



Interacción entre la volatilidad nominal y real en la economía Argentina

El caso histórico del régimen de alta inflación

Autor: Licenciado Juan Manuel Costa. **Director:** Doctor Julio Fabris.

Correo Electrónico: jmc2161@gmail.com

Comentarios: Lic. Pablo Carreras Mayer, Lic. Gabriel Lopez Rey, Mag. Ariel Ruffo.

Fecha: 11/04/2016

Contenido

Introducción.....	4
Sección 1: Estado de la cuestión	7
1.1. Relación entre volatilidad nominal y volatilidad real.	7
1.1.1. Revisión general de la literatura.	7
1.1.1.1 Frenkel (1989).	13
1.1.1.2 Devereux (1989).....	15
1.1.2. Descripción estudios empíricos	20
1.1.2.1 Modelos univariados (volatilidad a media y viceversa)	21
1.1.2.2 Modelos multivariados (volatilidad a media y viceversa).....	22
1.1.2.3 Modelos multivariados (volatilidad a volatilidad)	23
Sección 2. Datos y metodología	24
2.1. Series utilizadas.....	24
2.1.1. Propiedades estadísticas de las series	25
2.1.2. Modelos AR univariados	26
2.2. Modelo GARCH multivariado.....	27
2.2.1. Modelo GARCH Multivariado tipo Full BEKK.....	30
2.2.1.1. Ecuaciones de la media.....	30
2.2.1.2. Ecuaciones de las varianzas y covarianzas condicionales.....	31
2.3. Funciones de Impulso Respuesta de Volatilidad	34
Sección 3. Estimación del modelo GARCH multivariado.....	35
3.1. Resultados de estimación	36
3.1.1. Pruebas de especificación del modelo.....	40
3.2. Explorando la relación entre volatilidad nominal y real en mayor profundidad.....	43
3.2.1. Pruebas de restricciones de exclusión y pruebas de Granger	43
3.3 Funciones de impulso respuesta de volatilidad.....	48
3.3.1. Utilidad de las FIRV.	48
3.3.2. Requisitos para el correcto cálculo de las FIRV.....	48
3.3.3 Calculo de las FIRV para una serie de shocks históricos.	50
3.3.3.1. Shocks elegidos	50
3.3.3.2 Línea de Base	52
3.3.3.3 FIRV para shocks negativos en Régimen de alta Inflación.....	52

3.3.3.4 FIRV para shocks positivos en régimen de alta inflación	53
3.3.3.5 FIRV para shocks hiperinflacionarios	55
Conclusiones	57
Anexo	59
Anexo 1. Interpolación con el método de “Benchmark” de Denton.	59
Anexo 2. Desarrollo de la forma matricial del modelo BEKK bivariado.	62
Anexo 3. Identificación de shocks para las FIRV.	64
Anexo 4. Problema de regresores generados.	66
Anexo 5. Gráficos de residuos y varianzas y covarianzas condicionales.	69
Referencias.....	71

Introducción

El presente trabajo se propuso explorar la posible existencia de una relación empírica entre *volatilidad* nominal y *volatilidad* real en la economía en la economía Argentina desde mediados de los 70 hasta la actualidad. Luego de una revisión general sobre la literatura teórica que explora vinculaciones entre la *volatilidad* de variables nominales (ej inflación) y *volatilidad* de variables reales (ej. tasa de crecimiento del PBI), se determinó que existe un numero relevante de trabajos teóricos que postulan dicho tipo de relaciones. Sin embargo, en todos los trabajos analizados, se hizo evidente que los mecanismos que hacen operativa dichas interrelaciones solo serían validos en contextos económicos e institucionales muy específicos -por ejemplo, uso generalizado de contratos indexados, rigideces nominales, banco central bajo un mandato de metas de inflación, etc.- Esto obligo a una preselección de dichas investigaciones teóricas, eligiéndose aquellas que pudieran ser adecuadas para alguna parte o la totalidad de la muestra a analizar.

Se argumentó que solo existen dos modelos teóricos (Frenkel, 1989) y (Devereux, 1989) que cumplen los requisitos para ser evaluados con la muestra de datos Argentina. Ambos trabajos teorizan sobre el comportamiento de la economía en un contexto de "régimen de alta inflación", caracterizado fundamentalmente por la presencia de un sistema de indexación salarial generalizado de alta frecuencia (trimestral o mensual), e inflación elevada (superior al 40% anual). En (Frenkel, 1989), se indaga acerca de una posible relación causal positiva que va desde la *volatilidad* nominal hacia la *volatilidad* real de la economía, a raíz de la existencia de mecanismos de indexación salarial en un contexto de fuertes aceleraciones y desaceleraciones de precios. Estos súbitos cambios en la tasa de inflación tendrían efectos sobre los ingresos reales de una parte considerable de la población, lo que a su vez tendría consecuencias para la demanda agregada y el nivel de actividad. En cambio, en (Devereux, 1989), se postula una relación causal de signo ambivalente que va desde la volatilidad real a la volatilidad nominal, determinada por una compleja interacción entre el comportamiento discrecional del banco central y cambios del grado óptimo de indexación salarial de los contratos ante modificaciones en la volatilidad de las perturbaciones reales.

Para contrastar dichas hipótesis, se estimó un modelo GARCH bivariado para la inflación y la tasa de crecimiento del PBI como variables endógenas, usando datos de la economía Argentina para el período que va desde Enero de 1981 a Marzo de 1991, con una especificación de tipo full BEKK en la matriz de varianzas y covarianzas

condicionales, y permitiéndose efectos de “volatility spillover”, en línea con trabajos similares en la materia, tales como (Grier et al., 2004).

A partir del análisis de los coeficientes del modelo GARCH se encontró evidencia a favor de la hipótesis de (Frenkel, 1989) que relaciona positivamente a la volatilidad nominal con la volatilidad real, aunque solo en el corto plazo, argumentándose que dicho resultado es consistente con el modelo teórico. Por otro lado, se encontró evidencia – aunque más débil- en favor de una relación negativa entre volatilidad real y volatilidad nominal, de acuerdo al marco teórico de (Devereux, 1989). Este análisis se complementó con la metodología de análisis de Funciones de Impulso Respuesta de Volatilidad, desarrollada en (Hafner and Herwartz, 2006). Mediante dicha técnica se observó que en la mayoría de los casos, los shocks inflacionarios relevantes durante el período analizado generan respuestas inmediatas en la volatilidad condicional de la inflación. A su vez, se verifica un efecto “derrame” de corto plazo a la volatilidad condicional de la tasa de crecimiento del PBI.

Luego de esta breve introducción, el trabajo se dividió en las siguientes secciones. En la sección 1, se realizó una revisión general de la literatura teórica sobre modelos que vinculan la volatilidad nominal con la volatilidad real. A su vez se resumieron trabajos empíricos precedentes que analizan efectos de volatilidad en la macroeconomía mediante modelos GARCH univariados y multivariados.

En la sección 2; se detallaron las fuentes y el método de construcción de las series utilizadas (ej. Interpolación de la serie trimestral del PBI para obtenerla en frecuencia mensual); se presentaron estadísticas descriptivas de las series y análisis gráficos de las mismas; y se realizaron ajustes de modelos AR univariados de las series estadísticas en forma individual para determinar las propiedades de los residuos. A partir de dichas pruebas, se definió el modelo multivariado a estimar y se detallaron sus características más salientes.

En la sección 3, se realizó la estimación del modelo GARCH multivariado tipo BEKK asimétrico para la muestra completa y para subperíodos específicos. Se detalló una serie de test de especificación tales como Jarque-Bera, test ARCH LM, y test Q multivariados, y a su vez test Q univariados sobre los residuos estandarizados del modelo (incluyéndose test sobre residuos al cuadrado y sobre residuos cruzados). Luego se realizaron pruebas de restricciones de exclusión y de causalidad de Granger para la evaluación de los modelos teóricos de la Sección 1.

También en la sección 3, se realizó el cálculo de Funciones de Impulso Respuesta de Volatilidad (FIRV), desarrolladas en (Hafner and Herwartz, 2006), usando como base el modelo GARCH multivariado previamente estimado. Dado que las funciones no son

únicas para el modelo sino que dependen del vector inicial de residuos tomado, se seleccionaron una serie de shocks históricos del período del régimen de alta inflación, caracterizados por la existencia de eventos de fuertes aceleraciones y desaceleraciones inflacionarias no previstas, y luego se calcularon las FIRV para dichos shocks.

Sección 1: Estado de la cuestión

1.1. Relación entre volatilidad nominal y volatilidad real.

1.1.1. Revisión general de la literatura.

La literatura económica que establece relaciones teóricas entre variables nominales y reales es bastante amplia. Usualmente estos trabajos vinculan la inflación (como variable nominal) con la tasa de variación en el PBI o la tasa de desempleo (como variables reales). El ejemplo más conocido es el descubrimiento de la curva de Phillips – relación empírica que fue detectada mediante métodos estadísticos- considerando que en sus diversas variantes vincula tasa de desempleo como variable real, con variables nominales tales como la inflación o los salarios nominales (Fisher, 1973, Phillips, 1958). Sin embargo, para lo bueno y para lo malo, la naturaleza de esta relación era bastante simple, enfocándose exclusivamente en el primer momento de dichas variables – la media -. A partir de mediados de los años setenta, con el abandono del esquema de paridades cambiarias fijas establecido en los acuerdos de “Bretton Woods” (McKinnon, 1993), al tiempo que sucedían sucesivos shocks al alza en el precio del petróleo, se da inicio a un período donde la inflación en las economías desarrolladas se vuelve más alta y volátil. Una de las consecuencias más importante de este período de inestabilidad nominal es que la simple relación lineal entre variables reales y nominales establecida por la curva de Phillips se vuelve más intrincada de verificar empíricamente (Alberro, 1981)

Como consecuencia de esto, el “paradigma” que había guiado por décadas al estudio de la interrelación entre inflación y actividad económica se envuelve en una atmosfera de crisis. La literatura económica comenzó a explorar y postular relaciones más complejas entre las variables nominales y reales, basadas en comportamientos *no lineales*. Uno de los caminos elegidos por los teóricos fue analizar el rol de la *volatilidad* - los desvíos, independientemente de su signo, podrían tener efectos unívocos sobre los *niveles* o las *tasas de crecimiento* de ambos tipos de variables -. Los primeros ejemplos de esta nueva literatura son modelos relacionados con la discusión sobre la validez de la curva de Phillips, donde diversos autores plantean que la aparente no linealidad en la relación entre desempleo e inflación podría ser explicada, entre otros factores, por efectos negativos de la *volatilidad* inflacionaria en la *media* de la tasa del crecimiento del PBI (Friedman, 1977, Okun, 1971). En general, el mecanismo planteado por estos autores era el siguiente: un aumento de la incertidumbre de los agentes a raíz de la mayor

volatilidad nominal hacía más complejo el cálculo económico, generándose ineficiencias, mala asignación de recursos para la inversión, y por ende peor desempeño en términos de crecimiento del PBI. Siguiendo un razonamiento similar a estos autores, (Logue and Sweeney, 1981), esbozaron que la *volatilidad* nominal en un contexto de alta inflación tiene efectos, no solo sobre la *media* de la tasa del crecimiento del PBI, sino también sobre la *volatilidad* de la misma, debido a conductas en los agentes de precios que provocan fuerte inestabilidad en los precios relativos.¹ Por otro parte, estos últimos autores también argumentaron sobre la existencia de otra relación teórica completamente diferente de la primera, entre *volatilidad* nominal y *volatilidad* real, que operaría en una economía con baja inflación y pleno funcionamiento de la curva de Phillips.²

El surgimiento generalizado del fenómeno de inflación muy elevada, volátil y persistente, verificado en muchos países subdesarrollados - particularmente en Latinoamérica - durante la década de los setenta y ochenta, motivó a una serie de autores a plantear modelos teóricos sobre la vinculación entre variables nominales y reales específicos para dichos contextos. En general, a partir de inflaciones superiores al 40% anual, el sistema contractual e institucional de dichas economías fue experimentando una importante mutación, a medida que los agentes generaban mecanismos para proteger el valor real de los contratos en un contexto de elevada incertidumbre. Teniendo en cuenta estas transformaciones, algunos autores postularon

¹El primer mecanismo opera en una economía con alta inflación. En este contexto, los productores reciben señales distorsionadas referentes a la demanda de sus bienes y por lo tanto también son distorsionadas las señales referidas a la necesidad de invertir en nuevas plantas. Con un aumento en el ingreso nominal, un productor puede experimentar un aumento de la demanda del producto. Pero si la inflación es alta, puede ser muy difícil para cualquier productor individual determinar si el aumento de la demanda es una consecuencia del fracaso del productor en aumentar los precios en relación con la el nuevo nivel de inflación, o en cambio es un resultado de un cambio real en las preferencias de la demanda de los consumidores. Algunos productores asumirán que sucede lo primero y subirán los precios; otros en cambio pensarán que sucede lo segundo, y por lo tanto no subirán precios, y además construirán capacidad productiva adicional. En la medida en que tales conjeturas son equivocadas, se producirán fluctuaciones anormalmente grandes en los precios relativos, aumentando entonces la volatilidad de la inflación. Más importante aún, esa variación de los precios relativos crea incertidumbre adicional al productor, y profundiza los errores en las decisiones de inversión, lo que termina aumentando la volatilidad en el nivel de actividad.

² El segundo mecanismo opera en una economía que ostente un “trade-off” entre inflación y crecimiento estable (o sea es válida la Curva de Phillips). Supongamos que

$$(\Delta P / P)_t = a - bNu_t + e_t$$

$$a, b > 0$$

Donde $\Delta P / P$ es la tasa de inflación, Nu la tasa de desempleo, y e un término de error independiente de la tasa de desempleo. La tasa de inflación depende negativamente de la tasa de desempleo (porque b se asume positivo). Sin embargo, la varianza de la inflación calculada a partir de la ecuación anterior, depende positivamente de la varianza en la tasa de desempleo, tal como muestra la siguiente ecuación:

$$\sigma^2_{\Delta P / P} = b^2 \sigma^2_{Nu} + \sigma e^2$$

modelos donde la *volatilidad* de los shocks reales tenía efectos causales, tanto sobre el *nivel* como sobre la *volatilidad* de la inflación. Algunos trabajos hicieron eje sobre la manera en que la varianza de los shocks reales transformaba la estructura institucional -impulsando cambios en el grado de adopción de prácticas de indexación de contratos- y esto repercutía en la estabilidad de los precios. (Devereux, 1989). Otros trabajos en cambio, notaron que el uso generalizado de contratos indexados -en particular la adopción plena de la indexación salarial en el mercado de trabajo - podría provocar fuertes efectos directos en el corto plazo, de contagio de *volatilidad* inflacionaria a *volatilidad* en la tasa de crecimiento del PBI. Para que este último mecanismo causal s operativo, la literatura estableció supuestos adicionales tales como heterogeneidad en el grado de rigidez en los precios de ciertos bienes (bienes de precios “fijos” y precios “flexibles”), e insuficiente acceso al mercado de crédito para hogares de bajo ingresos (Frenkel, 1979, Frenkel, 1984, Frenkel, 1989).

Finalmente, a partir de principios de los 80, también se produjeron avances teóricos en la literatura especializada en economías desarrolladas. Esta nueva literatura creció a medida que los bancos centrales de los países desarrollados comenzaron paulatinamente a adoptar en la práctica una serie de reglas que posteriormente serían denominadas como “esquemas de metas de inflación”. Bajo este esquema, el banco central se comprometía a cumplir un objetivo explícito y preanunciado para la tasa de inflación futura (cuyos fundamentos teóricos pueden verse en (Bernanke and Mishkin, 1997, Mishkin, 2000, Svensson, 1997, Svensson, 1999, Svensson, 2000, Bernanke and Gertler, 1995)).

En el caso particular de Estados Unidos, la adopción de un esquema explícito de metas de inflación fue un proceso gradual. Tres elementos fueron claves para este proceso, de acuerdo a ((Thornton, 2012). En primer lugar, el aparente éxito de Paul Volcker (presidente de la Reserva Federal americana entre 1979 y 1987), en reducir la inflación anual desde niveles de 2 dígitos hasta solo un 4% -utilizando herramientas de control monetario³-. Este hecho aumento considerablemente la confianza de los economistas americanos en la efectividad de la política monetaria como instrumento. En segundo lugar, la persistencia de fuertes déficits fiscales en Estados Unidos a partir de mediados de los 70, redujo el margen de maniobra del gobierno para moderar la inflación a través de políticas fiscales contracíclicas. En tercer lugar, la publicación del “teorema de la imposibilidad”, también conocido como la “crítica de Lucas” (Lucas, 1976), llevó a

³ Los mejores resultados relativos de los bancos centrales de Suiza y Alemania, en el período desde mediados de los 70 a mediados de los 80 -con respecto a sus otros pares europeos- contribuyeron a reforzar la creencia de que el banco central tenía poder para establecer el nivel de inflación KOHLI, U. & RICH, G. 1985. Monetary control: the Swiss experience. *Cato J.*, 5, 911, VON HAGEN, J. 1999. Money growth targeting by the Bundesbank. *Journal of Monetary Economics*, 43, 681-701.

muchos economistas a adoptar nuevas visiones sobre la efectividad de las políticas anti inflacionarias: cualquier intento de bajar en forma permanente la inflación debía ser creíble; una desinflación creíble puede ser lograda a un costo relativamente bajo (Sargent, 1982).

El nuevo paradigma dio lugar a una profusa literatura de modelos teóricos especialmente adaptados para dicho contexto. Una porción de dichos trabajos estudiaron estrechamente la relación entre variables nominales y reales en un marco institucional dominado por un esquema de metas de inflación (Goodfriend and King, 1997), (King and Wolman, 1999), (Rotemberg and Woodford, 1997), (Taylor, 1980), y (Taylor, 1994). El argumento en común de estas investigaciones fue dilucidar la existencia de posibles “efectos secundarios” indeseados a la hora de implementar dicho esquema. ¿Es posible que el esfuerzo de cumplir a rajatabla con un mandato de estabilidad nominal sea incompatible con el normal desarrollo del ciclo real de negocios? Y si esto es así ¿Qué consecuencias tendría sobre la volatilidad real? Estos trabajos se detallaran a continuación.

El trabajo de (Taylor, 1980) hizo foco en el rol de contratos colectivos salariales “escalonados” de ajuste periódico. En su modelo, el periodo de validez de los contratos salariales para cada gremio es diferente, por lo que los vencimientos de estos contratos se solapan entre sí. A su vez, los contratos se ajustan en función del exceso de demanda actual y esperada en el mercado de trabajo, y también en función de la tasa de ajuste de los demás contratos salariales de la economía -con el objetivo de mantener una cierta posición relativa respecto a los demás gremios -. Entre otros supuestos, las firmas fijan precios agregando un “mark-up” a los salarios nominales, los agentes tienen expectativas racionales, y el banco central busca estabilizar tanto el nivel de precios como el crecimiento del PBI alrededor de sus respectivos “estados estacionarios”. El autor argumentó que en este modelo existe un “trade-off” de largo plazo entre la *volatilidad* de la inflación y la *volatilidad* del crecimiento del PBI. Sin embargo, este “trade off” no implica una relación causal directa entre ambas variables, sino la respuesta conjunta de ambas a *cambios* en el parámetro que representa el grado de acomodamiento monetario del banco central ante aceleraciones o desaceleraciones en los precios. A modo de ejemplo, si el banco central decidiera reducir el grado de acomodamiento monetario de los shocks inflacionarios, en los subsiguientes periodos se observaría una caída en la *volatilidad* de la inflación y una suba en la *volatilidad* de la tasa de crecimiento del PBI⁴.

⁴ La magnitud de este “trade-off” dependería a su vez de la sensibilidad de precios y salarios a excesos de demanda.

En (Taylor, 1994), el autor amplió la discusión planteada en (Taylor, 1980), mostrando que el “trade-off” entre *volatilidad* de inflación y volatilidad de crecimiento del PBI también existiría en un contexto de un banco central con doble mandato -metas de inflación y de brecha del producto⁵- con presencia de rigideces nominales en precios y salarios no causadas necesariamente por la utilización de contratos salariales “escalonados”.⁶

Otro mecanismo alternativo para explicar el “trade-off” entre volatilidad nominal y real fue expuesto por (Goodfriend and King, 1997). Bajo su marco teórico base, existe un solo sector económico, de precios “fijos”, que definen sus precios adicionando un “mark-up” al costo salarial. En este escenario el banco central sigue una regla óptima donde debe “contrarrestar” los shocks de demanda (manteniendo la brecha de producto en cero y estabilizando precios), y “acomodar” los shocks de productividad en la economía (manteniendo la brecha de producto en cero y estabilizando el “mark-up”), sin que esto genere potenciales “trade-off” reales de política⁷.

Sin embargo, los autores reconocieron que si al modelo anterior se le adiciona un sector productivo regido bajo un esquema precios flexibles (donde el precio se fija por libre oferta y demanda), un shock de precios en un bien intermedio podría generar una situación de “trade-off”. Concretamente, una suba del precio del petróleo tendría mayor impacto en los precios de los productos de precios “flexibles” intensivos en petróleo que en los productos de precios “fijos”, por lo que contraer la demanda agregada para mantener estable los precios en el sector de precios “fijos” no será suficiente para evitar una suba en el nivel general de precios. Por otra parte, una contracción de la demanda agregada aún mayor que en el primer caso, lograría mantener estable el nivel general de precios (teniendo en cuenta tanto precios fijos como flexibles). Sin embargo, tal contracción elevaría el “mark up” y se produciría una brecha de producto en el sector de precios “fijos”. En conclusión, si el banco central decidiera modificar su índice de precios objetivo -el nivel de precios general o el nivel de precios del sector de precios “fijos”- a lo largo de una muestra dada, se debería observar empíricamente la aparición del “trade-off” entre *volatilidad* de inflación y *volatilidad* de la tasa de crecimiento del PBI.

⁵ Uno de los objetivos es mantener la tasa de crecimiento del PBI efectiva alrededor de la tasa de crecimiento del PBI potencial.

⁶ Para más información sobre esta discusión leer TAYLOR, J. B. 1999. Staggered price and wage setting in macroeconomics. *Handbook of macroeconomics*, 1, 1009-1050..

⁷ En caso de haber un shock positivo en el precio de un bien intermedio como el petróleo, la respuesta optima será endurecer la política monetaria lo suficiente como para reducir la demanda agregada al nuevo nivel de productividad reducido de la economía, manteniéndose el “mark-up” constante y no existiendo brecha de producto (el producto real y el producto potencial caen en la misma cuantía).

Aunque la rápida revisión de la literatura teórica que propone relaciones causales entre variables nominales y reales nos muestra que aquella es razonablemente extensa y diversa, lo cierto es que la gran mayoría de los modelos no proponen relaciones *universales*, sino que plantean relaciones solo validas en contextos muy específicos en lo que refiere a régimen institucional, funcionamiento de los mercados, supuestos sobre el comportamiento de los agentes (tanto privados como el gobierno), e incluso umbrales cuantitativos más o menos definidos para ciertas variables como la inflación.

Es entonces evidente que la evaluación empírica de dichas teorías está sujeta al problema del carácter *ad hoc* de las teorías a ciertos contextos económicos. La gran mayoría de los supuestos que hacen estos modelos son muy difíciles de probar en la práctica, especialmente lo que refiere al comportamiento de los agentes y el funcionamiento de ciertos mercados. Otros supuestos en cambio, son más fácilmente observables, tales como la presencia de reglas de política monetaria explícitas en el banco central, o el grado de uso de contratos indexados. En tal sentido, la prueba empírica de dichas teorías para una determinada economía en un contexto histórico particular requiere de una cierta pre-selección, en el sentido de enfocarse en aquellos modelos teóricos que cumplan a grandes rasgos con los supuestos *observables*.

Para el caso argentino, esta pre-selección es relativamente sencilla. Por empezar, el país no tuvo nunca en su historia un régimen explícito de metas de inflación o una regla de Taylor explícita hasta muy recientemente.⁸ Si, tuvo períodos caracterizados por un funcionamiento más o menos “normal” de la curva de Phillips aumentada con expectativas adaptativas, pero esto sucedió en períodos o muy lejanos en el tiempo para el que no hay buenos datos (década del 50 y 60), o periodos más recientes donde la confiabilidad de las estadísticas de inflación es inadecuada (2007-2016). Finalmente, en los últimos 50 años Argentina tuvo un periodo razonablemente extenso con elevada inflación (por encima del 40% anual), uso generalizado de contratos salariales indexados, y buena disponibilidad, precisión y confiabilidad de datos estadísticos (desde principios de los 80 a principios de los 90).

