

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas
Escuela de Estudios de Posgrado

MAESTRÍA EN ECONOMÍA

TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA

Modelo de valuación de activos emergentes con
estimación recursiva de coeficientes dinámicos.
Un análisis para Argentina durante el período 1999-2016

AUTOR: SEBASTIAN BRUDERSOHN

DIRECTOR: EDUARDO CORSO

MAIL DEL AUTOR: SBRUDERSOHN@GMAIL.COM

MARZO 2018

Resumen

El trabajo pretende acercar una herramienta muy poderosa para la estimación de los coeficientes dinámicos de los modelos de valuación de activos en economías emergentes. En este sentido, en esta investigación se presenta el filtro de Kalman que, combinado con la maximización de la función de verosimilitud, se utiliza para conocer la distribución de una serie no observable como puede ser el coeficiente beta del modelo de Capital Asset Pricing Model (CAPM) y evaluar la función de verosimilitud.

En particular, en el trabajo se aplica el filtro de Kalman para generar la serie mensual del coeficiente de correlación entre el mercado de acciones y de bonos de Argentina del modelo de Goldman-Sachs que incorpora el factor del riesgo país a la valuación. Una vez obtenida esta serie, se estima el retorno anual esperado del índice Merval medido en dólares entre 1999 y 2016 y luego se lo contrasta con el retorno efectivo durante dicho período (*in sample*). La estimación de los retornos con el filtro de Kalman es comparada con la estimación realizada con otras técnicas utilizadas comúnmente como mínimos cuadrados ordinarios y ventanas recursivas. En este punto, se demuestra que la combinación del filtro de Kalman en conjunto con un algoritmo de optimización de la verosimilitud logra minimizar el error cuadrático medio. Se invita a futuras investigaciones a realizar estimaciones por fuera de la muestra (*out-of-sample*) y evaluar la capacidad predictiva del método.

Palabras clave: valuación de activos, filtro de Kalman, representación espacio-estado, coeficientes dinámicos, estimación recursiva, máxima verosimilitud, retornos de activos.

Clasificación JEL: C53, C58, G11, G12, G17

Índice

Introducción

Sección I Marco Teórico

- *Introducción a modelos de valuación*
- *Modelos de valuación para emergentes*
- *Modelo Goldman-Sachs con incorporación riesgo país*
- *¿Coeficientes constantes o dinámicos?*
- *Metodología del Filtro de Kalman*

Sección II Modelo

Introducción

- *Planteo formal del problema*
- *Objetivos e hipótesis*

Metodología

- *Descripción teórica del modelo*
- *Representación espacio-estado*
- *Datos y series históricas*
- *Proceso de estimación*

Resultados

- *Análisis de resultados y principales hallazgos*
- *Comparación con otros métodos*
- *Testeo del modelo*

Conclusiones y reflexiones finales

Bibliografía

Anexos

Introducción

Desde hace varias décadas los modelos de valuación de activos vienen ocupando un lugar central en los estudios de finanzas tanto en el ámbito académico como en el laboral. La simple idea de estimar el retorno de un activo financiero a partir de otro activo (o el propio mercado) resulta muy atractivo a la hora de tomar una decisión de inversión. Tal es así que, desde la segunda mitad del siglo XX, y principalmente a partir de los trabajos de Markowitz (1952) y Sharpe (1964), han aparecido innumerables modelos de valuación con el objetivo de explicar y predecir el comportamiento de los activos financieros.

Cuando se evalúa una empresa o proyecto de un país emergente -caso Argentina- una de las adaptaciones que se le suele hacer al modelo de Capital Asset Pricing Model (CAPM) tiene que ver con la incorporación del riesgo país. El riesgo país no es otra cosa que una prima de rentabilidad que exigen los inversores por invertir en una economía riesgosa. Se la calcula normalmente con el Indicador de Bonos de Mercados Emergentes -EMBI por sus siglas en inglés- elaborado por JP Morgan que muestra cuántos puntos básicos por encima del rendimiento de los bonos americanos está pagando el país emergente al tomar deuda. Modelos como el propuesto por Godfrey-Espinosa (1996), Goldman-Sachs (1999) y Salomon-Smith-Barney (2002) son algunos de los enfoques de valuación para emergentes que incorporan el riesgo país.

Adicionalmente a la definición del modelo, uno de los debates que surge habitualmente a la hora de valorar un activo financiero tiene que ver con el comportamiento de las variables inobservables. Cuando el modelo en cuestión es el CAPM, dicha variable no observable es el coeficiente beta (β). El beta es una de las variables más estudiadas en el ámbito de las finanzas y en el modelo CAPM representa el riesgo sistémico, es decir refleja la sensibilidad específica al riesgo no diversificable del mercado, y vincula el retorno esperado de la acción con el retorno del mercado.

En los modelos para emergentes que incorporan el riesgo país, la variable inobservable puede tomar distintos significados. Por ejemplo, en el modelo adaptado de Goldman-Sachs que se utiliza en este trabajo, dicha variable inobservable representa el coeficiente de

correlación prevaleciente entre en el mercado accionario y el mercado de bonos del país emergente en cuestión.

Independientemente del significado que adquiriera la variable no observable, a la hora de modelizar es muy importante entender el comportamiento de la misma en el tiempo. En este sentido, la literatura de modelos de valuación centra su atención en un beta constante en el tiempo. Una de las razones principales para considerar al beta invariable tiene que ver con la simplicidad en la estimación y también con cierto sustento empírico cuando se trata de economías desarrolladas. No obstante, también es posible analizar los modelos de valuación considerando que la beta podría variar en el tiempo.. Precisamente, uno de los ejes principales del trabajo es el tratamiento dinámico de la variable inobservable (que en la representación espacio-estado se llamará variable estado).

En este contexto, cuando la variable no es observable, se puede utilizar una herramienta muy poderosa para conocer su distribución: el filtro de Kalman. Esta técnica permite obtener una serie de tiempo de la variable inobservable y, a su vez, evaluar la función de verosimilitud (es decir, permite evaluar la calidad del modelo a partir de los datos que se observan). Como se expondrá en el trabajo, el filtro de Kalman es utilizado comúnmente en finanzas para perfeccionar la estimación de los coeficientes β variantes en el tiempo al filtrar el ruido del modelo. Con el desarrollo de los modelos de equilibrio general dinámico y estocástico (DSGE, por sus siglas en inglés) ha crecido significativamente la utilización del filtro propuesto por Kalman en diversas áreas de las finanzas.

De este modo, el trabajo se propone como objetivo principal generar una serie de tiempo de los coeficientes de correlación entre el mercado accionario y de bonos argentino que permita estimar el rendimiento del índice Merval –principal índice accionario argentino- medido en dólares para el período 1999-2016. El modelo de valuación que se utiliza es el de Goldman-Sachs, dejando para futuras investigaciones el estudio del filtro bajo la óptica de otros modelos que incorporen el riesgo país. La estimación es contrastada con los retornos efectivos en el período bajo análisis (predicción *in-sample*) y el método de estimación de los coeficientes variantes en el tiempo es el filtro de Kalman, la herramienta

recursiva que, en combinación con la maximización de la función de verosimilitud, minimiza el error cuadrático medio.

Como objetivo secundario el trabajo se propone comparar el ajuste del modelo con el filtro de Kalman con otras técnicas utilizadas comúnmente como mínimos cuadrados ordinarios y ventanas recursivas.

Finalmente, la estructura del trabajo está dividida en dos secciones. La primera parte está dedicada al marco teórico del trabajo y la misma cuenta con una breve introducción a los modelos de valuación en general, una descripción de los modelos de valuación para emergentes y el desarrollo del enfoque de Goldman-Sachs con incorporación de riesgo país que se utiliza en el trabajo. En esta sección se introduce el debate del comportamiento de la variable inobservable en el tiempo (constante vs. dinámico) y, finalmente, se presenta la metodología del filtro de Kalman.

La segunda sección del trabajo presenta el modelo de valuación bajo la representación espacio-estado y el conjunto de ecuaciones del filtro de Kalman. En el mismo se incluye el planteo formal del problema, los objetivos e hipótesis, la descripción teórica del modelo, la descripción de las variables y los datos, y el proceso de estimación de la variable estado (inobservable). Esta sección concluye con un análisis de los resultados y los principales hallazgos.

Por último, luego de la segunda sección se presenta un apartado con las conclusiones y reflexiones finales del trabajo.

Sección I Marco Teórico

Pocas variables son tan relevantes para una compañía como su costo de capital, necesaria para la valuación de la empresa, evaluación de proyectos y optimización de su estructura de capital. Es así como han surgido diversas ramas de investigación para tratar de modelar el comportamiento del retorno de las acciones, como la teoría moderna de portafolios y la teoría de las finanzas conductuales, entre otras. En esta sección del trabajo se presentan resumidamente los modelos de valuación más difundidos y aplicados a nivel global.

- *Introducción a modelos de valuación*

✓ *Teoría moderna de Portafolio*

El modelo de selección de portafolios de Markowitz (1952), basado en la eficiencia de los mercados y en la racionalidad de los inversores, asume que los inversores son aversos al riesgo y que al momento de elegir un portafolio sólo les interesa la media y varianza de su inversión de un período. De esta manera, seleccionarán portafolios media-varianza eficientes de forma tal que minimicen la varianza del retorno de un portafolio para un retorno esperado dado (y maximicen el retorno esperado, dada una varianza). En este sentido, la teoría de selección de portafolios de Markowitz asume que los inversores son optimizadores de la relación media-varianza, es decir, buscan portafolios que tengan la varianza de la rentabilidad más baja posible para cada nivel de rentabilidad media. Así, si se tiene un conjunto de activos con riesgo y se generan todas las configuraciones de portafolios de inversión posibles con tal conjunto, al graficar la rentabilidad esperada de los portafolios que presentan la máxima rentabilidad para cada nivel de varianza posible, se obtiene la curva denominada frontera eficiente.

Adicionalmente, de acuerdo a esta teoría, los mercados financieros no tienen fricciones, es decir, en ellos no existen restricciones a las ventas en corto, ni costos de transacción, y tampoco barreras impositivas de regulación por la compra y venta de activos.

Con la teoría de diversificación para la disminución del riesgo de los portafolios, Markowitz sentó las bases para la teoría moderna de portafolio. Esta teoría básicamente se fundamenta en que los inversores racionales utilizan la diversificación para optimizar el rendimiento de sus portafolios. De este modo, el retorno que deberán exigir los inversores no dependerá del riesgo de una acción, ya que parte de este riesgo es diversificable y se puede eliminar mediante la diversificación, sino que dependerá de la fracción de riesgo de la acción que no puede ser eliminada por la diversificación.

Al incorporar en el modelo una tasa libre de riesgo, la cual se asume igual para todos los inversores, se obtiene la Capital Market Line (CML), como el conjunto de diferentes inversiones diversificadas factibles a decidir por parte de los inversores.

✓ *Capital Asset Pricing Model (CAPM)*

Desarrollado por W. Sharpe (1964), J. Lintner (1965) y J. Mossin (1966), el modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM) tiene como propósito principal analizar un portafolio tangente del horizonte media-varianza de Markowitz, ubicado sobre la frontera eficiente de portafolios óptimos formados con todos los activos riesgosos del mercado y un activo libre de riesgo. Dicho portafolio tangente es aquel en el cual el peso de cada activo es el valor de mercado del mismo -también llamado capitalización de mercado- dividido por el valor de mercado de todos los activos arriesgados. El CAPM vincula el rendimiento esperado de un activo con su riesgo sistemático de mercado mediante el coeficiente *beta* (β).

El modelo, con diversas adaptaciones, se ha extendido al cálculo del retorno sobre el patrimonio de empresas y el rendimiento esperado sobre acciones en los mercados financieros de todo el mundo (Lintner, 1965; Merton, 1971; Ross, 1977; Fama & French, 2004). Los supuestos más importantes en los que se basa el modelo pueden ser resumidos en siete puntos:

1. Inversores aversos al riesgo.
2. Existencia de un activo libre de riesgo accesible para los inversores.
3. Todos los activos del mercado son negociables y divisibles.
4. Número definido de activos, sus cantidades se fijan dentro del período.

5. Mercados libres de fricciones (no existen costos de transacción, impuestos ni barreras de acceso).

6. Inexistencia de información asimétrica. Inversores con expectativas homogéneas respecto a las varianzas-covarianzas y a los retornos esperados de los activos.

7. Distribución normal de los rendimientos de los activos.

La relación de equilibrio que describe el CAPM puede ser representada de la siguiente manera,

$$E(r_i) = r_f + \beta_{im} (E(r_m) - r_f)$$

Donde $E(r_i)$ es la tasa de rendimiento esperada de capital sobre el activo i ; β_{im} es el coeficiente beta -la cantidad de riesgo con respecto al portafolio de mercado- y también $\beta_{im} = \frac{Cov(r_i, r_f)}{Var(r_m)}$; r_f el rendimiento de un activo libre de riesgo; r_m el rendimiento del mercado; y el término $(E(r_m) - r_f)$ hace referencia al exceso de rentabilidad del portafolio de mercado (también conocido como Market Risk Premium).

Como se mencionara anteriormente, el riesgo dentro de un portafolio incluye el riesgo sistemático, conocido también como riesgo no diversificable. Este riesgo se refiere a aquel al que están expuestos todos los activos en un mercado. Por el contrario, el riesgo diversificable es aquel intrínseco a cada activo individual. Siguiendo la teoría moderna de portafolio, el riesgo diversificable puede reducirse agregando activos al portafolio de forma tal que se mitiguen unos a otros. Sin embargo, el riesgo sistemático no puede ser eliminado. Por lo tanto, un inversor racional no debería tomar ningún riesgo que sea diversificable, ya que solamente el riesgo no diversificable es recompensado en el alcance de este modelo. Precisamente, será el coeficiente beta el que permitirá medir el riesgo sistémico.

El beta mide de sensibilidad del retorno del activo a cambios en el rendimiento del portafolio de mercado. Captura el único tipo de riesgo que debe recompensarse con un rendimiento esperado superior a la tasa libre de riesgo. El portafolio de mercado de todos los activos (comúnmente se utiliza un índice *benchmark* del mercado) tiene un beta igual a uno. Acciones individuales con betas mayores a 1 indican que el activo tiene un riesgo mayor al

promedio de todo el mercado; por el contrario, betas por debajo de 1 expresan un riesgo menor. Por lo tanto, un activo con un beta alto debe ser descontado a una mayor tasa como medio para recompensar al inversor por asumir el riesgo que el activo acarrea.

Cabe destacar que en el modelo CAPM simple presentado anteriormente, el beta no está apalancado, es decir que se supone que una empresa no tiene deuda en su estructura de capital, por lo tanto no se incorpora el riesgo financiero y, en caso de querer incorporarlo, se deberá determinar un beta apalancado y, por tanto, el rendimiento esperado será más alto.

En cuanto a la popularidad del modelo, el CAPM es uno de los más difundidos tanto en el mundo académico como en el empresarial¹. Las principales ventajas con las que cuenta el modelo pueden ser resumidas de la siguiente manera:

- Exhibe una relación positiva entre el riesgo y el retorno, lo cual desde el punto de vista práctico es correcto y simplifica la valuación.
- Considera los beneficios atribuibles a la diversificación de inversiones.
- Cuenta con sustento empírico en países desarrollados². Para las carteras de acciones en mercados financieros relativamente eficientes, como los que caracterizan a los países más desarrollados, empíricamente se ha mostrado que la relación entre el beta y el rendimiento es lineal en concordancia con el modelo CAPM.

No obstante, el modelo CAPM posee ciertas limitaciones que pueden ser resumidas a continuación:

- El modelo no incluye otras fuentes de riesgos típicos de economías emergentes, volviéndose inapropiado para la valuación de activos en estos países.
- Estudios empíricos demuestran que activos con bajos betas pueden ofrecer retornos más altos de los que el modelo sugiere³.

¹ Bruner, R. F., Eades, K. M., Harris, R. S., & Higgins, R. C. (1998). Pereiro et al. (2000).

² Black, F & Scholes, M (1973); Fama, E.F. & McBeth (1993).

³ Fernández, M (2006); Estrada, J. (2007); Rodríguez, W., & Maturana, C. (2010).

- La mayoría de los analistas utiliza un índice accionario bien diversificado (como el S&P 500 de EE.UU.) como la cartera de mercado. No obstante, ningún índice cumple con la definición de *cartera de mercado* de acuerdo al CAPM puesto que la misma debería ser la sumatoria de todos los activos riesgosos disponibles para invertir.
- La distribución de rendimientos suele presentar “colas anchas”, dejando entrever que las probabilidades reales asociadas a rendimientos extremos de los activo pueden ser mayores a las que pronostica la distribución normal.
- El modelo asume que todos los inversores tienen acceso a la misma información, y se ponen de acuerdo sobre el riesgo y el retorno esperado para todos los activos.

No obstante, mientras se desarrollan medidas más sofisticadas para medir el riesgo empresarial, el CAPM continua siendo el modelo más popular al brindar una solución valiosa y sencilla para estimar la percepción del riesgo, y habida cuenta que algunas de sus limitaciones pueden ser mitigadas con pequeñas modificaciones al modelo.

