 11 y 12 presentan la curva de tasas para el día de valuación. Tal como en el caso anterior, en el primer gráfico se presenta la curva con vencimientos de hasta 3 años y en el segundo gráfico se muestra la estructura hasta 20 años. El Gráfico 13 representa la descomposición de la curva del modelo de Nelson & Siegel según sus componentes de corto, mediano y largo plazo.

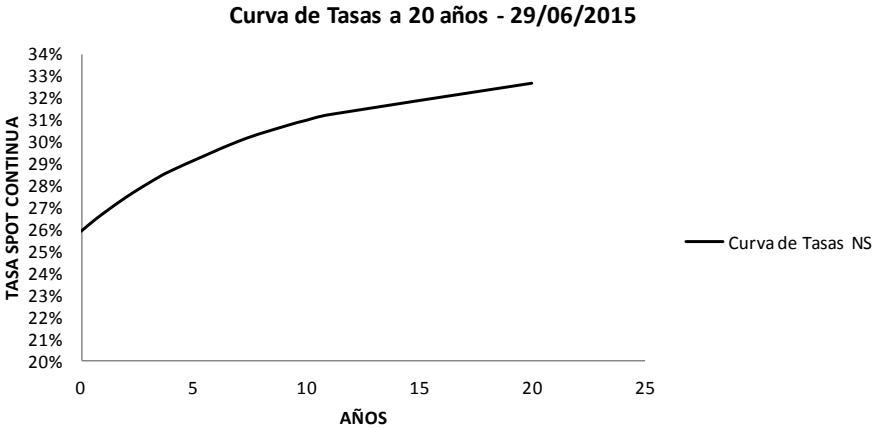
A diferencia del caso de las letras, vemos que para la estimación de la curva Badlar la estructura es monótona creciente. En general, la variabilidad de factores que afectan al precio de los títulos públicos (desde vencimiento a grandes operaciones de mercado) y a la escasez de valores muestrales que pueden observarse (solamente cinco títulos) hacen que, al realizar el ajuste, el error sea mayor al logrado en el caso de la curva de Letras.

Gráfico 11 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015 con horizonte a tres años, para Curva Badlar



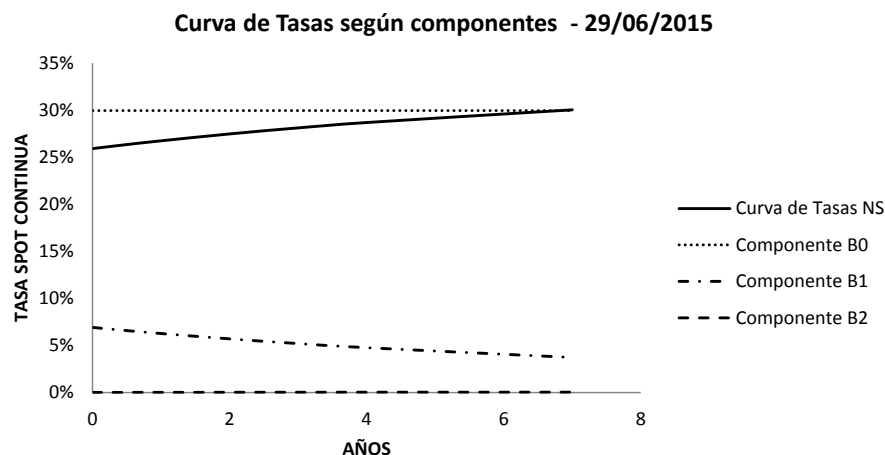
Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 12 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015 con horizonte a 20 años, para Curva Badlar



Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 13 – Estructura temporal Nelson & Siegel al día 29/06/2015 para Curva Badlar según el efecto de sus componentes



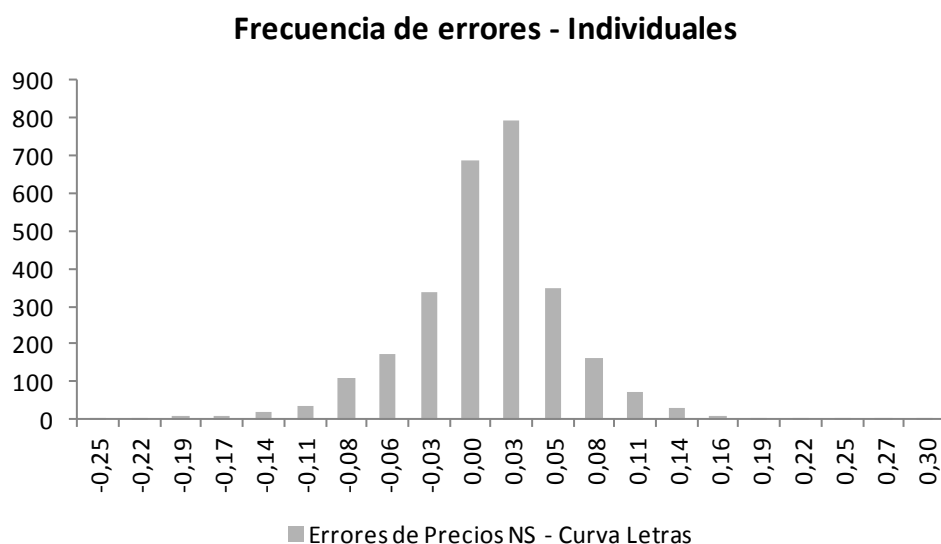
Fuente: Elaboración Propia

Aquí cabe hacer un comentario respecto de la metodología de minimización de los errores. Se justifica la aplicación de un método como el de mínimos cuadrados bajo la consideración que los residuos tienen un comportamiento cercano a la distribución normal (o a la distribución *t de Student*). Existe diversa bibliografía que soporta diferentes teorías sobre la distribución resultante de los estimadores de los parámetros, variando entre distribuciones con forma de campana o incluso lognormales. Puesto que no se quiere restringir al vector de parámetros estimados a la positividad, se descarta la concepción de lognormalidad, pero sí se intentará probar el ajuste a la primera de las teorías, y en caso de no resultar adecuada se aplicará alguna metodología alternativa.

Este supuesto, sin embargo, no se cimienta simplemente sobre la base de presunciones de comportamiento de la distribución de los errores per se, sino que debe ser testeado a fin de corroborar la normalidad presunta replicando la metodología aplicada al día 29 de Junio de 2015, para cada uno de los días de la ventana temporal trabajada.

El Gráfico 14 representa los valores de los errores en los precios individuales de cada uno de los títulos valuados en cada fecha, para la totalidad del horizonte temporal, en la minimización realizada para la Curva de Letras. Dado el volumen trabajado, esto debería aumentar exponencialmente la cantidad de datos observados y con ello obtener una distribución empírica robusta.

Gráfico 14 – Frecuencia de errores para la totalidad de la ventana temporal



Fuente: Elaboración Propia

Llevados a cabo estos procedimientos, se ha buscado validar la normalidad de los errores generados siguiendo a Gujarati (2012, p.130), a partir del test de normalidad de Jarque Bera. El mismo propone un estadígrafo de la forma:

$$JB = \frac{n}{6} \left( S^2 + \frac{K^2}{4} \right) \approx Chi(\alpha; 2gl)$$

Donde  $S$  representa el coeficiente de asimetría,  $K$  representa el exceso de curtosis (sobre 3) y  $n$  es la cantidad de observaciones.

De esta manera, se calcula el valor muestral del estadígrafo de prueba de Jarque Bera para los errores individuales que se computan aisladamente para cada día donde se ha calibrado una curva de tasas. Tomando un valor de corte de una Chi con dos grados de libertad con 95% de confianza (5.99), no se rechaza la hipótesis nula en más de un 87% de los casos diarios y por ende se puede asumir normalidad en los errores. Este hecho justifica los supuestos que se han tomado hasta este punto y que permiten continuar con el análisis que fundamenta el presente trabajo.

### 2.3. Metodología de ajuste a los datos empíricos – Método de Regresión Logarítmica

Al igual que como se ha planteado para el caso del método de Nelson & Siegel, en el caso de la Regresión Logarítmica también se ha dividido los resultados en la calibración de una curva estimada a partir de letras del BCRA y otra curva representativa de la tasa Badlar.

Se comenzará por la estimación de la estructura temporal a partir de los datos observados sobre Lebac en el mercado local actual.

La tasa spot capitalizable continuamente estimada por la Regresión Logarítmica tiene la forma:

$$r^{RL}(0, m) = \alpha + \beta \ln m ,$$

Que combinada con la ecuación (5) resulta en un precio teórico igual a:

$$P_{(0,m)}^{RL} = VN * e^{-\{\alpha + \beta \ln(m)\} * m}$$

Nuevamente, en cada fecha, para la selección de parámetros se minimiza la suma de los errores al cuadrado entre los precios teóricos y los precios de mercado:

$$\min_{\{\alpha, \beta\}} \left\{ \sum \varepsilon_j^2 \right\} = \min_{\{\alpha, \beta\}} \left\{ \sum \left[ P_{(0;m)}^{RL} - PM_{(0,m)} \right]^2 \right\}.$$

Al aplicar una Regresión Logarítmica a la serie de precios del Cuadro 5, para el 29 de Junio de 2015, se obtienen los siguientes parámetros  $[\alpha \ \beta] = [0.2657 \ 0.0111]$ . El Cuadro 9 presenta la estructura temporal de tasas de interés resultante para los mismos nodos que se consideraron en el caso del modelo NS (ver Cuadro 8).

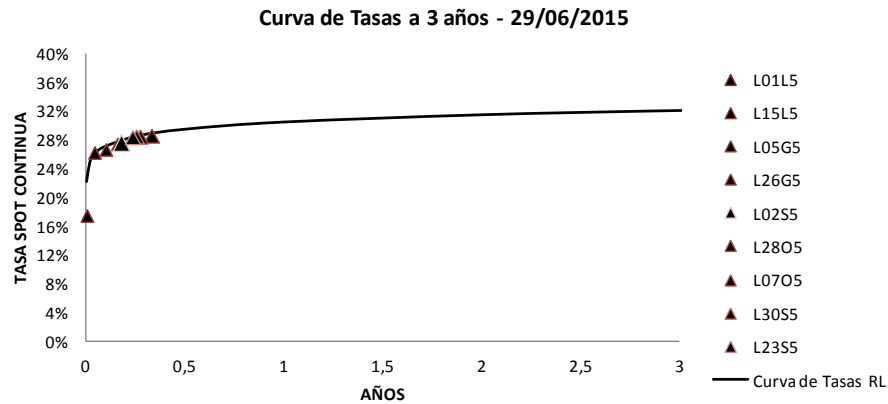
*Cuadro 9 – Estructura temporal Regresión Logarítmica al día 29/06/2015, Curva de Letras del BCRA*

Nodo	m	Fecha	TNA
1 día	0,0027	30/06/2015	22,20%
7 días	0,0192	06/07/2015	24,86%
14 días	0,0384	13/07/2015	25,82%
1 mes	0,0822	29/07/2015	26,89%
3 meses	0,2521	29/09/2015	28,47%
6 meses	0,5014	29/12/2015	29,45%
1 año	1,0000	29/06/2016	30,45%
2 años	2,0000	29/06/2017	31,45%
3 años	3,0000	29/06/2018	32,04%
4 años	4,0000	29/06/2019	32,46%
7 años	7,0000	29/06/2022	33,29%
10 años	10,0000	29/06/2025	33,82%
20 años	20,0000	29/06/2035	34,85%

Fuente: Elaboración Propia

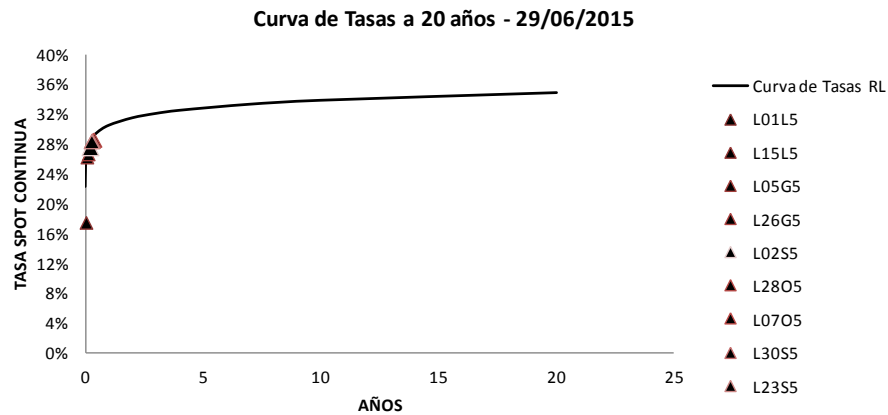
Por último, los Gráficos 15 y 16 muestran las curvas de tasas junto con los valores observados, para vencimientos de hasta 3 años y de hasta 20 años, respectivamente, para las construcciones basadas en Letras del BCRA.

Gráfico 15 – Estructura temporal Regresión Logarítmica al día 29/06/2015 con horizonte a tres años, para Letras del BCRA



Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 16 – Estructura temporal Regresión Logarítmica al día 29/06/2015 con horizonte a 20 años, para Letras del BCRA



Fuente: Elaboración Propia

El mismo mecanismo de calibración se repite para la curva Badlar. Para ello, de la misma manera que como se hizo en el caso de las letras del BCRA, el precio teórico para los bonos bajo este modelo tiene la siguiente forma:

$$P_{0;j}^{RL} = \sum_h C_{h;j} e^{-h^* \{ \alpha + \beta \ln(h) \}}$$

Nuevamente en este caso, el error muestral de los precios será la diferencia entre el precio teórico y el de mercado, tal que:

$$\varepsilon_j = \sum_h C_{h;j} e^{-h^* \{ \alpha + \beta \ln(h) \}} - PM_j$$



Quedando el problema definido como:

$$\min_{\{\alpha, \beta\}} \left\{ \sum \mathcal{E}_j^2 \right\} = \min_{\{\alpha, \beta\}} \left\{ \sum \left[ P_{0;j}^{RL} - PM_{0;j} \right]^2 \right\}$$

El Cuadro 10 detalla los valores numéricos de la estructura temporal ajustada a la estructura de títulos como la presentada en el Cuadro 7. En este caso, para la fecha de ejemplificación 29/06/2015, los parámetros obtenidos toman los valores  $[\alpha \beta] = [0.0223 \ 0.2589]$ .

