



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas
Escuela de Estudios de Posgrado



**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**

MAESTRÍA EN GESTIÓN ECONÓMICA Y FINANCIERA EN RIESGOS

**ANÁLISIS ESTADÍSTICO ACTUARIAL APLICADO A LAS RESERVAS
DE SINIESTROS DE SEGURO PATRIMONIAL CON MODELOS
ESTOCÁSTICOS EN LENGUAJE R**

AUTOR: JULIO SILVERIO MORENO RUIZ

DIRECTOR: MAURO EDGARDO SPERANZA

BUENOS AIRES – ARGENTINA

DICIEMBRE, 2021

RESUMEN:

Castellano:

Las compañías de seguros esperan que la cifra sea una estimación razonable de los pagos pendientes de siniestros, existen una variedad de métodos determinísticos para concluir sobre distintos valores probables de los pagos futuros y se realiza su selección de la mejor estimación. Sin embargo, a pesar de todo el trabajo, dicha estimación determinística clásica no provee de información estadística sobre el nivel de suficiencia de las reservas contables, nos referimos además de proveer información del error estándar y coeficiente de variabilidad. Asimismo, tampoco les facilita la explicación la variabilidad inherente en las reservas. Es por ello, que una de las prioridades de las empresas aseguradoras es el equilibrio técnico, puesto que buscan ofrecer productos con precios competitivos, pero sin dejar de lado la política de selección de riesgos, que garantice la solvencia de estas compañías y la obtención del mayor beneficio posible.

Inglés:

Insurance companies expect the figure to be a reasonable estimate of outstanding claims payments, there are a variety of deterministic methods to conclude on different probable values of future payments, and their best estimate selection is made. However, despite all the work, said classical deterministic estimation does not provide statistical information on the level of sufficiency of accounting reserves, we refer in addition to providing information on the standard error and coefficient of variability. Likewise, the inherent variability in the reserves does not facilitate the explanation either. That is why, one of the priorities of the insurance companies is technical balance, since they seek to offer products with competitive prices, but without neglecting the risk selection policy, which guarantees the solvency of these companies and obtaining the greatest possible benefit.

ÍNDICE ANALÍTICO

1 INTRODUCCIÓN	12
1.1 Presentación	12
1.2 Relevancia y Justificación	13
2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
2.1 Formulación del Problema de la Tesis	14
2.2 Objetivos: Generales y Específicos	15
2.3 Hipótesis	15
3 EL RIESGO Y EL SEGURO PATRIMONIAL	16
3.1 El Seguro Patrimonial	16
3.1.1 Operaciones de Seguro.....	21
3.1.2 Regulación Bajo Solvencia II	21
3.1.3 Importancia del cálculo de reservas de siniestros	24
3.1.4 Detección de Outliers.....	25
3.1.5 El Triángulo de Siniestros.....	25
3.2. Herramientas Metodológicas de Estimación de Provisiones Técnicas	28
3.2.1 Métodos Clásicos o Determinísticos.....	29
3.2.2 La Distribución Libre del Modelo de Mack	44
3.2.3 Modelos Estocásticos	47
3.2.3.1 Modelo Lineal Generalizado (MLG)	48
3.2.4 Método Bootstrap	61
4 METODOLOGÍA	68
4.1 Tipo de estudio	68
4.2 Fuente de datos	68
4.3 Definición de la Unidad de Análisis	68
4.4 Principales Variables de Análisis	71
4.5 Herramientas Utilizadas y de Procesamiento de Datos	71
5 APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE MEDICIÓN DE RESERVAS-IBNR	73
5.1 Cálculo de reservas de siniestros ocurridos y no reportados - IBNR	73
5.2 Estimación de la reserva de siniestros ocurridos y no reportados – IBNR con Modelos MGL	78
6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	87
7 BIBLIOGRAFÍA	89
8 ANEXO	91

DEDICATORIA:

Dedico esta tesis a mis queridos abuelos (Julio Ruiz de la Vega, Silverio Moreno, Dionisia Rupaylla y Tomasa Chichón), padres (Beatriz y Zerafio Elias), hermanos (Edith, Sadith y Pablo), tios (Rosa Moreno, Antonio Moreno, Livia Moreno, Doris Moreno y Javier Yucra), a mis primos, Sobrinos, familiares fallecidos en la pandemia de coronavirus Covid-19. En especial a mi difunto padre quien ha sido ejemplo y apoyo material, espiritual, en todo momento, por sus sabios consejos y sacrificio para lograr esta meta.

AGRADECIMIENTO:

Mis más sinceros agradecimientos a las siguientes personas: Prof. Mauro Speranza, Prof. Eduardo Suarez, a la Srta. Nathali Falcón Chambilla y al Actuario Percy Peláez, por sus sugerencias, orientaciones e incondicional apoyo en el desarrollo del presente trabajo.

ÍNDICE DE GRÁFICOS:

GRÁFICO N°1: Ciclo de vida de las reclamaciones de siniestros	20
GRÁFICO N°2: Esquemas de los tres pilares de Solvencia II.....	22
GRÁFICO N°3: Presentación de los datos: triángulo de siniestros I.....	26
GRÁFICO N°4: Presentación de los datos: triángulo de siniestros II.....	26
GRÁFICO N°5: Clasificación de los métodos de estimación.....	29
GRÁFICO N°6: Instalación de librería Chain Ladder en el Programa R.....	45
GRÁFICO N°7: Ploteo del Monto de Siniestros en el Programa R.....	45
GRÁFICO N°8: Ploteo del Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R.....	46
GRÁFICO N°9: Ploteo del Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R.....	46
GRÁFICO N°10: IBNR con el Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R.....	47
GRÁFICO N°11: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de Poisson.....	53
GRÁFICO N°12: Triángulo Completo–MLG con Modelo de Poisson.....	53
GRÁFICO N°13: Cálculo del IBNR–MLG con Modelo de Poisson.....	54
GRÁFICO N°14: Gráfico de Residuales –MLG con Modelo de Poisson.....	54
GRÁFICO N°15: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de Gamma.....	55
GRÁFICO N°16: Triángulo Completo–MLG con Modelo de Gamma.....	56
GRÁFICO N°17: Cálculo del IBNR–MLG con Modelo de Gamma.....	56
GRÁFICO N°18: Gráfico de Residuales –MLG con Modelo de Gamma.....	57
GRÁFICO N°19: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de LogNormal.....	59
GRÁFICO N°20: Triángulo Completo–MLG con Modelo LogNormal.....	60
GRÁFICO N°21: Cálculo del IBNR–MLG con Modelo LogNormal.....	60
GRÁFICO N°22: Gráfico de Residuales –MLG con Modelo LogNormal.....	61
GRÁFICO N°23: Gráfico de Resultados de Simulación Bootstrap.....	66
GRÁFICO N°24: Gráfico de Percentiles con Simulación Bootstrap.....	67
GRÁFICO N°25: Gráfico de Pagos Futuros con Simulación Bootstrap.....	67
GRÁFICO N°26: Triángulo Acumulado del Modelo de Mack Chain Ladder.....	69
GRÁFICO N°27: Ploteo del Monto de Siniestros en el Programa R.....	69
GRÁFICO N°28: Ploteo del Método Mack Chain Ladder en el Programa R.....	70
GRÁFICO N°29: Ploteo del Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R.....	70

GRÁFICO N°30: Métodos Clásicos de Estimación de IBNR.....	77
GRÁFICO N°31: IBNR con el Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R.....	77
GRÁFICO N°32: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de Poisson en R.....	78
GRÁFICO N°33: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de Gamma en R.....	79
GRÁFICO N°34: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de LogNormal en R.....	79
GRÁFICO N°35: Cálculo del IBNR–MLG con Modelo LogNormal en R.....	80
GRÁFICO N°36: Triángulo Completo–MLG con Modelo LogNormal en R.....	81
GRÁFICO N°37: Gráfico de Residuales –MLG con Modelo Lognormal en R.....	.81
GRÁFICO N°38: Ploteo del Monto de Siniestros en el Programa R.....	85

ÍNDICE DE CUADROS

CUADRO N° 3.1: Siniestros Pagados al Final de cada Año	30
CUADRO N° 3.2: Triángulo Incremental	30
CUADRO N° 3.3: Triángulo Acumulado	30
CUADRO N° 3.4: Triángulo Incremental de Siniestros Incurridos.....	32
CUADRO N° 3.5 Triángulo Acumulado de Siniestros Incurridos	32
CUADRO N° 3.6: Estimación de las Reservas	32
CUADRO N° 3.7: Estimación de la IBNR	33
CUADRO N° 3.8: Triángulo Incremental del Método Grossing Up.....	33
CUADRO N° 3.9: Triángulo Acumulado del Método Grossing Up.....	34
CUADRO N° 3.10: Estimación de las Reservas.....	34
CUADRO N° 3.11: Estimación de la IBNR.....	34
CUADRO N° 3.12: Triángulo Incremental del Método de Link Ratio.....	36
CUADRO N° 3.13: Triángulo Acumulado del Método de Link Ratio.....	36
CUADRO N° 3.14: Media Simple de Link Ratios.....	37
CUADRO N° 3.15: Media Simple de los Ratios.....	37
CUADRO N° 3.16: Estimación de los Factores de Desarrollo.....	37
CUADRO N° 3.17: Estimación de la IBNR.....	38
CUADRO N° 3.18: Triángulo Incremental del Método de Chain Ladder.....	39
CUADRO N° 3.19: Triángulo Acumulado del Método de Chain Ladder.....	39
CUADRO N° 3.20: Media Simple de los Ratios.....	40
CUADRO N° 3.21: Estimación de los Factores de Desarrollo.....	40
CUADRO N° 3.22: Estimación de la IBNR.....	40
CUADRO N° 3.23: Triángulo Acumulado de los Siniestros Incurridos.....	41
CUADRO N° 3.24: Estimación de Ratios en los Años de Desarrollo.....	41
CUADRO N° 3.25: Estimación de los Factores FDI y FDA.....	41
CUADRO N° 3.26: Estimación del Ultimate Intermedio y del IBNR.....	42
CUADRO N° 3.27: Triángulo Acumulado de los Siniestros Incurridos.....	42
CUADRO N° 3.28: Estimación de Ratios en los Años de Desarrollo.....	43
CUADRO N° 3.29: Estimación de los Factores FDI y FDA.....	43

CUADRO N° 3.30: Estimación de la Siniestralidad Esperada.....	43
CUADRO N° 3.31: Estimación de la IBNR.....	44
CUADRO N° 5.1 Triángulo Acumulado del Método de Grossing Up para Estimar el IBNR.....	74
CUADRO N° 5.2 Triángulo Acumulado del Método de Link Ratio para Estimar el IBNR.....	75
CUADRO N° 5.3 Triángulo Acumulado del Método de Chain Ladder para estimar el IBNR.....	76
CUADRO N° 5.4: Modelos Estocásticos, Cálculo del Estimador de AIC.....	80
CUADRO N° 5.5: Métodos Bootstrap, Cálculo del Estimador de IBNR.....	82
CUADRO N° 5.6: Salidas de Distintos Métodos, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad.....	82
CUADRO N° 5.7: Salidas de Ejemplo N°2, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad.....	83
CUADRO N° 5.8: Salidas de Ejemplo N°3, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad.....	84
CUADRO N° 5.9: Salidas de Ejemplo N°4, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad.....	86

LISTA DE SIGLAS

APESEG = Asociación Peruana de Empresas de Seguros.

AFOCAT = Asociaciones de Fondos Regionales o Provinciales contra Accidentes de Tránsito

AFP = Administradora de Fondo de Pensiones

ESSALUD = Seguro Social del Perú

IAFA = Son las Instituciones Administradoras de Fondos Administrativos

MAPFRE= La Mutualidad de Seguros de la Agrupación de Fincas Rústicas de España

SBS = Superintendencia de Banca y Seguros y AFPs

LISTA DE ABREVIATURAS

AIC = Criterio de Información Akaike

CV = Coeficiente de Variabilidad

IBNR = “Incurred but not reported”, es un siniestro ya ocurrido, pero aún no avisado

IBNER = “Incurred but enough reserved”, es un siniestro ocurrido y comunicado

MLG = Modelo Lineal Generalizado

MSE = Error Cuadrático Medio

QQ-Plot = Gráficos Cuantil-Cuantil

SE = Error Estándar

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Presentación

Una empresa de seguros vende la promesa de pagar a un asegurado o a sus beneficiarios por la ocurrencia de un evento especificado en la póliza de seguros. El principal recurso con que se cuenta para tales efectos son las reservas matemáticas o técnicas, por lo que es fundamental establecer criterios generales para la constitución de tales reservas en las instituciones de seguros. ¿Cómo se mide el número y tamaño de las reclamaciones desconocidas? y ¿Cómo se puede saber si las reservas sobre las reclamaciones conocidas son suficientes?, estas dos interrogantes son relevantes para las compañías aseguradoras y de alguna forma resumen lo que son los IBNR “Siniestros ocurridos, pero no reportados”. Las aseguradoras utilizan varios métodos para la determinación de las provisiones técnicas. Los métodos más comunes son el Chain Ladder, Bornhuetter-Ferguson o Bootstrapping, los cuales se usan para estimar la última pérdida esperada y derivado de ella la reserva de IBNR. Contar con estos métodos que ayudan también entender el impacto de las reservas de IBNR en los resultados financieros de las compañías de seguros.

Los métodos clásicos o tradicionales se basan en esquemas de distribución libre. Mientras que los modelos estocásticos se rigen en que los datos se ajustan a una determinada distribución, tienen la ventaja de estimar la media y varianza. Además, si se desea se puede obtener el valor de los momentos de orden superior, cuantiles o medidas de riesgo, para ello se necesitaría utilizar algoritmos numéricos. En cuanto a los modelos o métodos estocásticos que se basan en distribuciones de probabilidad, se estiman y se predicen a través de un modelo lineal generalizado¹. Por tanto, quiere decir que los residuos no necesitan el supuesto clásico de distribución normal también se le conoce como la campana de Gauss.

¹ Los modelos lineales generalizados fueron formulados por John Nelder y Robert Wedderburn como una manera de unificar varios modelos estadísticos. Se estiman a través de algoritmos de máxima verosimilitud en todos estos modelos. Una de las diferencias con los modelos lineales comunes, es que no necesitan como supuesto que los residuos se ajusten a una distribución normal.

1.2- Relevancia y Justificación

El riesgo puede ocasionar pérdidas e inestabilidad en el sistema de reservas de siniestros de seguros patrimonial en el corto y mediano plazo. Además, podría ocasionar problemas de solvencia en la Aseguradora. Enfocando nuestro análisis en el riesgo es viable realizar la investigación debido a la industria de seguro patrimonial. Los modelos estocásticos describen de manera aproximada al proceso, presentándose un patrón de variabilidad. Cabe resaltar que estos modelos no son muy conocidos, sin embargo, tienen la ventaja con respecto a los tradicionales en proporcionar un tipo de estimación en la que se obtiene la distribución estadística de la reserva y pueden generarse límites de confianza en estadística clásica e intervalos de credibilidad en estadística con inferencia Bayesiana².

Los seguros patrimoniales pueden dividirse en dos grandes grupos: seguros de cosas, destinados a resarcir al asegurado de las pérdidas materiales directamente sufridas en un bien integrante de su patrimonio y seguros de responsabilidad, que garantizan al asegurado contra la responsabilidad civil en que pueda incurrir ante terceros por actos de los que sea responsable, y proteger su patrimonio, abstractamente considerado, contra el nacimiento de posibles deudas futuras.

La iniciativa de Solvencia II, surgió en la Unión Europea en el año 2001, con un conjunto de normas, que buscan garantizar la existencia de un sector asegurador sólido y confiable, capaz de ofertar productos que permitan a más individuos estar protegidos, generando una mayor competencia entre las entidades del sector asegurador. La hipótesis de la presente investigación es, que los métodos estocásticos son mejores para la proyección de reservas que un método determinístico, es decir, el cálculo de Siniestros bajo Solvencia II, es más preciso que el método determinístico de Solvencia I.

² Inferencia bayesiana es un enfoque diferente de la inferencia frecuentista. Se basa en el uso de probabilidades bayesianas al resumir las pruebas, para calcular estas probabilidades se asume una distribución a priori y otra a posteriori.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA:

2.1 Formulación del Problema de la Tesis

En la industria del seguro se ocupan de estimar los riesgos a los que están expuestos los seres humanos en términos de salud, vida y propiedad. Los analistas o actuarios establecen el valor de las primas de seguro (tarifación o rate-marking). Las principales funciones son calcular las reservas monetarias que deben mantener las aseguradoras para atender reclamaciones y evaluando la experiencia en cuanto a la siniestralidad. La determinación de las reservas o provisiones técnicas resulta fundamental para las empresas aseguradoras, ya que, su incorrecta estimación puede conducir a los siguientes problemas como:

- Subestimación de las provisiones técnicas puede llevar a la insolvencia de largo plazo.
- Costo de oportunidad al tener reservados recursos que se podrían dedicar a otras inversiones con mayor rentabilidad.
- Alteración de la cuenta de resultados y balance contable de la empresa aseguradora.
- Inadecuados pagos de impuestos.

Bajo este escenario se plantean las siguientes preguntas:

- ¿Cuánto tiempo tardará la Aseguradora en pagar las futuras reclamaciones? y ¿Qué valor o cuantía supondrían?
- ¿Cuál será ritmo de los pagos futuros?
- ¿Cuál es la incertidumbre alrededor de los resultados obtenidos?

Es importante destacar que la reserva de riesgo que se estiman con métodos determinísticos o modelos estocásticos. Por lo tanto, la insuficiencia de reservas como se sabe pueden causar diversos problemas de solvencia hacia los pagos futuros, e incluso el análisis tardío puede incrementar el problema y no tener posibilidad de corrección. Como consecuencia se podría presentar posteriormente casos de demandas por incumplimiento contractual de seguros.

2.2 Objetivos:

Objetivo General:

Evaluar y estimar la solvencia en una perspectiva de corto y mediano plazo, en término de las reservas de siniestros de seguro patrimonial ocurridos y procesados con modelos estocásticos para comparar, reconocer factores y circunstancias que van permitir sustituir el tradicional sistema de cálculo con los métodos determinísticos.

Objetivos Específicos:

- Establecer los criterios y factores donde los modelos estocásticos muestren el mínimo riesgo o error estándar elaborando un ejemplo de aplicación de cada una de las dos metodologías.
- Determinar y registrar los parámetros generales que se debe tomar en cuenta para preparar de forma adecuada la estructura de la información para el cálculo de la reserva. Teniendo en cuenta la eficiencia estadística de la muestra analizada de seguro patrimonial.
- Contrastar a los parámetros con inferencia estadística que determinan una mejor evaluación de las reservas de siniestros, por lo tanto, nos permite derivar estimaciones robustas.

2.3 Hipótesis:

Los modelos estocásticos son apropiados al análisis de reservas de siniestros de seguro patrimonial que el personal ya que éstos tienen un patrón o una alta tendencia de variabilidad y ocurren los siniestros en corto y mediano plazo. Los métodos clásicos determinísticos son de distribución libre, mientras que el seguro personal está comprendido en estudios de largo plazo y ya que éste a veces no se reporta alta variabilidad.

