

Universidad de Buenos Aires Facultad de Ciencias Económicas Área de Ciencias Actuariales Escuela de Estudios de Posgrado

MAESTRÍA EN GESTIÓN ACTUARIAL DE LA SEGURIDAD SOCIAL

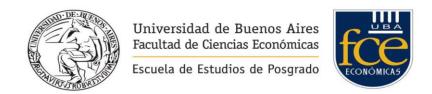
Proyecto Final de Graduación

Aplicación de la teoría de la credibilidad en la definición de las primas de riesgo en el seguro de Responsabilidad Civil del Instituto Nacional de Seguros.

Autor: Juliana Jiménez Borrás

Tutor: MSc. Rodrigo Arias López

Buenos Aires, Argentina Agosto, 2019



San José, Costa Rica, 10 de diciembre del 2018.

Señores,

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Estimados señores:

Por medio de la presente les comunico que he revisado el trabajo de investigación "Aplicación de la teoría de la credibilidad en la definición de las primas de riesgo en el seguro de Responsabilidad Civil del Instituto Nacional de Seguros" realizado por la señora Juliana Jiménez Borrás para optar por el título de "Maestría en Gestión Actuarial de Seguridad Social" impartido por el Centro Interamericano de Seguridad Social y la Universidad de Buenos Aires, al cual le hice observaciones y fueron incorporadas a la versión final, con lo que me siento satisfecho y la apruebo para que continué con el trámite.

Atentamente

M.Sc. Rodrigo Arias López

DEDICATORIA

A Dios por haberme dado la fortaleza, sabiduría y salud para realizar todos los proyectos que he tenido en mi vida, ya que sin Él nada hubiera sido posible.

A mi esposo y mis hijas por su amor, apoyo, y comprensión durante el desarrollo de esta maestría.

A mis padres que siempre me enseñaron a no desfallecer ni rendirme en la vida, y siembre luchar por lo que se desea y saber que los obstáculos se vencen con optimismo.

AGRADECIMIENTO

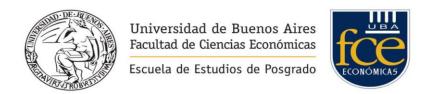
A mí esposo y mis hijas por haber sabido entender el tiempo dedicado durante el curso de la maestría, así como en el desarrollo de este proyecto de investigación.

Un agradecimiento especial a mi tutor Actuario Rodrigo Arias López, quien ha dedicado su tiempo en guiarme en el desarrollo de esta tesis.

INDICE GENERAL

DEDICATORIA	3
AGRADECIMIENTO	4
INDICE GENERAL	5
Resumen	7
Introducción	9
1.1. Presentación	9
1.2. Descripción del Problema	11
	13
	15
2.1. Formulación del Problema	15
2.2. Objetivos	17
2.3. Hipótesis	18
Marco Teórico	
3.1. Seguro de Responsabilidad Civil General	19
3.2. Comportamiento del seguro de Responsabilidad Civil en Costa Rica.	25
3.3. Método actual de tarificación del seguro Responsabilidad Civil	30
3.4. Fundamentos de la Teoría de Credibilidad y su aplicación en el campo de los seguros	35
3.5. Credibilidad total y credibilidad parcial	41

3.6. Métodos desarrollados en la Teoría de la Credibilidad.	42
3.6.1 Modelo de Bühlmann	42
3.6.2. Modelo de Bühlmann – Straub	52
3.6.3 Modelo Jerárquico de Jewell	58
3.7. Factores a tomar en cuenta para elegir el modelo de credibilidad más adecuado	63
Marco Metodológico	68
4.1. Tipo de estudio	68
4.2. Fuentes de datos y herramientas de recolección y procesamiento	69
4.3. Universo, muestra y unidad de análisis	70
Aplicaciones	
5.1. Determinación de las primas de riesgo por actividad por Teoría de Riesgo	
5.2. Determinación de las primas de riesgo por actividad por Teoría de la Credibilidad	87
5.3. Determinación del modelo de mejor ajuste	91
Conclusiones	101
Referencias Bibliográficas	105
Itororolloud Dianograficad	103



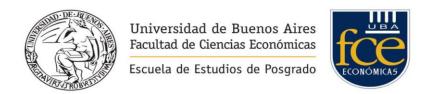
Resumen

En este trabajo de investigación se efectúa un análisis de la aplicabilidad de la Teoría de la Credibilidad bajo el esquema de la Credibilidad Europea con el desarrollo de tres modelos: Bühlmann, Bühlmann-Straub, y jerárquico de Jewell, en el seguro de Responsabilidad Civil.

Dentro del mismo se realizará un análisis del comportamiento que ha venido teniendo este seguro en el mercado de Costa Rica desde el rompimiento del monopolio de seguros en el año 2010, y donde el Instituto Nacional de Seguros ha ido disminuyendo su cuota de mercado, y que uno de los factores que ha influido es la variable precio. Asimismo, se efectúa una descripción del ámbito de cobertura de este seguro.

Con el fin de valorar la aplicabilidad de otra metodología actuarial que sería la Teoría de la Credibilidad, para el cálculo de la prima de riesgo de este seguro, y, por ende, poder a partir de ella definir los costos comerciales que sean más competitivos en el mercado.

Se realiza una descripción de cada uno de los tres modelos que se desarrollaran en este proyecto de investigación: Bühlmann, Bühlmann – Straub, y el modelo Jerárquico de Jewell, así como sus supuestos.



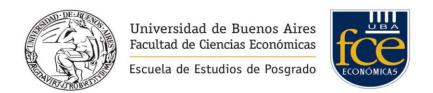
El objetivo de este estudio es aplicar a una muestra de grupos de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil tres métodos de credibilidad para la obtención de primas de riesgo¹.

Posteriormente, se realiza una comparación de los resultados de acuerdo con cada una de las metodologías con el objetivo de analizar las semejanzas o no de los resultados, y poder determinar el modelo que mejor ajusta la tasa esperada respecto a las tasas existentes en cada grupo de riesgo, tomando en cuenta la experiencia siniestral en cada grupo y utilizando el criterio de mínima varianza.

Finalmente, se realiza un análisis de la viabilidad de la aplicación de esta técnica para el cálculo de primas de riesgos de impacto en la tarifa del seguro y conclusiones de esta investigación.

MVIRTY

¹ "Prima Pura o de Riesgo: Representa la unidad más simple y básica del concepto de prima, por cuanto significa el coste real del riesgo asumido por el asegurador, sin tener en cuenta sus gastos de gestión". (Fundación Mapfre, 2014, 24).



CAPÍTULO 1

Introducción

1.1. Presentación

Costa Rica, después de 84 años de tener monopolio en el mercado de seguros, en el año 2010 se presenta el rompimiento, y se encuentra desde esa fecha en un mercado de competencia.

El Instituto Nacional de Seguros (INS), como empresa estatal de seguros y que a la fecha se mantiene como la compañía de seguros más grande de Centroamérica, ha tenido que reaccionar para mantener su posición en un mercado cada vez más competitivo, no tanto en el amparo de cobertura de los productos que ofrece sino con respecto a las variables precio y servicio.

Por tanto, en el caso de la variable precio la determinación de las primas de riesgos de los seguros, esto es, la tasa que debe de establecerse para hacer frente a las futuras responsabilidades con los asegurados, ya no es suficiente realizarla en función de los siniestros observados en un período, sino cuanto mayor conocimiento se tenga sobre el riesgo a asegurar, más exacta va a ser la prima de riesgo a cobrar de acuerdo con la probabilidad de riesgo.



La Teoría de la Credibilidad [4], es un conjunto de ideas concernientes al ajuste sistemático de las primas de los seguros a medida que se obtiene experiencia de la siniestralidad, y que busca la estimación de primas de seguros colectivos que son más o menos homogéneos, combinando la información de un riesgo o póliza individual con la información global de la cartera o portafolio.

Por tanto, esta teoría agrupa las pólizas relacionadas con un riesgo específico con un conjunto de características comunes en un grupo de asegurados. Asimismo, cada póliza tiene un conjunto de características que se toman en cuenta en el momento de definir las primas de los riesgos individuales.

Para efectos de este proyecto se trabajará con la Teoría de la Credibilidad bajo el esquema de la Credibilidad Europea donde se han desarrollado modelos, tales como Bühlmann, Bühlmann-Straub, y jerarquizado de Jewell.

Los modelos de Bühlmann y Bühlmann-Straub son considerados la base la Teoría de la Credibilidad Moderna, y por medio de ellos, se puede estimar la prima de riesgo individual, seleccionando la mejor prima lineal utilizando el criterio estadístico de mínimos cuadrados.

El método de jerarquizado de Jewell establece un modelo a partir del cual se puede realizar el estudio de una cartera o portafolio de riesgos, pero segregándola en subgrupos de riesgos homogéneos, donde para cada póliza o riesgo se asocian dos parámetros de riesgo: pólizas y subgrupos.

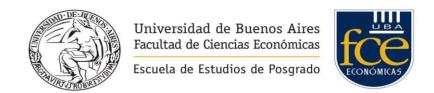
Los seguros de responsabilidad civil han tenido una evolución muy importante en países como los Estados Unidos, México, Chile, Argentina, Brasil, pero en el caso de Costa Rica es en la última década que la población ha adquirido mayor conocimiento de la importancia que tiene un seguro de este tipo, y por ende se ha presentado una mayor demanda por el mismo, pero igualmente un aumento en la siniestralidad de ciertos tipos de riesgos tanto a nivel de frecuencia como severidad.

Al presentarse un incremento en la siniestralidad, el precio del seguro a nivel de la cartera tiende a aumentar, pero ante un mercado competitivo, riesgos específicos con buena experiencia siniestral son objeto por parte de las compañías de seguros de la competencia a ofrecer precios más bajos en comparación al del INS.

La Teoría de Credibilidad es una técnica actuarial que sería aplicable para determinar precios más competitivos en los seguros que ofrece el INS en el mercado costarricense; por ello, para efectos de este proyecto se va a aplicar esta metodología en el seguro de Responsabilidad Civil.

1.2. Descripción del Problema.

En la actualidad en el sector asegurador de Costa Rica se presenta una importante competencia entre las compañías, tanto en los ramos de vida y no vida debido a la presencia de aseguradoras extranjeras que ofrecen al mercado atractivos planes de seguros tanto para la conservación de portafolios que administran como para la captura de nuevos clientes.



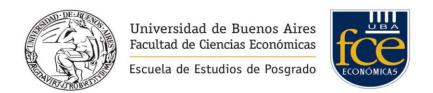
Con el objetivo de poder mantener sus carteras y capturar nuevos clientes las aseguradoras ha venido tarifando en muchos casos por debajo del nivel técnico de suficiencia, sin tomar en cuenta que la prima de riesgo debe ser determinada de manera que pueda hacer frente a las obligaciones esperadas por siniestralidad.

Por tanto, ante un mercado cada vez cambiante y competitivo, las compañías de seguros por medio de técnicas de las ciencias actuariales buscan como mejorar los precios; pero siempre teniendo presente que las tarifas comerciales sean suficientes para poder hacer frente a los siniestros esperados, y los gastos de seguro.

Una de las metodologías que se han venido desarrollando y mejorando día a día a nivel mundial, es la denominada Teoría de la Credibilidad. Está técnica estadística, busca establecer el agrupamiento de pólizas de un mismo riesgo, por ejemplo, automóviles, casas residenciales, hoteles, centros comerciales, etc., que tienen una serie de características comunes de manera que se pueda determinar una prima de riesgo grupal o colectivo.

El problema de la credibilidad es poder estimar las ponderaciones o el peso que están afectando la siniestralidad de una póliza o riesgo con respecto a la experiencia al grupo al que pertenece la póliza.

Se han desarrollado en la ciencia actuarial varios métodos sobre la credibilidad, entre los más importantes y utilizados se encuentran el modelo de Bühlmann, el modelo de Bühlmann – Straub, y el modelo Jerárquico de Jewell.



El objetivo de este estudio es aplicar a una muestra de grupos de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil tres métodos de credibilidad para la obtención de primas de riesgo y medir el ajuste que se obtiene por medio de esta metodología en comparación con la metodología de tarifación tradicional que se ha venido utilizando.

1.2. Relevancia y Justificación.

Las compañías de seguros, por medio de los actuarios definen las primas de riesgo (tasa teórica) asociadas a la probabilidad de riesgo a nivel de individuo o bien que se desea asegurar.

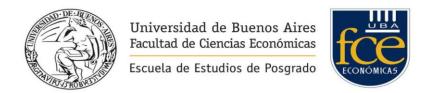
Para ello, se debe de conocer la distribución de probabilidad y sus parámetros a partir de la experiencia siniestral a nivel de cada uno de los riesgos para la determinación de la prima de riesgo. Lo que generalmente sucede, es que no se dispone de información suficiente a nivel de cada riesgo o póliza para la determinación de esta prima, y por ello, se debe de calcular la prima de riesgo con base en la información de experiencia siniestral de la cartera o grupo (colectiva) de riesgos homogéneos, con una función compuesta que tome en cuenta la frecuencia como la severidad de las reclamaciones.

Pero bien, en un mercado de competencia, los asegurados con buena siniestralidad buscan de las compañías de seguros a la hora de suscribir o renovar sus contratos de seguro que el precio esté en función de su probabilidad de riesgo. Por ello, para mejorar el cálculo de la prima de riesgo y por ende la prima comercial de manera individual o de un subgrupo con respecto a la cartera, la aplicación de la Teoría de Credibilidad es una de las técnicas más utilizadas.



Con la aplicación de esta teoría, la tarifa o prima de credibilidad (prima de riesgo) es un promedio ponderado entre la media siniestral del riesgo individual y la media siniestral de la cartera total o colectiva. La utilización de la prima de riesgo individual o la de la cartera, va a estar en función de si se cuenta con suficiente información propia del riesgo, ya sea porque "n" es muy pequeño o la cantidad de datos es poca, la prima a cobrar al asegurado tiende a ser asociada al riesgo individual; pero, por el contrario, si no se cuenta con información suficiente del riesgo, la prima de riesgo tenderá a ser la correspondiente a la cartera.





CAPÍTULO 2

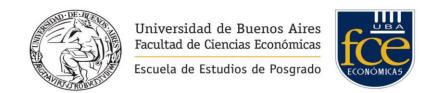
Planteamiento del problema

2.1. Formulación del Problema.

La definición actuarial de las estructuras tarifarias de cualquier producto, deben de procurar que las mismas tengan solvencia para la aseguradora, y a la vez que sean lo más justas para los asegurados en términos de la probabilidad de riesgo del bien o persona asegurada.

Los modelos tradicionales de tarifación denominados "a posteriori", tienen la característica de que la prima de riesgo de una póliza o grupo de pólizas homogéneas va a estar en función de su propia siniestralidad, por lo que la tarifa podría ser inadecuada ya que no se está tomando en cuenta el volumen de los datos y las correlaciones que existen con los otros riesgos del portafolio o cartera a la cual pertenece el riesgo individual [16].

Los modelos de credibilidad surgen como una solución a la tarifación tomando en cuenta la heterogeneidad de un grupo o una cartera de riesgos, buscando una combinación y equilibrio de la experiencia siniestral del asegurado y de la experiencia siniestral de la cartera.



La teoría de la credibilidad se basa en agrupar las pólizas referentes a un mismo riesgo con una serie de características comunes en un grupo colectivo, al cual se le determina una prima de riesgo colectiva [5]. Pero es necesario tomar en cuenta que cada póliza o riesgo a la vez, tiene un conjunto de características que la hace diferente a las otras pólizas. Algunas de estas características pueden ser difíciles de cuantificar; pero que no dejan de ser importante de tomar en cuenta en el momento de determinar la prima de riesgo individual.

La teoría de la Credibilidad estima dichas primas basándose en la información a priori de la experiencia siniestral, y se representa como una suma ponderada de la prima de riesgo de grupo o cartera y la media de prima de riesgo empírica de las reclamaciones pagadas individuales [14].

El objetivo en la teoría de credibilidad europea es determinar el factor de ponderación Z que se conoce como factor de credibilidad, tal que:

$$\pi = Zm + (1 - Z)M \tag{2.1}$$

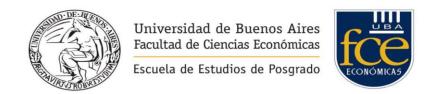
Donde:

Z = Factor de credibilidad, que mide el peso de la experiencia individual en la determinación de la prima de riesgo, donde $0 \le Z \le 1$

m = Corresponde a la media siniestral del riesgo individual.

M =Corresponde a la media siniestral de riesgo de cartera.

 π = Prima de riesgo ponderada del riesgo individual.



En un mercado de competencia, los asegurados con buena siniestralidad buscan de las compañías de seguros en el momento de las emisiones o renovaciones de sus contratos de seguro mejoras en el costo de este. Por ello, para mejorar el cálculo de la prima de riesgo y por ende la prima comercial de manera individual o de un subgrupo con respecto a la cartera, la aplicación de la teoría de credibilidad es una de las técnicas más utilizadas.

El objetivo de este estudio es aplicar a una muestra de grupos de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil, tres métodos de teoría de la credibilidad para la obtención de primas de riesgo. Por ello, los objetivos definidos para el desarrollo de la investigación son los siguientes:

2.2. Objetivos

2.2.1. Objetivo General:

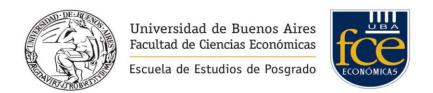
Estimar las primas de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil utilizando el modelo de credibilidad de mejor ajuste del grupo de modelos Bühlmann, Bühlmann–Straub, y el modelo Jerárquico de Jewell.