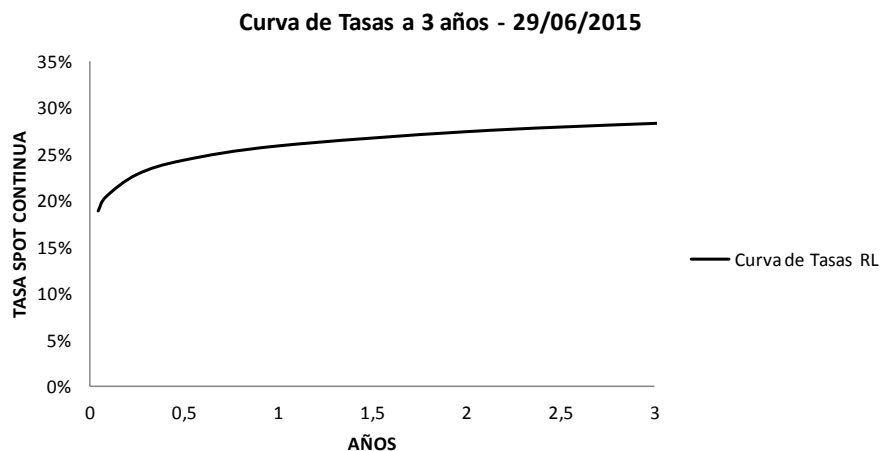
Subsiguientemente, los Gráficos 17 y 18 representan las curvas de tasas hasta tres años y hasta 20 años, respectivamente.

*Cuadro 10 – Estructura temporal Regresión Logarítmica al día 29/06/2015, Curva de Tasa Badlar*

Nodo	m	Fecha	TNA
15 días	0,04	15/07/2015	18,82%
30 días	0,08	30/07/2015	20,36%
3 meses	0,25	30/09/2015	22,81%
6 meses	0,50	30/12/2015	24,35%
1 año	1,00	30/06/2016	25,90%
2 años	2,00	30/06/2017	27,44%
3 años	3,00	30/06/2018	28,34%
4 años	4,00	30/06/2019	28,98%
7 años	7,00	30/06/2022	30,23%
10 años	10,00	30/06/2025	31,02%
20 años	20,00	30/06/2035	32,57%

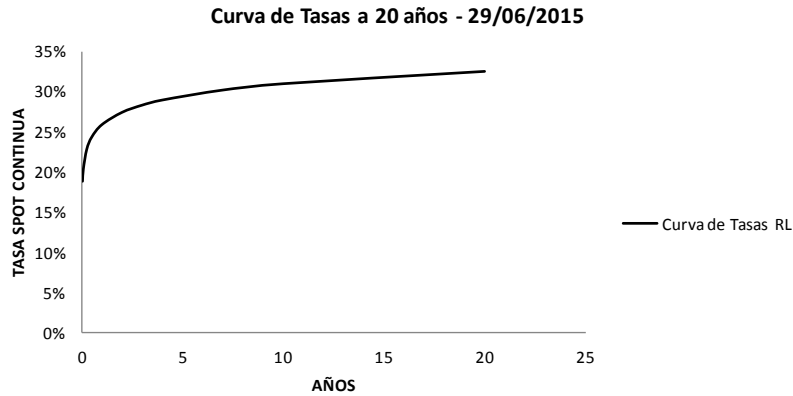
Fuente: Elaboración Propia

*Gráfico 17 – Estructura temporal Regresión Logarítmica al día 29/06/2015 con horizonte a tres años, para Curva Badlar*



Fuente: Elaboración Propia

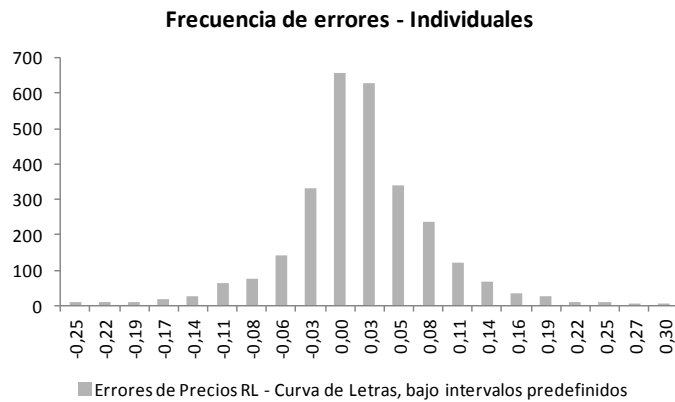
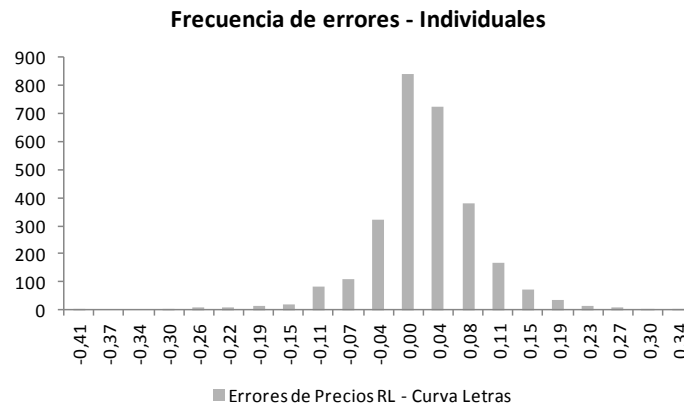
Gráfico 18 – Estructura temporal Regresión Logarítmica al día 29/06/2015 con horizonte a veinte años, para Curva Badlar



Fuente: Elaboración Propia

Luego, para realizar la validación del modelo, el primer paso es la evaluación de los residuos obtenidos a partir de la calibración del modelo en cada una de las fechas analizadas.

Gráfico 19 – Frecuencia de errores para la totalidad de la ventana temporal



Fuente: Elaboración Propia

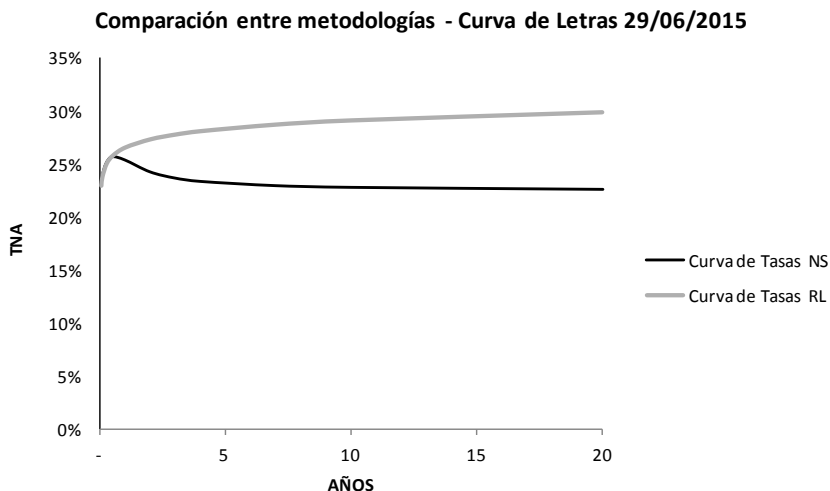
El Gráfico 19 muestra la distribución de errores para el horizonte establecido a nivel individual en cada operación y activo implementado (a términos de incrementar el muestreo) para la Curva de Letras. Adicionalmente, también se presenta la frecuencia de errores usando el mismo intervalo de valores que el usado para el modelo de Nelson & Siegel, de manera que permita comparar la concentración o dispersión de dichos errores.

Calculando el valor muestral del estadígrafo de prueba de Jarque Bera para los errores de cada día analizado de forma independiente y aplicando la prueba de hipótesis detallada en la sección anterior al 95% de confianza, en este caso no se rechaza la hipótesis nula en más de un 88% de los casos diarios. Por ello, se asume normalidad en los errores muestrales.

#### 2.4. Implicancias de los resultados obtenidos

A partir de los resultados obtenidos respecto de la calibración de la curva de Letras, a priori ya se visualiza una diferencia significativa con respecto a las metodologías planteadas, puesto que la curva de tasas de interés es monótona creciente en el caso logarítmico mientras que, luego de un crecimiento inicial, los valores de largo plazo son similares a los puntos iniciales de la curva en el modelo de Nelson & Siegel. Entonces, las preguntas que quedan por hacerse serán cuál de las versiones está más acercada a la realidad y cuál es el comportamiento esperado de los nodos más alejados de la curva de tasas. Dicha comparación queda explícita en el Gráfico 20.

Gráfico 20 – Comparación en la curva de Letras del BCRA entre las metodologías de Nelson & Siegel y de Regresión Logarítmica

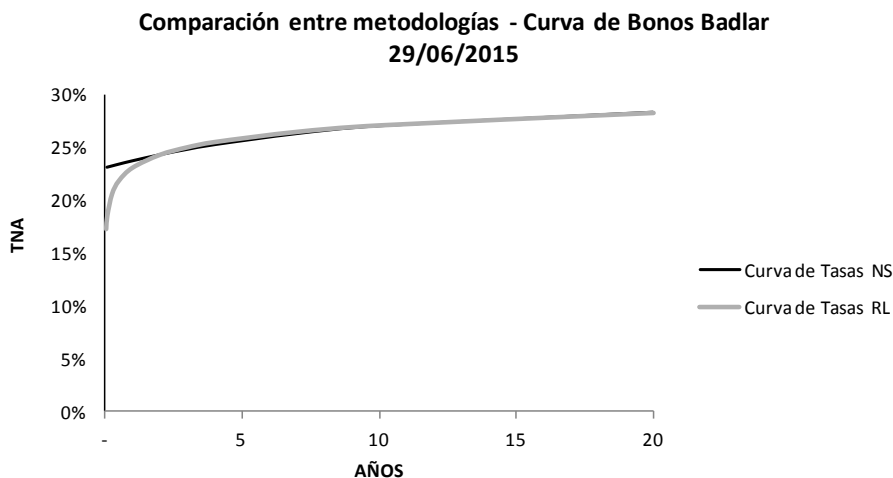


Fuente: Elaboración Propia

Sin embargo, en el caso de la calibración a la curva de bonos a tasa Badlar, la estructura temporal tiene un formato similar a la observada por la estimación de Nelson & Siegel para los vencimientos de largo plazo. Esto se puede observar en el Gráfico 21. Ahora, quedará preguntarse qué método se prefiere a la hora de trabajar sobre estos temas durante el día a día de la labor de entidades

financieras, y para hallar una respuesta a este cuestionamiento en los capítulos siguientes se proponen indicadores para definir preferencias de las particularidades de cada método.

*Gráfico 21 – Comparación en la curva Badlar entre las metodologías de Nelson & Siegel y de Regresión Logarítmica*



Fuente: Elaboración Propia

Como puede verse de los resultados planteados para este ejemplo, los valores son más disímiles para el caso de Letras. Este punto resulta realista, puesto que las características de las Letras que son instrumentos de corto plazo, solamente proveyendo datos observados hasta un vencimiento máximo de un año.

Por ello, el modelo de Regresión Logarítmica, al no tener un cambio de concavidad en la curva planteada, continúa la tendencia creciente, mientras que el modelo de Nelson & Siegel basado en los parámetros planteados parece generar valores de largo plazo similares a los de corto plazo.

A diferencia del caso de las Letras, en la curva de bonos Badlar la tendencia en ambos casos es creciente, cambiando solamente el nivel de la curva, sobre todo para el corto plazo.

Para ejemplificar el impacto de la diferencia en las curvas estimadas, se propone la valuación de un préstamo tomando un flujo de fondos y vencimiento hipotético. Para ello, si se suponen pagos anuales constantes, el primer paso será la construcción de los nodos intermedios no considerados en la calibración inicial. En el Cuadro 11 se presenta cada una de las estructuras de tasas, para ambos modelos y para ambos tipos de curvas.

Suponiendo como condición inicial del préstamo teórico un pago constante de \$10.000 anuales y vencimiento a 20 años, el cuadro 12 muestra la valuación de la operación como el valor presente de los flujos de fondos en cada caso.