Dadas dichas restricciones, consideramos que los modelos teóricos que pueden testearse adecuadamente para el caso argentino son aquellos que fueron planteados específicamente para economías con alta inflación e indexación generalizada de contratos, siendo estos los modelos de (Frenkel, 1989) y (Devereux, 1989). En tal sentido, se procederá a una descripción detallada de dichos modelos, y de los

⁸ A partir de Diciembre de 2015, el BCRA se guía formalmente por un esquema de metas de inflación relativamente “laxo”.

mecanismos explícitos que vinculan las variables nominales y reales en cada uno de ellos.

1.1.1.1 Frenkel (1989).

El trabajo de (Frenkel, 1989), analiza la relación que hay entre la volatilidad de la inflación y la volatilidad en el nivel de actividad. Comienza definiendo primero el concepto de “régimen de inflación” -el conjunto de reglas institucionales explícitas e implícitas que dominan el mercado de trabajo, la formación de precios, y la renegociación de los contratos en un contexto inflacionario-. El argumento central es que existen diferentes regímenes de inflación, y que estos son función de la adaptación del mercado a diferentes niveles de la misma. En contexto de inflación muy alta y volátil, el régimen de inflación que se impuso en Latinoamérica durante el período de finales de los 70 y principios de los 80 estuvo dominado por la indexación nominal generalizada de todos los contratos de la economía, incluidos los contratos de trabajo.

¿Por qué se impuso este mecanismo? Frenkel argumenta que en contextos de inflación alta y volátil, es una buena manera de asegurar una cierta estabilidad en las relaciones comerciales entre los agentes. La indexación permite reajustar el valor real de los contratos a un punto anterior en el tiempo. Esa distancia temporal es lo que se denomina período de reajuste. A su vez esta regla permite ahorrar fuertes costes de negociación y desgaste entre los agentes, ya que hay un mecanismo automático y preestablecido para reajustar los contratos. Una característica de este régimen es que el período de reajuste es función de la tasa de inflación. Cuanto mayor es esta, mayor también es la velocidad con que se erosiona el valor real de los contratos nominales, y por tanto, los agentes se ven forzados a utilizar períodos de reajuste cada vez más pequeños, hasta que chocan con el límite inferior - la capacidad de generación objetiva de información sobre la evolución de los precios - . Tal límite inferior suele ser un mes (el mínimo período para recopilar información estadística confiable).

El mecanismo exacto de transmisión de volatilidad nominal a real opera de la siguiente manera. Primero se parte de definir el poder adquisitivo del salario:

$$WA_t = W_t / P_{t+1} \quad (1)$$

Donde WA_t es el poder adquisitivo del salario, W_t el salario nominal devengado en el momento t , y P_{t+1} el nivel de precios del período siguiente en que efectivamente se cobra el salario (por la modalidad de cobro a mes vencido). El autor argumenta que utilizar el nivel de precios del período siguiente al cobro del salario es lo correcto ya que

si bien se devenga durante el período anterior, es en el período siguiente cuando será percibido y consumido. Luego, se define la tasa de crecimiento del salario nominal, para la etapa de régimen de alta inflación de la siguiente manera:

$$w_t = p_{t-1} \quad (2)$$

Donde w_t es la tasa de crecimiento del salario nominal, y p_{t-1} es la inflación en el período "t-1". De esta forma, se asume indexación mensual plenamente operativa.

A su vez, la tasa de crecimiento del poder adquisitivo del salario se obtiene en forma aproximada calculando la diferencia logarítmica de la ecuación (1), y es definida como

$$wa_t \approx w_t - p_{t+1} \quad (3)$$

Donde wa_t es la tasa de crecimiento del poder adquisitivo del salario, w_t la tasa de crecimiento nominal del salario, y p_{t+1} la inflación en el periodo t+1.

Y reemplazando la ecuación de la tasa de crecimiento del salario nominal (2) en la ecuación de la tasa de crecimiento del poder adquisitivo del salario (3), tenemos que

$$wa_t \approx p_{t-1} - p_{t+1} \quad (4)$$

Por lo tanto, la tasa de crecimiento del poder adquisitivo del salario es función del diferencial de inflación entre t-1 y t+1. Si la inflación es constante, el salario real se mantiene estable, pero si la inflación se acelera o desacelera, el salario real fluctúa a corto plazo. Frenkel argumenta que este mecanismo de indexación nominal, si bien permite mantener cierta estabilidad del valor de los contratos nominales en el largo plazo, no logra reducir la volatilidad de corto plazo de los mismos. Esto se debe a que el valor real del contrato varía dentro del período de reajuste en función de la diferencia entre la inflación pasada, y la inflación actual del período. Si la inflación actual fue más alta que la pasada - la inflación se aceleró -, el valor real medio del contrato durante el período se redujo, independientemente que en el próximo reajuste se recupere el pico.

Esta volatilidad nominal, argumenta Frenkel, se traslada al PBI, o sea a la actividad real. Esto se debe principalmente a que una parte importante de la población, a la que Frenkel denomina como "pobre", no tiene como amortiguar las oscilaciones de corto plazo de sus ingresos. Este segmento de bajos ingresos no tiene capacidad de ahorro como para construir un fondo de reserva, ni tampoco tiene acceso al crédito. De tal manera que su consumo en un período determinado de tiempo está efectivamente restringido por su ingreso en ese mismo periodo. Esto provoca considerable volatilidad

en el consumo, por ende lo mismo sucede con la demanda agregada, y en última instancia la producción.

El autor argumenta que la volatilidad de la producción resultante de cambios abruptos en la demanda agregada no es igual para todos los bienes. En los bienes con precios “fijos”, caracterizados por tener una baja sensibilidad de corto plazo del precio a la demanda agregada –por ejemplos los bienes industriales-, la volatilidad de producción es elevada. Dado que en el caso de estos bienes, los precios de los mismos se revisan periódicamente y se fijan a partir de un esquema de “mark-up” sobre costos, las variaciones de corto plazo de la demanda agregada repercuten en bruscas variaciones de inventarios, y rápidamente esto afecta las decisiones de producción. Lo contrario sucede en los bienes con precios “flexibles”, donde la oferta es muy rígida y los precios muy sensibles a la demanda – por ejemplo los mercados de la carne, las frutas y las verduras -, y por ende la volatilidad de producción es menor.

1.1.1.2 Devereux (1989)

Otro modelo de similares características es el publicado por (Devereux, 1989). Dicho autor elabora un modelo formal muy interesante donde explica la relación entre inflación, crecimiento del PBI, y volatilidad de ambas variables, en un entorno de “Equilibrio discrecional” –el banco central no se compromete a una regla explícita de política monetaria- donde a su vez la economía tiene un componente de indexación salarial que está atado a la inflación pasada. Los supuestos son los siguientes:

- El Banco Central tiene una función de pérdida cuadrática tradicional, donde percibe desutilidad tanto por la brecha entre el producto real y el potencial como por el nivel de inflación.
- El producto potencial de la economía que calcula el banco central es mayor al producto que “limpia” el mercado de trabajo del sector privado con libre negociación salarial. Esto se puede deber a fricciones en el mercado de trabajo que reducen el nivel de empleo por debajo del equilibrio, o a sindicatos fuertes que fuerzan un salario real más elevado.
- Los actores que deben fijar el salario eligen un nivel de salario real que minimiza una función de pérdida basada en la diferencia entre el producto real y el que limpia el Mercado de trabajo. El salario nominal por lo tanto esta indexado y es ajustado según la inflación pasada, con el objetivo de intentar mantener el nivel de salario real estable en el tiempo.

- Los actores que fijan los salarios, además de la indexación a la inflación pasada, tienen en cuenta la probable decisión del "policy maker", y por lo tanto se forman expectativas racionales sobre la misma que también influyen en la determinación del salario.

El autor comienza definiendo una función de oferta, cuya característica principal reside en que los movimientos de precio no anticipados pueden afectar la producción y el empleo. Los salarios nominales se fijan por contrato y se ajustan ex post ante cambios no anticipados en los precios. El empleo es determinado entonces por la demanda de trabajo. La ecuación de la función de oferta es la siguiente:

$$y_t^s = \alpha(P_t - P_t^e) + \delta u_t + \bar{y} \quad (A)$$

Donde y_t^s es el producto, P_t es el precio, P_t^e es el precio esperado, u_t es una perturbación asociada a la productividad, y $\bar{y}$ es una constante relacionada al producto potencial. A su vez, $\alpha = \sigma(1-b)$,

Donde σ es una constante, y b es un parámetro de indexación con $0 < b < 1$. Está claro que con b cercano a 1, o sea indexación plena, la oferta no reacciona a diferencias entre la inflación efectiva y la esperada. Luego el autor define el nivel de producto que corresponde a un escenario de vaciamiento de mercado con salarios flexibles:

$$\tilde{y}_t = \gamma u_t + \bar{y} \quad (B)$$

Siendo $\gamma < \delta$. El modelo también posee una ecuación de equilibrio del mercado de dinero estándar, aunque omitiendo la tasa de interés, (C), y una ecuación de oferta monetaria (D)

$$M_t - P_t = y_t \quad (C)$$

$$M_t = \tilde{M}_t + \omega_t \quad (D)$$

La oferta de dinero M_t tiene 2 componentes. ω_t es un error exógeno independiente e idénticamente distribuido fuera del control de la autoridad monetaria, mientras que $\tilde{M}_t$ es el nivel de oferta monetaria elegido por las autoridades a partir de un problema de optimización. Se asume que las autoridades intentan minimizar la siguiente función de pérdida social:

$$LA = E_{t-1}[(y_t - y_t^*)^2 + \beta(\pi_t)^2] \quad (E)$$

π_t es el nivel de inflación en el momento t , aproximado como $P_t - P_{t-1}$, y β es una constante. Un supuesto clave que se introduce aquí es que $y_t^* = \tilde{y}_t + c\bar{y}$, con $c > 0$. En otras palabras, el nivel de actividad deseado por la autoridad monetaria (y_t^*), es mayor que el nivel de actividad que vacía los mercados ($\tilde{y}_t$). Esto puede deberse a distorsiones en el mercado de trabajo que mantienen el desempleo elevado, tales como sindicatos muy fuertes que empujan al alza el salario real. Ante ese escenario, la autoridad monetaria tiene un sesgo inflacionista, ya que intenta llevar a la economía permanentemente por encima del "pleno empleo" determinado en el mercado por los agentes privados.

Por su parte, los fijadores de salarios, fijan contratos que mantengan el nivel de empleo y la actividad lo más cerca posible del nivel de equilibrio fijado en la ecuación (B). La función de pérdida que caracteriza este comportamiento es la siguiente:

$$L = E(y_t - \tilde{y}_t)^2 \quad (F)$$

Los formadores de precio intentan minimizar esta pérdida fijando inicialmente la variación de salarios como igual a la inflación esperada, y luego indexando salarios.

La puja entre autoridad monetaria y fijadores de salarios es la siguiente: Al principio del periodo t , las autoridades monetarias eligen el nivel de oferta monetaria deseado tal que minimiza su función de pérdida en (E), tomando las expectativas de precios como dadas, y sin saber cuál será el valor de las perturbaciones reales (en la productividad) y nominales (en la oferta de dinero) para ese periodo.

Las expectativas de precios se forman en el sector privado, y estos tienen en cuenta a la hora de fijar salarios no solo la distribución de las perturbaciones, sino también el comportamiento de la autoridad monetaria. A su vez, los agentes privados determinan el nivel óptimo de indexación b . Este nivel óptimo de indexación solo depende de las perturbaciones y de los parámetros de la economía, pero no de la tasa de crecimiento de la oferta monetaria. ¿Por qué sucede esto?, porque el autor asume que no hay una regla de estabilización monetaria ex post, ya que la autoridad monetaria no puede alterar el nivel de actividad con ella (los fijadores de salario tendrán en cuenta esta regla a la hora de definir su nivel de inflación y nulificarán sus efectos).

El equilibrio se determina de la siguiente manera; tomando las ecuaciones (A), (B), (C) y (D), y dados $\tilde{M}_t$, P_t^e y b , el nivel de precios en el momento t se escribe como:

$$P_t = (\alpha P_t^e + \tilde{M}_t + \omega_t - \delta u_t) / (1 + \alpha) \quad (G)$$

Sustituyendo la ecuación del nivel de precios (G) en la función de pérdida de la autoridad monetaria (E) tenemos que el nivel óptimo de oferta de dinero se determina a partir de la ecuación de condiciones de primer orden:

$$(\alpha^2 + \beta)\tilde{M}_t - \alpha(\alpha - \beta)P_t^e - (\alpha^2 + \beta)\bar{y} - c\bar{y}(1 + \alpha)\alpha - \beta P_{t-1}(1 + \alpha) = 0 \quad (H)$$

Es importante destacar que las expectativas de precios P_t^e dependen tanto de (G) como de (H). Los agentes privados entienden el proceso de decisión de la autoridad monetaria, y toman esta información para formación de expectativas “racionales” sobre los precios. Por lo tanto

$$P_t^e = E_{t-1}P_t = \tilde{M}_t - \bar{y}$$

Sustituyendo esta última expresión en (H), tenemos que la oferta de dinero óptima para el banco central es función de la constante del producto, del nivel de precios pasado y de los parámetros del modelo:

$$\tilde{M}_t = \bar{y} + P_{t-1} + c\bar{y}(\alpha / \beta)$$

Y finalmente, la tasa de inflación media queda definida exclusivamente por los parámetros del modelo y las perturbaciones, de tal manera que:

$$\pi_t = c\bar{y}(\alpha / \beta) + [(\omega_t - \delta u_t) / (1 + \alpha)] \quad (I)$$

Siempre que la expresión $c\bar{y}(\alpha / \beta)$ sea positiva, la tasa de inflación fluctuara debido a las perturbaciones, pero en promedio será positiva, debido al sesgo inflacionista que establece la autoridad monetaria en la economía. A pesar de ello, el nivel de empleo y actividad no se ve afectado por la regla monetaria, ya que la diferencia entre las expectativas racionales de precios y los precios efectivos tiene media cero, tal como se ve en la siguiente ecuación:

$$P_t - E_{t-1}P_t = (\omega_t - \delta u_t) / (1 + \alpha) \quad (J)$$

Recordando que $\alpha = \sigma(1 - b)$, y sustituyendo en (I), se puede notar que el nivel medio de inflación depende negativamente de b , el parámetro que determina el nivel óptimo de indexación. Como esto es controvertido, el autor plantea la posibilidad que el nivel óptimo de indexación sea endógeno, y que este es elegido por los agentes cuando maximizan la función de pérdida (F). Esto lleva a la siguiente solución:

$$\sigma(1-b) = \delta(\delta - \gamma) / (V + \delta\gamma) \quad (K)$$

Dónde $V = (\sigma_{\omega}^2 / \sigma_u^2)$. La interpretación es la siguiente; V es el cociente entre la varianza de las perturbaciones nominales (en la emisión de dinero), y las perturbaciones reales (en la productividad). Si predominan las perturbaciones nominales, la expresión de la derecha se hace más pequeña, y para que suceda lo mismo con la expresión de la izquierda debe subir b . Lo contrario sucede si predominan las perturbaciones reales.

Sustituyendo la expresión (K) en (I), tenemos que la expectativa racional para la tasa de inflación es:

$$E_{t-1}\pi_t = (c\bar{y} / \beta)\delta(\delta - \gamma) / (V + \delta\gamma) \quad (L)$$

El resultado principal es que V , a partir de su influencia sobre b , determina el nivel de inflación. El mecanismo intuitivo es el siguiente; cuanto mayor sea la volatilidad real de la economía, producto de shocks exógenos que están fuera del control de la autoridad monetaria, se reducen los incentivos a que exista un mecanismo de indexación salarial generalizado. La existencia de indexación generalizada impide que el salario real se reacomode a las nuevas condiciones de la economía (imaginemos un brusco desmejoramiento de los términos del intercambio, que solo puede ser absorbido sin que aumente el desempleo mediante una devaluación y una caída del salario real). Entonces el salario real óptimo deja de ser constante, y la indexación se vuelve menos generalizada. Es aquí cuando el banco central tiene menos costos a la hora de introducir sorpresas inflacionarias, y por lo tanto recurre seguidamente a ellas para incentivar la demanda agregada, provocar caídas en el salario real, y elevar el nivel de empleo y producción a los niveles que considerada adecuado.

En cambio, una mayor varianza en los shocks nominales de la economía genera incentivos a que la indexación sea más generalizada, lo que restringe al banco central a la hora de utilizar sorpresas inflacionarias, y esto por su parte reduce el nivel de inflación media en equilibrio. Por consiguiente, hay una asociación positiva entre la varianza de las perturbaciones reales y el nivel de inflación, pero una asociación negativa entre la varianza de las perturbaciones nominales y el nivel de inflación.

El modelo también establece que hay una relación entre el nivel de inflación y la volatilidad de la inflación. A partir de trabajar con la ecuación (L), la volatilidad de la inflación puede ser escrita como:

$$VAR\pi = E_{t-1}(\pi_t - E_{t-1}\pi_t)^2 = \sigma_u^2(V + \delta\gamma)^2 / (V + \delta)^2 \quad (M)$$

El efecto de un aumento de σ_μ^2 (la varianza de las perturbaciones reales) sobre la volatilidad de la inflación no es univoco, ya que este aparece en la ecuación en forma directa pero también como parte de V . Haciendo el cálculo diferencial, podemos determinar qué:

$$dVAR\pi / d\sigma_\mu^2 = \{\delta(V + \delta\gamma)[(V + \delta^2)\gamma - (\delta - \gamma)V]\} / (V + \delta^2)^2 \quad (N)$$

El signo de la respuesta de la volatilidad de la inflación ante un aumento de la varianza de las perturbaciones reales será positivo siempre y cuando $V + \delta^2 > [(\delta - \gamma) / \gamma]V$, o sea para valores bajos de V (predominio de perturbaciones reales por sobre las nominales). En ese caso, un aumento de las perturbaciones reales hará subir el nivel de inflación y también la volatilidad de la misma. Si V es grande (predominio de perturbaciones nominales por sobre las reales), en cambio, el aumento de las perturbaciones reales incrementará el nivel de inflación, pero caerá la volatilidad de esta.

¿A qué se debe esto? Si la indexación es muy generalizada, un aumento de las perturbaciones reales forzará a los agentes a reducir un poco el nivel de indexación, lo que reduce la velocidad de propagación de los mismos. Los shocks son mayores, pero ahora se amplifican menos, por lo que la volatilidad de la inflación en términos netos se reduce.

Por lo tanto, el modelo de (Devereux, 1989) establece una relación teórica entre volatilidad real y volatilidad nominal en la economía, aunque al contrario del modelo de (Frenkel, 1989), la dirección de causalidad sería desde la volatilidad real a la volatilidad nominal. Dicha relación se origina a partir de cambios en la varianza de los shocks reales (que son función de perturbaciones de la productividad). Sin embargo, tal como se explicó anteriormente, el signo de esta relación causal es ambiguo, ya que depende del nivel de indexación vigente al momento del shock.

1.1.2. Descripción estudios empíricos

La literatura empírica que investiga sobre la volatilidad de la inflación y la volatilidad de la tasa del crecimiento del PBI es muy extensa. El grueso de ella se compone de estimaciones realizadas con modelos econométricos de tipo GARCH univariados para la inflación, y un porcentaje bastante menor son modelos GARCH multivariados con otras variables agregadas como la tasa de crecimiento del PBI o la variación del tipo de

cambio nominal. En lo que respecta a la temática de investigación, predomina la exploración de las relaciones entre medidas de volatilidad y de media. La mayoría de estos trabajos empíricos se respaldan en un puñado de trabajos teóricos que proponen dichas relaciones. Estos trabajos teóricos se exponen en la tabla 1.

Respaldo Teórico de Modelos Empíricos. (Tabla 1)		
Variable	Volatilidad de inflación	Volatilidad de tasa de crecimiento del PBI
Nivel de inflación	(Cukierman and Meltzer, 1986, Frenkel, 1979).	(Devereux, 1989)
Nivel de tasa de crecimiento del PBI	(Okun, 1971, Friedman, 1977)	(Black, 2009)

Dentro de la literatura empírica, se revisan trabajos para economías latinoamericanas - preferentemente que incluyan períodos muestrales donde exista alta inflación- para mostrar la relevancia de la metodología que hemos elegido para investigar estas cuestiones, y detectar los problemas que deben ser tenidos en cuenta para diseñar la estrategia de la presente tesis. Los trabajos fueron agrupados en función de la dimensión del sistema (univariados o multivariados), y del tipo de relaciones a probar (entre *volatilidad* y *media*, o entre *volatilidad* y *volatilidad*).

1.1.2.1 Modelos univariados (*volatilidad a media y viceversa*)

Comenzando el análisis de los modelos GARCH univariados, el grueso de los trabajos empíricos se enfocan en la relación entre la *media* de inflación y la *volatilidad* inflacionaria: existen investigaciones muy similares entre sí para Uruguay (Della Mea and Sánchez, 1996), Bolivia (Rocabado Antelo, 2012), Paraguay (Valdovinos, 2001), Chile (Johnson, 2002) y México (Grier and Grier, 1998). En el caso de Uruguay, México, y Paraguay, se encuentra que una mayor *media* de inflación está asociada a mayor *volatilidad* inflacionaria. Por otro lado, en el caso de Bolivia y Chile, se encuentra evidencia en la dirección causal contraria: una mayor *volatilidad* inflacionaria tiende a elevar la *media* de inflación. Finalmente, en el caso mexicano también se encuentra evidencia similar a la de Bolivia y Chile pero de signo opuesto.

En (Daal et al., 2005), los autores realizan un estudio para un grupo de 23 países, desarrollados y no desarrollados, en una muestra que abarca desde mediados de los 50 hasta los 2000. Los países latinoamericanos de la muestra son Argentina, Colombia, México, Perú y Venezuela. Todos ellos tuvieron una tasa de inflación mensual media muy elevada durante el período, con muy alta dispersión, siendo Argentina y Perú los casos extremos.⁹ Los autores aportan evidencia a favor de que una mayor *media* de inflación precede temporalmente a un aumento en la *volatilidad* inflacionaria en todas las economías latinoamericanas presentes en el estudio (excepto Perú). La prueba de la relación causal en la dirección contraria arroja resultados ambiguos -dependiendo del país y del período tomado- aunque prevalecen casos donde la *volatilidad* inflacionaria pareciera reducir la *media* de la inflación (para Colombia y Venezuela).

1.1.2.2 Modelos multivariados (*volatilidad a media y viceversa*)

Además de los modelos univariados anteriormente descritos, existen una serie de estudios que aplican modelos GARCH multivariados que incluyen a la inflación como variable endógena del sistema, generalmente acompañada por la tasa de crecimiento del PBI. El trabajo seminal en esta materia, (Grier and Perry, 2000), utiliza un modelo GARCH-M bivariado que intenta probar si existen efectos de la volatilidad nominal y real sobre el nivel de actividad y la inflación, para el caso particular de EEUU.

Una aplicación de esta metodología a la economía brasileña es el trabajo de (Vale, 2005), donde se encuentra que la *volatilidad* inflacionaria aumenta positivamente la variación en la tasa de inflación (la acelera) en todos los diferentes modelos probados (que incluyen diferentes índices de precios)¹⁰.

Para el caso Argentino, se debe citar el trabajo de (Lanteri, 2005). Basándose en la metodología desarrollada en (Grier et al., 2004), se estima un modelo GARCH bivariado para la inflación y la tasa de crecimiento del PBI. El autor encuentra evidencia en favor de que un aumento en la *volatilidad* de la tasa de crecimiento en el PBI tiende a elevar en el tiempo, la *media* de la tasa de crecimiento del producto. Por otro lado, también se encuentra evidencia de que un aumento en la *volatilidad* de la inflación provoca una caída en la *media* de la tasa de crecimiento del PBI. Finalmente, el autor no evalúa explícitamente la hipótesis de si la *volatilidad* inflacionaria aumenta el *nivel* de inflación, aunque el parámetro que mide dicha relación causal si es calculado en el modelo y es

⁹ Argentina y Perú tuvieron una inflación mensual media del 5.25% y 3.83% respectivamente.