2.2.2. Objetivos Específicos:

- Investigar en bibliografía especializada los Modelos de Credibilidad.
- Estudiar y profundizar los métodos de Teoría de Credibilidad de Bühlmann,
 Bühlmann Straub, y el modelo Jerárquico de Jewell.
- Aplicar los métodos de Bühlmann, Bühlmann Straub, y el modelo Jerárquico de Jewell para el cálculo de las tarifas de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil.
- Determinar de los métodos Bühlmann, Bühlmann Straub, y el modelo Jerárquico de Jewell, el de mejor ajuste a las tarifas de riesgo de manera de obtener la proyección de monto esperado de siniestralidad de la cartera.

2.3. Hipótesis

El uso de modelos de teoría de credibilidad permite establecer primas de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil del INS, que representen la mejor predicción del monto esperado de los siniestros que ocurrirán en la cartera o portafolio



CAPÍTULO 3

Marco Teórico

3.1. Seguro de Responsabilidad Civil General.

Existen tres tipos de seguros: los seguros personales, de daños o reales y patrimoniales o abstractos. Los seguros personales tienen como fin amparar los daños corporales sufridos por el asegurado, ejemplo de este tipo de seguros son los de vida o enfermedad.

Por su parte, los seguros de daños o reales son aquellos relacionados con cosas, y su fin es ofrecer la protección a riesgos a los que se ven expuestos bienes tangibles o animales.

Y el tercer grupo son los seguros patrimoniales o abstractos, que cubren los riesgos a los que está expuesto el patrimonio del asegurado, como son los seguros de responsabilidad civil, crédito, pérdida de beneficios entre otros.

El Seguro de Responsabilidad Civil, aunque forma parte de los seguros patrimoniales, tiene una serie de características que lo hacen diferente [12]:

➤ Busca preservar el patrimonio del asegurado no en forma directa, sino indirecta, ya que indemniza en nombre del asegurado a terceros que hayan sufrido daños o perjuicios.

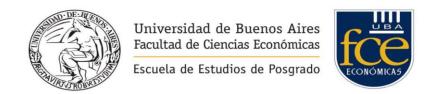
El objetivo es cubrir el riesgo que podría afectar el patrimonio por medio de este seguro, en caso de existencia de un siniestro, se traslada la afectación del patrimonio a la aseguradora.

- ➤ En los seguros patrimoniales, es posible evaluar a priori el monto máximo de siniestro de acuerdo con el tipo de bienes asegurados. En caso de que ocurra una pérdida total, la suma máxima a indemnizar sería el monto asegurado. Pero en los seguros de responsabilidad civil no es posible estimar la pérdida máxima probable, ya que este no va a afectar al patrimonio del asegurado sino al de terceros en una suma no determinada.
- No aplica el concepto de infraseguro², ya que la responsabilidad civil no afecta directamente a un bien tangible del asegurado sino contra su patrimonio.

Los seguros de Responsabilidad Civil por ende, tienen como objetivo cubrir las posibles indemnizaciones que el asegurado o tomador del seguro con culpa o negligencia se vea obligado a hacer frente, como consecuencia de haberse declarado civilmente responsable de:

20

² Situación que se produce cuando un bien se asegura por un valor económico inferior al que realmente tiene. Es por tanto una situación que puede darse en los ramos No Vida, que es donde se aseguran bienes materiales.



- La muerte o lesiones causadas a terceros.
- Los daños materiales a bienes pertenecientes a terceros.
- Gastos de defensa del asegurado, incluso por reclamaciones infundadas, así como honorarios y gastos de toda clase, de cargo del asegurado civilmente responsable. [12]

Importante indicar, que este tipo de seguros cubre la responsabilidad derivada de hechos aleatorios, independientes de la voluntad del asegurado o tomador del seguro. Por tanto, la responsabilidad civil cubierta en los contratos de seguro no es a consecuencia de obligaciones contraídas por ley, ni de los contratos establecidos entre partes, ni de los actos ilícitos intencionados ya que en todos estos casos el cumplimiento depende de la voluntad del sujeto, sino solo la que se deriva como se indicó anteriormente de actos u omisiones en que interviene culpa o negligencia [12].

Para el seguro de Responsabilidad Civil, se han propuesto las siguientes definiciones:

Definición 3.1.1

"Seguro de Responsabilidad Civil: Aquel en el que el asegurador se compromete a indemnizar al asegurado del daño que pueda experimentar su patrimonio a consecuencia de la reclamación que le efectúe un tercero, por la responsabilidad en que haya podido incurrir, tanto el propio asegurado como aquellas personas de quienes él deba responder civilmente. En resumen, mediante este seguro se garantiza:

- 1. El pago de las cantidades de las que el asegurado resulte civilmente responsable.
- La constitución de las fianzas judiciales que puedan ser exigidas al asegurado.
- 3. Los gastos judiciales causados por la defensa de la responsabilidad civil del asegurado." (Fundación Mapfre, 2014, pág. 34.)

Definición 3.1.2

Seguro de Responsabilidad Civil: Seguro orientado a cubrir la responsabilidad civil extracontractual en que, de acuerdo con la póliza, sea legalmente imputable el Asegurado nombrado en las condiciones particulares, en desarrollo de las actividades propias y provenientes de un accidente o serie de accidentes emanados de un solo acontecimiento que cause a terceros, en forma fortuita y accidental por:

- Lesiones corporales: Lesiones corporales o enfermedades causadas a terceras personas, incluyendo la muerte como consecuencia de estas y, además, los primeros auxilios médicos o quirúrgicos necesarios de manera inmediata al momento de ocurrir el accidente.
- Daños materiales: Daños, destrucción o pérdida de bienes muebles e inmuebles de terceros, incluyendo la consecuente privación de uso de estos.



Costos de Defensa: incluyen los honorarios, costos y gastos razonables de un perito aprobados por la Compañía, en representación de un Asegurado, para preparar o presentar un dictamen en relación con la defensa de un reclamo cubierto." (AIG Compañía de Seguros y Reaseguros S.A, 2013, 65).

A este tipo de seguro se le conoce como seguros de "Cola Larga", por cuanto las reclamaciones de los afectados se puedan presentar ocurrir años después de la ocurrencia del evento. Por ejemplo, una persona sufre un accidente de resbalarse en un hotel de playa, pero en el momento no presentó ningún daño físico, pero años después presenta una dolencia cuya causa fue ese accidente, hasta ese momento se presenta la demanda.

Los seguros de Responsabilidad Civil se clasifican en tres clases

- Responsabilidad Civil de Automóviles
- Responsabilidad Civil por riesgos del trabajo
- Responsabilidad Civil General, y dentro de esta categoría se tiene profesional, productos, servicios, hoteles, entre otras.

El ramo de Responsabilidad Civil tiene características que lo hacen diferente al resto de seguros, como son:

- a. La pluralidad de los riesgos a asegurar, lo que conlleva a una multiformidad de condiciones de cobertura.
- b. Las normas jurídicas sobre responsabilidad civil.

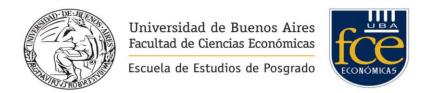
- c. El comportamiento de los siniestros en el tiempo, ya que tienden a presentarse a las aseguradoras de manera tardía y, por ende, un período de liquidación posterior.
- d. La incidencia del riesgo de cambio social y tecnológico, que condiciona la aplicación de soluciones inmutables, lo que obliga a una continua revisión de los esquemas de manera que no sean inadecuados.

Asimismo, las tarifas y condiciones de cobertura deberán adaptarse continuamente a:

- Las necesidades de mercado.
- Las interpretaciones judiciales de las pólizas.
- Las dificultades experimentadas en la interpretación de las cláusulas de los contratos de seguro.

El seguro de Responsabilidad Civil [12] en los últimos años ha venido incrementando la demanda, debido principalmente a las siguientes razones:

- ✓ Evolución del concepto de responsabilidad civil, y su implicación en los cambios políticos, sociales y jurídicos que las sociedades van teniendo.
- ✓ Evolución del tipo de riesgos a los cuales las personas o cosas se encuentran expuestas.
- ✓ El cambio en la conciencia en la sociedad, de que ante un evento causado por una actividad o producto se puede reclamar de una manera efectiva.



- ✓ Conocimiento por parte de la sociedad de las actividades o productos que por su naturaleza son de un riesgo mayor para una responsabilidad civil.
- ✓ Incremento en la cantidad de siniestros, con numerosas víctimas o con indemnizaciones individuales de importante cuantía.
- ✓ Evolución de la jurisprudencia, con decisiones judiciales que interpretan terceros perjudicados.

3.2. Comportamiento del seguro de Responsabilidad Civil en Costa Rica.

Con el fin de mostrar la importancia que ha venido presentando este seguro en el mercado costarricense se presentan a continuación estadísticas de aseguramiento a nivel del mercado y del INS.

Como se observa en el Gráfico 1, durante el período 2014-2017 el Instituto Nacional de Seguros (INS) viene presentando una disminución de la cuota de mercado en el seguro de Responsabilidad Civil, pasando de un 77.9% a diciembre de 2014 a un 74,39% a diciembre 2017.

Gráfico 1 Comportamiento de la cuota de Mercado del INS en el seguro de Responsabilidad Civil



<u>Fuente:</u> Superintendencia General de Seguros (SUGESE). 2014-2017. Estadísticas, Histórico 2017.

Anexo 9: Primas y siniestros por ramo. Recuperado de http://www.sugese.fi.cr/estadisticas/2017.html

En el Gráfico 2, se muestra el comportamiento de crecimiento de las primas brutas suscritas para el período 2014 - 2017 a nivel del mercado de seguros de Costa Rica y propiamente el del INS.





Fuente: Superintendencia General de Seguros (SUGESE). 2014-2017. Estadísticas, Histórico 2017. Anexo 9: Primas y siniestros por ramo. Recuperado de http://www.sugese.fi.cr/estadisticas/2017.html

Del año 2014 al año 2016, las primas por Responsabilidad Civil a nivel del mercado asegurador se mantuvieron bastante constantes aproximadamente de 10 mil millones de colones, e igualmente se dio en la participación del INS con respecto al total de primas.

En el año 2017, se observa un incremento de un 55 por ciento en la venta de este seguro, a un nivel de primas superiores a los 15 mil millones de colones. Se puede observar en el Gráfico 2 como el diferencial del primaje entre el mercado y lo correspondiente al INS tiende a aumentar para este año. Lo anterior, por cuanto para el 2017, otras aseguradoras incursionan con más fuerza en el mercado.

Una de las razones por la cuales este producto presenta este incremento, es que las coberturas de Responsabilidad Civil del seguro de Automóviles Voluntario por disposición de Ente Supervisor deben de reflejarse en la línea de seguro. Para el caso del INS, de los casi 12 mil millones de colones, 1.945 millones corresponden a las coberturas de Responsabilidad Civil del seguro de Autos, si se disminuye las primas indicadas en el Cuadro 1, el crecimiento del INS en el año 2017 con respecto al año 2016 fue de aproximadamente un 29 por ciento, que igualmente refleja un importante crecimiento por la demanda de este seguro.

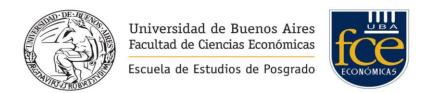
Como se observa en el Cuadro 1, aseguradoras como ASSA Compañía de Seguros y Oceánica de Seguros S.A entre el año 2016 a 2017 presentaron incrementos en primas para esta línea de seguro.

Cuadro 1 Primas Brutas del seguro de Responsabilidad Civil por aseguradora 2014-2017

(en millones de colones)

Aseguradora	dic-14	dic-15	dic-16	dic-17
Instituto Nacional de Seguros (INS)	7 820,7	8 355,6	7 705,2	11 882,3
MAPFRE Seguros Costa Rica	731,4	727,7	596,3	481,9
ASSA Compañía de Seguros	1 455,3	1 402,2	1 739,7	3 249,7
Davivienda Seguros (Costa Rica), S.A. (antes Seguros Bolívar Aseguradora Mixta)	-	-		-
Quálitas Compañía de Seguros (Costa Rica)	-	-		-
Aseguradora Sagicor Costa Rica	-	0,7	37,7	32,6
Oceánica de Seguros S.A	32,5	85,5	151,9	261,9
Seguros Lafise Costa Rica	-	19,7	35,5	64,1
Total	10 039,9	10 591,3	10 266,4	15 972,5

Fuente: Superintencia General de Seguros (SUGESE) Costa Rica. http://www.sugese.fi.cr/estadisticas/2017.html

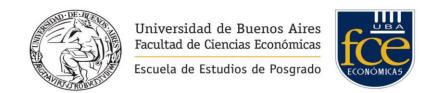


En lo referente a la siniestralidad, el Instituto Nacional de Seguros (INS) es quien presenta la mayor cuota del mercado, aunque los niveles de razón de siniestralidad están por debajo de la razón de pérdida teórica. En el Gráfico 3, se visualiza la tendencia que ha venido presentado esta razón financiera. En el caso de las otras aseguradoras aun cuando han aumentado su primaje, los niveles de siniestralidad son muy inferiores a los del INS y el mercado en general.

Importante tomar en cuenta, que el seguro de Responsabilidad Civil es un tipo de seguro que se le conoce como de "Cola Larga", por cuanto las reclamaciones de los afectados puedan ocurrir años después de la ocurrencia del evento, y es una de las posibles razones por las cuales las otras aseguradoras en el mercado presentan niveles de siniestralidad inferiores.

GRÁFICO 3 RAZONES DE PÉRDIDA DEL MERCADO DE SEGUROS, INS Y OTRAS **ASEGURADORAS** 2014-2017 45,00% 40,05% 40.00% 30,95% 35,00% 26,80% RAZÓN DE PÉRDIDA 25.87% 30,00% 25,00% 32,77% 20,00% 22,67% 15,00% 20,29% 10,00% 15,35% 10,67% 10,84% 5,00% 0,00% 2 017 2 014 2 015 2 016 Mercado -INS Restantes Aseguradoras

<u>Fuente:</u> Superintendencia General de Seguros (SUGESE). 2014-2017. Estadísticas, Histórico 2017. Anexo 9: Primas y siniestros por ramo. Recuperado de http://www.sugese.fi.cr/estadisticas/2017.html



Como se indicó anteriormente algunas aseguradoras privadas en el año 2017 aumentaron su cuota de mercado de manera importante. Se puede indicar, que esa nueva cartera o portafolio, son buenos riesgos que han contribuido a que la razón de pérdida en el año 2016 y 2017 fuera de un 11% aproximadamente, mientras que en el caso del INS la razón de pérdida fue de un 41% en el año 2016 y de un 27% en el 2017.

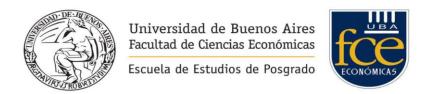
3.3. Método actual de tarificación del seguro Responsabilidad Civil

La estructura tarifaria para el seguro de responsabilidad civil está definida como tasas únicas a nivel de actividad y se determina la prima de riesgo de cada una con base en la información estadística siniestral histórica.

Para la determinación de la prima de riesgo, se utiliza la metodología de Teoría del Riesgo, donde se definen las funciones de probabilidad teóricas que representan mejor los datos tanto los correspondientes al monto de las pérdidas (severidad) como a la cantidad de siniestros presentados (frecuencia). Una vez definida la función de probabilidad de frecuencia y severidad para ambas variables, se establece una distribución compuesta que toma en cuenta el monto total de siniestros por unidad de tiempo (meses o años), según la distribución de la frecuencia de siniestros.

Para ello, una vez definida la frecuencia de los siniestros y el monto de siniestro promedio (severidad) se define la prima de riesgo de la siguiente manera:

$$\pi = f * \bar{S} \tag{3.1}$$



Donde:

 π = Prima de riesgo

f = Frecuencia promedio de siniestro

 \bar{S} = Siniestro promedio de la cartera

Para el cálculo de la frecuencia y siniestro medio se deben de tomar en cuenta las siguientes variables:

 $ightharpoonup n_i$ = Riesgos expuestas en el período de análisis

 $ightharpoonup m_i$ = Cantidad de siniestros ocurridos en el período de análisis

 \succ M_i = Monto de siniestros pagados y en provisión ocurridos en el periodo de análisis a la fecha de análisis.

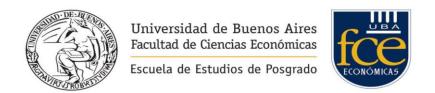
Donde:

$$f = \frac{m_i}{n_i}$$

$$\bar{S} = \frac{M_i}{n_i}$$

La determinación de las primas puras por medio de la Teoría de Riesgo de acuerdo con el tipo de seguro se puede realizar bajo un modelo de riesgo individual o por un modelo de riesgo colectivo.

Los modelos de riesgo individual están basados en que existe una probabilidad p_j de que el j-ésimo asegurado no presente ninguna reclamación durante la vigencia de la póliza y q_j la probabilidad de exactamente presente una única reclamación.



De lo anterior, se cumple la igualdad de que $p_j+q_j=1$, esto es que no puede haber más de una reclamación por cada asegurado.

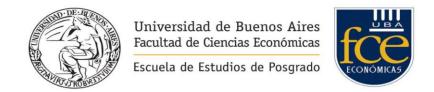
Asimismo, este modelo supone conocer las probabilidades de reclamación y monto esperado de reclamación de todos y cada uno de los asegurados de manera individual. Este tipo de modelo es aplicable en los seguros de vida [6].

El modelo de riesgo colectivo es utilizado particularmente en seguros de propiedad y responsabilidad civil donde durante el período de vigencia de la póliza se puede presentar más de una reclamación y por montos variables. En este modelo, el análisis de la siniestralidad de la cartera se realiza por medio de un modelo de distribución compuesta.