*Cuadro 11 – Estructura de las curvas de tasas al 29/06/2015*

	Curva de Letras		Curva Badlar	
	NS	RL	NS	RL
1,00	25,45%	26,58%	23,69%	23,03%
2,00	24,32%	27,35%	24,27%	24,25%
3,00	23,73%	27,80%	24,77%	24,95%
4,00	23,42%	28,11%	25,21%	25,45%
5,00	23,23%	28,36%	25,60%	25,84%
6,00	23,11%	28,56%	25,95%	26,15%
7,00	23,02%	28,73%	26,26%	26,41%
8,00	22,95%	28,88%	26,53%	26,64%
9,00	22,90%	29,01%	26,77%	26,84%
10,00	22,86%	29,13%	26,99%	27,02%
11,00	22,82%	29,23%	27,18%	27,18%
12,00	22,80%	29,33%	27,36%	27,33%
13,00	22,77%	29,42%	27,51%	27,46%
14,00	22,75%	29,50%	27,65%	27,59%
15,00	22,73%	29,58%	27,78%	27,71%
16,00	22,72%	29,65%	27,90%	27,82%
17,00	22,70%	29,72%	28,01%	27,92%
18,00	22,69%	29,78%	28,10%	28,01%
19,00	22,68%	29,84%	28,19%	28,10%
20,00	22,67%	29,90%	28,27%	28,19%

Fuente: Elaboración Propia

*Cuadro 12 – Resultados de la aplicación de las curvas de tasas al 29/06/2015, aplicadas a un préstamo hipotético.*

Curva Letras	NS	\$	37,843
	RL	\$	30,329
Curva Badlar	NS	\$	33,565
	RL	\$	33,479

Fuente: Elaboración Propia

De esta manera, puede verse que, tal como se mencionó anteriormente, las diferencias entre los dos modelos para el caso de la curva Badlar es menor a la diferencia observada en la curva de LEBAC. Sin embargo, al mismo tiempo, al usar la curva de letras, donde el impacto de la ausencia de información de largo plazo es notoria, se nota con mayor claridad la subestimación de la tasa llevada a cabo por el modelo de Nelson & Siegel en comparación con la Regresión Logarítmica.

A partir de estos hallazgos, en el capítulo 4 se buscará generar un conjunto de indicadores que permitan decidir sobre alguna metodología basándose en conceptos empíricos de las tasas observadas, de manera de llevar a cabo una selección objetiva por uno de estos modelos.

### **3. Simulación de la Estructura temporal de tasas por Monte Carlo**

En la sección anterior se ha explicado la metodología de estimación de la curva de tasas de interés a partir de los datos observados en el mercado local para una fecha de valuación determinada. Esto resulta inmensamente útil sobre todo para la gestión de riesgos que se implementa diariamente en las entidades financieras, puesto que la valuación de los activos e incluso el cálculo de riesgo de mercado están en absoluta dependencia de una curva de tasas de interés.

Sin embargo, cuando dejamos las bases de un análisis retrospectivo para ingresar en el terreno de uno prospectivo – *forward looking* – nos encontramos que la estructura temporal de tasas del día de hoy no necesariamente sea la mejor estimación de la siguiente, o más técnicamente, la curva de tasas no necesariamente se comporta como un proceso markoviano de primer orden.

En este contexto, dentro del presente apartado se propone generar, a partir del período temporal analizado, una distribución de probabilidades tanto de los parámetros del modelo de los autores Nelson & Siegel como de los parámetros que rigen el comportamiento de la Regresión Logarítmica.

#### **3.1. Metodología de Simulación de Monte Carlo**

El punto de partida para cualquier proceso de simulación es la recopilación de la fuente de datos a ser utilizada en el transcurso de la aplicación. En el Capítulo 2 se ha hecho referencia a la metodología necesaria para hallar los parámetros de cada modelo en una fecha de valuación predeterminada. Dado que se ha seleccionado como ventana temporal el último año de información, el proceso de generación de parámetros y calibración de estructura de tasas de interés se deberá repetir para cada una de las fechas seleccionadas. Este proceso permitirá obtener una base de datos cual análisis de panel teniendo para cada momento un conjunto de valores que reproduzcan las curvas.

Nótese que lo que se tiene es una estructura de tasas por fecha de valuación para un total de 242 días (escenarios pasados). Nuevamente cabe destacar que la parsimonia es una de las ventajas fundamentales que ambos métodos – Nelson & Siegel y Regresión Logarítmica – presentan: con 4 parámetros para el modelo NS y sólo dos para el modelo RL se puede construir una curva de tasas completa, sin necesidad de recurrir a un valor por cada nodo y las consiguientes interpolaciones necesarias para completar las curvas.

Con el conjunto de valores que resulta de la información pasada, el primer paso será la estimación para cada día de la muestra de los parámetros de los dos modelos utilizados. Adicionalmente, con las estimaciones de todos los 242 días, se pueden calcular covarianzas entre los parámetros.

El siguiente paso es la generación de un vector de números aleatorios normal estándar que servirán de base para la simulación, para lo cual se ha utilizado el algoritmo de Box & Muller (1958).

Para introducir la aleatoriedad al cálculo propuesto sin generar una malversación del modelo es necesario recordar que cualquier transformación lineal de un vector aleatorio con distribución normal también tiene una distribución normal. En otras palabras, si  $\mu$  es el vector de medias y  $\Sigma$  la matriz de varianzas y covarianzas de un conjunto de variables aleatorias  $X$ , entonces se demuestra que:

$$X \approx N(\mu, \Sigma) \Rightarrow AX \approx N(A\mu, A\Sigma A^T)$$

Por consiguiente, dado un vector aleatorio  $Z \approx N(0, I)$ , entonces  $X$  puede reescribirse como  $X = \mu + AZ \approx N(\mu, AA^T)$  según Glasserman (2003, p.39).

Esta es una metodología clásica a la hora de generar esquemas de simulación normal multivariado. En el caso del modelo de Nelson & Siegel se necesitaría crear un vector de 4 números aleatorios normales estándar y para el caso de la regresión paramétrica solamente 2 (uno por cada parámetro).

Sin embargo, el problema de fondo será el cálculo de la matriz  $A$  puesto que a partir de ella podemos construir el vector de valores correlacionados  $X$ . La matriz  $A$  se conoce como matriz de Cholesky, y la factorización de Cholesky de una matriz simétrica definida positiva, como lo es la matriz de varianzas y covarianzas, permite hallar aquella matriz  $A$  que una vez multiplicada por su traspuesta da como resultado la matriz de varianzas y covarianzas deseada. Si bien no se entrará en el detalle de la descomposición factorial en este trabajo, se presentará en el Anexo C el código de *Visual Basic for Applications* para el lector interesado.

Cabe resaltar en este punto que la generación de valores aleatorios por el método de Box y Muller está implícitamente presuponiendo normalidad en cuanto a la distribución de los parámetros. Desde ya, esta metodología es una de las más comúnmente aplicadas a la hora de generar este tipo de proyecciones sobre la curva de tasas, en especial para el modelo de Nelson & Siegel – aunque no la única existente en la bibliografía actual. Siguiendo a Gasha, J. G. et al (2010, p.59) el tipo de procesos permite una descomposición de Cholesky tal que se generen tantas variables aleatorias normales independientes e idénticamente distribuidas como número de parámetros a estimar. A su vez, Diez-Canedo, J. M., Nivón, C. E. N., & Grajales, V. V. (2003, p 13) proponen realizar un ajuste para encontrar aquella distribución que más se asemeje a los valores empíricos observados, pero posteriormente dichos autores aplican una metodología de normalización respecto de los resultados hallados de la evidencia empírica. En conclusión, entonces, no resultaría fuera de lugar un supuesto sobre la normalidad de los parámetros.

### **3.2. Aplicación de la Simulación de Monte Carlo**

El primer paso es la estimación de los parámetros dentro de la ventana temporal analizada. Para ello, se parte del proceso de calibración de la curva de Letras del BCRA y se busca verificar la

normalidad en la distribución de parámetros observada en la muestra, que habiliten a la aplicación de la metodología detallada en el apartado anterior.

En el caso de la generación de la información necesaria para la metodología de Nelson & Siegel, dado que no existe una distribución teórica de los parámetros a utilizar, existen dos caminos para obtener el comportamiento esperado de los mismos. Por un lado, se puede utilizar algún modelo econométrico, especialmente los autorregresivos, que permitan explicar el comportamiento de los parámetros futuros a partir de los inmediatos anteriores. Al mismo tiempo, por otro lado, se pueden utilizar herramientas de simulación a partir de la información disponible de las curvas calibradas que permitan encontrar una distribución de frecuencias de dichos parámetros con información suficiente.

Para este trabajo, se generó una distribución de frecuencias a partir de aplicar simulación de Monte Carlo sobre la muestra de 242 días con parámetros calibrados (*bootstrapping*), dado que los parámetros estimados no tenían una distribución normal, necesaria para la implementación de las matrices de Cholesky.

Por otra parte, para la generación aleatoria de los parámetros necesarios para la simulación de la Regresión Logarítmica, sí se cuenta con la distribución teórica de sus parámetros. Entonces, a partir de la última curva calibrada, correspondiente al 30/06/2015, se buscó la esperanza, varianza y covarianza entre los parámetros necesarios, sabiendo que la distribución de los mismos es normal (ver ecuaciones (3) y (4)).

En este último caso de Regresión Logarítmica, mediante la utilización de los valores obtenidos para los parámetros, se llevó a cabo su correspondiente comparación contra la distribución teórica de los mismos, como mecanismo de verificación de que el modelo es correcto, obteniendo en ambos casos distribuciones normales de iguales características.

A partir de lo explicitado en los párrafos anteriores, se presenta en el Cuadro 13 la información respectiva a la media, el desvío estándar, el coeficiente de asimetría y la exceso de curtosis de los valores paramétricos de cada uno de los modelos trabajados según las observaciones.

Una vez realizado el análisis descriptivo inicial de la serie de parámetros estimados, se realizó un test que permita verificar la normalidad de los valores obtenidos como el de Jarque Bera. A partir del mismo se llega a la conclusión que no es aplicable el supuesto de normalidad a todos los parámetros de Nelson & Siegel (e.g. el caso de  $\beta_1$  dentro del modelo), y por otro lado, que los parámetros obtenidos de la Regresión Logarítmica sí pueden tomarse como provenientes de una distribución normal.



*Cuadro 13 – Análisis descriptivo de parámetros para Curva de Letras del BCRA*

Curva de Letras				
Modelo Nelson & Siegel				
	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	1/T
media	0.2156	0.0050	0.1697	0.5035
desvio	0.0325	0.0001	0.1193	0.3300
asimetría	-1.39	-15.56	0.70	0.58
curtosis	2.38	242.00	0.75	-1.29

Modelo de Regresión Logarítmica		
	$\alpha$	$\beta$
media	0.2658	0.0111
desvio	0.0910	0.0378
asimetría	0.585	0.555
curtosis	0.331	0.627

Fuente: Elaboración Propia

En el Cuadro 14 se presenta la matriz de varianzas y varianzas entre los valores  $[\alpha \ \beta]$  según el modelo de regresión, el cual será utilizado para el proceso de simulación. Luego, en el Cuadro 15 se muestra la matriz de Cholesky correspondiente.

*Cuadro 14 – Matriz de varianzas y covarianzas de parámetros de Regresión Logarítmica para la Curva de Letras del BCRA*

Curva de Letras		
Modelo de Regresión Logarítmica		
$\Sigma$	$\alpha$	$\beta$
$\alpha$	0,00828	0,00300
$\beta$	0,00300	0,00143

Fuente: Elaboración Propia

*Cuadro 15 – Matriz de Cholesky para la Curva de Letras del BCRA*

Curva de Letras		
Modelo de Regresión Logarítmica		
Cholesky	$\alpha$	$\beta$
$\alpha$	0,0629	0,0000
$\beta$	0,0228	0,0127

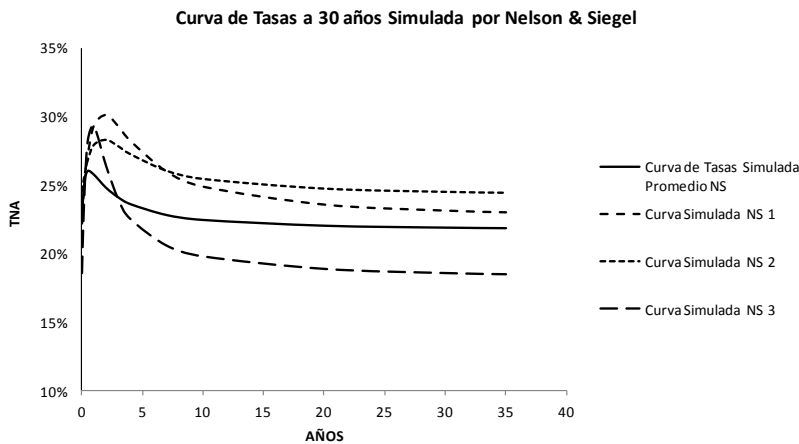
Fuente: Elaboración Propia

A partir de la información de los Cuadros 13 a 15 se llevaron a cabo 5.000 simulaciones de cada modelo, con el objetivo de ver el comportamiento medio cuando el número de iteraciones se expande lo suficiente. Para el caso del modelo NS, dado que se demostró la no normalidad de la

mayoría de los parámetros, se utilizó la técnica de Bootstrapping a partir de las calibraciones llevadas a cabo. Por el lado del modelo de Regresión Logarítmica, en cambio, dado que la normalidad es un supuesto aplicable, se generó la simulación normal multivariada utilizando la descomposición de Cholesky.

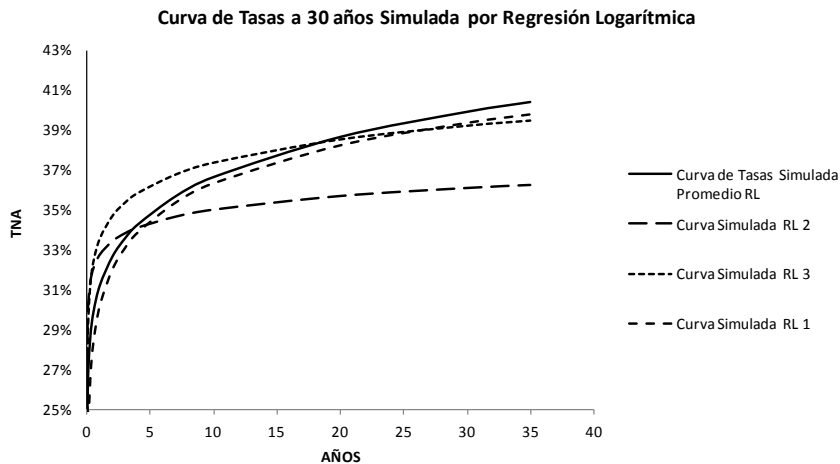
En los Gráficos 22 y 23 se muestran algunos resultados de las simulaciones para las metodologías de Nelson & Siegel y de Regresión Logarítmica, respectivamente. Dichos gráficos presentan la “curva promedio” utilizando el promedio de los parámetros simulados para ambos modelos, que se pueden utilizar como una estructura temporal de tasas de interés esperada, como así también algunas simulaciones particulares.