3. EL RIESGO Y EL SEGURO PATRIMONIAL:

3.1 El Seguro Patrimonial

La función del seguro es salvaguardar contra siniestros de bienes materiales o personas físicas mediante el pago de una contribución que los protegerá de la exposición al riesgo, evita que las familias o personas afronten problemas económicos. Si dicho riesgo al que está expuesto a siniestros de bienes materiales se denomina seguro patrimonial. Se puede definir como un mecanismo de acumulación económica para afrontar pérdidas inesperadas resultantes de algún siniestro. Según la Asociación Peruana de Empresas de Seguros (APESEG), los seguros patrimoniales se caracterizan por tener un límite de suma asegurada hasta su valor real.

“Un problema estadístico importante para el actuario en ejercicio es el pronóstico del total, de las reclamaciones ocurridas, pero no reportadas, de ahí el acrónimo IBNR. La mayoría de las técnicas para determinar estimaciones de este total se basan en los llamados triángulos de siniestros, en los que los totales de reclamaciones se agrupan por año de origen y el año de desarrollo. Muchos métodos tradicionales de reserva actuarial resultan ser estimaciones de máxima verosimilitud en casos especiales de GLM (Modelos Lineales Generalizados).” (Rob Kaas, 2008, p. 22).

Existen varios tipos de dichos seguros, enfocados directamente en cuidar las propiedades y su valor. Si se planea invertir en algún bien o negocio de alto valor, es imprescindible saberlo. Existen diferentes tipos de seguros patrimoniales, ya que cada uno cubre distintos tipos de riesgo, se citan a continuación:

- **Responsabilidad civil extracontractual:** Resguarda los daños personales o materiales que hayan ocurrido por algún accidente.
- **Incendio:** En caso de siniestros permiten que los negocios accedan a una indemnización que asegure el restablecimiento de sus operaciones.
- **Deshonestidad frente a la empresa:** Se cubre a la empresa contra los actos de deshonestidad cometidos por sus colaboradores durante el desempeño de sus labores.
- **Lucro cesante:** Si es que tu negocio se ve afectado por un incendio y no puede seguir funcionando durante algún tiempo, este seguro se encargará de cubrir las pérdidas del tiempo de cese de funcionamiento del establecimiento de negocio.

- **Robo y/o asalto:** Es uno de los seguros más buscados ya que se enfoca en cubrir el valor de tus bienes como maquinaria, equipos, mercancía o materia prima; así como los casos de sustracción de dinero dentro o fuera de los establecimientos de negocio.
- **Terremoto:** Se sabe que, al vivir en una zona altamente sísmica, existen muchas posibilidades de un sismo. Proteger los inmuebles por daños frente a terremotos y tsunamis es una gran decisión.

Los métodos estadísticos de estimación de provisiones de siniestros pendientes surgen en la literatura actuarial hace más de 40 años el primer método fueron desarrollados por Verbeek (1972). Pero a pesar de esta novedad se han producido una gran cantidad de métodos para enfrentar el problema. Al principio se clasificaron en tres categorías: El primero, El de promedios en sentido estricto, que es la estimación de la esperanza matemática de la siniestralidad futura, se incluye en este apartado los métodos del coste medio y del tiempo medio de liquidación en sus distintas variantes. La segunda categoría, métodos basados en el “run-off” triángulo, como información básica se considera el triángulo de pagos (generalmente acumulados) de una clase homogénea. Entre los métodos de ésta categoría, podemos citar principalmente al de Chain-Ladder y de Link Ratio. Investigaciones recientes están tomando como información base para el cálculo de la reserva o provisión el “run-off trapecio” en sustitución del clásico triángulo de pagos (o de número de siniestros) definido anteriormente. La tercera y última categoría son los métodos basados en la teoría de la credibilidad, que surgieron con estimadores bayesianos, los métodos anteriores se pueden considerar casos particulares en los que solo se tiene en cuenta la información muestral de la clase homogénea de siniestros estudiado. En esta categoría destacan los métodos de regresión m.c. de Bulhman, Straub, de Vylder, Hachemeister, etc.

Sin embargo, la división más conocida fue propuesta originalmente por Taylor (1986), quien separó estos métodos Estocásticos y No- Estocásticos. La desventaja principal de los métodos no-estocásticos es la de no dar límites de confianza para la estimación de la reserva correspondiente. A raíz de esto se introducen técnicas estadísticas en el desarrollo de los métodos con el fin de obtener estimación por intervalos. (Miguel Juárez, 1996, p.14).

En los seguros patrimoniales dentro de esta categoría se encuentran los seguros que tienen como finalidad principal reparar la pérdida que un asegurado puede sufrir en su patrimonio tangible como consecuencia de un siniestro. Las compañías aseguradoras cierran un periodo contable cada año por lo que, al término de este periodo, tendrán que presentar sus informes contables a sus inversionistas y autoridades gerenciales correspondientes. Cada periodo contable la compañía de seguros tendrá que tener una estimación casi precisa de las reservas para no incurrir en errores en su resultado técnico financiero y tener una clara idea de la magnitud de sus pasivos, caso contrario se podría incurrir en la subestimación de su resultado que pudiera tener graves impactos negativos y se podría acarrear en problemas de solvencia. La reserva técnica puede ser clasificadas en seis rubros: Reservas de primas no devengadas, Reserva de riesgos en curso, Reserva de obligaciones pendiente de cumplir por siniestros ocurridos, Reserva de siniestros ocurridos y no reportados, Reserva catastrófica y Reserva de previsión. Cada una de éstas cumple un rol distinto dentro de los pasivos de la compañía.

La estimación caso por caso de la reserva o provisión para siniestros pendientes de liquidación ha sido objeto de críticas, sobre todo como método exclusivo de cálculo de las provisiones. “En su estudio, Lemaire (1985), referente al seguro del automóvil, manifestó: la técnica frecuentemente utilizada es la estimación caso por caso; esta evaluación del coste de cada siniestro pendiente por un experimentado empleado tratará de tener en cuenta toda la información sobre el siniestro, la situación económica, y la previsible generosidad de los jueces. Sin embargo, es una técnica costosa, basada en el juicio subjetivo. Las provisiones pueden verse afectadas de serios errores que poseen la doble desventaja de ser acumulativos y ser desconocidos durante varios años”. (Jesús Vegas, 1995, p.166)

En el libro de la Sociedad de Actuarios de Canadá, Ronald Wiser describe un proceso de cuatro fases para estimar los siniestros no pagados:

- Explorar la data para identificar sus principales características y posibles anomalías.
Balancear la data y verificar otras fuentes confiables.
- Aplicar técnicas apropiadas para estimar los siniestros no pagados.
- Evaluar los resultados conflictivos de los diversos métodos usados con el objetivo de conciliar o explicar los diferentes efectos.

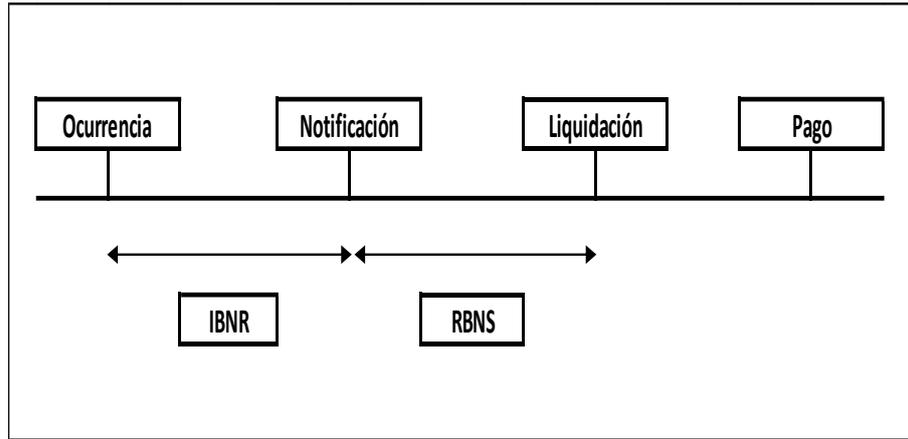
- Monitorear las proyecciones del desarrollo de los siniestros sobre los siguientes periodos. Las desviaciones respecto al desarrollo actual respecto a los que se han proyectados son una de las más poderosas herramientas para evaluar la exactitud de las estimaciones (Backtesting).

El método individual se puede llegar a varios defectos que repercute muy negativamente en la estimación de las provisiones individualizadas, uno de ellos es que la autovaloración de la responsabilidad del asegurado que no siempre coincide con una apreciación objetiva de la misma, lo que podría originar reservas infradotadas. Los inconvenientes del método individual caso por caso dieron origen a la consideración de métodos estadísticos o globales en la valoración de las reservas o provisiones para siniestros pendientes de liquidación. Además, donde se pueden aplicar estos métodos colectivos, se debe cumplir los siguientes requisitos básicos: la alta frecuencia de siniestralidad, la homogeneidad, regularidad en cuanto al acaecimiento de los siniestros, siniestros de baja cuantía estimada y que la información estadística sea suficiente, es decir, no se obtenga de muestras demasiadas pequeñas.

En el estudio de los métodos de estimación de las provisiones técnicas de seguros patrimoniales, los datos objeto de análisis se corresponden a los siniestros. El ciclo de vida de un siniestro se puede resumir en las siguientes fases:

1. **La Ocurrencia:** El siniestro tiene lugar, pero se encuentra pendiente la notificación a la compañía aseguradora.
2. **La Notificación:** El siniestro acontecido se comunica a la compañía aseguradora y ésta constata del mismo con la apertura del expediente.
3. **La Liquidación:** Tiene por objeto determinar las circunstancias en que se ha producido el siniestro, se comprueba si se encuentra amparado por la cobertura del seguro contratado y, en tal caso, se determina el importe de la indemnización a pagar por la compañía aseguradora.
4. **El Pago:** Se abona la indemnización para reparar los daños causados por el siniestro.

GRÁFICO N°1: Ciclo de vida de las reclamaciones de siniestros



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Puede suceder que los siniestros no sigan linealmente estas fases del ciclo. Esto ocurre cuando el siniestro entra en una situación de estado “pendiente”. Así, un siniestro puede estar pendiente de declaración, de liquidación o de pago. Estos estados generan toda una serie de retrasos en el ciclo de vida de los siniestros y, en consecuencia, van a afectar a la constitución de las reservas de seguros, dando lugar a dos tipos de reservas que conforma la llamada evolución pronosticada:

Evolución Pronosticada=IBNR + IBNER

- a) **IBNR “Incurred but not reported”:** Es un siniestro ya ocurrido, pero aún no avisado y, por consiguiente, desconocido al asegurador directo y al reasegurador. Siendo los principales motivos de su ocurrencia:
- Avisos tardíos
 - Tramitación atrasada
 - Reconocimiento tardío
 - Sentencias judiciales
- b) **IBNER “Incurred but enough reserved”:** Son siniestros ocurridos y comunicados, pero no suficientemente valorados a efecto de provisiones técnicas de prestaciones. Siendo los principales motivos de su ocurrencia:
- Incremento de precios
 - Incremento de salarios
 - Factores médicos
 - Sentencias judiciales

3.1.2 Operaciones de Seguros

Por lo que se refiere a los productos que ofertan las compañías de seguros, se mencionan estas operaciones que con el objetivo de tener una mayor comprensión sobre los servicios de protección que el sector ofrece se estableció las siguientes operaciones:

- **Operación de Vida:** El contrato tiene por objetivo cubrir los riesgos que puedan afectar al asegurado en su existencia. Los ramos en los que opera son Vida Individual, Grupo y Colectivo.
- **Operación de Pensiones:** El contrato de esta operación están derivados de las Leyes de seguridad social, con el objetivo de pagar rentas periódicas durante la vida del asegurado o las correspondientes a sus beneficios.
- **Operación de Accidentes y Enfermedades:** El objetivo del contrato se focaliza en el reembolso de capital, utilizado por motivo de una lesión o discapacidad que afecte la integridad personal, salud o vigor del contratante resultante de un evento externo y fortuito.
- **Operación de Daños:** El objetivo del contrato es proteger el patrimonio de los asegurados contra daños sufridos por riesgos a los que están expuestos, así como la indemnización de las pérdidas ocasionadas por los daños. Esta operación de seguros es la más extensa y abarca ramos de incendio, terremoto, automóviles, responsabilidad civil, riesgos profesionales y crédito, marítimo y transportes, agrícola y de animales, entre otros.

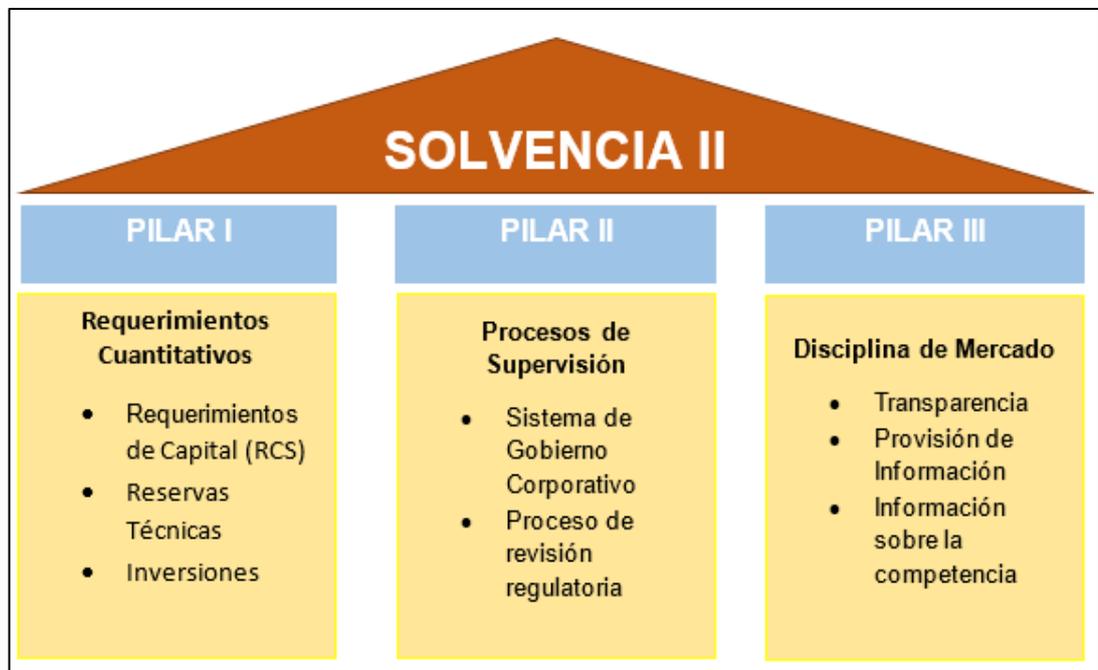
3.1.3 Regulación Bajo Solvencia II

Se suele afirmar que Solvencia II es la versión aplicada al ámbito asegurador de lo que ha sido Basilea II en el ámbito bancario. De hecho, Basilea II se dirige sobre todo a la banca de actividad internacional. Por su parte, Solvencia II persigue, ante todo, la protección del asegurado, por lo que se dirige a todas las aseguradoras. Otra diferencia estriba en la forma de tratar los riesgos. Basilea II emplea modelos separados para los riesgos de inversión, crédito y operativos, buscando sobre todo la incidencia sobre la capacidad crediticia. Por su parte, Solvencia II analiza todos los riesgos de una forma

integrada. Adicionalmente, Basilea II se centra en el estudio del activo del balance, mientras que Solvencia II aplica criterios económicos tanto al activo como al pasivo. El nuevo modelo de solvencia II permite la utilización de métodos y modelos actuariales propios, que reflejen el perfil de riesgo de una compañía de seguros de una manera más precisa. En lo referente a la valuación de las reservas técnicas, las compañías de seguros tienen que registrar, los métodos actuariales en que basen sus estimaciones.

Solvencia II persigue lograr una armonización jurídica en el sector, que elimine las desigualdades entre las empresas aseguradoras, fomentando su rentabilidad, la transparencia y una mayor protección de los asegurados y beneficiarios. Para lograr estos objetivos, entre otros aspectos, las aseguradoras deben actualizar sus métodos de estimación de provisiones técnicas de seguros de no vida o patrimoniales. Por esta razón en esta investigación se realiza una revisión y comparación de los principales métodos y modelos de estimación de las provisiones técnicas, evaluando los resultados de los modelos estocásticos si son más ventajosos que los métodos tradicionales.

GRÁFICO N°2: Esquemas de los tres pilares de Solvencia II



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Así pues, si la aseguradora opta por la utilización de modelos propios, ésta podrá consultar además el reglamento del ente regulador y/o Supervisor del Sistema de Seguros, pues en ésto están contenidos los aspectos que se deben tomar en cuenta, para que la compañía ponga en práctica el uso de métodos actuariales y técnicas estadísticas, los cuales para fines de estudio están focalizados en cómo se constituye su incremento y valuación de las reservas.

Entonces, el monto de las reservas debe ser igual a la suma de la mejor estimación y de un margen de riesgo. Por lo referente al mejor estimador, se tiene que éste será igual al valor esperado de los flujos futuros de las obligaciones, es decir, la media ponderada por probabilidad de dichos flujos.

El cálculo del mejor estimador se llevará a cabo mediante el uso de métodos actuariales y técnicas estadísticas, además se utilizarán hipótesis realistas, así como información confiable, oportuna, homogénea y suficiente, en caso contrario se deberá usar la información del mercado. Así mismo, la proyección de flujos futuros que se utilice en el cálculo del mejor estimador, tendrá que considerar la totalidad de ingresos y egresos necesarios, para hacer frente a las obligaciones de seguro y reaseguro durante todo un periodo de vigencia.

Además, los flujos de ingresos futuros se determinan como, la mejor estimación del valor esperado de los ingresos futuros que tendrá la empresa por concepto de primas (sin considerar las primas vencidas y pendientes de pago), salvamentos, recuperaciones y ajustes por estimaciones de siniestros. Por otra parte, los flujos de egresos futuros hacen referencia a la mejor estimación del valor esperado de los pagos, y gastos futuros que debe realizar la compañía por concepto de reclamaciones, y ajustes que se deriven de los riesgos cubiertos, pago de dividendos, pago por rescates, gastos de administración y adquisición; además de esto, dichos flujos deben tomar en cuenta los pagos a beneficiarios y asegurados.

En vista de que las compañías aseguradoras tendrán la libertad de utilizar datos propios para la elaboración de modelos internos, es importante que la autoridad supervisora correspondiente tenga la facultad de realizar las recomendaciones necesarias, que permitan el adecuado funcionamiento de la empresa aseguradora, en el caso del Perú ese rol lo hace SBS (Superintendencia de Banca y Seguros). Aunado a esto, las autoridades supervisoras pueden obtener de las empresas la información necesaria para desempeñar su función

supervisora; tal información, en ciertos casos, tienen que ser sometida a procesos de información, cotización y algunas otras exigencias reglamentarias, esto con el fin de crear un ambiente de transparencia de información en el sector.

3.1.4 Importancia del cálculo de reservas de siniestros:

- La exactitud en la estimación de los siniestros no pagados es de suma importancia para las compañías de seguros.
- Una compañía de seguros vende la promesa de pagar a un asegurado o a sus beneficiarios por la ocurrencia de un evento especificado en la póliza de seguros. Por algunos eventos, el asegurador es capaz de cuantificar los costos exactos rápidamente y con gran precisión. Para otros eventos, el asegurador puede no saber los costos de los últimos años y posiblemente décadas. Sin embargo, debe reportarlos para sus resultados financieros.
- Las reservas de siniestros representan el estimado del asegurador de las obligaciones futuras para los siniestros que han ocurrido en alguna fecha pero que aún no han sido pagados.