Tres características que diferencian al modelo de riesgo colectivo [6] con respecto al modelo de riesgo individual son:

- ✓ En el modelo de riesgo colectivo, para un período determinado, puede presentarse varias reclamaciones bajo una sola póliza, incluso en un período relativamente corto. Sin embargo, en el modelo de riesgo individual no importa cuánto dure el período, solo puede ocurrir un evento, ejemplo en una póliza de vida el asegurado sólo se puede morir una vez.
- ✓ El monto de las reclamaciones entre las pólizas puede tener variaciones significativas. Por ejemplo, un reclamo de una póliza puede tener pérdidas parciales de no muy alta cuantía como hasta una pérdida total del interés asegurable.

./



Por su parte, en un modelo de riesgo individual, el monto a indemnizar no puede variar según el momento en que ocurra el evento por ejemplo muerte, no existe variación en el monto para diferentes "tipos" de muerte.

✓ En el modelo de riesgo colectivo, las pólizas son suscritas por un período relativamente corto, como un año, y luego se renuevan si el asegurado desea continuar. Mientras que, en los modelos individuales, usualmente los contratos de seguros son a largo plazo.

El modelo de riesgos colectivos considera un conjunto de "n" de pólizas o riesgos vigentes en un período de tiempo (T). Además, sea N una variable aleatoria correspondiente al número de reclamaciones cuya fecha de ocurrencia esté asociado al período de vigencias de las pólizas y sea $X_1, ..., X_N$, el monto de las pérdidas de las reclamaciones. En la Figura 3.1 se presenta el comportamiento de las variables aleatorias independientes de cantidad de reclamos y las pérdidas. Asimismo, bajo este modelo las reclamaciones son independientes entre sí y comparten una distribución de probabilidad.

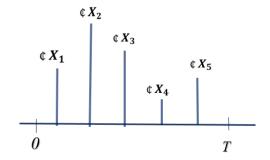
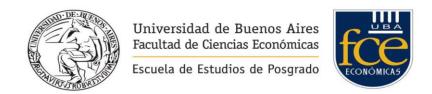


Figura 3.1.



Definición 3.3.1.

El monto agregado o monto acumulado de todas las reclamaciones efectuadas es la variable aleatoria S, llamada riesgo, y definida como sigue:

$$S = \sum_{j=1}^{N} X_j$$
 (3.2)

La ecuación (3.2) representa el modelo colectivo de pólizas o riesgos, cuyas posibles reclamaciones esperadas como función del tiempo, y definida a partir de la distribución de probabilidad de S que mejor se ajusta en función de las distribuciones de X y de N. [21]

Definición 3.3.2.

La función de distribución F(x) del riesgo S en un modelo colectivo está definido por:

$$F(x) = \sum_{n=0}^{\infty} G^{*n}(x) * P(N = n)$$
 (3.3)

Donde:

P(N = n): Distribución de probabilidad de cantidad de reclamos N (frecuencia)

 $G^{*n}(x)$: Distribución de probabilidad de las pérdidas de reclamaciones X (severidad)

Una vez definida la función de distribución F(x) del S, a partir de ella se puede determinar la prima pura de riesgo π como:

$$\pi = (1 + \omega) * E(S) = (1 + \omega) * E(N) * E(X)$$
 (3.4)

Donde:

 ω : Factor de recargo de seguridad por desviaciones en las reclamaciones esperadas E(S). [21]

E(X): Valor esperado de la cantidad de reclamaciones.

E(N): Valor esperado de las pérdidas de reclamaciones.

3.4. Fundamentos de la Teoría de Credibilidad y su aplicación en el campo de los seguros.

La Teoría de la Credibilidad, es una metodología de la ciencia actuarial desarrollada a principios del siglo XX basada en la Teoría del Riesgo y de la estimación estadística con los trabajos de Mowbray (1914) y Whitney (1918) y surgió como una necesidad de ajustar las primas de riesgo en algunos seguros, donde había presión de algunas empresas que tenían un gran número de empleados y baja siniestralidad para que se les reconociera estos factores a la hora de definir el costo del seguro.

En el año 1918, Whitney, A, fue uno de los primeros autores que empieza a desarrollar la teoría de la credibilidad, y determina que en seguros como los de compensación laboral o riesgos del trabajo, colectivos de accidentes, seguros de responsabilidad civil y otros tipos de seguro, el riesgo asegurado individual tiene experiencia siniestral propia que no necesariamente tiene un comportamiento similar al de la cartera o portafolio de la que forma parte.

A partir de ello, observa que existe un problema de equilibrio a la hora de determinar la tarifa en función de la siniestralidad individual con respecto a la experiencia siniestral del grupo al que pertenece.

La Teoría de la Credibilidad utiliza la experiencia siniestral tanto del grupo de riesgo o póliza con información limitada o nula, así como la experiencia siniestral de la cartera del seguro como un todo para ajustar la prima individual. Por ende, esta teoría fue desarrollada con el fin de poder resolver el problema de heterogeneidad en las carteras de seguros, y así obtener una prima justa y suficiente mediante un valor que equilibre la experiencia individual del riesgo o póliza y la experiencia de la cartera.

Para Whitney, el principal problema por definir era el criterio que permitiera darle el peso adecuado a cada uno de los dos tipos de experiencia siniestral a la hora de determinar la prima de riesgo. Para ello, propone que la tarifa de credibilidad (π) se calcule como una combinación lineal convexa³, a saber:

$$\pi = Zm + (1 - Z)M \tag{2.1}$$

Donde:

Z= Factor de credibilidad, que mide el peso de la experiencia individual en la determinación de la prima de riesgo y que su valor debe estar en el intervalo $0 \le Z \le 1$

³ Una combinación convexa es una combinación lineal de puntos (los cuales pueden ser vectores, escalares o más en general puntos en un espacio afín) donde todos los coeficientes son no negativos y suman 1. Todas las posibles combinaciones convexas están dentro de la envoltura convexa de los puntos dados.

m = Corresponde a la media siniestral del riesgo individual.

M = Corresponde a la media siniestral de riesgo de cartera.

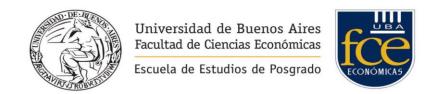
 π = tarifa de credibilidad del riesgo individual.

De acuerdo con esta teoría, la tarifa o prima de credibilidad es un promedio ponderado entre la media del riesgo individual (m) y la media de la cartera o subgrupo (M).

La Teoría de la Credibilidad está basada en la teoría bayesiana. A principios del siglo XX, los actuarios desarrollaron el factor de credibilidad Z (ecuación 2.1) para ponderar el conocimiento a priori de la cartera (M) con la información disponible actualizada del riesgo individual y así obtener una prima de credibilidad ponderada para el riesgo individual.

Pero al inicio de esta técnica la determinación del factor de credibilidad era más de intuición por parte de los actuarios, ya que para esa época no se habían desarrollado metodologías estadísticas inferenciales.

Con el desarrollo de la estadística Bayesiana, se desarrollan las metodologías actuariales para la tarifación "a posteriori", donde a partir de los supuestos de esta tarifación tienen más robustez. En el año 1945, Arthur Bailey demostró que, en determinados casos, la fórmula de la credibilidad era posible obtenerla por medio del Teorema de Bayes.



Por tanto, el Teorema de Bayes unifica la información inicial conocida que corresponde a la distribución inicial o a priori con la información estadística disponible, para poder generar una distribución final o a posteriori. Este mismo procedimiento, es el utilizado en la definición de la prima de riesgo de cartera o grupo.

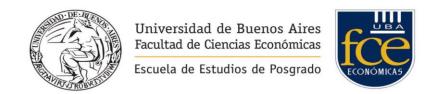
En el año 1962, Longlley-Cook planteó la necesidad de desarrollar correctamente la Teoría de la Credibilidad con la definición de un modelo matemático robusto. Y es en el Coloquio de Astin en 1965, que Bühlmann plantea los fundamentos teóricos matemáticos por medio de la fórmula de credibilidad de distribución libre.

A partir de este planteamiento de Bühlmann, se han desarrollo gran variedad de modelos de credibilidad, que se han clasificado como: modelos clásicos, modelos de Regresión, modelos Semilineales y modelos Jerárquicos.

Por ejemplo, los modelos clásicos son los de Bühlmann y el de Bühlmann -Straub, ya que fueron los que definieron las bases técnicas para el desarrollo de los otros modelos existentes.

Los modelos de Regresión incluyen el Modelo de Regresión de Hachemeister y el Modelo de Regresión No Lineal de De Vylder; donde en adición a los parámetros de los modelos clásicos, utiliza la técnica de regresión para el cálculo de los estimadores de credibilidad.

Por su parte, los Modelos Semilineales, que fueron desarrollados por De Vylder en el año 1976 son el Modelo Semilineal y el Modelo Semilineal Óptimo. Estas dos modelos al igual que el Modelo de Bühlmann, parten de la hipótesis de homogeneidad en el tiempo, pero ya no utilizan los datos de la experiencia de reclamaciones, sino que los transforman previamente a través de unas funciones.



Y, por último, se tienen los Modelos Jerárquicos, son aquellos modelos en los cuales cada póliza ya no está caracterizada por un único parámetro de riesgo, sino que por tantos como niveles se hayan considerado dentro de la cartera. Estos modelos fueron desarrollados por Jewell, W en el año 1975. En este grupo de modelos jerárquicos se encuentran: Modelo Jerárquico de Jewell, el Modelo Jerárquico con múltiples niveles, el Modelo de Regresión Jerárquico de Sundt y el Modelo de Regresión Jerárquico con múltiples niveles.

Dado el alcance de este proyecto de investigación se desarrollan los Modelos Bühlmann, el Modelo de Bühlmann -Straub, y el Modelo Jerárquico de Jewell.

Las definiciones más recientes sobre la metodología de la Teoría de la Credibilidad son:

Definición 3.4.1

"La teoría de la credibilidad consiste en una serie de técnicas estadísticas dirigidas a calcular la prima de seguro según la experiencia individual de siniestralidad del producto.

La aplicación de esta teoría se fundamenta en la tarificación a posteriori, que trata de disminuir la heterogeneidad dentro de cada factor de riesgo. Por ejemplo, en el caso de un producto con varios grupos de asegurados, cada grupo tendrá una siniestralidad determinada en el tiempo. Si un grupo obtiene una alta siniestralidad, es lógico penalizar a ese grupo, y no a todos en su conjunto.



La evolución de esta teoría en el tiempo ha dado lugar a los diferentes modelos de credibilidad, con la particularidad de que partiendo de diferentes puntos todos ellos convergen en el mismo resultado. En todos ellos se propone que la prima a pagar por el asegurado combine tanto la experiencia individual (del grupo de asegurados) como la del producto en general, de manera que se logre una prima de riesgo suficiente para garantizar los principios de suficiencia y equidad.". (Fundación Maphre, 2011, 45-46).

Definición 3.4.2

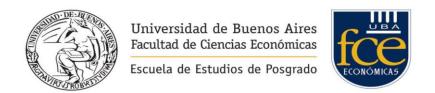
"Los modelos de credibilidad tienen por objetivo incorporar en el cálculo de la prima el conocimiento del especialista en el riesgo que se está tarificando con la experiencia de los siniestros observables que presenta dicho riesgo. De acuerdo con las características particulares de cada cartera es poco factible aplicar tarifas iguales para riesgos distintos (tarifas cuadradas), para obtener la prima de los riesgos como se ha utilizado con el método tradicional..." (Moreno Muñoz, Ramos Burgoa, 2003, 156-157)

Definición 3.4.3

"La Teoría de la Credibilidad investiga ciertos principios y métodos para ajustar las primas a medida que la experiencia de las reclamaciones es obtenida" (Norberg, R. (1979), 181)

Definición 3.4.4

"La Teoría de la Credibilidad es el mecanismo que permite el ajuste sistemático de las primas de seguro a medida que se obtiene la experiencia de siniestralidad" (*Hickman, (1975)*)



3.5. Credibilidad total y credibilidad parcial

Sea S_1, S_2, \ldots, S_n los montos de las reclamaciones anuales registradas de un cierto riesgo durante n períodos consecutivos. Sea $\bar{S} = \frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_n}{n}$ el promedio de ellas y el estimador del valor esperado $E(S_{n+1})$ siempre y cuando se disponga de suficiente información de experiencia siniestral.

Definición 3.5.1:

Usando el enfoque de credibilidad americana se presenta la siguiente definición. Sea $k \in (0,1)$ y $p \in (0,1)$. Se dice que \bar{S} tiene credibilidad total (k,p) si:

$$P(\lceil \bar{S} - E(S) \rceil \le kE(S)) \ge p \quad (3.5)$$

Esto significa que el estimador \bar{S} tiene credibilidad total si la distancia relativa con respecto a E(S) es menor o igual a k con probabilidad mayor o igual a p. [21]

La fórmula de credibilidad (ecuación 3.1) establece un equilibrio entre la prima de riesgo individual y la prima de riesgo de la cartera, en donde el factor de credibilidad "Z" se define en términos de credibilidad total o parcial.

Por tanto, en la tabla 3.3.1 se define que ocurrencia de una *credibilidad total*, cuando el factor de credibilidad (Z) asume el valor 0 o 1. Por ello, en caso de que Z=0, se debe de considerar la experiencia siniestral de la cartera, y por el contrario si Z=1, se debe dar credibilidad total a la experiencia individual.

Tabla 3.3.1. Credibilidad Total y Parcial

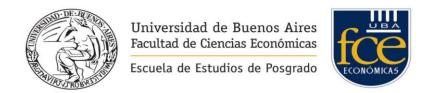
Caso	Valores posibles de "Z"	Interpretación
	Z = 0	Cuando Z= 0, se tiene una credibilidad total, de
1	$Si \ Z = 0 \ \Rightarrow \ \pi = (0)m + (1 - 0)M = M$	que se debe de considerar la experiencia de la
	$\pi = M$	cartera (M)
	Z=1	Cuando Z= 1, se tiene una credibilidad total, de
2	$Si \ Z = 1 \ \Rightarrow \ \pi = (1)m + (1-1)M = m$	que se debe de considerar la experiencia
	$\pi = m$	individual (m) como la más apropiada.

Existe *credibilidad parcial* cuando el factor de credibilidad asume los valores si 0 < Z < 1.

3.6. Métodos desarrollados en la Teoría de la Credibilidad.

3.6.1 Modelo de Bühlmann

El modelo de Bühlmann fue el primer modelo de credibilidad de la teoría moderna, y es la base de la teoría de la credibilidad europea. Bühlmann publicó en 1967 la fórmula de credibilidad de distribución libre con base en el criterio de mínimos cuadrados aplicando una función lineal que depende de la experiencia siniestral y su bondad de ajuste se mide por medio de la desviación cuadrática esperada. Por tanto, la prima de riesgo está en función del factor de credibilidad Z, combinando linealmente la información particular con información general.



Este modelo está basado en distribución libre ya que no se establece ningún tipo de función de distribución de probabilidad que explique los riesgos individuales, ni sobre la distribución a priori de los parámetros de riesgo.

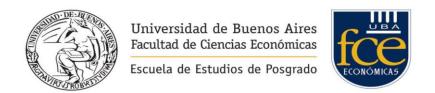
Por tanto, el modelo de Bühlmann es un modelo en el tiempo bajo el supuesto de homogeneidad con observaciones no ponderadas, esto, es, que no toma en cuenta el peso que tiene una póliza o riesgo dentro de la cartera. Se ha demostrado que este modelo se ajusta cuando se trabaja con información sin tendencia o datos deflactados.

El estimador de la prima de credibilidad del modelo original de Bühlmann está dado por la fórmula:

$$\mu(\theta_j) = (1 - Z) * m + Z * M_j$$
 (3.6)

a. Supuestos del Modelo [5].

- Las pólizas o riesgos j = 1, 2, ..., k, es decir, los pares (θ_1, X_1) , (θ_2, X_2) ..., (θ_k, X_k) , son independientes e idénticamente distribuidos
- Para cada póliza j = 1, 2, ..., k, para un θ_j dado, las variables condicionadas: $x_{j1}/\theta_j, x_{j2}/\theta_j, ..., x_{jn}/\theta_j$ son independientes y distribuidas idénticamente (homogeneidad). Además, el modelo asume que un riesgo o póliza en el tiempo no mejora o empeora su experiencia siniestral.



Por tanto, bajo este modelo se asume que la cartera se encuentra expuesta a un riesgo fijo y desconocido $\Theta = \theta$, durante un período de taños.

Sean $X_1, X_2, ..., X_t$, los siniestros individuales en los períodos 1, 2..., t, respectivamente y sea θ que se distribuye como la función estructural $U(\theta)$. Dado el parámetro de riesgo Θ , las reclamaciones por tanto son condicionalmente independientes e idénticamente distribuidas con una función de distribución $F_{x/\Theta}(x,\theta)$.

Las variables que forman parte de este modelo son:

Prima Teórica:

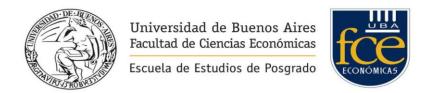
$$\mu(\theta_j) = E[X_{ji} / \Theta = \theta_j] \qquad (3.7)$$

Esta prima corresponde a la prima de riesgo individual para la póliza o riesgo j.

Valor Esperado de la Prima Teórica:

$$m = E[X_{ji}] = E[\mu(\theta_j)] \qquad (3.8)$$

Corresponde al valor esperado (media) de la siniestralidad de la cartera o prima de riesgo.