*Gráfico 22 – Estructura temporal Nelson & Siegel simulada con horizonte a treinta años, para Curva de Letras del BCRA*



Fuente: Elaboración Propia

*Gráfico 23 – Estructura temporal Regresión Logarítmica simulada con horizonte a treinta años, para Curva de Letras del BCRA*



Fuente: Elaboración Propia

A modo de conclusión podemos exponer que los cambios de curvatura y de pendiente en el modelo de Nelson & Siegel se producen básicamente para los vencimientos cortos, más precisamente en torno al vencimiento del último valor muestral.

Además, tomando el modelo de Regresión Logarítmica, se observa que existen cambios en la pendiente de la estructura, motivo por el que se analizará dentro de apartados siguientes, entre otras cuestiones, la probabilidad que se produzcan estos *shifts* en las curvas de tasas. Por otro lado, el modelo de Nelson y Siegel parece tener resultados consistentes en cuanto a la comparación del último día de observación de datos con respecto al resultado de la simulación. También se incorporará este factor dentro de las consideraciones a la hora de recomendar la utilización de uno u otro.

#### 4. Indicadores de comparabilidad

En función de los valores y de la relación entre los parámetros encontrados a nivel diario en el análisis anterior, la estructura temporal de tasas de interés para el modelo de Nelson & Siegel o el modelo de Regresión Logarítmica pueden tomar diferentes formas. Creciente, decreciente o incluso con una lomada; cóncava o convexa, por encima o por debajo de su valor de equilibrio, las combinaciones de las estructuras son más que variadas y todas posibles.

La verdadera pregunta no refiere a la posibilidad, puesto que todas lo son, sino a la plausibilidad de cada una de ellas. Esto es lo que va a terminar definiendo si un modelo es superior a otro, al menos en un contexto determinado como el que se utiliza en este trabajo.

Ambos modelos, por la ausencia de información suficiente para evitar una estimación, cuentan con la desventaja de ser paramétricos, y por ende ambos asumen, en cierto punto, el comportamiento de la curva de tasas de interés en aquellos puntos del tiempo – vencimientos – donde no hay información disponible. Ambos utilizan para ello funciones diferentes y, lógicamente, ambos obtienen estimaciones distinguibles entre sí. Pero cómo definir qué estimación utilizar sin caer en la banalidad de defender vía subjetivismo es la pregunta a realizarse. Y la respuesta es que no se puede. Siempre se va a terminar dependiendo de la visión subjetiva del analista a la hora de tomar una decisión de este tipo. Sin embargo, se puede contar con ciertos indicadores que mejoren la toma de decisiones.

Las estructuras de tasas de interés tienen un conjunto de características deseables o esperables en lo que a su comportamiento se refiere. Reversión a la media, movimientos conjuntos y volatilidades, entre otros, son conceptos que sirven para analizar si las curvas (en la muestra y simuladas) cumplen con los criterios esperables. Desde ya, su incumplimiento no invalida de ninguna manera los resultados, puesto que los métodos surgen del cálculo de funciones y no de valores observados reales, pero sin embargo el cumplimiento de los mismos sí es síntoma de la robustez y bondad del modelo aplicado.

En las subsecciones que continúan se propondrán diferentes aspectos deseables de una curva de tasas de interés, y se evaluará la situación en los dos modelos propuestos y los dos tipos de curvas generadas, para ver si en cada uno de los ítems estudiados una metodología es consistentemente mejor. Si así lo fuera a través de los diferentes puntos estudiados, se podría afirmar sin miedo a entrar en una contradicción, que una metodología logra un ajuste – subjetivamente – mejor a la otra. Sin embargo, difícilmente el camino se encuentre tan allanado como para ser, sin lugar a discusiones, tan enfático. Los criterios propuestos para el análisis comparativo de los modelos, según algunas de las características deseables de las estructuras temporales de tasas de interés que se detallan en Rebonato (1996) entre otros, son:

1. Probabilidad de tasa negativa,
2. Probabilidad de curva invertida,
3. Probabilidad de curva con lomada,
4. Estructura de correlaciones,

5. Amplitud de las tasas,
6. Estructura de volatilidades, y
7. Distribución de *Key Rate Durations*.

#### **4.1. Probabilidad de generar tasas negativas**

Una de las virtudes atribuibles a los modelos de tasas de interés más sofisticados que se utilizan en la actualidad es evitar la posibilidad de obtener una tasa de interés negativa como resultado del mismo. Puesto que siempre – o la mayoría de las ocasiones al menos – que se genera un modelo de tasa de interés, el mismo se arma sobre la estructura de una tasa nominal (y no real, según la denominación que el autor Fischer le suele dar a la tasa de interés que descuenta los efectos inflacionarios de su contrapartida nominal), se esperaría que la curva de tasas de interés nunca esté por debajo de la barrera de un valor mínimo de cero.

Sin embargo, ¿es el hecho de que las tasas de interés que resulten de un proceso de tasas sean negativas suficiente para invalidar el uso de este modelo completamente? La respuesta – desde ya subjetiva y particular de este autor – es que no lo es. Lo que habrá que evaluar, en todo caso, es la probabilidad de que las tasas de interés tomen valores negativos, sí resaltando que cuanto menor resulte esta probabilidad, mejor será el modelo de estructura de tasas de interés obtenido. Y esto no es algo novedoso a considerar, puesto que uno de los modelos más habitualmente utilizados del marco teórico existente al respecto de modelos de tasas es el correspondiente a Vasicek (1977), que permite la existencia de tasas negativas.

En consecuencia, a partir de las premisas recientemente mencionadas se procederá a calcular la probabilidad de obtener alguna tasa de referencia negativa dentro de los dos modelos que se han utilizado (Nelson-Siegel y Regresión Logarítmica) y para los dos conjuntos de curvas que se han trabajado (LEBAC y Bonos Badlar). En particular se evalúa la probabilidad de tasas negativas en dos situaciones: (i) para los datos observados del mercado (es decir para la muestra empírica tomada y las curvas estimadas), y (ii) para las curvas que se han simulado durante nuestro proceso de Monte Carlo. De esta manera, se permite intentar validar independientemente ambas acciones llevadas a cabo – calibración y simulación.

Para el caso particular de la Curva de Letras emitidas por el Banco Central (Lebacs), el método de Nelson Siegel muestra 0% de posibilidad de tasa de interés negativa, tanto para el caso de los valores observados como para los simulados por este proceso. En otras palabras, ninguna de las tasas generadas por la calibración de los 242 datos observados por vencimiento y de las 5.000 simulaciones de la curva genera un valor de tasa menor que cero.

Por otro lado, para el caso de la Regresión Logarítmica se observa un 0% y 0,40% de probabilidad de tasa de interés negativa para los datos calibrados y para las curvas simuladas para *maturities* entre 7 días y 20 años, respectivamente. Es decir, alrededor de solamente 20 casos en las 5.000 simulaciones de estructuras temporales, muestran algún valor de tasa por debajo del cero.

Al mismo tiempo, respecto de las calibraciones en la muestra de los dos modelos para la curva de tasa variable (proxy a la Badlar), el resultado muestra que el método de Nelson Siegel exhibe 1% de posibilidad de tasa de interés negativa, mientras que la dicha probabilidad para la Regresión Logarítmica se mantiene en despreciables (0%).

Puesto que los valores tienden irrefutablemente a cero en ambos modelos desde el punto de vista de la calibración y simulación de las curvas, no se puede sacar conclusiones sobre la superioridad de uno u otro modelo de la aplicación que se ha llevado a cabo.

Adicionalmente, según lo que se ha observado a lo largo de las simulaciones obtenidas, la mayoría de los casos con valores de tasas negativas (para cualquiera de los modelos) se explica únicamente por el primero de los nodos usados; siendo rara vez negativo el tramo final de la curva (aún cuando la misma tenga pendiente negativa).

Para resolver este punto, si fuera necesario, se puede proponer en la estimación de los parámetros que el término del intercepto en los diferentes modelos ajuste al cero el nodo inicial siempre que a priori se esté obteniendo una tasa negativa inicial.

#### **4.2. Probabilidad de obtener una curva invertida de tasas**

Bajo algunas situaciones puntuales, en el mercado suelen observarse lo que se conoce como curva invertida, que no es otra cosa que una estructura temporal de tasas decreciente, donde para vencimientos de corto plazo las tasas denotan valores superiores que sus correspondientes de largo plazo. Si bien se esperaría que la forma que adopten las curvas sea exactamente la inversa, en situaciones particulares del mercado financiero o la economía pueden verse este tipo de curvas. Dicho de otra forma, si bien no es un fenómeno común, tampoco entra de lo que es imposible que suceda.

De esta manera, y siguiendo los mismos pasos llevados a cabo en el apartado anterior, para este indicador se evaluará la posibilidad de que la curva de tasas tenga pendiente negativa para los dos modelos en cuestión utilizados y para los dos conjunto de curvas. Recordemos que se evaluará lo propio, al mismo tiempo, diferenciando los resultados de la calibración inicial con respecto a las conclusiones derivadas de las simulaciones de curvas.

Para el caso particular de la Curva de Letras emitidas por el Banco Central (Lebacs), el método de Nelson Siegel muestra resultados más que interesantes. Por un lado, tanto para el conjunto de ajuste a los valores empíricos observados como para el conjunto de simulaciones, la totalidad de las curvas denotan en algún punto una pendiente negativa. Sin embargo, esto no quiere decir que la curva sea decreciente en todo momento.

El modelo de Nelson & Siegel, cuando se estima con pocos datos de corto plazo, como es el caso de este estudio, suele generar curvas con una lomada<sup>4</sup>, es decir que denotan un máximo local siendo crecientes antes del mismo y decrecientes posteriormente. Esta característica se tendrá en consideración en el indicador siguiente, por lo que en lo que a este apartado refiere, se denomina curva invertida a aquella que es decreciente a lo largo de todo el espectro de vencimientos analizados. Una vez aclarada esta salvedad, se pasará a describir los resultados obtenidos.

Para la curva de LEBACS, el modelo de Nelson & Siegel muestra una probabilidad de estructura invertida en un 0.83% de los valores calibrados a partir de datos empíricos y un 0.86% para las curvas simuladas posteriormente.

Por el lado de la Regresión Logarítmica, la probabilidad de obtener una curva de tasas de LEBAC con pendiente negativa relativa al ajuste sobre valores empíricos es del 8.26% mientras que para las curvas simuladas el porcentaje se encuentra entorno del 30%. Este último valor, si bien claramente sobreestimado, se debe a que el parámetro de tendencia de la Regresión Logarítmica toma un valor promedio positivo pero cercano a cero, haciendo que el efecto de aleatoriedad impacte en el signo de la regresión más fácilmente. No obstante, esto de seguro es una desventaja de esta metodología.

Para el modelo de Nelson & Siegel los resultados con la curva de Bonos a tasa variable que siguen la tasa de referencia Badlar son similares a los obtenidos para la curva LEBAC: la probabilidad de que la curva de tasas sea decreciente es del 2.89%. Por otra parte, el modelo de Regresión Logarítmica denota un 0% de probabilidad de inversión de la curva.

Quedará para el final del presente trabajo, desde luego, la evaluación de los resultados aquí expuestos para decidir sobre un modelo o sobre el otro, pero a priori podemos decir que en el caso de la curva de LEBAC el modelo de la Regresión Logarítmica está sobreestimando la posibilidad real de que la curva de tasas se vea invertida.

### **4.3. Probabilidad de obtener una lomada en la estructura de tasas**

Las curvas de tasas de interés, en ocasiones extremadamente particulares, pueden exhibir una forma creciente inicial seguida de un decrecimiento, dando la forma de la distribución al nombre de lomada por el máximo local que se genera alguno de los vencimientos observados. Este es un fenómeno plausible, aunque altamente infrecuente, que se manifiesta en alguna circunstancia particular de algún mercado.