La consecuencia de hacer una valuación incorrecta de las reservas repercute principalmente en tres aspectos:

- **Tarificación:** Las tarifas que hayan sido calculadas basadas en reservas inexactas, pueden ser excesivas o insuficientes.
- **Impuestos:** Una correcta determinación de utilidades depende en gran manera de una correcta estimación de reservas.
- **Solvencia:** Si a lo largo de varios periodos existe una subvaloración de reservas, se puede caer en una situación de riesgo de solvencia.

3.1.5 Detección de Outliers:

- Un outlier es un monto de un siniestro que se encuentra fuera del rango de valores esperado. La determinación de un outlier depende del modelo o método que se utiliza para estimar el IBNR. Es así que, un outlier con respecto a un modelo puede no necesariamente ser un outlier con respecto a algún otro modelo. En general, un proceso de dos pasos es utilizado para determinar y tratar los outliers.
- En primer lugar, graficar la data para inspeccionar visualmente qué puntos podrían ser considerados como candidatos a outliers. En muchos casos, una visualización será suficiente para determinar algunos siniestros que sean outliers. Si la visualización no revela los outliers, otro método se puede aplicar como la regla six-sigma³. Esta regla establece que, si un punto se encuentra dentro de tres desviaciones estándar de la media, entonces no se considera un outlier. Este test es fácil de programar en Excel o en cualquier software similar.
- En segundo lugar, o remover completamente el outlier de la data o ajustar el valor que estaría de acuerdo con el rango de valores esperados para los montos de los siniestros. Resulta también de ayuda calcular el IBNR con y sin los valores de los outliers para determinar impacto en el cálculo y cuantificar su significancia, por ejemplo, podríamos decidir que para los objetivos del cálculo que un outlier que impacta en el cálculo por 5% o más es significativo y requiere de acción correctiva, por lo contrario, si es menor no requiere algún ajuste. En el caso que el outlier sea completamente removido del modelo, es recomendable hacer un ajuste final al IBNR calculado en consideración del monto del siniestro removido.

3.1.6 El Triángulo de Siniestros

El triángulo de siniestros se trata de una matriz de datos, donde se recoge la siniestralidad de análisis para la estimación de las reservas o provisiones técnicas de seguros. En dicha matriz, a medida que los siniestros son más recientes, se reduce la información; por lo que va a adoptar forma de triángulo.

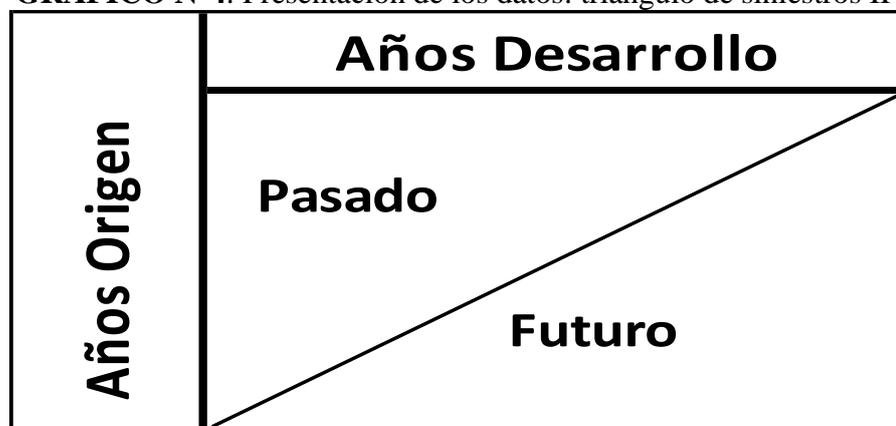
³ Six sigma utiliza herramientas estadísticas para la caracterización y el estudio de los procesos, de ahí el nombre de la herramienta, ya que sigma es la desviación típica que da una idea de la variabilidad en un proceso, y el objetivo de la metodología seis sigma es reducir esta de modo que el proceso se encuentre siempre dentro de los límites establecidos.

GRÁFICO N°3: Presentación de los datos: triángulo de siniestros I

		Años Desarrollo						
		0	1	2	3	...	J	∞
Años Origen	0	$C_{0,0}$	$C_{0,1}$	$C_{0,2}$	$C_{0,3}$...	$C_{0,J}$	$C_{0,\infty}$
	1	$C_{1,0}$	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$		
	2	$C_{2,0}$	$C_{2,1}$...				
					
	I	$C_{I,0}$						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

GRÁFICO N°4: Presentación de los datos: triángulo de siniestros II



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Con respecto al triángulo de siniestros, hay que tener en cuenta también los siguientes aspectos:

- Se pueden distinguir dos triángulos en los datos. El triángulo superior, que se corresponde con las observaciones del pasado, y el triángulo inferior, que va a estar vacío y donde se estiman las predicciones futuras.
- Los datos suelen venir expresados en años, aunque también se admiten en meses, trimestres, cuatrimestres; etc.
- Se puede tomar como momento inicial el año “0”, aunque también es posible empezar desde el año “1”.

- Las filas de los datos hacen referencia a los años de origen u ocurrencia de los siniestros. Las columnas, a los años de desarrollo o pago de los mismos. La columna “∞” se introduce, en ocasiones, cuando se considera que la liquidación de los siniestros no finaliza al final del último año de desarrollo, sino que puede tardar más tiempo.
- Como notación habitual, el último año de origen se puede notar como “I”; mientras que el último año de desarrollo como “J”. Es habitual trabajar con el supuesto de que I=J.
- El número de años de origen se corresponde con I+1 o con I y el número de años de desarrollo se corresponde con J+1 o J, según se comience en el momento “0” o “1”, respectivamente.
- De manera general, el triángulo de siniestros suele recoger datos referentes a número de reclamaciones de siniestros o cantidades de pagos de siniestros; ya sea de forma incremental o agregada, donde:

$n_{i,j}$: número de reclamaciones de siniestros que han ocurrido en un momento “i” y que han sido registradas en un momento “j”.

$c_{i,j}$: cantidad monetaria de reclamaciones de siniestros que han ocurrido en un momento “i” y que han sido pagadas en un momento “j”.

$N_{i,j}$: número acumulado de reclamaciones de siniestros que han ocurrido en un momento “i” y que han sido registradas en un momento “j”. Se muestra a continuación:

$$N_{i,j} = \sum_{h=0}^j n_{i,h} ; i = 0, \dots, I$$

$C_{i,j}$: cantidades monetarias acumuladas de reclamaciones de siniestros que han ocurrido en un momento “i” y que son pagadas en un momento “j”. Se muestra a continuación:

$$C_{i,j} = \sum_{h=0}^j c_{i,h} ; i = 0, \dots, I$$

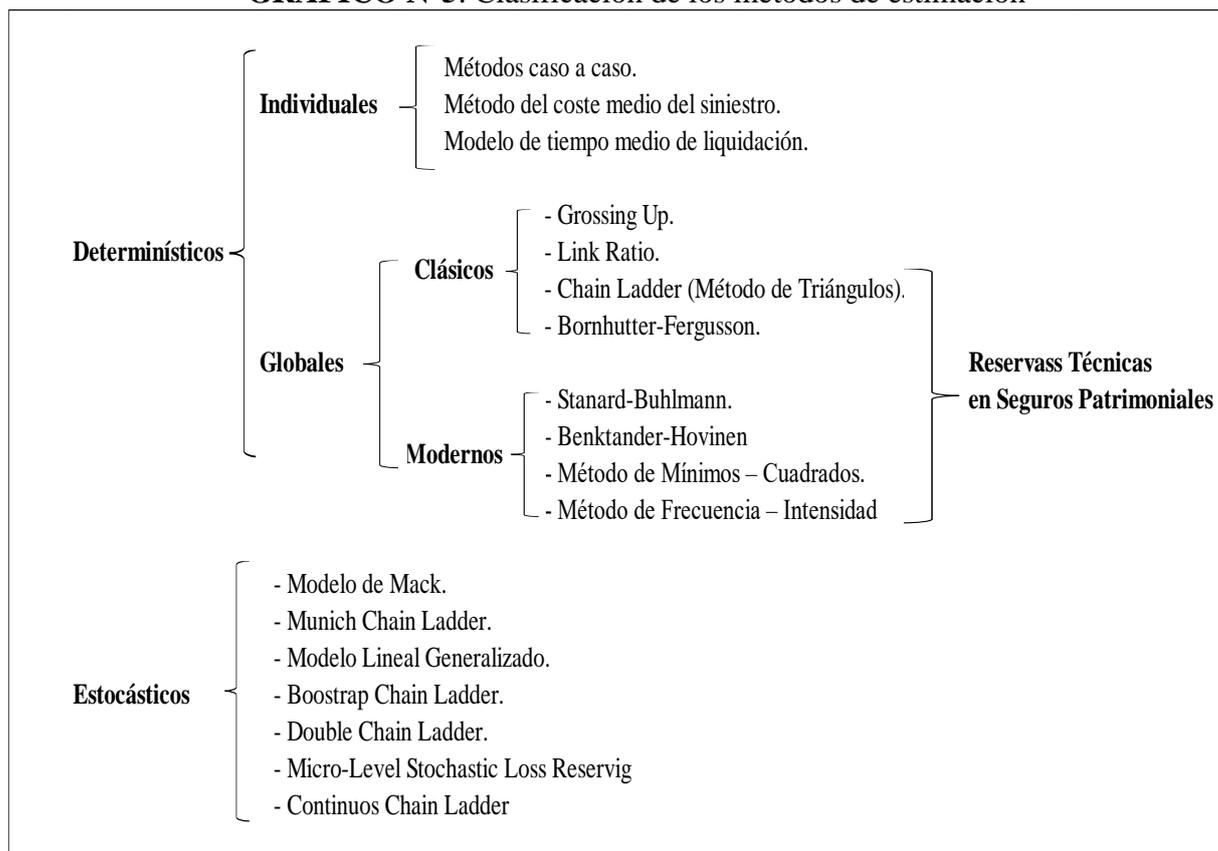
3.2 Herramientas Metodológicas de Estimación de Provisiones Técnicas

Estas metodologías tienen el propósito de garantizar la solvencia del sistema asegurador de las compañías de seguro con el fin de precautelar los intereses de los clientes asegurados en general y por eso las compañías han considerado la necesidad de la implementación de un sistema de administración de riesgos, con un apropiado régimen de reservas técnicas y de un requerimiento mínimo de capital. Sin embargo, los modelos estocásticos no son muy conocidos en el sistema asegurador en el Perú y en otros países de la región. La determinación de las provisiones técnicas resulta fundamental para las empresas aseguradoras, ya que, su incorrecta estimación puede acarrear problemas como:

- Subvaloración de las provisiones técnicas puede suponer a largo plazo insolvencia.
- Costo de oportunidad al tener reservados recursos que se podrían dedicar a otras inversiones más rentables.
- Alteración de la cuenta de resultados y balance contable de la empresa.
- Inadecuados pagos de impuestos; etc.

Para analizar y calcular con estos métodos se requiere un programa, el cual se eligió al “Programa R”, por ser libre, facilidad de instalación y es más potente a comparado de otros programas como el Minitab, entre otros. Mediante la generación de muestras de datos se trata de estudiar la precisión asociada a los parámetros estadísticos que se quiera utilizar, por ejemplo, la media o la varianza. A la hora de aplicar este mecanismo cabe distinguir entre el bootstrap paramétrico y no paramétrico. La diferencia fundamental entre ambos es el conocimiento o no de la función de distribución responsable de la generación de los valores que se desea analizar. Si se conoce dicha distribución entonces estaríamos ante el caso paramétrico, situación en la que las probabilidades de ocurrencia vendrían dadas por la función empírica de distribución.

GRÁFICO N°5: Clasificación de los métodos de estimación



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

3.2.1 Métodos Clásicos o Determinísticos

Estos métodos tradicionales se basan en el supuesto de que se mantiene constante la proporción de siniestros que se reportan de un periodo de desarrollo a otro, independiente del periodo de origen del siniestro; no utilizan explícitamente supuestos con distribuciones probabilísticas para la obtención de la reserva técnica, es decir que no se presenta un patrón de variabilidad, suponen una mecánica exacta del proceso. Su aplicación es sencilla. Sin embargo, por su naturaleza no es posible obtener límites de confianza para la estimación de la reserva. Existen muchos métodos determinísticos utilizados para el cálculo del IBNR para entender el concepto de cálculo se citan algunos de los más principales:

- a) Grossing Up
- b) Link Ratio
- c) Chain Ladder
- d) Bornhutter-Fergusson
- e) Stanard-Buhlmann

La información histórica generalmente es presentada en una estructura triangular. Esta estructura muestra el desarrollo de los siniestros a través de los años por cada periodo de origen. Obviamente, el periodo de origen no necesariamente tiene que ser anual sino también puede ser mensual, trimestral o semestral dependiendo de la cantidad de información que se disponga. Veamos un ejemplo:

CUADRO N° 3.1: Siniestros Pagados al Final de cada Año

Siniestro pagados al final de cada año (\$)			
Año de Siniestro	2006	2007	2008
2006	112	160	180
2007		120	172
2008			125

Fuente: Elaboración Propia.

De este triángulo se puede interpretar lo siguiente:

- Se pagaron \$112 en el 2006 por siniestros ocurridos en el año 2006.
- Se pagaron \$172 en el 2008 por siniestros ocurridos en el año 2007.

Sin embargo, las estructuras triangulares más utilizadas para el cálculo del IBNR son las siguientes:

➤ Triángulo incremental:

CUADRO N° 3.2: Triángulo Incremental

Año de Siniestro	0	1	2
2006	112	160	180
2007	120	172	
2008	125		

Fuente: Elaboración Propia.

➤ Triángulo Acumulado:

CUADRO N° 3.3: Triángulo Acumulado

Año de Siniestro	0	1	2
2006	112	272	452
2007	120	292	
2008	125		

Fuente: Elaboración Propia.

a) Método Grossing Up:

- Consiste en calcular un porcentaje de total de siniestros pagados en cada año de desarrollo.

- Un dato fundamental es la estimación de la siniestralidad total del primer año considerado, es decir, el importe total que se debe pagar por parte de la compañía correspondiente al primer año del cual se tengan datos:
 - Por un lado, se tiene los siniestros que ya se conocen por el transcurso del tiempo, denotados por $C_{0,j}, \forall j = 0,1, \dots, J$.
 - Por otro lado, se tiene la cifra total del gasto correspondiente a los siniestros de este año. A esa cifra se le representa por $C_{0,\infty}$ donde $C_{0,\infty} \geq C_{0,J}$.
- En esta metodología se calcula la proporción que representa la cantidad acumulada hasta el año j de desarrollo, $C_{0,j}$, en relación al total del primer año de ocurrencia. Es decir, para el primer año se calculan los cocientes p_j definimos como $p_j = \frac{C_{0,j}}{C_{0,\infty}}$.
- Dichas proporciones se aplican al resto de los años de ocurrencia con el objetivo de calcular $\hat{C}_{i,\infty}$. Este cálculo se realiza de la siguiente forma:

$$\hat{C}_{i,\infty} = \frac{\text{último } C_{i,j} \text{ disponible}}{p_i \text{ correspondiente}}$$

- Finalmente, se calcula la reserva estimada de siniestros como la suma de las diferencias entre ese nivel $\hat{C}_{i,\infty}$ y la última cifra conocida de reservas, $C_{i,I-i}$:

$$IBNR = \sum_{i=0}^I \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,I-i}$$

Donde I = número máximo de filas.

- Este método tiene algunas variantes, entre las más conocidas:
 - ✓ Incorporación de la información de años previos
 - ✓ Estimación pesimista
 - ✓ Utilización de la información del resto de filas

Supongamos que $C_{0,\infty} = 9,960$, primero debemos calcular los p_j correspondiente a cada año de desarrollo partir de las cifras del primer año de ocurrencia:

CUADRO N° 3.4: Triángulo Incremental de Siniestros Incurridos

Originif	Años de Desarrollo									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	726	1,599	1,326	1,101	1,236	1,389	471	474	696	345
1	714	1,842	2,010	2,619	1,101	867	1,368	819	1,221	
2	588	2,085	1,995	2,262	1,764	489	1,296	849		
3	630	2,304	1,686	3,429	741	945	651			
4	900	1,449	2,130	1,728	1,215	1,185				
5	804	1,953	1,833	1,806	1,656					
6	894	1,770	2,430	2,367						
7	729	2,211	3,090							
8	765	2,055								
9	699									

Fuente: Elaboración Propia.

CUADRO N° 3.5: Triángulo Acumulado de Siniestros Incurridos

Originif	Años de Desarrollo									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	726	2,325	3,651	4,752	5,988	7,377	7,848	8,322	9,018	9,363
1	714	2,556	4,566	7,185	8,286	9,153	10,521	11,340	12,561	
2	588	2,673	4,668	6,930	8,694	9,183	10,479	11,328		
3	630	2,934	4,620	8,049	8,790	9,735	10,386			
4	900	2,349	4,479	6,207	7,422	8,607				
5	804	2,757	4,590	6,396	8,052					
6	894	2,664	5,094	7,461						
7	729	2,940	6,030							
8	765	2,820								
9	699									

Fuente: Elaboración Propia.

CUADRO N° 3.6: Estimación de las Reservas

	Años de Desarrollo										C _{0,∞}
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
C _{0,j}	726	2,325	3,651	4,752	5,988	7,377	7,848	8,322	9,018	9,363	9,960
p _i (%)	7.29%	23.34%	36.66%	47.71%	60.12%	74.07%	78.80%	83.55%	90.54%	94.01%	

Fuente: Elaboración Propia.

A partir de estos valores se calculan los $\hat{C}_{i,\infty}$ correspondientes:

- Año de ocurrencia 0: $\frac{9,363}{94.01\%} = 9,960$
- Año de ocurrencia 1: $\frac{12,561}{90.54\%} = 13,873$
- y así sucesivamente...

El resultado final de las estimaciones es a continuación:

CUADRO N° 3.7: Estimación de la IBNR

Año de Ocurrencia	C _{i,9}
0	9,960
1	13,873
2	13,558
3	13,181
4	11,621
5	13,393
6	15,638
7	16,450
8	12,081
9	9,590
IBNR=	52,037

Fuente: Elaboración Propia.

Finalmente, calculamos el valor de la reserva, la cual será igual a la suma de los $\hat{C}_{i,\infty}$ menos lo dotado (valores del Cuadro N°3.5):

$$IBNR = \sum_{i=0}^I \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,I-i} = (9,960 - 9,363) + (13,873 - 12,561) + \dots + (9,590 - 699)$$

$$IBNR = \sum_{i=0}^I \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,I-i} = 52,037$$

Ejemplo N° 1: En este ejemplo se trata de un caso estudiado en Goovaerts M. J., et. al. (1990) sobre seguros de automóvil. Donde se puede comparar los resultados obtenidos por varios métodos. Los datos que se presentan (CUADRO N° 3.8) corresponden a las reclamaciones hechas a diez compañías de seguro acerca de la cobertura de responsabilidad civil en seguros de automóviles. Este tipo de coberturas tienen un periodo de espera largo entre el reporte del siniestro y el pago final de este. Adicionalmente el grupo de asegurados en este ejemplo es relativamente grande, por lo que la evolución de los siniestros es suficientemente estable.