Variancia del parámetro:

$$a = Var\left[E\left[/X_{ji}\Theta = \theta_{j}\right]\right] = Var\left[\mu(\theta_{j})\right]$$
 (3.9)

Mide la dispersión entre las primas de riesgo individuales, esto es mide la heterogeneidad de la cartera.

Variancia de los siniestros asociados al riesgo individual:

$$\sigma^{2}(\theta_{j}) = Var[X_{ji} / \Theta =]\theta_{j} \qquad (3.10)$$

Mide la dispersión entre las reclamaciones asociadas al riesgo individual, esto es mide su heterogeneidad.

Heterogeneidad promedio en el tiempo de los montos de reclamaciones del riesgo individual:

$$s^{2} = E\left[Var[X_{ji} / \Theta = \theta_{j}]\right] = E[\sigma^{2}(\theta_{j})]$$
 (3.11.)

Valor esperado de la dispersión total de los datos de reclamaciones por siniestralidad de la cartera.

A partir de estas variables, el modelo de Bühlmann determina la prima de riesgo $\mu(\theta_j) = E[X_{ji} / \theta = \theta_j]$ de la siniestralidad observada propia del riesgo o póliza individual, esto es, $X = X_1, X_2, \dots, X_t$

De acuerdo con este modelo, se parte de una variable aleatoria X, que tiene una función de densidad $f(x,\theta)$. A partir de cualquier información estadística $T = U(X_1, X_2,, X_t)$ a la cual se le calcula el error cuadrático medio⁴ EMC(T), se obtiene una función μ que proporcionará la mejor estimación de θ .

En el modelo de Bühlmann, X y Y son dos variables aleatorias, donde la función g(X) de X/Y que minimiza el ECM(T) es:

$$g(X) = E[Y/X]$$

La cual en este caso es:

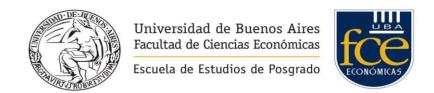
$$g(X) = E[\mu(\Theta)/X]$$

Bühlmann propone estimar la prima de riesgo restringiendo la función g(X) a un conjunto de funciones lineales de la forma:

$$g(X) = c_0 + c_1 X_1 + \dots + c_t X_t = c_0 + \sum_{i=1}^t c_i X_i$$

Minimizando el ECM(T), se determina la función que estime mejor la prima de riesgo $\mu(\theta)$, por ello se debe minimizar $E[\{\mu(\theta)-g(X_1,\ldots,X_t\}^2]$ tomando en cuenta un conjunto de funciones lineales.

⁴ El error cuadrático medio (MSE o mean square error en inglés) determina la diferencia entre un estimador estadístico y el valor real de lo que se desea calcular, esto es define en qué medida el modelo se ajusta o no a la información. El MSE proporciona una forma para elegir el mejor estimador: un MSE mínimo a menudo, pero no siempre, indica una variación mínima, y por lo tanto indica un buen estimador. Al calcular la raíz cuadrada del MSE se obtiene la raíz cuadrada de la desviación media, que es una buena medida de precisión y también es conocida como la media cuadrática.



El objetivo es encontrar las c_i 's para obtener la combinación lineal de las X_i 's o experiencia de la cartera y la constante c_0 . Por medio del ECM(T) se obtiene el mínimo en relación con cada uno de los coeficientes de X_t .

Por tanto, la función óptima g(X) se puede expresar en términos del promedio ponderado de la esperanza del riesgo individual y la esperanza de los siniestros de toda la cartera de la siguiente manera:

$$g(X) = c_0 + \sum_{i=1}^t c_i X_i$$

$$g(X) = \left(1 - \frac{at}{(at+s^2)}\right) * m + \frac{a}{(at+s^2)} \sum_{i=1}^t X_i$$

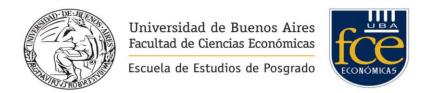
$$g(X) = \left(1 - \frac{at}{(at+s^2)}\right) * m + \frac{at}{(at+s^2)} \sum_{i=1}^t \frac{X_i}{t}$$

$$g(X) = \left(1 - \overline{Z}\right) * m + Z\overline{X}$$

Donde:

El factor de credibilidad es "Z" se define a partir de la ecuación propuesta por Bühlmann:

$$Z = \frac{at}{s^2 + at} = \frac{t}{t + \frac{s^2}{a}} = \frac{a}{a + \frac{s^2}{t}}$$
(3.12)



Sea:

- t = Período de observación $t \in N$ y corresponde a la cantidad de años de experiencia que cuenta el riesgo individual.
- α = Grado de heterogeneidad entre los diferentes riesgos de la cartera (a > 0), y cuantifica el grado de homogeneidad o heterogeneidad que hay entre los riesgos o pólizas.

 s^2 = Variabilidad de las reclamaciones.

El factor de credibilidad Z debe de cumplir con las siguientes características, y las mismas van en relación con la variación de los factores a, t y s^2 :

✓ Variación de t :

Sea t, el período de observación ($t \in N$) correspondiente a la cantidad de años de experiencia que cuenta el riesgo individual.

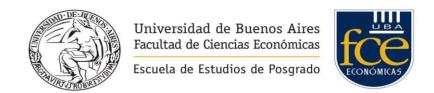
Por tanto, se tiene:

a. Si $t \to \infty \Rightarrow Z \to 1$.

$$\lim_{t \to \infty} Z = \lim_{t \to \infty} \frac{t}{t + \frac{s^2}{a}} = 1$$

b. Si $t \to 0 \Rightarrow Z \to 0$.

$$\lim_{t \to 0} Z = \lim_{t \to 0} \frac{t}{t + \frac{s^2}{a}} = 0$$



Por tanto, a mayor tiempo en años de experiencia del riesgo o póliza individual, mayor es la credibilidad en la prima de riesgo individual. Por su parte, si la experiencia individual es escasa, mayor credibilidad tienen las primas de riesgo de la experiencia de la cartera.

√ Variación de α:

Sea a, el grado de heterogeneidad entre los diferentes riesgos de la cartera (a > 0), y cuantifica el grado de homogeneidad o heterogeneidad que hay entre los riesgos o pólizas.

Por tanto, se tiene:

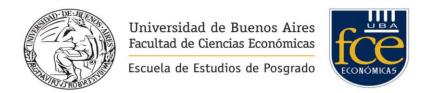
a. Si
$$a \to \infty \Rightarrow Z \to 1$$
.

$$\lim_{a \to \infty} Z = \lim_{a \to \infty} \frac{a}{a + \frac{S^2}{t}} = 1$$

b. Si $a \to 0 \Rightarrow Z \to 0$.

$$\lim_{a \to 0} Z = \lim_{a \to 0} \frac{a}{a + \frac{s^2}{t}} = 0$$

De acuerdo con lo anterior, a mayor heterogeneidad en la cartera de riesgos, mayor es el nivel de credibilidad en las primas de riesgos de las pólizas individuales. Por su parte, si la cartera tiende a ser homogénea, mayor credibilidad se tiene en las primas de riesgos de la experiencia de la cartera.



√ Variación de s²:

Sea s^2 , la variabilidad existente entre las reclamaciones. Por tanto, se tiene:

a. Si $s^2 \to \infty \Rightarrow Z$.

$$\lim_{s^2 \to \infty} Z = \lim_{t \to \infty} \frac{a}{a + \frac{s^2}{t}} = 0$$

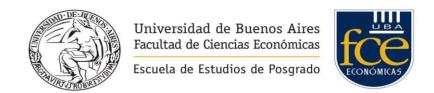
b. Si $s^2 \to 0 \Rightarrow Z \to 1$

$$\lim_{s^2 \to 0} Z = \lim_{s^2 \to 0} \frac{a}{a + \frac{s^2}{t}} = 1$$

De lo anterior se concluye que, si existe poca variabilidad en los siniestros de los riesgos o pólizas individuales, se da credibilidad a la prima de riesgo basada en la experiencia de éstas, pero por el contrario si se tiene mayor variabilidad en la cuantía de los siniestros, es mejor aplicar la prima de experiencia de la cartera o grupo.

En función de los tres parámetros indicados anteriormente, se puede concluir lo siguiente:

✓ A mayor cantidad de años de experiencia que tengan los riesgos individuales, mayor heterogeneidad o menor variabilidad en la cuantía de los siniestros, la prima de riesgo por credibilidad basada en la experiencia individual es la que mejor se ajusta.

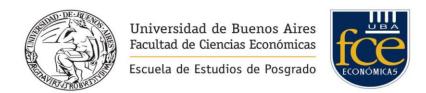


✓ Si no se cuenta con suficientes años de experiencia, además la cartera es homogénea y la variabilidad en la siniestralidad es nula, la prima de riesgo por credibilidad le va a dar mayor peso a la prima basada en la experiencia de cartera.

Por tanto, el modelo de Bühlmann se puede aplicar por las siguientes situaciones:

- a. Se cuenta con "suficiente" experiencia siniestral de cada grupo de pólizas asociadas a la cartera o portafolio de estudio, por ejemplo, para un período mínimo de 4 años (t).
- b. En la práctica las constantes a y s^2 son inobservables, por lo cual se realiza una estimación estadísticamente insesgada a partir de los datos disponibles, para:
 - μ(θ) (prima de riesgo teórica)
 - a (heterogeneidad de la cartera)
 - s^2 (variabilidad)
 - Z (factor de credibilidad)
- c. La prima de riesgo por credibilidad de la ecuación (3.6.1) está definida por:

$$\mu(\theta_i) = (1 - Z) * m + Z * M_i$$
 (3.13)



Donde:

$$m = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{t} \frac{X_{ji}}{t}$$

$$M_j = \bar{X}_j = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t X_{ji}$$

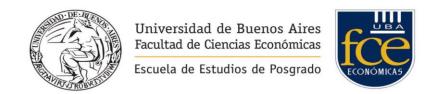
$$Z = \frac{at}{s^2 + at}$$

$$s^{2} = \frac{1}{k(t-1)} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{t} (X_{ji} - M_{j})^{2}$$

$$a = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k} (M_i - m)^2 - \frac{1}{t} s^2$$

3.6.2. Modelo de Bühlmann - Straub

Este modelo fue desarrollado por Bühlmann – Straub en 1970 y es la ampliación del modelo visto en la sección 3.6.1. En este modelo, se agrega una variable adicional que corresponde al factor de ponderación denotado w_{ji} . De esta manera, cada observación X_{ji} del modelo tendrá asociado un peso w_{ji} . El objetivo de incluir esta nueva variable es eliminar la heterogeneidad de las observaciones en el tiempo, característica que prevalece en el modelo de Bühlmann.



El enfoque de Bühlmann-Straub estima también la prima de riesgo en función del factor de credibilidad, con la diferencia de que en este modelo cada uno de los grupos tendrá su propio factor de credibilidad Z_i .

El estimador de la prima de credibilidad en Bühlmann-Straub se recoge en esta fórmula:

$$\mu(\theta_j) = (1 - Z_j) * m + Z_j * M_j$$
 (3.14)

a. Notación del modelo [5].

 Y_{ji} = Promedio ponderado de pólizas o riesgos dentro de un grupo sujeto a un mismo parámetro de riesgo X_{it} , definido por:

$$Y_{ji} = \frac{1}{w_i} \sum_{i \in T_j}^{w_{ji}} x_{ri}$$
 (3.15)

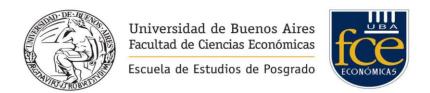
Donde:

 T_j = Número de pólizas dentro de un grupo que tiene en común el j-ésimo riesgo.

 $X_{ri}={\sf Para}\ {\sf r}$ en T_j , corresponde al r-ésimo riesgo asociado al riesgo j en el momento i-ésimo que está en T_j

 Y_{ji} = Promedio ponderado de reclamaciones de las pólizas en el grupo T_j que tienen en común el riesgo j durante i-ésimo período.

 w_j = Factor ponderador del peso asociado a cada grupo.



a. Supuestos del Modelo [5].

- Cada grupo j = 1, ..., k es el promedio de un conjunto de pólizas que tiene en común un riesgo.
- Asume que todas las pólizas X_i , tienen el mismo monto esperado de la reclamación y va a estar en función del parámetro de riesgo:

$$E[Y_{jq}/\Theta] = \mu(\Theta_j)$$

 $E\big[Y_{jq}/\ \Theta\,\big] = \mu(\Theta_j)$ Para todo $j=1,\ldots,k$ y $q=1,\ldots,t$

Excluyendo el ponderador w_{ji} la varianza de todos los grupos Y_j una vez conocido el riesgo, también es la misma:

$$Var\big[Y_{ji}/\ \Theta_j\big] = \frac{\sigma^2(\Theta_j)}{w_{ji}}$$
 Para todo $j=1,...,k$ y $i=1,...,t$

Para cada grupo "j", la covarianza entre las observaciones en diferentes períodos de tiempo es nula, condicionado al factor de riesgo:

$$Cov[Y_{ji}, Y_{jq}/\Theta_j] = 0$$

Para $j = 1, ..., k, i, q = 1, ..., t i \neq q$



- Cada grupo "j", se puede ver como un vector que consta de un parámetro estructural Θ_j y observaciones $(Y_{j1},...,Y_{jt})$, es decir cada grupo tiene la forma $(\Theta_j,Y_{j1}...Y_{jt})=(\Theta_j,\underline{Y_{jt}})$, que implica que son independientes.
- Las variables $\theta_1, \dots, \theta_k$, se encuentran distribuidas de manera idéntica.

b. Terminología del modelo [5].

$$w = \sum_{w=1}^{k} w_j = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{t} w_{ji}$$

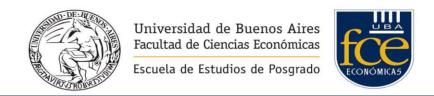
Corresponde al ponderador total de la cartera, y es la suma de las ponderaciones de cada uno de los grupos en el tiempo

$$z = \sum_{j=1}^{k} z_j$$

Sumatoria de los factores de credibilidad correspondientes a las pólizas que pertenecen al mismo grupo de riesgo

$$X_{jw} = \sum_{i=1}^t \frac{w_{ji}}{w_j} * X_{ji}$$

Promedio ponderado de las reclamaciones en los riesgos de las pólizas que pertenecen al mismo grupo de riesgo j.



$$X_{ww} = \sum_{j=1}^{k} X_{jw}$$

Promedio ponderado de las reclamaciones de todas las pólizas sin importar el grupo de riesgo o período de reclamación. Corresponde a la sumatoria de los promedios ponderados de x_{iw}

$$X_{zw} = \sum_{j=1}^{k} \frac{z_j}{z} * X_{jw}$$

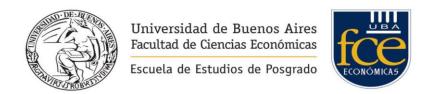
Promedio ponderado de las reclamaciones de todas las pólizas sin importar el parámetro de riesgo Θ_j , pero en función de los factores de credibilidad.

A partir de los supuestos y terminología del modelo, la definición de los estimadores lineales de Bühlmann–Straub para la prima de riesgo correspondiente al j-ésimo grupo de riesgo $\mu(\Theta_j)$ se obtiene por medio de la optimización de la siguiente ecuación:

$$\min_{c_{j,}} E \left[\left\{ \mu(\Theta_j) - c_j - \sum_{i=1}^k \sum_{r=1}^t c_{jir} X_{ir} \right\}^2 \right]$$

Donde la prima por credibilidad de las pólizas en el grupo que tienen el mismo valor de parámetro de riesgo Θ es:

$$\mu(\theta_j) = (1 - Z_j) * m + Z_j * M_j$$
 (3.14)



Sea:

$$\mu(\theta_i) = X_{iw} =$$
 Prima de credibilidad

$$z_j = \frac{aw_j}{s^2 + aw_j}$$
 = Factor de Credibilidad Bühlmann-Straub

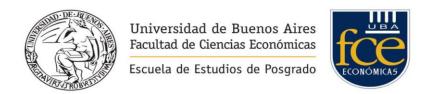
$$s^2=rac{1}{k(t-1)}\sum_{j,s}w_{js}\left(X_{js}-X_{jw}
ight)^2=$$
 Mide la heterogeneidad como las variaciones del riesgo en un período de tiempo largo del tiempo.

$$a = \frac{w\left[\sum_{j} w_{j}(x_{jw} - x_{ww})^{2} - (k-1)s^{2}\right]}{w^{2} - \sum w_{j}^{2}} = \text{Mide la heterogeneidad entre los grupos}$$
 de riesgo

$$a = \frac{1}{k(t-1)} \sum_{j=1}^{k} z_j (M_j - M_0)^2,$$

$$M_i = X_{iw}$$
 y $M_0 = X_{zw}$

Por tanto, la prima de credibilidad es una combinación de la prima de riesgo para toda la cartera y la prima de riesgo si se tomara en cuenta la experiencia de las pólizas que pertenecen al mismo grupo de riesgo bajo un mismo parámetro de riesgo Θ .



3.6.3 Modelo Jerárquico de Jewell

El modelo jerárquico de Jewel es una versión más segregada que el modelo de Bühlmann-Straub, el cual se basa en una jerarquización de la información. En este modelo [5] asume que existen carteras o portafolios que puede ser subdividida en subcarteras o subportafolios donde se puede tener mayor homogeneidad dentro de estos grupos que entre ellos.

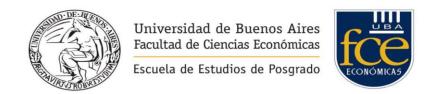
Para cada uno de los grupos (p) se define un parámetro de riesgo, el cual tiene una determinada distribución de probabilidad. A la vez, en cada grupo existen diferentes subgrupos caracterizados por otro parámetro de riesgo.