En el texto escrito por los autores Fabozzi et al (2003, p. 110), se ve un ejemplo claro de esta situación, para la curva de Treasuries del tesoro de los Estados Unidos y la fecha de 26 de Abril del 2000. Además, los autores rescatan ciertas consonancias para los casos donde aparece una curva con lomada, diciendo que suele ser un indicador de que la estructura de tasas se invertirá en un

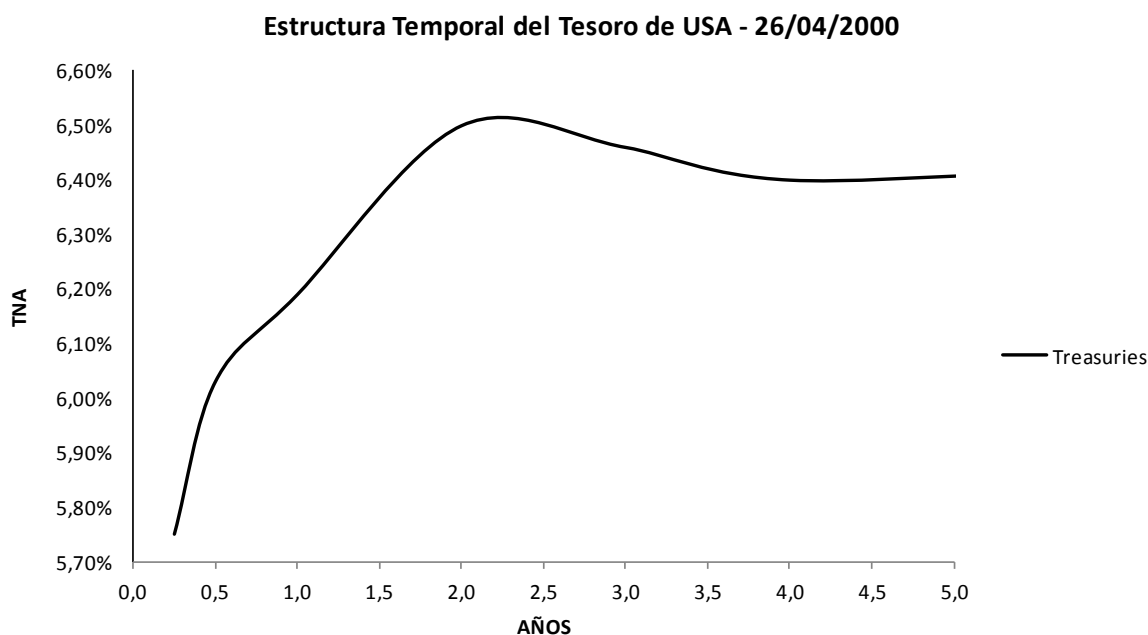
---

<sup>4</sup> *Humped Curves* en inglés.

futuro cercano de tiempo. En el Gráfico 24 se presenta la curva obtenida para esta fecha (<http://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=yieldYear&year=2000>).

Ahora bien, ¿es esta curva con pequeñas subidas y bajadas lo habitual en el mercado? A decir verdad, no lo es. Si se mira la fuente de la información, fuera de pequeños movimientos entre los nodos que no califican para este análisis, veremos que la curva a lo largo de todo el año 1999 e inicios del 2000 se presentó monótona creciente, motivo por el cual no se podría afirmar que lo ocurrido en este día particular fuera esperable o normal.

Gráfico 24 – Estructura temporal del Tesoro de Estados Unidos, 26/04/2000



Fuente: Elaboración Propia

De todos modos, del mismo análisis de los datos se pueden observar otros casos similares dentro del mismo año 2000, lo que motiva a pensar que alguna razón exógena generó este comportamiento en estas tasas a partir del punto analizado.

Esta singularidad, desde ya, resulta deseable en un modelo de tasas de interés siempre que este evento ocurra esporádicamente en la estructura de tasas conformada por el mismo, puesto que se corresponde con circunstancias muy puntuales de los mercados financieros y, evidentemente, que no se intentan proyectar en las curvas a utilizar con asiduidad.

Volviendo a los modelos que se han venido trabajando hasta este momento, el modelo de Regresión Logarítmica invalida completamente la posibilidad de lomadas, dado que el parámetro de tendencia no cambia a lo largo de cada nodo de la curva de tasas, independientemente de si se tratase de un ajuste a valores muestrales o una simulación sobre un camino de tasas. Por lo tanto,



sin necesidad de realizar ninguna estimación, la probabilidad de curvas con lomada es cero, tanto en la muestra como en las simulaciones.

Por otro lado, este punto representa uno de los mayores inconvenientes del modelo de Nelson & Siegel calibrado en el mercado local, puesto que esta lomada es frecuentemente encontrada a la hora de la calibración, en especial cuando el volumen de datos observados es bajo – como es el caso del mercado argentino actual – y los mismos se encuentran concentrados en puntos de tiempo de corto plazo – también es el caso del mercado local.

Lo que suele ocurrir en estos casos es que, debido a la concentración de información en los puntos de corto plazo, la curva de tasas tiene forma creciente hasta aproximadamente el punto donde se deja de recibir información, y posterior a este punto los valores empiezan a decrecer hasta normalizarse alrededor de una tasa para el largo plazo. Es decir, la caída en la estructura de tasas se debe a la ausencia de información y no a una representación realista. En otras palabras, la ausencia de información está artificialmente generando la depresión final en la curva de tasas.

Para las curvas de LEBAC, en el 99.17% de los casos calibrados en la muestra se da una situación de curva con lomada, mientras que para el caso de las simulaciones llevadas a cabo dicho porcentaje ronda el 99.14%. Al mismo tiempo, para la calibración a la curva que representa la tasa Badlar se obtienen resultados similares (97.11%).

Aquí la interpretación es unívoca. La escasez de los activos disponibles para generar el ajuste de las curvas de tasa de interés, en conjunto con vencimientos muy cortos de los mismos, sobreestiman la generación de esta lomada artificial.

Sin embargo, estos porcentajes se encuentran muy fuera de los valores que muestran las curvas reales de mercado, siendo este punto una desventaja clara del modelo con respecto a otros en situaciones similares.

#### **4.4. Estructura de Correlaciones**

En este apartado se analiza la matriz de correlaciones de las tasas de interés en distintos nodos de la curva para los dos modelos estudiados. Una de las virtudes que generalmente se considera favorable a la hora de decidir sobre un modelo de tasa de interés es que la relación entre los diferentes vencimientos de una curva sea la esperada. Esto es, las tasas de interés observadas en el mercado suelen tener correlación positiva entre los diferentes nodos y generalmente la misma es decreciente con respecto a la distancia entre dichos nodos.

Aquí se plantean algunos problemas para el marco que se ha elegido en este trabajo. La poca información disponible hace que estos métodos de estimación sean inexactos o incluso asuman el comportamiento de la tasa para los espacios donde no existe un valor empírico a utilizar. Esto hace que, lógicamente, la matriz de correlaciones no se comporte como una observada de valores reales. No sería improbable que las correlaciones resulten negativas a causa de que en las fechas

evaluadas los puntos de tasas relevados por la información obtenida mediante los dos modelos, se hayan movido en direcciones opuestas. Sí se puede esperar que exista una tendencia decreciente en la covarianza entre los nodos a medida que se alejan los unos de los otros.

En el Anexo D de este trabajo se presenta la matriz de correlaciones para las dos curvas en cuestión y las dos metodologías aplicadas. Los resultados obtenidos no están lejos de lo esperado.

Para el método de Nelson & Siegel, sólo para el caso de la curva de Letras todas las correlaciones son positivas, mientras que en la curva derivada de bonos que pagan tasa Badlar existen algunas correlaciones negativas entre los vencimientos analizados. Para el método de Regresión Logarítmica, en ambas curvas se observan correlaciones negativas.

Sin embargo, la ventaja que denota la segunda metodología es que en todos los casos se tiene una correlación decreciente ante el aumento de la distancia entre los nodos, punto que se había marcado como deseable. Por otra parte, el modelo de Nelson & Siegel no tiene esta mejoría, justificado posiblemente en el problema de la generación de curvas con lomada abordado en el apartado anterior, que genera no linealidad en las correlaciones no capturadas en la evaluación.

#### **4.5. Amplitud de las tasas de interés del modelo calibrado**

En este apartado, nos enfocaremos en la amplitud que pueden llegar a tomar las tasas de interés en relación a su punto máximo y mínimo. Dado que los valores muestrales son los mismos para los modelos, para los nodos donde esos datos existen tendremos modelos de Nelson & Siegel y de Regresión Logarítmica con una buena cercanía. Sin embargo ¿qué ocurre para los valores donde no existen datos observados (que en el mercado local prácticamente hace referencia a todo horizonte mayor a un año) y el modelo aplicado simplemente asume un comportamiento? ¿Cuál de los modelos aplicados para las dos curvas observadas tiene mayor dispersión entre la tasa máxima y mínima nodo a nodo para la ventana temporal de muestra utilizada?

Este, sin duda es un indicador ad-hoc fuera de la bibliografía tradicional, pero puesto que dicha bibliografía no se enfoca en las problemáticas particulares que suelen afectar al mercado argentino en cuanto a la poca liquidez y profundidad, dicho indicador se considerará de todas maneras. Es por esto que se incorpora una alerta como ésta a la hora de decidir sobre una metodología en lugar de la otra, o al menos de definir cual tiene más virtudes en un análisis general.

Para llevar a cabo este procedimiento, se trabajó con las curvas calibradas en la ventana temporal elegida y se tomó el punto máximo y mínimo, nodo a nodo, de la totalidad de las curvas. Eso nos deja con estructuras que no necesariamente tendrán la forma de una curva de tasa, irregulares de por sí, y por ello no se las interpretará como tales. Sin embargo, nos interesa la amplitud que se logra entre las curvas máximas y mínimas, en especial su comparación entre ambas metodologías para cada vencimiento.

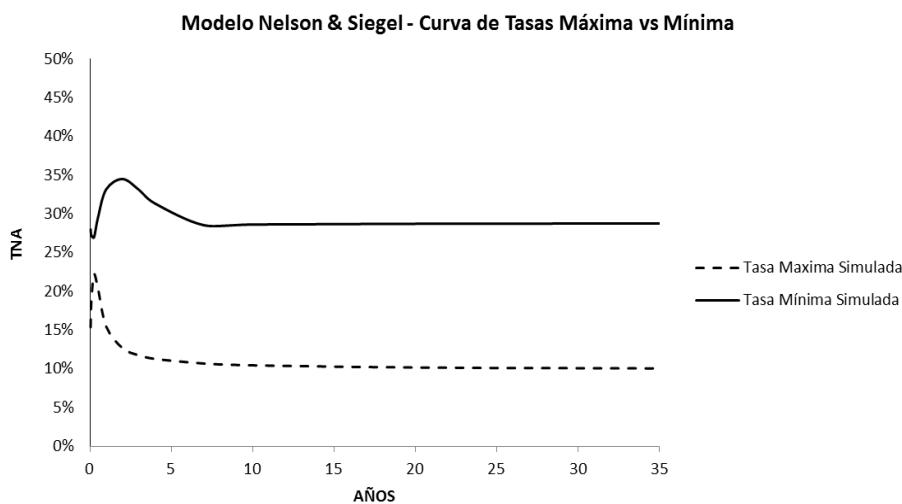
Esto se debe a que individualmente, mirando un solo modelo, la amplitud no alcanza para obtener una conclusión sobre ningún punto, puesto que la misma puede atribuirse simplemente a estar mirando días diferentes, con curvas diferentes, movidas producto de un shock de mercado. En otras palabras, seguramente los valores máximos y mínimos refieran a curvas de días diferentes con valores muestrales notoriamente diferenciados. Sin embargo, al comparar un modelo con otro, la amplitud adicional del segundo es sin duda un problema del ajuste llevado a cabo o la metodología de aplicación usada. Y es esto lo que motiva este estudio.

Los Gráficos 25 y 26 presentan los puntos máximos y mínimos referentes a la curva de tasas de Letras nacionales, para los modelos de Nelson & Siegel y Regresión Logarítmica, respectivamente.

De la observación de los resultados se observa que para el caso de la calibración de los diferentes modelos no se observa una diferencia significativa en la amplitud de las curvas que resultaron del proceso de calibración. En ambos casos los valores de los nodos iniciales se encuentran cercanos y la amplitud se expande a medida que el horizonte se extiende, no mostrando diferencias significativas entre modelos. Al mismo tiempo, los gráficos correspondientes a la Curva Badlar muestran valores y diferencias similares, por lo que no presentan en este apartado.

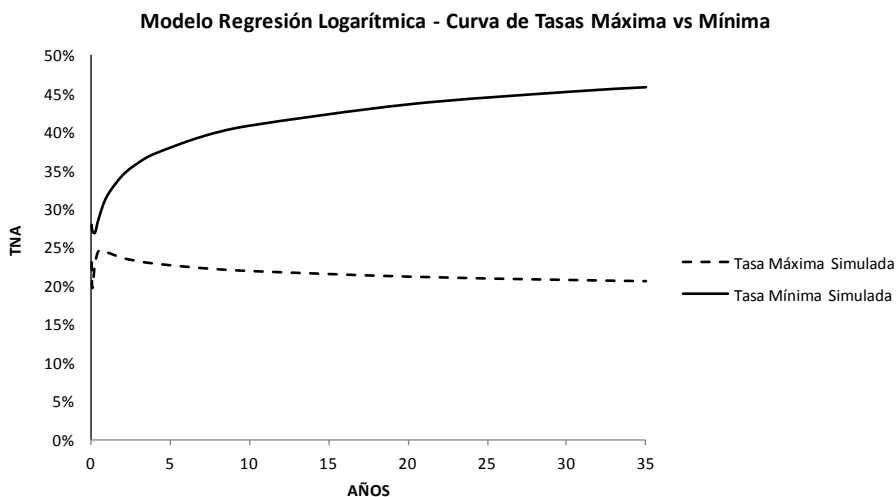
Visto desde el punto de vista teórico, mientras menor resulte el grado de amplitud de tasas se espera que el modelo tenga mayor nivel de reversión a la media, puesto que la dispersión tiende a ajustarse. Desde ya, esta es una presuposición, puesto que al tomar un valor máximo o mínimo no se evalúa simultáneamente más que un valor de tasa por nodo. Pero si así fuera, la reversión a la media es una característica deseable en los modelos de estructuras temporales.

*Gráfico 25 – Bandas de Flotación para la curva de tasas estimada, modelo Nelson & Siegel, curva de Letras*



Fuente: Elaboración Propia

Gráfico 26 – Bandas de Flotación para la curva de tasas estimada, modelo de Regresión Logarítmica, curva de Letras



Fuente: Elaboración Propia

#### 4.6. Estructura de volatilidades

Una de las características que se espera cuando se enfrenta el armado de una estructura temporal para un modelo de tasas es que la volatilidad que se exhibe en las de corto plazo sea superior a la exhibida en las tasas correspondientes al largo plazo.