¹⁰ El autor se ve obligado a utilizar la variación en la tasa de inflación en vez de la tasa de inflación en si porque encuentra a esta última no estacionaria.

de signo positivo y significativo, sugiriendo que la hipótesis sería efectivamente verdadera.

Para el caso mexicano, hay 2 investigaciones para destacar. La primera de ellas, el trabajo de (Cermeño and Oliva, 2010). Dichos autores plantean un interesante modelo tetra variado que incluye a la tasa de inflación, la tasa de crecimiento del PBI, la tasa de depreciación del tipo de cambio nominal, y la tasa de inflación estadounidense. Entre las muchas hipótesis testeadas, se evalúa la relación entre *volatilidad* inflacionaria y *media* de inflación, encontrándose que la *media* de inflación pasada aumenta la *volatilidad* inflacionaria. La segunda investigación relevante para México es la de (Cermeño and Feregrino, 2012). En este caso, el sistema solo tiene 2 variables (inflación y tasa de crecimiento del producto). Los resultados encontrados en esta nueva investigación son muy similares a los de (Cermeño and Oliva, 2010).

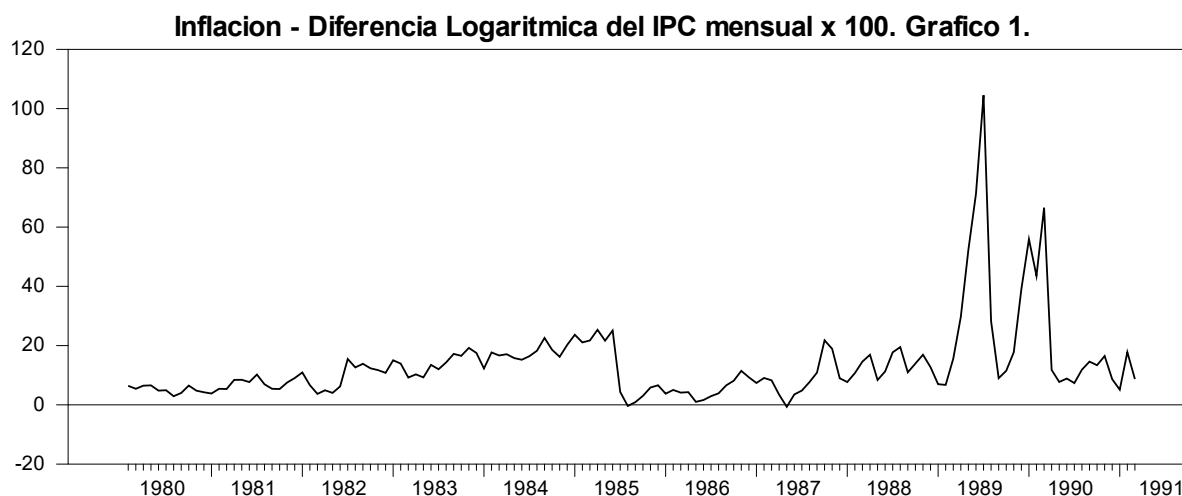
1.1.2.3 Modelos multivariados (*volatilidad a volatilidad*)

Finalmente existe un puñado de estudios empíricos que estudian la relación entre volatilidad de la inflación y volatilidad en la tasa de crecimiento del producto, que es la temática de interés específica de la presente tesis. Utilizando un modelo GARCH bivariado (con la inflación y el crecimiento del producto como variables) para la economía americana durante el período 1960-1997, (Lee, 1999), encuentra evidencia de relación causal positiva en ambas direcciones entre la *volatilidad* del producto y la *volatilidad* de la inflación. En cambio, un estudio similar para la economía japonesa en el período 1961-1999 (Fountas et al., 2002), en lo que respecta a la relación entre ambas medidas de volatilidad, no encuentran relación causal significativa en ninguno de los 2 sentidos. Posteriormente, (Fountas et al., 2006) repiten el estudio anterior (con algunas modificaciones metodológicas), pero ahora enfocado a los países del G-7. En este caso, termina encontrándose una relación causal negativa de la *volatilidad* inflacionaria en la *volatilidad* de la tasa de crecimiento del PBI para Japón, y una relación causal positiva de la *volatilidad* de la tasa de crecimiento del PBI en la *volatilidad* inflacionaria para Alemania.

Sección 2. Datos y metodología

2.1. Series utilizadas

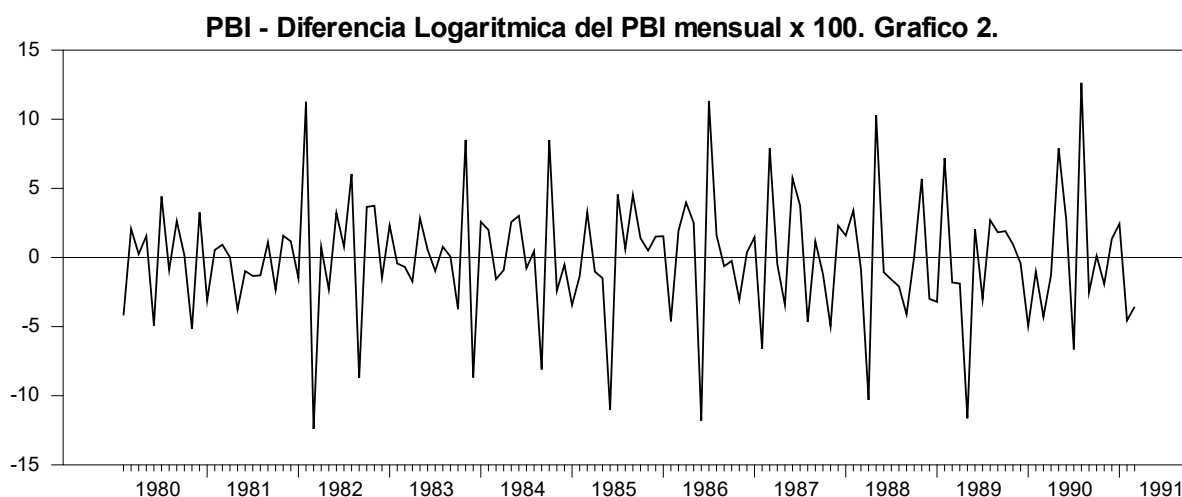
En el presente trabajo se utilizan 2 series de tiempo macroeconómicas: la tasa de inflación y la tasa de crecimiento del PBI. Para poder investigar adecuadamente la hipótesis de (Frenkel, 1989), el uso de una frecuencia mensual es indispensable, debido a que durante el período predominó un mecanismo de indexación mensual, haciendo que usar datos trimestrales resulte inadecuado para el problema que se desea estudiar. Esto obviamente impone ciertas restricciones para la elección del período muestral. La fuente es del INDEC. En el Gráfico 1 se aprecia dicha serie.



La Tasa de crecimiento del PBI es calculada como la diferencia logarítmica del PBI Mensual multiplicada por cien. EL PBI mensual fue calculado a partir de la Interpolación de la serie de PBI trimestral a precios constantes de 1993 empalmada hacia atrás hasta el primer trimestre de 1980 (esta serie se encuentra disponible en la página del INDEC).¹¹ El objeto de esta interpolación, basado en el uso de una serie indicadora, es evitar el problema de suavizado extremo que se observa al interpolar en forma lineal una serie de tiempo. La serie indicadora debe estar en la frecuencia alta a la que se desea llegar. La serie utilizada en este caso es el IPI (Índice de Producción Industrial) de FIEL, del cual hay datos desde Enero de 1980. La fuente de los datos es por lo

¹¹ Para realizar la interpolación, se utilizó el paquete "Tempdisagg" del programa R, a través de la aplicación del método de interpolación Denton-Cholette con serie indicadora. Una revisión de este método se encuentra disponible en el trabajo de DAGUM, E. B. & CHOLETTE, P. A. 2006. *Benchmarking, Temporal Distribution, and Reconciliation Methods for Time Series*, Springer Science & Business Media..

tanto INDEC y FIEL. En el Gráfico 2 se aprecia la serie interpolada. En el Anexo 1, se encuentra un detalle del método de interpolación de Denton-Cholette.



2.1.1. Propiedades estadísticas de las series

En la Tabla 2 se adjuntan las principales estadísticas descriptivas de las series. La tasa de crecimiento del PBI mensual tiene una media casi nula (ligeramente negativa) durante el período completo, un sesgo negativo y curtosis ligeramente mayor a 3. El test de Jarque-Bera nos dice que se debe rechazar la normalidad de la serie. La tasa de inflación mensual tiene una media del 14,22% durante el período completo, sesgo positivo y una curtosis muy alta. Esto no es sorprendente debido a que el período muestral incluye en este caso los eventos hiperinflacionarios, lo que tiende a aumentar el peso de eventos extremos en la muestra total.

Resumen estadístico de las series. (Tabla 2)					
Variable	Media	Desv. Estándar	Sesgo	Curtosis	Jarque-Bera
Tasa de inflación	14.225	14.149	3.543	16.550	1661.264*
Tasa crec. PBI	-0.079	4.506	-0.061	1.252	8.113*
*:5% de significatividad					

En la Tabla 3 se adjuntan los resultados de los Test de Raíz Unitaria. Para la inflación, se realizaron Test de Dickey Fuller (Dickey and Fuller, 1979) aumentado para los 3 modelos disponibles (sin intercepto, con intercepto, con intercepto y tendencia), seleccionándose el número de lags mediante el criterio de Akaike (Akaike, 1974, Akaike,

1998). A su vez se realizó el test KPSS (Kwiatkowski et al., 1992) con modelos con intercepto y con tendencia, seleccionándose manualmente un total de 12 lags. Finalmente se aplicaron test de Phillips Perron (Phillips and Perron, 1988), también seleccionándose 12 lags en forma manual. Para la tasa de crecimiento del PBI, se realizaron los mismos tests que para la tasa de inflación, excepto las especificaciones con tendencia, ya que dicha variable no muestra ninguna tendencia observable en la muestra analizada. En el caso de la tasa de inflación, todos los test ADF y de Phillips Perron nos permiten rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de significatividad, mientras que los 2 test KPSS nos dicen que no se puede rechazar la hipótesis de estacionaridad. Para la tasa de crecimiento del PBI sucede lo mismo, todos los test ADF y de Phillips Perron permiten rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria al 5% de significatividad, y ambos test KPSS no permiten rechazar la hipótesis de estacionaridad. Se concluye que ambas series son estacionarias para el período analizado, por lo que se descarta la exploración de una potencial relación de cointegración.

Tests de raíz unitaria. (Tabla 3)					
Variable	Lags	Constante	Tendencia	Tipo Test	Estadístico
Tasa de inflación	2	Si	Si	ADF	-5.219*
Tasa de inflación	2	Si	No	ADF	-4.669*
Tasa de inflación	3	No	No	ADF	-3.126*
Tasa de inflación	12	No	No	KPSS	0.281
Tasa de inflación	12	No	Si	KPSS	0.077
Tasa de inflación	12	Si	No	Perron	-4.772*
Tasa de inflación	12	Si	Si	Perron	-4.885*
Tasa crec. PBI	1	Si	No	ADF	-11.211 *
Tasa crec. PBI	1	No	No	ADF	-11.255 *
Tasa crec. PBI	12	No	No	KPSS	0.072
Tasa crec. PBI	12	No	No	KPSS	0.064
Tasa crec. PBI	12	Si	No	Perron	-21.785*

*:5% de significatividad

2.1.2. Modelos AR univariados

En esta etapa, se procedió a la estimación de modelos AR univariados para ambas variables, seleccionándose el número de lags con el criterio de Akaike. El objetivo de estas estimaciones es determinar las propiedades de los residuos de los modelos, en lo que se refiere a autocorrelación de los errores, autocorrelación de los errores al cuadrado, y test de heteroscedasticidad de tipo ARCH. Si los residuos del modelo no poseen autocorrelación remanente, pero los residuos al cuadrado si, esto sería un indicativo de que es necesario estimar el modelo multivariado con una especificación de tipo GARCH, para así poder modelar el problema de la heteroscedasticidad remanente.

Análisis de residuos de modelos AR univariados. (Tabla 4)				
Serie	Numero de lags	Test Q (12)	Test Qsq (12)	Test Arch-Lm (8)
Tasa de inflación	9	4.440	63.703*	51.349*
Tasa crec. PBI	3	12.809	23.277*	16.905*
*:5% de significatividad				

Los resultados, presentados en la Tabla 4, muestran que efectivamente los residuos de los modelos AR estimados poseen un fuerte problema de heteroscedasticidad condicional, tanto para el caso de la inflación como de la tasa de crecimiento del PBI. Esto se deriva del test Q sobre los residuos al cuadrado y del test ARCH-LM (en ambos casos las hipótesis nulas son rechazadas al 5%). Esta heteroscedasticidad remanente justifica la estimación de un modelo de tipo GARCH, que tiene por propósito modelarla adecuadamente.

2.2. Modelo GARCH multivariado

Los modelos ARCH fueron desarrollados en la década del 80 por el premio nobel Robert Engle (Engle, 1982), con el objetivo de solucionar un problema que plagaba a muchos modelos econométricos de series de tiempo de finales de los 70, la heteroscedasticidad en los errores. Bajo el enfoque tradicional de MCO (mínimos cuadrados ordinarios), un modelo estimado bajo esta metodología debe cumplir ciertas condiciones (llamadas condiciones de Gauss-Markov), para que los estimadores de los parámetros sean insesgados y los más eficientes dentro de los de su clase. Entre estos requisitos se encuentra el supuesto de que "homoscedasticidad", esto es, que la varianza de los errores es constante en el tiempo.¹²

Sin embargo, para ciertas aplicaciones macroeconómicas específicas, como la construcción de un modelo econométrico del tipo ARIMA para pronosticar la tasa de inflación, (Engle, 1982) muestra que suponer errores "homoscedasticos" es erróneo. Más aún, el autor argumenta que dichos procesos tienen como característica errores

¹² Otro requisito es la ausencia de autocorrelación, que consiste en que los errores no están correlacionados serialmente. La imposibilidad de cumplir con este requisito era un problema típico de modelos que utilizaban series de tiempo, como las macroeconómicas, y los remedios habituales para corregir este problema se mostraban insuficientes (la utilización de dummies, métodos MCG como Cochrane-Orcutt, etc.). Esto dio lugar al surgimiento de una metodología completamente diferente, los modelos ARIMA, que en vez de modelar el comportamiento de una variable a partir de otras variables exógenas, lo hacían solamente partir de rezagos de la variable endógena. Estos modelos ganaron popularidad luego de que (Box and Jenkins, 1970) encontraran que eran útiles para realizar pronósticos con series de tiempo, ya que no sufrían el problema de autocorrelación de los modelos estructurales MCO tradicionales, sino que de hecho modelaban esta característica de la serie y esto permitía obtener estimaciones MCO eficientes.

“heteroscedásticos”, donde la evolución de la varianza de los mismos sigue un patrón sistemático a lo largo del tiempo. Él denomina a esos procesos con el nombre ARCH, sigla cuyo significado traducido al español es “Modelos autorregresivos de heteroscedasticidad condicional”. Estos tenían la característica de ser de media cero, no poseer correlación serial, y tener varianza condicional al momento del tiempo no constante.

La ventaja de los modelos ARCH consiste en que se puede modelar la varianza condicional e incluso hacer pronósticos sobre la misma. Concretamente se establece que la varianza condicional para un momento T tiene la siguiente estructura:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

La misma es un proceso estocástico que depende de los errores rezagados del modelo de la media condicional. σ_t^2 es la varianza condicional al momento t, α_0 la parte constante en el tiempo de la varianza, y ε_{t-i}^2 los rezagos de los errores elevados al cuadrado. Desde el punto de vista económico, esto implica que los agentes ajustan su expectativa de varianza condicional en función de lo que sucedió en el pasado. Por ejemplo, si el modelo es del tipo ARCH (1), y si el error en la estimación de la media para el período t-1 fue grande, eso se traduce en un aumento en la volatilidad esperada para el período t (en el caso de que el coeficiente ARCH sea positivo). En otras palabras, una innovación no explicada por el modelo en el pasado aumenta la incertidumbre de los agentes sobre el presente.

Tim Bollerslev, uno de los primeros autores en desarrollar los modelos ARCH en sus primeros años (Bollerslev, 1986) modificó el modelo original de Engle adicionando un nuevo tipo de término en la ecuación de la varianza condicional. Además de los términos ARCH tradicionales, incorporo a la propia varianza condicional como variable endógena rezagada, para simular un proceso autorregresivo en la misma:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

De esta manera, se podía estimar si había efectos de persistencia de la volatilidad en la percepción de los agentes, independientemente de si había nuevos shocks o no. A Estos nuevos modelos se los denomino GARCH (que significa ARCH generalizado).^{13 14}

¹³ Inicialmente, como ya se ha dicho, esta metodología fue pensada para trabajar con series de tiempo macroeconómicas, pero sin embargo donde adquirió gran popularidad fue en aplicaciones financieras, lo que derivó en la aparición de otros modelos relacionados (IGARCH, EGARCH, PARCH; TGARCH, etc.).

Dentro de un contexto multivariado, aunque aplicado a otro tipo de series que no son objeto de estudio en la presente tesis, se pueden mencionar el estudio de 5 tipos de cambios nominales bilaterales entre el dólar americano y monedas europeas (Bollerslev, 1990)¹⁵, o un sistema multivariado ARCH con oferta de dinero, tasa de interés, y otras variables (Grier and Perry, 1993).¹⁶

Previamente a estimar un sistema GARCH, es necesario definir una serie de cuestiones. La primera cuestión es la forma funcional del proceso GARCH. Por un lado, debido a la potencial gran cantidad de parámetros a estimar, lo recomendable es trabajar con un modelo lo más parsimonioso posible.¹⁷ Por otro lado, un modelo excesivamente parsimonioso o restringido impedirá capturar algunos efectos importantes como el movimiento conjunto entre las volatilidades condicionales de cada variable. En tal sentido una especificación sencilla, del tipo GARCH (1,1)¹⁸, es encontrada como adecuada para estimación de sistemas de este clase por (Bollerslev et al., 1988)

La segunda cuestión clave pasa por la estructura que tendrá la matriz de varianzas y covarianzas condicionales del sistema. En este sentido existen muchísimas variantes, examinadas en detalle en trabajos como el de (Bauwens et al., 2006), dado que nuevamente existe un fuerte “trade-off” entre la complejidad de la representación de las varianzas y covarianza condicionales, y la parsimonia del modelo.

El modelo finalmente elegido en la presente investigación es un modelo GARCH (1,1) bivariado con estructura de la media condicional de tipo VAR (vectores autorregresivos)

¹⁴ De cualquier manera, tal como se dijo anteriormente, es una herramienta que se ha aplicado para el análisis de ciertas series macroeconómicas, especialmente la inflación, la primera serie trabajada con esta metodología por (Engle, 1982), donde el autor analizó la varianza de la misma en la economía del Reino Unido. También es el caso de (Grier and Perry, 1993) y (Grier and Perry, 2000) donde se desarrollan sistemas Garch-M bivariado y asimétrico con los precios al productor y el producto industrial como variables. El modelo Garch-M, o Garch en media, es un modelo que no solo estima la volatilidad condicional percibida por los agentes mediante un proceso GARCH, sino que permite incorporar a esta como un regresor de la media condicional. Tal metodología permite a los autores testear diversas teorías económicas que describen el impacto de la incertidumbre sobre ciertas variables.

¹⁵ Donde a su vez el autor presenta una metodología particular y más parsimoniosa para la construcción de la matriz de covarianzas de las volatilidades condicionales, basándose en el supuesto de correlación condicional constante.

¹⁶ En dicho trabajo se realiza una comparación entre un VAR tradicional y un sistema tipo ARCH y los autores prueban que en este caso el sistema tipo ARCH permite detectar un efecto de liquidez en los mercados que no es posible observar con la metodología tradicional.

¹⁷ Ding y Engle (2001) analizan a la cuestión de la gran cantidad de parámetros.

¹⁸ La volatilidad condicional depende entonces de su propio valor en el periodo pasado inmediato (termino GARCH), y del “shock” o innovación en la media en el periodo anterior, (termino ARCH).

y estructura de varianzas y covarianzas condicionales tipo BEKK (FULL), que permite modelar efectos de cruzados entre las varianzas condicionales.¹⁹

La principal ventaja de la especificación elegida –BEKK–, es que las varianzas condicionales son semidefinidas positivas para todo momento t , algo que no sucede en especificaciones alternativas tales como VEC, CCC, o DCC, de esta manera evitándose el potencial problema de varianzas negativas que ocasionalmente aparece en dichas especificaciones. Otra ventaja de la representación BEKK es que prácticamente no restringe la estimación de la covarianza condicional entre las series, algo importante si esta es inestable, ya que de lo contrario se pueden incurrir en serios errores de especificación que afectarían el correcto cálculo de las varianzas condicionales. Entre los defectos de la representación BEKK, se puede citar que no es demasiado parsimoniosa en cuanto al número de parámetros, y que los efectos de “contagio de volatilidad” entre las variables solo pueden ser nulos o positivos, lo que obliga necesariamente a trascender el análisis de los coeficientes estimados para poder evaluar el signo de la correlación. Dado que se cuentan con herramientas para superar los defectos de la especificación BEKK²⁰ y sus virtudes son muy relevantes para este caso en particular, es la especificación finalmente elegida.

2.2.1. Modelo GARCH Multivariado tipo Full BEKK.

2.2.1.1. Ecuaciones de la media

La estructura de la media está compuesta por 2 ecuaciones, una para la tasa de inflación y otra para la tasa de crecimiento del PBI. Dado que el modelo es simétrico, los regresores son idénticos, consistiendo de una constante μ y los valores rezagados hasta el orden p de ambas variables endógenas (términos Autorregresivos o AR). Los coeficientes para dichos términos están representados por las matrices Γ . Para cada rezago con subíndice i , hay una matriz Γ con cuatro coeficientes. La parte AR de la estructura de la media es una herramienta para reducir la auto correlación de los residuos del modelo, pero desde el punto de vista económico también tiene sentido

¹⁹ Modelos bastante similares en cuanto a especificación se pueden encontrar en trabajos tales como GRIER, K. B., HENRY, Ó. T., OLEKALNS, N. & SHIELDS, K. 2004. The asymmetric effects of uncertainty on inflation and output growth. *Journal of Applied Econometrics*, 19, 551-565. y LANTERI, L. 2005. Efectos asimétricos de la incertidumbre en la inflación y en la actividad económica real: el caso argentino. *Banco Central de la Republica Argentina*..

²⁰ Dada la dimensión del sistema ($N=2$), el número total de parámetros a estimar es razonable. Por otro lado, el problema de determinar el signo de los efectos cruzados entre las volatilidades es resuelto mediante pruebas de Granger.

para el periodo analizado: habría indicios con respecto a una estructura de expectativas adaptativas de los agentes (backward looking) ,habiendo trabajos empíricos que lo atestiguan, tal como (Frenkel, 1986). La estructura de la media queda entonces definida como:

$$Y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \Gamma_i Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

Siendo $Y_t = \begin{pmatrix} \pi_t \\ y_t \end{pmatrix}$ el vector de las variables endógenas, siendo π_t la inflación y y_t la tasa de crecimiento del producto, $\mu = \begin{pmatrix} \mu_\pi \\ \mu_y \end{pmatrix}$ el vector de las constantes, $\Gamma_i = \begin{pmatrix} \gamma_{11}^i & \gamma_{12}^i \\ \gamma_{21}^i & \gamma_{22}^i \end{pmatrix}$ las matrices de los coeficientes de los términos autorregresivos para cada rezago i , y $\varepsilon_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^y \end{pmatrix}$ el vector de errores del modelo.