Definida la cartera de estudio, las subcarteras, así como cada grupo de riesgo, es posible definir aquellos grupos de riesgo que posean el mismo valor de parámetros de riesgo. A partir de ello, se define el modelo para los grupos de riesgo aplicando promedios de manera similar al modelo de Bühlmann-Straub.

a. Supuestos del modelo [5].

Al igual que los modelos Bühlmann y Bühlmann-Straub, este modelo parte del supuesto que los grupos de riesgo tienen independencia condicional, esto es:

• Los portafolios son mutuamente independientes, a saber $(\Theta_p, \Theta_p, X_p)$ es independiente de $(\Theta_k, \Theta_k, X_k) \ \forall k \neq p$.



- Dado un grupo de riesgo, sus clases son condicionalmente independientes, esto es, dado $\Theta_p = \theta_p$ las clases de contratos (Θ_{pj}, X_{pj}) son condicionalmente independientes para cada $p=1,\ldots,P$.
- Los parámetros estructurales (θ_p, θ_{pj}) y los montos de las reclamaciones X_{pj} son condicionalmente independientes para todo $p=1,\ldots,P$ y $j=1,\ldots,k$.
- Para todo par de variables dado los parámetros estructurales (Θ_p, Θ_{pj}) , los montos de las reclamaciones X_{pj} son condicionalmente independientes para todo $p=1,\ldots,P$ y $j=1,\ldots,k$.

b. Terminología del modelo [5].

v

Número de subcarteras o subgrupos representa el número de sectores o subportafolios; cada uno posee un parámetro estructural θ . Donde

$$1 \le p \le P$$

i

Número de clases de grupos del riesgo p, caracterizados por el factor de riesgo Θ_{pj}

$$w_{pj} \circ = \sum_{i=1}^{t} w_{pji}$$

Ponderador correspondiente a cada uno de los grupos de riesgo sujetos a (θ_p, θ_{pj}) , tomando en cuenta todo el periodo de tiempo estudiado y corresponde a la exposición de cada grupo.

$${}^{\circ}w_{p^{\circ\circ}} \quad = \sum_{j=1}^k w_{pj} \circ = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^t w_{pji}$$

Ponderador correspondiente a cada subportafolios sujeto al riesgo Θ_p y corresponde al número de observaciones existentes en ese subgrupo de riesgo, siendo equivalente a la suma de los ponderadores por clase de contrato

$${}^{\circ}X_{pzw} = \sum_{j=1}^{k} {}^{\circ}X_{pjw} \left(\frac{z_{pj}}{z_{p}} \right)$$

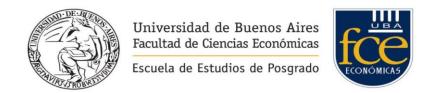
Ponderador dado con respecto a los factores de credibilidad para un contrato "p" del subportafolio. Está determinado por el promedio ponderado de las reclamaciones de todas las clases asociadas al mismo factor de riesgo Θ_p .

$$^{\circ}X_{zzw} = \sum_{p=1}^{P} {^{\circ}X_{pzw}} \left(\frac{z_p}{z}\right)$$

Promedio ponderado de las reclamaciones de todos los subportafolios, clases de contratos y contratos individuales sin tomar en cuenta los parámetros estructurales de cada uno ni el momento "t" de la reclamación

$$^{\circ}z_{pj} = \frac{aw_{pj^{\circ}}}{s^2 + aw_{pj^{\circ}}}$$

Factor de credibilidad para determinar la prima que sería adecuado cobrar al grupo de riesgo "j", es decir, a aquellos contratos que se encuentran sujetos a los mismos parámetros de riesgo (Θ_p, Θ_{pj}) , permitiendo ponderar la prima que se obtendrá a partir de la experiencia de estos contratos con la prima determinada a partir de experiencia global.



$$^{\circ}z_{p^{\circ}} = \sum_{j}^{k} z_{pj}$$

Sumatoria de factores de credibilidad para cada contrato "p" que agrupa la subcartera o subportafolio.

$$^{\circ}z_{p} = \frac{bz_{p^{\circ}}}{a + bz_{p^{\circ}}}$$

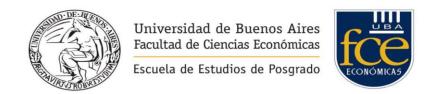
Factor de credibilidad de los contratos que forman parte del subportafolio "p" y representan el mismo parámetro estructural Θ_n

Con este modelo de credibilidad jerárquico se determinan los estimadores de las primas de riesgo para cada clase de contrato o subcartera, así como la prima de riesgo de la cartera.

El segmentar el modelo buscando una mayor homogeneidad dentro de cada subcartera permite estimar una prima de riesgo para el sector "p", aplicando la información siniestral de las clases de subcarteras y de las pólizas que la conforman teniendo en común las mismas características de riesgo.

A partir de los supuestos y terminología del modelo, la definición de los estimadores de Jewell para la prima de riesgo correspondiente a la subcartera "p" y para cada clase de contrato en función de los parámetros (Θ_p, Θ_{pj}) se obtiene por medio de la optimización de la siguiente ecuación:

$$\min_{\{co,c\}} E_{\Theta_p} \left[E_{X,\Theta_{pj}/\Theta_p} \left[\left\{ \left\{ \mu(_{(\Theta_p,\Theta_{pj})}) - c_0 - \sum_{q=1}^p \sum_{i=1}^t \sum_{r=1}^{t_{qi}} c_{jir} X_{ir} \right\}^2 \right\} \right] \Theta_p \right]$$



Donde la prima por credibilidad para un determinado sector "p" combinando con la prima de riesgo de la cartera es dada por:

$$\gamma(\theta_p) = (1 - Z_p) * m + Z_p * M_{pzw}$$

Por su parte la prima de riesgo por credibilidad correspondiente a la clase de contratos "j" es:

$$\mu(\theta_p) = (1 - Z_{pj}) * m_p + Z_{pj} * M_{pjw}$$

Sea:

 $\mu(\theta_p) = \text{Prima de credibilidad.}$

$$z_p = \frac{aw_{p^{\circ}}}{s^2 + aw_{p^{\circ}}}$$
 = Factor de Credibilidad de Jewell por sector "p"

$$z_{pj} = \frac{aw_{pj^{\circ}}}{s^2 + aw_{pj^{\circ}}}$$
 = Factor de Credibilidad de Jewell para clase de contrato "j"

$$M_{pzw}=\ ^{\circ}X_{pzw}=\sum_{j=1}^{k}\ ^{\circ}X_{pjw}\left(rac{z_{pj}}{z_{p}}
ight)=\$$
 Prima de riesgo de la subcartera con base en la propia experiencia siniestral

$$M_{pjw}=\ ^{\circ}X_{pjw}=\ ^{\circ}X_{pji}\left(rac{w_{pji}}{w_{pj}}
ight)=\$$
Prima de riesgo de la clase de contrato con base en la propia experiencia siniestral

$$m_p = N_p = {}^{\circ}X_{pzw}$$

$$m = N_0 = {}^{\circ}X_{zzw}$$

$$s^{2} = \frac{\sum_{p,j,i} w_{pji} (X_{pji} - X_{pjw})^{2}}{\sum_{p,i} (t_{pj} - 1)}$$

$$a = \frac{\sum_{p,i} z_{pj} (X_{pjw} - X_{pxw})^{2}}{\sum_{p,i} (K_{p} - 1)}$$

$$b = \frac{\sum_{p} Z_{P} \left(X_{pzw} - X_{zzw} \right)^{2}}{(P-1)}$$

3.7. Factores para tomar en cuenta para elegir el modelo de credibilidad más adecuado

En la siguiente tabla se presenta los factores a considerar a la hora de utilizar la metodología de cálculo de la prima de riesgo por el método de tarifación a priori, Modelo de Bühlmann, Modelo de Bühlmann-Straub y Modelo de Jewell.

En la Tabla 3.7.1 se presenta una matriz de decisión con los criterios para elegir entre los modelos de credibilidad presentados anteriormente de cuál es el más apropiado para el cálculo de las primas de acuerdo con las variables disponibles.

Tabla 3.7.1. Matriz de decisión para elegir el modelo más apropiado para cálculo de primas.

Alternativas	Información histórica de siniestralidad	Nivel de detalle de la información disponible	Análisis del riesgo
Modelo Tarifación a Priori	Se requiere información de siniestros de al menos un año de experiencia. Caso contrario, en este modelo no se incorpora información histórica de siniestralidad para tarificar y la prima de riesgo se establece de acuerdo con el criterio experto del actuario o de manera experimental.	Se requiere un nivel de información a detalle bajo para tarificar, ya que para este modelo no se utiliza información a nivel de características del riesgo a asegurar.	Para efectos del análisis de riesgo, se aplican primas de riesgos teóricas de cartera, pero para grupos o riesgos individuales no se diferencia primas de riesgo que estén asociadas a características especiales que lo diferencian en la probabilidad de riesgo.

	Información	Nivel de detalle de	
Alternativas	histórica de	la información	Análisis del riesgo
Modelo Bühlmann	Este modelo requiere para tarifar información histórica de varios años, con ello es posible que se obtenga niveles de credibilidad total en la determinación de la prima teórica de la cartera.	No se requiere necesariamente un nivel de información a detalle de variables asociadas a las características del riesgo a tarifar. Para ello, se puede trabajar con dos posibles opciones: • Aplicar credibilidad total para la determinación de la prima de riesgo teórica de la cartera cuando no se tiene información disponible sobre la experiencia siniestral del riesgo individual. • Se utiliza credibilidad parcial y el ponderador se obtiene en función a la información de siniestralidad a nivel de experiencia siniestral del riesgo individual. Con este modelo se obtiene la prima de riesgo del riesgo individual o de grupo. En este método no se determina una prima de cada riesgo que conforma el grupo sino una para el grupo que aplica a todos los riesgos	La aplicación de este modelo de credibilidad permite realizar la determinación de la prima de riesgo en función de la probabilidad de riesgo, tomando en cuenta no solo la experiencia siniestral de la cartera sino también la propia del riesgo individual que forma parte de esta. Este modelo fue determinado con base a los fundamentos de la estadística bayesiana.





Alternativas	Información histórica de	Nivel de detalle de la información	Análisis del riesgo
Aiteiliativas	siniestralidad	disponible	Alialisis del Hesgo
Modelo Bühlmann Straub	Este modelo requiere información de experiencia siniestral histórica de varios años para la determinación de la prima de riesgo de la cartera. Si se dispone de información de experiencia del grupo o riesgo individual es posible tarificar utilizando la credibilidad total a la experiencia de la compañía.	Para este modelo, para efectos de la determinación de la prima de riesgo se requiere información siniestral a detalle de cada una de las variables que caracterizan a cada riesgo. Para ello, se puede trabajar con dos posibles opciones: • Se utiliza credibilidad total para la determinación de la prima de riesgo teórica de la cartera o portafolio, cuando el grupo o riesgo individual no cuenta con información siniestral propia. • Se utiliza credibilidad parcial, donde el ponderador se obtiene en función a la información de experiencia siniestral detallada para cada riesgo que compone al grupo y así se obtiene la prima de riesgo del grupo por cada riesgo de acuerdo con el peso que tiene dentro del grupo.	Este modelo al igual que el Modelo Bühlmann al estar basados en la teoría bayesiana, la determinación de la prima de riesgo está sustentada en la esperanza de la función de densidad predictiva y en la estadística bayesiana. Este modelo con respecto al modelo de Bühlmann, es que permite analizar la cartera en función del tipo de cada riego que conforma el grupo individual.

Alternativas	Información histórica de siniestralidad	Nivel de detalle de la información disponible	Análisis del riesgo
Modelo jerarquizado de Jewell	Este modelo requiere información de experiencia siniestral histórica de varios años para la determinación de la prima de riesgo de la cartera, pero a la vez para cada riesgo de esta se necesita detallada ya que este modelo particiona el portafolio en un mayor grado que el modelo de Bühlmann y el modelo de Bühlmann —Straub.	Se requiere un nivel de alto de información de siniestralidad a detalle de las variables características del riesgo que hacen que tenga mayor probabilidad de pérdida. Se toman en cuenta dos alternativas: • Se utiliza credibilidad total para la determinación de la prima de riesgo teórica de la cartera o portafolio, cuando el grupo o riesgo individual no cuenta con información siniestral propia. • Se utiliza credibilidad parcial, donde el ponderador se obtiene en función a la información de experiencia siniestral detallada para cada riesgo que compone al grupo y así se obtiene la prima de riesgo del grupo por cada riesgo de acuerdo con el peso que tiene dentro del grupo.	Los modelos de credibilidad a niveles jerárquicos permiten particionar la información de siniestros y encontrar las primas de credibilidad incorporando información adicional asociada a las características de la unidad y que están asociadas al riesgo. Este es un modelo que utiliza mayor grado nivel de información de experiencia siniestral para determinar la prima de riesgo. La diferencia de este modelo con los modelos de Bühlmann y el modelo de Bühlmann y el modelo de Bühlmann – Straub, es que permite analizar a la cartera o portafolio en distintos niveles de variables asociadas al riesgo.

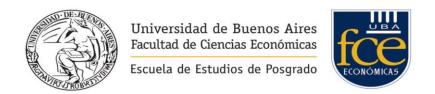
CAPÍTULO 4

Marco Metodológico

4.1. Tipo de estudio.

Este estudio es elaborado bajo una investigación metodológica donde se realiza una revisión bibliográfica de los fundamentos técnicos de tres métodos de aplicación de Teoría de Credibilidad: Bühlmann, Bühlmann – Straub, y Jerárquico de Jewell, con el fin de valorar la posibilidad de mejorar la precisión en la definición de las primas de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil.

Por ende, esta investigación incluye análisis de tipo cuantitativo y explicativo, ya que, a partir de revisión y comprensión de las bases técnicas de estos tres modelos, se realiza la aplicación de cada uno de ellos a partir de los datos de siniestralidad disponibles de cuatro grupos de actividades del seguro de Responsabilidad Civil, y así a partir de los resultados obtenidos determinar cuál de los métodos es el de mejor ajuste a las tarifas de riesgo.



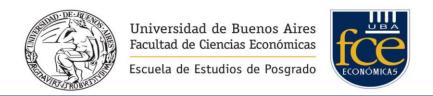
4.2. Fuentes de datos y herramientas de recolección y procesamiento.

Las fuentes de datos para el desarrollo de este estudio son de tipo primario y corresponden a bibliografía especializada en el tema de Teoría de la Credibilidad. En esa misma línea, se utilizan datos relacionados a reclamos pagados en el seguro de Responsabilidad Civil, y cuya fecha de ocurrencia fue durante el período 2012-2017; así como el monto expuesto para cada uno de estos grupos en el año 2017.

Asimismo, por la confidencialidad de los datos, y el entorno de competencia se procedió a realizar una transformación de los datos tanto de siniestralidad como de aseguramiento, por tanto, los resultados que se presentan como primas de riesgo no corresponden al comportamiento real del seguro, pero si con ello, se puede determinar la aplicabilidad o no de la Teoría de Credibilidad y cuál de los modelos estudiados es el que mejor ajusta las primas de riesgo

El procesamiento de datos es matemático, por medio de fórmulas estadísticas, y actuariales principalmente. Los datos se procesan mediante la herramienta informática Microsoft Excel, así como por medio del software @Risk.

La herramienta de @RISK ("at Risk") realiza análisis de riesgo utilizando la simulación para mostrar múltiples resultados posibles, e indica para el caso de la determinación de la prima de riesgo, y de acuerdo con el comportamiento de los datos de experiencia siniestral de una cartera cuál distribución de probabilidad es la que mejor se ajusta y, por ende, la estimación de siniestralidad esperada tiende a ser más precisa.

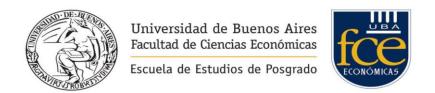


4.3. Universo, muestra y unidad de análisis.

Para el desarrollo de este proyecto de investigación se cuenta con una muestra de actividades de riesgo que corresponden a la unidad de análisis de este estudio, para las cuales se dispone de los reclamos pagados y cuya ocurrencia fue en el período 2012-2017; así como el monto expuesto para cada uno de estos grupos en el año 2017.

En función de la cláusula de confidencialidad de los datos del Instituto Nacional de Seguros, la muestra de cuatro grupos de riesgo de un universo de diez grupos, y que corresponden a aquellos con mayor cantidad de riesgos asegurados y se identificara en lo subsiguiente con G1, G2, G3 y G4.

MVIRIV



CAPÍTULO 5

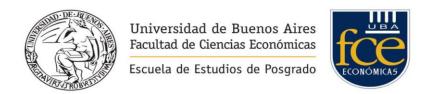
Aplicaciones

En este capítulo, se desarrolla la aplicación de los métodos de credibilidad de Bühlmann, Bühlmann – Straub, y Jerárquico de Jewel, en la muestra de actividades cubiertas por el seguro de Responsabilidad Civil en la determinación de las primas de riesgo, tanto a nivel de cartera del seguro, como para cada una de las actividades, y determinar cuál de los modelos es el que realiza el mejor ajuste.

Para lo correspondiente a los modelos de Bühlmann y Bühlmann – Straub se considera que cada grupo de riesgo se va a diferenciar de los otros por un único parámetro de riesgo.

En lo que se refiere al modelo jerárquico de Jewell, se considera que, en adición a los cuatro grupos de riesgo, a lo interno de cada uno se puede agrupar cada actividad en k_p subgrupos donde p = 1, 2, ..., P.