✓ *Teoría de valoración por arbitraje (APT)*

La Teoría de Valoración por Arbitraje (APT, por sus siglas en inglés) se centra en un modelo de equilibrio de valoración de activos desarrollado por Ross en 1976, quien consideró que eran necesarios varios factores de riesgo para explicar las variaciones en la rentabilidad de un activo. El estudio de Ross fue complementado más adelante por Chan, Chen & Hsieh (1985), Chen, Roll & Ross (1986) y Fama & French (1993, 1996). A partir de la APT se obtiene una generalización del modelo CAPM, en la que se introducen múltiples factores de riesgo.

Bajo esta teoría, el retorno de cualquier activo riesgoso es considerado como una combinación lineal de varios factores y no exclusivamente de la tasa de retorno del portafolio de mercado. La idea que prevalece es que la rentabilidad esperada de un activo es una función lineal de su riesgo sistemático, medido éste por una serie de coeficientes asociados a otros factores comunes explicativos (tasa mensual de crecimiento del producto interno bruto, diferencial entre la inflación actual y la esperada, cambios en la prima de riesgo crediticio, entre otros). De este modo, al igual que el CAPM, el APT considera que el único

riesgo que el mercado está dispuesto a remunerar es el sistemático, dado que el resto del riesgo se puede eliminar mediante la diversificación de la cartera.

El modelo multifactorial tiene la siguiente forma:

$$r_i = \alpha_i + \beta_1 r_m + \beta_{1i} F_1 + \beta_{i2} F_2 + \dots + \beta_{ni} F_n + e_i$$

Donde, r_i es el retorno de la acción i ; β_i es el beta de la acción i asociado al rendimiento del mercado; β_{ji} es el beta de cada acción i asociado al factor j del modelo; r_m es el retorno del mercado; r_m es el retorno del mercado; F_j es el factor j utilizado para explicar el retorno de la acción i ; e_i es el error no sistemático y α_i es el intercepto para el modelo del activo i .

Fama y French (1993) investigaron el poder explicativo de ciertos factores asociados a las características de cada empresa en el retorno de la acción. Los autores destacaron el tamaño de la empresa (medido como la capitalización bursátil), la relación libro-bolsa y el ratio precio/utilidades, entre otros.

El modelo propuesto por Fama-French, conocido como modelo de tres factores, es el siguiente:

$$r_i = \alpha_i + r_f + \beta_1 r_m + \beta_{1i} SMB + \beta_{i2} HML + e_i$$

Donde r_f es la tasa libre de riesgo; r_m es el exceso de rentabilidad del portafolio de mercado; SMB (*Small Minus Big*) es la diferencia entre el retorno de portafolios entre pequeñas y grandes empresas; y HML (*High Minus Low*) es la diferencia entre el retorno de portafolios entre empresas de ratios libro-bolsa altos y empresas con ratio bajo. Fama y French notaron que estas dos últimas variables –conocidas también como *Size Premium* y *Value Premium*– capturaban buena parte del retorno de los portafolios que el modelo CAPM no podía predecir.

Al igual que con el modelo CAPM, el modelo de los tres factores de Fama y French también cuenta con detractores que principalmente señalan la complejidad en la elaboración de los factores SMB y HML.

- *Modelos de valuación para emergentes*

Pese a las limitaciones con las que cuenta el modelo CAPM, estudios como el de Pereiro (2002) y Dumrauf (2003) indicaron que en Argentina la popularidad de este modelo sigue siendo muy alta en las valuaciones de las compañías. Entre los principales motivos, los autores destacan la practicidad y simplicidad del modelo, la vigencia del CAPM como *benchmark* de valuación a nivel mundial, y la abundancia de datos que facilitan la aplicación del modelo.

No obstante, es indudable que el modelo CAPM cuenta con supuestos muy fuertes que generalmente no se cumplen en economías emergentes. Tal como reconoce Pereiro (2002), el modelo suele subestimar la tasa de descuento en estos casos y por ende es importante que surjan metodologías alternativas. En este sentido, es necesario contar con modelos que incorporen –generalmente *ad-hoc*- otras fuentes de riesgos características de estas economías emergentes. Tal es así que, en las últimas dos décadas, se han presentado una serie de propuestas para estimar el costo del capital accionario para inversores diversificados que desean invertir en mercados emergentes. Una compilación de estos modelos puede encontrarse en Pereiro y Galli (2000) y Fornero (2002)⁴.

A continuación se introducirán brevemente algunas de las metodologías alternativas más utilizadas para la valuación de activos en economías emergentes. Como se observará, los modelos aquí expuestos incorporan de algún modo el riesgo país en la valuación. Precisamente existe discrepancia en el modo en el cuál se incorpora el riesgo país a los modelos. Los tres enfoques que se presentarán a continuación –Lessard, Godfrey-Espinosa y Salomon-Smith-Barney- pueden ser interpretados como una variación del modelo general en donde el rendimiento requerido sobre el capital es expresado de la siguiente manera:

$$R = R_f + MRP.SR + A$$

Siendo R_f la tasa libre de riesgo, MRP la prima de riesgo del mercado, SR el riesgo específico de la inversión, y A un ajuste adicional.

⁴ Pereiro (2002) realiza una investigación de los modelos de valuación utilizados en Argentina a partir de una encuesta a 55 empresas. Del análisis de dicha investigación, el autor concluye que el modelo más utilizado en el país era el CAPM.

Tanto el riesgo específico de la inversión como el ajuste adicional difieren en los tres modelos que se consideran. Sin embargo, los tres tienen dos puntos en común: la tasa libre de riesgo y la primera de riesgo del mercado. Para calcular el primero se suele utilizar el rendimiento de los bonos soberanos de EE.UU. para el plazo del proyecto en cuestión; para el segundo hay distintas formas de estimarlo que serán presentadas en la segunda sección.

✓ *Modelo jerárquico de Lessard*

En este modelo, Lessard (1996) propone incorporar el riesgo específico de forma diferente a la que lo hace el modelo CAPM. En particular, propone medir el riesgo específico como el producto entre el beta del proyecto (β_p) y el beta del país (β_c), donde el primer beta intenta capturar el riesgo de la industria y el segundo el riesgo del país en el cual se encuentra el proyecto. De modo tal que:

$$SR = \beta_p \beta_c$$

. Por ende, en este enfoque, el costo de capital al invertir en una industria p en un país c viene dado por:

$$R = R_f + MRP \cdot \beta_p \beta_c + A$$

El modelo de Lessard goza de cierta popularidad entre los analistas de inversión principalmente porque incrementa el beta de la acción ajustándolo por el beta del mercado emergente (Fuenzalida & Mongrut, 2010). No obstante, la dificultad para calcular el beta del proyecto y el beta del país lo vuelve menos atractivo a la hora de la valuación.

✓ *Enfoque Godfrey-Espinosa*

El modelo introducido por Godfrey-Espinosa en 1996 sugiere dos ajustes respecto al CAPM. El primero, tiene que ver con el ajuste de la tasa libre de riesgo por el diferencial de rendimiento (*yield spread*) entre la economía emergente donde se encuentra el proyecto y EE.UU. (YSc); el segundo ajustes viene por el lado de la incorporación en el riesgo específico del 60% de la volatilidad del mercado accionario del país emergente en relación con la volatilidad del mercado mundial (σ_c/σ_w). Más precisamente,

$$A = YS_c$$

$$SR = (0,60) \cdot (\sigma_c / \sigma_w)$$

Donde σ_c y σ_w son las desviaciones estándar de los retornos del mercado accionario del país c y del mercado accionario mundial w . De este modo, en este enfoque el costo del capital está representado por:

$$R = (R_f + YS_c) + MRP \cdot \{(0,60) \cdot (\sigma_c / \sigma_w)\}$$

El ajuste por el diferencial de rendimiento intenta reflejar el riesgo adicional de invertir en el país donde está basado el proyecto. Se suele usar el Indicador de Bonos de Mercados Emergentes -conocido popularmente como EMBI, por sus siglas en inglés- elaborado por JP Morgan, que refleja la diferencia en la tasa de interés que pagan los bonos denominados en dólares emitidos por países emergentes y los Bonos del Tesoro de Estados Unidos, que se consideran "libres" de riesgo.

Por su parte, el riesgo específico captura otras fuentes de riesgos propias del país emergente, y es multiplicado por el coeficiente 0,60. Este número es un promedio aproximado del riesgo reflejado por el mercado de acciones en economías emergentes pero no por el mercado de bonos. Teniendo en cuenta que el *yield spread* incorpora el riesgo adicional por parte del mercado de bonos, y buscando evitar la doble contabilidad del riesgo, Godfrey-Espinosa fijan *ad hoc* el coeficiente del riesgo del mercado accionario de bonos del emergente en 0,60.

Una crítica que se le suele hacer a este modelo es que la naturaleza del proyecto no es tomada en cuenta por cuanto no se incluye el riesgo específico del proyecto sino el riesgo por el país en donde se encuentra el mismo. En otras palabras, no hay diferencia respecto a la industria del proyecto ya que lo único que importa es el país donde está basado el mismo. Por otro lado, también se le recrimina la determinación *ad hoc* del coeficiente del riesgo específico.

✓ *Enfoque Salomon-Smith-Barney*

A diferencia de los modelos anteriores, el enfoque de Salomon-Smith-Barney (2002)

propone considerar simultáneamente el riesgo de invertir en una industria específica, el riesgo país y el riesgo por otras características del proyecto. En este sentido, al diferencial de rendimientos del modelo anterior (YS_c) se lo ajusta por tres factores: el acceso al mercado de capitales de la compañía, la susceptibilidad de la inversión al riesgo político; y la importancia financiera del proyecto para la compañía:

$$A = \left\{ (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) / 30 \right\} \cdot YS_c$$

donde cada coeficiente γ es medido en una escala del 1 al 10. En particular:

- γ_1 captura el acceso de la empresa al mercado de capitales, siendo 0 el libre acceso al mercado y 10 con restricciones totales para el ingreso.
- γ_2 captura la sensibilidad del proyecto al riesgo político, con 0 indicando nula susceptibilidad a la intervención política y 10 la máxima susceptibilidad posible.
- γ_3 captura la importancia financiera del proyecto para la compañía, con 0 indicando que el proyecto demanda una proporción pequeña del capital de la empresa, y 10 indicando una gran proporción.

Generalmente, γ_1 será bajo si se trata de grandes empresas internacionales y alto para compañías poco diversificadas. Por su parte, γ_2 es un cálculo aproximado de la probabilidad de expropiación y por eso será alto para industrias en donde la expropiación es habitual (ej. recursos naturales) y baja en otras industrias donde no suele suceder (comercio minorista). Finalmente, γ_3 será baja para grandes empresas que invierten en relativamente pequeños proyectos y será alta para pequeñas empresas *apostando* a grandes proyectos.

La sumatoria de γ_1, γ_2 y γ_3 estará entre 0 y 30 y luego se la dividirá por 30, lo cual implica que el ajuste al *yield spread* variará entre 0 y 1. En los escenarios extremos, se tendrá que $A = YS_c$ o $A = 0$. Para ilustrar esta situación, una gran empresa internacional invirtiendo una pequeña proporción de su capital en un proyecto de una industria poco expropiable no debería hacer ningún ajuste por riesgo político ($A = 0$). Por el contrario, una pequeña compañía invirtiendo una gran proporción de su capital en un proyecto de una industria

altamente expropiable como es la de recursos naturales, tendrá que incorporar necesariamente el riesgo político ($A = YS_c$).

Adicionalmente, como se indicara anteriormente, este modelo propone cuantificar el riesgo específico con un beta para el proyecto que pretende capturar la covarianza de la industria específica con respecto al mercado global.

$$SR = \beta_p$$

En síntesis, de acuerdo a este enfoque, el costo de capital viene dado por:

$$R = R_f + MRP \cdot \beta_p + \left\{ (\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3) / 30 \right\} \cdot YS_c$$

A diferencia del modelo de Godfrey-Espinosa, la tasa de descuento para el proyecto dependerá de la empresa que está considerando realizar la inversión.

En resumen, como se mencionara anteriormente, en Argentina la popularidad del CAPM sigue siendo muy alta a pesar de la baja probabilidad que se cumplan los supuestos del modelo en contextos de economías emergentes. No obstante, otras investigaciones que estudiaron la literatura local de enfoque de cartera como Rodríguez & Maturana (2010), Fernández (2006) y Dumrauf (2004) indicaron que es preferible realizar ciertos ajustes al modelo general del CAPM que incorporen otras fuentes de riesgo como el riesgo país cuando se tratase de una economía emergente. En el siguiente apartado se desarrollará el enfoque de Mariscal-Hargis (1999), también conocido como el modelo Goldman-Sachs, que se utiliza este trabajo.

- *Modelo Goldman-Sachs con incorporación riesgo país*

Uno de los trabajos pioneros en la literatura de estimación del costo de capital para economías emergentes fue el propuesto por Mariscal and Lee (1993). Años posteriores, Mariscal y Hargis (1999) partieron de dicha investigación para diseñar un modelo de valuación que es muy utilizado en mercados emergentes aún en la actualidad. Este enfoque también es conocido como el modelo Goldman-Sachs por cuanto ambos autores propusieron

el modelo mientras trabajaban en la compañía financiera⁵.

En líneas generales, el modelo original de Goldman-Sachs sugiere que el costo de capital debe estimarse de la siguiente forma:

$$E(R_i) = R_B^{US} + \beta_i^{S\&P} (R_M^{S\&P} - R_B^{US}) + (R_B^{ME} - R_B^{US})$$

donde:

R_B^{US} es la tasa libre de riesgo de EE.UU.

$\beta_i^{S\&P}$: es el riesgo sistemático del mercado en relación al índice del Standard & Poor 500.

$R_M^{S\&P} - R_B^{US}$: es la prima de riesgo de mercado

$R_B^{ME} - R_B^{US}$: es el diferencial de rendimiento de bonos emergente y bonos del tesoro americano por invertir en economía emergente. Se conoce como *yield spread* y se suele utilizar el riesgo país medido por JP Morgan (EMBI). (YS_c)

El modelo puede ser pensado como una propuesta superadora al modelo de Godfrey-Espinosa, sugiriendo un mejor ajuste para evitar contabilizar dos veces el riesgo proveniente del mercado de bonos y el de acciones⁶. Más precisamente, el modelo de Goldman-Sachs propone reemplazar el ajuste fijo y arbitrario del 0,60 por la resta de 1 (uno) menos la correlación observada entre el mercado de acciones y de bonos de la economía emergente en donde está basado el proyecto. En otras palabras, lo que propone es estimar el riesgo específico de la siguiente manera:

$$SR = (1 - \rho_{SB}) \cdot (\sigma_c / \sigma_w)$$

donde,

ρ_{SB} representa la correlación entre el mercado de acciones (s) y de bonos (b) de la economía emergente.

σ_c es la volatilidad del mercado de acciones del emergente

σ_w es la volatilidad del mercado de acciones mundial (generalmente se toma como referencia el mercado accionario de EE.UU., el S&P).

⁵ Mariscal, J., & Hargis, K. (1999). A long-term perspective on short-term risk. *Goldman Sachs Investment Research*.

⁶ Estrada, J. (2007). Discount rates in emerging markets: Four models and an application. *Journal of Applied Corporate Finance*, 19(2), 72-77.

Adicionalmente, al igual que sucede en Godfrey-Espinosa, el modelo de Goldman-Sachs incorpora el siguiente ajuste:

$$A = YS_c$$

De este modo, en este enfoque, el costo de capital viene dado por:

$$R = (R_f + YS_c) + MRP \cdot \{(1 - \rho_{SB}) \cdot (\sigma_c / \sigma_w)\}$$

La intuición detrás de este ajuste más sofisticado para contabilizar el riesgo proveniente del mercado accionario y de bonos es la siguiente: si el mercado accionario y de bonos están perfectamente correlacionados ($\rho_{SB} = 1$), ambos mercados reflejan las mismas fuentes de riesgo y YS_c capturaría todo el riesgo relevante de inversión en el país emergente. Por el contrario, si el mercado accionario y de bonos del emergente no están correlacionado ($\rho_{SB} = 0$), cada uno de los mercados reflejaría diferentes fuentes de riesgo. En ese caso, YS_c cuantificaría el riesgo reflejado en el mercado de bonos y σ_c / σ_w el riesgo adicional del mercado de acciones.

Como en la práctica seguramente suceda que $0 < \rho_{SB} < 1$, el modelo incorpora tanto el riesgo del mercado de acciones como el de bonos pero evitando contabilizar dos veces las fuentes de riesgo.

Como se detallara anteriormente, la diferencia entre los modelos que incorporan el factor de riesgo país está en la forma en que lo incluyen. En este sentido, el modelo de Goldman-Sachs asume que el riesgo país debe ser incorporado en la tasa libre de riesgo, mientras que el modelo de Lessard, por ejemplo, asume que este factor debe ser incluido en el riesgo sistemático del mercado (beta).

Pese a la popularidad que ha adquirido en los mercados emergentes, el modelo de Goldman-Sachs no está exento de críticas. Uno de los principales cuestionamientos tiene que ver con la ausencia de discriminación por industria o actividad en la valuación puesto que el modelo no incorpora un riesgo específico de la empresa/proyecto sino que el riesgo

relevante es a nivel país.