Finalmente, algunos de los modelos citados en la literatura en la sección precedente incorporan términos de Garch en Media, cuya función es medir interacciones entre las medidas de volatilidad condicional generadas por el modelo y las variables endógenas en niveles. En la presente tesis, se decidió desestimar dichos términos porque la muestra es muy corta y los grados de libertad necesarios para obtener una estimación confiable son escasos -debido al gran número de parámetros del modelo)- lo que llevo a dificultades para obtener convergencia con los modelos que incorporaban dichos términos. Extender la muestra hubiera requerido incluir observaciones que no corresponden al período descripto como "Régimen de Alta Inflación", y eso potencialmente distorsionaría los resultados

2.2.1.2. Ecuaciones de las varianzas y covarianzas condicionales

Pasando al análisis de las ecuaciones de varianzas y covarianzas condicionales, la especificación elegida es del tipo GARCH (1,1) por ser parsimoniosa y razonablemente representativa. Aunque es posible incluir términos de asimetría dentro de la ecuación GARCH (Glosten et al., 1993) –dado que hay motivos para pensar que las noticias positivas y negativas tienen diferente impacto sobre la volatilidad condicional-, estos términos no son compatibles con el cálculo de las Funciones de Impulso Respuesta de

Volatilidad (FIRV). Como el cálculo de las FIRV es una herramienta crucial en la presente tesis, se decidió sacrificar los términos de asimetría.²¹

Siendo el sistema bivariado, existen 3 ecuaciones en total a estimar: una para la varianza condicional de la inflación, otra para la varianza condicional de la tasa de crecimiento del PBI, y otra para la covarianza condicional entre ambas series. Sin embargo, la especificación adoptada (FULL BEKK), no estima los coeficientes de dicho sistema de ecuaciones en forma directa, sino que estima una forma reducida del mismo.

La forma reducida del modelo BEKK se puede expresar en forma matricial, representada por la siguiente ecuación:

$$H_t = C_0^T C_0 + A^T \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}^T A + B^T H_{t-1} B$$

La matriz $H_t = \begin{pmatrix} \text{var}_t^\pi & \text{cov}_t^{\pi y} \\ \text{cov}_t^{\pi y} & \text{var}_t^y \end{pmatrix}$ es la matriz de varianzas y covarianzas condicionales,

y por lo tanto tiene en su diagonal a las varianzas condicionales de cada una de las series, y fuera de la diagonal la covarianza condicional, que obviamente es única en un

sistema bivariado. La matriz $C_0 = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix}$ contiene los coeficientes que miden la

parte “incondicional” o constante en el tiempo de las varianzas y covarianzas de las

series. La matriz $A = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}$ corresponde a los coeficientes alfa de los términos

ARCH, y está asociada al vector de errores ε_t . En este contexto, el coeficiente alfa representa cuanto impacta un shock no anticipado en la media de la variable del período pasado (t-1) sobre la varianza esperada de los errores en el momento presente (t). En tal sentido, tal como plantean Grier y Perry (2000), este coeficiente está íntimamente ligado a la incertidumbre adicional que perciben los agentes hoy luego de que han predicho en forma incorrecta el valor de la propia variable (o también de otra endógena en este modelo FULL BEKK) en el período pasado.

²¹ De cualquier manera, a modo de control se ajustaron modelos con términos de asimetría, y se encontró que los coeficientes no eran significativos en la mayoría de los casos, excepto para el impacto de los errores al cuadrado de la inflación en la volatilidad condicional de la misma variable.

La matriz $B = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}$ corresponde a los coeficientes beta de los términos GARCH, y está asociada a la matriz H_t rezagada. Se puede notar con claridad que el término GARCH es un término del tipo autorregresivo -el rezago de la propia varianza condicional es usado como regresor-. Tim Bollerslev (Bollerslev, 1986), sostiene que el término GARCH captura la existencia de mecanismos de aprendizaje adaptativos utilizados por los agentes. En tal sentido, es un indicador del grado de persistencia de los shocks, cuanto mayor su valor, mayor tiempo durará en la "memoria" del mismo este tipo de sucesos, y por ende se necesitara más tiempo para que disminuya la incertidumbre.

Esta forma reducida tiene la propiedad de garantizar que los coeficientes ARCH y GARCH de las dos ecuaciones de las varianzas condicionales sean positivos, tanto los directos como los cruzados (esto se debe a que al resolver el producto matricial que define a H_t , los coeficientes finales estimados están elevados al cuadrado).²² La resolución de dicho producto matricial se detalla en el Anexo 2.

Los parámetros de mayor interés en esta presente tesis son los siguientes: $\alpha_{12}, \alpha_{21}, \beta_{12}, \beta_{21}$.

α_{12} y α_{21} miden el impacto directo de un shock en una de las variables sobre la volatilidad condicional de la otra (por ejemplo, cómo impacta un shock inflacionario en la volatilidad condicional de la tasa de crecimiento del PBI). En tal sentido, se denominan parámetros cruzados de "corto plazo", ya que vinculan a las variables en forma directa.

En cambio, β_{12} y β_{21} miden el impacto de un cambio en la volatilidad de una variable sobre la volatilidad de la otra (ejemplo, el impacto de la suba de la volatilidad inflacionaria en la volatilidad de la tasa de crecimiento del PBI). Este segundo grupo, se denomina parámetros cruzados de "largo plazo", ya que también en última instancia vinculan shocks en una variable con volatilidad en la otra, pero lo hacen en forma mediada y más lenta.

²² Esta propiedad está garantizada tanto en los modelos BEKK diagonales (donde no hay efectos de volatilidad cruzados) como en el FULL BEKK. Sin embargo, la estructura FULL BEKK es mucho menos restringida, no solo porque permite efectos de volatilidad cruzados, sino también porque la covarianza condicional de los errores pasados impacta sobre las varianzas condicionales de hoy, y viceversa.

A modo de ejemplo, en caso de que los 4 parámetros $(\alpha_{12}, \alpha_{21}, \beta_{12}, \beta_{21})$ fueran significativos, un shock en la tasa de inflación en el periodo t tendría un efecto directo, de “corto plazo” sobre la volatilidad de la tasa de crecimiento del PBI en el periodo $t+1$. A su vez, tendría un efecto indirecto, de “largo plazo” y completamente independiente del primero (a través de la volatilidad de la inflación), sobre la volatilidad de la tasa de crecimiento del PBI en los periodos $t+2, \dots, t+n$.

2.3. Funciones de Impulso Respuesta de Volatilidad

En la siguiente sección, se introduce el concepto de Funciones de Impulso respuesta de Volatilidad (en adelante FIRV). El objetivo de dicha técnica, introducida en (Hafner and Herwartz, 2006), es simular la respuesta de las Varianzas y Covarianzas condicionales del modelo a un vector de shocks en las variables endógenas. En principio, la metodología FIRV es a la volatilidad condicional lo que las funciones de impulso respuesta tradicionales (en adelante FIR) son a la media condicional de las variables. Sin embargo, hay muchas diferencias importantes:

- En la FIR tradicional es una función que depende del signo del shock, mientras que en FIRV el signo del shock es irrelevante.
- En la FIR tradicional, el efecto del shock es lineal, mientras que en FIRV, no existe tal propiedad. De hecho esta no es una función homogénea de ningún grado.
- En la FIR tradicional, las respuestas no dependen de la historia del proceso. En FIRV si, a través del estado de volatilidad al momento de la ocurrencia del shock.
- La persistencia de los shocks en ambos casos depende de las matrices de términos MA.

Asumiendo que estimamos el modelo GARCH (p, q) multivariado usando una representación de tipo VEC, tal que

$$vech(\Sigma_t) = c + \sum_{i=1}^q A_i vech(\varepsilon_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^p B_j vech(\Sigma_{t-j})$$

La FIRV es definida como la esperanza de la volatilidad condicional a un shock inicial y la historia, menos la expectativa de base que solo condiciona por la historia:

$$V_t(\xi_0) = E[vech(\Sigma_t) | \xi_0, F-1] - E[vech(\Sigma_t) | F-1]$$

Siendo $vech(\cdot)$ un operador que convierte el triángulo inferior de una matriz $N \times N$ en un vector de N^* dimensiones (siendo $N^* = N(N+1)/2$). V_t es la FIRV en el momento t , ξ_t es el vector de shocks en el momento t , ξ_0 el shock inicial en el momento cero, $F-1$ la "historia" pasada, y Σ_t la matriz de varianzas y covarianzas condicionales. La FIRV es un vector de N^* elementos (con 2 variables, $N=2$, $N^*=3$), donde el primer elemento es la FIRV de la varianza condicional de la primer variable, el segundo elemento es la FIRV de la covarianza condicional entre ambas variables, y el tercer elemento es la FIRV para la varianza condicional de la segunda variable. Considerando el caso específico de un modelo GARCH (1,1), empezando con $t = 1$, tenemos que:

$$V_1(\xi_0) = A_1 \{vech(\Sigma_0^{1/2} \xi_0 \xi_0' \Sigma_0^{1/2}) - vech \Sigma_0\} = A_1 D_n^+ (\Sigma_0^{1/2} \otimes \Sigma_0^{1/2}) D_n vech(\xi_0 \xi_0' - I_n)$$

Donde D_n representa la matriz de duplicación definida por la propiedad $vec(Z) = D_n vech(Z)$ para cada matriz simétrica Z , y D_n^+ denota su inversa de Moore-Penrose, y $\otimes$ es el producto de Kronecker. Para todo t mayor o igual a 2,

$$V_t(\xi_0) = (A_1 + B_1)^{t-1} A_1 D_n^+ (\Sigma_0^{1/2} \otimes \Sigma_0^{1/2}) D_n vech(\xi_0 \xi_0' - I_n)$$

Dado que el vector de innovaciones entra en la ecuación de volatilidad solo en la forma $\xi_0 \xi_0'$, se deduce inmediatamente el siguiente resultado

$$V_t(\xi_0) = E \left[\frac{\partial vech(\Sigma_t)}{\partial vech(\xi_0 \xi_0')} \mid F-1 \right] vech(\xi_0 \xi_0' - I_n)$$

En otras palabras, la FIRV es igual al impacto del cambio infinitesimal del vector de residuos normalizados ($\xi_0 \xi_0'$) en la volatilidad condicional, escalado por el propio vector de residuos normalizados al cuadrado centrado ($\xi_0 \xi_0' - I_n$). Este resultado ajusta bien a un modelo GARCH multivariado simétrico convencional, ya que la varianza condicional solo depende de las innovaciones pasadas elevadas al cuadrado. En cambio, en un modelo asimétrico (por ejemplo TARARCH), o un modelo no lineal (por ejemplo NGARCH), la expresión del lado derecho es apenas una aproximación de primer orden a la verdadera FIRV. Esto implica que para poder calcular las FIRV, el modelo no debe tener términos de asimetría.

Sección 3. Estimación del modelo GARCH multivariado.

3.1. Resultados de estimación

Coefficientes de las ecuaciones de la media. Modelo BEKK simétrico con errores tipo t. (Tabla 5)		
Parámetro	Coefficiente	Estadístico T
μ_{π}	1.393	2.138*
μ_y	1.313	2.584*
γ_{11}^1	0.777	8.894*
γ_{12}^1	0.239	2.726*
γ_{21}^1	-0.130	-3.530*
γ_{22}^1	-0.666	-7.294*
γ_{11}^2	-0.106	-0.857
γ_{12}^2	0.206	2.009*
γ_{21}^2	-0.000	-0.015
γ_{22}^2	-0.397	-4.522*
γ_{11}^3	0.220	2.360*
γ_{12}^3	0.179	2.569*
γ_{21}^3	0.051	1.500
γ_{22}^3	-0.113	-1.518

*:5% de significatividad

La información de todos los coeficientes de las ecuaciones de la media se encuentra en la Tabla 5. La especificación VAR finalmente seleccionada es de 3 rezagos. Esta especificación fue elegida ya que es la más parsimoniosa con la que se logró estimar un modelo sin problemas de autocorrelación serial en los residuos.

En la ecuación de la inflación, son significativos y positivos tanto el primer como el tercer rezago de dicha variable (γ_{11}^1 y γ_{11}^3). El primero de ellos es particularmente elevado (0.77), lo que indica una alta inercia inflacionaria. En cambio los 3 rezagos de la tasa de crecimiento del PBI ($\gamma_{12}^1, \gamma_{12}^2, \gamma_{12}^3$) son positivos y significativos (0.23, 0.20 y 0.17 respectivamente), lo que sugiere que el crecimiento en el pasado reciente impacta positivamente sobre el nivel de inflación.

En la ecuación de la tasa de crecimiento del PBI, los rezagos de dicha variable ($\gamma_{22}^1, \gamma_{22}^2, \gamma_{22}^3$) son todos negativos, siendo los 2 primeros significativos, lo que implica una

trayectoria oscilante para la serie de tiempo, consistente con lo observado en los 80. De los rezagos de la inflación ($\gamma_{21}^1, \gamma_{21}^2, \gamma_{21}^3$), solo es significativo el primero, siendo de signo negativo, lo que implica que mayor inflación está asociada con menor crecimiento.

Coeficientes de las ecuaciones de la varianza. Modelo BEKK simétrico con errores tipo t. (Tabla 6)		
Parámetro	Coeficiente	Estadístico t
C_{11}	0.174	0.197
C_{12}	3.048	2.531*
C_{21}	-	-
C_{22}	-0.630	-0.106
α_{11}	0.877	5.912*
α_{12}	-0.413	-2.265*
α_{21}	-0.099	-2.343*
α_{22}	-0.301	-2.300*
β_{11}	0.438	4.411*
β_{12}	-0.469	-4.405*
β_{21}	0.026	0.670
β_{22}	0.454	1.481
ν	9.778	1.633*

*:5% de significatividad

La tabla 6 contiene los coeficientes estimados para las ecuaciones de varianza y covarianza condicional. Tanto el coeficiente asociado a la varianza incondicional de la inflación (C_{11}) como el coeficiente que corresponde a la varianza incondicional de la tasa de crecimiento del PBI (C_{22}) no son significativos, por lo que la volatilidad “base” en ausencia de noticias es baja en ambos casos. El coeficiente asociado a la covarianza condicional (C_{12}), es significativo y positivo, lo que implica que la covarianza “base” entre ambas series en ausencia de nuevas noticias es positiva (se espera que cuando una suba la otra también lo haga).

Los coeficientes α_{ij} corresponden a los términos de tipo ARCH. Dada la forma en que está construido el modelo BEKK, el signo de estos coeficientes no es relevante para las ecuaciones de varianza condicional, aunque sí lo es para las de covarianza condicional. Esto está explicado en detalle en el Anexo 2. Por ejemplo, el parámetro α_{11} , nos

muestra la respuesta de la volatilidad de la inflación en el momento t ante un shock en la propia variable en el momento $t-1$. El coeficiente es positivo y elevado (0.87), lo que en términos económicos, equivale a que las sorpresas inflacionarias aumentan la varianza condicional de la inflación. Un aumento de la varianza condicional de la inflación esperada para el próximo periodo, puede ser interpretado como un aumento de la incertidumbre a la "Knight" (Knight, 2012).

El parámetro (α_{22}) nos muestra el efecto de un shock en la tasa de crecimiento del PBI (en el momento $t-1$), en la varianza condicional de la misma variable (en el momento t). En este caso, el mismo es significativo estadísticamente, y en lo empírico es negativo y más pequeño que el coeficiente equivalente para la volatilidad de la inflación (-0.30). El signo no es relevante, lo importante es la magnitud del coeficiente, y en este caso nos dice que la sensibilidad de la volatilidad de la tasa de crecimiento del PBI a shocks pasados en la propia variable, no es tan alta como en el caso de la inflación.

En cuanto a los efectos cruzados de los términos ARCH, es significativo tanto el impacto de las sorpresas en la tasa de crecimiento del PBI sobre la varianza condicional de la inflación, (α_{12}), como el impacto de las sorpresas en la tasa de inflación sobre la varianza condicional del PBI (α_{21}).

Los coeficientes β_{ij} corresponden a los términos de tipo GARCH. El primer coeficiente a analizar es (β_{11}). Este coeficiente mide la autorregresividad del proceso de varianza condicional, y aunque significativo, no es muy grande empíricamente, lo que implica que existe una moderada persistencia de la incertidumbre sobre el nivel de inflación en el tiempo, aún en ausencia de nuevos shocks. Por su parte (β_{22}), resulta análogo al caso anterior pero para la varianza condicional de la tasa de crecimiento del PBI. En este caso no es significativo, por lo que la incertidumbre sobre la evolución del PBI, en ausencia de nuevos shocks, decae rápidamente.

En cuanto a los efectos cruzados es menester mencionar que la varianza condicional rezagada de la tasa de crecimiento del PBI es relevante para explicar la varianza condicional actual de la inflación ya que (β_{12}) es económica y estadísticamente significativo. No sucede lo mismo con (β_{21}), el cual es muy pequeño empíricamente y no significativo, lo que indica que la varianza condicional de la inflación rezagada no explica la varianza condicional de la tasa de crecimiento del PBI actual.

El análisis global de los parámetros de efectos cruzados nos sugiere que las sorpresas inflacionarias tienen impacto directo sobre la volatilidad de la tasa de crecimiento del

producto (efecto de “corto plazo”), pero no sucede lo mismo con el efecto de la varianza condicional de la inflación rezagada (efecto de “largo plazo”). Puesto que solo el efecto de “corto plazo” sería relevante, esto resulta consistente con la teoría de (Frenkel, 1989)²³, que argumenta que en el largo plazo el efecto del shock inflacionario sobre el poder adquisitivo del salario es neutralizado por la indexación salarial.

En lo que respecta a la relación causal en el sentido contrario, la estimación arroja que las sorpresas en la tasa de crecimiento del producto impactan en forma directa sobre la volatilidad inflacionaria (efecto de “corto plazo”). Sucede lo mismo con la volatilidad pasada de la tasa de crecimiento del PBI en la volatilidad actual de la inflación es significativo (efecto de “largo plazo”), por lo que el mecanismo descrito por (Devereux, 1989) puede tener cierto asidero.

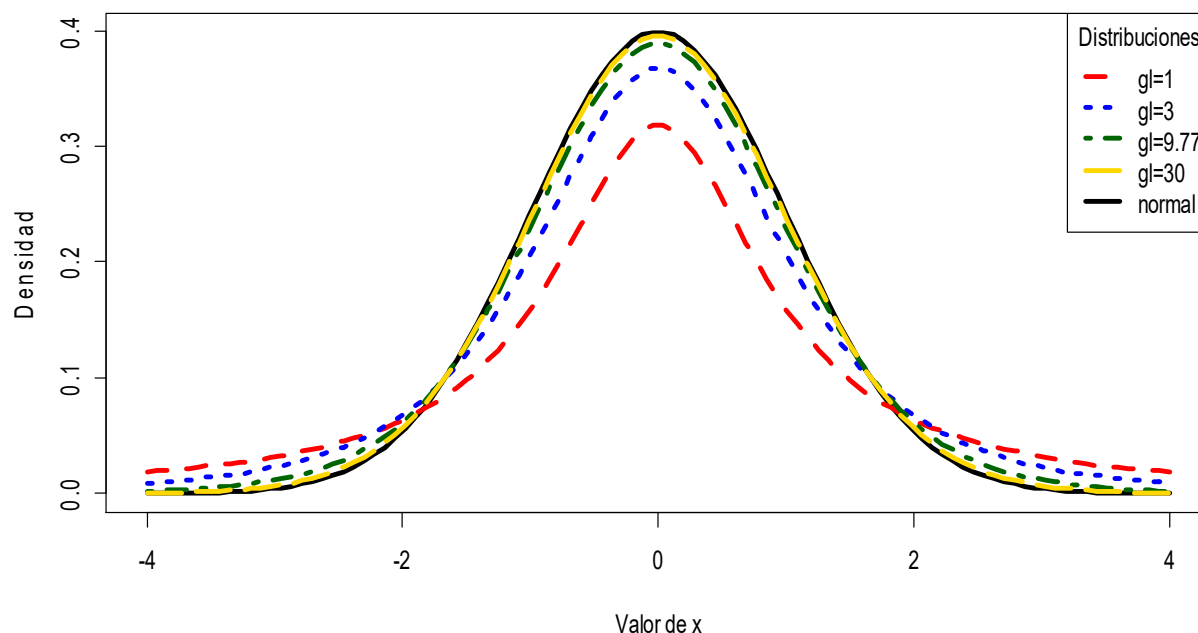
Finalmente, el último elemento de la tabla se denomina “parámetro de forma”. Este parámetro equivale a los grados de libertad de la distribución t multivariada que es usada para la estimación del modelo. Hay 2 razones por las que se decidió utilizar una distribución t de student en vez de una normal para representar la distribución de los errores del modelo; la primera es que hay evidencia de que las series utilizadas tienen un exceso de curtosis considerable debido a la elevada frecuencia de eventos extremos en la muestra; la segunda razón es que para el cálculo de las Funciones de Impulso Respuesta de Volatilidad es necesario utilizar una distribución diferente a la gaussiana (la explicación en detalle se encuentra en el Anexo 3).

Afortunadamente, la densidad de la distribución t de student converge hacia la distribución normal a medida que los grados de libertad van hacia infinito, por lo que si el modelo real tuviera un comportamiento efectivamente gaussiano en los errores – invalidando el supuesto de errores tipo t de student - dicha característica sería capturada a través de la estimación de un parámetro de forma muy elevado. El parámetro de forma finalmente estimado es 9.77, un valor relativamente intermedio.

Para poder apreciar esto en mayor claridad, se presenta el gráfico 3, y allí se puede observar una comparación de la función de densidad de una distribución normal contra densidades de diferentes distribuciones t que varían en sus grados de libertad (se representan los casos de 1, 3, 9.77 y 30 gl).

²³ Esto será explorado en más profundidad en la sección de pruebas de Granger

Comparacion de diferentes distribuciones t contra la distribucion normal. Grafico 3



La línea solida corresponde a la densidad de la distribución normal. La línea de puntos y rayas corresponde a la distribución t con un parámetro de forma idéntico al estimado en el modelo de la sección 3. Se puede apreciar que la distribución t con 9.77 grados de libertad no es radicalmente diferente a la normal, aunque si tiene una curtosis ligeramente mayor. El exceso de curtosis para una distribución t de student con más de 4 grados de libertad se calcula como $6/(v-4)$, por lo que la curtosis es igual a 4.03 para el modelo estimado en la Sección 3.

3.1.1. Pruebas de especificación del modelo

En la tabla 7, se adjunta una batería de test de especificación que se realizaron sobre los residuos multivariados del modelo estimado para la muestra completa. En todos los casos los test fueron aplicados sobre el vector de residuos estandarizados con respecto al desvío estándar condicional de la serie en cada momento t. Se incluyen test para detectar presencia de autocorrelación serial, heteroscedasticidad remanente y de normalidad de residuos. Los test incluidos son:

:

- Test Q Multivariado²⁴
- Test Arch Multivariado²⁵
- Test Jarque-Bera Multivariado²⁶

En la tabla 8, se adjunta una batería de test de especificación que se realizaron sobre los residuos univariados del modelo estimado para la muestra completa. En la tabla 9, se adjuntan estadísticas descriptivas básicas de dichos residuos. Los test incluidos son:

- Test Q univariado²⁷
- Test ARCH sobre residuos univariados²⁸
- Test de momentos sobre los residuos²⁹

²⁴ Se aplicó el procedimiento @mvqstat del programa RATS®. Este procedimiento está basado en el test desarrollado por (Hosking, 1980). Básicamente es un estadístico de Portmanteau para el contexto multivariado, donde se define el número de lags y de grados de libertad. Para un modelo multivariado general, se recomienda elegir el número de grados de libertad como $K^2 \cdot h$, siendo K la dimensión del sistema, y h el número de lags máximo a testear por autocorrelación. Este fue el criterio utilizado en este caso. Se reportan en la tabla los estadísticos y p-valores del test para 4,8 y 12 lags. En todos los casos no se puede rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación en los residuos.

²⁵ Se usó el procedimiento @mvarchtest del programa RATS®. Este consiste en un test LM para residuos ARCH generalizado a un contexto multivariado, muy similar a tests como el de (Scott Hacker and Hatemi-J*, 2005). Se estima una regresión de todos los productos cruzados de los residuos estandarizados de las series, contra una constante y lags de las variables endógenas. Los grados de libertad dependen de la cantidad de series y del número de lags incluidos. El test consiste en una prueba de exclusión de estos lags. Se realizó en test con 4,8 y 12 lags. El resultado del test nos dice que no se rechaza la hipótesis nula de homoscedasticidad en los residuos en ninguno de los casos.