CUADRO N° 3.8: Triángulo Incremental del Método Grossing Up

Originf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	2,062	1,629	583	421	341	276	228
1	2,031	1,706	643	448	335	307	
2	2,164	1,887	667	454	369		
3	2,320	1,860	671	463			
4	2,462	1,909	736				
5	2,651	2,158					
6	3,084						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

CUADRO N° 3.9: Triángulo Acumulado del Método Grossing Up

Originf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	2,062	3,691	4,274	4,695	5,036	5,312	5,540
1	2,031	3,737	4,380	4,828	5,163	5,470	
2	2,164	4,051	4,718	5,172	5,541		
3	2,320	4,180	4,851	5,314			
4	2,462	4,371	5,107				
5	2,651	4,809					
6	3,084						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Supongamos que $C_{0,\infty} = 5560$, primero debemos calcular los p_j correspondiente a cada año de desarrollo partir de las cifras del primer año de ocurrencia:

CUADRO N° 3.10: Estimación de las Reservas

	Años de Desarrollo							$C_{0,\infty}$
	0	1	2	3	4	5	6	
$C_{0,j}$	2,062	3,691	4,274	4,695	5,036	5,312	5,540	5,560
$pi(\%)$	37.09%	66.38%	76.87%	84.44%	90.58%	95.54%	99.6%	

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

A partir de estos valores se calculan ahora los $\hat{C}_{i,\infty}$ correspondientes:

- Año de ocurrencia 0: $\frac{5,540}{99.6\%} = 5,560$
- Año de ocurrencia 1: $\frac{5,470}{95.54\%} = 5,725$
- y así sucesivamente...

El resultado final de las estimaciones se muestra a continuación:

CUADRO N° 3.11: Estimación de la IBNR

Año de Ocurrencia	$C_{i,6}$
0	5,560
1	5,725
2	6,118
3	6,293
4	6,644
5	7,244
6	8,316
IBNR=	11,034

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

$$IBNR = \sum_{i=0}^I \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,I-i} = (5,560 - 5,540) + (5,725 - 5,470) + \dots + (8,316 - 3,084)$$

$$IBNR = \sum_{i=0}^I \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,I-i} = 11,034$$

b) Método Link Ratio:

- Consiste en calcular tasa de variación de la siniestralidad en un ejercicio de ocurrencia entre un ejercicio de desarrollo y otro. La tasa llamada link ratio se calcula de la siguiente forma:

$$R_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

- Una vez calculadas las tasas, se calculan los factores de proyección (F_K), que no son más que los productos de las ratios previamente calculados. Como indica su nombre, es una estimación de la siniestralidad asumiendo que, en el paso de un año a otro, dicha variable crecerá al ritmo fijado por los links ratio. Formalmente:

$$F_k = \prod_{j=k}^h R_j$$

Dónde: k es el ejercicio considerado, h es el máximo de ejercicios y R_j el link ratio.

- Al igual que el método Grossing Up, este método se admite algunas variantes:
 - Estimación pesimista
 - Media ponderada de link ratios
 - Media simple de link ratios: en cada ejercicio R_j es la media aritmética de los $R_{i,j}$ de cada columna. Matemáticamente:

$$R_j = \sum_{i=0}^{J-j-1} \frac{R_{i,j}}{J-j}$$

donde J =número de columnas.

Ejemplo N°2: Siguiendo con el ejemplo de seguros de automóvil, supongamos que $C_{0,\infty} = 5,560$, primero se debe calcular los R_j media simple de link ratios:

CUADRO N° 3.12: Triángulo Incremental del Método de Link Ratio

Originf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	2,062	1,629	583	421	341	276	228
1	2,031	1,706	643	448	335	307	
2	2,164	1,887	667	454	369		
3	2,320	1,860	671	463			
4	2,462	1,909	736				
5	2,651	2,158					
6	3,084						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

CUADRO N° 3.13: Triángulo Acumulado del Método de Link Ratio

Originf	Años de Desarrollo							$C_{0,\infty}$
	0	1	2	3	4	5	6	
0	2,062	3,691	4,274	4,695	5,036	5,312	5,540	5,560
1	2,031	3,737	4,380	4,828	5,163	5,470		
2	2,164	4,051	4,718	5,172	5,541			
3	2,320	4,180	4,851	5,314				
4	2,462	4,371	5,107					
5	2,651	4,809						
6	3,084							

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Se calcularon los $R_{i,j}$:

$$R_{0,6} = \frac{5,560}{5,540} = 1.00$$

$$R_{0,0} = \frac{3,691}{2,062} = 1.79$$

$$R_{0,1} = \frac{4,724}{3,691} = 1.16$$

... así sucesivamente.

CUADRO N° 3.14: Media Simple de Link Ratios

Originf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	1.79	1.16	1.10	1.07	1.05	1.04	1.00
1	1.84	1.17	1.10	1.07	1.06		
2	1.87	1.16	1.10	1.07			
3	1.80	1.16	1.10				
4	1.78	1.17					
5	1.81						
6							

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Luego se calcula los R_j correspondiente a cada año de desarrollo:

$$R_0 = \sum_{i=0}^5 \frac{R_{i,0}}{6} = \frac{1.79+1.84+1.87+1.80+1.78+1.81}{6} = 1.816$$

$$R_1 = \sum_{i=0}^4 \frac{R_{i,1}}{5} = \frac{1.16+1.17+1.16+1.16+1.17}{5} = 1.165$$

Aplicando la fórmula para todo el triángulo:

CUADRO N° 3.15: Media Simple de los Ratios

	0	1	2	3	4	5	6
Rj	1.816	1.165	1.098	1.071	1.057	1.043	1.004

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Se calculan los factores de proyección F_j :

CUADRO N° 3.16: Estimación de los Factores de Desarrollo

	0	1	2	3	4	5	6
Fj	2.752	1.516	1.301	1.185	1.106	1.047	1.004

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

A partir de estos valores se calculan ahora $\hat{C}_{i,\infty}$, correspondientes

- Año de ocurrencia 0: $5,540 * 1.004 = 5,560$
- Año de ocurrencia 1: $5,470 * 1.047 = 5,725$
- y así sucesivamente...

El resultado final de las estimaciones es a continuación:

CUADRO N° 3.17: Estimación de la IBNR

Año de Ocurrencia	C_{i,6}
0	5,560
1	5,725
2	6,131
3	6,298
4	6,647
5	7,290
6	8,487
IBNR=	11,273

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Finalmente se calcula el valor de la reserva, la cual será igual a la suma de los $\hat{C}_{i,\infty}$ menos lo dotado:

$$IBNR = \sum_{i=0}^I \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,I-i} = (5,560 - 5,540) + (5,725 - 5,470) + \dots + (8,487 - 3,084)$$

$$IBNR = \sum_{i=0}^I \hat{C}_{i,\infty} - C_{i,I-i} = 11,273$$

c) Método Chain Ladder:

- Es el método más conocido y utilizado en el mercado, La normativa actual de la Superintendencia de Banca y Seguros (SBS) aprueba la metodología de cada aseguradora.
- Se trata de estimar la proporción de cambio de un ejercicio a otro a través de una media ponderada del link ratio, en donde cada valor se pondera por la siniestralidad que le procede. Es decir, dados unos $R_{i,j}$ definidos como sigue:

$$R_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$$

Entonces, la tasa de modificación de la liquidación de siniestros R_j vendrán dados por la siguiente expresión:

$$R_j = \frac{\sum_{t=j}^{I-j-1} C_{t,j+1}}{\sum_{t=j}^{I-j} C_{t,j}}$$

- A partir de estas proporciones, se calculan los factores de proyección de forma habitual. Es decir:

$$F_k = \prod_{j=k}^h R_j$$

Ejemplo N°3: Siguiendo con el ejemplo de seguros de automóvil, entonces se calcula la tasa de modificación de la liquidación de siniestros R_j :

CUADRO N° 3.18: Triángulo Incremental del Método de Chain Ladder

Originf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	2,062	1,629	583	421	341	276	228
1	2,031	1,706	643	448	335	307	
2	2,164	1,887	667	454	369		
3	2,320	1,860	671	463			
4	2,462	1,909	736				
5	2,651	2,158					
6	3,084						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

CUADRO N° 3.19: Triángulo Acumulado del Método de Chain Ladder

Originf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	2,062	3,691	4,274	4,695	5,036	5,312	5,540
1	2,031	3,737	4,380	4,828	5,163	5,470	
2	2,164	4,051	4,718	5,172	5,541		
3	2,320	4,180	4,851	5,314			
4	2,462	4,371	5,107				
5	2,651	4,809					
6	3,084						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

$$R_0 = \frac{2,062+2,031+2,164+2,320+2,462+2,651}{3,691+3,737+4,051+4,180+4,371+4,809} = 1.81$$

$$R_1 = \frac{3,691+3,737+4,051+4,180+4,371}{4,724+4,380+4,718+4,851+5,107} = 1.16$$

$$R_2 = \frac{4,724+4,380+4,718+4,851}{4,695+4,828+5,172+5,314} = 1.10$$

... así sucesivamente

CUADRO N° 3.20: Media Simple de los Ratios

R_j	0	1	2	3	4	5
	1.81	1.16	1.10	1.07	1.06	1.04

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Se estiman los valores de F_j :

CUADRO N° 3.21: Estimación de los Factores de Desarrollo

F_j	0	1	2	3	4	5
	2.740	1.510	1.297	1.181	1.103	1.043

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

CUADRO N° 3.22: Estimación de la IBNR

Año de Ocurrencia	C_{i,6}
0	5,540
1	5,705
2	6,109
3	6,276
4	6,622
5	7,263
6	8,451
IBNR=	11,101

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Como se mencionó anteriormente, esta metodología es una de las más populares. es por eso que existe dentro del programa R una librería que lleva su nombre y que calcula el IBNR bajo esta metodología y algunas otras.

d) Método de Bornhutter-Fergusson:

- Se estabiliza los ramos con siniestros cuyo desarrollo desde la ocurrencia hasta el momento del pago puede demandar varios años (ramos de cola larga) y los casos donde los datos no están muy desarrollados.
- Se asume que la experiencia pasada no es suficientemente representativa del futuro.
- Se proyecta las tasas de siniestralidad futura.
- Se utiliza cuando la Aseguradora posee información siniestral pero la misma no alcanza para utilizar el método de triángulos.

Paso I: Aplicando el método expuesto a los datos que se vienen utilizando en todos los ejemplos anteriores, Se calcula el triángulo acumulado de siniestros incurridos (Siniestros Pagados + RSP “Reservas de Siniestros Pendientes”).

CUADRO N° 3.23: Triángulo Acumulado de los Siniestros Incurridos

Originf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	2,062	3,691	4,274	4,695	5,036	5,312	5,540
1	2,031	3,737	4,380	4,828	5,163	5,470	
2	2,164	4,051	4,718	5,172	5,541		
3	2,320	4,180	4,851	5,314			
4	2,462	4,371	5,107				
5	2,651	4,809					
6	3,084						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Paso II: Se calcula los Factores de Desarrollo Individual (FDI) y Acumulado (FDA).

CUADRO N° 3.24: Estimación de Ratios en los Años de Desarrollo

Originf	Años de Desarrollo					
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
0	1.7900	1.1580	1.0985	1.0726	1.0548	1.0429
1	1.8400	1.1721	1.1023	1.0694	1.0595	
2	1.8720	1.1647	1.0962	1.0713		
3	1.8017	1.1605	1.0954			
4	1.7754	1.1684				
5	1.8140					

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Paso III: Se calcula los Factores de Desarrollo Individual (FDI) y Factores de Desarrollo Acumulado (FDA). Al extremo derecho el factor cola: 1.000 se indica que no hay desarrollo de siniestros más de los 6 años.

CUADRO N° 3.25: Estimación de los Factores FDI y FDA

FDI	1.816	1.165	1.098	1.071	1.057	1.043	1.000
FDA	2.742	1.510	1.297	1.181	1.103	1.043	1.000

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Paso IV: Se calcula el Ultimate Intermedio e IBNR-

CUADRO N° 3.26: Estimación del Ultimate Intermedio y del IBNR

Orignf	Prima Ganada	Siniestralidad del Mercado	Ultimate Intermedio	FDA	IBNR	Incurrido	Ultimate
0	10,000.00	0.70	7,000.00	1.000	-	5,540.00	5,540.00
1	10,100.00	0.70	7,070.00	1.043	290.97	5,470.00	5,760.97
2	10,200.00	0.70	7,140.00	1.103	663.85	5,541.00	6,204.85
3	10,300.00	0.70	7,210.00	1.181	1,104.58	5,314.00	6,418.58
4	10,400.00	0.70	7,280.00	1.297	1,666.11	5,107.00	6,773.11
5	10,500.00	0.70	7,350.00	1.510	2,483.69	4,809.00	7,292.69
6	10,600.00	0.70	7,420.00	2.742	4,714.08	3,084.00	7,798.08
				Total IBNR=	10,923.28		

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

e) Método de Stanard-Buhlmann:

- Se utiliza esta metodología cuando el índice de siniestralidad esperada del mercado no es consistente con la experiencia siniestral de la compañía.
- De esta manera la siniestralidad surge de los siniestros incurridos de la aseguradora y no de valores arbitrarios del mercado.
- Se Calcula del porcentaje de Siniestralidad Esperada=
$$\frac{\sum \text{Siniestros Incurridos}}{\sum \frac{1}{FDA} * \text{Primas Ganadas Ajustadas}}$$
.
- Se Calcula de la reserva del IBNR=
$$\sum \text{Siniestralidad Esperada} * \text{Primas Ganadas Ajustadas} * \left(1 - \frac{1}{FDA}\right)$$
.

Paso I: Aplicando el método expuesto a los datos que se vienen utilizando en todos los ejemplos anteriores. Se Calcula el triángulo acumulado de siniestros incurridos (Siniestros Pagados + RSP “Reservas de Siniestros Pendientes”).

CUADRO N° 3.27: Triángulo Acumulado de los Siniestros Incurridos

Orignf	Años de Desarrollo						
	0	1	2	3	4	5	6
0	2,062	3,691	4,274	4,695	5,036	5,312	5,540
1	2,031	3,737	4,380	4,828	5,163	5,470	
2	2,164	4,051	4,718	5,172	5,541		
3	2,320	4,180	4,851	5,314			
4	2,462	4,371	5,107				
5	2,651	4,809					
6	3,084						

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Paso II: Se calcula los Factores de Desarrollo Individual y Acumulado.

CUADRO N° 3.28: Estimación de Ratios en los Años de Desarrollo

Originf	Años de Desarrollo					
	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
0	1.7900	1.1580	1.0985	1.0726	1.0548	1.0429
1	1.8400	1.1721	1.1023	1.0694	1.0595	
2	1.8720	1.1647	1.0962	1.0713		
3	1.8017	1.1605	1.0954			
4	1.7754	1.1684				
5	1.8140					

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Paso III: Se calcula los Factores de Desarrollo Individual (FDI) y Factores de Desarrollo Acumulado (FDA). Al extremo derecho el factor cola: 1.000 se indica que no hay desarrollo de siniestros más de los 6 años.

CUADRO N° 3.29: Estimación de los Factores FDI y FDA

FDI	1.816	1.165	1.098	1.071	1.057	1.043	1.000
FDA	2.742	1.510	1.297	1.181	1.103	1.043	1.000

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Paso IV: Se calcula la siniestralidad esperada.

CUADRO N° 3.30: Estimación de la Siniestralidad Esperada

Originf	Prima Ganada	Prima Ganada Ajustada	Incurrido	FDA	PGA/FDA
0	10,000.00	12,000.00	5,540.00	1.000	12,000
1	10,100.00	12,100.00	5,470.00	1.043	11,602
2	10,200.00	12,200.00	5,541.00	1.103	11,066
3	10,300.00	12,300.00	5,314.00	1.181	10,416
4	10,400.00	12,400.00	5,107.00	1.297	9,562
5	10,500.00	12,500.00	4,809.00	1.510	8,276
6	10,600.00	12,600.00	3,084.00	2.742	4,595
		Total	34,865.00	Total	67,516.45
	Siniestralidad Esperada=		0.5164		

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Paso V: Se calcula la IBNR a partir de la Prima Ganada Ajustada y la siniestralidad esperada.

CUADRO N° 3.31: Estimación de la IBNR

Oríginf	Prima Ganada Ajustada	Siniestralidad Esperada	IBNR
0	12,000.00	0.5164	-
1	12,100.00	0.5164	257.15
2	12,200.00	0.5164	585.75
3	12,300.00	0.5164	973.08
4	12,400.00	0.5164	1,465.46
5	12,500.00	0.5164	2,181.22
6	12,600.00	0.5164	4,133.74
		Total IBNR=	9,596.41

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

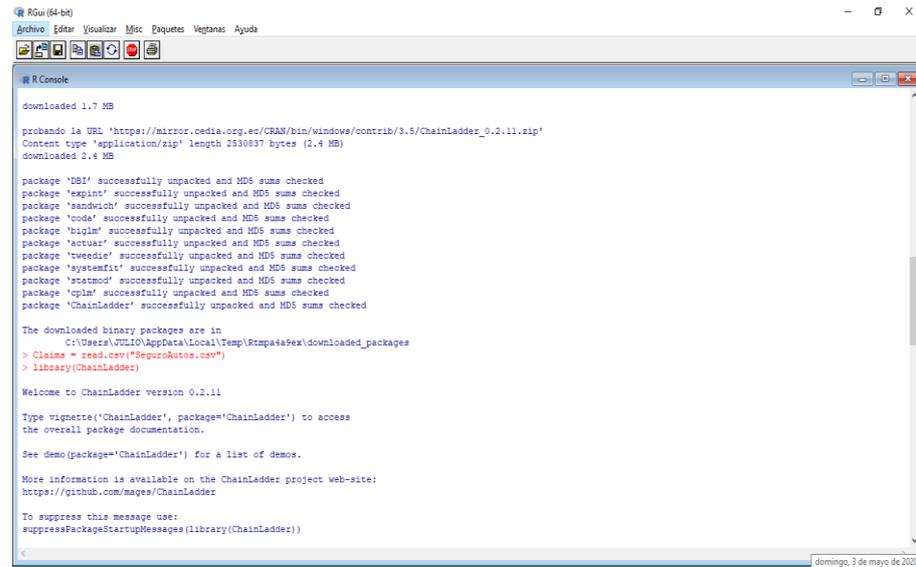
3.2.2 La Distribución Libre del Modelo de Mack

El método Chain Ladder, cómo método determinístico que es, no permite la estimación del error de predicción surgiendo por tanto en este punto diversas alternativas para estimar dicho error. Una de las alternativas más conocidas ha sido La Distribución Libre de Mack, que fue la primera propuesta para establecer el error de predicción del Chain Ladder.

Esto quizá sea la metodología estadística más utilizada para calcular las provisiones técnicas de prestaciones pendientes. El modelo apareció por primera vez en Mack (1993) y su principal objetivo es, además de obtener el valor esperado de las reservas, calcular la estimación del error cuadrático medio de las reservas estimadas, total y por año de origen, mediante el método tradicional de Chain-Ladder.

Si bien es cierto que el método de Chain-Ladder se caracteriza por ser un método de distribución libre y, por tanto, susceptible de ser usado con cualquier conjunto de datos, también es verdad que las estimaciones realizadas mediante dicho modelo para los años de ocurrencia más recientes, dan como resultado valores más sensibles a los cambios para los datos observados.