Pese a que la crítica no es menor, aun así el modelo no deja de tener validez por cuanto los inversores con intenciones de invertir en un proyecto en una economía emergente tendrán en cuenta al riesgo país como una de los principales *drivers* que guiarán la decisión de inversión. Adicionalmente, uno de los motivos por los cuales los modelos que incorporan simultáneamente tanto riesgo país como riesgo específico de la industria y/o proyecto no son muy utilizados en los mercados emergentes tiene que ver con la escasez de información disponible para calcular el riesgo específico de la firma -como en el caso del modelo Salomon-Smith-Barney-, lo cual dificulta la estimación del costo de capital requerido.

En este sentido, como se comentara anteriormente, no hay consenso en el modelo de valuación que debe utilizarse para emergentes (distinto al consenso que sí existe en el uso del CAPM para países desarrollados). La diversidad de estos modelos –Lessard; Godfrey-Espinosa; Goldman-Sachs; Salomon-Smith-Barney- tiene que ver con el abordaje e incorporación del riesgo país en la valuación. De igual modo que sucede con el CAPM en donde los supuestos son muy fuertes y suelen no cumplirse cuando estamos evaluando un proyecto en una economía emergente, hemos visto que los modelos para emergentes aquí estudiados también son cuestionados.

En este contexto, en el trabajo se adopta el modelo de Goldman-Sachs para realizar la estimación de los retornos mensuales de un activo financiero (o una cartera de acciones) con la metodología del filtro de Kalman que se verá más adelante. De este modo, se deja abierta la posibilidad para que futuras investigaciones consideren otros modelos de valuación para emergentes que incorporen el riesgo específico de la industria o proyecto.

- *¿Coeficientes constantes o dinámicos?*

El beta es una de las variables más estudiadas en el campo de las finanzas. Como se mencionara anteriormente, en el modelo del CAPM el coeficiente beta (β) refleja el riesgo sistémico, es decir representa la sensibilidad específica al riesgo no diversificable del mercado y relaciona el retorno esperado de la acción con el del mercado. Análogamente, se

podría considerar el coeficiente beta del modelo Goldman-Sachas a la correlación no-observable entre el mercado accionario y de bonos del mercado emergente.

Desde la aparición del modelo CAPM a comienzo de la segunda mitad del siglo XX, se ha abierto un extenso debate en torno al comportamiento del coeficiente beta. En este sentido, aparecen dos principales abordajes. El primero asume al parámetro constante en el tiempo y para estimarlo se suele utilizar la metodología de estimación de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) para todo el período bajo análisis. El segundo considera al coeficiente inobservable del modelo como función del tiempo. Aquí aparecen algunas técnicas de estimación como las ventanas recursivas de MCO, betas estacionales y el filtro de Kalman.

Es sumamente importante comprender el comportamiento y estabilidad del coeficiente beta para la definición de la metodología de estimación que se aplicará para calcular el mismo. Investigaciones como la de Fusai y Roncoroni (2008), Punales (2011) y Renzi-Ricci (2016) estudian y comparan las diferentes técnicas que permiten modelar y estimar el coeficiente beta tanto cuando éste fuera constante o dinámico. Estos trabajos comparan los modelos aplicados mediante el cálculo del error cuadrático medio (ECM), que mide el promedio de la diferencia entre el estimador y el valor efectivo del parámetro. El ECM es una medida estadística muy utilizada para determinar la calidad del estimador y suele utilizarse para comparar la precisión de diferentes modelos. En este sentido, un ECM bajo indica que el modelo provee, en promedio, una predicción precisa del valor estimado del beta. Lo contrario sucede cuando el ECM es alto y, por ende, la predicción es imprecisa.

A continuación, se hará una descripción del modelo de MCO y en el siguiente apartado se introducirá la metodología del filtro de Kalman que se utilizará en la segunda sección.

✓ *Método Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)*

El método de estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) es la técnica dominante cuando se trata de estimar el coeficiente beta de los modelos de valuación. El método asume que los parámetros estimados se mantienen constantes en el tiempo y consiste en minimizar la suma de los errores (elevados al cuadrado) que se obtendrían al estimar los

valores de la variable endógena a partir de los valores de las variables exógenas en cada una de las observaciones muestrales, usando el modelo propuesto, y comparándolos con los valores que realmente toma la variable endógena. Los parámetros que logran minimizar esa suma de errores cuadráticos, son considerados como los estimadores de MCO. En otras palabras, el método MCO permite obtener la recta que mejor aproxima los puntos de un plano permitiendo así predecir puntos en el fenómeno que se esté estudiando.

Si bien, la técnica de MCO es una de las más populares en los estudios de valuación de activos, la misma acarrea una serie de problemas. En primer lugar, el método presupone que la relación entre las variables es lineal y está bien especificada. Para los casos de no linealidad se recurre a métodos para obtener una relación lineal que sea equivalente, o a aproximaciones lineales, o bien a herramientas de optimización que absorban la relación no lineal para obtener también unos valores de los parámetros que minimicen el error cuadrático.

En segundo lugar, otro supuesto del modelo es la normalidad de los errores del modelo, que es importante de cara a los contrastes de hipótesis con muestras pequeñas. No obstante, en muestras grandes, el teorema del límite central justifica la suposición de una distribución normal para el estimador de mínimos cuadrados.

El problema se complica sobre todo a la hora de hacer contrastes de hipótesis, si existe la creencia que la varianza de los errores del modelo cambia con el tiempo, fenómeno conocido como heterocedasticidad. La heterocedasticidad se puede detectar con ciertas técnicas estadísticas y para resolverla hay que usar métodos que estimen el valor dinámico de la varianza y usar lo obtenido para corregir los valores de la muestra. A esta modificación en la estimación se la conoce como método de Mínimos Cuadrados Generalizados.

Otra dificultad que afronta el método de MCO ocurre cuando los errores para distintos periodos están correlacionados, lo que se conoce como autocorrelación. Al igual que con la heterocedasticidad, existen diversos métodos para detectar este problema y para corregirlo modificando los valores de la muestra, que también son parte del método de los mínimos cuadrados generalizados.

Otro problema bastante frecuente de la estimación por MCO es el de la multicolinealidad, que generalmente sucede cuando alguna de las variables exógenas depende de otra variable exógena del mismo modelo considerado, introduciendo un sesgo en la información aportada a la variable endógena y puede hacer que el método de mínimos cuadrados no se aplicara correctamente. Por lo general, la solución suele ser encontrar las variables que están causando la multicolinealidad y reescribir el modelo de acuerdo con ello.

Por otro lado, el supuesto de que el coeficiente beta se mantiene constante en el tiempo puede ser inadecuado y fallar a la hora de tratar de capturar los cambios a través del tiempo del riesgo sistemático (no-diversificable). En este sentido, dejando de lado la teoría dominante, aparecen otras técnicas de estimación recursivas que permiten actualizar el coeficiente beta cuando éste depende del tiempo (*time-varying*).

Precisamente, la estimación recursiva consiste en la estimación secuencial del modelo especificado para distintos tamaños muestrales. Se utiliza generalmente para analizar la estabilidad de un modelo y se la suele utilizar cuando se desconoce el momento en que se ha producido un cambio o quiebre estructural. En cada estimación se obtiene un vector de parámetros estimados que permite a su vez calcular la predicción de la variable endógena para el periodo siguiente y el error de predicción correspondiente. De este modo, con las sucesivas estimaciones, se generan las series de los llamados “coeficientes recursivos” y “residuos recursivos”. La premisa es que si no hay cambio estructural, se espera que las estimaciones de los parámetros se mantengan esencialmente constantes al ir aumentando la muestra en forma secuencial y los residuos no se desvíen ampliamente de cero.

Una de las técnicas más conocidas en la estimación recursiva es el de ventanas recursivas (*rolling window*). Este método se refiere a la estimación secuencial que mantiene constante el tamaño de muestra, es decir, simultáneamente se agregan al final y se eliminan al inicio observaciones de manera tal que el número total de observaciones en cada regresión se mantenga constante⁷.

⁷ Kikut, A. (2003). Técnicas recursivas de estimación de los coeficientes de regresión. *Banco Central de Costa Rica, DEPARTAMENTO DE INVESTIGACIONES ECONOMICAS, DIE-66-2003-IT*

Por otro lado, entre los métodos que estudian el comportamiento dinámico de una variable se encuentra el filtro de Kalman, un método recursivo que utiliza toda la historia de la serie que permite filtrar el ruido de la estimación y generar una serie de la variable inobservable, entre otras aplicaciones. El filtro de Kalman será estudiado en el siguiente apartado.

Tanto Punales (2011) como Renzi-Ricci (2016) sintetizan las ventajas y desventajas de cada uno de estos métodos de estimación de los betas dinámicos.

- *Metodología del Filtro de Kalman*

El filtro de Kalman es un algoritmo desarrollado por R. E. Kalman en 1960 que se utiliza para la identificación del estado oculto (no medible) de un sistema dinámico lineal a partir de variables observables que puedan contener algún error de medición⁸. Esta técnica fue utilizada por primera vez por la NASA durante el sistema de navegación del Apolo.

Una de las razones más importantes para estudiar el algoritmo de Kalman radica en que es uno de los principales procedimientos para estimar sistemas dinámicos representados en la forma de espacio-estado, los cuales tienen muchas aplicaciones econométricas de interés. A partir de la representación espacio-estado, el filtro de Kalman permite obtener series temporales de retornos de activos financieros que son utilizados en los modelos de valuación. Además de permite evaluar recursivamente la calidad del modelo a partir de la función de verosimilitud. Por lo tanto, se trata de una potente herramienta para combinar el tratamiento de información junto con cierta incertidumbre.

El filtro de Kalman es un caso específico de estimación bayesiana recursiva ya que conforma un conjunto de ecuaciones matemáticas que proveen una solución recursiva eficiente del método de mínimos cuadrados al proporcionar la estimación de mínima varianza del coeficiente desconocido⁹. En este contexto, la inferencia se entiende como un

⁸ Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 82(1), 35-45.

⁹ Ayuso, A, Pérez D. & Rodríguez R.A (2016), Charles (2010), Barker et.al (1995), Chen (2003) y Punales (2011).

proceso de actualización y ajuste de la estimación a medida que ingresa nueva información. Una vez que el algoritmo pronostica el nuevo estado en el momento t , añade un término de corrección (ganancia de Kalman) y el nuevo estado corregido sirve como condición inicial en la siguiente etapa, $t+1$. De esta forma, la estimación de las variables de estado utiliza toda la información disponible hasta ese momento y no sólo la información hasta la etapa anterior al momento en el cual se realiza la estimación.

Con el correr de los años, el filtro de Kalman comenzó a usarse también en otras áreas de estudio, como la navegación, agricultura, biología, medicina y también en el ámbito de las finanzas. Precisamente en el campo de las finanzas, es recurrente tener que enfrentarse con series que contengan información errónea o incompleta. El objetivo del filtro de Kalman es tomar esta información imperfecta, filtrar la parte útil de los datos de la información errónea y/o incompleta y, de este modo, reducir el ruido de la serie. En este sentido, el filtro de Kalman permite recrear series financieras con datos faltantes o poco confiables.

Una de las primeras investigaciones en aplicar el filtro de Kalman en el ámbito de las finanzas fue el trabajo de Conrad y Kaul en 1988. En dicha investigación, los autores utilizaron la técnica del filtro de Kalman para obtener los retornos esperados de diez portafolios de EE.UU. entre 1962-1985 a partir de la historia de los retornos realizados (proceso autorregresivo). Otros trabajos pioneros que aplicaron el filtro en finanzas fueron el de Hamilton (1994) y Wells (1994). Posteriormente, se sumaron McKenzie et al. (1998), Engel-Valdes (2001), Berardi et al. (2002), Brandt y Kang (2004), Pástor y Stambaugh (2006), Rytchkov (2006), Pinales (2011), Renzi-Ricci (2016), entre otros. En estas investigaciones, se aplicó el filtro para obtener variables no observables como las expectativas de inflación, el PBI mensual, la cantidad de circulante de una economía, la curva de rendimientos de derivados y la cotización spot de *commodities* a partir de los precios futuros, entre otras aplicaciones.

En particular, la utilización del filtro del Kalman en el mundo financiero ha crecido significativamente con el desarrollo de las técnicas de estimación bayesianas de modelos DSGE (modelos de equilibrio general dinámico estocástico) principalmente por el rasgo

dinámico de las variables y la inclusión de una fuente de incertidumbre¹⁰. Lo que hace tan interesante al filtro es precisamente su habilidad para predecir el estado de un sistema en el pasado, presente y futuro, aun cuando la naturaleza precisa del sistema modelado es desconocida.

En este sentido, numerosos trabajos recientes han utilizado el filtro de Kalman en los modelos de decisiones de inversión financiera bajo incertidumbre. De hecho, este filtro viene ganando muchos adeptos por cuanto permite obtener series temporales de momentos de retornos de activos financieros en la estimación de betas dinámicos -variables en el tiempo- de cartera. Un ejemplo claro de su mayor popularidad es la utilización del filtro en el modelo CAPM. Para adaptar el modelo a un entorno variable y dinámico, algunos autores comenzaron a obtener series de betas variables o intertemporales a través del filtro de Kalman (Wells en 1994; Renzi-Ricci en 2016, entre otros).

Como se desarrollará en las siguientes subsecciones, la combinación de la técnica del filtro de Kalman en conjunto con la maximización de la función de verosimilitud se constituye como uno de los mejores abordajes para la estimación de coeficientes dinámicos en el tiempo, como el beta de los modelos de valuación (Punales, 2011).

✓ Representación modelo espacio-estado.

La representación espacio-estado es esencialmente una notación conveniente para la estimación de modelos estocásticos donde se asumen errores en la medición del sistema, lo que permite abordar el manejo de un amplio rango de modelos de series de tiempo. Entre los usos particulares se encuentra la modelación de componentes no observables y parámetros que cambian en el tiempo, así como la representación de modelos ARIMA (Modelo autorregresivo integrado de media móvil) y de algunos otros que requieren ser aproximados por máxima verosimilitud.

La representación espacio-estado cuenta esencialmente con dos ecuaciones matriciales fundamentales. Por un lado, la ecuación de transición o estado que especifica el

¹⁰ Fernández-Villaverde & Rubio-Ramírez (2005), Gianluca & Giulio (2008), Bekiros & Paccagnini (2016).

comportamiento de la variable estado en el tiempo y es la solución del modelo dinámico¹¹. Por otro lado, la ecuación de observación (o medición) que vincula la variable estado (inobservable) con la variable observable.

Supongamos, el siguiente modelo:

$$y_t = \alpha + \sum_{i=1}^k \beta_i X_{it} + u_t$$

Para $t=1, \dots, T$, siendo i el número de factores, y_t la variable dependiente, X_{it} las variables explicativas. Por su parte, β_i son los coeficientes desconocidos que se quieren estimar y u_t es el error con media 0 y varianza σ^2 .¹²

Si se asumiera que los parámetros a estimar fuesen constantes en el tiempo, se podría realizar la estimación mediante Mínimos Cuadrados Ordinarios. No obstante, considerando que los parámetros podrían variar en el tiempo, se estimarán mediante la combinación de la técnica del filtro de Kalman y la maximización de la función de log-verosimilitud¹³.

La técnica del filtro de Kalman es utilizada para obtener el estado de α y β a partir de observaciones recursivas de los parámetros desconocidos para el siguiente modelo general de espacio-estado con $t=1, \dots, T$,

$$y_t = \alpha_t + \sum_{i=1}^k \beta_i X_{it} + \varepsilon_t$$

$$\beta_{it} = M_1 \beta_{i,t-1} + \epsilon_{it}$$

$$\alpha_{it} = M_2 \alpha_{i,t-1} + \xi_t$$

Donde, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_t}^2)$, $\epsilon_{it} \sim N(0, \sigma_{\epsilon_{it}}^2)$, $\xi_t \sim N(0, \sigma_{\xi_t}^2)$ y son independientes.

Como se indicara anteriormente, a la ecuación que vincula las variables estados (en

¹¹ Para alcanzar una solución estable del modelo, los autovalores deben ser menores a 1.

¹² Pinales, A. G. (2011). Time-varying coefficient model and the Kalman filter: Applications to hedge funds.

¹³ Se utiliza la función de log-verosimilitud en lugar de la verosimilitud para aprovechar las propiedades logarítmicas y facilitar la estimación.

este caso β_{it} y α_{it}) con la variable observable del sistema (y_t) se la conoce como ecuación de observación o medición. Por su parte, a la ecuación que muestra el comportamiento de la variable inobservable se la denomina ecuación de transición y estado (en este caso, a modo de ejemplo, se trata de un proceso autorregresivo de primer orden).

Asumiendo que los parámetros α y β siguen un proceso autorregresivo de orden p , las matrices M_1 y M_2 representan la estructura matricial autorregresiva de los coeficientes dinámicos β_t y α_t , siendo:

$$M_{1i} = \begin{bmatrix} \phi_{1i}^{(1)} & \dots & \phi_{pi}^{(1)} \\ \vdots & 1 & \vdots 0 \\ \dots & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} \phi_1^{(2)} & \dots & \phi_p^{(2)} \\ \vdots & 1 & \vdots 0 \\ \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

donde, $\{\phi_l^{(m)}\}_{l=1,\dots,p}^{m=1,2}$ son los parámetros del proceso autorregresivo y i el número de factores del modelo. Para simplificar, los parámetros de la matriz de transición son constantes. Por lo tanto, $M_{1i} = \phi_{1i}$ y $M_2 = \phi_2$ y el modelo puede reescribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$y_t = Z_t \Gamma_t + \varepsilon_t$$

$$\Gamma_t = \Phi \Gamma_{t-1} + \psi_t$$

Asumiendo que $i = 1, \dots, k$ es el número de factores del modelo, donde $\Gamma_t = (\alpha_t \beta_{1t} \beta_{2t} \dots \beta_{ikt})'$, $Z_t = (1 \ X_{1t} \ X_{2t} \ \dots \ X_{kt})$, $\psi_t = (\xi_t \ \epsilon_{1t} \ \epsilon_{2t} \ \dots \ \epsilon_{kt})'$ y $\Phi_t = (\phi_{11} \ \phi_{12} \ \dots \ \phi_{1k})'$.