²⁶ El procedimiento utilizado fue @mvjb del programa RATS®. Simplemente lo que se hace es transformar las series de residuos estandarizadas en componentes incorrelacionados, usando una factorización. El estadístico para las series individuales y el estadístico conjunto rechazan la normalidad de los residuos, algo esperable porque la distribución de errores multivariados es de tipo t de student.

²⁷ Se aplicaron 5 pruebas Q univariadas en total. 2 sobre los residuos estandarizados, 2 sobre los residuos estandarizados elevados al cuadrado, y 1 sobre los residuos estandarizados cruzados. En todos los casos, utilizando pruebas desde 1 hasta 12 lags, no se puede rechazar la hipótesis nula de no autocorrelación de residuos, lo que da evidencia a favor de una buena especificación del modelo. En la tabla están reportadas las pruebas con 12 lags.

²⁸ Se aplicaron pruebas ARCH de 12 rezagos sobre los residuos estandarizados de la inflación y el PBI. El resultado es que no se puede rechazar la hipótesis nula de homoscedasticidad.

²⁹ Se hicieron una serie de pruebas simples sobre ambas series de residuos estandarizados, que incluyen test t de media igual a cero, test de Sesgo igual a cero, test de exceso de curtosis igual a cero, y test de Jarque-Bera individual. Los resultados se encuentran en la Tabla 8.

Tests de especificación multivariados. (Tabla 7)

Test	Estadístico
Test Q multivariado (4 lags)	7.321
Test Q multivariado (8 lags)	25.230
Test Q multivariado (12 lags)	47.674
Test ARCH LM multivariado (4 lags)	27.60
Test ARCH LM multivariado (8 lags)	63.54
Test ARCH LM multivariado (12 lags)	134.94
Test Jarque-Bera - tasa de inflación	10.426*
Test Jarque-Bera – tasa crec. PBI	14.438*
Test Jarque-Bera Conjunto	24.774*

*:5% de significatividad

Tests de especificación univariados. (Tabla 8)

Test	Estadístico
Test Q – tasa de inflación (12 lags)	12.145
Test Q – tasa crec. PBI (12 lags)	12.017
Test Qsq – tasa de inflación (12 lags)	11.736
Test Qsq – tasa crec. PBI (12 lags)	8.550
Test Q – residuos cruzados (12 lags)	6.938
Test ARCH LM – tasa de inflación (12 lags)	10.169
Test ARCH LM – tasa de inflación (12 lags)	8.050

*:5% de significatividad

Estadísticas de residuos univariados. (Tabla 9)

Variable	Media	Desv.Estándar	Sesgo	Curtosis	Jarque-Bera
Tasa de inflación	0.122	0.998	0.496*	3.629*	7.084*
Tasa crec. PBI	-0.093	1.004	-0.267	4.371*	11.115*

*:5% de significatividad

La evidencia global de las pruebas de especificación es que el modelo no tiene problemas severos en los residuos. Por un lado, no existe evidencia ni de autocorrelación ni de heteroscedasticidad remanente ya que en ningún caso se rechazan los test Q y los test ARCH-LM.

Por otro lado, los residuos estandarizados exhiben características en consonancia con la distribución t de student con 9.77 grados de libertad en el modelo estimado. En el caso de los residuos de la inflación, se rechaza la hipótesis de sesgo igual cero, de exceso de curtosis igual cero, y el test Jarque-Bera. Que el sesgo sea positivo y significativo puede deberse al peso específico de “outliers” positivos como los picos

hiperinflacionarios³⁰. En el caso de los residuos de la tasa de crecimiento del PBI, se rechazan tanto el test de exceso de curtosis igual a cero como el test Jarque-Bera. El exceso de curtosis positivo y significativo, en ambas series de residuos estandarizados, implica que los mismos son leptocúrticos (en otras palabras tienen colas pesadas).

3.2. Explorando la relación entre volatilidad nominal y real en mayor profundidad

3.2.1. Pruebas de restricciones de exclusión y pruebas de Granger

En la sección anterior, el análisis de los coeficientes estimados relacionados con los efectos de las sorpresas inflacionarias y la volatilidad nominal sobre la volatilidad real - cuando la dirección causal analizada va desde la volatilidad nominal a la real- sugería la existencia una relación de corto plazo entre ambas medidas de volatilidad, pero no una de largo plazo. Por su parte, en la dirección causal contraria, existiría tanto una relación de corto como de largo plazo. Esto se concluye a partir de las pruebas de restricciones de exclusión de los coeficientes de volatilidad cruzados, que se adjuntan en la tabla 10.

Test de restricciones de exclusión. (Tabla 10)		
Hipótesis Nula	Coeficientes	Estadístico F
Vol. nominal no causa Vol. real (cp)	$H0: \alpha_{21} = 0$	-2.343*
Vol. real no causa Vol. nominal (cp)	$H0: \alpha_{12} = 0$	-2.265*
Vol. nominal no causa Vol. real (lp)	$H0: \beta_{21} = 0$	0.670
Vol. real no causa Vol. nominal (lp)	$H0: \beta_{12} = 0$	-4.405*
*:5% de significatividad		

Se argumentó brevemente que esto estaba en línea con lo teorizado por Frenkel (Frenkel, 1989). La justificación es la siguiente: el mecanismo de transmisión de la "volatilidad nominal" (de la tasa de inflación) a la "volatilidad real" (de la tasa de crecimiento del PBI) que describe el autor, se basa en variaciones bruscas del salario real a pesar de la existencia de un mecanismo de reajuste por indexación, lo que afecta la demanda agregada en forma inmediata. El salario real siempre varía a lo largo del período de reajuste (cae a medida que suben los precios), pero si la inflación es más o

³⁰ Se probaron modelos que incluyan dummies aditivas para las hiperinflaciones, pero incorporar dichas dummies distorsiona severamente el cálculo de la varianza condicional, ya que esta depende del error en el periodo t-1 y este es anulado con la dummies.

menos constante, la indexación genera no solo una recuperación automática del anterior “pico”, sino que también la capacidad de consumo al interior del período de reajuste se mantiene estable con respecto a períodos precedentes (esto es porque la inflación ex post es igual a la ex ante esperada por los agentes y plasmada en el contrato de indexación).

Solo una brusca aceleración o desaceleración inflacionaria no esperada puede cambiar la capacidad de consumo del salario durante un período con respecto al período anterior, y por lo tanto, alterar la demanda agregada y el nivel de actividad. Sin embargo, por definición este shock inicial en el salario real no prospera en el tiempo (es corregido por la indexación salarial una vez cumplido el período de reajuste). Dado esto, la memoria de shocks pasados en la tasa de inflación no debería ser influyente en la volatilidad real de la economía.

No obstante, es necesario hacer una serie de salvedades. El período de reajuste salarial por indexación no fue estable a lo largo de toda la muestra, sino que tuvo varias etapas diferenciadas. Inicialmente el periodo de reajuste era trimestral (lo fue desde 1976 a 1982), donde testeos econométricos (Frenkel, 1984) lo corroboran. Con el correr del tiempo, a medida que la tasa de inflación media iba aumentando, el período se fue acortando hasta volverse mensual, y esta frecuencia predominó prácticamente sin interrupciones desde principios de 1983 hasta que se desata la hiperinflación en 1989 (Frenkel, 1989)³¹. Por otra parte, durante los períodos hiperinflacionarios, el ajuste mensual se volvió insuficiente, y dada la imposibilidad de generar información de precios en un período más corto que fuera confiable y aceptada por todos los agentes, la economía comenzó a indexarse al dólar.

Debido a que la frecuencia en que está estimado el modelo es mensual, estos “cambios estructurales” dentro de la muestra tienen varias implicancias. Por un lado, durante el período en que la indexación se realizaba con una frecuencia relativamente baja (trimestral), shocks no esperados en la tasa de inflación mensual de hasta tres meses de antigüedad podrían haber tenido un efecto persistente en la capacidad de consumo de los agentes, ya que el período de reajuste queda “lejos” en el tiempo. Esto debería verse reflejado en el modelo con un coeficiente (β_{21}) significativo, pero no porque los asalariados tuvieran “memoria” de shocks pasados y esto haya condicionado psicológicamente su consumo presente, sino porque el shock “pasado” todavía no

³¹ Durante el año 1983, hubo una ligera tendencia a la sobre indexación, impulsada por el activismo sindical. A su vez, hubo 3 grandes shocks desinflacionarios en el período (Julio 85, Febrero 87 y Octubre 87), de los cuales solo el primero fue lo suficientemente fuerte como para desactivar la indexación, pero aún así esta se restableció en Septiembre-Octubre de 1985.

habría sido corregido por la indexación y estaría operando plenamente en su capacidad de consumo.

Por otro lado, durante el período hiperinflacionario, la indexación salarial perdió su eficacia, tal como argumentan varias investigaciones de la época (Fanelli and Frenkel, 1989), (Villanueva and Echeverry, 1991), y (Damill and Frenkel, 1990). Durante Abril y Junio de 1989, el IPC se dolariza, y comienza a copiar a la evolución semanal del dólar "libre", que había entrado en una burbuja especulativa. Los salarios durante ese período dejan de ajustarse en función de la inflación pasada, y comienza a negociarse en función de expectativas futuras, de hecho subiendo más que el IPC del mes anterior. Sin embargo, la inflación supero ampliamente lo esperado por los agentes, y los salarios reales caen con fuerte velocidad durante esos meses, no pudiendo recuperarse el pico de marzo del 89 (la caída en términos reales acumulada fue de alrededor del 30%).

En los meses posteriores a la aplicación del plan de estabilización de Bunge y Borne -a pesar de la caída en la tasa de inflación-, la indexación salarial no es inmediatamente retomada, sino que se da un proceso donde los salarios reales del sector privado tienden a crecer sostenidamente. En cambio, con el comienzo de la segunda hiperinflación a partir de diciembre del 89, los salarios vuelven a ajustarse consistentemente por debajo de la inflación. En consecuencia, la indexación salarial estuvo muy distorsionada en el período desde que comienza la primer híper hasta que termina la segunda, y eso se podría ver reflejado en el modelo como persistencia del efecto de los shocks inflacionarios en la volatilidad del PBI.

Tales consideraciones obligan a diseñar una estrategia para evaluar en mayor profundidad la validez de la hipótesis. La solución obvia es partir la muestra en subperíodos teniendo en cuenta las diferentes etapas de la indexación salarial a lo largo de la muestra completa. Desafortunadamente, el número de observaciones para muestras tan pequeñas es insuficiente para lograr convergencia en el modelo BEKK utilizado en el presente estudio. Por lo tanto, se plantea una solución alternativa, que consiste en estudiar mediante pruebas de Granger la relación entre ambas medidas de volatilidad generadas por el modelo BEKK, para diferentes subperiodos de la muestra (Karanasos y Kim, 2005). Los subperíodos elegidos por lo tanto son:

- Enero de 1981 a Marzo de 1991 (muestra completa)
- Enero de 1981 a Marzo de 1989 (muestra sin hiperinflaciones)
- Enero de 1983 a Marzo de 1991 (muestra sin reajuste trimestral)
- Enero de 1983 a Marzo de 1989 (muestra sin hiperinflaciones ni ajuste trimestral)

Tests de causalidad de Granger. (Tabla 11)					
Hipótesis Nula	Lags	E.81- M.91	E.81-M.89	E.83- M.91	E.83- M.89
Vol. nominal no causa Vol. real	4	5.101(+)*	2.448(+)	5.888(+)*	1.179(+)
Vol. nominal no causa Vol. real	8	1.604(+)	2.185(+)*	2.816(+)*	1.862(+)
Vol. nominal no causa Vol. real	12	2.347(+)*	1.698(+)	3.456(+)*	1.864(+)*
Vol. real no causa Vol. nominal	4	1.628(-)	0.406(+)	1.928(-)	1.669(+)
Vol. real no causa Vol. nominal	8	2.232(-)*	1.900(-)	2.334(-)*	1.765(-)
Vol. real no causa Vol. nominal	12	2.092(-)*	1.696(-)	2.335(-)*	1.825(-)*
*:5% de significatividad					

En la tabla 11 se adjuntan los test de causalidad de Granger entre ambas medidas de volatilidad condicional, para los 4 subperíodos considerados, y con 4,8 y 12 rezagos. El propósito de estas pruebas es doble: por un lado determinar si existe relación de largo plazo o no entre ambas variables, y por el otro en caso de existir, de que signo es la misma. Un problema técnico de esta prueba es que consiste en estimar una regresión entre 2 regresores generados. Esto, tal como muestra (Pagan, 1984), puede causar sesgo en la estimación de los parámetros. El problema de regresores generados se detalla en el Anexo 4.

Lo primero que se debe mencionar es que hay claras diferencias en los resultados en función del período elegido. En lo que respecta a la dirección causal de la volatilidad nominal a la volatilidad real, se rechaza la hipótesis nula de no existencia de relación de largo plazo para casi todos los lags de los subperíodos que incluyen la etapa de las hiperinflaciones (y el signo siempre es positivo). Mientras tanto, no se puede rechazar dicha hipótesis nula para los subperíodos que no la incluyen. Tal como se teorizó anteriormente, el modelo no debería detectar relación de largo plazo entre ambas variables durante el período donde rigió puramente la indexación salarial mensual (desde mediados del 82 hasta que se desata la primera hiperinflación en 1989). Pero si podría detectarla si se incluyen en la muestra meses anteriores o posteriores a ese subperíodo.

Este resultado no es sorprendente dado que en el período de hiperinflaciones los salarios no estuvieron indexados a la inflación mensual pasada estrictamente. El salario real, ante los shocks hiperinflacionarios, oscilo con fuerza no solo a corto plazo sino en ciclos largos de continua caída o recuperación del mismo que duraron varios meses. Así y todo, ¿Por qué la inclusión o no de una parte tan pequeña de la muestra afecta tanto la estimación de la relación de largo plazo? Esto seguramente se debe a la mucha mayor escala de la volatilidad condicional de ambas variables durante el período

hiperinflacionario -con respecto a la observada en la etapa previa- lo que hace que los coeficiente estimados de la regresión de Granger estén dominados por ella.

En lo que respecta a la relación entre volatilidad real y nominal en el sentido causal contrario, la evidencia de las pruebas de Granger indican que podría existir una relación negativa de largo plazo de la volatilidad real a la volatilidad nominal para los rezagos más largos (8 y 12), especialmente para los subperíodo que incluyen la hiperinflación.

¿Se podría argumentar que existe evidencia a favor de la teoría de (Devereux, 1989)? El signo del efecto causal en el modelo citado depende del cociente entre la varianza de los shocks nominales y de los shocks reales. Tal como fue detallado en la sección teórica, un signo negativo para el efecto causal se obtiene cuando dicho cociente es grande, o sea cuando la volatilidad de la inflación es mucho más grande que la volatilidad de la tasa de crecimiento producto en el periodo analizado. A priori, el resultado empírico obtenido parece ser compatible con la teoría.

Sin embargo, este resultado depende de un mecanismo muy específico. De acuerdo al autor, si la indexación es muy generalizada, un aumento de las perturbaciones reales forzara a los agentes a *reducir* un poco el nivel de indexación, lo que amortigua la velocidad de propagación de los mismos (los shocks son mayores, pero ahora se amplifican menos, por lo que la volatilidad de la inflación en términos netos se reduce). Según (Frenkel, 1989), durante el período que abarca desde mediados del 83 a hasta marzo del 89, la indexación salarial en argentina fue prácticamente siempre mensual, y muy generalizada. Al no variar el grado de indexación en ese sub-período, el mecanismo descrito por (Devereux, 1989), basado en la reducción del nivel de indexación de la economía, no puede funcionar. A pesar de ello, la prueba de Granger aporta evidencia de precedencia temporal significativa para ese período (y también para los demás). Esto abre la posibilidad de que dicha relación causal sea explicada por un mecanismo no conocido, distinto al sugerido por Devereux.

3.3 Funciones de impulso respuesta de volatilidad

3.3.1. Utilidad de las FIRV.

Las FIRV tienen diferentes aplicaciones, pero la más importante de ellas es calcular la respuesta de la volatilidad condicional a diferentes shocks "históricos", utilizando como vector inicial a los residuos del modelo en el momento del shock, y utilizando el estado de volatilidad condicional también histórico.

Se considera que el cálculo de las FIRV para shocks históricos es una buena manera para evaluar en más profundidad los potenciales mecanismos de transmisión de volatilidad nominal a real (y viceversa), gracias a la riqueza de contar un abundante número de shocks de diferente índole -planes desinflacionarios, hiperinflaciones, devaluaciones, crisis de mercados emergentes, etc.- durante el período histórico analizado. Concretamente, es posible analizar en mayor detalle qué momento se produce el pico de volatilidad, cual es la persistencia de la misma, y cual es rezago del contagio de volatilidad de una variable hacia la otra. De esta forma, se aporta evidencia adicional a la obtenida mediante los test de restricciones de exclusión y los test de causalidad de Granger.

3.3.2. Requisitos para el correcto cálculo de las FIRV.

Para poder aplicar correctamente la metodología FIRV, el modelo GARCH multivariado que se usa como base para el cálculo de las mismas debe cumplir con ciertos requisitos. La primera cuestión, ya anteriormente mencionada, es que es necesario eliminar los términos de asimetría en la varianza, porque si no la versión analítica de la FIRV derivada por (Hafner and Herwartz, 2006) es inválida. El modelo presentado en la sección previa no tiene términos de asimetría así que cumple con este requisito.

La segunda cuestión, es que el cálculo de las FIRV se realiza a partir de una representación de la estructura de varianzas y covarianzas de tipo VECH, y los modelos previamente estimados en el presente trabajo tienen una estructura del tipo BEKK. Afortunadamente, esto no es un problema, ya el modelo BEKK es un caso especial del modelo VECH, y toda estimación del primero tiene una representación equivalente del

segundo , tal como muestran (Engle and Kroner, 1995), por lo que se puede seguir utilizando la especificación BEKK.³²

La tercera cuestión, quizá la más importante, concierne a la identificación de los shocks. Los elementos del vector de residuos del modelo multivariado, ε_t , tienen correlación temporal entre sí, y es necesario ortogonalizarlos de alguna manera para poder tener innovaciones independientes e idénticamente distribuidas. La solución típica es utilizar la descomposición de Cholesky sobre la matriz de varianzas y covarianzas, de tal manera que $\Sigma_t = P_t P_t'$, e inferir a partir de allí un vector aleatorio $\xi_t = P_t^{-1} \varepsilon_t$ con componentes independientes, media cero, y matriz de covarianzas identidad. El problema de esto es que el vector de residuos transformados depende del ordenamiento de ε_t . Imponer restricciones a priori basadas en teoría económica también es posible, pero dado que el objetivo del presente trabajo es determinar dichas relaciones de causalidad, tal tipo de restricciones es un contrasentido.

La solución que aportan (Hafner and Herwartz, 2006) para no tener que depender de criterios económicos para identificar los shock, es aplicar una descomposición de Jordan a Σ_t . Se establece $\Sigma_t^{1/2} = \Gamma_t \Lambda_t^{1/2} \Gamma_t'$, donde Λ_t es la matriz diagonal con los autovalores de Σ_t , mientras que Γ_t es la matriz con los autovectores correspondientes. El vector de shocks independientes queda definido como $\xi_t = \Sigma_t^{-1/2} \varepsilon_t$. En otras palabras, el vector de residuos original es premultiplicado por la inversa de la raíz cuadrada de la matriz de varianza y covarianzas condicionales, lo que equivale a dividir a cada elemento del vector de residuos original por su desvío estándar condicional al momento t , obteniéndose así el vector de residuos estandarizados.

Sin embargo, los autores muestran que si los errores del modelo son normales multivariados, el vector ξ_t de residuos estandarizados no será único, ya que cualquier transformación ortogonal del mismo mantendrá la propiedad de independencia de los elementos, tal como muestran (Stuart and Ord, 1994). Por lo tanto, los autores proponen utilizar errores con distribución del tipo T de student, ya que en dicho caso es suficiente con que la curtosis de cada uno de los elementos del vector de residuos estandarizados sea mayor a 3, para que las transformaciones ortogonales de este vector no mantengan la propiedad de independencia, haciendo el vector único e identificable. La identificación de shocks usando la descomposición de Jordan se explica en detalle en el Anexo 3.

³² La conversión de un modelo a otro se realiza mediante el procedimiento @MVGARCHtoVECH del programa RATS.

En secciones previas se constató que la tasa de inflación tiene una muy elevada curtosis (consecuencia de eventos extremos como las hiperinflaciones), mientras que el crecimiento del PBI también tiene exceso de curtosis con respecto a la distribución normal, aunque este es ligero. Por estos motivos, el modelo fue estimado con una distribución de errores de tipo t de student, con el parámetro de forma de la distribución estimado en forma libre. Esto es importante ya que si los residuos no exhiben demasiado exceso de curtosis, y por ende la distribución no difiere demasiado de la normal, esto puede ser bien representado por una distribución t con un parámetro de forma relativamente elevado (cuando este parámetro tiende a infinito la distribución t tiende a la normal). En el modelo estimado en la sección precedente, el parámetro de forma tiene un valor de 9.77, que se puede considerar como un valor intermedio.³³

3.3.3 Calculo de las FIRV para una serie de shocks históricos.

3.3.3.1. Shocks elegidos

El criterio para la selección de shocks consiste en identificar procesos de aceleraciones y desaceleraciones inflacionarias abruptas y no esperadas (en el sentido de no predecibles por el modelo). Los shocks fueron clasificados en diferentes categorías en base a 2 criterios: por un lado en función del signo -aceleraciones y desaceleraciones inflacionarias- para detectar posibles efectos de asimetría. Por otro lado, según si ocurrieron durante la etapa de régimen de alta inflación, o durante la etapa de las hiperinflaciones. Esto da un total de 4 categorías, que son presentadas en la tabla 12:

Selección de shocks. (Tabla 12)		
Signo del Shock/Régimen	Alta inflación	Hiperinflación
Shock negativo	Febrero del 82 (-1.37) ³⁴ Julio del 85 (-1.79) ³⁵ Abril del 87 (-2.11) ³⁶ Diciembre del 87 (-1.10) ³⁷	Agosto del 89 ³⁹ Abril del 90 ⁴⁰

³³ Cualquier distribución t, incluso con un parámetro v alto, será suficiente para identificar correctamente los shocks independientes.

³⁴ Luego de una importante devaluación nominal en enero del 82, se congelan tipo de cambio y salarios.

³⁵ Plan Austral: Plan de estabilización heterodoxo anunciado en Junio del 85. Consistió en congelamiento de precios, salarios, tarifas de servicios públicos y tipo de cambio nominal, compromiso del gobierno para reducción del déficit fiscal al 2.5% del PBI, regulación de tasas activas y pasivas en valores nominales bajos, prohibición del banco central de emitir dinero para financiar al gobierno, cambio de moneda (peso por austral), y aplicación del “desagio” (desindexación de contratos nominales en pesos).

³⁶ Resultado de un plan de estabilización nominal que comprende congelamiento salarial en Febrero del 87, y del tipo de cambio en marzo y Abril de 1987.

	Septiembre del 88 (-1.23) ³⁸	
Shock positivo	Julio del 82 (1.84) ⁴¹ Octubre del 87 (3.52) ⁴² Julio del 88 (1.39) ⁴³ Marzo del 89 (1.38) ⁴⁴	Abril del 89 ⁴⁵ Diciembre del 89 ⁴⁶

- Shocks inflacionarios negativos en régimen de alta inflación: se establece como criterio de corte, un error negativo en la tasa de inflación mensual superior a 1 desvío estándar (o sea cuando el valor del residuo es mayor al desvío esperado para el período). De los períodos que cumplen este criterio, se seleccionan aquellos más relevantes en términos históricos, casi todas relacionadas con planes de desinflación explícitos aplicados por el gobierno, y son detallados más abajo (entre paréntesis el valor del residuo estandarizado).⁴⁷
- Shocks inflacionarios positivos en régimen de alta inflación: se establece como criterio de corte, un error positivo en la tasa de inflación mensual superior a 1 desvío estándar (o sea cuando el valor del residuo es mayor al desvío esperado para el período). Algunas de estas aceleraciones inflacionarias son producto de shocks específicos (de índole político), mientras que otras no.