Por su parte, en esta sección también se desarrolla el cálculo de las primas de riesgo por medio de la tarifación tradicional "a priori", haciendo uso de la Teoría de Riesgo. Lo anterior con el objetivo de realizar la comparación de los resultados entre ambas metodologías: Teoría de Credibilidad y Teoría de Riesgo.



5.1. Determinación de las primas de riesgo por actividad por Teoría de Riesgo.

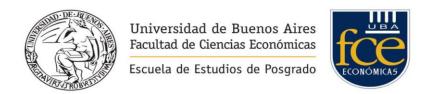
Como se indica en la sección 3.3 del Capítulo 3 de este proyecto de investigación, para la determinación de la prima de riesgo por medio de la metodología de tarifación "a priori", se utiliza la metodología de Teoría del Riesgo, donde se determina las funciones teóricas que representan mejor los datos tanto los correspondientes al monto de las pérdidas (severidad) como a la cantidad de siniestros presentados (frecuencia). Una vez definida la función de probabilidad de frecuencia y severidad para ambas variables, se establece una distribución compuesta que toma en cuenta el monto total de siniestros por unidad de tiempo (meses o años), según la distribución de la frecuencia de siniestros.

Para determinar cuál es la distribución teórica F(x) es la que mejor se ajusta a los datos empíricos, se realiza la correspondiente prueba de hipótesis, asociada a la función compuesta que toma en cuenta el monto de los siniestros y el número de los siniestros. Para la determinación de la función compuesta, se utiliza el programa computacional @Risk.

 H_0 : X se distribuye como F(x)

 H_1 : X no se distribuye como F(x)

Donde la distribución teórica F(x) se establece en función del comportamiento de los datos, así como según el tipo de variables:



<u>Variables Continuas:</u> Beta General. Exponencial, Gamma, Gauss Inversa, Logística; Log logística, Log normal, Normal, Pareto, Pearson 5, Pearson 6, Weibull.

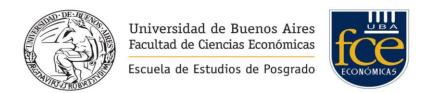
Variables Discretas: Binomial, Geométrica, Binomial Negativa, Poisson.

Los resultados de las diferentes pruebas de hipótesis están dados por los estadísticos de ajuste de las distribuciones, con los cuales se realiza una jerarquización, que en el caso de las variables continuas se utiliza primeramente el Anderson-Darling, Kolmogorov–Smirnov y Chi-cuadrado. Estos estadísticos tienen como finalidad indicar cuál de las distribuciones teóricas tienen mayor probabilidad de presentar resultados con mayor cercanía a la distribución empírica F(x).

Para cada ajuste, el software @RISK genera uno o más estadísticos de ajuste que indican el nivel de coincidencia entre el ajuste y los datos de entrada, y el nivel de confianza que puede tener en que los datos han sido producidos por la función de distribución F(x). Para cada uno de estos estadísticos, cuanto menor sea el valor, mejor es el ajuste.

> Criterios utilizados para la elección de funciones de distribución teóricas.

Cuando hay más de un estadístico de ajuste disponible, no hay una regla general para decidir la prueba que le dará los "mejores" resultados. Cada prueba tiene sus ventajas e inconvenientes. A la hora de decidirse por una prueba, debe de analizarse el comportamiento de la información disponible.



✓ Prueba Bondad de Ajuste Chi-Cuadrado.

El estadístico Chi-cuadrado es el estadístico de bondad del ajuste más conocido y utilizado. Se aplica tanto con datos continuos como discretos. El estadístico Chi-cuadrado se define como:

$$\chi^{2} = \sum_{i=1}^{K} \frac{(N_{i} - E_{i})^{2}}{E_{i}}$$

Donde:

K = número de intervalos

 N_i = número observado de muestras en el intervalo i

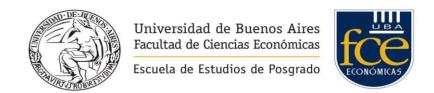
 E_i = número esperado de muestras en el intervalo i

Uno de los inconvenientes que tiene el estadístico Chi-cuadrado es que no hay parámetros claros para la selección del número de los intervalos. En algunas situaciones, pueden alcanzarse diferentes conclusiones a partir de unos mismos datos dependiendo de cómo se establecieron los intervalos.

✓ Prueba Bondad de Ajuste Kolmogorov – Smirnov

La prueba de Kolmogorov – Smirnov es una prueba no paramétrica utilizada para medir la distancia entre la distribución de los datos empíricos de la información y de alguna distribución teórica determinada.

Sea F_y la distribución de los datos empíricos de la información y F(x) es la distribución de probabilidad teórica, la medida estadística D de Kolmogorov – Smirnov, es la distancia máxima entre F_y y F(x), es decir:



$$D = m \acute{a} x | F_y - F(x) |$$

La hipótesis nula H_0 : X se distribuye como F(x), se acepta si el valor D es pequeño a un nivel de significancia $1 - \alpha$.

El estadístico Kolmogorov-Smirnov no requiere el establecimiento de intervalos, lo cual hace que sea un estadístico menos arbitrario que el de Chi-cuadrado. Es una prueba sensible a los valores cercanos a la mediana, ya que no detecta discrepancias en los extremos de la distribución.

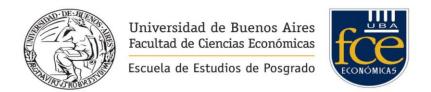
✓ Prueba Bondad de Ajuste Anderson-Darling

La prueba de Anderson-Darling es una prueba estadística no paramétrica utilizada para comparar la distribución de un conjunto de datos observados se comportan de acuerdo con una distribución de probabilidad teórica.

Esta prueba es una modificación de la prueba de Kolmogorov-Smirnov donde se les da más peso a las colas de la distribución que la prueba de Kolmogorov-Smirnov y puede ser utilizada en variables discretas como continuas.

La prueba de Anderson –Darling se define como:

$$A_n^2 = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F^{\$}(x)]^2 \psi(x) f^{\$}(x) dx$$



Donde:

n = número total de datos.

$$\psi^2 = \frac{1}{F^{\$(x)[1-F^{\$(x)}]}}$$

 $f^{\$}(x) = la función de densidad teórica.$

 $F^{\$}(x)$ = la función de distribución acumulativa teórica.

$$F_n(x) = N_x/n$$

 N_x = número de X_i 's menores que x.

El estadístico Anderson-Darling es una prueba que toma en cuenta las diferencias entre los extremos de la distribución ajustada y los datos de entrada.

Función compuesta de frecuencia y severidad.

La determinación de la función compuesta a partir de la cual se simula las pérdidas esperadas a tomarse en cuenta para la determinación de la prima de riesgo se obtiene tomando en cuenta tanto la distribución de probabilidad asociada a la frecuencia como la distribución de probabilidad de la severidad.

Sea $S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N$, donde S corresponde al monto agregado de los reclamos pagados y N es el número de reclamos, se tiene que:

$$F_S(y) = \Pr(S \le y) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \Pr(S \le y/N = n) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_Y^{*n}(y)$$

Donde:

 $F_s(x) = Pr(X \le x)$ es la distribución común de los X_i y $p_n = Pr(N = n)$.

 F_X^{*n} = enésima convolución de la función de densidad acumulada de X.

Por tanto, la prima de riesgo bajo el método tradicional está definida de la siguiente forma:

$$\pi_j = \frac{E(S)_j}{MAE_j}$$

Donde:

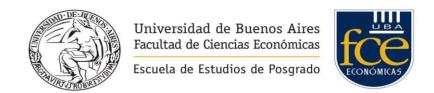
 π_i = Prima de riesgo para la cartera o actividad j

 $E(S)_i$ = Valor esperado de los siniestros para la cartera o actividad j.

 MAE_j = Monto asegurado esperado para la cartera o actividad j.

Función Conjunta Siniestralidad Esperada:

Para la determinación de las pérdidas esperadas tanto del portafolio del seguro de Responsabilidad Civil, así como para cada uno de los cuadros grupos de actividades (G1, G2, G3 y G4), se toma en cuenta la frecuencia como la severidad, de la experiencia siniestral de cada uno de los reclamos ocurridos en el período 2012-2017 por grupo.



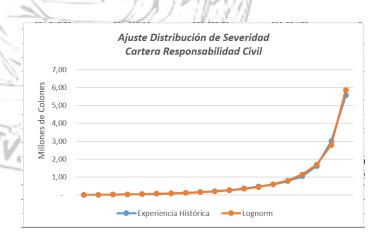
En el caso de la estimación de los siniestros esperados, se procedió a definir con el software @Risk, la función de probabilidad que mejor se ajuste a los datos históricos tanto para la frecuencia como para la severidad, y posteriormente definiendo la función conjunta de siniestralidad, utilizando un nivel de confianza del 99 por ciento, por ende, el nivel de significancia es de un 1 por ciento.

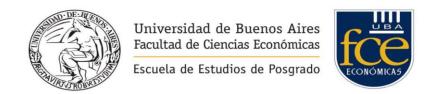
Resultados obtenidos.

a. Cartera Responsabilidad Civil (G1, G2, G3 y G4)

De acuerdo con el comportamiento de la experiencia siniestral (severidad) que ha tenido la cartera del seguro de Responsabilidad Civil tomando en cuenta los grupos G1, G2, G3 y G4 la distribución de probabilidad que mejor se ajustan a los datos es una Lognormal con parámetros μ =1.633.301,1 y variancia 12.893.569 [RiskLognorm(1633301,1;12893569,4;RiskShift(-115,04))].

		Lognorm	
Percentiles	Experiencia Histórica	RiskLognorm (1633301,1;12893569,4	
5%	6 734,60	7 085,75	
10%	14 824,18	14 976,43	
15%	25 727,70	24 747,53	
20%	37 000,00	36 856,13	
25%	52 650,30	51 848,18	
30%	73 523,52	70 428,05	
35%	100 000,00	93 527,88	
40%	128 000,00	122 405,63	
45%	165 550,00	158 794,97	
50%	218 186,46	205 144,10	
55%	275 043,00	265 011,83	
60%	363 626,00	343 756,02	
65%	477 205,00	449 799,51	
70%	591 565,00	597 127,21	
75%	770 317,73	810 676,06	
80%	1 047 458,70	1 139 457,02	
85%	1 617 260,00	1 694 452,97	
90%	3 010 596,00	2 791 614,89	
95%	5 565 046,18	5 850 816,31	





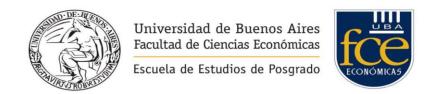
Gráficamente se puede observar que esta distribución de probabilidad es la que mejor se ajusta a los datos históricos de la siniestralidad.

Por su parte, la cantidad de reclamos presentados se distribuyen como una función de probabilidad discreta uniforme que sólo genera valores enteros entre la cantidad de reclamos mínimo y máximo del período estudiado [(RiskIntUniform(181; 398)).]

Aceptación y rechazo de prueba de hipótesis.

De acuerdo con lo anterior, se determina las distribuciones teóricas F(x) que mejor se ajustaron a los datos empíricos de severidad, frecuencia de reclamos. Para la determinación si dichas distribuciones de probabilidad, que son el insumo para la distribución conjunta, son las adecuadas se realiza las pruebas de hipótesis respectivas haciendo de las pruebas de ajuste de Chi-Cuadrado, Kolmogorov – Smirnov y Anderson-Darling.

Para determinar si la hipótesis nula se mantiene o acepta, se deben comparar los valores de los estadísticos Chi-Cuadrado, Kolmogorov – Smirnov y Anderson-Darling, con los valores críticos que se genera para cada nivel de significancia α. Si el valor del estadístico a un nivel de significancia es mayor que el valor crítico se rechaza la prueba de hipótesis, esto es, que la distribución de probabilidad seleccionada no se ajusta a los datos históricos. Por su parte, si el estadístico es menor que el valor crítico a un nivel de significancia se puede afirmar que la distribución seleccionada se ajusta a los datos históricos.



Los valores de los estadísticos Chi-Cuadrado, Kolmogorov – Smirnov, y Anderson-Darling, así como los valores críticos para un nivel de significancia α, son:

	Nivel de Confianza	Chi-Cuadrado	Anderson- Darling	Kolmogorov – Smirnov
Estadístico		48,53	0,61	0,01
p-valor*		0,07	0,11	0,44
Valor CR @ 0,750*	25,0%	29,03	0,24	0,01
Valor CR @ 0,500*	50,0%	34,53	0,33	0,01
Valor CR @ 0,250*	75,0%	40,35	0,48	0,02
Valor CR @ 0,150*	85,0%	44,12	0,57	0,02
Valor CR @ 0,100*	90,0%	46,77	0,63	0,02
Valor CR @ 0,050*	95,0%	49,74	0,81	0,02
Valor CR @ 0,025*	97,5%	53,19	0,87	0,02
Valor CR @ 0,010*	99,0%	58,57	1,05	0,02
Valor CR @ 0,005*	99,5%	60,29	1,18	0,03
Valor CR @ 0,001*	99,9%	65,31	1,42	0,03

b. Grupo G1

La experiencia siniestral (severidad) que ha tenido la cartera del grupo G1 durante el período 2012-2017 presenta un comportamiento de una distribución de probabilidad de una a Lognormal con parámetros μ =1.481.379,1 y σ^2 = 15.003.147,9

[RiskLognorm(1481379,1;15003147,9;RiskShift(-227,45))] siendo la que mejor se ajustan a los datos.

		Lognorm
Percentiles	Experiencia Histórica	RiskLognorm (1481379,1;15003147,9)
5%	3 073,43	3 982,13
10%	10 372,00	8 979,54
15%	16 109,97	15 383,60
20%	22 425,78	23 523,67
25%	28 000,00	33 816,51
30%	41 664,00	46 810,96
35%	60 588,98	63 242,14
40%	78 191,40	84 111,91
45%	109 586,15	110 813,65
50%	136 966,60	145 332,96
55%	187 609,03	190 583,29
60%	299 889,41	250 993,73
65%	417 565,29	333 599,09
70%	533 100,00	450 209,44
75%	666 920,06	622 139,37
80%	853 278,92	891 849,66
85%	1 147 625,63	1 357 005,40
90%	2 192 448,00	2 301 049,86
95%	5 174 601,59	5 033 013,53



Con respecto a la frecuencia, la cantidad de reclamos presentados se distribuyen como una función de probabilidad discreta uniforme que sólo genera valores enteros entre la cantidad de reclamos mínimo y máximo del período estudiado [RiskIntUniform(12;46).]

Aceptación y rechazo de prueba de hipótesis.

Los valores de los estadísticos Chi-Cuadrado, Kolmogorov – Smirnov, y Anderson-Darling, así como los valores críticos para un nivel de significancia α, son:



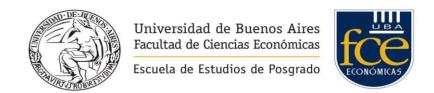
	Nivel de Confianza	Chi-Cuadrado	Anderson- Darling	Kolmogorov – Smirnov
Estadístico		16,92	0,38	0,04
p-valor*		0,15	0,38	0,42
Valor CR @ 0,750*	25,0%	8,46	0,24	0,04
Valor CR @ 0,500*	50,0%	11,38	0,33	0,04
Valor CR @ 0,250*	75,0%	14,62	0,46	0,05
Valor CR @ 0,150*	85,0%	16,77	0,54	0,06
Valor CR @ 0,100*	90,0%	18,31	0,59	0,06
Valor CR @ 0,050*	95,0%	20,46	0,69	0,06
Valor CR @ 0,025*	97,5%	23,23	0,77	0,07
Valor CR @ 0,010*	99,0%	27,38	0,94	0,07
Valor CR @ 0,005*	99,5%	30,62	1,01	0,08
Valor CR @ 0,001*	99,9%	36,15	1,45	0,09

c. Grupo G2

De acuerdo con el comportamiento de la experiencia siniestral (severidad) que ha tenido el grupo G2 la distribución de probabilidad que mejor se ajustan a los datos es una Lognormal con parámetros μ = 1.589.563,6 y variancia 17.070.711,1. [RiskLognorm((1589563,6;17070711,1))].

		Lognorm
Percentiles	Experiencia Histórica	RiskLognorm (1589563,6;17070711,1)
5%	4 062,17	3 824,23
10%	9 238,00	8 753,09
15%	16 138,87	15 118,82
20%	25 702,53	23 257,15
25%	35 100,00	33 597,30
30%	47 518,18	46 706,74
35%	57 654,57	63 347,43
40%	84 672,91	84 560,00
45%	111 619,93	111 794,78
50%	142 100,00	147 122,82
55%	184 366,00	193 589,50
60%	246 858,63	255 834,88
65%	329 009,27	341 246,43
70%	460 849,49	462 257,97
75%	633 689,28	641 372,39
80%	908 743,86	923 557,27
85%	1 533 473,09	1 412 616,79
90%	2 972 099,63	2 411 148,53
95%	4 920 992,39	5 325 444,35





Por su parte, la cantidad de reclamos presentados se distribuyen como una función de probabilidad discreta uniforme que sólo genera valores enteros entre la cantidad de reclamos mínimo y máximo del período estudiado [(RiskIntUniform(142; 230)).]

Aceptación y rechazo de prueba de hipótesis.