Se asume que el error está distribuido con media cero y matriz de covarianza H_t . $E(\varepsilon_t) = 0$ y $Var(\varepsilon_t) = H_t$. Se puede suponer H_t constante en el tiempo, $H_t = H = \sigma_\varepsilon^2$. Adicionalmente, $E(\psi_t) = (0 \ 0)'$ y $Var(\psi_t) = \begin{bmatrix} R_t & 0 \\ 0 & Q_t \end{bmatrix}$ donde Q_t y R_t son las matrices diagonales con varianzas ξ_t y $(\epsilon_{1t} \ \epsilon_{2t} \ \dots \ \epsilon_{kt})'$, respectivamente. De forma tal que:

$$R_t = \begin{bmatrix} \sigma_{\xi_1}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \sigma_{\xi_t}^2 \end{bmatrix} \quad Q_t = \begin{bmatrix} \sigma_{\epsilon_{1t}}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & \sigma_{\epsilon_{kt}}^2 \end{bmatrix}$$

donde se puede asumir que $R_t = R = \sigma_{\xi}^2$ constante en todo t y $Q_t = Q$ constante.

De este modo, hay dos conjuntos desconocidos: los parámetros del modelo y los elementos del vector estado Γ_t .

Los supuestos para la aplicación del filtro de Kalman aquí expuesto son de normalidad y no-correlación del vector del estado inicial y de las perturbaciones del sistema.

✓ Ecuaciones de predicción y corrección.

El filtro de Kalman es un procedimiento matemático que opera por medio de un mecanismo de predicción y corrección que combinado con la maximización de la función de verosimilitud provee una solución recursiva eficiente en el sentido que minimiza el error cuadrático medio¹⁴. Para ello, requiere de un sistema de ecuaciones.

Considerando a_t el estimador óptimo de Γ_t basado en toda la información hasta el momento t ; y la covarianza de los estimadores, denotados P_t , siendo $P_t = E_t[(a_t - \Gamma_t)(a_t - \Gamma_t)']$, el set de ecuaciones del filtro de Kalman queda definido de la siguiente forma:

Set de ecuaciones de FK

Predicción	Actualización
$a_{t t-1} = \Phi a_{t-1}$ (a)	$a_t = a_{t t-1} + P_{t t-1} z_t' F_t^{-1} \eta_t$ (c)
$P_{t t-1} = \Phi P_{t-1} \Phi' + (R Q)'$ (b)	$P_t = (I_2 - K_t z_t) P_{t t-1}$ (d)
	$K_t = P_{t t-1} z_t' F_t^{-1}$
	$F_t = z_t P_{t t-1} z_t' + H$
	$y_{t t-1} = z_t a_{t t-1}$
	$\eta_t = y_t - y_{t t-1}$

¹⁴ Pagan, A. (1980). Some identification and estimation results for regression models with stochastically varying coefficients. *Journal of Econometrics*, 13(3), 341-363.

Como se indica, el filtro de Kalman cuenta con dos tipos de ecuaciones. Las primeras son las ecuaciones de predicción que predicen el estado actual a partir del estado previo. El segundo grupo de ecuaciones es de actualización y se encarga de incorporar la nueva información y corregir la estimación. El filtro funciona prediciendo el estado actual utilizando las ecuaciones de predicción seguidas por la incorporación de la nueva información a través de las ecuaciones de corrección. El proceso se repite iterativamente hasta conseguir la serie completa de la variable inobservable.

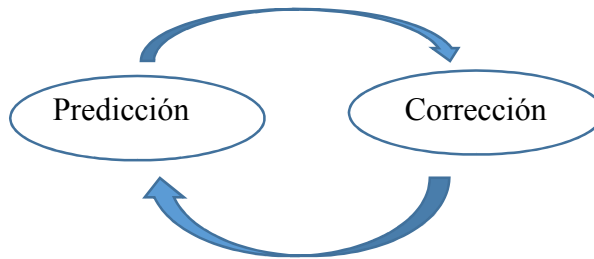
Siendo $a_{t|t-1}$ la estimación *a priori* de la variable estado a partir de la información disponible hasta el momento $t-1$; $P_{t|t-1}$ la estimación *a priori* de la matriz de covarianza del error; η_t el error de predicción –también llamado innovación–; F_t^{-1} la inversa de la matriz de covarianza de la innovación en t ; y K_t la ganancia de Kalman que cumple un rol fundamental en la actualización de la estimación puesto que determina cuán pesadamente se ponderan las innovaciones. Este factor de ponderación o ganancia es seleccionado de tal forma que minimice la covarianza del error de la nueva estimación del estado¹⁵.

El primer paso consiste en asignar unas condiciones iniciales a a_{t-1} y P_{t-1} y así poder realizar el pronóstico *a priori* de a_t y P_t con las ecuaciones (a) y (b).

Una vez ingresada la nueva información, en este caso y_t , se calcula el error de predicción η_t y el modelo ajusta la predicción permitiendo incorporar parte del error de predicción que estará dado por la ganancia de Kalman. De este modo, la ecuación (c) y (d) son las estimaciones *a posteriori* de la variable estado y de la matriz de covarianza del error.

El siguiente paso consiste en generar una nueva estimación del estado que incorpore la nueva observación. El paso final es obtener una nueva estimación de la covarianza del error mediante la ecuación. Después de cada par de actualizaciones, el proceso se repite tomando como punto de partida las nuevas estimaciones del estado y de la covarianza del error. Este rasgo recursivo es una de las características más importantes del filtro de Kalman.

¹⁵ Grewal, M. A., & Andrews, M. AP (1993). Kalman Filtering: Theory and Practice.



En síntesis, el modelo es formulado en estado-espacio y, para un conjunto inicial de parámetros dados, los errores de predicción del modelo son generados por el filtro. Estos son utilizados para evaluar recursivamente la función de verosimilitud hasta maximizarla, como se verá en la siguiente subsección.

✓ Estimación de máxima verosimilitud (EMV)

Una vez generada la distribución de la serie de la variable estado y su covarianza con el filtro de Kalman, es necesario estimar los parámetros desconocidos del modelo $\Theta = (\Phi, H, R, Q)$ y el estado inicial del sistema (a_{t-1} y P_{t-1}). Si el ruido y el estado inicial siguen una distribución normal, estos parámetros pueden obtenerse maximizando la función de verosimilitud (en realidad, para aprovechar algunas de las propiedades logarítmicas, se suele usar la función de log-verosimilitud en lugar de la verosimilitud), a través de la descomposición del error de predicción de manera tal que minimicen el error de predicción η_t y mejoren la estimación de a_t a posteriori mediante K_t .¹⁶

La función de verosimilitud de las observaciones es la función de densidad de probabilidad conjunta respecto a los vectores de los parámetros a estimar ($\Theta = (\Phi, H, R, Q)$) para todo $y = (y_0, \dots, y_t)$.

$$L_{\Theta|y} = f(y_t|Y_{t-1}) f(y_{t-1}|Y_{t-2}) \dots f(y_2|Y_1) f(y_1) = \prod_{t=1}^T f(y_t|Y_{t-1}, \Theta)$$

La idea detrás de la función de verosimilitud es que los datos observados emerjan de

¹⁶ Fusai, G., & Roncoroni, A. (2008). *Implementing models in quantitative finance: methods and cases*. Springer Science & Business Media.

esta función de densidad de probabilidad conjunta. Por consiguiente, los parámetros a estimar dentro de la distribución son elegidos de manera tal que maximicen el valor de la función de verosimilitud, es decir, que proporcionen la probabilidad más alta de que los datos observados realmente ocurran¹⁷.

Tal como se desprende de las derivaciones que se encuentran en Fusai y Roncoroni (2008) y Pinales (2011), aplicando propiedades logarítmicas, se puede reexpresar la función de log-verosimilitud de la siguiente manera:

$$l_{\Theta|y} = -\frac{pT}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln(|F_t|) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \eta_t' F_t^{-1} \eta_t$$

A esta expresión también se la conoce como la *descomposición del error de predicción* (Harvey, 1989). A través de la fórmula de descomposición del error, la función de log-verosimilitud es descompuesta en diferentes instancias de tiempo. La log-verosimilitud en cada momento puede ser representada por las innovaciones η_t y sus varianzas F_t , las cuales son funciones de los parámetros desconocidos $\Theta = (\Phi, H, R, Q)$. Puesto que tanto η_t como F_t implican términos recursivos, los estimadores de máxima verosimilitud obtenidos a partir de la maximización de la sumatoria de la log-verosimilitud en cada momento respecto a Θ se basan en información de la serie temporal completa. En la sección II se detallará el algoritmo de maximización que se utilizará en este trabajo.

Con la maximización inicial de la log-verosimilitud se obtiene los parámetros desconocidos del modelo Θ y los estados iniciales que en un primer momento se asignaron sin cumplir ninguna condición específica. Al obtener estos parámetros, es necesario volver a correr el filtro de Kalman para generar la distribución de la serie de tiempo de la variable inobservable deseada. La estimación de verosimilitud vuelve a calcularse con la nueva distribución y, al aplicar el algoritmo de optimización, genera nuevos estimadores de máxima verosimilitud que serán ingresados nuevamente en el filtro de Kalman. El proceso iterativo continúa hasta alcanzar el criterio de mejora en la función de log-verosimilitud. El

¹⁷ Arnold, T., Bertus, M. J., & Godbey, J. (2008). A simplified approach to understanding the Kalman filter technique. *The Engineering Economist*, 53(2), 140-155.

uso de la estimación de máxima verosimilitud en conjunto con el filtro de Kalman de forma iterativa se conoce como algoritmo esperanza-maximización (o simplemente algoritmo EM) y es uno de los mejores enfoques para estimar coeficientes variantes en el tiempo¹⁸.

¹⁸ Brockwell & Davis (2002), Arnold et al. (2008), Pinales (2011). El nombre del algoritmo se debe al trabajo publicado por Dempster, A. P., Laird, N. M., & Rubin, D. B. (1977).

Sección II Modelo

Introducción

- *Planteo formal del problema*

Como se indicara en la sección anterior, uno de los grandes debates que concentra los esfuerzos de investigación tanto en el mundo académico como en el laboral es el de la valuación de activos. En Argentina y en el mundo, los especialistas diseñan modelos que intentan predecir los retornos que tomarán los activos financieros bajo análisis para, finalmente, tomar decisiones de inversión. No obstante, la metodología de valuación de los activos no está exenta de discusiones, en particular si la valuación es para un activo financiero de un mercado emergente.

Por un lado, entre los especialistas no hay consenso del modelo de valuación adecuado para estimar retornos esperados de activos financieros en Argentina. En este sentido, no parecería correcto valorar una acción o portafolio de acciones del mercado argentino bajo la lupa del modelo simple del CAPM, por cuanto el modelo cuenta con supuestos muy fuertes que raramente se cumplen en los mercados emergentes. En particular, el modelo CAPM no incorpora uno de los factores de riesgos más importantes y que más incide a la hora de tomar la decisión de inversión en un mercado emergente: el riesgo país. Esta variable intenta medir el mayor riesgo que afrontan los inversores al invertir en un mercado emergente a partir de las condiciones económicas, sociales, políticas o incluso naturales y geográficas del país donde se encuentra la empresa.

Habida cuenta de lo inapropiado que resulta la aplicación del CAPM en mercados emergentes, es que surgen innumerables modelos de valuación de activos que incorporan el riesgo país para medir el riesgo específico de estos mercados¹⁹. Uno de los modelos que se presentó en la primera sección fue el de Goldman-Sachs, que es el que se utiliza en el trabajo. No obstante, la estimación de los retornos esperados bajo este modelo debe sortear una serie de dificultades. Por un lado, una de sus variables, ρ_{SB} , que representa la correlación entre el

¹⁹ En Montalván (2007) se detallan las ventajas en la estimación de retornos esperados de economías emergentes latinoamericanas al incluirse el riesgo país.

mercado de acciones y de bonos del país emergente, no es directamente observable y deberá estimarse para poder valorar el activo. Por otro lado, el comportamiento de la variable ρ_{SB} no será constante durante todo el período de análisis sino que dependerá del tiempo, lo cual implica que en cada período se debe estimar el nuevo valor que tomará la variable.

Para sobreponerse a estos obstáculos en la estimación, se aplica el filtro de Kalman descrito en la primera sección el cual permite obtener una distribución de la serie de dicha variable inobservable a partir de un sistema de ecuaciones de predicción y corrección que se aplica en forma recursiva.

En este escenario, en el trabajo se aplica el modelo de valuación de activos emergentes de Goldman-Sachs con estimación recursiva de los coeficientes dinámicos mediante el filtro de Kalman. En el siguiente apartado se presentan los objetivos e hipótesis del trabajo.

- *Objetivos e hipótesis*

La característica de inobservable de la correlación del mercado de acciones con el de bonos del mercado emergente complica la valuación del activo por cuanto dificulta la estimación de los retornos esperados bajo el modelo de Goldman-Sachs. En este sentido, el objetivo principal del trabajo es generar una serie de tiempo mensual de la variable inobservable a partir de la aplicación del filtro de Kalman en combinación con la estimación de máxima verosimilitud. Con la obtención de esta serie, se podrá estimar el rendimiento anual del índice MEVAL medido en dólares para el período comprendido entre junio 1999 y diciembre 2016. La selección del período de análisis responde a la disponibilidad de series estadísticas, en particular a la información disponible del EMBI+ para Argentina (no hay datos previos a 1999).

Los resultados del modelo de valuación de Goldman-Sachs con coeficientes dinámicos y la estimación se comparan con los retornos interanuales efectivos en el período bajo análisis (predicción *in-sample*). La contrastación entre el retorno estimado del MERVAL en dólares por el filtro de Kalman y el efectivo permite calcular el error cuadrático medio (ECM) e ir ajustando la estimación de ρ_{SB} de forma tal de minimizar dicho ECM. De este

modo, el modelo de valuación seleccionado realiza la estimación a partir de las actualizaciones del coeficiente que correlaciona el mercado de bonos y de acciones argentino.

Como objetivo secundario el trabajo se propone comparar el ajuste de la predicción del modelo bajo el filtro de Kalman con otras técnicas utilizadas comúnmente en valuación de activos como mínimos cuadrados ordinarios para todo el período de análisis y ventanas recursivas con coeficientes que cambian anualmente. Teniendo en cuenta otros trabajos previos como el de Renzi-Ricci (2016), Punales (2011) y Nieto-Orbe-Zarraga (2014), se espera que el filtro de Kalman sea el que mejor logre calibrar la estimación del modelo, obteniendo así el menor error cuadrático medio.

Metodología

- *Descripción teórica del modelo*

El modelo de valuación de activos para mercados emergentes seleccionado es el desarrollado por Mariscal-Hargis en 1999, también conocido como modelo de Goldman-Sachs. Tal como se indicó en la primera sección, este enfoque incorpora en la valuación el riesgo de invertir en un mercado emergente, que llamaremos riesgo país, sumándolo a la tasa libre de riesgo. Este riesgo adicional que exigen los inversores por invertir en un mercado más riesgoso se suele medir mediante el Indicador de Bonos de Mercados Emergentes – EMBI- elaborado por JP Morgan que muestra cuántos puntos básicos por encima del rendimiento de los bonos americanos pagan los bonos del país emergente. Para evitar contabilizar dos veces el riesgo país e intentando segregar el riesgo del mercado accionario de aquel del mercado de bonos, el modelo incorpora un parámetro ρ_{SB} que representa la correlación entre el mercado de acciones (s) y de bonos (b) de la economía emergente, el cual se desconoce y hay que estimar. En este sentido, el modelo de Goldman-Sachs perfecciona el enfoque de Godfrey-Espinosa de 1996 al estimar el riesgo aportado por cada mercado (de bonos y de acciones) de la economía emergente en lugar de tomar un valor *ad-hoc* para ρ_{SB} de 0,60.

A continuación se detalla el modelo de Goldman-Sachs utilizado con la respectiva descripción de las variables.

$$R_{it} = (R_{ft} + YS_{ct}) + \left((1 - \rho_{sbt}) \times \frac{\sigma_{ct}}{\sigma_{wt}} \right) \times (E(R_{mt}) - R_{ft})$$

R_{it} : es el retorno esperado del índice Merval en dólares en el momento t .

R_{ft} : conocida comúnmente como tasa libre de riesgo. Se toma el rendimiento del bono del tesoro americano a 10 años, el más utilizado en los modelos de valuación de activos.

$E(R_{mt})$: es el retorno esperado del mercado de acciones internacional en el momento t . Para estimar $E(R_{mt})$ se toma el retorno histórico promedio del S&P 500 para los últimos quince años. El S&P 500 es uno de los índices bursátiles más importantes de Estados Unidos, considerado como uno de los indicadores más representativo de la situación real del mercado accionario americano.