³⁷ Programa de Octubre del 87: Se congelan precios y salarios, tarifas de servicios públicos y tipo de cambio nominal (previa devaluación del mismo). A su vez se anuncia: paquete impositivo, reforma de ley de coparticipación, cambios en el sistema de financiamiento de la seguridad social, nuevo proyecto de promoción industrial, liberación de tasas de interés de depósitos y préstamos bancarios, desdoblamiento cambiario, y una serie de reformas estructurales.

³⁹ Primeros Efectos del Plan Bunge y Born. Se congela el tipo de cambio nominal por unos meses.

⁴⁰ Fin de la burbuja cambiaria.

³⁸ Plan Primavera de Agosto del 88: Se regula la suba de precios mayoristas, se liberan las negociaciones salariales, se congela temporalmente el tipo de cambio y las tarifas públicas. A su vez, se realizan modificaciones en el sistema de doble tipo de cambio. En el plano fiscal, se reduce el IVA, se reducen gastos de obra pública, se elevan aranceles a la importación, y se eliminan las transferencias del tesoro a las empresas públicas. En el plano monetario, se reducen redescuentos y se refinancia la deuda del banco central con entidades privadas.

⁴¹ Coincide con el nombramiento de un nuevo gobierno Militar bajo el Mando de Reynaldo Bignone, y también se cambia el ministro de economía (asume José María Dagnino Pastore en Reemplazo de Roberto Alemann). Se produce una devaluación nominal del 90% y se liberan salarios (que venían congelados), pero estos suben poco. La inflación mensual de cualquier manera se duplica.

⁴² Derrota del Radicalismo en las elecciones de medio término de 1987. El tipo de cambio salta un 28% en el mes, el ritmo de emisión monetaria se acelera y la inflación mensual aumenta en más de 10 puntos.

⁴³ La inflación se acelera luego de un importante reajuste salarial en el mes.

⁴⁴ Aceleración de precios previa al desate de la hiperinflación, empujada por un aumento sustancial en la emisión monetaria.

⁴⁵ Inicio de primer proceso hiperinflacionario (estructura de indexación a inflación pasada plenamente abandonada). Disparado por una devaluación nominal del 158% en el mes.

⁴⁶ Shock del 10 de Diciembre, aplicado por ministro Rapanelli. Devaluación nominal mensual supera el 100%.

⁴⁷ Hubo algunos intentos de estabilización menores que no son capturados con este corte elegido. En Septiembre del 86 se endureció la política monetaria, pero por la brevedad del plan casi no hubo efecto sobre la inflación.

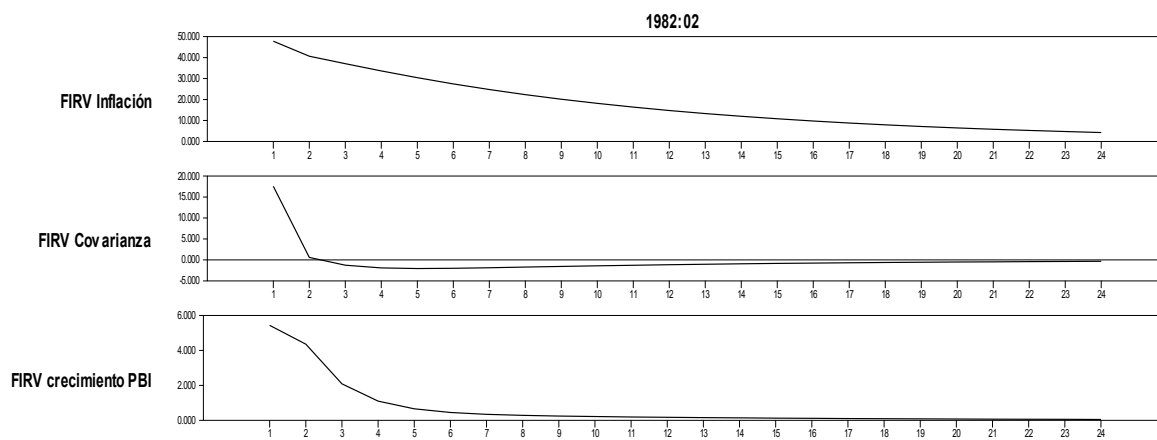
- Shocks hiperinflacionarios: durante ambos períodos hiperinflacionarios la indexación salarial a la inflación pasada es abandonada abruptamente. Se producen en sendos eventos varios meses de continua aceleración de la inflación, que también terminan súbitamente. Se toman entonces como shocks positivos y negativos los respectivos inicios y finales de las hiperinflaciones.

3.3.3.2 Línea de Base

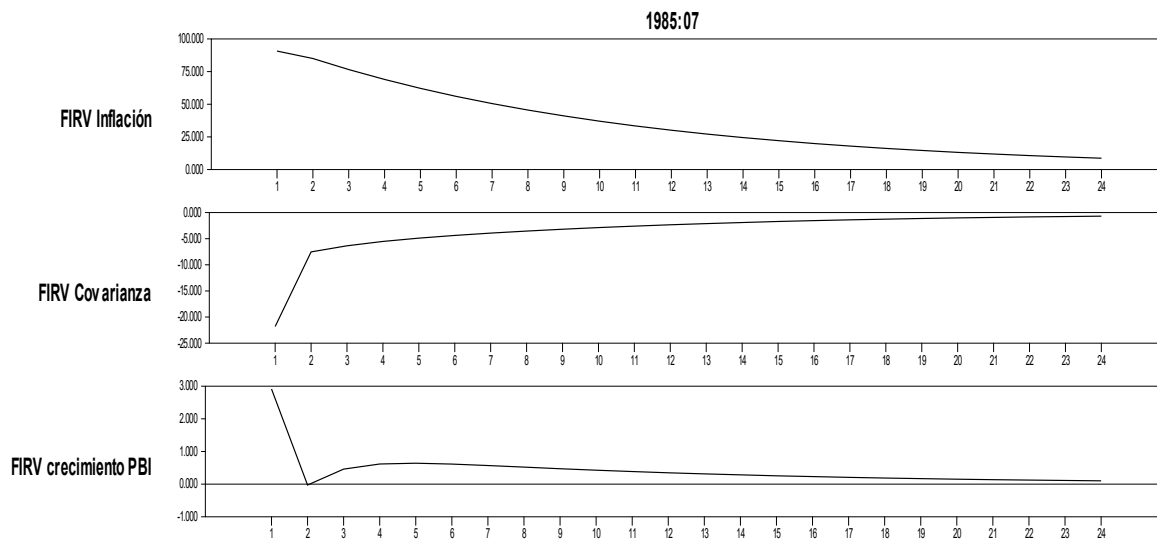
Para el cálculo de las FIRV, con shocks históricos en el período 0, es necesario a su vez definir la línea de base de la volatilidad para el mismo período. Lo usual es elegir una línea de base cero, o una línea de base igual a la volatilidad condicional predicha por el modelo. Adoptamos este último criterio por considerarlo más adecuado, ya que de esa manera podemos identificar si un shock es lo suficientemente grande como para generar un exceso sobre la volatilidad condicional esperada o no. A continuación se reproducen las funciones FIRV para cada grupo de shocks.

3.3.3.3 FIRV para shocks negativos en Régimen de alta Inflación

De los shocks inflacionarios negativos durante la etapa de régimen de alta inflación, se eligen 2 para explicar en detalle. El primero es el de Febrero de 1982, que consiste en una desinflación no asociada a un plan de estabilización particular, y el de Julio de 1985, cuando los efectos del Plan Austral se sienten con fuerza, y se produce una rápida desinflación mes a mes.



Funciones de Impulso Respuesta de Volatilidad



Funciones de Impulso Respuesta de Volatilidad

La respuesta de la FIRV en el periodo 1 depende del tamaño del shock en cada variable, y del estado de volatilidad condicional esperado para el momento de la ocurrencia del shock. En el caso de Febrero del 82, el tamaño del shock fue grande en relación al estado de volatilidad previo en ambas variables (negativo para la inflación y positivo para el crecimiento del producto). Para Julio del 85, el tamaño del shock fue muy grande para la inflación, pero convencional para la tasa de crecimiento del producto. Lo interesante de esto es que nos permite aislar el efecto investigado en la presente tesis, o sea el impacto del shock inflacionario sobre la volatilidad del crecimiento del producto. En Febrero del 82, la volatilidad condicional del producto pega un salto considerable en forma inmediata, y luego se apaga en forma relativamente lenta -le lleva 6 meses retornar al estado previo-, mientras que en Julio del 85 se produce un salto inmediato en la volatilidad del crecimiento que luego se disipa al mes siguiente. La diferencia en ambos casos es que en el primer periodo la volatilidad del crecimiento del PBI persiste por la componente “propia” del shock que no está presente en el segundo caso, lo que confirma que una vez adecuadamente aislado, el efecto de un shock inflacionario en la volatilidad del crecimiento del producto es fuerte en el corto plazo pero luego se disipa.

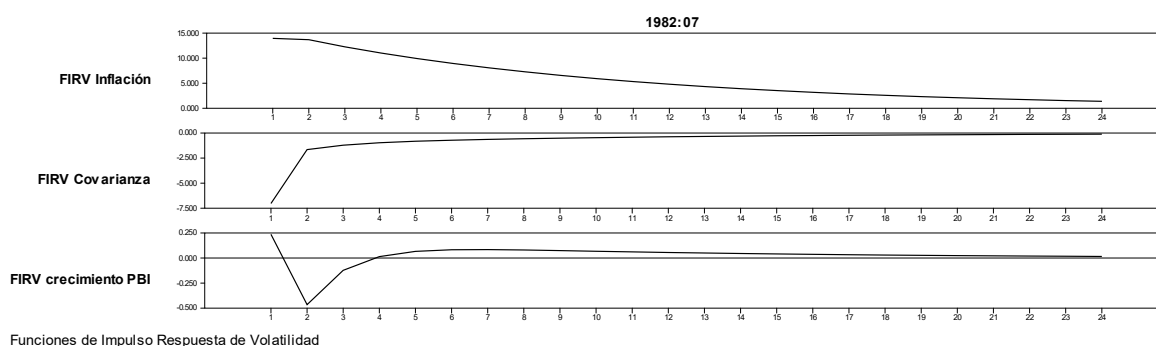
3.3.3.4 FIRV para shocks positivos en régimen de alta inflación

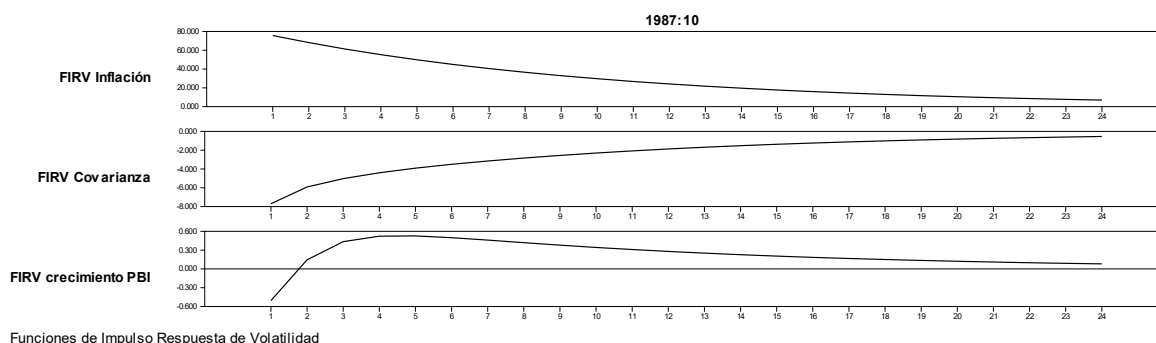
De los shocks inflacionarios positivos durante la etapa de régimen de alta inflación, se eligen 2 para graficar. El primero es el de Julio del 1982, que consiste en una aceleración inflacionaria asociada a un cambio de gobierno en la cúpula militar, y el segundo es de octubre de 1987, luego de la derrota de Alfonsín en las elecciones de medio término.

El primer periodo contiene un shock considerable en la inflación pero no así en la tasa de crecimiento del PBI, donde es mucho menor, especialmente comparado contra el estado previo de volatilidad. El segundo periodo tiene características similares al primero. Al ser el shock en la tasa de crecimiento del PBI bastante inferior al estado de volatilidad condicional previo, la FIRV del crecimiento del PBI tiende a moverse en terreno negativo.

Esto se interpreta de la siguiente manera: la volatilidad implícita en el nuevo shock es menor a la esperada a priori, entonces los agentes deben reducir sus expectativas previas de volatilidad a la baja. Esta es una propiedad de las FIRV que las diferencia de otras funciones de impulso respuesta como el Perfil de Volatilidad Condicional (*Conditional Volatility Profile*). Así y todo, en el primer periodo, el shock en la inflación es lo suficientemente grande como para contrarrestar la tendencia, y permite marcar un exceso de volatilidad condicional en el crecimiento del PBI positivo en el primer periodo, que luego se apaga inmediatamente cuando comienza a dominar el efecto del shock propio de la variable de crecimiento.

La lectura que se puede hacer de esto es que el efecto de un shock inflacionario sobre la volatilidad del producto también es de corto plazo para estos ejemplos históricos de shocks positivos, y que luego la dinámica de la volatilidad del producto dependerá de factores reales.

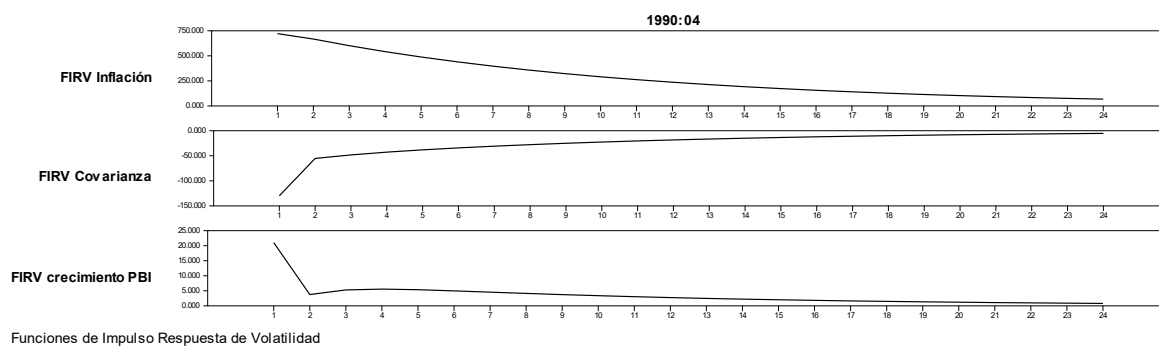
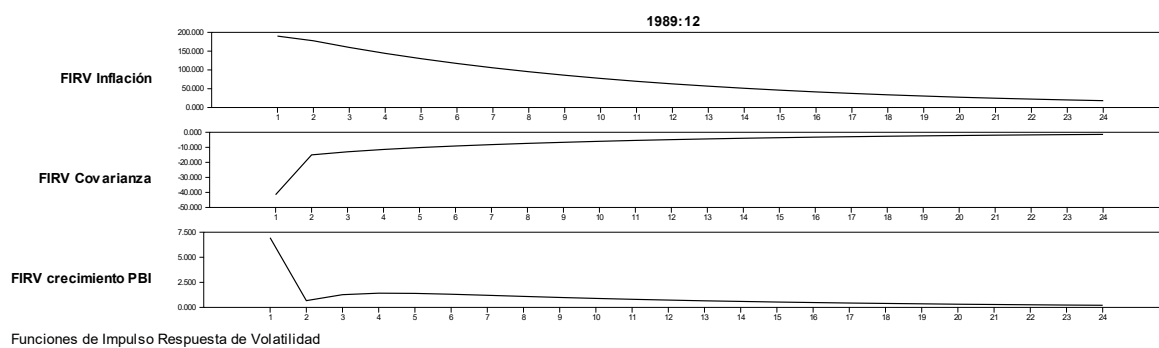
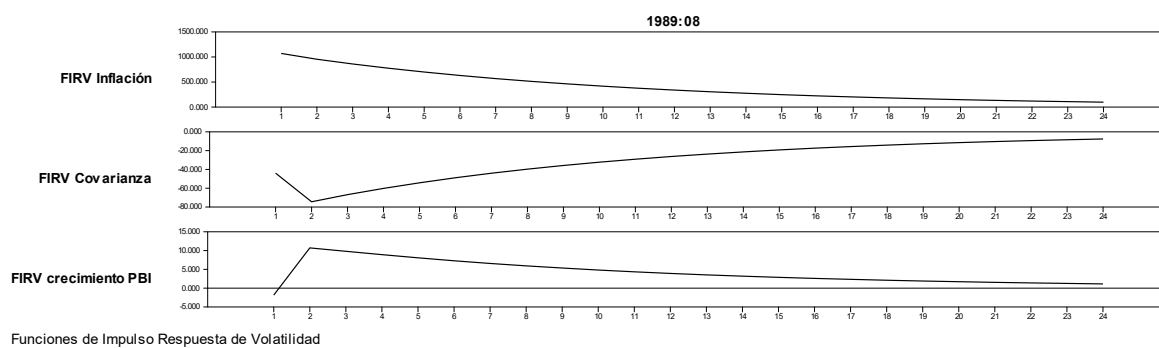
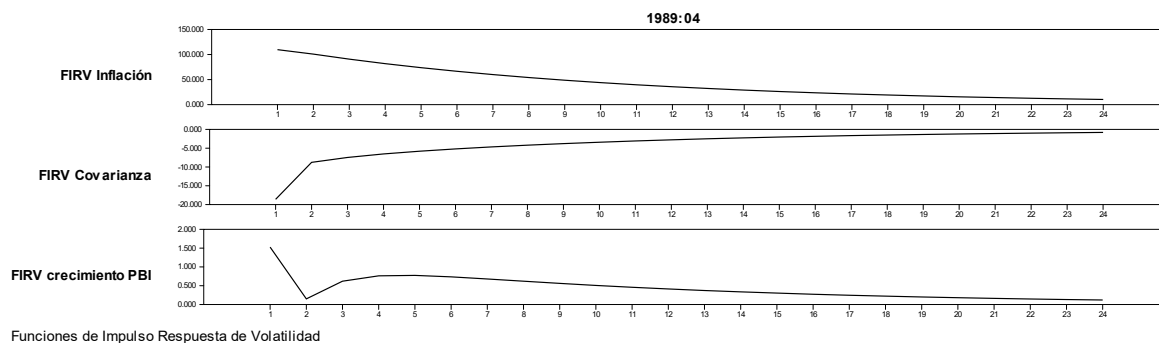




3.3.3.5 FIRV para shocks hiperinflacionarios

En el caso de las hiperinflaciones, se decidió simular ambos shocks iniciales de cada una de ellas, (Abril de 1989 y Diciembre de 1989), y sus respectivos finales (Agosto del 89 y Abril de 1990). Aquí es necesario hacer una salvedad importante. Durante los episodios hiperinflacionarios no rigió el mecanismo de indexación salarial en la manera en que funciona en periodos previos. Por lo que las respuestas simuladas son válidas como herramienta teórica más que como pronóstico certero de la volatilidad de esos meses puntuales. Sin embargo, vale la pena hacer la simulación por lo siguiente: ambos shocks son muy importantes con respecto al estado de volatilidad condicional nominal previo -a pesar de que este era elevado- lo que da una idea de la magnitud de las aceleraciones inflacionarias. Probablemente los valores de las FIRV para la volatilidad nominal sean los más elevados de toda la muestra. Dado que el estado de volatilidad previo en el producto es bajo en términos relativos en ambos casos, con estas FIRV deberíamos poder observar el mecanismo de volatilidad nominal a real con mucha claridad. Y efectivamente, en todos los casos (excepto agosto del 89), la respuesta al shock nominal es un salto en la volatilidad del PBI que luego desaparece rápidamente.

La conclusión inmediata que se desprende del análisis de las FIRV para todos los casos simulados es que el efecto corto plazo de volatilidad nominal a volatilidad real -ante una súbita aceleración o desaceleración de precios no anticipada- efectivamente existe, aunque solo puede ser aislado adecuadamente cuando el shock en la inflación es lo suficientemente grande en términos relativos como para opacar el estado de volatilidad previo en la tasa de crecimiento del PBI. En caso contrario, la dinámica de la FIRV será dominada desde el principio por la magnitud y signo del shock en la variable real.



Conclusiones

El propósito de la presente tesis ha sido probar la existencia de posibles relaciones empíricas entre la volatilidad nominal y la volatilidad real en la economía, cuando esta se encuentra transitando un “régimen de alta inflación”, caracterizado por la prevalencia de un sistema de indexación de contratos generalizado y un nivel de inflación muy elevado. Para ello se estudió el caso Argentino, para el período que abarca desde principios de los 80 hasta principios de los 90, justo antes de la implementación del régimen de convertibilidad.

Para probar la validez de dos mecanismos teóricos que vinculan variables nominales y reales en un contexto de alta inflación (Devereux, 1989, Frenkel, 1989), se planteó una estrategia econométrica basada en modelos GARCH multivariados, comúnmente utilizada en la literatura relacionada con la volatilidad macroeconómica. Utilizando un modelo GARCH multivariado tipo BEKK para la inflación y el crecimiento del PBI, se encontró evidencia relativamente sólida a favor de uno de los mecanismos teóricos analizados.

Concretamente, el análisis de los coeficientes de volatilidad cruzada del modelo empírico estimado, más una serie de pruebas de causalidad de Granger entre las medidas de volatilidad condicional, sugieren la existencia de un mecanismo de corto plazo que vincula positivamente la volatilidad nominal con la volatilidad real para el periodo analizado. Al mismo tiempo, no hay evidencia en favor de una vinculación de largo plazo en la misma dirección causal, para los periodos donde rigió la indexación salarial mensual. Se argumenta que dicho resultado es consistente a grandes rasgos con la hipótesis teórica de (Frenkel, 1989). En cambio, se constata evidencia un poco más débil de una relación negativa de largo plazo que va desde la volatilidad real a la volatilidad nominal, que tiene cierta correspondencia con el modelo teórico de (Devereux, 1989). Si bien los coeficientes de volatilidad cruzada son significativos, los resultados de las pruebas de causalidad de Granger no son consistentes con el mecanismo planteado por el autor.

Finalmente, se realizó el cálculo de Funciones Impulso Respuesta de Volatilidad (FIRV) para una serie de shocks históricos seleccionados. El análisis minucioso de dichas funciones sugiere que el mecanismo de transmisión de volatilidad nominal a real es efectivamente un mecanismo de corto plazo, pero sus efectos son más claramente apreciables cuando se simula un shock histórico que parte de un estado de volatilidad condicional previo reducido. En contextos de muy alta volatilidad previa en el nivel de

actividad, el efecto marginal del aumento de la volatilidad nominal sobre la volatilidad real queda “sepultado” por la dinámica generada por los shocks reales.

Anexo

Anexo 1. Interpolación con el método de “Benchmark” de Denton.