GRÁFICO N°6: Instalación de librería Chain Ladder en el Programa R



```
R Console
downloaded 1.7 MB
probando la URL 'https://mirror.oxedia.org.ec/CRAN/bin/windows/contrib/3.5/ChainLadder_0.2.11.zip'
Content type 'application/zip' length 2530837 bytes (2.4 MB)
downloaded 2.4 MB

package 'lme4' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'rstanarm' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'sandwich' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'coda' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'biglm' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'Actuar' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'bweedie' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'systemfit' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'statmod' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'spin' successfully unpacked and MD5 sums checked
package 'ChainLadder' successfully unpacked and MD5 sums checked

The downloaded binary packages are in
  C:\Users\JULIO\AppData\Local\Temp\Rtmpa5a9ex\downloaded_packages
> Claims = read.csv("SeguroAutos.csv")
> library(ChainLadder)

Welcome to ChainLadder version 0.2.11

Type vignette("ChainLadder", package="ChainLadder") to access
the overall package documentation.

See demo(package="ChainLadder") for a list of demos.

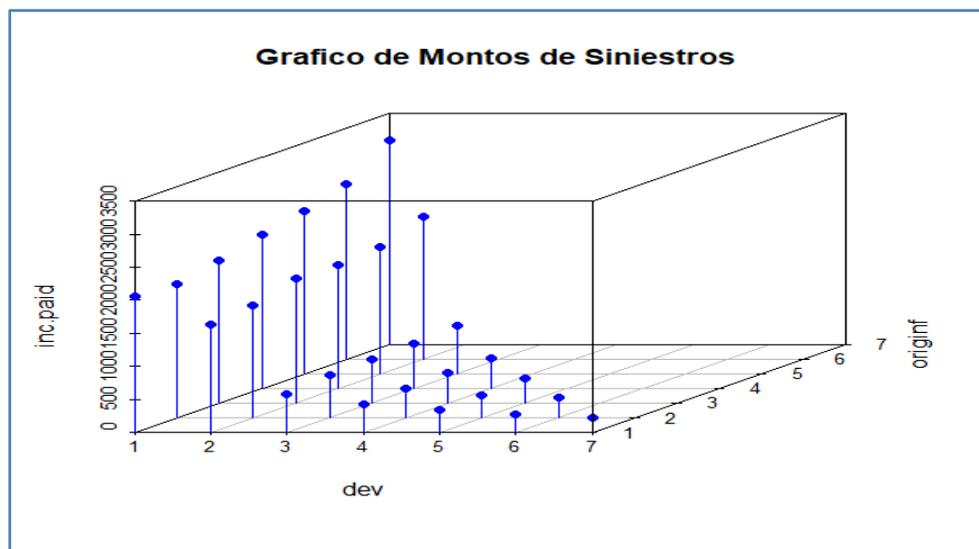
More information is available on the ChainLadder project web-site:
https://github.com/mages/ChainLadder

To suppress this message use:
suppressPackageStartupMessages(library(ChainLadder))
```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Con el programa R y con la librería que lleva su nombre se obtuvo algunas gráficas que nos ayudan a analizar la información.

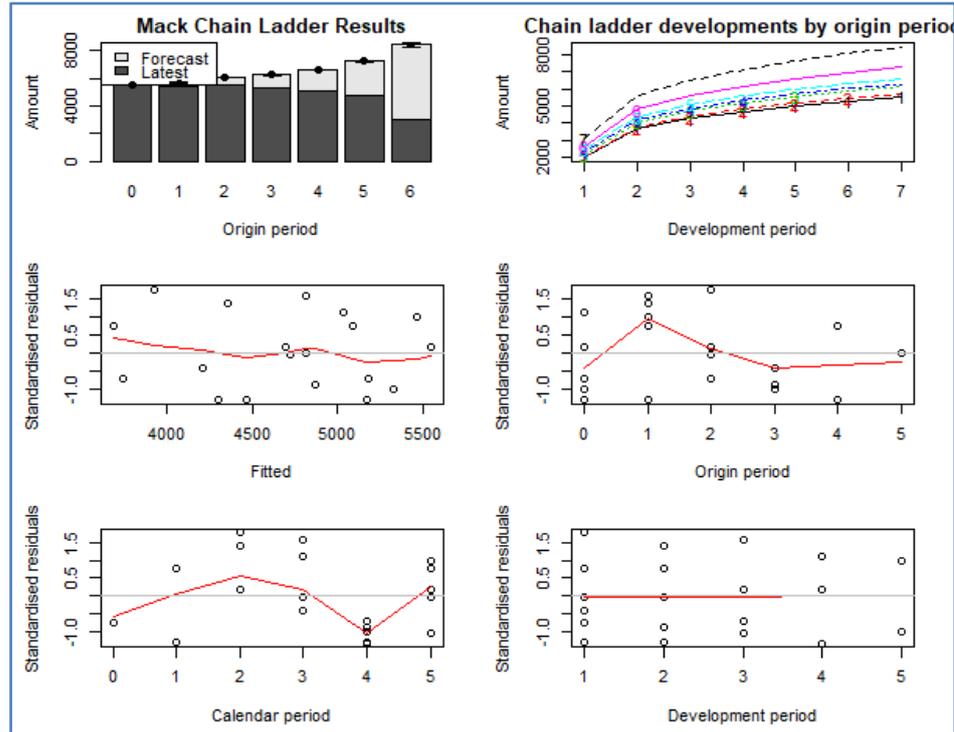
GRÁFICO N°7: Ploteo del Monto de Siniestros en el Programa R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

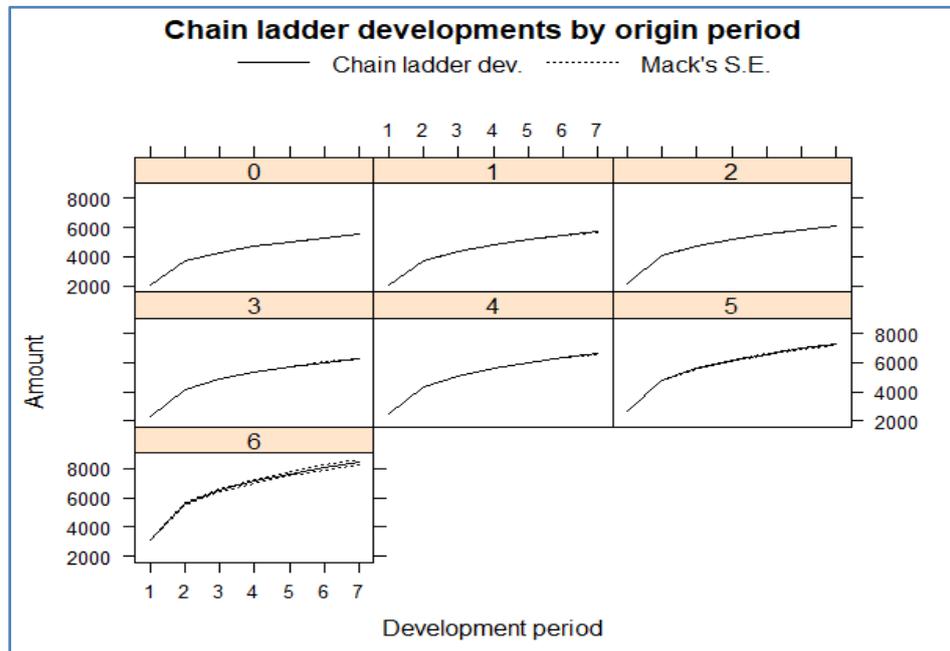
En el Gráfico N°8, en el primer ploteo del modelo de Mack, en el boxplot se muestran los pagos por siniestros actuales, la estimación futura y su volatilidad, en la que destaca la dispersión que se produce en los siniestros ocurridos a partir del 3^{er} año de desarrollo. Se aprecia además que sus errores estándares no son mayores que dos.

GRÁFICO N°8: Ploteo del Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

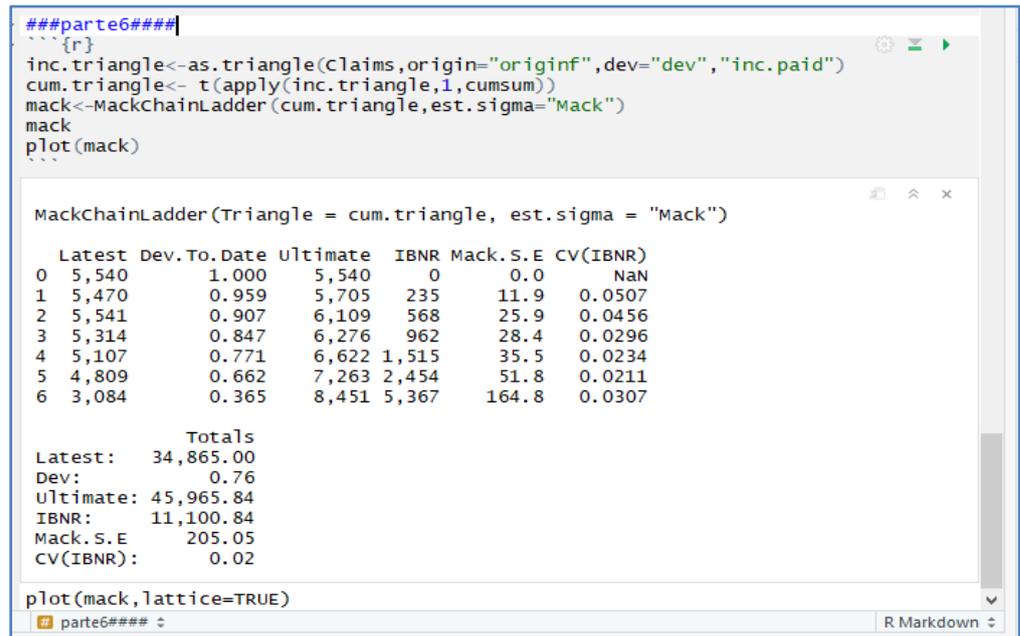
GRÁFICO N°9: Ploteo del Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

En el Grafico N°9 se puede apreciar que no hay pendientes con valores atípicos, todas las líneas mantienen la misma pendiente. Es una herramienta para observar la variabilidad en cada año, por lo tanto, no hay bandas tremendamente dilatadas.

GRÁFICO N°10: IBNR con el Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Se observa en la GRÁFICO N°9 el mismo resultado calculado anteriormente, se resume los tres métodos determinísticos:

- **Grossing up**
IBNR= 11,034
- **Link Ratio**
IBNR= 11,273
- **Chain Ladder**
IBNR= 11,100.84
- **Bornhutter-Fergusson**
IBNR= 10,923.28
- **Stanard-Buhlmann**
IBNR= 9,596.41

3.2.3 Modelos Estocásticos

A diferencia de los métodos determinísticos en donde no se considera un patrón de variabilidad en el proceso, los métodos estocásticos describen de manera aproximada al proceso, presentándose un patrón de variabilidad. Los métodos tradicionales se basan en esquemas que se denominan con distribución libre, es

decir, pueden ser usados en cualquier conjunto de datos. Su principal eje central de los métodos estocásticos consiste en suponer que los datos de partida utilizados se rigen según una determinada distribución estadística. Interpretando el estudio realizado en su publicación en la Universidad de Quebec por el investigador Arthur Charpentier (2015) concluye que:

“A lo largo de los años, se han desarrollado muchas técnicas estadísticas para integrar el análisis de reservas en un marco estocástico. La idea clave es considerar los datos observados como una variable aleatoria, en lugar de absolutos. Las técnicas estadísticas también permiten pruebas más formales, hacen que los supuestos de modelado sean más explícitos y, en particular, ayudan a monitorear los desarrollos de reclamos reales versus esperados. Por lo tanto, como mínimo, no solo se debe estimar la reserva esperada, o los pasivos de mejor estimación, sino también la volatilidad de las reservas.” (p. 552).

Las distribuciones que se van a utilizar dependen de cómo sean los datos de partida. Si se está trabajando con importes asociados a siniestros, la información puede venir en forma acumulada o bien como incrementos de un periodo de tiempo a otro. El IBNR se puede calcular a través de metodologías basadas en distribuciones de probabilidad en un MLG “Modelo Lineal Generalizado” tales como:

- Modelo logNormal para datos acumulados
- Modelo poisson para datos en incrementos
- Modelo poisson con sobre dispersión
- Modelo basado en la distribución Gamma
- Modelo logNormal para datos en incrementos

3.2.3.1 Modelo Lineal Generalizado (MLG)

El modelo lineal generalizado (MLG) fue propuesto en 1972 por los autores Nelder y Wedderburn, en el artículo: “Generalized Linear Models”. La estructura básica del MLG se define de la siguiente manera:

1. $X_{i,j}$: variables aleatorias, independientes, con función de densidad de probabilidad $f(\cdot)$, perteneciente a la familia exponencial; tal que:

$$X_{i,j} \rightarrow f(x, \mu_{i,j}, \emptyset)$$

; donde \emptyset se trata de un parámetro de dispersión.

2. La esperanza y varianza de $X_{i,j}$ se define como:

$$E[X_{i,j}] = \mu_{i,j}$$

$$Var[X_{i,j}] = \emptyset \cdot Var[\mu_{i,j}]$$

; donde $\emptyset > 1$.

3. Función de enlace $g(\cdot)$, monótona y diferenciable; que vincula la respuesta promedio $\mu_{i,j}$, con un predictor lineal, $\eta_{i,j}$, a través de la relación:

$$\eta_{i,j} = g(\mu_{i,j})$$

El (MLG) se trata de una técnica de modelización estadística aplicable al cálculo de provisiones técnicas o reservas de seguros de no vida (England y Verrall, 1999). Estos modelos generalizan el método de Chain Ladder desde el punto de vista estocástico. Así pues, se utiliza MLG para modelar los datos del triángulo de siniestros en el cálculo de provisiones técnicas e imponemos que la distribución del error sea Poisson sobre dispersa, junto con una función de enlace canónica logarítmica; entonces, se obtienen las mismas estimaciones que en Chain Ladder clásico, pero particularidades de los modelos estocásticos.

La distribución Poisson sobreestima a las cuantías de pagos incrementales $\{C_{i,j}; i = 0, \dots, k; j = 0, \dots, k\}$ del triángulo de siniestros, supuestamente éstas son independientes, considera los siguientes aspectos:

$$E[C_{i,j}] = \mu_{i,j}; \quad Var[C_{i,j}] = \frac{\emptyset Var[\mu_{i,j}]}{w_{i,j}} = \frac{\emptyset \mu_{i,j}}{w_{i,j}}; \quad \emptyset > 1; \quad w_{i,j} = 1$$

Por su parte, la función de enlace logarítmica se define como:

$$\log \mu_{i,j} = \eta_{i,j}$$

En cuanto al predictor lineal, este se corresponde con:

$$\eta_{i,j} = C_0 + \alpha_i + \beta_j$$

; donde:

C_0 : es el término correspondiente al año de ocurrencia y desarrollo 0.

α_i : factor correspondiente a los años de ocurrencia i ; $i: 1, \dots, k$.

β_j : factor correspondiente a los años de desarrollo j ; $j: 1, \dots, k$.

Las estimaciones de las cuantías incrementales $c_{i,j}$, se obtiene como:

$$\hat{c}_{i,j} = \exp\{C_0 + \alpha_i + \beta_j\}$$

En cuanto a las reservas, las reservas por año de origen (\hat{R}_i) se calculan como:

$$\hat{R}_i = \sum_{j=k-i+1}^k \hat{c}_{i,j} ; i = 1, \dots, k$$

La reserva total (\hat{R}) se calcula como:

$$\hat{R} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=k-i+1}^k \hat{c}_{i,j}$$

En lo que respecta a la variabilidad o dispersión de las reservas, se hace uso de la metodología bootstrap. Se define la idea o procedimiento de la técnica bootstrap aplicada a este modelo de la siguiente manera:

- Se aplica el modelo Chain Ladder clásico al triángulo de datos originales y se calculan los residuos de Pearson de la siguiente manera forma:

$$r_{i,j} = \frac{c_{i,j} - \hat{c}_{i,j}}{\sqrt{\hat{c}_{i,j}}}$$

- Dichos residuos se remuestran B veces y con ellos se construyen B nuevas muestras de triángulos de cuantías no acumuladas. A tal efecto, de la fórmula de los residuos se despeja:

$$c^*_{i,j} = r^*_{i,j} \cdot \sqrt{\hat{c}_{i,j}} + \hat{c}_{i,j}$$

- Se estima el MLG Poisson sobredisperso en cada una de las B muestras y con él las reservas por años de origen y total.
- El resultado es que se dispone de B valores de las reservas por año de origen y total, lo que se traduce en la distribución predictiva de dichas reservas.
- La variabilidad de las reservas se va a medir mediante el error de predicción estimado mediante la metodología bootstrap (PE_{boot}), para las reservas de origen (\hat{R}_i) y total (\hat{R}) que se calcula como:

$$PE_{boot}(R_i) \cong \sqrt{\hat{\phi}^P R_i + \frac{n}{n-p} (SE_{boot}(R_i))^2}; i = 1, \dots, k$$

$$PE_{boot}(R) \cong \sqrt{\hat{\phi}^P R + \frac{n}{n-p} (SE_{boot}(R))^2}$$

Donde, el parámetro $\hat{\phi}^P$ se puede obtener con el estimador de momentos basado en los residuos generalizados de Pearson y SE_{boot} se corresponde con el error estándar de la distribución bootstrap.

Para la estimación del error estándar, se utiliza una estimación corregida por sesgo, siendo n-p el número de grados de libertad, con p=2k+1 el número de parámetros del modelo (England y Verrall, 1999).

a) Modelo Poisson para datos en incrementos: Lo primero que resalta a la vista en este modelo es que el nivel de reservas resultantes coincide con el modelo Chain Ladder clásico.

Hipótesis Básicas:

- Existe un conjunto de parámetros $\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_I$ y $\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_J$ (todos positivos), tales que los incrementos en los importes ligados a los siniestros (denotados por $X_{i,j}$) se distribuyen de forma independiente y de acuerdo con una distribución Poisson:

$$E[X_{i,j}] = x_{i,j} = \mu_i * \gamma_j \quad \forall i = 0,1 \dots I \quad \forall j = 0,1 \dots J$$

$$V[X_{i,j}] = x_{i,j} = \mu_i * \gamma_j \quad \forall i = 0,1 \dots I \quad \forall j = 0,1 \dots J$$

$$\text{además: } \sum_{j=0}^J \gamma_j = 1$$

en donde μ_i representa el esperado total de importes ligados al año i , mientras que γ_j representa el porcentaje esperado de gastos ligados al año j en relación al total.

- Todos los importes han de ser positivos, ya que si no es así la aplicación del modelo de poisson no es adecuada.
- La acumulación de importes asociados al año del siniestro i , que se denotan por $C_{i,j}$, se distribuyen como poisson también.

$$E[C_{i,j}] = \mu_i$$

Para la estimación de los parámetros se utiliza el método de máxima verosimilitud. Así, se obtiene los siguientes estimadores máximos verosímiles:

$$\hat{X}_{i,j} = \hat{E}(X_{i,j}) = \hat{\mu}_i \hat{\gamma}_j$$

$$\hat{C}_{i,j} = \hat{E}(C_{i,j} \setminus D_i) = C_{i,l-1} + \sum_{j=l-i+1}^J \hat{X}_{i,j}$$

La resolución de este sistema para obtener los valores de $\hat{\mu}_i$ y $\hat{\gamma}_j$ no es sencilla y suele ser llevado a cabo mediante métodos numéricos. Sin embargo, se puede aplicar la siguiente propiedad:

$$\sum_{k=0}^j \hat{\gamma}_j = \prod_{k=j}^{j-1} \frac{1}{\hat{f}_k} \quad \forall j = 0,1, \dots, J$$

Ejemplo N°4: Siguiendo con el ejemplo de seguros de Automóvil. Los datos que se presentan en el CUADRO N°3.8 corresponden a las reclamaciones hechas a diez compañías acerca de la cobertura de responsabilidad civil en seguros de automóviles. En este caso se va estimar el valor de la IBNR con un Modelo de Poisson con ayuda del Programa R.