MRP (*market risk premium*): $E(R_{mt}) - R_{ft}$; es el exceso de rentabilidad del portafolio de mercado sobre el rendimiento del activo libre de riesgo.

YS_{ct} : *yield spread*, es el diferencial de rendimiento de los bonos del mercado emergente y los bonos del tesoro americano, también conocido como riesgo país. Se toman los valores del EMBI de Argentina calculado JP Morgan desde junio-99.

σ_{ct} : es la volatilidad del mercado de acciones argentino en el momento t . Para calcularlo se toma en cuenta la desviación estándar de los retornos del índice Merval²⁰.

σ_{wt} : es la volatilidad del mercado de acciones americano en el momento t . Para calcularlo se toma en cuenta la desviación estándar de los retornos del índice S&P 500.

²⁰ Se toma en cuenta la volatilidad histórica de los últimos doce meses. Lo mismo se realizará para calcular la volatilidad del mercado de acciones americano.

ρ_{sbt} : es la correlación entre el mercado accionario (s) y de bonos (b) argentino en el momento t . Intenta capturar el riesgo del mercado accionario que no está reflejado en el mercado de bonos, es decir, que no está incorporado en YS_c . Si el mercado accionario y de bonos están perfectamente correlacionados ($\rho_{sb} = 1$), ambos mercados reflejan las mismas fuentes de riesgo y YS_c captura todo el riesgo relevante de inversión en el país emergente. Por el contrario, si el mercado accionario y de bonos del emergente no están correlacionados ($\rho_{sb} = 0$), cada uno de los mercados refleja diferentes fuentes de riesgo. En ese caso, YS_c cuantifica el riesgo en el mercado de bonos y $\frac{\sigma_c}{\sigma_w}$ identifica el riesgo adicional del mercado de acciones. En la práctica lo más probable es que $0 < \rho_{sb} < 1$.

- *Representación espacio-estado*

Para simplificar la representación espacio-estado, se reagruparon las variables del modelo de Goldman-Sachs de la siguiente manera:

$$(R_f + YS_c) = \alpha_t \text{ (conocido)}$$

$$\frac{\sigma_{ct}}{\sigma_{wt}} \times (E(R_{mt}) - R_{ft}) = MRP_t \text{ (conocido)}^{21}$$

$$(1 - \rho_{sb}) = \beta_t \text{ (parámetro a estimar)}$$

$$R_{it} = \alpha_t + \beta_t \times MRP_t$$

De este modo, se reagruparon las variables de forma tal que la ecuación anterior se asemeja al modelo lineal univariado y a un CAPM simple de un solo factor. Para modelar el sistema dinámico se utiliza la representación espacio-estado a partir de este criterio de agrupación. De igual modo se usa esta agrupación para la posterior estimación.

Generalmente la representación suele incluir matrices y vectores pero al tratarse de un modelo de una dimensión $-\beta_t$ es la única variable estado- a continuación se observarán sólo

²¹ Las volatilidades tanto del índice Merval en dólares como del S&P 500 son consideradas observables por cuanto se toman las desviaciones históricas de los retornos. El ratio de volatilidades se incluye en MRP en lugar de incluirlo en el parámetro β_t habida cuenta de la estabilidad de la relación. De este modo, se intenta aprovechar toda la información conocida del modelo y evitar el problema de identificación, siendo ρ_{sb} la única variable estado (no observable).

ecuaciones y parámetros escalares en el sistema dinámico.

Ecuación de observación o medición

Esta ecuación vincula la variable estado (correlación entre el mercado de bonos y de acciones argentino) -a través de β_t - con la variable observable del sistema R_t (retorno del Merval en dólares). En el trabajo, la ecuación de observación es el modelo de Goldman-Sachs para la valuación de activos emergentes. Reagrupando las variables como se indicó anteriormente, la ecuación de observación queda representada por:

$$R_t = \alpha_t + \beta_t MRP_t + v_t \quad (1)$$

Donde, v_t es el ruido de la observación (o ruido de medición). Se asume que $v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$ y la varianza del error σ_v^2 constante²².

Ecuación de transición o estado

Esta ecuación muestra el comportamiento autorregresivo de β , que sigue un proceso AR(1). En este sentido, la ecuación de transición relaciona la β de cualquier momento (t) con su valor en el período inmediatamente anterior ($t-1$). Esta relación es capturada por A , que se asume constante en el tiempo²³.

$$\beta_t = \gamma + A \beta_{t-1} + w_t \quad (2)$$

Siendo γ una constante y w_t es el ruido del proceso (componente aleatorio en los cambios en β).

Se asume que $w_t \sim N(0, \sigma_w^2)$ y que la varianza del ruido del proceso σ_w^2 se mantiene constante en el tiempo. Las varianzas de los términos de error $-\sigma_v^2, \sigma_w^2$ - también se mantienen constantes. También se supone que v_t y w_t son estadísticamente independientes.

$$E(v_t w_t) = 0$$

²² Berardi et.al. (2002), Pinales (2011), Fusai & Roncoroni (2008).

²³ La solución de la ecuación de transición tiene que incluir la restricción en el valor del parámetro A que debe ser menor a 1 para que alcanzar evitar caer en una solución explosiva y alcanzar una situación estacionaria.

De este modo, el conjunto de parámetros desconocidos es $\theta = (\gamma, A, \sigma^2_v, \sigma^2_w)$ y los valores iniciales β_0 y P_0 .

- *Proceso de estimación*

Luego de haber incorporado el modelo de Goldman-Sachs en las ecuaciones de observación (1) y de estado (2), se presenta a continuación el conjunto de ecuaciones necesario para correr el filtro de Kalman y generar la serie de la variable inobservable, en este caso de β_t y su correspondiente varianza.

El set de ecuaciones para el filtro de Kalman es:

Tabla 1. Set de ecuaciones de FK	
Predicción	Actualización
$\hat{\beta}_t^- = \gamma + A \hat{\beta}_{t-1}$ (a)	$\hat{\beta}_t = \hat{\beta}_t^- + K_t \eta_t$ (c)
$P_t^- = A^2 P_{t-1} + \sigma^2_w$ (b)	$P_t = (1 - K_t MRP_t) P_t^-$ (d)
	$K_t = \frac{P_t^- MRP_t}{F_t}$
	$F_t = P_t^- MRP_t^2 + \sigma^2_v$
	$\eta_t = R_t - \hat{R}_t^- = R_t - \alpha_t - \hat{\beta}_t^- MRP_t$

Donde,

- $\hat{\beta}_t^-$ es la estimación *a priori* de β_t . Es un estimador de la variable estado desconocida β_t , basado en la información disponible hasta el momento t-1.

- P_t^- es la estimación *a priori* del error cuadrático medio (ECM) de β , también conocida como la matriz de covarianza del error de $\hat{\beta}_t^-$. Para modelos con una única variable estado como el de este trabajo, P_t^- representa la estimación *a priori* de la varianza del estimador $\hat{\beta}_t^-$.

- El ECM mide la diferencia entre el estimador y lo que se estima y, por tanto, evalúa la calidad de un estimador o conjunto de predicciones en cuanto a su variación y el grado de

sesgo. En este sentido, ECM es $P_t = E[(\beta_t - \hat{\beta}_t^-)^2]$. $\hat{\beta}_t^-$ es el estimador óptimo si minimiza $P_t^- = E[(\beta_t - \hat{\beta}_t^-)^2]$.

- $\hat{\beta}_t$ es la estimación *a posteriori* de β_t . Es decir, es la estimación de β_t luego de conocerse R_t .

- P_t es la varianza de la estimación *a posteriori* del error cuadrático medio P_t , o lo que es igual, la estimación *a posteriori* de la varianza de β_t .

- K_t es la ganancia de Kalman y es un componente fundamental para la estimación del filtro. K_t es calculada de forma tal que minimice la estimación *a posteriori* de la covarianza del error ($\min(P_t)$). Es la fracción del error de predicción que se utiliza para mejorar la estimación de β_t y está incorporada en la ecuación (c). Es decir, permite minimizar el error cuadrático medio de β_t y, por ende, minimizar la ecuación (d). Determina cuánto contribuyen la medición y la estimación *a priori* para el cálculo de la variable estado *a posteriori* $\hat{\beta}_t$.²⁴

- η_t es el error de predicción, también conocido como innovación. Es la diferencia entre el retorno efectivo del índice Merval medido en dólares y el retorno esperado del mismo. Luego η_t es utilizado en la descomposición del error de predicción en la función de verosimilitud.

- F_t es la dispersión del error (varianza del error).

Como se observa en la Tabla 1, en un primer momento se utilizan las ecuaciones de predicción (a) y (b) para calcular la estimación *a priori* de la variable estado β_t , es decir,

²⁴ Casos extremos:

- Cuando σ_v^2 tiende a 0 $\Rightarrow K_t = \frac{P_t^- MRP}{P_t^- MRP^2 + 0} = \frac{1}{MRP} = MRP^{-1}$. Si se lo incorpora en la estimación *a posteriori*, entonces $\hat{\beta}_t = \hat{\beta}_t^- + MRP^{-1} (R_{it} - \alpha_t - \hat{\beta}_t^- MRP) \Rightarrow R_t = \alpha_t + \hat{\beta}_t MRP$. Por ende el cálculo de $\hat{\beta}_t$ proviene de la medición (la estimación *a posteriori* es igual a la medición).
- Cuando P_t^- tiende a 0 $\rightarrow \lim_{P_t^- \rightarrow 0} K_t = \frac{0}{0 + \sigma_v^2} = 0$. Por ende, el cálculo de $\hat{\beta}_t$ proviene sólo de la estimación *a priori* (estimación *a posteriori* es igual a la estimación *a priori*).

$\hat{\beta}_t^-$, y la estimación *a priori* de la covarianza del error P (P_t^-). Como se advierte en ambas ecuaciones, los valores de $\hat{\beta}_t^-$ y P_t^- provienen de sus estadios en t-1.

En una segunda etapa, luego de conocerse la observación del retorno del portafolio, se actualizan las estimaciones *a priori* de la etapa de predicción y se obtienen las estimaciones *a posteriori* tanto de β_t como de P. A las mismas se las denomina $\hat{\beta}_t$ y P_t , respectivamente. Después de cada par de actualizaciones, el proceso es repetido tomando como punto de partida las nuevas estimaciones del estado y de la covarianza del error.

Asumiendo que los ruidos de la ecuación de transición y observación siguen un proceso *gaussiano* y no están correlacionados, la estimación mediante la técnica del filtro de Kalman generará la estimación de mínima-varianza de β_t . Es decir, la covarianza de $P_{t|t}$ y $P_{t|t-1}$ serán las mínimas posibles.

A continuación, se describe en detalle los pasos de la estimación por filtro de Kalman que se aplicarán en la estimación.

1- Inicialización

El primer paso consiste en asignar un valor a los parámetros iniciales del filtro de Kalman β_0 y P_0 , y también al conjunto de parámetros desconocidos $\theta = (\gamma, A, \sigma^2_v, \sigma^2_w)$.

El β_0 se obtendrá a partir de la estimación de la correlación del mercado de acciones (representado por el índice Merval) y el mercado de bonos para los últimos dos años del período bajo análisis. Por su parte, se tomará un valor inicial positivo y elevado de P_0 de para representar la incertidumbre respecto a la selección inicial β_0 .²⁵

En cuanto a las varianzas, las mismas son consideradas aleatorias bajo la restricción de no negatividad y se suponen constante para todo el período. Finalmente, A es una constante aleatoria menor a 1 (para evitar soluciones explosivas) y γ es una constante

²⁵ $\beta_0 = (1 - \rho_{sb_0})$. Para la selección de ρ_{sb_0} se realizó un análisis de la correlación entre el índice Merval en dólares y el retorno de una canasta de bonos representativa - RO15, AA17 y AY24- de Argentina. Por su parte, la elección de P_0 está en línea con otros trabajos como el de Zhang & Chau (2008).

aleatoria.²⁶

2- Predicción

Utilizando las ecuaciones (a) y (b) se obtiene la estimación *a priori* de $\hat{\beta}_1^-$ y P_1^- .

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1^- &= \gamma + A \hat{\beta}_0 \\ P_1^- &= A^2 P_0 + \sigma_w^2\end{aligned}$$

3- Actualización

Una vez conocido el retorno del Merval en dólares (R_1) se incorpora esta información al modelo y se calcula el error de predicción η_1 definido anteriormente como la diferencia entre el retorno efectivo del Merval en dólares y el retorno esperado del mismo ($\eta_t = R_t - \hat{R}_t^- = R_{i1} - \alpha_1 - \hat{\beta}_1^- MRP_1 - v_t$).

$$\eta_1 = R_1 - \hat{R}_1^-$$

Luego, el modelo ajusta la predicción de β_1 permitiendo incorporar parte del error de predicción –reflejada en la ganancia de Kalman K_1 - y obteniendo así la estimación *a posteriori* de β_1 (es decir, $\hat{\beta}_1$).

$$K_1 = \frac{P_1^- MRP_1}{P_1^- MRP_1^2 + \sigma_v^2}$$

De este modo, en esta etapa se utilizan las dos ecuaciones de corrección (c y d) para obtener los estimadores *a posteriori* $\hat{\beta}_1$ y P_1 .

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= \hat{\beta}_1^- + K_1 \eta_1 \\ P_1 &= (1 - K_1 MRP_1) P_1^-\end{aligned}$$

4- El proceso comienza nuevamente repitiendo el segundo paso usando como *input* los valores conseguidos de $\hat{\beta}_1$ y P_1 en el paso anterior, obteniéndose la estimación *a priori* de $\hat{\beta}_2^-$ y P_2^- .

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_2^- &= \gamma + A \hat{\beta}_1 \\ P_2^- &= A^2 P_1 + \sigma_w^2\end{aligned}$$

²⁶ Más adelante se detallan los resultados del análisis de robustez del modelo partiendo de diferentes valores iniciales de los parámetros desconocidos.

5- Se repite el tercer paso usando las dos ecuaciones del punto anterior y registrando $\hat{\beta}_2$ y P_2 .

$$\begin{aligned}\eta_2 &= R_2 - \hat{R}_2^- = R_t - \hat{R}_t^- = R_2 - \alpha_2 - \hat{\beta}_2^- MRP_2 \\ K_2 &= \frac{P_2^- MRP_2}{P_2^- MRP_2^2 + \sigma_v^2} \\ \hat{\beta}_2 &= \hat{\beta}_2^- + K_2 \eta_2 \\ P_2 &= (1 - K_2 MRP_2) P_2^-\end{aligned}$$

6- Se repite este proceso hasta la última observación disponible.

De este modo, el filtro de Kalman permite actualizar la estimación del coeficiente beta en cada período utilizando la nueva información que llega en cada momento del tiempo y midiendo el error de predicción.

Una vez que se obtiene la distribución de la serie de la variable estado y su covarianza mediante el filtro de Kalman, es necesario estimar los parámetros desconocidos del modelo $\theta = (\gamma, A, \sigma_v^2, \sigma_w^2)$ y el estado inicial del sistema (β_0 y P_0)²⁷. Asumiendo que estos parámetros siguen una distribución lineal, es posible obtener los valores de los mismos maximizando la función de verosimilitud –de donde se obtienen estimadores de máxima verosimilitud (MLEs)- a través de la descomposición del error de predicción de manera tal que minimicen el error de predicción η_1 y mejoren la estimación de β_1 *a posteriori* mediante K_1 . En otras palabras, es posible obtener la función de verosimilitud a partir de la función de densidad de probabilidad conjunta que no es más que una combinación entre la predicción y medición. En rigor, la función de densidad de probabilidad conjunta se logra multiplicando las dos funciones de probabilidad conjunta, que resulta en una función gaussiana de menor varianza que las estimaciones previas y donde la media de la función de densidad de probabilidad resulta en la estimación óptima de R_t .

²⁷ A $\theta = (\gamma, A, \sigma_v^2, \sigma_w^2)$ se los conoce también como hiper-parámetros porque son parámetros inherentes al sistema y a la ecuación de observación. Por su parte, β_0 y P_0 son conocidos como parámetros iniciales (Albrecht, 2005).

En este contexto, el filtro de Kalman provee el error de predicción η_t y la dispersión del error F_t necesarias para calcular la log-verosimilitud. Luego, los valores iniciales de los parámetros son actualizados en base a un algoritmo de optimización que lo que intenta hacer el maximizar la log-verosimilitud. Una vez que los parámetros son actualizados, el filtro de Kalman se corre nuevamente generando, de esta forma, una nueva verosimilitud que se tendrá que maximizar mediante el algoritmo de optimización definido. El proceso iterativo se repite hasta alcanzar un criterio de convergencia determinado que indique que la log-verosimilitud no mejoró más allá de este criterio. El estado y los parámetros estimados que se corresponden con la maximización de la función de log-verosimilitud se consideran las estimaciones finales.