En el caso de los modelos que se trabajan en este proyecto, el problema es que para el corto plazo se trabaja con los valores muestrales para el calibrado, mientras que para los puntos de largo plazo donde no existe información disponible, el modelo estima la mejor curva posible. De esto se deriva que puede resultar posible la existencia de alta volatilidad en los últimos puntos de la curva, aunque la misma no es deseable en los modelos clásicos.

El Cuadro 16 presenta, para la curva de Letras del BCRA, la volatilidad nodo a nodo de la estructura generada. Como se puede ver, el modelo de Nelson & Siegel es mínimamente menor en cuanto al desvío que se genera en la estructura, pero al mismo tiempo también puede observarse que posterior al corto plazo, la volatilidad se vuelve a ver incrementada por el motivo explicitado anteriormente.

Finalmente en el Cuadro 17 se presenta el mismo informe correspondiente a la curva Badlar. De la lectura de estos resultados se puede concluir que ninguno de los dos modelos es mejor que el otro, puesto que las tasas de largo plazo exhiben una volatilidad tan alta o incluso mayor que las de corto plazo, algo que a priori es contra intuitivo en cuanto a la interpretación económica que quiera darse a la aplicación de las metodologías para el análisis de datos reales.

Cuadro 16 – Estructura de Volatilidades de Curva de Letras del BCRA

Nelson & Siegel		Regresión Logarítmica	
Vencimiento	Volatilidad	Vencimiento	Volatilidad
15D	2,04%	15D	2,00%
1M	1,38%	1M	1,33%
3M	0,58%	3M	0,60%
6M	1,29%	6M	0,72%
1Y	2,72%	1Y	1,23%
2Y	3,62%	2Y	1,82%
3Y	3,68%	3Y	2,18%
4Y	3,59%	4Y	2,43%
7Y	3,35%	7Y	2,94%
10Y	3,28%	10Y	3,26%
20Y	3,23%	20Y	3,89%
30Y	3,23%	30Y	4,26%
35Y	3,23%	35Y	4,40%

Fuente: Elaboración Propia

Cuadro 17 – Estructura de Volatilidades de Curva de Badlar

Nelson & Siegel		Regresión Logarítmica	
Vencimiento	Volatilidad	Vencimiento	Volatilidad
15D	8,63%	15D	2,93%
1M	8,30%	1M	2,44%
3M	7,16%	3M	1,80%
6M	5,84%	6M	1,44%
1Y	4,13%	1Y	1,16%
2Y	2,41%	2Y	1,03%
3Y	1,60%	3Y	1,04%
4Y	1,33%	4Y	1,10%
7Y	2,03%	7Y	1,28%
10Y	2,71%	10Y	1,43%
20Y	3,50%	20Y	1,79%
30Y	3,65%	30Y	2,02%
35Y	3,68%	35Y	2,11%

Fuente: Elaboración Propia

#### 4.7. Estructura de Key Rate Durations

Cuando se trabaja con una *Duration*, se está hablando aproximadamente de la vida promedio ponderada de una operación o un activo financiero. Si bien existen diferentes metodologías de cálculo, el cómputo a grandes rasgos implica un shock exógeno sobre la curva de tasas en su conjunto.

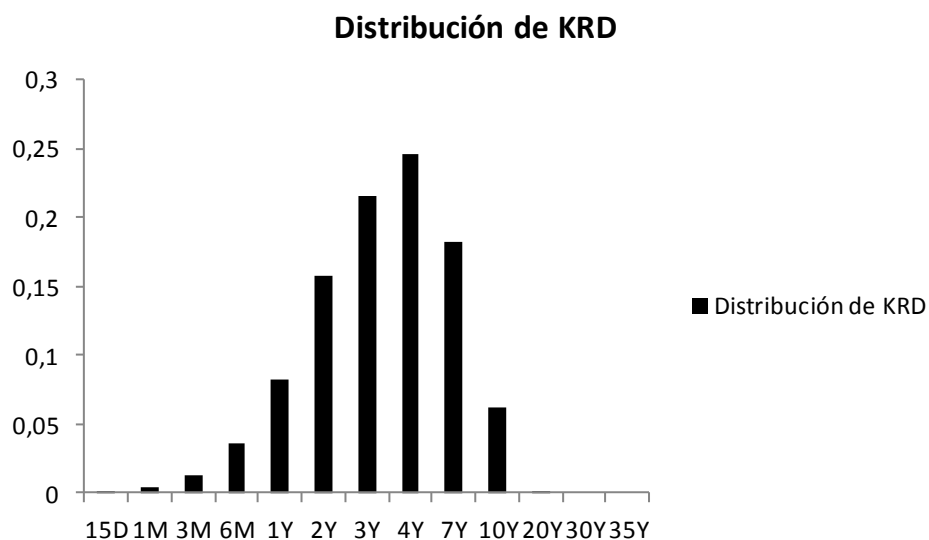
Se conoce en el mundo financiero a las *Key Rate Durations* (KRD) como la participación absoluta de cada vencimiento de la curva de tasas a la *Duration* total. En otras palabras, la suma de las *Key*

*Rate Durations* dará como resultado la *Duration* total. Y, adicionalmente, la estructura de KRD explicará el valor promedio de cada vencimiento sobre la curva general, asignándole un peso específico a cada nodo de la misma.

Con este indicador, consecuentemente, lo que se quiere medir es dicha distribución KRD para entender si el peso relativo de cada punto es el mismo en el modelo o si difieren entre sí. Sin embargo, en caso de que difieran ¿cómo decidir si uno es mejor que otro? Con este objetivo, se han tomado los datos de una curva del Tesoro Americano, de manera de usar los puntos de *Duration* relativa de cada nodo como objetivo al comparar entre los diferentes modelos. Dicho de otra manera, aquel modelo que genere *Durations* más cercanas a los de una estructura temporal empírica internacional, será el que se prefiera producto de su consistencia.

Para ello, y utilizando la misma ventana temporal con la que se trabajó a lo largo de todo este trabajo (Junio 2014 – Julio 2015), se generó la composición de la estructura de tasas Libor en USD para el mercado estadounidense<sup>5</sup> obtenibles desde la página de la FED. Una vez realizado un análisis punto por punto, se obtuvo la distribución de la participación porcentual de cada vencimiento y se la presenta en el Gráfico 27.

Gráfico 27 – Estructura promedio de peso relativo de Key Rate Durations sobre US Libor, Junio-2014 a Julio 2015



Fuente: Elaboración Propia

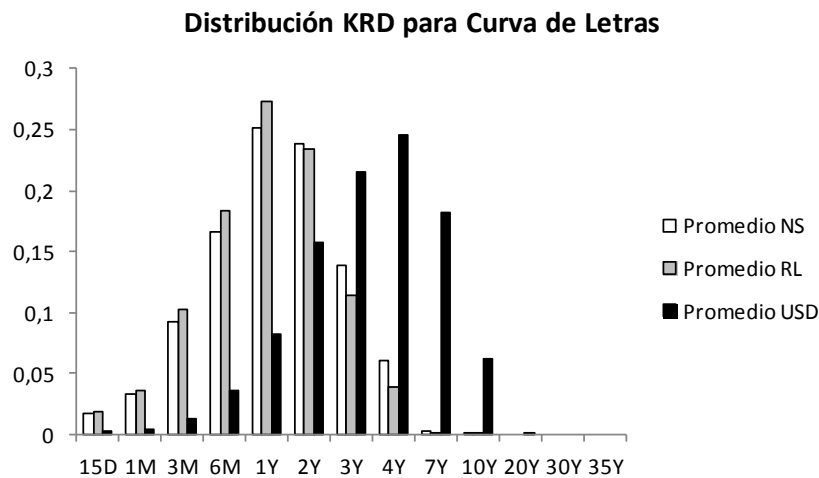
Esta será la composición objetivo con la que se trabajará. Como puede verse, la participación de puntos medios de la curva se encuentra en vencimientos cercanos a los 5 años. Para el caso de los valores de Argentina, el problema de la ausencia de información podría desplazar el centro de la

<sup>5</sup> Por su composición, las tasas de interés LIBOR para vencimientos menores a un año tienen estructura de tasa nominal anual, mientras que los mayores a un año son publicados como tasa swap, y requieren la correspondiente corrección para trabajar con datos de manera homogénea.

distribución obtenida. En este caso, se deberá hacer foco en dos cuestiones al observar valores locales. Por un lado, se deberá esperar que los modelos arrojen una distribución acampanada como en el caso de la estructura americana. Por otro lado, sería favorable también que dicha distribución tenga centro en un valor cercano a los 5 años del caso de referencia que se está utilizando.

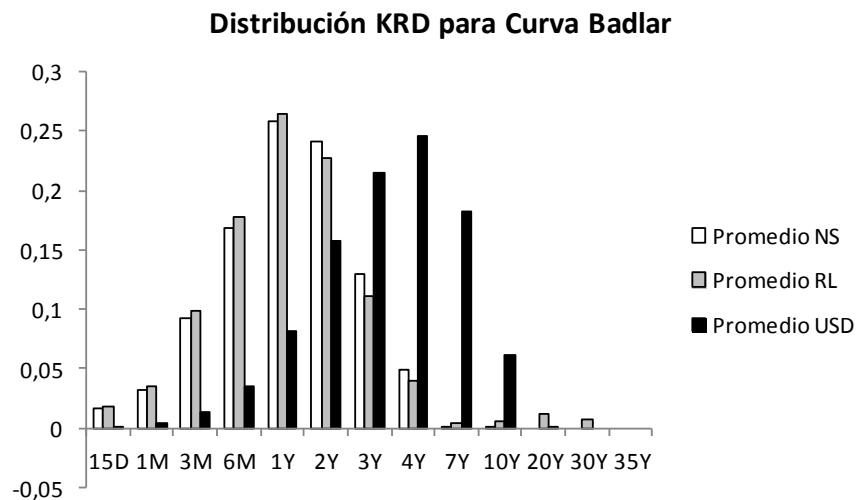
A partir de un análisis similar con la información de las curvas, la distribución de los puntos se presenta en los Gráficos 28 y 29, para la curva de LEBAC y de tasa Badlar, respectivamente.

*Gráfico 28 – Estructura promedio de peso relativo de Key Rate Durations, comparativo entre modelos para curva de Letras*



Fuente: Elaboración Propia

*Gráfico 29 – Estructura promedio de peso relativo de Key Rate Durations, comparativo entre modelos para curva Badlar*



Fuente: Elaboración Propia

A partir de la observación de las estructuras generadas, pueden deducirse dos conclusiones. Primero, la forma acampanada aparece tanto en la estructura de *Key Rate Durations* ajustada por el modelo de Nelson & Siegel, como en el caso de la Regresión Logarítmica, por lo que no existe preferencia por alguno de los dos métodos en este sentido. Y segundo, de nuevo simultáneamente los medios de las distribuciones se encuentran en un punto similar, aunque desplazadas al vencimiento de un año (en lugar del nodo de cinco años que denotaba la curva internacional). Este resultado tampoco es extraño, puesto que las curvas locales, producto de la carencia de información en el mercado, sólo cuentan con datos reales hasta un año de vencimiento, mientras que los nodos posteriores son ajustados mediante las regresiones y formas funcionales aplicadas por ambos modelos.

Entonces, podemos decir que no existen diferencias significativas entre los modelos en lo que a este indicador respecta.

#### **4.8. Conclusiones derivadas de los indicadores propuestos**

A continuación se elaborarán las conclusiones de cada uno de los indicadores respectivamente, que darán paso a los desenlaces respecto del modelo que conviene aplicar en cada caso.

Respecto del primer indicador (Probabilidad de tasas negativas), se podría decir que el método de Nelson & Siegel en comparación con la Regresión Logarítmica denota una diferenciación insignificante, siendo baja la probabilidad de tasas de interés negativas dentro de ambos modelos.

Desde el punto de vista del segundo indicador que se ha planteado (Probabilidad de Curva Invertida), se observa algo similar a lo planteado en el párrafo anterior. En las dos curvas que se han trabajado (LEBAC y tasa variable Badlar), se puede observar un resultado superior consistente del método de Nelson & Siegel en cuanto a la probabilidad de obtener una inversión en la curva de tasas (dado que en el mercado no resultan situaciones de mucha asiduidad). Para la Regresión Logarítmica, por su parte, el trabajo de calibración muestra buenos resultados puesto que la cantidad de veces que se ha visto la curva invertida es aceptable según lo observado en el mercado financiero. No obstante, el caso de simulación de las curvas muestra resultados malos sobreestimando este factor por demás.

En cuanto al tercer indicador trabajado (Probabilidad de Curva con Lomada), el modelo de Regresión Logarítmica es claramente superior, dado que imposibilita esta transformación dentro de la forma de la curva ajustada. En cambio, en el modelo NS, y para las dos curvas utilizadas, la probabilidad de que esta tergiversación aparezca es sin dudas demasiado elevada.

Respecto del cuarto indicador propuesto (Estructura de correlaciones), el modelo de Regresión Logarítmica tiene resultados más favorables. Si bien ambos modelos muestran correlaciones negativas en algún punto de la matriz, el modelo RL es el que tiene una estructura decreciente de correlación cuando los nodos temporales se alejan en distancia.



Por su parte, en cuanto al quinto indicador (Amplitud de las tasas), debemos resaltar que el modelo NS no muestra diferenciación significativa respecto del modelo RL en cuanto a la amplitud que las tasas de interés pueden mostrar para los períodos donde no existen valores muestrales, y por ende ninguna metodología resulta superior. Esto se debe a que la diferencia es claramente baja entre las curvas de los dos modelos, por lo que no se debería asignar demasiada ponderación a este punto a la hora de tomar una decisión.