Denton (1971), desarrolla un método para armonizar series macroeconómicas en distinta frecuencia sin introducir discontinuidades artificiales. La idea es ajustar una serie en alta frecuencia (llamada serie indicadora), utilizando una serie similar en baja frecuencia (la serie “benchmark” o referencia). El concepto es que la serie de baja frecuencia es más completa y esta medida en forma más precisa que los datos en alta frecuencia. Por lo tanto el objetivo es crear una serie de datos en alta frecuencia coherente con los datos en baja frecuencia. Para la presente tesis, dicha técnica es de suma utilidad, ya que el PBI esta en frecuencia trimestral, cuando se necesitan datos mensuales, y la serie disponible que mide la actividad económica para el periodo en frecuencia mensual (el Indicador de Producción Industrial de Fiel), es una medición imperfecta del PBI. Tanto la interpolación simple del PBI para llevarlo a frecuencia mensual, como utilizar en forma directa el IPI, no se consideran como soluciones adecuadas. La primera opción tiene el inconveniente de que se genera una serie demasiado suavizada. La segunda opción, utilizar el IPI, tiene el inconveniente de que solo se incluyen bienes de algunas ramas industriales.⁴⁸

Asumamos que tenemos periodos intra trimestrales de los cuales hay k periodos por trimestre, siendo k un entero (en la presente tesis un mes). La serie indicadora (en este caso el IPI de FIEL), tiene m periodos trimestrales, y consiste de $n = mk$ valores. Los datos originales están representados en un vector columna formado por $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]'$. La serie de referencia (en este caso el PBI), se representa por el vector $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]'$, de m elementos. El problema consiste en ajustar el vector original z para obtener un nuevo vector $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]'$ por un método que minimice la distorsión de la serie original, y satisfaga la condición de que los k valores de la nueva serie dentro de cada trimestre sumen el valor total trimestral de la serie de referencia. Formalmente, se establece una función de penalidad $p(x, z)$, y se expresa

⁴⁸ EL IPI es un índice privado de construido metodológicamente en forma similar al EMAE (Estimador Mensual de Actividad Industrial). El EMAE no puede ser utilizado porque no estaba disponible en el periodo analizado.

el problema como elegir el vector x tal que se minimice esta función de penalidad sujeto a;

$$\sum_{(T-1)k+1}^{Tk} x_t = y_T \quad \text{para } T=1,2,\dots,m.$$

Consideremos la clase de funciones de penalidad representadas por $(x-z)'A(x-z)$, una forma cuadrática de las diferencias entre los valores originales y ajustados de la serie de tiempo, siendo A una matriz no singular simétrica de $n \times n$. Se plantea la expresión lagrangiana

$$u = (x-z)'A(x-z) - 2\lambda'(y-B'x),$$

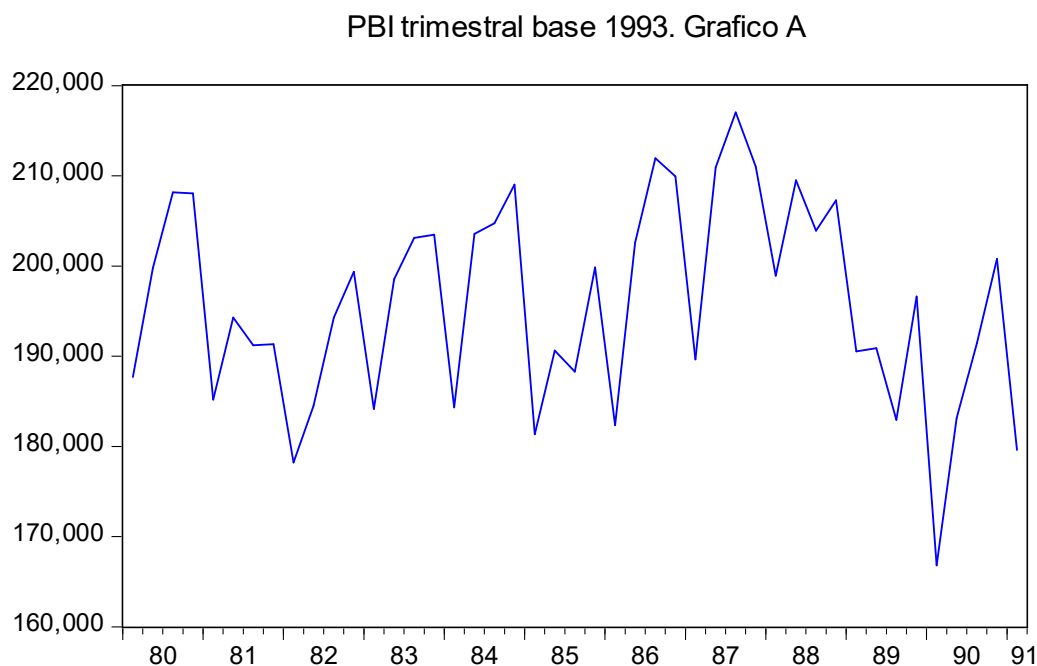
$$\text{Siendo } \lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]' \text{ y } B = \begin{pmatrix} j & 0 & \dots & 0 \\ 0 & j & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & j \end{pmatrix}$$

j es un vector de k dimensiones donde cada elemento es la unidad, y 0 un vector de k dimensiones nulo. B es una matriz de $n \times m$. La solución que minimiza la penalidad se obtiene tomando derivadas parciales de u con respecto a los elementos de x y λ , igualándolos a cero, y resolviendo. Por conveniencia, escribimos, $r = y - B'z$ para el vector de discrepancias entre los 2 conjuntos de totales trimestrales, y se expresa la solución de la forma.

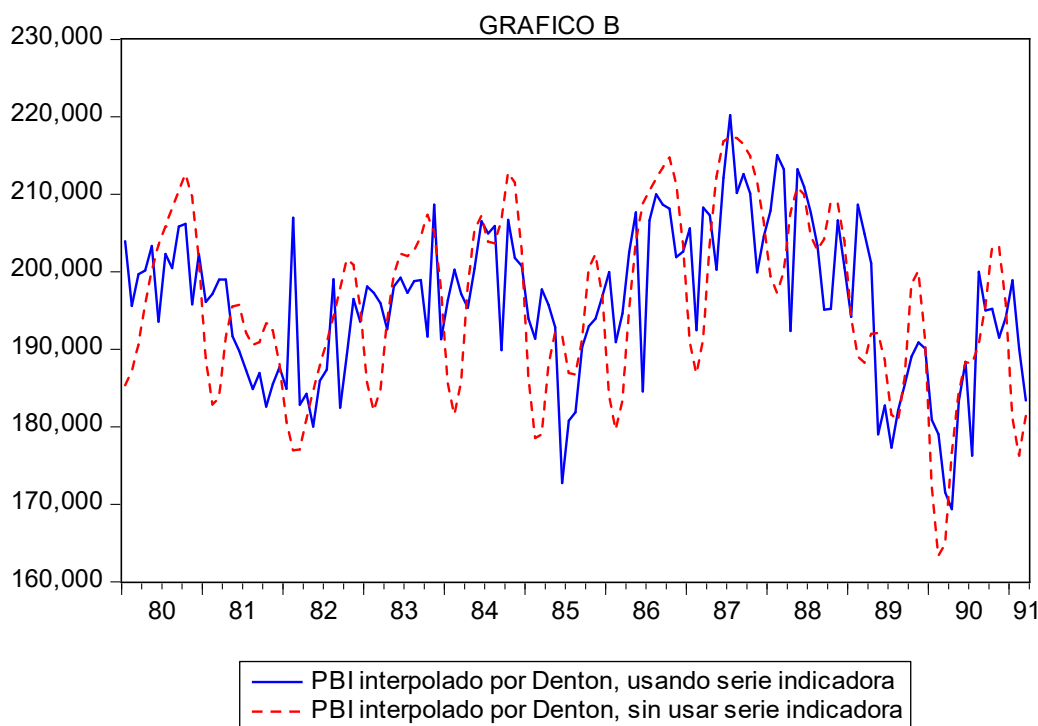
$$\begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A & 0 \\ B' & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ r \end{bmatrix}$$

Donde I es la matriz identidad de $m \times m$ y 0 es la matriz nula de $m \times m$. Usando un resultado conocido para derivar la inversa de una matriz particionada, la solución para x se encuentra como $x = z + Cr$ donde $C = A^{-1}B(B'A^{-1}B)^{-1}$. Entonces los valores ajustados son iguales a los valores originales (IPI mensual), mas combinaciones lineales de las discrepancias entre los 2 conjuntos de valores agregados (el PBI trimestral, y el agregado trimestral del IPI mensual). El método de denton también puede ser aplicado para interpolar una serie de baja frecuencia sin tener una serie de alta frecuencia asociada. Para hacer esto, simplemente se define al vector $z = [z_1, z_2, \dots, z_n]'$ como un vector de constantes donde $z_t = z_{t-1}$. En la presente tesis, equivaldría a interpolar el PBI sin utilizar al IPI como serie indicadora.

En el grafico A, se grafica la serie de PBI trimestral en base 1993 para el periodo de Enero de 1980 a Marzo de 1991.

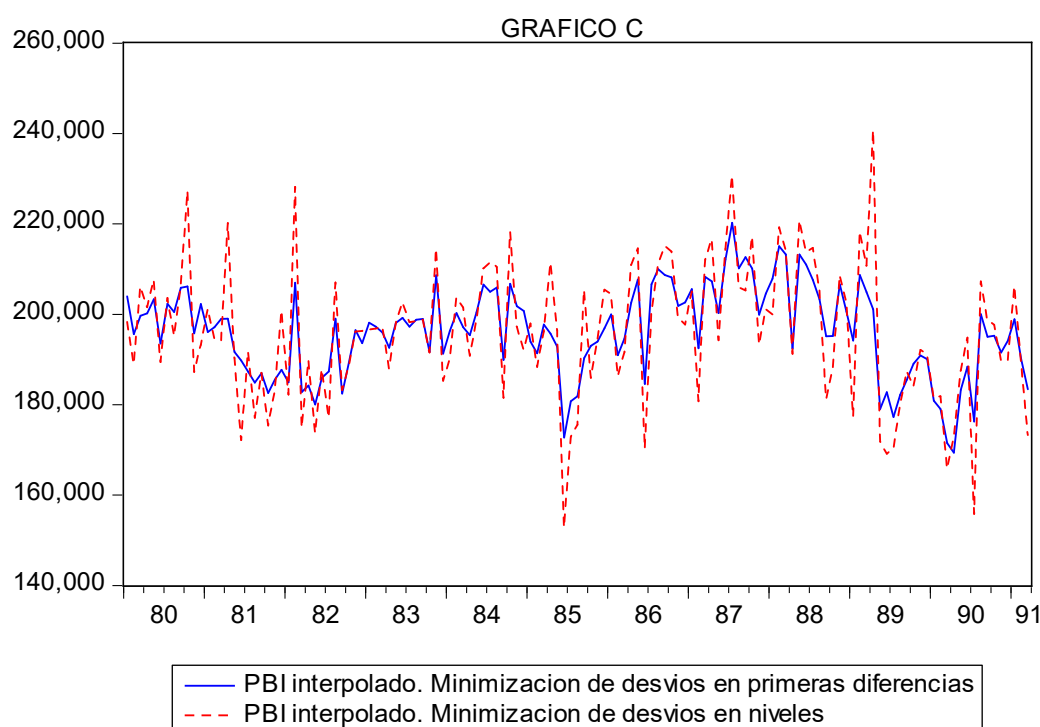


Y a continuación, en el grafico B, se representan la interpolación de la serie anterior usando el método de denton, con y sin serie indicadora.



La diferencia entre ambas variantes del método de Denton es sustancial. La versión del método sin serie indicadora, arroja una serie de PBI mensual que es muy similar a la de PBI trimestral, pero suavizada (línea discontinua). En cambio, la serie interpolada con serie indicadora es más serruchada y contiene mucha más información (aportada por el IPI mensual), aunque respeta la estructura básica de la serie trimestral. De esa manera obtenemos una serie que combina las fortalezas de la serie de baja frecuencia y la serie de alta frecuencia.

Por último, el método de Denton puede aplicarse para minimizar la diferencia entre los niveles de las series, o entre las primeras diferencias, segundas diferencias, etc. Los resultados entre utilizar uno u otro criterio varían considerablemente. La elección entre uno y otro depende del problema específico. En la presente tesis, lo que se analiza no es el nivel de precios y el nivel de PBI, sino el crecimiento de ambas variables, por lo que se adoptó el criterio de minimizar los desvíos entre las primeras diferencias de las series. En el grafico C, se aprecia cómo queda la interpolación bajo uno u otro criterio.



Anexo 2. Desarrollo de la forma matricial del modelo BEKK bivariado.

El modelo BEKK es una de las más populares representaciones de la covarianza condicional de un sistema GARCH multivariado. Está construido de tal manera de garantizar que la varianza condicional de cada una de las variables sea semidefinida positiva. Para entender esto, es necesario hacer el desarrollo de la fórmula del producto matricial que determina a H_t . Recordando la fórmula de la sección 2, tenemos que:

$$H_t = C_0^T C_0 + A^T \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}^T A + B^T H_{t-1} B$$

Representado en forma matricial, tenemos que

$$\begin{pmatrix} \text{var}_t^\pi & \text{cov}_t^{\pi y} \\ \text{cov}_t^{\pi y} & \text{var}_t^y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ 0 & C_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^y \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \text{var}_{t-1}^\pi & \text{cov}_{t-1}^{\pi y} \\ \text{cov}_{t-1}^{\pi y} & \text{var}_{t-1}^y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} \\ \beta_{21} & \beta_{22} \end{pmatrix}$$

Resolviendo, obtenemos las ecuaciones de la varianza condicional de cada variable endógena, y las ecuaciones de la covarianza condicional (un total de 3 ecuaciones)

$$\text{var}_t^\pi = C_{11}^2 + \alpha_{11}^2 (\varepsilon_t^\pi)^2 + 2\alpha_{11}\alpha_{21}\varepsilon_t^\pi \varepsilon_t^y + \alpha_{21}^2 (\varepsilon_t^y)^2 + \beta_{11}^2 \text{var}_{t-1}^\pi + 2\beta_{11}\beta_{21} \text{cov}_{t-1}^{\pi y} + \beta_{21}^2 \text{var}_{t-1}^y$$

$$\text{var}_t^y = C_{12}^2 + C_{22}^2 + \alpha_{12}^2 (\varepsilon_t^\pi)^2 + 2\alpha_{12}\alpha_{22}\varepsilon_t^\pi \varepsilon_t^y + \alpha_{22}^2 (\varepsilon_t^y)^2 + \beta_{12}^2 \text{var}_{t-1}^\pi + 2\beta_{12}\beta_{22} \text{cov}_{t-1}^{\pi y} + \beta_{22}^2 \text{var}_{t-1}^y$$

$$\text{cov}_t^{\pi y} = C_{11}C_{12} + \alpha_{11}\alpha_{12} (\varepsilon_t^\pi)^2 + (\alpha_{11}\alpha_{22} + \alpha_{21}\alpha_{12})\varepsilon_t^\pi \varepsilon_t^y + \alpha_{21}\alpha_{12} (\varepsilon_t^y)^2 \dots$$

$$\dots + \beta_{12}\beta_{11} \text{var}_{t-1}^\pi + (\beta_{22}\beta_{11} + \beta_{12}\beta_{21}) \text{cov}_{t-1}^{\pi y} + \beta_{22}\beta_{21} \text{var}_{t-1}^y$$

Como se puede apreciar, la especificación BEKK completa es muy libre, ya que permite efectos cruzados de perturbaciones sobre varianza, de varianza rezagada sobre varianza, y derrames en ambos sentidos entre las varianzas y las covarianzas condicionales. No obstante, mantiene una propiedad importante: en las ecuaciones de varianzas condicionales, los términos $(\varepsilon_t^\pi)^2$, $(\varepsilon_t^y)^2$, var_{t-1}^π y var_{t-1}^y , siempre están acompañados de coeficientes elevados al cuadrado. Esto quiere decir que el impacto tanto de nuevas perturbaciones como de la varianza rezagada un periodo en las varianzas condicionales es siempre positivo, no importa el signo de los coeficientes (a modo de ejemplo, el impacto de la varianza condicional rezagada de la tasa de crecimiento del producto sobre la varianza condicional de la inflación se mide a través del coeficiente β_{21}^2 , por lo que incluso si el β_{21} estimado es negativo, el impacto final será positivo).

En cambio, los coeficientes que corresponden a estos mismos regresores pero en la ecuación de la covarianza condicional, no están elevados al cuadrado en ningún caso, y ahí el signo del efecto puede ser tanto positivo como negativo. Lo mismo sucede con los coeficientes de covarianza condicional pasada $\text{cov}_{t-1}^{\pi y}$, y al producto cruzado de los errores $\varepsilon_t^\pi \varepsilon_t^y$, para todas las ecuaciones.

Anexo 3. Identificación de shocks para las FIRV.

En esta sección anexa, se discutirá el tema de identificación de noticias en múltiples series de tiempo. El problema general es que el vector de errores exhibe correlación temporal, y por lo tanto, el componente de errores no puede ser tratado como noticias que vienen de fuentes independientes. Sea ε_t un vector aleatorio de N dimensiones tal que $\varepsilon_t = P_t \xi_t$ (Anexo3.a)

, donde $P_t P_t' = \Sigma_t$ y ξ_t denota un vector aleatorio independiente e idénticamente distribuido de dimensión N, con componentes independientes, media cero, y matriz de covarianza identidad. Asumiendo que Σ_t es medible con respecto al conjunto de información en el tiempo t-1, F_{t-1} , la ecuación (Anexo3.a) implica que $E[\varepsilon_t | F_{t-1}] = 0$ y $\text{Var}[\varepsilon_t | F_{t-1}] = \Sigma_t$. Por ejemplo, ε_t puede ser el vector de errores de un modelo VAR, o de un modelo GARCH multivariado, y Σ_t es la varianza condicional de dicho error.

Dados estos 2 elementos, la identificación de las innovaciones subyacentes ξ_t se volvió un tema crucial en el análisis de vectores autoregresivos. Una solución prominente para identificar ξ_t es asumir que P_t es una matriz triangular inferior, o sea utilizar una descomposición de Cholesky de Σ_t . En este caso, los elementos de $\xi_t = P_t^{-1} \varepsilon_t$ dependen recursivamente de los elementos del vector observado ε_t . Con este tipo de ortogonalización, ξ_t dependerá del orden de las variables de ε_t , que muchas veces es difícil justificar económicamente.

Las noticias independientes también pueden ser identificadas con una descomposición de Jordan de Σ_t . Sea λ_{ii} , con $i=1, \dots, N$, los autovalores de Σ_t con sus correspondientes autovectores γ_{ii} . La matriz simétrica $\Sigma_t^{1/2}$ se define como:

$$\Sigma_t^{1/2} = \Gamma_t \Lambda_t^{1/2} \Gamma_t'$$

Con $\Gamma_t = (\gamma_{t1}, \dots, \gamma_{tN})$ y $\Lambda_t = \text{diag}(\lambda_{t1}, \dots, \lambda_{tN})$. Obviamente $\Sigma_t^{1/2} \Sigma_t^{1/2} = \Sigma_t$. Dado que definir a $P_t = \Sigma_t^{1/2}$ evita imponer restricciones de ceros para identificar el vector $\xi_t = \Sigma_t^{-1/2} \varepsilon_t$, el ultimo enfoque es puramente a teórico. Sin embargo, bajo normalidad condicional de ε_t , el vector ξ_t no es único. Para ver esto, consideremos las cuasi innovaciones ξ_t^* , obtenidas después de una transformación ortogonal;

$$\xi_t^* = R \xi_t, \quad RR' = I_N \quad (\text{Anexo3.b})$$

Debido a la ortogonalidad de R , ξ_t^* es un vector aleatorio con media cero y covarianza igual a la matriz identidad. De hecho, si ξ_t es un vector de variables aleatorias gaussianas, las propiedades distribucionales de ξ_t^* y ξ_t no pueden ser distinguidas. En cambio, si ξ_t no tiene una distribución normal, entonces los componentes de ξ_t^* son dependientes y no cumplen con la definición de noticias. Esta es de hecho una caracterización de la distribución normal multivariada, y un importante argumento para nuestro enfoque: Si ξ_t es un vector de variables estandarizadas independientes con cumulantes finitos, y la transformación no trivial da un vector de variables estandarizadas independientes, entonces cada componente de ξ_t^* es normal (y por lo tanto cada componente de ξ_t también lo es). En consiguiente, las noticias se pueden considerar identificadas si el vector de innovaciones no se distribuye normalmente (Hafner and Herwartz, 2006)

Para ver un ejemplo del caso bivariado, consideremos las cuasi innovaciones ξ_{1t}^* y ξ_{2t}^* , generadas por la matriz ortogonal R dada por

$$R = \begin{pmatrix} r & \sqrt{1-r^2} \\ \sqrt{1-r^2} & -r \end{pmatrix}$$

Tal como se requiere, la matriz de covarianzas de ξ_t^* es $RR' = I_2$. Sin embargo, esto no implica que los componentes de ξ_t^* son independientes. Una condición que se tiene que cumplir bajo independencia es que la cocurtosis dada por $E[\xi_{1t}^{*2} \xi_{2t}^{*2}]$ es igual a

$E[\xi_1^2]E[\xi_2^2]=1$. Podemos chequear esta condición escribiendo la cocurtosis de las cuasi-innovaciones para obtener,

$$E[\xi_1^{*2} \xi_2^{*2}] = r^2(1-r^2)E[\xi_{1t}^4] + (1-r^2)r^2E[\xi_{2t}^4] + (r^4 + (1-r^2)^2 - 4r^2(1-r^2))E[\xi_{1t}^2 \xi_{2t}^2] + 2r(1-2r^2)\sqrt{1-r^2}(E[\xi_{1t}^3 \xi_{2t}] - E[\xi_{1t} \xi_{2t}^3])$$

(Anexo3.c)

Esta expresión debe ser igual a 1 si las cuasi innovaciones son independientes. Por la propiedad de ξ_t , $E[\xi_{1t}^2 \xi_{2t}^2]=1$ y $E[\xi_{1t}^3 \xi_{2t}] = E[\xi_{1t} \xi_{2t}^3] = 0$. Denotando la curtosis de ξ_{1t} y ξ_{2t} con k_1 y k_2 respectivamente, obtenemos de la ecuación 3 la siguiente expresión:

$$1 = r^2(1-r^2)k_1 + (1-r^2)r^2k_2 + r^4 + (1-r^2)^2 - 4r^2(1-r^2)$$

Que luego de reacomodar los términos, se puede escribir como

$$r^2(1-r^2)(k_1 + k_2 - 6) = 0 \quad (\text{Anexo3.d})$$

Hay 3 maneras de que la ecuación 4 se cumpla. Las primeras 2 son triviales: $r=1$ implica que $R=I_2$, o sea que las cuasi innovaciones son idénticas a las innovaciones, y $r=0$ implica que las cuasi innovaciones se obtienen intercambiando las innovaciones originales.

El tercer caso es no trivial: $k_1 + k_2 = 6$. Si tenemos entonces que ξ_t tiene una distribución del tipo t multivariada, entonces todas las distribuciones marginales son leptocúrticas, lo que implica que la condición 4 se viola, y por lo tanto las innovaciones no son más independientes luego de una transformación ortogonal, lo que permite que estas sean correctamente identificadas.

Anexo 4. Problema de regresores generados.

El problema de utilizar regresores generados es analizado en detalle en el trabajo de Pagan (1984). El autor plantea varios casos diferentes, donde los regresores pueden ser las *predicciones* de una regresión auxiliar, o *residuos* de las mismas. El caso relevante para la presente tesis es la utilización de varianzas condicionales de tipo GARCH como regresores, en el caso de las pruebas de Granger donde se busca determinar la causalidad entre las medidas de varianza condicional de la inflación y varianza condicional del PBI. El autor analiza el problema genérico de utilizar varianzas de

cantidades no anticipadas (por ejemplo, residuos elevados al cuadrado, o varianza condicional tipo GARCH obtenida a partir de dichos residuos) como regresor en una regresión de mínimos cuadrados, y analiza la consistencia de dicho tipo de estimación, y como solucionar el problema. Para ello plantea el siguiente modelo:

$$y_t = x_t\gamma + \sigma_t^2\delta + e_t \quad (1)$$

donde $\sigma_t^2 = E(z_t - z_t^*)^2$ y z_t^* es el valor anticipado para z_t . Inicialmente se asume que γ $\phi_t = z_t - z_t^*$ está disponible, o sea, que hay información sobre lo que los agentes anticiparon para cada momento t para la variable z_t , en el pasado, pero no es observable la incertidumbre propiamente dicha que experimentan los agentes (σ_t^2). Una solución es reemplazar σ_t^2 por ϕ_t^2 en la ecuación (1), y hacer la regresión de y_t contra x_t y ϕ_t^2 . En el caso de una ecuación de inflación, ϕ_t^2 serían los errores de pronóstico elevados al cuadrado, que serviría como proxy de σ_t^2 , la verdadera varianza de los errores. Sin embargo, el autor muestra que dicha regresión casi siempre generara estimadores inconsistentes de γ y δ . Reescribiendo la ecuación 1,

$$y_t = x_t\gamma + \phi_t^2\delta + (\sigma_t^2 - \phi_t^2)\delta + e_t \quad (2)$$

El estimador solo es consistente si

- i) $T^{-1} \sum x_t' [(\sigma_t^2 - \phi_t^2)\delta + e_t] \xrightarrow{p} 0$
- ii) $T^{-1} \sum \phi_t^2 [(\sigma_t^2 - \phi_t^2)\delta + e_t] \xrightarrow{p} 0$

La primera condición es que la correlación entre el regresor x_t' y el termino de error $[(\sigma_t^2 - \phi_t^2)\delta + e_t]$ en el límite tienda a cero (a medida que el número de observaciones T va a infinito) y la segunda condición es lo mismo que lo anterior, pero para la correlación entre ϕ_t^2 y el termino de error $[(\sigma_t^2 - \phi_t^2)\delta + e_t]$. La primera condición se cumple siempre. La segunda condición solo se cumple bajo ciertas condiciones. El autor muestra que:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} \sum E(\phi_t^2 \sigma_t^2 - \phi_t^4) \delta = \lim_{T \rightarrow \infty} T^{-1} (\sum \sigma_t^4 - E(\phi_t^4)) \delta$$

Por la ley de grandes números para variables aleatorias independientemente distribuidas cuando los momentos segundos están acotados. Sin embargo, para que dicho límite sea cero, debe cumplirse que $\sum \sigma_t^4 = E(\phi_t^4)$, que solo se da para distribuciones degeneradas. Los autores muestran a modo de ejemplo que si ϕ_t^4 sigue una distribución normal, la inconsistencia puede ser el 66% del verdadero valor de δ

Como el problema es la correlación entre el regresor ϕ_t^2 y el termino de error, la solución planteada es usar alguna técnica de variable instrumentales que elimine la componente endógena de ϕ_t^2 . El autor sugiere utilizar a ϕ_{t-1}^2 como instrumento de ϕ_t^2 , ya que por una cuestión temporal, la variabilidad de la variable instrumentada explicada por el instrumento depende de lo acontecido en t-1, y el termino de error en cambio corresponde al periodo t. En otras palabras, el presente no puede explicar el pasado. Esta regresión de variables instrumentales genera estimadores consistentes bajo los siguientes supuestos:

- i) Todos los momentos de la distribución multivariada de ϕ_t , e_t y x_t son acotados hasta el orden 8.
- ii) x_t es independiente de e_t y ϕ_t ,

Luego, la *eficiencia* del estimador de variables instrumentales es un tema aparte, y será mayor cuanto más varié σ_t^2 .