El algoritmo de optimización que se aplica en el trabajo es el método del gradiente reducido generalizado, que se utiliza tanto para resolver problemas lineales como no lineales. En este caso, la función objetivo es la log-verosimilitud y la optimización implica una minimización de la misma. El algoritmo intenta moverse a partir de un punto inicial asignado, en una dirección a través de la región factible, de forma tal que el valor de la función objetivo mejore. Tomando un salto o movimiento determinado en dicha dirección factible, se pasa a una nueva solución factible mejorada. En este punto, el algoritmo identifica una nueva dirección factible y vuelve a realizar un salto determinado avanzando hacia una nueva solución factible mejorada. El proceso continúa hasta que el algoritmo alcanza un punto en el cual no existe una dirección factible para moverse que mejore el valor de la función objetivo (o el potencial para tal mejora es arbitrariamente pequeño). El criterio de convergencia utilizado en el trabajo fue 0,0001, lo cual implica que el algoritmo se detiene cuando el valor absoluto de la mejora en la log-verosimilitud es menor a 0,0001²⁸.

- *Datos y series históricas*

El activo subyacente relevante para la valuación es el índice accionario más importante de Argentina, el índice Merval. Bajo el modelo de Goldman-Sachas para

²⁸ En ese momento la solución es un óptimo local, y por tanto no necesariamente global. Para evitar caer en un óptimo que no fuera global, el método recomienda iniciar el algoritmo de optimización tomando diferentes puntos de partida para determinar si el problema tiene diferentes soluciones óptimas. En los siguientes apartados se mostrarán las distintas pruebas realizadas y la convergencia a un óptimo global.

emergentes, se estima el retorno anual del índice Merval medido en dólares con el fin de excluir los efectos de la devaluación²⁹.

Como se indicara en la presentación del modelo Goldman-Sachas, uno de los factores necesarios para realizar la valuación es el activo libre de riesgo. Existe cierto consenso en el ámbito de las finanzas a considerar a los bonos del tesoro americano como los únicos activos que no poseen riesgo. En rigor, en el trabajo se utiliza el rendimiento del bono del tesoro americano a 10 años como retorno del activo libre riesgo, habitual en los modelos de valuación de activos.

Otro de los factores importantes para la valuación es el rendimiento esperado del mercado. En el trabajo se toma el Standard & Poor's 500 –o simplemente S&P 500- por ser uno de los principales índices accionarios del mercado americano. Al S&P 500 se lo considera el índice más representativo de la situación real del mercado puesto que se basa en la capitalización bursátil de 500 grandes empresas que poseen acciones que cotizan en las bolsas New York Stock Exchange (NYSE) o NASDAQ. Se diferencia de otros índices de mercados financieros de Estados Unidos, tales como el Dow Jones Industrial Average o el índice Nasdaq Composite, en la diversidad de los rubros que lo conforman y en su metodología de ponderación. Por su relevancia a nivel mundial, en las valuaciones de activos se suele utilizar el rendimiento promedio histórico del S&P 500 como el rendimiento esperado del mercado³⁰.

Por su parte, para calcular el diferencial de rendimientos entre bonos americanos y del resto de los países, conocido como *yield spread*, se utiliza el Indicador de Bonos de Mercados Emergentes (EMBI) para Argentina calculado por JP Morgan desde 1999. El EMBI se expresa en puntos básicos y mide la diferencia entre la tasa de interés que un país debe de pagar por emitir deuda en el exterior con respecto a la tasa que pagan los bonos

²⁹ El índice Merval es el principal índice accionario de Argentina. Creado en 1986, el índice Merval mide el valor en pesos de una canasta teórica de acciones de empresas listadas en la bolsa de Buenos Aires seleccionadas de acuerdo a criterios que ponderan su liquidez. La composición del índice cambia cada tres meses, cuando se realiza el recálculo de la cartera teórica, sobre la base de la participación en el volumen negociado y la cantidad de operaciones de los seis meses previos.

³⁰ Por lo general, se utiliza el rendimiento promedio histórico de los últimos quince años del S&P (Mertón, 1980).

norteamericanos considerados libres de riesgo. Por ejemplo, 100 puntos básicos indican que el país en cuestión estaría pagando un punto porcentual (1%) por encima del rendimiento de los bonos libres de riesgo. Cuanto más riesgoso es un país, mayor la probabilidad de incumplimiento y mayor el diferencial de estos bonos respecto a los bonos del Tesoro americano.

Respecto a la periodicidad de los datos, las series que se utilizan son mensuales, con lo cual se obtiene una serie de coeficientes y retornos que cambian mensualmente. El período de análisis abarca desde junio 1999 hasta diciembre 2016, utilizando 211 observaciones. La selección de las fechas responde a la disponibilidad de series estadísticas y a la posibilidad de testear el modelo (*backtesting*)³¹.

Finalmente, las fuentes utilizadas para la obtención de los datos son principalmente Merval, Instituto Argentino de Mercado de Capitales (IAMC) y Reuters³².

³¹ Por un lado, no hay información disponible del riesgo país EMBI+ para Argentina para el período previo a junio 1999. Por otro lado, la serie con la que se trabajó llega hasta diciembre 2016 puesto que es el último dato que se puede contrastar contra el rendimiento efectivo anual del índice Merval en dólares. Cabe recordar que la estimación de diciembre 2016 es respecto al rendimiento anual que tendrá en índice Merval en dólares.

³² Para acceder al Excel con las series utilizadas en este trabajo, escribir un mail a sbrudersohn@gmail.com

Resultados

- *Análisis de resultados y principales hallazgos*

El proceso de estimación comenzó con la asignación de valores a los parámetros desconocidos β_0 ($1 - \rho_{sb_0}$), P_0 y también al conjunto de parámetros desconocidos $\theta = (\gamma, A, \sigma^2_v, \sigma^2_w)$. Teniendo en cuenta las restricciones indicadas en el apartado anterior, los valores con los que se inicializó el proceso de estimación fueron:

$$-\rho_{sb_0} = 0,09 \rightarrow \beta_0 = 0,91$$

$$-P_0 = 1,50$$

$$-\sigma^2_v = 1,33$$

$$-\sigma^2_w = 1,50$$

$$-A = 0,31$$

$$-\gamma = 0,69$$

Luego de aplicar el filtro de Kalman y la herramienta de optimización de la función de log-verosimilitud, los valores de los parámetros iniciales que optimizan dicha función fueron:

Cuadro 1

Parámetros iniciales		
ρ_{sb_0}	0,09	
β_0 priori	0,91	
Pt priori	1,50	
Parámetros	Inicialización	Post-max.log-like
σ^2_v	1,33	0,003
σ^2_w	1,50	2,457
A	0,31	0,928
γ	0,69	0,000
log-veros.	-244,18	22,26

En cuanto a la serie generada por el filtro de Kalman que maximiza la función de log-verosimilitud, se observa que la correlación entre el mercado de bonos y de acciones argentino no se mantuvo constante durante el período de análisis. En rigor, lejos de mantener una correlación positiva durante todo el período, hay momentos en los cuales la correlación

pasó a ser negativa (2002, 2009, 2012 y 2016).

Gráfico 1



La justificación de esta correlación negativa se puede encontrar en la gran crisis económica y financiera 2001, la caída de *Lehman Brothers* 2008 y el cambio en la política económica a partir de diciembre 2015. En los primeros dos casos, el mercado accionario doméstico sufrió fuertes impactos. En el último caso desde la asunción del nuevo gobierno a partir de 2015 el mercado accionario evidenció un *rally* alcista que quebró todos los récords, en un mundo en donde los rendimientos de los bonos no se destacaron.

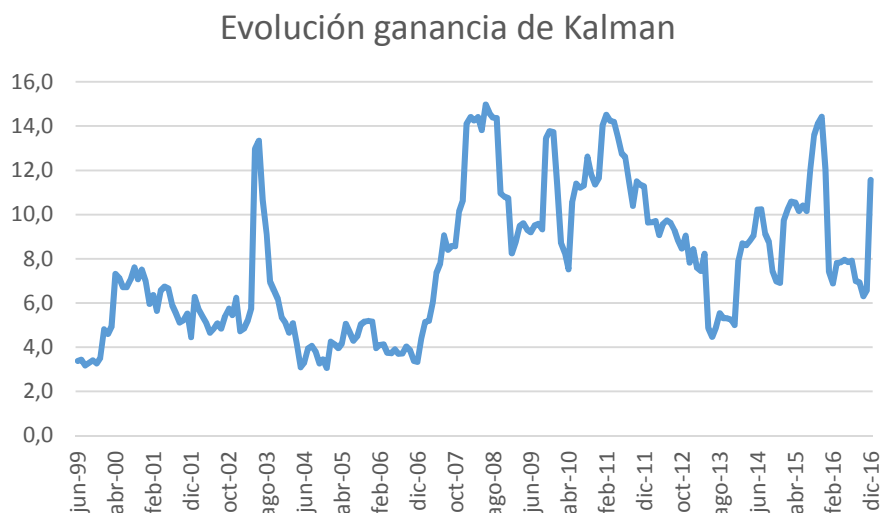
La serie de correlación entre el mercado de bonos y el de acciones de Argentina es necesaria para estimar el retorno del índice Merval en dólares mediante la ecuación de observación. En la Tabla 2 del anexo se detalla el retorno estimado por el modelo, el retorno efectivo y el error cuadrático para cada observación de la serie.

Gráfico 2



Tal como se mencionara en las secciones previas, los ajustes que mejoran la estimación se ven reflejados en la ganancia de Kalman de cada período.

Gráfico 3



En este contexto, el error cuadrático medio (ECM), una medida de la calidad del modelo por cuanto registra la diferencia entre el retorno anual estimado del Merval en dólares y el retorno efectivo (ver Tabla 2 del anexo), fue minimizado hasta ubicarse en 0,044 puntos básicos. A continuación se exhibe la evolución del error cuadrático para el período de estudio.

Gráfico 4

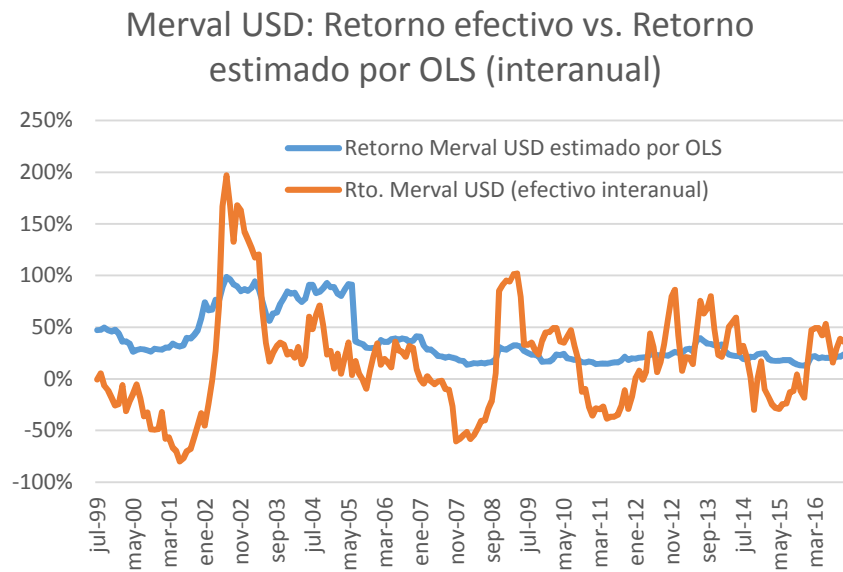


- *Comparación con otros métodos*

Uno de los objetivos planteados por el trabajo fue comparar los ajustes de la estimación bajo la metodología del filtro de Kalman con otros métodos utilizados en el ámbito de valuación de carteras. En este contexto, se estimó el retorno del índice Merval en dólares con los métodos de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS por sus siglas en inglés) y ventanas recursivas (*rolling windows*). Ambas metodologías fueron presentadas en la primera sección del trabajo.

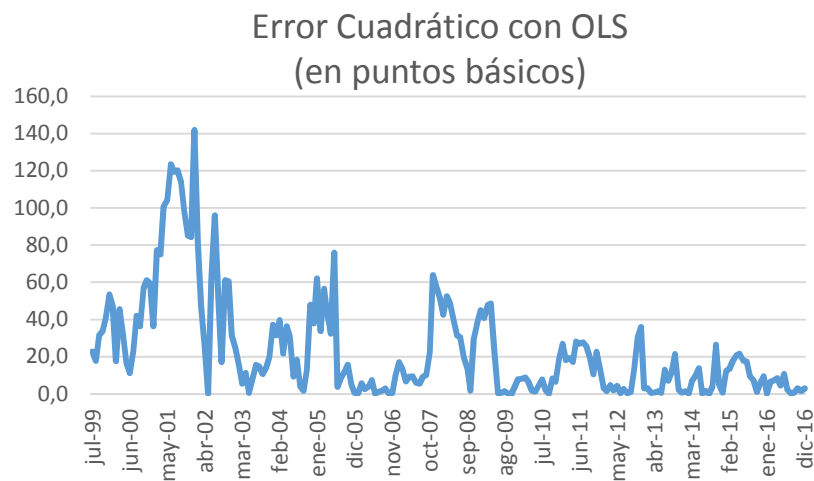
En cuanto al método OLS, el mismo se aplicó para todo el período (jun-99 y dic-16). El coeficiente de correlación entre el mercado de bonos y de acciones argentino (ρ_{sb}) que minimizó el error cuadrático medio fue -0,16. Como se observa en el Gráfico 5 la estimación del retorno del índice Merval en dólares no converge en ningún momento al retorno efectivo. La justificación de la diferencia puede venir por el comportamiento constante del coeficiente ρ_{sb} bajo esta metodología, lo cual no permite captar los cambios en la correlación entre el mercado accionario y de bonos argentino a lo largo del tiempo.

Gráfico 5



De este modo, el error cuadrático –medido en puntos básicos- fue significativamente mayor al arrojado por el filtro de Kalman. El ECM para toda la muestra fue de 23,52 puntos básicos.

Gráfico 6

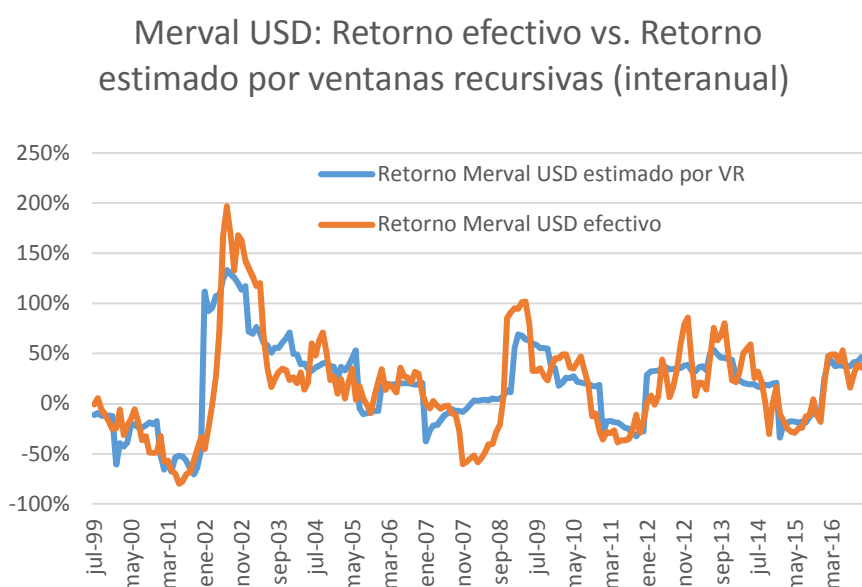


El otro método que se utilizó fue el de ventanas recursivas que básicamente es igual al método OLS pero, en lugar de suponer el coeficiente constante para toda la muestra, subdivide el total de observaciones en muestras más pequeñas con un número fijo de observaciones. En el trabajo, la muestra se subdividió en 18 sub-muestras (una por año

incluyendo 1999 y 2016), manteniendo de esta forma el número de 12 observaciones (doce meses) por muestra³³. El coeficiente ρ_{sb} de cada sub-muestra se detalla en el Cuadro 4 del Anexo.

Como se exhibe en el Gráfico 7, con el método de ventanas recursivas, la estimación del retorno del índice Merval en dólares se asemeja mucho más al retorno efectivo en comparación al método de OLS para todo el período. En este sentido, flexibilizar el comportamiento del coeficiente ρ_{sb} y permitir que el mismo varíe anualmente permite ajustar el modelo con la nueva información.

Gráfico 7



El error cuadrático –medido en puntos básicos- del método de ventanas recursiva se mantuvo cercano a 0 durante gran parte del período, con excepción de los primeros meses del 2002. De este modo, el ECM para toda la muestra se ubicó en los 9,09 puntos básicos, por encima del valor arrojado por el filtro de Kalman pero considerablemente por debajo que OLS.