GRÁFICO N°11: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de Poisson

```
Call:
glm(formula = inc.paid ~ factor(originf) + factor(dev), family = poisson,
     data = Claims)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.39143  -0.47642   0.00507   0.53485   1.66532

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  7.61168    0.01558  488.471 < 2e-16 ***
factor(originf)1  0.02931    0.01926   1.522   0.128
factor(originf)2  0.09779    0.01934   5.057 4.27e-07 ***
factor(originf)3  0.12466    0.01965   6.343 2.25e-10 ***
factor(originf)4  0.17843    0.01997   8.935 < 2e-16 ***
factor(originf)5  0.27081    0.02044  13.246 < 2e-16 ***
factor(originf)6  0.42230    0.02381  17.734 < 2e-16 ***
factor(dev)2    -0.20532    0.01276 -16.094 < 2e-16 ***
factor(dev)3    -1.20756    0.01964 -61.484 < 2e-16 ***
factor(dev)4    -1.57445    0.02559 -61.536 < 2e-16 ***
factor(dev)5    -1.80173    0.03271 -55.087 < 2e-16 ***
factor(dev)6    -1.95140    0.04316 -45.216 < 2e-16 ***
factor(dev)7    -2.18234    0.06804 -32.077 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)

Null deviance: 18361.952 on 27 degrees of freedom
Residual deviance: 14.327 on 15 degrees of freedom
AIC: 282.52

Number of Fisher Scoring iterations: 3
```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Una vez obtenido los coeficientes del modelo Poisson, se predice para completar todo el triángulo de la siguiente manera:

$$X_{1,1} = e^{(7.61168)} = 2021.6745$$

$$X_{2,1} = e^{(7.61168+0.02931)} = 2081.8071$$

$$X_{1,2} = e^{(7.61168-0.20532)} = 1646.432$$

...

Se completa todas las predicciones del triángulo con ayuda del Programa R, y se obtiene las salidas en el Gráfico N°12:

GRÁFICO N°12: Triángulo Completo–MLG con Modelo de Poisson

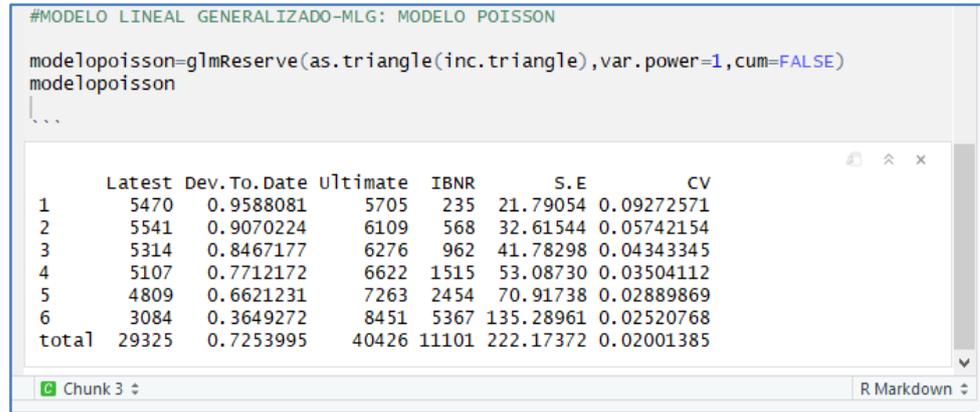
```
###/MLG:POISSON/###
```{r}
(preg <- glm(inc.paid~factor(originf)+factor(dev),data=Claims,family=poisson))
summary(preg, type = "model")
(pred.inc.tri <- t(matrix(predict(preg,type="response",data=Claims),n,n)))
pred.inc.tri
```

      [,1]      [,2]      [,3]      [,4]      [,5]      [,6]      [,7]
[1,] 2021.6745 1646.432 604.3310 418.7331 333.6014 287.2283 228.0000
[2,] 2081.8071 1695.403 622.3062 431.1879 343.5241 295.7717 2229.3746
[3,] 1815.5806 666.418 461.7523 367.8745 2290.0849 1865.0224 684.5659
[4,] 474.3268 2416.581 1968.0398 722.3789 2650.4775 2158.5225 3084.0000
[5,] 2021.6745 1646.432 604.3310 418.7331 333.6014 287.2283 228.0000
[6,] 2081.8071 1695.403 622.3062 431.1879 343.5241 295.7717 2229.3746
[7,] 1815.5806 666.418 461.7523 367.8745 2290.0849 1865.0224 684.5659
```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Se puede calcular con esta metodología el IBNR-MLG bajo el supuesto de un modelo de poisson, el error estándar y el coeficiente de variabilidad total donde ambas estimaciones se presentan en el Gráfico N°13.

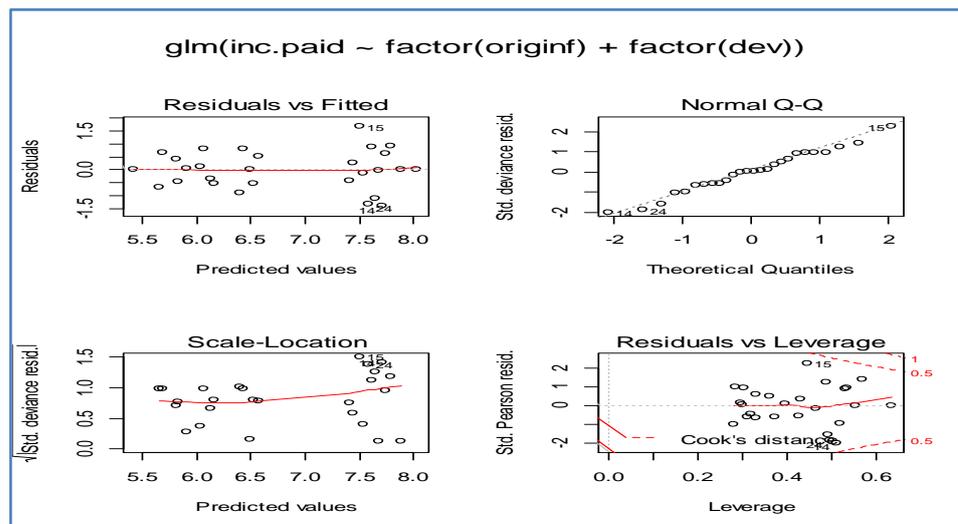
GRÁFICO N°13: Cálculo del IBNR-MLG con Modelo de Poisson



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

A continuación, en el análisis de residuales, la mayoría de los puntos están pegados a la línea diagonal del gráfico de QQ-plot⁴, quiere decir que éstos se distribuyen de modo normal. En el tercer grafico se aprecia los valores de predicción que se encuentran dentro del rango [-2, 2] de desviación estándar residual, por lo tanto, se puede afirmar que no se tiene algún comportamiento extraño, no encontramos síntomas sobre un ajuste inadecuado en el modelo.

GRÁFICO N°14: Gráfico de Residuales –MLG con Modelo de Poisson



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

⁴ En estadística, un gráfico Q-Q ("Q" viene de *cuantil*) es un método gráfico para el diagnóstico de diferencias entre la distribución de probabilidad de una población de la que se ha extraído una muestra aleatoria y una distribución usada para la comparación.

b) Modelo Gamma: Recordemos la función de densidad de la distribución Gamma:

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, \forall x \geq 0$$

Siendo α y β los factores de forma y escala respectivamente.

La estimación de las reservas basada en la distribución Gamma se puede abordar desde dos puntos de vista:

- A partir de los siniestros individuales de un cierto año de ocurrencia en un cierto año de ocurrencia.
- A partir del importe total ligado a siniestros en un cierto año de ocurrencia en un cierto año de ocurrencia.

En este caso, la estimación puede realizarse por MLG “Modelos Lineales Generalizados”. La esperanza y la varianza tienen las siguientes expresiones:

$$E[X_{i,j}] = x_{i,j}$$

$$Var[X_{i,j}] = \frac{\phi_{i,j}}{\omega_{i,j}} \cdot Var[x_{i,j}]$$

Ejemplo N°5: Siguiendo con el ejemplo de seguros de Automóvil. Los datos que se presentan en el CUADRO N°3.8 corresponden a las reclamaciones hechas a diez compañías acerca de la cobertura de responsabilidad civil en seguros de automóviles. En este caso se va estimar el valor del IBNR con un Modelo de Gamma con ayuda del Programa R.

GRÁFICO N°15: Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de Gamma

```
Call:
glm(Formula = inc.paid ~ factor(originf) + factor(dev), family = gamma(link = "log"),
     data = claims)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.036238 -0.017188  0.000247  0.017819  0.038910

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    7.60601    0.01723  441.340 < 2e-16 ***
factor(originf)1  0.04674    0.01713   2.729  0.0155 **
factor(originf)2  0.10285    0.01837   5.600 5.07e-05 ***
factor(originf)3  0.12153    0.01990   6.107 2.01e-05 ***
factor(originf)4  0.18661    0.02208   8.450 4.36e-07 ***
factor(originf)5  0.27619    0.02576  10.721 1.98e-08 ***
factor(originf)6  0.42798    0.03431  12.475 2.54e-09 ***
factor(dev)2     -0.20477    0.01713  -11.956 4.59e-09 ***
factor(dev)3     -1.20795    0.01837  -65.768 < 2e-16 ***
factor(dev)4     -1.57281    0.01990  -79.036 < 2e-16 ***
factor(dev)5     -1.80324    0.02208  -81.656 < 2e-16 ***
factor(dev)6     -1.95530    0.02576  -75.899 < 2e-16 ***
factor(dev)7     -2.17666    0.03431  -63.445 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for Gamma family taken to be 0.0008800211)

Null deviance: 17.662104 on 27 degrees of freedom
Residual deviance: 0.013229 on 15 degrees of freedom
AIC: 274.5
```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Una vez obtenido los coeficientes del modelo Gamma, se predice para completar todo el triángulo de la siguiente manera:

$$X_{1,1} = e^{(7.60601)} = 2010.2347$$

$$X_{2,1} = e^{(7.60601+0.04674)} = 2106.4131$$

$$X_{1,2} = e^{(7.60601-0.20477)} = 1638.0121$$

....

Se completa todas las predicciones del triángulo con ayuda del Programa R, y se obtiene las salidas en el Gráfico N°16:

GRÁFICO N°16: Triángulo Completo–MLG con Modelo de Gamma

```
###/MLG: GAMMA/###
```{r}
(preg <- glm(inc.paid~factor(originf)+factor(dev), data=Claims, family=Gamma(link="log")))
summary(preg, type = "model")
(pred.inc.tri <- t(matrix(predict(preg, type="response", data=Claims), n, n)))
pred.inc.tri
reserve <- sum(predict(preg, type="response", data=subset(Claims, ca1>9)))
reserve
```
```

| | [,1] | [,2] | [,3] | [,4] | [,5] | [,6] | [,7] |
|------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| [1,] | 2010.2347 | 1638.0121 | 600.6759 | 417.0478 | 331.2134 | 284.4912 | 228.0000 |
| [2,] | 2106.4131 | 1716.3818 | 629.4149 | 437.0012 | 347.0601 | 298.1025 | 2227.9845 |
| [3,] | 1815.4425 | 665.7415 | 462.2226 | 367.0906 | 2269.9954 | 1849.6746 | 678.2947 |
| [4,] | 470.9383 | 2422.6384 | 1974.0536 | 723.9058 | 2649.6924 | 2159.0655 | 3084.0000 |
| [5,] | 2010.2347 | 1638.0121 | 600.6759 | 417.0478 | 331.2134 | 284.4912 | 228.0000 |
| [6,] | 2106.4131 | 1716.3818 | 629.4149 | 437.0012 | 347.0601 | 298.1025 | 2227.9845 |
| [7,] | 1815.4425 | 665.7415 | 462.2226 | 367.0906 | 2269.9954 | 1849.6746 | 678.2947 |

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Se puede calcular con esta metodología el IBNR-MLG bajo el supuesto de un modelo de distribución gamma, el error estándar y el coeficiente de variabilidad total donde ambas estimaciones se presentan en el Gráfico N°17.

GRÁFICO N°17: Cálculo del IBNR–MLG con Modelo de Gamma

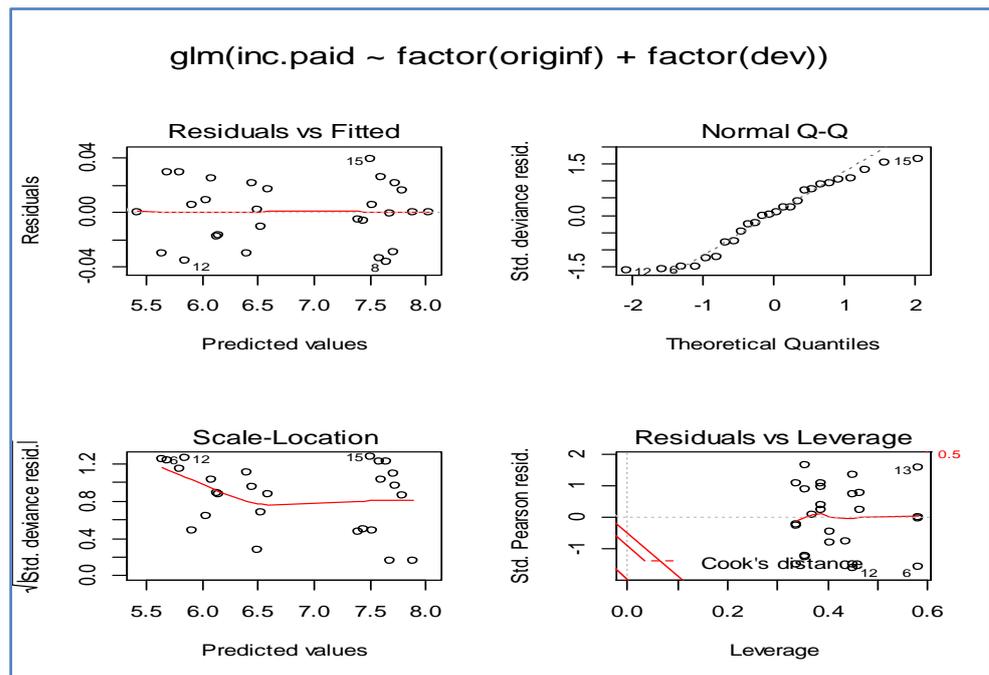
```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO GAMMA
modelogamma=glmReserve(as.triangle(inc.triangle), var.power=2, cum=FALSE)
modelogamma
```
```

	Latest	Dev.To.Date	Ultimate	IBNR	S.E	CV
1	5470	0.9581363	5709	239	10.82596	0.04529692
2	5541	0.9070224	6109	568	18.26154	0.03215060
3	5314	0.8479336	6267	953	26.41936	0.02772231
4	5107	0.7707516	6626	1519	40.43594	0.02662011
5	4809	0.6621231	7263	2454	69.45784	0.02830393
6	3084	0.3648409	8453	5369	196.02171	0.03650991
total	29325	0.7253995	40426	11101	232.20135	0.02091716

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, [www.cnsf.gob.mx](http://www.cnsf.gob.mx).

A continuación, en el análisis de residuales, la mayoría de puntos están pegados a la línea diagonal del gráfico de QQ-plot, quiere decir que se distribuyen de modo normal. En el tercer grafico los valores predcidos están dentro del rango [-2, 2] desviación estándar residual, por lo tanto, se puede afirmar que no se tiene algún comportamiento extraño, no encontramos síntomas sobre un ajuste inadecuado en el modelo.

**GRÁFICO N°18:** Gráfico de Residuales –MLG con Modelo de Gamma



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, [www.cnsf.gob.mx](http://www.cnsf.gob.mx).

- c) **Modelo LogNormal:** Este modelo fue propuesto por primera vez por Kremer (1982) y posteriormente por Renshaw (1989). En modelos, la estructura subyacente en el Chain Ladder es idéntica a la de un modelo lineal con variable dependiente expresada en forma logarítmica y regresada sobre dos variables sin interacción entre ellas. Es decir:

$$X_{i,j} = \ln(C_{i,j})$$

$$E(X_{i,j}) = m_{i,j} = \mu + \alpha_i + \beta_j \quad i = 0, \dots, I \quad j = 0, \dots, J$$

En donde, para proceder a su estimación, se impone la restricción de suponer que  $\alpha_i = \beta_j = 0$ , por lo que el número de parámetros a estimar es de  $I+J-1$ , que son los  $(I - \alpha)$  y  $(J - \beta)$  restantes más el término constante del modelo.

Una vez que se ha procedido a su estimación, se puede pasar a completar la parte inferior del triángulo. El modelo se ajusta en escala logarítmica. Dado que  $\hat{m}_{i,j}$  es lineal en  $X_{i,j}$  y que estas se distribuyen normalmente.

$$E(\hat{m}_{i,j}) = E(\hat{\mu}) + E(\hat{\alpha}_i) + E(\hat{\beta}_j)$$

$$var(m_{i,j}) = var(\hat{\mu}) + var(\hat{\alpha}_i) + var(\hat{\beta}_j) + 2\{cov(\hat{\mu}, \hat{\alpha}_i) + cov(\hat{\mu}, \hat{\beta}_j) + cov(\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_j)\}$$

Con lo que:

$$var(m_{i,j}) = var(\hat{m}_{i,j}) + \sigma_\varepsilon^2$$

Siendo  $\sigma_\varepsilon^2$  la varianza asociada al término de error de la estimación. Como los  $\hat{m}_{i,j}$  se distribuyen según una distribución normal general, entonces  $\hat{C}_{i,j}$  son LogNormales, con esperanza y varianzas según las siguientes expresiones:

$$E(\hat{C}_{i,j}) = \exp\left\{E(\hat{m}_{i,j}) + \frac{1}{2}\hat{\sigma}_{\hat{m}_{i,j}}^2\right\}$$

$$\widehat{Var}(\hat{C}_{i,j}) = E(\hat{C}_{i,j})^2 \left[\exp\left\{\hat{\sigma}_{\hat{m}_{i,j}}^2\right\} - 1\right]$$

Una vez que se obtiene las estimaciones correspondientes a las cifras de reservas, el siguiente paso es la obtención del MSE (Error Cuadrático Medio). El correspondiente a la reserva de un cierto año de accidente se calcula como:

$$\widehat{Var}(\hat{R}_j) = \sum_{j=l-i+1}^J \widehat{Var}(\hat{C}_{i,j}) + 2 \sum_{j>l-i+1}^J \sum_{k>j}^J \widehat{Cov}(\hat{C}_{i,j}, \hat{C}_{i,k})$$

expresión en la que el problema se centra en encontrar el valor de  $\widehat{Cov}(\hat{C}_{i,j}, \hat{C}_{i,k})$ . Usando el teorema aplicado por Aitchinson y Brown (1969)<sup>5</sup>, la expresión a utilizar es:

$$Cov(\hat{C}_{i,j}, \hat{C}_{i,k}) = E(\hat{C}_{i,j})E(\hat{C}_{i,k})[\exp\{Cov(\hat{m}_{i,j}, \hat{m}_{i,k})\} - 1]$$

en donde el valor de  $Cov(\hat{m}_{i,j}, \hat{m}_{i,k})$  es:

<sup>5</sup> Aitchinson, I. y Brown, JAC (1969): The Log-Normal Distribution. Cambridge University Press.

$$\begin{aligned}
Cov(\hat{m}_{i,j}, \hat{m}_{i,k}) = & var(\mu) + cov(\mu, \hat{\alpha}_{i_k}) + cov(\mu, \hat{\beta}_{j_k}) + \\
& + cov(\mu, \hat{\alpha}_{i_j}) + cov(\hat{\alpha}_{i_j}, \hat{\alpha}_{i_k}) + cov(\hat{\alpha}_{i_j}, \hat{\beta}_{j_k}) + \\
& + cov(\mu, \hat{\beta}_{j_i}) + cov(\hat{\alpha}_{i_k}, \hat{\beta}_{j_i}) + cov(\hat{\beta}_{i_j}, \hat{\beta}_{j_k})
\end{aligned}$$

Finalmente, si se desea obtener el MSE del total de la reserva, definida como suma de las reservas de cada año de accidente, no hay más que generalizar el cálculo anterior, es decir:

$$\widehat{Var}(\hat{R}) = \sum_{i+j>1}^J \widehat{Var}(\hat{C}_{i,j}) + 2 \sum_{j>I-i+1}^J \sum_{k>j}^J \widehat{Cov}(\hat{C}_{i,j}, \hat{C}_{i,k})$$

**Ejemplo N°6:** Siguiendo con el ejemplo de seguros de Automóvil. Los datos que se presentan en el CUADRO N°3.8 corresponden a las reclamaciones hechas a diez compañías acerca de la cobertura de responsabilidad civil en seguros de automóviles. Se va estimar el valor de la IBNR con un Modelo de LogNormal con ayuda del Programa R.

**GRÁFICO N°19:** Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de LogNormal