En cuanto al sexto indicador (Estructura de Volatilidades), las conclusiones no permiten optar por un método o el otro (para ninguna de las curvas utilizadas en este proyecto) puesto que los resultados son parejos para ambos modelos trabajados. En otras palabras, las volatilidades de corto plazo no son mayores que las de largo plazo de forma consistente. En el apartado anterior se ha dado una explicación empírica a este fenómeno, pero a la hora de tomar una decisión los modelos muestran un comportamiento similar y por ende no se puede definir una preferencia.

Finalmente, los resultados del último indicador (Distribución de *Key Rate Durations*) nuevamente son similares para las dos metodologías propuestas. Otra vez no puede extraerse una preferencia por alguna de ellas dado que están en equilibrio entre sí e igualmente distanciadas del parámetro de referencia internacional.

El análisis de los indicadores propuestos encamina este trabajo a una conclusión final, proponiendo dos recomendaciones a partir de los resultados obtenidos. Ambas recomendaciones se dividirán entre metodologías de ajuste y calibración a datos empíricos, por un lado, y metodología de simulación para generación de curvas de tasas de interés proyectadas por otro.

En cuanto a la calibración, la metodología de Nelson & Siegel pareciera ser levemente superior en cuanto al segundo indicador (Probabilidad de Curva Invertida), mientras que el modelo de Regresión Logarítmica es superior en relación al indicador número tres (Probabilidad de Curva con Lomada). Por ende, ambas metodologías parecieran parejas a la hora de elección. Sin embargo, en el marco de la modelización ronda el concepto de la parsimonia: si se puede obtener con dos parámetros los mismos resultados que un modelo que necesita cuatro, entonces el primero de ellos deberá ser mejor puesto que el segundo está sobreparametrizado. Entonces, a resultados similares entre los dos modelos, se deberá recomendar el de Regresión Logarítmica puesto que tiene menor parametría asociada e involucra mayor sencillez.

En cuanto a la simulación de escenarios a partir de la metodología de Monte Carlo también nos encontramos con resultados similares entre las metodologías. No obstante, la dificultad encontrada en el segundo indicador (Probabilidad de Curva Invertida) de la metodología de Regresión Logarítmica no es deseable, motivo por el cual en principio se debería optar por el modelo de Nelson & Siegel para llevar a cabo este proceso.

## 5. Conclusiones y nuevos puntos de partida

A lo largo del desarrollo del presente trabajo se ha atacado la problemática de la calibración y uso de modelos de estructura temporal de tasas de interés en un contexto como el que tiene Argentina, de un mercado financiero indudablemente pequeño, extremadamente poco profundo e ilíquido, donde los movimientos conjuntos de algunas instituciones alcanzan para manipular y generar precios. En un ambiente como éste, la tarea que involucra el armado de modelos de curvas pierde su significado, apartándose de los lineamientos internacionales debido a la ausencia de la información necesaria para su aplicación y debiendo recurrir a metodologías alternativas que, sin lugar a dudas, manejan mayores estimaciones, supuestos y por consiguiente márgenes de error.

Con este marco como referencia, se parte de uno de los modelos más aplicados en la actualidad del mercado financiero, como lo es el propuesto por los autores Nelson & Siegel, para poner a prueba sus resultados y dejar un atisbo de duda a quienes manifiestan que es la única forma de trabajar en un mercado sin información completa. Para ello, no sólo se generó la calibración y ajuste de este modelo al horizonte temporal que se ha usado como referencia, sino que se trabajó con sus parámetros a fin de obtener curvas de tasas simuladas mediante Monte Carlo.

Sin embargo, también formó parte del objetivo de este trabajo dejar de lado los supuestos tradicionales que dictaminan a esta metodología como la única aplicable al contexto, y con esta hipótesis se propuso como metodología alternativa una Regresión Logarítmica. Siguiendo el mismo camino que el transcurrido para el modelo anterior, se trabajó el ajuste a los valores observables en Argentina y también se logró el armado de una metodología de simulación para este formato de trabajo.

Finalmente, se diseñaron un conjunto de indicadores de algunas características deseables de las estructuras temporales de tasa de interés. La comparación de los indicadores resultantes en los dos modelos mostró que tanto desde el punto de vista de la calibración del modelo a datos empíricos como de la simulación de curvas de tasas, los dos modelos propuestos no arrojan diferencias significativas. En consecuencia, producto del ya mencionado concepto de parsimonia, el modelo de Regresión Logarítmica resulta la mejor técnica a aplicar cuando se trabaja con este objetivo.

Desde ya, a lo largo del camino que representó la formulación del presente trabajo, muchas nuevas problemáticas no estudiadas hasta la actualidad salieron a la luz. Problemáticas que sin dudas quedarán como nuevos puntos de partida para proyectos de investigación futura sobre esta línea de temática.

Por un lado, mucha bibliografía trabaja con distribuciones supuestas para los parámetros del modelo de Nelson & Siegel, pero no existe bibliografía que justifique la aplicación de una por sobre otra. En lugar de eso, se suele buscar la mejor distribución teórica que mejor ajuste a los valores observados de los parámetros. Esto es sin lugar a dudas una mala aproximación para un contexto de datos escasos donde, justamente, la información disponible es el problema que se quiere

atacar. Entonces, se suele recurrir a la normalidad como solución ad-hoc que permita continuar con el objetivo planteado. Este punto quedará para investigarse, puesto que es posible que de la derivación de diferentes curvas internacionales pueda obtenerse una distribución común en la mayoría de las mismas, que permita suponer una estructura de probabilidades a la hora de simular los parámetros.

Por otro lado, si bien no es tan comúnmente utilizado, también quedará por analizar si el modelo de Nelson, Siegel & Svensson (1994) logra resolver los puntos de falencia que se han encontrado en el modelo original y que llevan a este trabajo a proponer un modelo más simple y con menos parámetros para la calibración de resultados similares.

Finalmente, también será un punto de arranque para una nueva investigación analizar si las diferencias de la estructura temporal de tasas de interés entre las dos metodologías propuestas en este trabajo tienen consecuencias favorables o desfavorables para las entidades financieras en el marco de la normativa de capitales mínimos y capital económico en el marco de la regulación del Banco Central de la República Argentina. Tanto el riesgo de mercado como el de tasa de interés tienen una relación directa con la generación de curvas de tasas, y por ende la metodología que se implemente tendrá como consecuencia un resultado diferente. Quedará, entonces, para estudiar si los valores de capital calculados usando ambos métodos de forma independiente son relativamente cercanos y, al mismo tiempo, entender si uno de ellos sistemáticamente sobreestima o subestima dicho valor de capital. En este caso, posiblemente sea una buena idea proponer como metodología de calibración, a aquella que sobreestime sistemáticamente el riesgo – aún bajo el pesar de las entidades financieras en sí – puesto que es la más conservadora en cuanto a la salud del sistema financiero en su conjunto.

## Anexo A: Derivación de la estructura temporal de Nelson & Siegel (1987)

El modelo generado por los autores parte de ecuaciones diferenciales para las tasas spot. De esta manera, la solución de dichas ecuaciones diferenciales serán las tasas forward predichas por el modelo.

La tasa forward para el vencimiento  $m$  se denominará  $r(m)$  y es la solución de ecuación diferencial de segundo orden que continúa. Dicha solución constará de dos raíces diferenciadas.

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\tau_1}} + \beta_2 e^{-\frac{m}{\tau_2}}$$

Por consiguiente, la tasa spot se denominará  $R(m)$  y será el promedio de las tasas forward, determinadas por la siguiente ecuación:

$$R(m) = \frac{1}{m} \int_0^m r(x) dx$$

No obstante, los autores detectaron que el modelo se encontraba sobre-parametrizado, por lo que reformularon el modelo para incluir raíces iguales. De esta manera, la ecuación de la tasa forward toma la siguiente forma funcional:

$$r(m) = \beta_0 + \beta_1 e^{-\frac{m}{\tau}} + \frac{m}{\tau} \beta_2 e^{-\frac{m}{\tau}}$$

Por ello, mediante la solución de la integral que genera la tasa spot, la siguiente es la forma típica que se ha expresado en el cuerpo de este trabajo como  $r(0, m)$ :

$$r(0, m) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left( 1 - e^{-\frac{m}{\tau}} \right) \frac{m}{\tau} - \beta_2 e^{-\frac{m}{\tau}}$$

## Anexo B: Derivación de la distribución teórica de los parámetros de una Regresión Logarítmica

Sean  $\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{Z}$  y  $\hat{\beta} = \frac{\sum(Z_i - \bar{Z})(Y_i - \bar{Y})}{\sum(Z_i - \bar{Z})^2} = \frac{\sum(Z_i - \bar{Z})Y_i}{\sum(Z_i - \bar{Z})^2}$  los estimadores de los parámetros

por el método de mínimos cuadrados ordinarios. Siguiendo a Canavos (1987), se considera una

variable  $c_i = \frac{(Z_i - \bar{Z})}{\sum(Z_i - \bar{Z})^2}$ , y se obtiene:

$$E(\hat{\beta}) = E\left(\sum c_i Y_i\right) = \sum c_i (\alpha + \beta Z_i) = \alpha \sum c_i + \beta \sum c_i Z_i = \beta$$

$$V(\hat{\beta}) = V\left(\sum c_i Y_i\right) = \sum c_i^2 \sigma_u^2 = \sigma_u^2 \frac{\sum (Z_i - \bar{Z})^2}{\sum (Z_i - \bar{Z})^4} = \frac{\sigma_u^2}{\sum (Z_i - \bar{Z})^2}$$

$$E(\hat{\alpha}) = E\left(\bar{Y} - \hat{\beta}\bar{Z}\right) = \frac{\sum E(Y_i)}{n} - \bar{Z}E(\hat{\beta}) = \frac{\sum \alpha + \beta Z_i}{n} - \beta\bar{Z} = \alpha + \beta\bar{Z} - \beta\bar{Z} = \alpha$$

$$V(\hat{\alpha}) = V\left(\sum Y_i \left[\frac{1}{n} - \bar{Z}c_i\right]\right) = \sigma_u^2 \left(\frac{1}{n} - \frac{2\bar{Z}}{n} \sum c_i + \bar{Z}^2 \sum c_i^2\right) = \sigma_u^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{Z}^2}{\sum (Z_i - \bar{Z})^2}\right) = \frac{\sigma_u^2 \sum Z_i^2}{n \sum (Z_i - \bar{Z})^2}$$

Entonces,

$$\hat{\alpha} \approx No\left(\alpha; \frac{\sigma_u^2 \sum Z_i^2}{n \sum (Z_i - \bar{Z})^2}\right)$$

$$\hat{\beta} \approx No\left(\beta; \frac{\sigma_u^2}{\sum (Z_i - \bar{Z})^2}\right)$$

## Anexo C: Factorización de Cholesky en Visual Basic for Applications (VBA) para Microsoft Excel

Cuadro C.1 – Resolución de Matriz de Cholesky para Visual Basic for Applications

```
Function cholesky(sigma As Range)
    Dim a() As Double
    Dim V() As Double
    Dim i As Integer
    Dim j As Integer
    Dim k As Integer
    Dim d As Integer
    d = sigma.Rows.Count

    ReDim a(1 To d, 1 To d) As Double
    ReDim V(1 To d) As Double

    For j = 1 To d
        For i = j To d
            V(i) = sigma(i, j)
            For k = 1 To j - 1
                V(i) = V(i) - a(j, k) * a(i, k)
            Next k
            a(i, j) = V(i) / (V(j)) ^ 0.5
        Next i
    Next j
    cholesky = a
End Function
```

---

Fuente: Elaboración propia

## Anexo D: Matrices de Correlación correspondientes al Indicador #4

Cuadro D.1 – Matriz de correlaciones muestrales, modelo de Nelson & Siegel para tasa Badlar

$\rho$	15 Días	30 Días	90 Días	180 Días	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	7 Años	10 Años	20 Años	30 Años	35 Años
15 Días	1,00	1,00	1,00	0,99	0,95	0,90	0,86	0,70	0,11	-0,05	-0,11	-0,10	-0,09
30 Días	1,00	1,00	1,00	0,99	0,96	0,90	0,87	0,70	0,10	-0,06	-0,12	-0,11	-0,10
90 Días	1,00	1,00	1,00	1,00	0,97	0,92	0,88	0,70	0,06	-0,10	-0,16	-0,15	-0,14
180 Días	0,99	0,99	1,00	1,00	0,99	0,95	0,90	0,68	0,01	-0,15	-0,22	-0,20	-0,19
1 Año	0,95	0,96	0,97	0,99	1,00	0,98	0,92	0,66	-0,07	-0,24	-0,30	-0,28	-0,27
2 Años	0,90	0,90	0,92	0,95	0,98	1,00	0,96	0,70	-0,05	-0,23	-0,29	-0,27	-0,26
3 Años	0,86	0,87	0,88	0,90	0,92	0,96	1,00	0,88	0,23	0,05	-0,02	0,00	0,01
4 Años	0,70	0,70	0,70	0,68	0,66	0,70	0,88	1,00	0,66	0,52	0,45	0,46	0,46
7 Años	0,11	0,10	0,06	0,01	-0,07	-0,05	0,23	0,66	1,00	0,98	0,95	0,94	0,94
10 Años	-0,05	-0,06	-0,10	-0,15	-0,24	-0,23	0,05	0,52	0,98	1,00	0,99	0,98	0,97
20 Años	-0,11	-0,12	-0,16	-0,22	-0,30	-0,29	-0,02	0,45	0,95	0,99	1,00	1,00	0,99
30 Años	-0,10	-0,11	-0,15	-0,20	-0,28	-0,27	0,00	0,46	0,94	0,98	1,00	1,00	1,00
35 Años	-0,09	-0,10	-0,14	-0,19	-0,27	-0,26	0,01	0,46	0,94	0,97	0,99	1,00	1,00