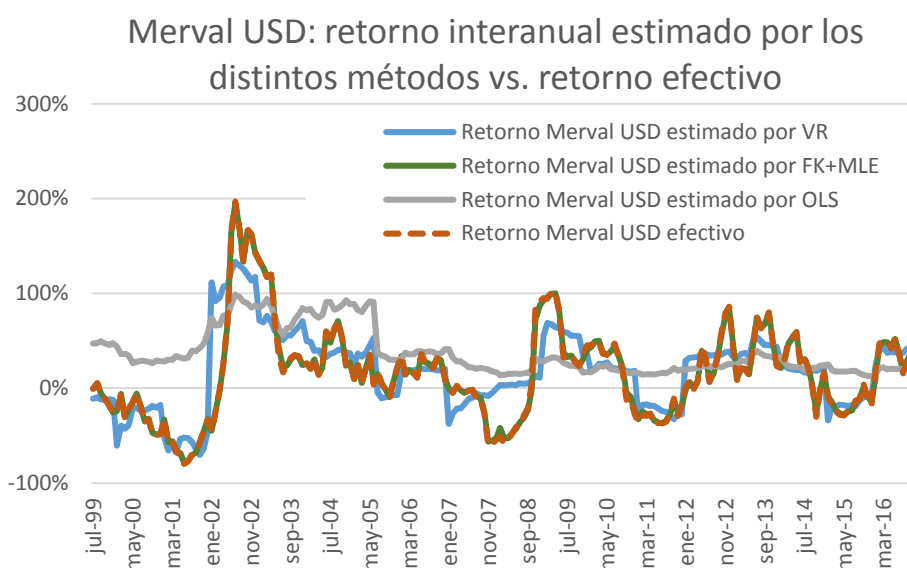
³³ Con la excepción de 1999 en donde la cantidad de observaciones fueron 7 ya que las series históricas aquí utilizadas están disponibles desde junio de ese año.

Gráfico 8



Comparando los tres modelos, queda en evidencia la mayor precisión en la calibración del modelo estimado mediante el filtro de Kalman en combinación con el algoritmo de optimización que maximiza la log-verosimilitud. En rigor, la línea del retorno estimado por este método prácticamente se solapa con los retornos efectivos del índice Merval en dólares durante el período analizado. Por su parte, el método de ventanas recursivas ajusta la estimación anualmente cuando estima nuevamente el coeficiente ρ_{sb} , permitiendo incorporar información al modelo. Por último, el modelo OLS supone el coeficiente ρ_{sb} constante para toda la muestra lo cual indica que la estimación no se calibra y la estimación no mejora.

Gráfico 9



Cuadro 2

Error Cuadrático Medio (ECM)		
Ventanas recursivas	Mínimo Cuadrados Ordinarios	Filtro de Kalman + MLE
9,09	23,52	0,04

Trabajos como los de Renzi-Ricci (2016), Punaes (2011) y Nieto-Orbe-Zarraga (2014) también compararon los ajustes de estos tres métodos en otros modelos, arribando a conclusiones muy similares a las aquí descriptas.

- *Testeo del modelo*

Con el objetivo de testear la robustez del modelo, se realizaron distintas pruebas suponiendo diferentes valores iniciales para los parámetros desconocidos $\beta_0 = (1 - \rho_{sb_0})$, P_0 y $\theta = (\gamma, A, \sigma^2_v, \sigma^2_w)$. A continuación se resumen sólo algunas de las pruebas realizadas:

Cuadro 3

CUADRO COMPARATIVO CON DISTINTAS INICIALIZACIONES								
INICIALIZACIÓN								
ρ	0,09	0,09	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
β_0 priori	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00
Pt priori	0,40	1,50	0,40	0,40	0,40	0,00	2,50	2,50
σ_v^2	1,33	1,33	1,50	1,33	2,00	3,00	3,00	3,00
σ_w^2	0,30	1,50	2,50	0,30	2,50	1,70	1,70	1,70
A	0,31	0,31	0,45	0,31	0,45	0,30	0,30	0,30
γ	0,69	0,69	2,00	0,69	2,00	0,89	0,89	0,89
log-veros.	-242,37	-244,18	-274,87	-242,37	-296,73	-319,73	-319,73	-319,73
Filtro de Kalman + MLE								
ρ	0,09	0,09	0,09	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
β_0 priori	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	1,00	0,00
Pt priori	0,40	1,50	0,40	0,40	0,40	0,00	2,50	2,50
σ_v^2	0,004	0,003	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004	0,004
σ_w^2	2,413	2,457	2,413	2,415	2,415	2,417	2,414	2,410
A	0,929	0,928	0,929	0,929	0,929	0,929	0,929	0,929
γ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
log-veros.	21,95	22,26	21,95	21,90	21,90	21,92	21,79	21,98
ECM	0,0005	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,2401	0,0006

El cuadro 3 compara los valores de los parámetros desconocidos a la hora de inicializar el proceso (Inicialización) con los valores obtenidos luego de correr el filtro de Kalman y maximizar la log-verosimilitud (Filtro de Kalman + MLE). En gris se encuentran los parámetros ρ_{sb_0} (y por ende β_0) y P_0 y en blanco los parámetros $\gamma, A, \sigma_v^2, \sigma_w^2$ que se modificarán de forma tal que optimicen la función de log-verosimilitud. En rojo están resaltados los valores iniciales que se tomaron –teniendo en cuenta las restricciones indicadas al comienzo de la segunda sección- para presentar los resultados expuestos en el punto anterior.

En este contexto, tal como se aprecia en el Cuadro 3, la función de log-verosimilitud converge alrededor de un mismo valor (cerca de 21,95) independientemente del punto de partida de los parámetros desconocidos. Lo mismo sucede con el error cuadrático medio que en la mayoría de los casos se mantuvo cercano a 0,0005. La convergencia de las estimaciones a los mismos valores de los parámetros y al valor de la función de log-verosimilitud indica que los parámetros finalmente alcanzados se corresponden con un óptimo global del método de optimización –gradiente reducido generalizado- de la función objetivo (log-

verosimilitud)³⁴.

Finalmente, se realizó un estudio similar pero alterando la periodicidad de la serie para analizar el comportamiento de la estimación del modelo con el filtro de Kalman en combinación con el algoritmo de optimización cuando se utiliza otra frecuencia de datos. Se utilizaron series semanales y las conclusiones a las que se arriba son muy similares a las alcanzadas con la serie semanal. En el Anexo se encuentran los Gráficos 10 y 11 y Cuadro 5 de la estimación semanal.

³⁴ Pinales (2011) llega a la misma conclusión respecto a la incidencia menor de los puntos de partida respecto a la maximización de la log-verosimilitud.

Conclusiones y reflexiones finales

El objetivo principal del trabajo fue estudiar la aplicación de una herramienta recursiva muy poderosa –y cada vez más aplicada en el campo de las finanzas- como el filtro de Kalman a la valuación de activos en Argentina. Esta técnica utiliza la representación de espacio-estado y un conjunto de ecuaciones de predicción y actualización para conocer la distribución de una variable inobservable (también llamada variable estado). Particularmente, en este trabajo la variable estado corresponde al coeficiente que representa la correlación entre el mercado de acciones y de bonos argentino en el modelo de valuación de Goldman-Sachas, cuyo comportamiento es dinámico.

Mediante la aplicación de las ecuaciones de predicción y actualización, combinado con un algoritmo de maximización de la log-verosimilitud, el filtro de Kalman permitió generar una serie del coeficiente dinámico a medida que ingresaba nueva información y se iba calculando el error de predicción. Precisamente, la estimación de la correlación entre el mercado de bonos y acciones de Argentina se fue perfeccionando por la incorporación de la ganancia de Kalman –una fracción del error de predicción- en la actualización de la estimación. Como resultado, se obtuvo una serie mensual de la variable estado.

Una vez generada la serie de la variable estado, se estimó el retorno anual del índice Merval medido en dólares mediante el modelo de valuación de Goldman-Sachs y se lo contrastó contra el retorno efectivo del índice y con la estimación generada por otros métodos más tradicionales como Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS) y ventanas recursivas. El filtro de Kalman resultó ser ampliamente el que mejor ajustó la estimación del retorno del índice Merval en dólares.

En este contexto, la combinación del filtro de Kalman y la maximización de la función de verosimilitud resulta una herramienta muy valiosa dado que permite recrear series financieras con datos faltantes o poco confiables. En particular, en este trabajo se probó la capacidad del método en el campo de la valuación de activos en economías emergentes. Para futuras investigaciones, esta técnica podría aplicarse en otros modelos de valuación que

incorporen el riesgo país de una forma distinta a la aquí expuesta. También se invita a estudiar los resultados del filtro de Kalman cuando se modifica el comportamiento de la ecuación de transición (ejemplo, utilizando un proceso autorregresivo de mayor grado o bien tratando el coeficiente como un camino aleatorio *-random walk-* o con regresión a la media). Por último, futuros trabajos podrían analizar la precisión del método y del modelo en la estimación de retornos *out-of-sample*.

Bibliografia

Arnold, T., Bertus, M. J., & Godbey, J. (2008). A simplified approach to understanding the Kalman filter technique. *The Engineering Economist*, 53(2), 140-155

Barker, A. L., Brown, D. E., & Martin, W. N. (1995). Bayesian estimation and the Kalman filter. *Computers & Mathematics with Applications*, 30(10), 55-77

Bekiros, S. D., & Paccagnini, A. (2016). Policy-Oriented Macroeconomic Forecasting with Hybrid DGSE and Time-Varying Parameter VAR Models. *Journal of Forecasting*, 35(7), 613-632.

Berardi, A., Corradin, S., & Sommacampagna, C. (2002). Estimating value at risk with the Kalman Filter. *Revista di Politica Economica*. Novembre–Dicembre 2002.

Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of political economy*, 81(3), 637-654.

Brandt, M. W., & Kang, Q. (2004). On the relationship between the conditional mean and volatility of stock returns: A latent VAR approach. *Journal of Financial Economics*, 72(2), 217-257.

Brockwell, P., & Davis, R. A. (2002). Introduction to Time Series and Forecasting.

Bruner, R. F., Eades, K. M., Harris, R. S., & Higgins, R. C. (1998). Best practices in estimating the cost of capital: survey and synthesis. *Financial practice and education*, 8, 13-28.

Chan, K. C., Chen, N. F., & Hsieh, D. A. (1985). An exploratory investigation of the firm size effect. *Journal of Financial Economics*, 14(3), 451-471.

- Chen, N. F., Roll, R., & Ross, S. A. (1986). Economic forces and the stock market. *Journal of business*, 383-403.
- Chen, Z. (2003). Bayesian filtering: From Kalman filters to particle filters, and beyond. *Statistics*, 182(1), 1-69.
- Conrad, J., & Kaul, G. (1988). Time-variation in expected returns. *Journal of business*, 409-425.
- Dempster, A. P., Laird, N. M., & Rubin, D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the royal statistical society. Series B (methodological)*, 1-38.
- Dumrauf, G. (2003). Guía de finanzas. *Editorial Grupo Guía*, 2.
- Engel, E., & Valdés, R. (2001). Prediciendo el precio del cobre: ¿Más allá del camino aleatorio? (No. 100).
- Estrada, J. (2007). Discount rates in emerging markets: Four models and an application. *Journal of Applied Corporate Finance*, 19(2), 72-77.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of financial economics*, 33(1), 3-56.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1996). The CAPM is wanted, dead or alive. *The Journal of Finance*, 51(5), 1947-1958.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2004). The capital asset pricing model: Theory and evidence. *The Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 25-46.
- Fama, E. F., & MacBeth, J. D. (1973). Risk, return, and equilibrium: Empirical tests. *Journal of political economy*, 81(3), 607-636.

Fernández, M. (2006). El modelo CAPM: predictividad del coeficiente beta en países con economías emergentes caso Argentina.

Fernández-Villaverde, J., & Rubio-Ramírez, J. F. (2005). Estimating dynamic equilibrium economies: linear versus nonlinear likelihood. *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 891-910.

Fornero, R. (2002). Valuación de empresas en mercados financieros emergentes: riesgo del negocio y tasa de actualización. *Trabajo presentado en las XXII Jornadas Nacionales de Administración Financiera, Centro de Investigaciones de SADAF.*

Fuenzalida, D., & Mongrut, S. A. (2010). Estimation of discount rates in Latin America: empirical evidence and challenges.

Fusai, G., Marena, M., & Roncoroni, A. (2008). Analytical pricing of discretely monitored Asian-style options: Theory and application to commodity markets. *Journal of Banking & Finance*, 32(10), 2033-2045.

Fusai, G., & Roncoroni, A. (2008). *Implementing models in quantitative finance: methods and cases*. Springer Science & Business Media.

Gianluca, M. & Giulio, N. (2008). *Estimating DGSE models with long memory dynamics* (No. 2008037). Université catholique de Louvain, Département des Sciences Economiques

Godfrey, S., & Espinosa, R. (1996). A practical approach to calculating costs of equity for investments in emerging markets. *Journal of Applied Corporate Finance*, 9(3), 80-90.

Grewal, M. A., & Andrews, M. AP (1993). *Kalman Filtering: Theory and Practice*.

Grinblatt, M., Titman, S., & Lamothe Fernandez, P. (2003). *Mercados financieros y estrategia empresarial*. McGraw-Hill/Interamericana.

Hamilton, J. D. (1985). Uncovering financial market expectations of inflation. *Journal of Political Economy*, 93(6), 1224-1241.

Hamilton, J. D. (1994). *Time series analysis* (Vol. 2). Princeton: Princeton university press.

Harvey, A. C. (1990). *Forecasting, structural time series models and the Kalman filter*. Cambridge university press.

Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 82(1), 35-45.

Kikut, A. (2003). Técnicas recursivas de estimación de los coeficientes de regresión. *Banco Central de Costa Rica*, Departamento de Investigaciones Económicas, DIE-66-2003-IT

Lessard, D. R. (1996). Incorporating country risk in the valuation of offshore projects. *Journal of Applied Corporate Finance*, 9(3), 52-63.

Lintner, J. (1965). The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *The review of economics and statistics*, 13-37.

Mariscal, J., & Hargis, K. (1999). A long-term perspective on short-term risk. *Goldman Sachs Investment Research, Portfolio Strategy, Octy26y99*.

Mariscal, J. O., & Lee, R. M. (1993). The valuation of Mexican stocks: An extension of the capital asset pricing model. *Goldman Sachs, New York*.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

Merton, R. C. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of economic theory*, 3(4), 373-413.

Merton, R. C. (1980). On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of financial economics*, 8(4), 323-361.

Mongrut Montalván, S. (2007). *Valoración de proyectos de inversión en economías emergentes latinoamericanas: el caso de los inversionistas no diversificados*. Universitat de Barcelona.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 768-783.

Nieto, B., Orbe, S., & Zarraga, A. (2014). Time-varying market beta: does the estimation methodology matter?. *SORT-Statistics and Operations Research Transactions*, 38(1), 13-42.

Nimark, K. P. (2015). A low dimensional Kalman filter for systems with lagged states in the measurement equation. *Economics Letters*, 127, 10-13.

Pagan, A. (1980). Some identification and estimation results for regression models with stochastically varying coefficients. *Journal of Econometrics*, 13(3), 341-363.

Pástor, L., & Stambaugh, R. F. (2006). Predictive systems: Living with imperfect predictors. *The Journal of Finance*, 64(4), 1583-1628.

Pereiro, L., & Galli, M. (2000). La determinación del costo del capital en la valuación de empresas de capital cerrado: una guía práctica. *Instituto Argentino de Ejecutivos de Finanzas y Universidad Torcuato Di Tella*.

Pereiro, L. E. (2002). *Valuation of companies in emerging markets: a practical approach* (Vol. 156). John Wiley & Sons.

Punales, A. G. (2011). Time-varying coefficient model and the Kalman filter: Applications to hedge funds.

Renzi-Ricci, G. (2016). Estimating Equity Betas: What Can a Time-Varying Approach Add? A Comparison of Ordinary Least Squares and the Kalman Filter. *Nera Economic consulting*.

Rodríguez, W., & Maturana, C. (2010). Comparación de modelos de predicción de retornos accionarios en el Mercado Accionario Chileno: CAPM, FAMA y FRENCH y REWARD BETA. *EconoQuantum*, 7(1), 121-140.

Ross, L. (1977). The intuitive psychologist and his shortcomings: Distortions in the attribution process. *Advances in experimental social psychology*, 10, 173-220.

Rhudy, M. B., Salguero, R. A., & Holappa, K. (2017). A Kalman Filtering Tutorial for Undergraduate Students.

Ruppert, D. (2011). *Statistics and data analysis for financial engineering* (Vol. 13). New York: Springer.

Rytchkov, O. (2006). Filtering out expected dividends and expected returns. *Unpublished manuscript*.

Salomon-Smith-Barney (2002). Private pension funds in Latin America. *Equity Research, Latin America*.

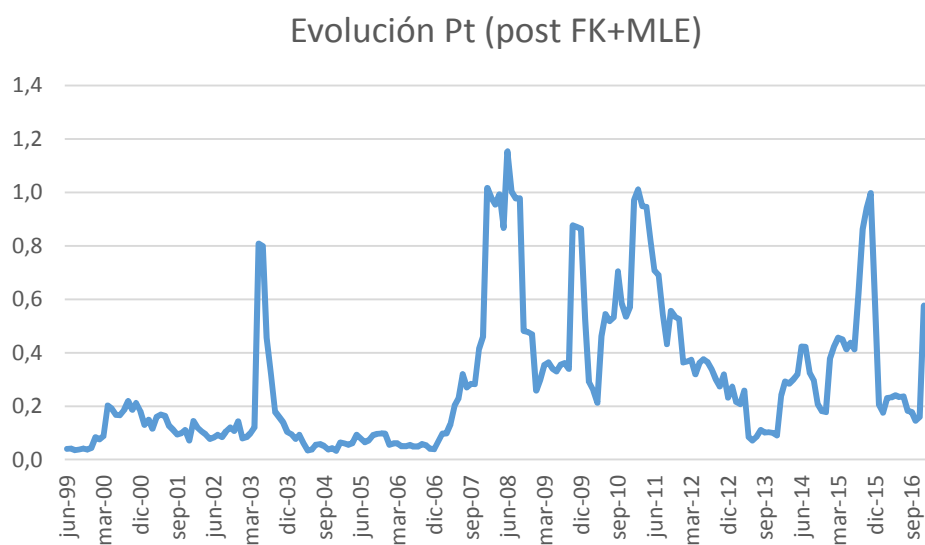
Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The journal of finance*, 19(3), 425-442.