```

Call:
glm(formula = inc.paid ~ factor(originf) + factor(dev), family =
gaussian(link = "log"),
data = claims)

Deviance Residuals:
 Min 1Q Median 3Q Max
-61.360 -13.148 0.216 14.490 76.089

Coefficients:
 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 7.61727 0.01454 523.750 < 2e-16 ***
factor(originf)1 0.01553 0.01927 0.806 0.433002
factor(originf)2 0.09041 0.01868 4.841 0.000216 ***
factor(originf)3 0.12411 0.01848 6.715 6.92e-06 ***
factor(originf)4 0.17348 0.01821 9.524 9.45e-08 ***
factor(originf)5 0.26556 0.01778 14.933 2.07e-10 ***
factor(originf)6 0.41671 0.01904 21.888 8.51e-13 ***
factor(dev)2 -0.20609 0.01069 -19.275 5.39e-12 ***
factor(dev)3 -1.20762 0.02664 -45.338 < 2e-16 ***
factor(dev)4 -1.57579 0.04317 -36.503 4.55e-16 ***
factor(dev)5 -1.80019 0.06339 -28.397 1.87e-14 ***
factor(dev)6 -1.94967 0.09251 -21.076 1.47e-12 ***
factor(dev)7 -2.18792 0.16682 -13.115 1.27e-09 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 1435.742)