Los valores de los estadísticos Chi-Cuadrado, Kolmogorov – Smirnov, y Anderson-Darling, así como los valores críticos para un nivel de significancia α, son:

	Nivel de	Chi-Cuadrado	Anderson-	Kolmogorov –
Estadístico	Confianza	44,22	Darling 0,48	Smirnov 0,02
p-valor*		0,02	0,26	0,49
Valor CR @ 0,750*	25,0%	21,55	0,25	0,02
Valor CR @ 0,500*	50,0%	26,37	0,34	0,02
Valor CR @ 0,250*	75,0%	31,72	0,48	0,02
Valor CR @ 0,150*	85,0%	34,40	0,58	0,02
Valor CR @ 0,100*	90,0%	36,72	0,65	0,03
Valor CR @ 0,050*	95,0%	39,69	0,78	0,03
Valor CR @ 0,025*	97,5%	42,65	0,88	0,03
Valor CR @ 0,010*	99,0%	48,06	1,02	0,03
Valor CR @ 0,005*	99,5%	52,19	1,19	0,03
Valor CR @ 0,001*	99,9%	60,03	1,65	0,04

✓ Grupo G3

La experiencia siniestral (severidad) que ha tenido la cartera del grupo G3 durante el período 2012-2017 presenta un comportamiento de una distribución de probabilidad de una a Lognormal con parámetros μ =9.020.840,9 y σ^2 = 299.610.543,

[RiskLognorm(9020840,9; 299610543,3)] siendo la que mejor se ajustan a los datos.

		Lognorm		
Percentiles	Experiencia Histórica	RiskLognorm (9020840,9;299610543,3)		
5%	1 478,04	3 403,41		
10%	6 097,08	9 043,53		
15%	29 017,04	17 382,21		
20%	40 107,00	29 169,61		
25%	63 379,28	45 449,03		
30%	76 472,00	67 660,85		
35%	103 929,60	97 812,44		
40%	153 882,50	138 746,84		
45%	237 140,49	194 575,21		
50%	339 981,20	271 394,86		
55%	548 443,97	378 529,94		
60%	600 750,00	530 781,02		
65%	773 415,79	752 752,03		
70%	957 023,52	1 087 809,31		
75%	1 628 047,96	1 618 473,69		
80%	2 129 000,00	2 519 110,02		
85%	4 509 996,94	4 218 983,62		
90%	6 788 504,65	8 072 317,44		
95%	12 218 441,94	13 117 894,36		



Por su parte, la cantidad de reclamos presentados se distribuyen como una función de probabilidad discreta Poisson [RiskPoisson(14.5).]

Aceptación y rechazo de prueba de hipótesis.

Los valores de los estadísticos Chi-Cuadrado, Kolmogorov – Smirnov, y Anderson-Darling, así como los valores críticos para un nivel de significancia α , son:

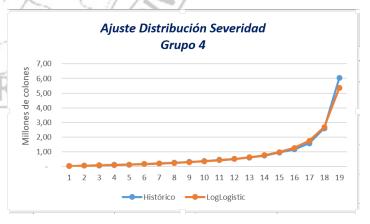


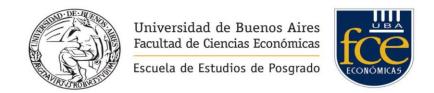
	Nivel de Confianza	Chi-Cuadrado	Anderson- Darling	Kolmogorov – Smirnov
Estadístico		10,50	0,55	0,07
p-valor*		0,25	0,18	0,29
Valor CR @ 0,750*	25,0%	5,50	0,26	0,05
Valor CR @ 0,500*	50,0%	7,75	0,36	0,06
Valor CR @ 0,250*	75,0%	10,50	0,49	0,08
Valor CR @ 0,150*	85,0%	12,25	0,59	0,08
Valor CR @ 0,100*	90,0%	13,25	0,66	0,09
Valor CR @ 0,050*	95,0%	15,50	0,76	0,10
Valor CR @ 0,025*	97,5%	17,25	0,89	0,10
Valor CR @ 0,010*	99,0%	19,50	1,06	0,11
Valor CR @ 0,005*	99,5%	20,75	1,13	0,12
Valor CR @ 0,001*	99,9%	22,50	1,44	0,12

✓ Grupo G4

De acuerdo con el comportamiento de la experiencia siniestral (severidad) que ha tenido el grupo G2 la distribución de probabilidad que mejor se ajustan a los datos es una Loglogistic con parámetros μ = 1349,6 y variancia 349.989 RiskLoglogistic(1349,6; 349989; 1,0798)

	Formando mode	LogLogistic
Percentiles	Experiencia Histórica	RiskLoglogistic (1349,6;349989;1,0798)
5%	25 000,00	24 248,06
10%	48 329,07	47 093,67
15%	70 981,40	71 559,96
20%	102 063,80	98 286,60
25%	125 000,00	127 879,97
30%	161 756,00	161 037,85
35%	205 444,49	198 627,38
40%	249 690,00	241 773,30
45%	307 012,12	291 982,79
50%	362 817,45	351 338,75
55%	444 199,90	422 816,97
60%	509 890,86	510 835,15
65%	604 617,70	622 262,90
70%	732 108,56	768 421,65
75%	950 489,84	969 436,48
80%	1 161 099,98	1 264 978,37
85%	1 567 999,08	1 745 997,46
90%	2 606 979,65	2 679 124,48
95%	6 040 878,00	5 350 714,72





Por su parte, la cantidad de reclamos presentados se distribuyen como una función de probabilidad discreta uniforme que sólo genera valores enteros entre la cantidad de reclamos mínimo y máximo del período estudiado [(RiskIntUniform(65; 127)).]

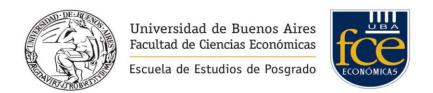
Aceptación y rechazo de prueba de hipótesis.

Los valores de los estadísticos Chi-Cuadrado, Kolmogorov – Smirnov, y Anderson-Darling, así como los valores críticos para un nivel de significancia α, son:

Ì		Nivel de Confianza	Chi-Cuadrado	Anderson- Darling	Kolmogorov – Smirnov
į	Estadístico		28,53	1,06	0,04
î	p-valor*		0,14	0,01	0,05
	Valor CR @ 0,750*	25,0%	16,47	0,23	0,02
	Valor CR @ 0,500*	50,0%	20,68	0,33	0,02
	Valor CR @ 0,250*	75,0%	24,81	0,45	0,03
	Valor CR @ 0,150*	85,0%	28,13	0,55	0,03
	Valor CR @ 0,100*	90,0%	29,99	0,63	0,03
n	Valor CR @ 0,050*	95,0%	33,06	0,75	0,04
j	Valor CR @ 0,025*	97,5%	36,30	0,90	0,04
	Valor CR @ 0,010*	99,0%	38,89	1,04	0,04
á	Valor CR @ 0,005*	99,5%	40,27	1,18	0,05
i	Valor CR @ 0,001*	99,9%	43,83	1,50	0,05

✓ <u>Determinación de Primas de Riesgo:</u>

En el cuadro 5.1. se muestra los resultados obtenidos en cada una de las simulaciones y, por ende, la obtención de la prima de riesgo (riesgo individual), bajo esta metodología:



Cuadro 5.1

Primas de Riesgos por grupo de riesgo aplicando metodologia de Teoría de Riesgo

Actividad	Cantidad de Iteraciones Modelación @Risk	Siniestros Esperados	Montos Asegurados Esperados	Prima de Riesgo - Teoría de Riesgo
G1	50 000	43 132 613	52 555 194 257	0,0821%
G2	50 000	297 067 546	1 369 437 064 776	0,0217%
G3	50 000	53 123 558	61 307 546 885	0,0867%
G4	50 000	448 016 258	140 168 608 742	0,3196%

5.2. Determinación de las primas de riesgo por actividad del seguro de Responsabilidad Civil por Teoría de la Credibilidad.

Para la determinación de las primas de riesgo utilizando los modelos de credibilidad analizados en el capítulo 3 de este proyecto, y se utilizan una muestra de cuatro grupos de actividades o de riesgo (j) en que se segmenta el seguro de Responsabilidad Civil, a los cuales se le realiza un análisis de la experiencia siniestral propia de cada grupo, así como las sumas expuestas para un período de 6 años (i)

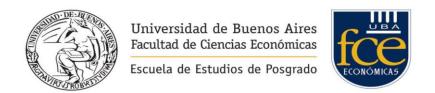
A partir de ello, se obtiene la información para las variables X_{ji} y, donde j=1,2,3,4 e i=1,2,...,6. W_{ji}

En el Cuadro 5.2, se presentan los respectivos pesos w_{ji} en términos de cantidad de siniestros pagados por año de ocurrencia y grupo de riesgo; y en el Cuadro 5.3 las tarifas empíricas para cada grupo en cada año de estudio.

Cuadro 5.2								
	Sumas expuestas por grupo de riesgo y año de vigencia							
w_{ji}								
			Año de E	xposición (t)				
J	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6		
G1	28 342	52 155	66 878	84 991	57 495	52 555		
G2	553 128	795 052	1 117 312	1 261 909	1 187 813	1 369 437		
G3	42 876	40 878	52 061	52 920	51 477	61 308		
G4	68 186	39 056	42 534	43 590	49 112	57 125		
		Tarifas empírica	s por grupo de ries	go y año de ocurrei	ncia			
,			Año de (Ocurrencia				
,	1	2	3	4	5	6		
G1	0,1117%	0,0457%	0,0572%	0,0490%	0,0521%	0,0459%		
G2	0,0294%	0,0296%	0,0239%	0,0202%	0,0167%	0,0119%		
G3	0,0783%	0,0680%	0,1373%	0,0145%	0,0589%	0,0129%		
G4	0,1807%	0,3259%	0,4213%	0,4629%	0,4164%	0,1893%		

A partir de esta información se determina la tasa de riego por credibilidad que de ajuste al comportamiento de la siniestralidad de cada grupo. En los dos primeros modelos de Bühlmann y Bühlmann. -Straub asume que cada grupo tiene asociado un único parámetro de riesgo que lo diferencia de los demás grupos por el supuesto de independencia entre ellos y a mayores unidades de tiempo también se cumple esta independencia a lo interno de cada uno.

Por su parte el modelo jerarquizado de Jewell asume que, dentro de cada grupo de riesgo o actividades, existen P subgrupos o subcarteras, presentándose dos parámetros de riesgo, uno asociado a cada uno de estos subgrupos o riesgos individuales y el otro a nivel de grupo de riesgo.



A continuación, se presentan los resultados obtenidos para cada uno de estos tres modelos de credibilidad. Para este caso, la herramienta utilizada para los cálculos fue Excel.

> Implementación de los modelos.

✓ Modelo de Bühlmann.

Para efectos de este modelo, la información requerida para el cálculo de los estimadores de credibilidad y las variables estructurales necesarias para la determinación de estos indicadores se detallan en el Cuadro 5.2.

Para este modelo obtenemos las variables estructurales:

$$Z = 0.95129$$

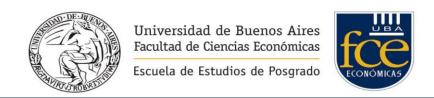
$$m = 0.119155\%$$

$$a = 0.0006081\%$$

$$S^2 = 0.000187\%$$

Como se observa, el factor de credibilidad Z de 0,9513 es único para toda la cartera analizada, generando un nivel de credibilidad parcial alto.

En el Cuadro 5.3, se presentan los estimadores de primas de riesgo por credibilidad para cada uno de los cuatro grupos de riesgo, así como los estimadores individuales definidos por la metodología de Teoría de Riesgo (Cuadro 5.1).

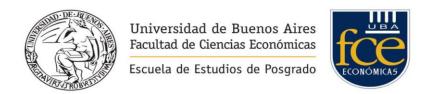


Cuadro 5.3
Estimadores de prima de riesgo Individuales, por Credibilidad y Teoría de Riesgo grupo de riesgo
-Método de Buhlmann -Scraub -

Grupo de Riesgo	Estimadores Individuales Mj	Estimadores por Credibilidad $\mu(heta_j)$	Factor de Credibilidad Z	
G1	0,06026%	0,06313%		
G2	0,02196%	0,02670%		
G3	0,06164%	0,06444%		
G4	0,33276%	0,32235%	0,95129	

De acuerdo con este modelo, la dispersión que se obtiene entre las primas de riesgos individuales (a=0.0006081%) es mayor que la que se presenta a nivel de la cartera, $S^2=0.000187\%$ por tanto el modelo le da más importancia a los estimadores individuales.

Dado que el modelo de Bühlmann parte de la colectividad y que los riesgos son homogéneos, el factor de credibilidad es alto. Por ello, y como se muestra en el cuadro anterior no se presentan diferencias significativas entre las primas de riesgos individuales y por credibilidad para los grupos G1, G2 y G3. Sólo en el caso del grupo G4, el estimador individual tiende a ser ligeramente superior al estimador por credibilidad



✓ Modelo de Bühlmann -Straub

A diferencia del modelo de Bühlmann, en el modelo de credibilidad de Bühlmann la determinación de la prima de riesgo de cada grupo se hace en función de su propio factor de credibilidad Z_i .

Asimismo, el modelo de Bühlmann, asume que todos los grupos de riesgo tienen la misma importancia dentro del grupo a nivel de sumas expuestas como de experiencia siniestral, lo cual no necesariamente es cierto dentro de la cartera global. Por ello, en el modelo de Bühlmann –Straub, se incluye dentro del mismo la variable w_{ij} , que corresponde al peso o ponderación que tiene cada grupo con respecto al total. Estos pesos o ponderaciones son las que muestran en el Cuadro 5.2

Con respecto al supuesto e independencia dentro y entre los grupos de riesgo, así como que las observaciones son homogéneas en el tiempo del modelo de Bühlmann, se mantienen.

Para este modelo las variables estructurales fueron:

$$Z = 3.99669$$

m = 0.11250%

a = 0.00734%

 $S^2 = 2.49669\%$



Por tanto, los estimadores individuales por credibilidad y sus respectivos factores de credibilidad se presentan en el Cuadro 5.4.

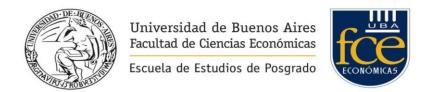
Cuadro 5.4

Estimadores de prima de riesgo por Credibilidad y Teoría de Riesgo grupo de riesgo
-Modelo de Bühlmann -Scraub -

Grupo de Riesgo	Estimadores Individuales	Estimadores por Credibilidad	Factor de Credibilidad
G1	0,05532%	0,05538%	0,99901
G2	0,02040%	0,02041%	0,99995
G3	0,05928%	0,05934%	0,99887
G4	0,31513%	0,31490%	0,99887

A diferencia con el modelo de Bühlmann, no se obtiene un único factor de credibilidad para la cartera, sino que cada grupo de riesgo tiene el propio, y como se muestra en el Cuadro 5.4, el grado es muy alto porque tienden a ser 1, lo que implica que se da mayor credibilidad a las primas de riesgo basadas en la experiencia individual de cada subgrupo que al de la cartera.

Otro de los aspectos a considerar con este modelo, es que la misma toma en cuenta el peso o importancia que tiene cada grupo en la cartera, que en el caso de los grupos analizados son el grupo G1 y G2, y donde los factores de credibilidad asignados son ligeramente superiores a de los otros dos grupos.



✓ Modelo Jerarquizado de Jewell.

El modelo jerarquizado de Jewell se sustenta en el modelo de Bühlmann – Straub, pero realiza un nivel de segregación o segmentación adicional de la cartera, ya que divide cada grupo de riesgo en subgrupos o subcarteras.

Para la aplicación de este modelo es necesario disponer de información de experiencia siniestral y exposiciones a un mayor detalle, generando en la mayoría de los casos mejores resultados en credibilidad en la determinación de las primas de riesgo asociadas a cada subgrupo, ya que cada una de ellas está determinada en función de su propia siniestralidad.

Este modelo al igual al modelo de Bühlmann –Straub, realiza una ponderación en las exposiciones por subgrupo, y se establece un factor de credibilidad "Z" para cada uno de ellos, de manera similar ya que depende de los promedios ponderados de los siniestros en función de las exposiciones que constituyen los subgrupos y a partir de ahí se definen las primas de riesgo.

Asimismo, cada grupo de riesgo tiene asociados dos parámetros de riesgo, uno a nivel de cartera y otro a nivel subgrupo.

Para efectos de este modelo se establece un análisis de la información segmentada por los grupos de riesgo que se han venido analizando, y adicionalmente cada grupo es subdividido de acuerdo con la segmentación por tipos de riesgo inherentes a cada actividad.



En el caso de la actividad G4, no existe subdivisión del riesgo, por lo que, para efectos de la aplicación del modelo jerarquizado de Jewell, no se toma en cuenta.

Por tanto, para este modelo se tiene la siguiente información:

Grupos de riesgo	Subgrupos	Años de experiencia
J A	p	Upi
G1	5	6
G2	3	6
G3	2	6
G4	/ V-	6
Total Subgrupos (P)	10	6

Para la determinación de las variables estructurales y, por ende, los estimadores individuales por credibilidad y sus respectivos factores de credibilidad se utilizan los datos de los cuadros 5.5 y 5.6, que corresponden a los pesos ponderados por exposición, así como las tarifas empíricas respectivamente; para los 10 subgrupos en un período de observación de 6 años.