Wells, C. (1994). Variable betas on the Stockholm exchange 1971-1989. *Applied Financial Economics*, 4(1), 75-92.

Wells, C. (1996). *The Kalman filter in finance*. Springer Science & Business Media.

Anexos

Gráfico 9



Cuadro 4

Ventanas recursivas (OLS anuales)	
Año	ρ
1999	1,83
2000	3,58
2001	5,82
2002	-1,88
2003	0,74
2004	1,66
2005	1,83
2006	0,55
2007	2,50
2008	2,08
2009	-3,62
2010	-0,40
2011	6,31
2012	-1,45
2013	-0,81
2014	0,13
2015	4,18
2016	-1,67

Cuadro 5

CUADRO COMPARATIVO CON DISTINTAS INICIALIZACIONES							
INICIALIZACIÓN							
ρ	0,09	0,09	0,09	0,00	0,00	0,00	1,00
β_0 priori	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	0,00
Pt priori	0,40	1,50	0,40	0,40	0,40	0,00	2,50
σ^2_v	1,33	1,33	2,00	1,33	2,00	3,00	3,00
σ^2_w	0,30	0,30	3,00	0,30	2,50	1,70	1,70
A	0,31	0,31	2,00	0,31	0,45	0,30	0,30
γ	0,69	0,69	7,00	0,69	2,00	0,89	0,89
log-veros.	-1046,53	-1049,11	-1998,75	-1049,11	-1260,21	-1378,97	-1378,97
Filtro de Kalman + MLE							
ρ	0,09	0,09	0,09	0,00	0,00	0,00	1,00
β_0 priori	0,91	0,91	0,91	1,00	1,00	1,00	0,00
Pt priori	0,40	1,50	0,40	0,40	0,40	0,00	2,50
σ^2_v	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003
σ^2_w	1,066	1,051	1,066	1,053	1,066	1,069	1,063
A	0,986	0,986	0,986	0,986	0,986	0,986	0,986
γ	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
log-veros.	586,21	589,37	586,21	589,05	586,10	585,82	587,03
ECM	0,0007	0,0007	0,6454	0,0007	0,6450	0,6423	0,6480

Gráfico 10

Merval USD: Retorno interanual efectivo vs. Retorno estimado por FK + MLE (serie semanal)



Gráfico 11

Serie semanal correlación mdo.bonos y acciones Argentina generada por Filtro de Kalman

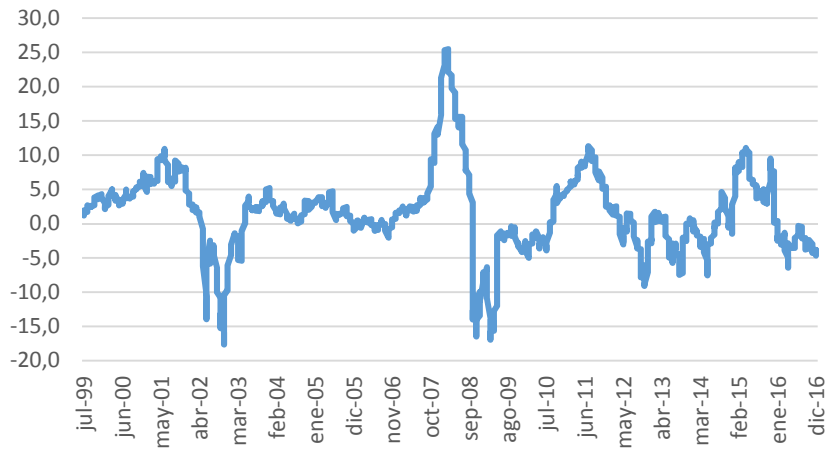


Tabla 2

Retorno Merval en USD (anual)			
Fecha	Estimado con modelo	Efectivo	Error cuadrático
30/6/1999	0,0%	-0,3%	0,000013
31/7/1999	5,5%	5,5%	0,000000
31/8/1999	-6,2%	-6,3%	0,000002
30/9/1999	-10,9%	-11,0%	0,000001
31/10/1999	-18,0%	-18,2%	0,000002
30/11/1999	-25,4%	-25,5%	0,000001
31/12/1999	-24,1%	-24,2%	0,000001
31/1/2000	-6,0%	-5,9%	0,000002
29/2/2000	-30,4%	-31,0%	0,000042
31/3/2000	-22,1%	-21,9%	0,000001
30/4/2000	-14,1%	-14,5%	0,000021
31/5/2000	-5,9%	-5,4%	0,000021
30/6/2000	-18,2%	-19,1%	0,000068
31/7/2000	-34,9%	-36,1%	0,000132
31/8/2000	-32,2%	-32,5%	0,000007
30/9/2000	-47,0%	-48,8%	0,000327
31/10/2000	-48,9%	-49,0%	0,000001

30/11/2000	-48,0%	-48,6%	0,000032
31/12/2000	-33,0%	-32,0%	0,000111
31/1/2001	-56,9%	-57,7%	0,000063
28/2/2001	-56,0%	-56,5%	0,000023
31/3/2001	-65,9%	-66,3%	0,000014
30/4/2001	-68,7%	-69,8%	0,000126
31/5/2001	-78,5%	-79,7%	0,000136
30/6/2001	-76,7%	-77,1%	0,000011
31/7/2001	-70,2%	-69,9%	0,000011
31/8/2001	-67,7%	-67,7%	0,000000
30/9/2001	-56,9%	-56,5%	0,000019
31/10/2001	-45,1%	-45,1%	0,000000
30/11/2001	-32,9%	-33,3%	0,000017
31/12/2001	-44,7%	-45,0%	0,000008
31/1/2002	-23,0%	-23,7%	0,000047
28/2/2002	-2,9%	-1,8%	0,000106
31/3/2002	26,5%	27,3%	0,000061
30/4/2002	70,0%	71,6%	0,000250
31/5/2002	164,9%	167,3%	0,000559
30/6/2002	195,8%	196,8%	0,000106
31/7/2002	168,8%	168,3%	0,000033
31/8/2002	133,6%	132,9%	0,000049
30/9/2002	166,3%	168,0%	0,000290
31/10/2002	162,4%	163,0%	0,000032
30/11/2002	143,5%	142,8%	0,000044
31/12/2002	134,6%	134,8%	0,000005
31/1/2003	127,6%	127,0%	0,000044
28/2/2003	117,9%	117,7%	0,000008
31/3/2003	119,7%	120,3%	0,000032
30/4/2003	69,8%	68,5%	0,000184
31/5/2003	43,1%	34,9%	0,006654
30/6/2003	20,8%	16,8%	0,001587
31/7/2003	24,4%	25,2%	0,000061
31/8/2003	30,4%	31,7%	0,000151
30/9/2003	34,7%	35,1%	0,000014
31/10/2003	33,5%	33,5%	0,000000
30/11/2003	24,5%	23,7%	0,000069
31/12/2003	26,0%	26,3%	0,000006
31/1/2004	20,9%	20,7%	0,000005
29/2/2004	30,4%	31,0%	0,000036
31/3/2004	14,9%	14,3%	0,000034
30/4/2004	21,7%	22,1%	0,000011

31/5/2004	59,7%	60,2%	0,000025
30/6/2004	48,3%	48,1%	0,000004
31/7/2004	62,1%	62,4%	0,000007
31/8/2004	70,9%	71,0%	0,000002
30/9/2004	52,4%	52,0%	0,000013
31/10/2004	24,1%	23,7%	0,000014
30/11/2004	27,2%	27,3%	0,000000
31/12/2004	10,1%	10,0%	0,000003
31/1/2005	24,4%	24,4%	0,000001
28/2/2005	5,7%	5,2%	0,000022
31/3/2005	21,5%	21,7%	0,000005
30/4/2005	35,0%	35,1%	0,000000
31/5/2005	5,5%	4,0%	0,000212
30/6/2005	15,1%	17,1%	0,000408
31/7/2005	5,3%	5,2%	0,000001
31/8/2005	-0,9%	-1,2%	0,000004
30/9/2005	-9,1%	-9,5%	0,000015
31/10/2005	7,1%	7,6%	0,000024
30/11/2005	21,6%	22,2%	0,000033
31/12/2005	33,8%	34,2%	0,000020
31/1/2006	14,4%	13,9%	0,000029
28/2/2006	19,3%	19,5%	0,000004
31/3/2006	16,2%	16,1%	0,000000
30/4/2006	11,5%	11,4%	0,000002
31/5/2006	35,6%	36,1%	0,000022
30/6/2006	27,8%	27,7%	0,000002
31/7/2006	26,1%	26,1%	0,000000
31/8/2006	21,7%	21,7%	0,000000
30/9/2006	31,5%	31,7%	0,000005
31/10/2006	29,8%	29,8%	0,000000
30/11/2006	9,8%	9,6%	0,000008
31/12/2006	0,1%	-0,1%	0,000002
31/1/2007	-4,5%	-4,6%	0,000002
28/2/2007	2,5%	2,6%	0,000001
31/3/2007	-2,0%	-2,2%	0,000002
30/4/2007	-4,8%	-5,0%	0,000006
31/5/2007	-2,4%	-2,4%	0,000000
30/6/2007	-1,5%	-1,6%	0,000001
31/7/2007	-8,4%	-9,7%	0,000175
31/8/2007	-10,2%	-10,3%	0,000000
30/9/2007	-24,7%	-26,6%	0,000360
31/10/2007	-56,7%	-60,1%	0,001169

30/11/2007	-55,5%	-58,0%	0,000634
31/12/2007	-53,2%	-54,2%	0,000117
31/1/2008	-42,3%	-51,4%	0,008196
29/2/2008	-54,4%	-58,2%	0,001449
31/3/2008	-52,9%	-54,3%	0,000189
30/4/2008	-47,2%	-48,1%	0,000090
31/5/2008	-42,6%	-40,5%	0,000472
30/6/2008	-37,0%	-40,0%	0,000916
31/7/2008	-30,7%	-28,7%	0,000373
31/8/2008	-23,3%	-21,0%	0,000502
30/9/2008	-0,7%	5,9%	0,004379
31/10/2008	74,6%	85,8%	0,012357
30/11/2008	87,9%	91,3%	0,001138
31/12/2008	93,4%	95,4%	0,000407
31/1/2009	96,0%	94,5%	0,000223
28/2/2009	99,9%	101,4%	0,000207
31/3/2009	100,5%	102,1%	0,000250
30/4/2009	81,2%	79,6%	0,000270
31/5/2009	37,6%	32,9%	0,002271
30/6/2009	32,9%	32,9%	0,000000
31/7/2009	34,6%	35,2%	0,000044
31/8/2009	28,1%	27,9%	0,000007
30/9/2009	24,0%	23,6%	0,000011
31/10/2009	31,0%	37,2%	0,003830
30/11/2009	42,1%	45,1%	0,000921
31/12/2009	43,4%	45,3%	0,000367
31/1/2010	49,7%	49,1%	0,000036
28/2/2010	50,3%	49,0%	0,000168
31/3/2010	37,3%	36,3%	0,000086
30/4/2010	35,5%	35,3%	0,000002
31/5/2010	39,3%	41,4%	0,000458
30/6/2010	44,8%	47,2%	0,000562
31/7/2010	33,6%	32,2%	0,000192
31/8/2010	21,5%	19,3%	0,000521
30/9/2010	-5,4%	-12,3%	0,004732
31/10/2010	-9,3%	-9,8%	0,000022
30/11/2010	-24,0%	-26,8%	0,000796
31/12/2010	-32,7%	-35,5%	0,000792
31/1/2011	-25,3%	-28,3%	0,000875
28/2/2011	-27,1%	-29,1%	0,000401
31/3/2011	-26,3%	-26,7%	0,000013
30/4/2011	-35,3%	-38,3%	0,000891

31/5/2011	-35,2%	-36,6%	0,000183
30/6/2011	-37,1%	-36,7%	0,000017
31/7/2011	-35,0%	-34,8%	0,000002
31/8/2011	-27,5%	-26,4%	0,000115
30/9/2011	-13,7%	-10,9%	0,000811
31/10/2011	-25,2%	-28,9%	0,001370
30/11/2011	-17,8%	-16,5%	0,000166
31/12/2011	-1,3%	1,4%	0,000734
31/1/2012	6,4%	8,1%	0,000268
29/2/2012	0,7%	-0,7%	0,000202
31/3/2012	6,5%	7,7%	0,000139
30/4/2012	40,4%	43,9%	0,001240
31/5/2012	31,5%	30,8%	0,000054
30/6/2012	9,7%	6,6%	0,000922
31/7/2012	15,6%	16,5%	0,000081
31/8/2012	31,5%	33,7%	0,000460
30/9/2012	55,3%	58,2%	0,000827
31/10/2012	77,0%	79,2%	0,000488
30/11/2012	84,5%	86,2%	0,000279
31/12/2012	46,1%	42,4%	0,001341
31/1/2013	11,1%	7,9%	0,001038
28/2/2013	20,8%	21,4%	0,000037
31/3/2013	20,5%	20,6%	0,000003
30/4/2013	14,7%	14,3%	0,000014
31/5/2013	43,8%	44,6%	0,000066
30/6/2013	74,7%	75,5%	0,000069
31/7/2013	63,5%	63,5%	0,000000
31/8/2013	67,9%	68,4%	0,000023
30/9/2013	79,5%	80,2%	0,000039
31/10/2013	49,2%	48,2%	0,000095
30/11/2013	24,3%	23,5%	0,000058
31/12/2013	21,5%	21,4%	0,000001
31/1/2014	30,2%	31,0%	0,000073
28/2/2014	47,4%	50,1%	0,000722
31/3/2014	53,4%	54,3%	0,000082
30/4/2014	58,4%	59,4%	0,000094
31/5/2014	28,6%	25,6%	0,000857
30/6/2014	31,3%	32,1%	0,000059
31/7/2014	21,7%	21,1%	0,000035
31/8/2014	4,1%	1,5%	0,000652
30/9/2014	-26,6%	-30,0%	0,001190
31/10/2014	-1,4%	1,0%	0,000574

30/11/2014	15,7%	16,8%	0,000122
31/12/2014	-8,5%	-10,2%	0,000271
31/1/2015	-15,3%	-17,2%	0,000373
28/2/2015	-23,0%	-24,7%	0,000298
31/3/2015	-26,4%	-28,1%	0,000287
30/4/2015	-28,7%	-28,9%	0,000003
31/5/2015	-24,8%	-24,4%	0,000021
30/6/2015	-23,2%	-23,7%	0,000030
31/7/2015	-14,0%	-12,7%	0,000178
31/8/2015	-10,9%	-11,6%	0,000051
30/9/2015	1,6%	4,3%	0,000740
31/10/2015	-7,8%	-11,2%	0,001144
30/11/2015	-14,8%	-18,1%	0,001083
31/12/2015	11,5%	18,2%	0,004503
31/1/2016	45,3%	47,3%	0,000390
29/2/2016	48,6%	49,0%	0,000014
31/3/2016	48,6%	49,1%	0,000029
30/4/2016	42,6%	42,3%	0,000010
31/5/2016	52,1%	53,2%	0,000108
30/6/2016	36,0%	35,0%	0,000086
31/7/2016	17,5%	16,0%	0,000222
31/8/2016	29,0%	29,8%	0,000062
30/9/2016	38,2%	38,8%	0,000042
31/10/2016	36,3%	36,2%	0,000001
30/11/2016	41,0%	41,3%	0,000013
31/12/2016	45,4%	51,5%	0,003763

Solicitud de constitución de Jurado para Defensa del TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA		Código de la Maestría
Nombre y apellido del alumno SEBASTIAN BRUDERSOHN		Tipo y N° de documento de identidad 35.380.671
Año de ingreso a la Maestría – Ciclo 2013	Fecha de aprobación de la última asignatura rendida	
<p>Título del Trabajo Final</p> <p>Modelo de valuación de activos emergentes con estimación recursiva de coeficientes dinámicos. Un análisis para Argentina durante el período 1999-2016</p>		
<p>Solicitud del Director de Trabajo Final</p> <p>Comunico a la Dirección de la Maestría que el Trabajo Final bajo mi dirección se encuentra satisfactoriamente concluido. Por lo tanto, solicito se proceda constituir el correspondiente Jurado para su evaluación y calificación final.</p> <p>Firma del Director de Trabajo Final</p> <p>Aclaración EDUARDO CORSO</p> <p>Lugar y fecha CAPITAL FEDERAL, ARGENTINA. 16/3/18</p>		
Datos de contacto del Director		
Correo electrónico eduacorso@gmail.com	Teléfonos 15 5797-7924	
<p>Se adjunta a este formulario:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Trabajo Final de Maestría impreso (indicar cantidad de copias presentadas) • CD con archivo del Trabajo Final en formato digital (versión Word y PDF) 		

<ul style="list-style-type: none">• Certificado analítico	
Fecha	Firma del alumno

PRESENTAR EN LA RECEPCIÓN DE LA ESCUELA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Form. TFM v0