Fuente: Elaboración propia

Cuadro D.2 – Matriz de correlaciones muestrales, modelo de Nelson & Siegel para curva de Letras

$\rho$	15 Días	30 Días	90 Días	180 Días	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	7 Años	10 Años	20 Años	30 Años	35 Años
15 Días	1,00	0,95	0,40	0,31	0,47	0,59	0,67	0,74	0,85	0,90	0,94	0,95	0,95
30 Días	0,95	1,00	0,55	0,11	0,24	0,39	0,48	0,56	0,68	0,73	0,79	0,80	0,80
90 Días	0,40	0,55	1,00	0,30	0,09	0,09	0,12	0,15	0,20	0,22	0,25	0,26	0,26
180 Días	0,31	0,11	0,30	1,00	0,91	0,80	0,76	0,72	0,66	0,62	0,56	0,53	0,53
1 Año	0,47	0,24	0,09	0,91	1,00	0,97	0,94	0,91	0,84	0,79	0,72	0,69	0,68
2 Años	0,59	0,39	0,09	0,80	0,97	1,00	0,99	0,98	0,92	0,87	0,80	0,78	0,77
3 Años	0,67	0,48	0,12	0,76	0,94	0,99	1,00	1,00	0,96	0,92	0,86	0,84	0,83
4 Años	0,74	0,56	0,15	0,72	0,91	0,98	1,00	1,00	0,98	0,95	0,90	0,88	0,88
7 Años	0,85	0,68	0,20	0,66	0,84	0,92	0,96	0,98	1,00	0,99	0,97	0,96	0,96
10 Años	0,90	0,73	0,22	0,62	0,79	0,87	0,92	0,95	0,99	1,00	0,99	0,98	0,98
20 Años	0,94	0,79	0,25	0,56	0,72	0,80	0,86	0,90	0,97	0,99	1,00	1,00	1,00
30 Años	0,95	0,80	0,26	0,53	0,69	0,78	0,84	0,88	0,96	0,98	1,00	1,00	1,00
35 Años	0,95	0,80	0,26	0,53	0,68	0,77	0,83	0,88	0,96	0,98	1,00	1,00	1,00

Fuente: Elaboración propia

Cuadro D.3 – Matriz de correlaciones muestrales, modelo de Regresión Logarítmica para tasa Badlar

$\rho$	15 Días	30 Días	90 Días	180 Días	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	7 Años	10 Años	20 Años	30 Años	35 Años
15 Días	1,00	1,00	0,97	0,91	0,75	0,43	0,18	0,00	-0,27	-0,40	-0,57	-0,63	-0,65
30 Días	1,00	1,00	0,99	0,94	0,80	0,49	0,25	0,08	-0,20	-0,33	-0,50	-0,57	-0,59
90 Días	0,97	0,99	1,00	0,98	0,89	0,63	0,41	0,25	-0,03	-0,16	-0,35	-0,42	-0,44
180 Días	0,91	0,94	0,98	1,00	0,96	0,77	0,57	0,42	0,15	0,02	-0,17	-0,24	-0,27
1 Año	0,75	0,80	0,89	0,96	1,00	0,92	0,78	0,66	0,43	0,30	0,12	0,04	0,02
2 Años	0,43	0,49	0,63	0,77	0,92	1,00	0,97	0,91	0,75	0,66	0,51	0,44	0,41
3 Años	0,18	0,25	0,41	0,57	0,78	0,97	1,00	0,98	0,90	0,83	0,71	0,66	0,64
4 Años	0,00	0,08	0,25	0,42	0,66	0,91	0,98	1,00	0,96	0,92	0,82	0,78	0,76
7 Años	-0,27	-0,20	-0,03	0,15	0,43	0,75	0,90	0,96	1,00	0,99	0,95	0,92	0,91
10 Años	-0,40	-0,33	-0,16	0,02	0,30	0,66	0,83	0,92	0,99	1,00	0,98	0,96	0,96
20 Años	-0,57	-0,50	-0,35	-0,17	0,12	0,51	0,71	0,82	0,95	0,98	1,00	1,00	0,99
30 Años	-0,63	-0,57	-0,42	-0,24	0,04	0,44	0,66	0,78	0,92	0,96	1,00	1,00	1,00
35 Años	-0,65	-0,59	-0,44	-0,27	0,02	0,41	0,64	0,76	0,91	0,96	0,99	1,00	1,00

Fuente: Elaboración propia

*Cuadro D.4 – Matriz de correlaciones muestrales, modelo de Regresión Logarítmica para curva de Letras*

p	15 Días	30 Días	90 Días	180 Días	1 Año	2 Años	3 Años	4 Años	7 Años	10 Años	20 Años	30 Años	35 Años
15 Días	1,00	0,99	0,58	-0,37	-0,72	-0,82	-0,85	-0,87	-0,89	-0,89	-0,91	-0,91	-0,91
30 Días	0,99	1,00	0,69	-0,22	-0,60	-0,72	-0,76	-0,78	-0,80	-0,82	-0,83	-0,84	-0,84
90 Días	0,58	0,69	1,00	0,55	0,16	-0,01	-0,06	-0,09	-0,13	-0,15	-0,18	-0,19	-0,19
180 Días	-0,37	-0,22	0,55	1,00	0,91	0,83	0,80	0,78	0,76	0,75	0,73	0,72	0,71
1 Año	-0,72	-0,60	0,16	0,91	1,00	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,94
2 Años	-0,82	-0,72	-0,01	0,83	0,99	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	0,98	0,98
3 Años	-0,85	-0,76	-0,06	0,80	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	0,99
4 Años	-0,87	-0,78	-0,09	0,78	0,97	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99
7 Años	-0,89	-0,80	-0,13	0,76	0,96	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10 Años	-0,89	-0,82	-0,15	0,75	0,95	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
20 Años	-0,91	-0,83	-0,18	0,73	0,94	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
30 Años	-0,91	-0,84	-0,19	0,72	0,94	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
35 Años	-0,91	-0,84	-0,19	0,71	0,94	0,98	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Fuente: Elaboración propia



## Bibliografía

Adams, K. J., & van Deventer, D. R. (1993). Monte Carlo Simulation: The Pros and the Cons. *Balance Sheet* 2, no. 3 (Autumn): 18\_24.

Adams, K. J., & van Deventer, D. R. (1994). Fitting Yield Curves and Forward Rate Curves with Maximum Smoothness. *Journal of Fixed Income* (June): 52\_61.

Annaert, J., Claes, A. G., De Ceuster, M. J., & Zhang, H. (2012). Estimating the yield curve using the Nelson-Siegel model: a ridge regression approach. *International Review of Economics & Finance*, Forthcoming.

BCBS (2015). Interest rate risk in the banking book. Consultative Document. *Basel Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlements*.

Baran S. (2005). A consistent estimator for nonlinear regression models. *Metrika*: 62: 1-15

Bolder, D. & Stréliski, D. (1999). Yield Curve Modelling at the Bank of Canada. *Bank of Canada Technical Report*, 84.

Box, G. E., & Muller, M. E. (1958). A note on the generation of random normal deviates. *The annals of mathematical statistics*, (29), 610-611.

Brace, A., & Musiela, M. (1997). The market model of interest rate dynamics. *Mathematical finance*, 7(2), 127-155.

Brace, A., Gatarek, D. & Musiela, M. (1997). The Market Model of Interest Rate Dynamics. *Mathematical Finance*.

Brigo, D. & Mercurio, F. (2007). Interest rate models: theory and practice. Springer.

Buono, M., Gregory-Allen, R. B. & Yaari, U. (1992). The Efficacy of Term Structure Estimation Techniques: A Monte Carlo Study. *Journal of Fixed Income*, March, p. 52-59.

Canavos, G. C., & Medal, E. (1987). Probabilidad y estadística. McGraw Hill.

Carceles E. (2009). La estimación de la estructura temporal de los tipos de interés: metodología y aplicaciones. Tesis Doctoral. Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madrid. España.

Casparri, M. T., Cosentino, D., & Garcia, G. (2014). Calibración de modelos de estructura de tasas de interés. *Revista de investigación en modelos financieros*, 1.

Choudhry, M. (2001). The yield curve, and spot and forward interest rates.

Cinca, A. N. (1996). Estadística y econometría. McGraw-Hill Interamericana de España.

Cipolina, L. Y. Trupia J.(2009). Estimación de la Estructura Temporal de Tasas de Interés en el Caso Argentino. Working Paper. Argentina.

Coroneo, L., Nyholm, K., & Vidova-Koleva, R. (2011). How arbitrage-free is the Nelson–Siegel model?. *Journal of Empirical Finance*, 18(3), 393-407.

Cortés López, J.C., Debón Aucejo, A.M. & Moreno Navarro, C. (2008). Aplicación del modelo log-normal para la predicción de activos del Banco de Sabadell. *XVI jornadas ASEPUMA – IV Encuentro Internacional*, 1.

Cox, J. C., Ingersoll Jr, J. E., & Ross, S. A. (1985). An intertemporal general equilibrium model of asconjunto prices. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 363-384.

de Andrés Sánchez, J., Terceño, A. (2004). Estimating a fuzzy term structure of interest rates using fuzzy regression techniques. *European Journal of Operational Research*, nº 154. pp. 804-818.

Dette H., Melas V.B. & Pepelyshev A. (2004). Optimal designs for a class of nonlinear regression models. *Ann Stats*, 32: 2142–67.

Diez-Canedo, J. M., Nivón, C. E. N., & Grajales, V. V. (2003). An efficient method for simulating interest rate curves.

Dip, J. A., & Godoy de Franco, A. E. (2014). Modelización de la tasa de interés. Reseña de herramientas de la econometría financiera. *Revista de investigación en modelos financieros*, 1.

Duffie, D. & Kan, R. (1994). Multi-Factor Term Structure Models. *Philosophical Transactions: Physical Sciences and Engineering* 347, no. 1684. *Mathematical Models in Finance*, June, p. 577-586.

Fabozzi, F. J., Mann, S. V. & Choudhry, M. (2003). Measuring and controlling interest rate and credit risk. John Wiley & Sons.

Fisher, M., Nychka, D. W., & Zervos, D. (1995). Fitting the term structure of interest rates with smoothing splines. Federal Reserve System Working Paper No. 95-1.

Gasha, J. G., He, Y., Medeiros, C. I., Rodriguez Waldo, M., Salvati, J., & Yi, J. (2010). On the estimation of term structure models and an application to the United States. *IMF Working Papers*, p. 1-62.

Gilli, M., Große, S., & Schumann, E. (2010). Calibrating the nelson-siegel-svensson model. *Available at SSRN 1676747*.

Glasserman, P. (2003). Monte Carlo methods in financial engineering (Vol. 53). Springer Science & Business Media.

González, M. L., & Pérez, M. C. (2014). Una estimación de la estructura de tasas de interés. *Revista de Investigación en modelos financieros*, 1.

Gujarati, D. N. (2012). Basic econometrics. Tata McGraw-Hill Education.

Hull, J. C. (2006). Options, futures, and other derivatives. Pearson Education.

Hull, J. & White, A. (1994). Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models I: Single-Factor Models. *Journal of Derivatives* 2, no. 1, p. 7-16.

Hull, J. & White, A. (1994). Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models II: Two-Factor Models. *Journal of Derivatives* 2, no. 2, p. 37-48.

Márquez Diez-Canedo, J., Nogués Nivón, C. & Vélez Grajales, V. (2003). Un método eficiente para la simulación de curvas de tasas de interés. Banco de México.

McCulloch, J.H. (1975). The tax-adjusted yield curve. *Journal of Finance* 30. pp. 811-829.

Musiela, M. & Rutkowski, M. (1998). *Martingale Methods in Financial Modelling*. Springer.

Neely, C. J. (2012). The mysterious Greek yield curve. *Economic Synopses*.

Nelson, C. R., & Siegel, A. F. (1987). Parsimonious modeling of yield curves. *Journal of business*, 473-489.

Rebonato, R. (1996). *Interest-rate option models: understanding, analysing and using models for exotic interest-rate options*. John Wiley & Sons.

Ricart, R. & Sicsic, P. (1995). Estimating the Term Structure of Interest Rates from French Data. Working Paper, No. 22, Bulletin Digest, Banque de France, pp. 473-489.

Ruiz Dotras, E. (2005). *Comparación de curvas de tipos de interés. Efectos de la integración financiera*. Universidad de Barcelona.

Svensson, L. (1994). Estimating and interpreting forward interest rates. Sweden. IMF Working paper 94/114, No. 4871.

Terceño Gómez, A., Guercio, M. B., & Barberá Mariné, G. (2012). Estimación de la estructura temporal de los tipos de interés utilizando métodos de regresión borrosa. Aplicación al mercado de bonos públicos de Argentina. *Cuadernos del CIMBAGE*, (9).

Van Deventer, D. R., Imai, K., & Mesler, M. (2013). *Advanced financial risk management: tools and techniques for integrated credit risk and interest rate risk management*. John Wiley & Sons.

Vasicek, O. (1977). An equilibrium characterization of the term structure. *Journal of financial economics*, 5(2), 177-188.

Vasicek, O. A., & Fong, H. G. (1982). Term structure modeling using exponential splines. *Journal of finance*, 339-348.

Wooldridge, J. M. (2006). *Introducción a la econometría: un enfoque moderno*. Editorial Paraninfo.

Xiao, J. (2001). Term Structure Estimation for U.S. Corporate Bond Yields. *RiskMetrics Journal*, 2(1):19-34.