El enfoque anterior asume que el regresor generado es la varianza *incondicional*, pero puede haber casos donde el regresor sea la varianza *condicional* generada a partir de los errores de un modelo ARCH. En este caso, el sistema queda definido como,

$$y_t = x_t\gamma + \delta\sigma_t^2 + e_t \quad (3)$$

$$\sigma_t^2 = w_t\alpha \quad (4)$$

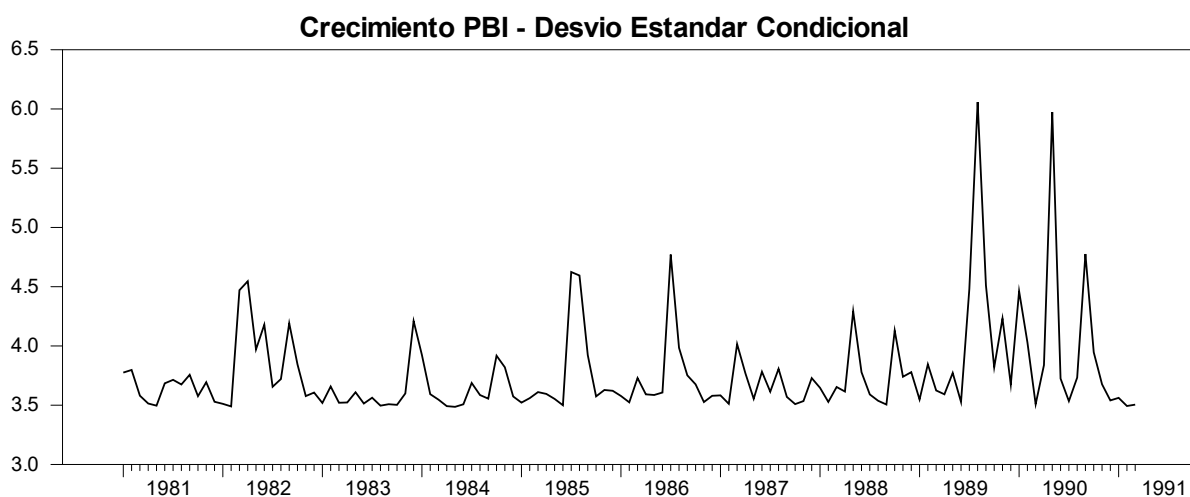
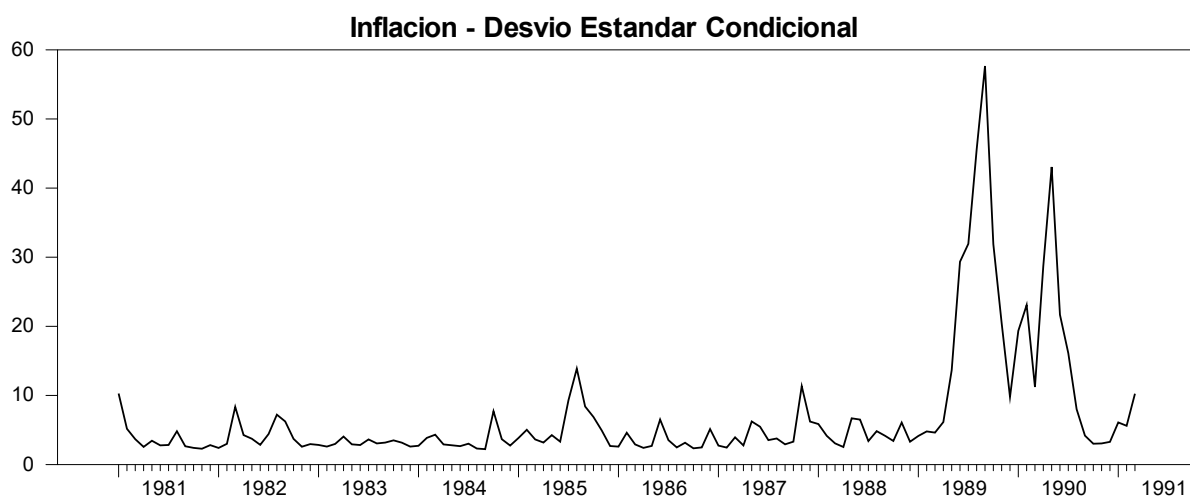
Siendo w_t los errores del modelo ARCH. En esta caso, una serie ϕ_t está disponible (el desvío estándar condicional estimado a partir del modelo ARCH para cada momento t). Esta serie cumple la propiedad de que $E(\phi_t^2) = \sigma_t^2$. Bajo estas condiciones, (3) y (4) se reescriben como:

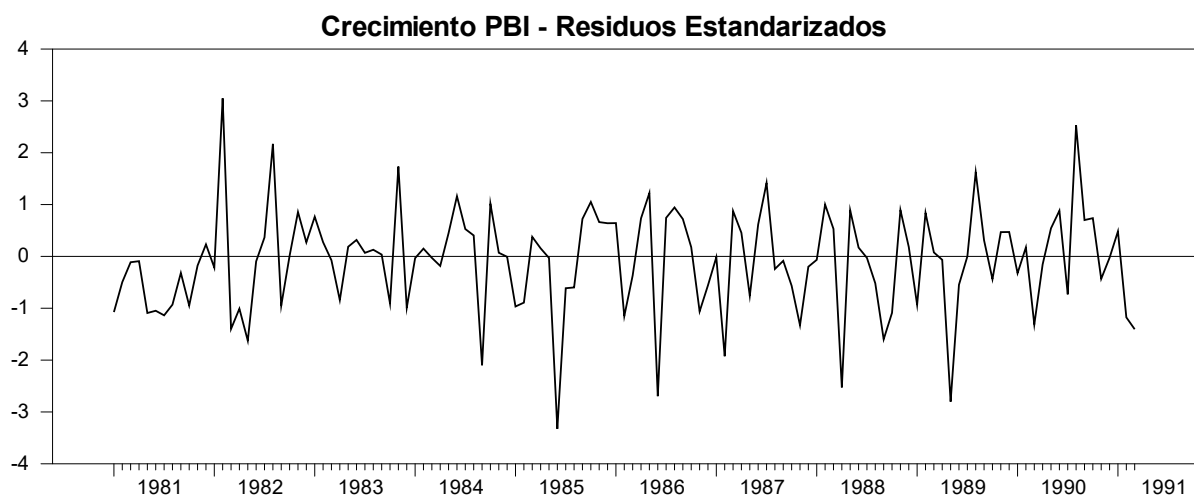
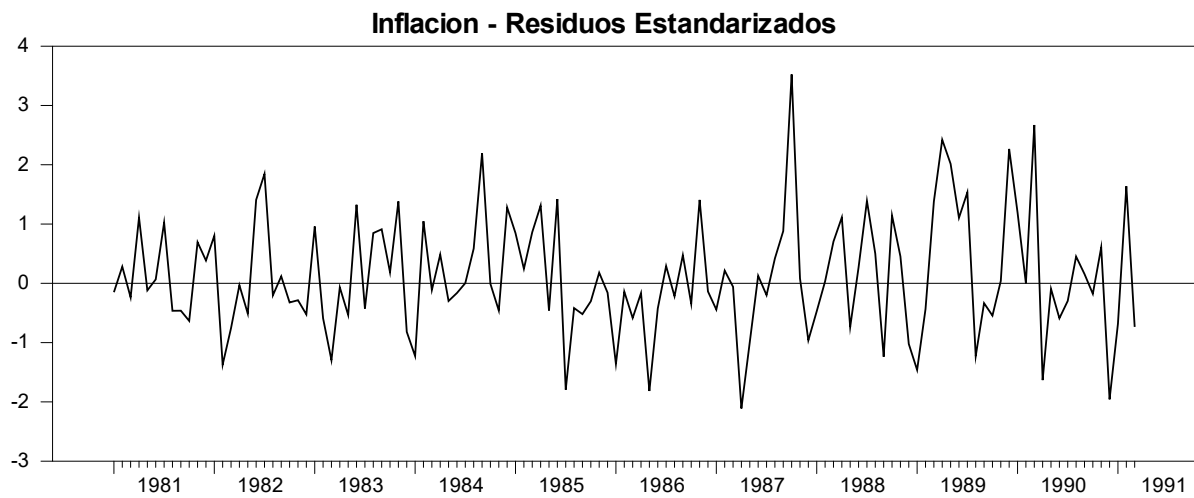
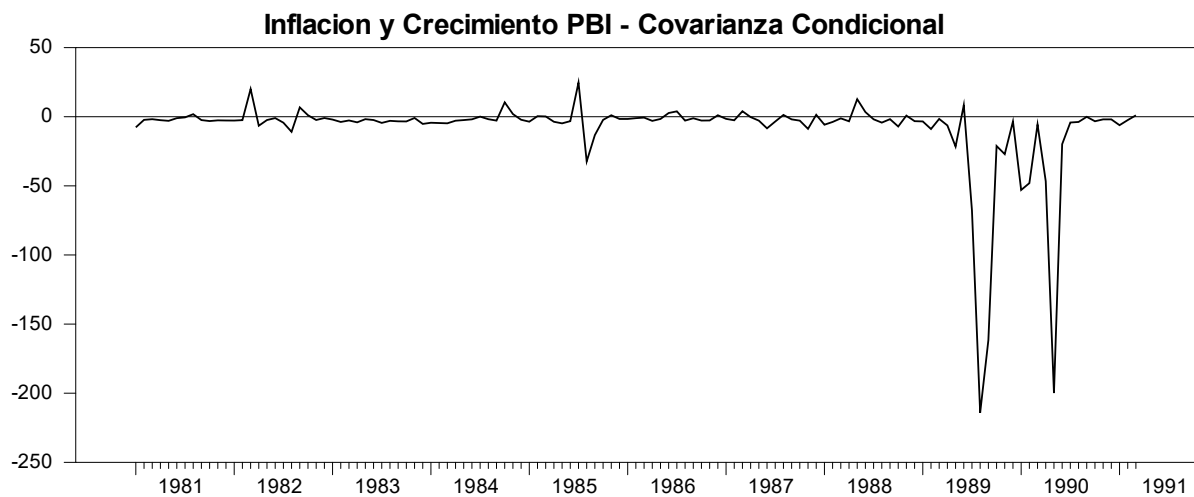
$$y_t = x_t\gamma + \delta\phi_t^2 + \mu_t \quad (5)$$

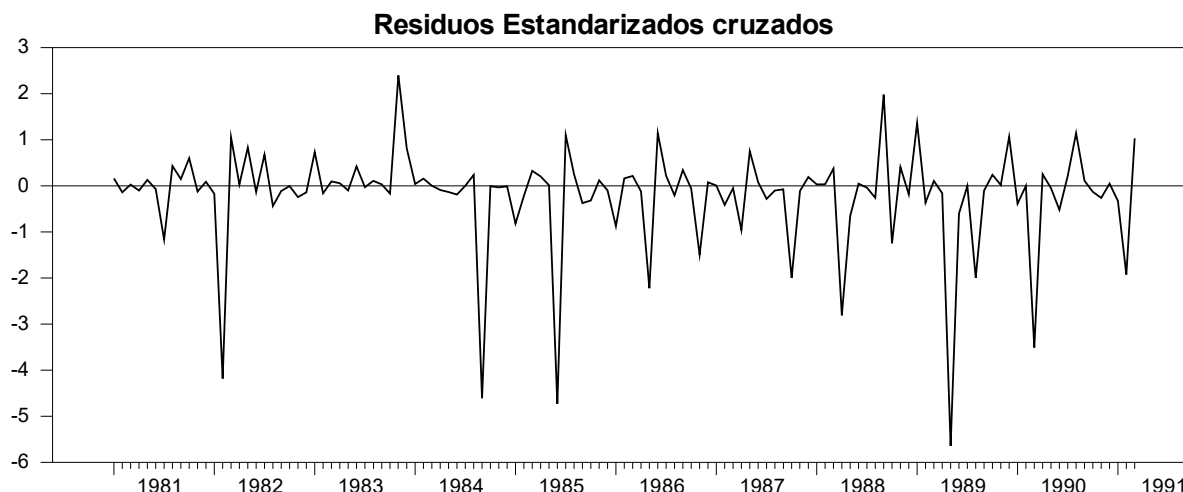
$$\phi_t^2 = w_t\alpha + v_t \quad (6)$$

Donde $\mu_t = (\sigma_t^2 - \phi_t^2)\delta + e_t$ y $v_t = \phi_t^2 - \sigma_t^2$. Para corregir el problema del sesgo, se puede aplicar el método de mínimos cuadrados en 2 etapas, aunque el estimador debe ser ajustado para errores heteroscedasticos.

Anexo 5. Gráficos de residuos y varianzas y covarianzas condicionales.







Referencias

- AKAIKE, H. 1974. A new look at the statistical model identification. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 19, 716-723.
- AKAIKE, H. 1998. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. *Selected Papers of Hirotugu Akaike*. Springer.
- ALBERRO, J. 1981. The Lucas hypothesis on the Phillips curve: further international evidence. *Journal of Monetary Economics*, 7, 239-250.
- BAUWENS, L., LAURENT, S. & ROMBOUTS, J. V. 2006. Multivariate GARCH models: a survey. *Journal of applied econometrics*, 21, 79-109.
- BERNANKE, B. S. & GERTLER, M. 1995. Inside the black box: the credit channel of monetary policy transmission. National bureau of economic research.
- BERNANKE, B. S. & MISHKIN, F. S. 1997. Inflation targeting: a new framework for monetary policy? : National Bureau of Economic Research.
- BLACK, K. 2009. *Business cycles and equilibrium*, John Wiley & Sons.
- BOLLERSLEV, T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of econometrics*, 31, 307-327.
- BOLLERSLEV, T. 1990. Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: a multivariate generalized ARCH model. *The Review of Economics and Statistics*, 498-505.

- BOLLERSLEV, T., ENGLE, R. F. & WOOLDRIDGE, J. M. 1988. A capital asset pricing model with time-varying covariances. *The Journal of Political Economy*, 116-131.
- CERMEÑO, R. & FEREGRINO, N. 2012. Volatilidad de la inflación y crecimiento del producto: el caso de México, 1993-2011.
- CERMEÑO, R. & OLIVA, B. 2010. *Incertidumbre, crecimiento del producto, inflación y depreciación cambiaria en México: Evidencia de modelos GARCH multivariados*, Centro de Investigación y Docencia Económicas, División de Economía.
- CUKIERMAN, A. & MELTZER, A. H. 1986. A theory of ambiguity, credibility, and inflation under discretion and asymmetric information.
- DAAL, E., NAKA, A. & SANCHEZ, B. 2005. Re-examining inflation and inflation uncertainty in developed and emerging countries. *Economics letters*, 89, 180-186.
- DAGUM, E. B. & CHOLETTE, P. A. 2006. *Benchmarking, Temporal Distribution, and Reconciliation Methods for Time Series*, Springer Science & Business Media.
- DAMILL, M. & FRENKEL, R. 1990. *Hiperinflación en Argentina: 1989-1990*, CEDES.
- DELLA MEA, U. & SÁNCHEZ, A. R. P. 1996. Explorando la incertidumbre inflacionaria: 1973-1985. *Revista de economía*, 3, 19-40.
- DEVEREUX, M. 1989. A positive theory of inflation and inflation variance. *Economic Inquiry*, 27, 105-116.
- DICKEY, D. A. & FULLER, W. A. 1979. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74, 427-431.
- ENGLE, R. F. 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 987-1007.
- ENGLE, R. F. & KRONER, K. F. 1995. Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric theory*, 11, 122-150.
- FANELLI, J. M. & FRENKEL, R. 1989. *Desequilibrios, políticas de estabilización e hiperinflación en Argentina*, CEDES.
- FISHER, I. 1973. "I Discovered the Phillips Curve:" A Statistical Relation between Unemployment and Price Changes". *The Journal of Political Economy*, 496-502.
- FOUNTAS, S., KARANASOS, M. & KIM, J. 2002. Inflation and output growth uncertainty and their relationship with inflation and output growth. *Economics Letters*, 75, 293-301.

- FOUNTAS, S., KARANASOS, M. & KIM, J. 2006. Inflation uncertainty, output growth uncertainty and macroeconomic performance. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 68, 319-343.
- FRENKEL, R. 1979. *Decisiones de precio en alta inflación*, Centro de estudios de estado y sociedad.
- FRENKEL, R. 1984. Salarios industriales e inflación. El período 1976-82. *Desarrollo Económico*, 387-414.
- FRENKEL, R. 1986. Salarios e inflación en América Latina. Resultados de investigaciones recientes en la Argentina, Brasil, Colombia, Costa Rica y Chile. *Desarrollo Económico*, 587-622.
- FRENKEL, R. 1989. *El régimen de alta inflación y el nivel de actividad*, Centro de Estudios de Estado y Sociedad.
- FRIEDMAN, M. 1977. Nobel lecture: inflation and unemployment. *The Journal of Political Economy*, 451-472.
- GLOSTEN, L. R., JAGANNATHAN, R. & RUNKLE, D. E. 1993. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *The Journal of Finance*, 48, 1779-1801.
- GOODFRIEND, M. & KING, R. 1997. The new neoclassical synthesis and the role of monetary policy. *NBER Macroeconomics Annual 1997, Volume 12*. MIT Press.
- GRIER, K. B., HENRY, Ó. T., OLEKALNS, N. & SHIELDS, K. 2004. The asymmetric effects of uncertainty on inflation and output growth. *Journal of Applied Econometrics*, 19, 551-565.
- GRIER, K. B. & PERRY, M. J. 1993. The effect of money shocks on interest rates in the presence of conditional heteroskedasticity. *The Journal of Finance*, 48, 1445-1455.
- GRIER, K. B. & PERRY, M. J. 2000. The effects of real and nominal uncertainty on inflation and output growth: some GARCH-M evidence. *Journal of Applied Econometrics*, 15, 45-58.
- GRIER, R. M. & GRIER, K. B. 1998. Inflación e incertidumbre inflacionaria en México, 1960-1997. *El Trimestre Económico*, 407-426.
- HAFNER, C. M. & HERWARTZ, H. 2006. Volatility impulse responses for multivariate GARCH models: An exchange rate illustration. *Journal of International Money and Finance*, 25, 719-740.
- JOHNSON, C. A. 2002. Inflation uncertainty in Chile: Asymmetries and the news impact curve. *Revista de Análisis Económico-Economic Analysis Review*, 17, 3-20.

- KING, R. & WOLMAN, A. L. 1999. What should the Monetary Authority do when Prices are sticky? *Monetary policy rules*. University of Chicago Press.
- KNIGHT, F. H. 2012. *Risk, uncertainty and profit*, Courier Corporation.
- KOHLI, U. & RICH, G. 1985. Monetary control: the Swiss experience. *Cato J.*, 5, 911.
- KWIATKOWSKI, D., PHILLIPS, P. C., SCHMIDT, P. & SHIN, Y. 1992. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of econometrics*, 54, 159-178.
- LANTERI, L. 2005. Efectos asimétricos de la incertidumbre en la inflación y en la actividad económica real: el caso argentino. *Banco Central de la Republica Argentina*.
- LEE, J. 1999. The inflation and output variability tradeoff: evidence from a GARCH model. *Economics Letters*, 62, 63-67.
- LOGUE, D. E. & SWEENEY, R. J. 1981. Inflation and Real Growth: Some Empirical Results: A Note. *Journal of Money, Credit and Banking*, 13, 497-501.
- LUCAS, R. E. Econometric policy evaluation: A critique. Carnegie-Rochester conference series on public policy, 1976. Elsevier, 19-46.
- MCKINNON, R. I. 1993. The rules of the game: international money in historical perspective. *Journal of Economic Literature*, 31, 1-44.
- MISHKIN, F. S. 2000. Inflation targeting in emerging market countries. National Bureau of Economic Research.
- OKUN, A. M. 1971. The mirage of steady inflation. *Brookings Papers on Economic Activity*, 485-498.
- PAGAN, A. 1984. Econometric issues in the analysis of regressions with generated regressors. *International Economic Review*, 25, 221-247.
- PHILLIPS, A. W. 1958. The Relation between unemployment and the rate of change of money wage rates in the United Kingdom, 1861-1957. *economica*, 25, 283-299.
- PHILLIPS, P. C. & PERRON, P. 1988. Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75, 335-346.
- ROCABADO ANTELO, P. A. 2012. Inflación e incertidumbre inflacionaria: un análisis para la economía Boliviana 1937-2009.
- ROTEMBERG, J. & WOODFORD, M. 1997. An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy. *NBER Macroeconomics Annual 1997, Volume 12*. MIT Press.

- SARGENT, T. J. 1982. The ends of four big inflations. *Inflation: Causes and effects*. University of Chicago Press.
- STUART, A. & ORD, J. K. 1994. Kendall's advanced theory of statistics. Vol. I. Distribution theory. *Arnold, London*.
- SVENSSON, L. E. 1997. Inflation forecast targeting: Implementing and monitoring inflation targets. *European Economic Review*, 41, 1111-1146.
- SVENSSON, L. E. 1999. Inflation targeting as a monetary policy rule. *Journal of monetary economics*, 43, 607-654.
- SVENSSON, L. E. 2000. Open-economy inflation targeting. *Journal of international economics*, 50, 155-183.
- TAYLOR, J. B. 1980. Aggregate dynamics and staggered contracts. *The Journal of Political Economy*, 1-23.
- TAYLOR, J. B. 1994. The inflation/output trade-off revisited. *Goals, Guidelines and Constraints Facing Monetary Policymakers, Federal Reserve Bank of Boston, Boston, Massachusetts*, 21-38.
- TAYLOR, J. B. 1999. Staggered price and wage setting in macroeconomics. *Handbook of macroeconomics*, 1, 1009-1050.
- THORNTON, D. L. 2012. How did we get to inflation targeting and where do we need to go to now? a perspective from the US experience. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 94, 65-81.
- VALDOVINOS, C. F. 2001. INFLACIÓN E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA: EL CASO DE PARAGUAY.
- VALE, S. R. 2005. Inflation, growth and real and nominal uncertainty: some bivariate Garch-in-Mean evidence for Brazil. *Revista Brasileira de Economia*, 59, 127-145.
- VILLANUEVA, J. P. & ECHEVERRY, J. C. 1991. Fijación de precios en la industria manufacturera bajo condiciones de hiperinflación: el caso argentino. *Desarrollo económico*, 73-89.
- VON HAGEN, J. 1999. Money growth targeting by the Bundesbank. *Journal of Monetary Economics*, 43, 681-701.