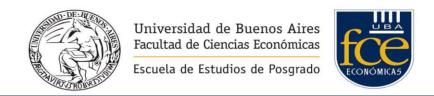


Cuadro 5.5 Sumas expuestas por subgrupo de riesgo y año de vigencia -en millones de colones -

Grupo de			Año de Exposición (t)							
Riesgo (j)	Subgrupo de Riesgo (p)	1	2	3	4	5	6			
	p1	10 268	19 535	22 753	30 446	22 907	15 605			
	p2	10 983	21 438	28 113	34 864	19 013	19 880			
G1	р3	4 879	8 423	13 190	16 507	11 420	12 632			
	p4	522	655	618	683	714	772			
	p5	1 691	2 104	2 205	2 492	3 440	3 666			
	p6	525 363	766 896	1 082 367	1 225 541	1 146 118	1 324 143			
G2	р7	26 030	26 117	31 999	31 708	38 265	42 265			
	p8	1 734	2 040	2 946	4 660	3 430	3 028			
G3	р9	29 919	30 353	41 356	40 593	37 192	47 099			
G3	p10	12 957	10 525	10 705	12 327	14 284	14 209			

Cuadro 5.6 Tarifas empíricas por grupo de riesgo y año de ocurrencia

Grupo de	Subgrupo de	Año de Ocurrencia (t)						
Riesgo	Riesgo (p)	1	2	3	4	5	6	
	p1	0,1296%	0,0265%	0,0038%	0,0126%	0,0609%	0,0368%	
	p2	0,0556%	0,0005%	0,0375%	0,0850%	0,0687%	0,0196%	
G1	р3	0,1765%	0,2197%	0,1666%	0,0387%	0,0231%	0,1147%	
	p4	0,3094%	0,0056%	0,0555%	0,0000%	0,0000%	0,0000%	
	р5	0,1197%	0,0009%	0,2044%	0,0714%	0,0084%	0,0003%	
	р6	0,0210%	0,0220%	0,0218%	0,0153%	0,0125%	0,0088%	
G2	р7	0,2005%	0,2564%	0,0866%	0,2147%	0,1347%	0,1070%	
	p8	0,0000%	0,0000%	0,1013%	0,0021%	0,1267%	0,0608%	
63	р9	0,0077%	0,0695%	0,0827%	0,0075%	0,0413%	0,0039%	
G3	p10	0,0000%	0,0287%	0,0139%	0,0374%	0,0000%	0,0427%	



Para este modelo jerarquizado de Jewell, las variables estructurales fueron:

$$Z = 9,99990$$

$$m = 0.03529\%$$

$$a = 1,33384\%$$

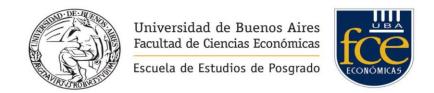
$$b = 0.05850\%$$

$$S^2 = 0.31990\%$$

Por tanto, los estimadores individuales por credibilidad y sus respectivos factores de credibilidad se presentan en el Cuadro 5.7.

Cuadro 5.7
Estimadores de prima de riesgo por Credibilidad por grupo y subgrupo de riesgo
-Método Jerarquizado de Jewell -

Grupo de Riesgo j	Subgrupo de Riesgo p	Estimado por Credibilidad $\mu(heta_p)$	Factor de Credibilidad Z_{pj}
	p1	0,03529%	0,999998
	p2	0,04716%	0,999998
G1	р3	0,10826%	0,999996
	p4	0,05028%	0,999940
	p5	0,05532%	0,999985
	р6	0,01583%	1,000000
G2	p7	0,15874%	0,999999
	p8	0,05197%	0,999987
G3	p9	0,03437%	0,999999
GS	p10	0,02026%	0,999997



Como se puede observar en el Cuadro 5.7 los factores de credibilidad utilizando el modelo de Jewell a nivel de los subgrupos indican que se tiene la ocurrencia de una credibilidad total, ya que el valor de los Z_{pj} son iguales a 1, y, por tanto, se debe dar credibilidad a las primas de riesgo basadas en la experiencia individual de cada subgrupo.

Asimismo, al tener un valor de credibilidad total, los estimadores individuales M_{nzw} son iguales a los estimadores por credibilidad.

5.3. Determinación del modelo de mejor ajuste.

De acuerdo con los resultados de los tres modelos desarrollados en esta investigación, se infiere que se cumplen los requisitos de un buen modelo de credibilidad tanto a nivel de los parámetros estructurales, así como los factores de credibilidad.

Asimismo, los modelos de credibilidad indican que la información individual utilizada tiene el suficiente grado de confianza para poder basar el cálculo de la prima de riesgo por medio de esta metodología.

Ahora un punto importante de determinar es cuál de estos modelos es el modelo óptimo de credibilidad para cada uno de los grupos de riesgos analizados.

En el Cuadro 5.8, se presenta un comparativo de las primas de riesgo obtenidas por cada uno de los modelos de Teoría de Credibilidad, así como los obtenidos por la metodología de Teoría de Riesgo.

Cuadro 5.8

Comparativo de primas de riesgo por grupo y subgrupo según metodología aplicada.

Cuuna da	Tanda da	04-4-1-4-	Modelo de	Modelo Jeraquizado de Jewell					
Grupo de Riesgo	Teoría de Riesgo	Modelo de Bühlmann	Bühlmann - Scraub	Grupo	SubGrupo 1	SubGrupo 2	SubGrupo 3	SubGrupo 4	SubGrupo 5
G1	0,0821%	0,0631%	0,0554%	0,0554%	0,0353%	0,0472%	0,1083%	0,0503%	0,0553%
G2	0,0217%	0,0267%	0,0204%	0,0204%	0,0158%	0,1587%	0,0520%		
G3	0,0867%	0,0644%	0,0593%	0,0593%	0,0344%	0,0203%			
G4	0,3196%	0,3224%	0,3149%	0,3149%					

Se puede observar, en el cuadro anterior las diferencias en las primas de riesgos obtenidas por los modelos de credibilidad y las primas que se obtienen por el método tradicional que se ha venido aplicando a este seguro de Teoría de Riesgo. Esta diferencia se presenta en los grupos de riesgos G1, G2 y G3.

En el caso del grupo G4 son mínimas las diferencias entre el modelo tradicional y los modelos de Bühlmann y Bühlmann –Scraub, por lo que se puede concluir que la utilización de la Teoría de la Credibilidad no implica cambios en la siniestralidad esperada y, por ende, en la prima de riesgo.

Con respecto a los grupos la aplicación de los modelos de credibilidad generó los siguientes resultados en la prima de riesgo:

Grupo G1:

La tasa de riesgo bajo el modelo tradicional tiene de disminuir de manera importante bajo el esquema de los modelos de Bühlmann y el modelo de Bühlmann –Scraub, pasando de 0,08207% a aproximadamente de 0,060%.

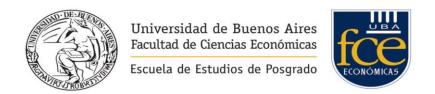
Por su parte, con la aplicación del modelo jerarquizado de Jewell, y al tomar la experiencia siniestral de cada subgrupo, en el caso de p4 y p5 no tiene variaciones importantes con respecto a los otros dos modelos. Por su parte en los subgrupos p1 y p2 disminuye la prima de riesgo, y dado la siniestralidad que ha presentado y el nivel de riesgo del subgrupo p3 la tasa la incrementa en casi un cien por ciento a un nivel de 0,10826%.

Con respecto a los factores de credibilidad, este tiende a aumentar conforme se aplican modelos de credibilidad donde la segregación de la cartera es mayor. Para el modelo jerarquizado de Jewell el factor de credibilidad es casi de uno.

Grupo G2:

La tasa de riesgo bajo el modelo tradicional, y el modelo de Bühlmann –Scraub no presentan variaciones importantes. Si se compara con respecto a obtenida por el modelo de Bühlmann, la misma tiende a ser mayor

Por su parte, con la aplicación del modelo jerarquizado de Jewell, al igual que lo ocurrido con el grupo G1, si se toma en cuenta la experiencia siniestral de cada uno de los tres subgrupos que lo conforman, la prima de riesgo baja para el subgrupo p6, pero en el caso de p7 y p8 se incrementa.



Grupo G3:

Este grupo de riesgo se segrega en dos subgrupos, donde si se compara la tasa de riesgo bajo el modelo tradicional, y el modelo de Bühlmann –Scraub la misma se reduce en un 25 por ciento aproximadamente, aumentando también el factor de credibilidad.

Con la aplicación del modelo jerarquizado de Jewell, al igual que lo ocurrido en los anteriores grupos, si se toma en cuenta la experiencia siniestral de cada uno de los tres subgrupos que lo conforman, la prima de riesgo disminuye.

La credibilidad (Z) es muy cercana a uno los tres modelos utilizados, pero es en el modelo jerarquizado de Jewell es donde se alcanza los valores más altos para los grupos G1, G2 y G3; por ende, es el modelo que optimiza las primas de riesgo al hacer uso de la propia experiencia siniestral de cada subcartera.

En el caso del grupo G4, al darse diferencias mínimas entre el tradicional y el modelo Bühlmann –Scraub, el uso de cualquiera de ellos optimizaría la prima de riesgo en función de la experiencia siniestral.

MVIRIVS

100

CAPÍTULO 6

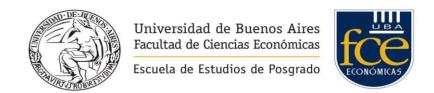
Conclusiones

Con el desarrollo de esta investigación, se obtienen las siguientes conclusiones:

1. La decisión de cuál modelo de credibilidad obtiene el mejor ajuste a la hora de determinar las primas de riesgo de cualquier seguro, tomando en cuenta la experiencia siniestral y las sumas expuestas de manera que las mismas sean suficientes para asumir las pérdidas esperadas, va a depender del grado del detalle de la información que se dispone para analizar los riesgos.

Si se dispone de información de pérdidas amparadas sin mayor segregación el modelo de tarifación tradicional o el modelo de Bühlmann, pueden ser los más adecuados. Pero depende de la cantidad de variables de segmentación de los grupos de riesgos, se pueden utilizar los modelos de Bühlmann – Scraub o jerarquizado de Jewell.

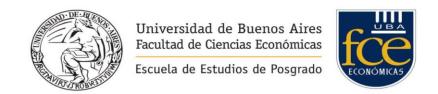
Igualmente existen otros modelos de credibilidad que no fueron desarrollados en la investigación de este proyecto, que se pueden ajustar mejor de acuerdo con la información disponible.



2. Los modelos de tarifación tradicional como Teoría de Riesgo, si bien es cierto las pérdidas esperadas se definen con la base a una distribución de probabilidad, se aplica la misma prima de riesgo a toda la cartera, sin tomar en cuenta que la misma puede presentar heterogeneidad y que no sea correcto aplicar las mismas tasas.

Es por ello, que se pueden concluir que, de acuerdo con el análisis realizado a los tres modelos de credibilidad de esta investigación, las ventajas que tienen con respecto a la tarifación tradicional serían:

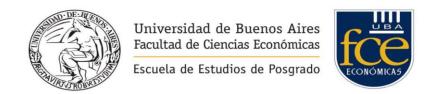
- Evaluación del riesgo con mayor exactitud, ya que algunos modelos requieren de información más detallada de acuerdo con las características, por lo que la prima de riesgo a aplicar va a estar en función de la experiencia de la cartera o de la experiencia propia del riesgo.
- Menor probabilidad de tener insuficiencia de primas en utilizar modelos de credibilidad con relación a los métodos tradicionales. El porcentaje de probabilidad de insuficiencia va a estar en función del tipo de modelo que se utilice; por ejemplo, el modelo jerarquizado de Jewell tiene la probabilidad más baja de que las primas de riesgo que se determinen sean insuficientes de acuerdo con el comportamiento siniestral, ya que al tener un nivel de segregación alto a nivel de cada riesgo la prima que se defina para él va a hacer definida de acuerdo con la siniestralidad individual y no del colectivo o cartera.



Mayor competitividad en el mercado. Bajo el esquema de tarifación tradicional, donde se establece primas iguales a cada uno de los riesgos que conforman la cartera o grupos existe mayor posibilidad de que la compañía aseguradora tenga una pérdida en la participación de mercado, tanto por una disminución en la suscripción de nuevos negocios como la cancelación de negocios existentes.

Haciendo uso de los modelos de credibilidad, como los de Bühlmann-Scraub y jerarquizado de Jewell, existe una alta competitividad en la obtención de nuevos negocios y retener los actuales, ya que los buenos riesgos serán tarifados en función de su experiencia siniestral con tarifas más competitivas.

- Mayor rentabilidad, por cuanto por medio de los modelos de credibilidad la determinación de las primas de riesgo, van a tener relación directa con el tipo de riesgo, y, por tanto, hay una mejor estimación de la siniestralidad esperada generando mayores utilidades a la línea de seguro y por ende a la compañía aseguradora.
- Suficiencia de provisiones técnicas, ya que, al calcular primas de riesgos de acuerdo con la experiencia siniestral de cada riesgo o grupo de riesgo, cada una de las provisiones técnicas asociadas a cada seguro serán suficientes para asumir las obligaciones con los asegurados.



- 3. La utilización de la metodología de modelos de Teoría de Credibilidad, de acuerdo con lo investigado permite a las compañías de seguros y reaseguros tener un mayor panorama en el momento de toma de decisiones sobre sus porcentajes de crecimiento de ventas por segmento, de siniestralidad esperada, niveles de solvencia y rentabilidad de acuerdo con las políticas de Apetito de Riesgo que se hayan definido.
- 4. Para efectos de este proyecto de investigación, se trabajó con una muestra de grupos de riesgo en el seguro de Responsabilidad Civil de acuerdo con el tipo de actividad, así como los datos de siniestralidad y sumas expuestas fueron transformados debido a que por efectos de competencia en el mercado asegurador es información confidencial.

Pero dado que al finalizar este estudio, la hipótesis planteada: "El uso de modelos de teoría de credibilidad permite establecer primas de riesgo del seguro de Responsabilidad Civil del INS, que representen la mejor predicción del monto esperado de los siniestros que ocurrirán en la cartera o portafolio", fue probada satisfactoriamente, se procederá a calcular las primas de riesgos con datos no transformados utilizando esta metodología no sólo a estos cuatro grupos de riesgo sino a los restantes grupos de actividades que tiene actualmente este seguro.

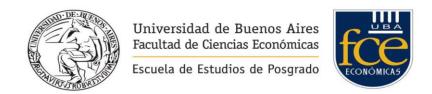
Con ello, se podrá definir primas suficientes en función del tipo de riesgo, y, por ende, obtener a mediano plazo una mayor cuota de mercado y mayores utilidades en la línea.



CAPÍTULO 7

Referencias Bibliográficas

- [1] Albrecher, Hansjörg; Beirlant, Jan; Teugels, Jozef L. Reinsurance: Actuarial and Statistical Aspects. Wiley. Edición de Kindle. 2017
- [2] Boor, Joseph A. A stochastic approach to trend and credibility. 2008. http://www.casact.org/library/astin/vol21no1/73.pdf
- [3] Booth, Chadbourn, Modern Actuarial Theory and Practice. Second Edition. Hardcover. 250-265
- [4] Bühlmann, H. Experience rating and credibility, ASTIN Bulletin, 1969. Vol (5): 157-165.
- [5] Bühlmann, H. and Gisler, A. A Course in Credibility Theory and its Applications. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2005.
- [6] Deelstra, M. and Plantin, G. Risk Theory and Reinsurance. Springer, Switzerland, 2005
- [7] Denuit, M.; Marechal, X.; Pitrebois, S. and Walhin, J-F. Actuarial Modelling of Claim Counts: Risk Classication, Credibility and Bonus-Malus System, John Wiley and Sons, New York. 2007.
- [8] Fassio A., Pascual L. & Suarez F. Introducción a la Metodología de la investigación aplicada al Saber Administrativo. Buenos Aires: Ediciones Cooperativas, 2002.
- [9] Garrido, J and Romera, R. On credibility and robustness with the Kalmanlter, Statistics and Econometrics Series, 1995, vol (07): 157-162
- [10] Garrido, J. and Zhou, J.) Credibility theory for generalized linear and mixed models, Technical Report 5/06, Concordia University, Montreal, Quebec, 2006.
- [11] Gómez Déniz Emilio, Sarabia Alegría, José María *FUNDACIÓN MAPFRE*. Teoría de la Credibilidad: Desarrollo y aplicaciones en primas de seguros y riesgos operacionales, 2008.



- [12] Fundación Mapfre. El Seguro de Responsabilidad Civil: Aspectos Generales. Instituto de Ciencias del Seguro. 2018
- [13] Kyprianou, Andreas E. Gerber- Shiu Risk Theory. Springer, Switzerland, 2013.
- [14] Johansonn, B and Ohlsson, E. Non-life Insurance Pricing with generalized linear models. Springer, Switzerland, 2010.
- [15] Kaas, Rob; Goovaerts, Marc; Dhaene, Jan; Denuit, Michel. Modern Actuarial Risk Theory: Using R. Springer Berlin Heidelberg. Edición de Kindle. 2008.
- [16] Klugman, S.; Panjer, H.; and Willmot, G. Loss Models from data to decisions. Society of Actuaries. New York, USA. 2012.
- [17] Reavis III PhD, Marshall Wilson. Insurance: Concepts & Coverage: Property, Liability, Life, Health and Risk Management. FriesenPress. Edición de Kindle. New York, USA. 2012.
- [18] Parodi, Pietro. Pricing in General Insurance. CRC Press. Edición de Kindle.2012.
- [19] Provislov, David. Fundamentals of Actuarial Mathematics. Wiley, York University Toronto, Canada. 2011.
- [20] Rincón, Luis. (2012). Introducción a la Teoría del Riesgo. Recuperado de http://lya.fciencias.unam.mx/lars/libros/riesgo.pdf
- [21] Rotar, Vladimir I. Actuarial Models: The Mathematics of Insurance. CRC Press, London, England. 2011.
- [22] Saporito, Patricia L. Applied Insurance Analytics: A Framework for Driving More Value from Data Assets, Technologies, and Tools (FT Press Analytics) (Posición en Kindle15). Pearson Education. Edición de Kindle. 2014.