Null deviance: 22090612 on 27 degrees of freedom
Residual deviance: 21536 on 15 degrees of freedom
AIC: 293.53

```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Una vez obtenido los coeficientes del modelo LogNormal, se predice para completar todo el triángulo de la siguiente manera:

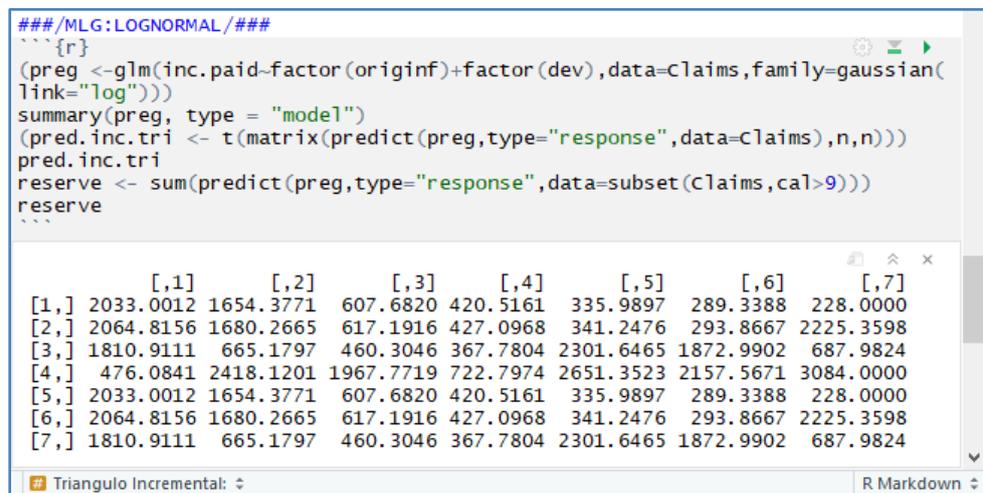
$$X_{1,1} = e^{(7.61727)} = 2010.2347$$

$$X_{2,1} = e^{(7.61727+0.01553)} = 2064.8156$$

$$X_{1,2} = e^{(7.61727-0.20609)} = 1654.3771 \dots$$

Se completa todas las predicciones del triángulo con ayuda del Programa R, y se obtiene las salidas en el Gráfico N°20:

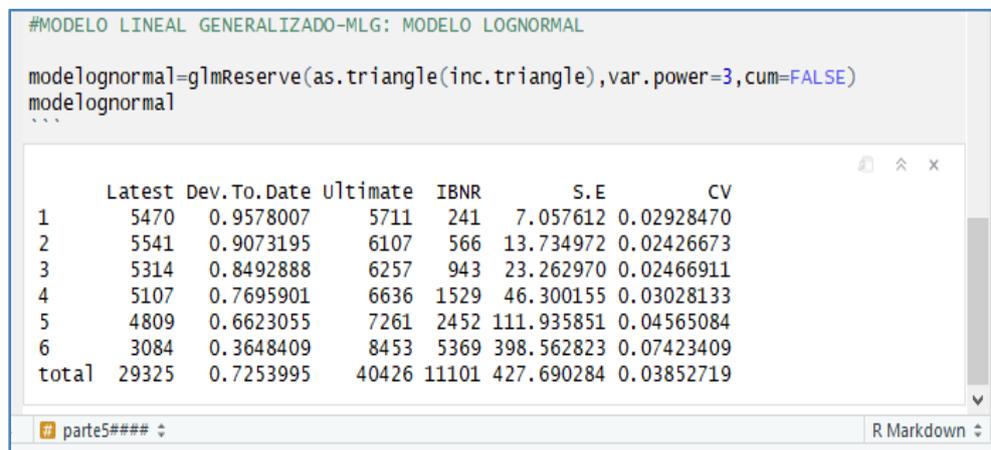
**GRÁFICO N°20:** Triángulo Completo–MLG con Modelo LogNormal



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

Se puede calcular con esta metodología el IBNR-MLG bajo el supuesto de un modelo de distribución LogNormal, el error estándar y el coeficiente de variabilidad total donde ambas estimaciones se presentan en el Gráfico N°21.

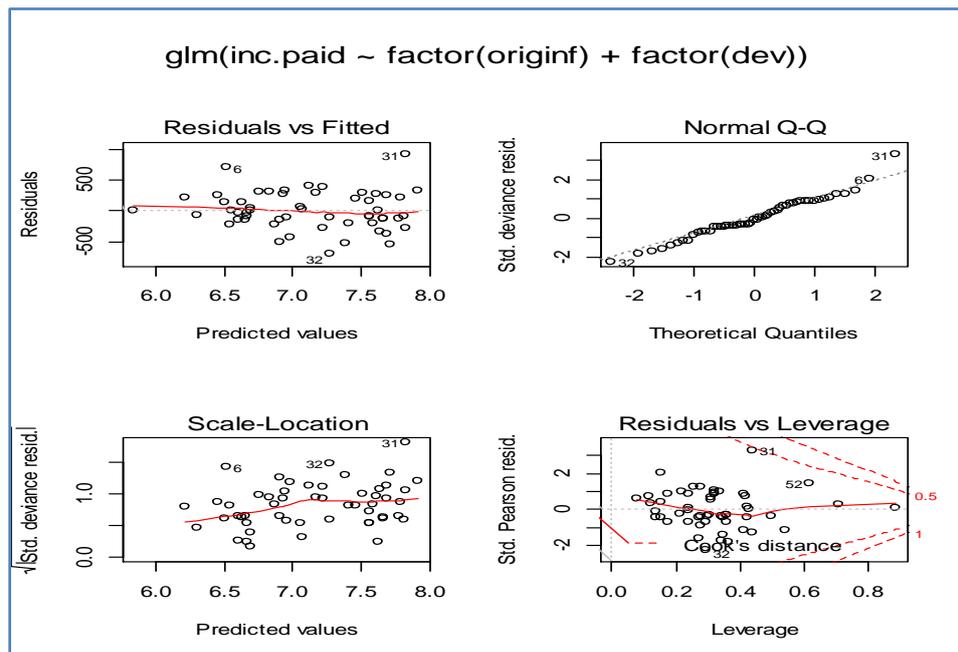
**GRÁFICO N°21:** Cálculo del IBNR–MLG con Modelo LogNormal



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, www.cnsf.gob.mx.

En el siguiente gráfico se puede apreciar el análisis de residuales en el gráfico de QQ-plot, donde la mayoría de puntos están pegados a la línea diagonal, quiere decir que se ajustan a una distribución normal. En el tercer grafico los valores predecidos están dentro del rango  $[-2, 2]$  desviación estándar residual, por lo tanto, se puede afirmar que no tiene algún comportamiento extraño, no encontramos síntomas sobre un ajuste inadecuado en el modelo.

**GRÁFICO N°22:** Gráfico de Residuales –MLG con Modelo LogNormal



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, [www.cnsf.gob.mx](http://www.cnsf.gob.mx).

### 3.2.4 Método Bootstrap:

El remuestreo es una técnica desarrollada para llevar a cabo ciertas inferencias. Se trata de aplicar expresiones analíticas por un mecanismo que se basa en la aplicación de un algoritmo numérico de simulación, se basa en la repetición de un proceso de generación de muestras un número suficientemente número de veces para poder realizar inferencia. Existen dos tipos de bootstrap: el paramétrico y el que no lo es. La diferencia fundamental entre ambos es el conocimiento de la distribución responsable de la generación de los valores que se desea analizar. El enfoque más habitual para el cálculo del IBNR es el paramétrico que a su vez tiene dos enfoques: England y Verrall (1999) y England (2002).

**a) Enfoque de England y Verrall:**

- **En una primera etapa:** Un modelo cuasi Poisson se aplica al triángulo de siniestros para predecir los futuros pagos. De estos se obtiene los residuales de Pearson asumiendo que son aproximadamente “independientes e idénticamente distribuidos”. Estos residuales son remuestreados con reemplazo muchas veces para generar los triángulos bootstrap y así pronosticar los futuros pagos de siniestros y el error del parámetro.
- **En una segunda etapa:** Se simula el error del proceso con bootstrap y asumiendo nuevamente una distribución probabilística, Cuasi Poisson. Es posible también generar esta segunda etapa con una distribución gamma. Las reservas obtenidas de este modo forman la distribución predictiva de la cual podemos obtener medidas estadísticas tales como la media, error estándar y los cuartiles.

En un modelo Poisson, los residuales de Pearson se calculan como sigue:

$$\varepsilon_{i,j} = \frac{Y_{i,j} - \hat{Y}_{i,j}}{\text{Var}(Y_{i,j})}$$

Para obtener un correcto estimador de la varianza se ajustan los residuales por el número de parámetros de la regresión  $k$  y por el número de observaciones  $n$ .

$$\varepsilon_{i,j} = \sqrt{\frac{n}{n-k}} \cdot \frac{Y_{i,j} - \hat{Y}_{i,j}}{\text{Var}(Y_{i,j})}$$

La estrategia es hacer bootstrap sobre los residuales para obtener una muestra  $\varepsilon^b_{i,j}$  y así generar el pseudo triángulo.

$$Y^b_{i,j} = \frac{Y_{i,j} - \hat{Y}_{i,j}}{\text{Var}(Y_{i,j})}$$

Luego, se puede usar técnicas estándar para completar el triángulo y extrapolar la parte inferior del mismo. Es importante tener en cuenta que existe dos tipos de incertidumbre:

- Aquella relacionada con la estimación del modelo.

- Aquella relacionada con el proceso de los pagos futuros.

**b) Bootstrap Chain Ladder:** El método fue propuesto por Bradley Efron en 1979. El término bootstrap hace referencia a la idea de autosuficiencia. Esta metodología se puede explicar de la siguiente manera: sea  $X = (X_1, X_2 \dots, X_n)$  el vector de datos y  $T_n(x)$  el estadístico de interés. El método bootstrap es una técnica consistente en extraer de  $X$  un número de  $B$  grande de muestras aleatorias con reemplazo de tamaño  $n$ .

Cada una de las muestras extraídas se denominan muestras bootstrap,  $X^* = (X^*_1, X^*_2 \dots, X^*_n)$ . Por tanto, si se representa por  $(X^{*1}, X^{*2} \dots, X^{*B})$  las  $B$  muestras bootstrap de tamaño  $n$ , los valores del estadístico en estudio,  $T_n$ , en cada una de ellas,  $T_n(X^{*1}), T_n(X^{*2}), \dots, T_n(X^{*B})$ , se denominan replicaciones bootstrap.

Estos  $B$  valores van a formar una distribución de frecuencias a partir de la cual se obtienen toda una serie de características de la muestra como la media, la desviación típica, etc.; que se define como los estimadores bootstrap de las correspondientes características de la distribución en el muestreo del estimador  $T_n$ , esperanza de  $T_n$ , error de muestreo de  $T_n$ , etc. Además, la propia distribución de frecuencias obtenida a partir de las replicaciones bootstrap tiene su interés y se denomina estimador bootstrap de la distribución en el muestreo de  $T_n$ .

El método bootstrap se basa en el principio “*plug-in*”, que puede interpretarse como la sustitución de la distribución subyacente  $F$  por un estimador  $\hat{F}$ . La selección más frecuente ha sido la función de distribución empírica  $\hat{F}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\{X_i \leq x\}}$ ; donde  $I_{\{X_i \leq x\}} = 1, X_i \leq x$ ; y 0, en otro caso. En tal supuesto, hablamos de bootstrap no paramétrico. Por su parte, si  $F$  es estimada suponiendo un modelo de probabilidad concreto; entonces, se tiene bootstrap paramétrico.

Se representa por  $T_n(\cdot)$  a la media aritmética de las replicaciones bootstrap, se tiene:

$$T_n(\cdot) = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B T_n(x^{*b})$$

; definiéndose el estimador bootstrap del error de muestreo como:

$$\widehat{Se}_{boot} = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{b=1}^B (T_n(x^{*b}) - T_n(\cdot))^2}$$

La aplicación del método bootstrap al problema de la estimación de reservas de seguros de no vida fue enunciado por England y Verral (1998). Cuando el error de predicción tiene una expresión compleja, que dificulta su cálculo analítico, resulta aconsejable la utilización de bootstrap; que como se ha comentado anteriormente, lo que hace es generar muestras con reemplazos a partir de los datos originales. Sin embargo, dado que las reservas suelen estimarse a partir de los modelos de regresión, el remuestreo se debe realizar utilizando los residuos de dicho modelo (Efron y Tibshirani, 1993).

Un aspecto relevante consiste en determinar qué tipo de residuos utilizar; siendo los más habituales los de Pearson. El residuo de Pearson, en concreto, tiene la propiedad de distribuirse asintóticamente como una Distribución Normal con media 0 y desviación típica 1. Así pues, con este tipo de residuo se remuestra una variable que se comporta como una distribución asintótica y conocida.

Para estimar las reservas de seguro patrimonial y su error típico, se señala el siguiente algoritmo que consiste en un total de 9 pasos:

1. Se calculan los factores de proyección según el método Chain Ladder clásico.
2. Se obtienen los valores acumulados estimados. Partiendo de la última diagonal, se calculan los valores de los años anteriores de forma recurrente, dividiendo el valor del año “t” entre el factor de proyección del año “t-1”.

3. Se calculan los incrementos anuales a partir de los valores estimados en el paso 2. La variación en las cantidades estimadas se calcula por filas:

$$m_{i,j} = \begin{cases} \hat{c}_{i,j}; & j = 1 \\ \hat{c}_{i,j} - \hat{c}_{i,j-1}; & 1 < j; j = N - i \end{cases}$$

; donde  $m_{i,j}$  son los incrementos estimados.

4. Obtención de los residuos adimensionales de Pearson ( $\hat{r}_{i,j}$ ). Para su cálculo será aplicación la siguiente expresión:

$$\hat{r}_{i,j} = \frac{C_{i,j} - m_{i,j}}{\sqrt{m_{i,j}}}$$

5. Se remuestran los residuos obtenidos en el apartado anterior. Se aplica la técnica bootstrap, imponiendo la condición de que todos los residuos tengan la misma probabilidad de ser remuestreados.
6. Se calculan los incrementos a partir de la muestra obtenida por el método bootstrap. Se tendrán que deshacer los pasos 3 y 4, partiendo de la expresión de los residuos de Pearson, es decir:

$$\hat{C}_{i,j} = \hat{r}_{i,j} \sqrt{m_{i,j}} + m_{i,j}$$

7. Con los incrementos obtenidos en el paso 6, los datos acumulados se regeneran mediante adición.
8. Se vuelven a calcular los factores de proyección según el método Chain Ladder clásico de las muestras generadas. A partir de los datos acumulados, se obtienen los factores de la muestra bootstrap.
9. Para finalizar, se obtienen las reservas a partir de la muestra bootstrap y sus factores de proyección.

El proceso de nueve pasos descrito se repite un número elevado de veces, procediendo a guardar el resultado de las reservas de cada anualidad y la reserva total.

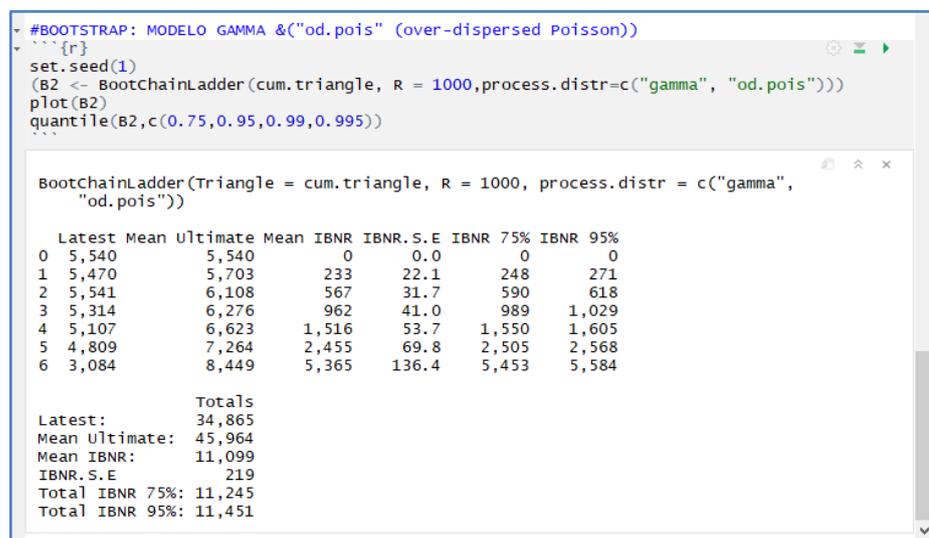
En el año 2002, England modificó el método Bootstrap Chain Ladder (1999), dando lugar a una combinación de bootstrap no paramétrico y paramétrico para la estimación de reservas de seguros. El procedimiento se define como:

1. Usar la técnica bootstrap propuesta por England y Verrall (199) y se estiman los parámetros de la distribución.
2. Simular la distribución de las predicciones, suponiendo que estas siguen una distribución concreta. Normalmente, se suele considerar la distribución Gamma o la Poisson sobredispersa.

**Ejemplo N°7:** Siguiendo con el caso de seguros de Automóvil. Como ya se sabe los datos que se presentan en el CUADRO N°3.8 corresponden a las reclamaciones acerca de la cobertura de responsabilidad civil en seguros de automóviles. En este ejemplo se va calcular el valor de la IBNR con un Modelo de Simulación Bootstrap asumiendo una distribución Gamma con ayuda del Programa R.

Las etapas *bootstrapping/simulación* se encuentra implementadas en el paquete ChainLadder dentro de la función BootChainLadder. Los parámetros que se prevén para el modelo son el triángulo acumulado, el número de muestras y la distribución que se asume el proceso.

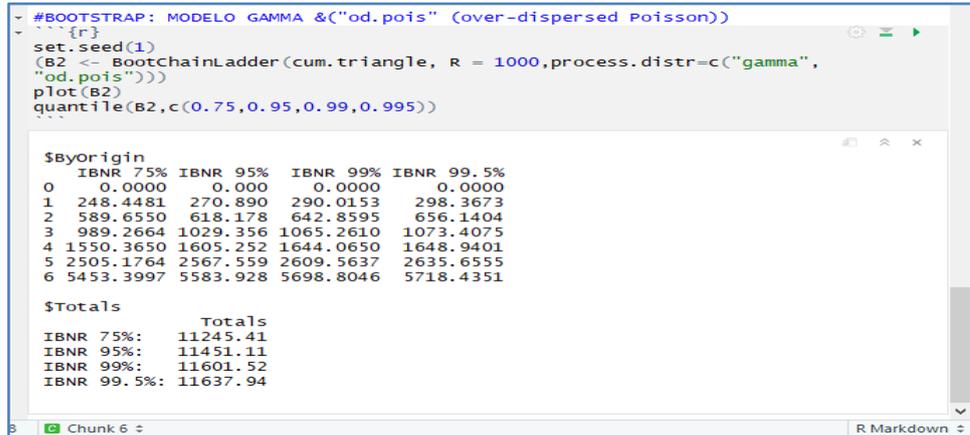
### GRÁFICO N°23: Gráfico de Resultados de Simulación Bootstrap



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, [www.cnsf.gob.mx](http://www.cnsf.gob.mx).

En cuanto al capital económico, es deseable mirar los percentiles extremos de la data simulada. Esta función se encuentra también programada dentro de la función `BootChainLadder`.

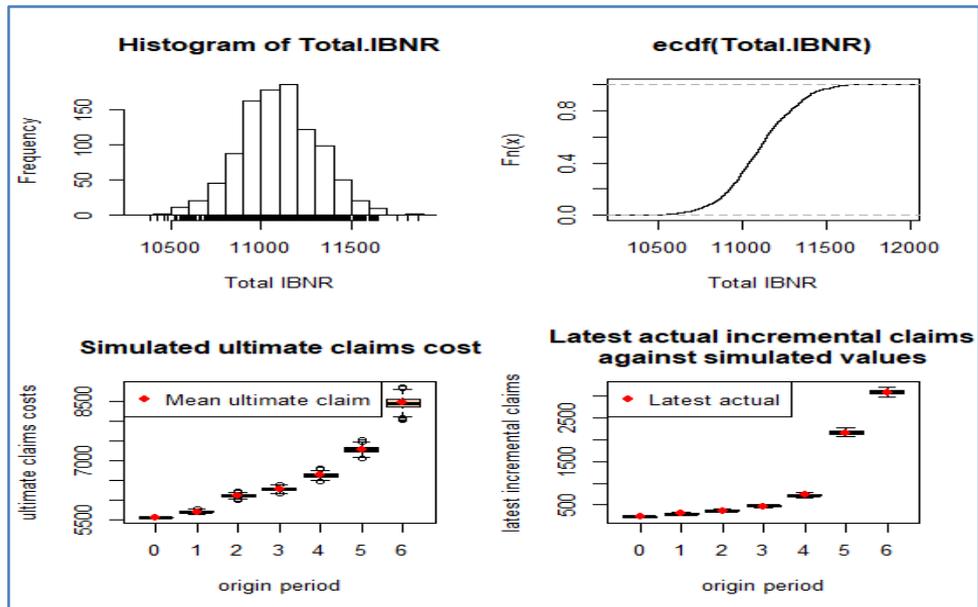
### GRÁFICO N°24: Gráfico de Percentiles con Simulación Bootstrap



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, [www.cnsf.gob.mx](http://www.cnsf.gob.mx).

El Gráfico N°25 muestra el boxplot de los pagos por siniestros totales estimados destacando el gran incremento en el nivel de pagos a partir de 2<sup>do</sup> año. Se puede apreciar además que la media y la mediana son muy similares por lo que ambos se marcan de color rojo. Hay que tener en cuenta no se registra mucha presencia de valores atípicos en las estimaciones realizadas.

### GRÁFICO N°25: Gráfico de Pagos Futuros con Simulación Bootstrap



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos de la Comisión de Seguros CNSF, [www.cnsf.gob.mx](http://www.cnsf.gob.mx).

## 4. METODOLOGÍA:

### 4.1.- Tipo de Estudio:

El diseño de esta investigación no es experimental con enfoque descriptivo y cuantitativo, además se hará un análisis estadístico actuarial sobre una fuente primaria. La investigación es longitudinal ya que se va analizar los cambios a través del tiempo.

### 4.2.- Fuente de Datos:

Los datos considerados en la presente investigación comprenden a los usuarios de seguro patrimonial (Seguro de no vida) de una compañía IAFA de seguros del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú tomado de sus estados financieros al 31 de diciembre de 2017. Las IAFAS<sup>6</sup> son las encargadas de captar y gestionar los fondos para el aseguramiento de prestaciones de salud y las coberturas de riesgo de los asegurados. Entre ellas tenemos al SIS, ESSALUD, de las Fuerzas Armadas y Policiales, EPS, Prepagas, Autoseguros, Compañías de Seguros y Afocats. Se va a comparar el método determinístico de Mack de distribución libre y los modelos estocásticos, cuál sería la estimación de IBNR con menor error estándar o coeficiente de variabilidad.

### 4.3. Definición de la Unidad de Análisis:

La unidad de análisis es el pago por siniestro registrado, donde se le puede definir como la manifestación del riesgo asegurado; el siniestro es un acontecimiento que origina daños concretos que se encuentran garantizados en la póliza hasta una determinada cuantía, obligando a la compañía aseguradora a restituir, total o parcialmente, al asegurado, el capital garantizado en el contrato del seguro.

**Población:** Base de Datos de siniestros del ramo de seguro de riesgo de transporte de bienes de una compañía IAFA del Perú.

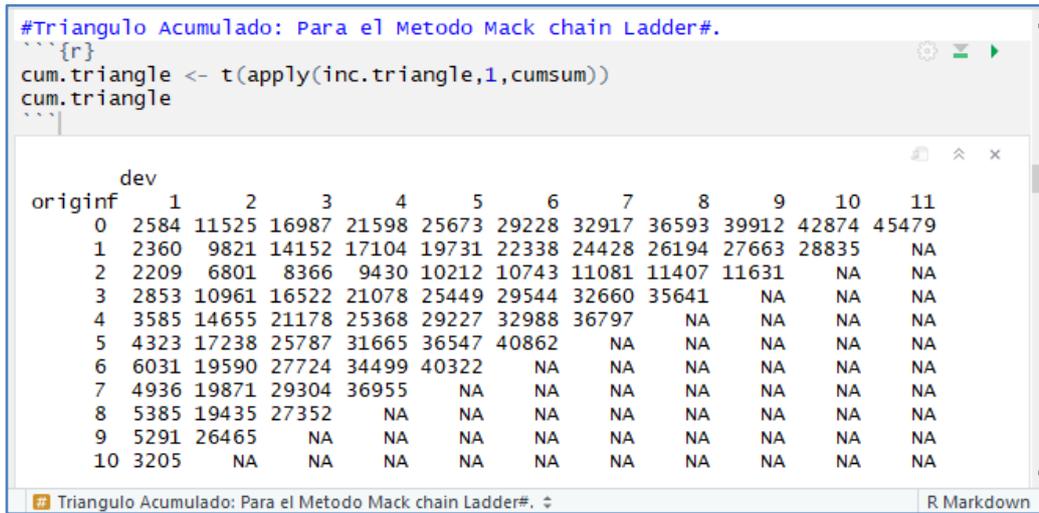
**Muestra:** 66 reportes de pagos de siniestros (2007-2017) en miles de dólares.

**Estudios del Caso:** El diseño de esta investigación es no experimental con enfoque cuantitativo ya que se hará un análisis estadístico sobre fuentes primarias. El método a seguir la investigación es longitudinal ya que se analizarán los cambios a través del tiempo, ya sea la variabilidad o volatilidad.

---

<sup>6</sup> IAFA son las Instituciones Administradoras de Fondos Administrativos, aquellas empresas públicas, privadas o mixtas, que reciban, capten y/o gestionen fondos para la cobertura de las atenciones de salud o que oferten cobertura de riesgos, bajo cualquier modalidad. Por estricta política de seguridad no se puede citar a la compañía aseguradora.

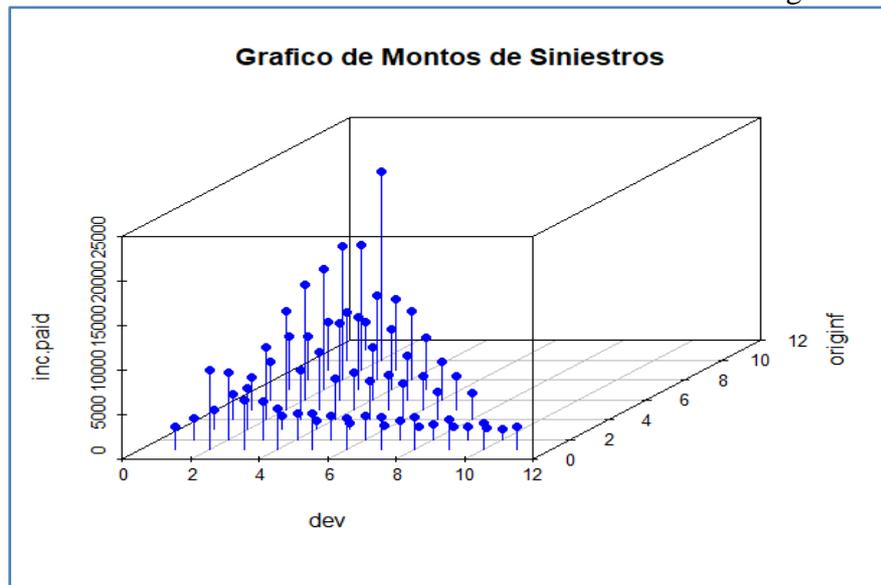
## GRÁFICO N°26: Triángulo Acumulado del Modelo de Mack Chain Ladder



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

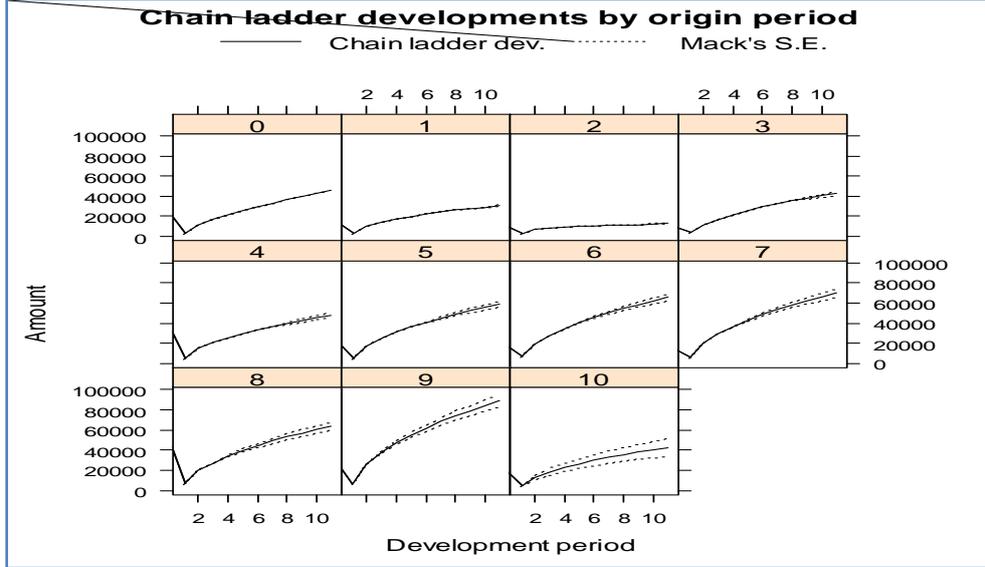
Con el análisis de programación en Lenguaje R se obtiene gráficas que nos ayudan en el análisis exploratorio. En el Gráfico N°27 de montos de siniestros se puede apreciar que no hay presencia de valores atípicos en el triángulo incremental. Si se desagregan los resultados en función de la ocurrencia de los siniestros, se puede observar la posible variabilidad de estos en el Gráfico N°28, se aprecia un mayor incremento a partir del 3<sup>er</sup> año de desarrollo.

## GRÁFICO N°27: Ploteo del Monto de Siniestros en el Programa R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

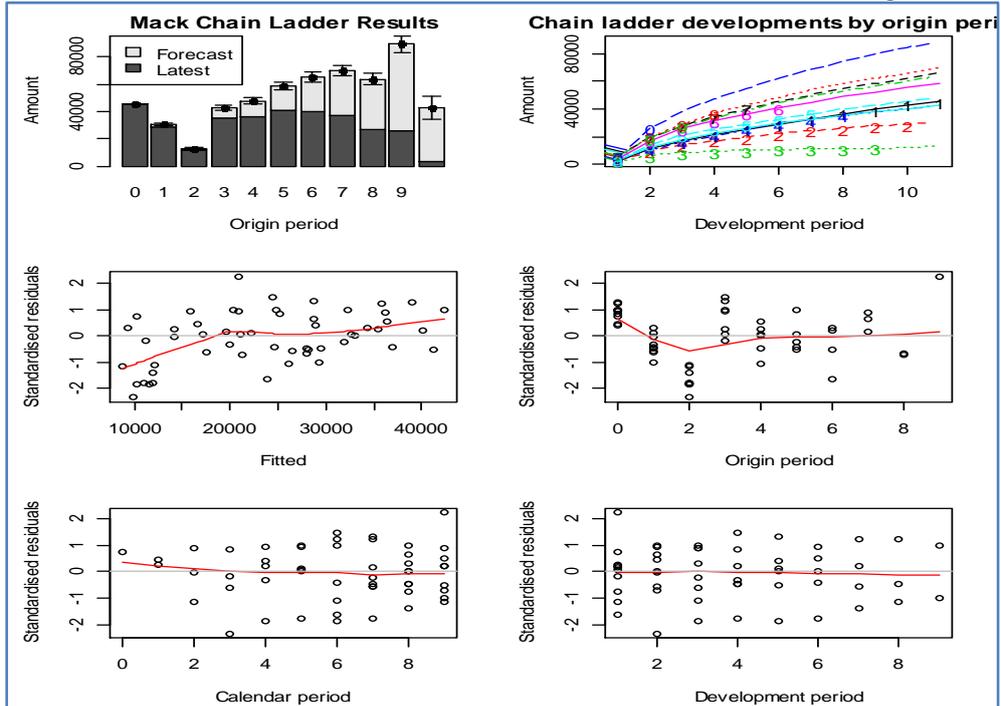
**GRÁFICO N°28: Ploteo del Método Mack Chain Ladder en el Programa R**



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

Los métodos clásicos se caracterizan por utilizar un enfoque determinístico, no se puede observar la posible variabilidad. En el Gráfico N°28 en el primer ploteo del modelo de Mack, en el boxplot se muestran los pagos por siniestros actuales, la estimación futura y la variabilidad, por lo tanto, no hay bandas tremendamente dilatadas. Se destaca una pequeña dispersión que se produce en los siniestros ocurridos a partir del 3<sup>er</sup> año de desarrollo, es decir a partir del año 2010. Se aprecia además en el Gráfico N°29 que sus errores estándares no son mayores que dos.

**GRÁFICO N°29: Ploteo del Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R**



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

#### 4.4.- Principales Variables de Análisis:

Se ha tomado como referencia las variables utilizadas en otros trabajos con propósitos similares. A continuación, se han considerado relevante la siguiente variable:

- **Siniestros Incurridos:** Se define los siniestros reportados o incurridos de la siguiente manera:  $\text{Siniestros Incurridos} = \text{Siniestros Pagados} + \text{RSP}$  “Reservas de Siniestros Pendientes”.
- **Reservas Técnicas IBNR (Incurred but not reported):** Es el monto a pagar por aquellos siniestros que ha ocurrido pero que aún no han sido denunciados a la aseguradora y por lo tanto la aseguradora no conoce su existencia, avisos tardíos tramitación atrasada, reconocimiento tardío o sentencias judiciales. Se van estimar utilizando el método denominado triángulos de la siniestralidad, en la versión conocida como Chain Ladder, la cual se basa en un arreglo matricial que permite clasificar los montos de siniestros por periodos de ocurrencia y periodos de diferimiento en el pago de los siniestros.

#### 4.5.- Herramientas Utilizadas y de Procesamiento de Datos:

Los instrumentos de medición a utilizar se describen a continuación:

##### a) **Métodos de Distribución Libre Determinístico**

- Método de Grossing Up
- Método de Link Ratio
- Método de Chain Ladder
- **Modelo de Mack:** El modelo de escalera de cadena de Mack pronostica desarrollos de reclamos futuros basados en un triángulo histórico de desarrollo de reclamos acumulativos y estima el error estándar en torno a ellos, esta es la diferencia con el Método de Chain Ladder determinístico.

##### b) **Modelos Estocásticos:** Estos modelos se predicen en un modelo lineal generalizado, donde los errores no se ajustan a la clásica distribución normal.

- Modelo LogNormal
- Modelo de Poisson
- Modelo de Gamma

##### c) **Programa Estadístico R:** Es un software libre y uno de los lenguajes más utilizados en investigación por la comunidad estadística. Además es muy popular en el campo de

la minería de datos, la investigación biomédica, la bioinformática y los cálculos financieras. El Lenguaje R se trata de una aplicación informática creado por Ross Ihaka y Robert Gentleman en 1993. R tiene una doble naturaleza de software y como lenguaje de programación, es considerado como un dialecto de S, creado por los Laboratorios AT&T Bell. Se va probar las sintaxis en dos versiones del programa R las versiones Rx64 3.4.3 y Rx64 3.5.1, así también se probará en R-Studio que tiene mejor capacidad avanzadas de gráficos y mejor edición de resultados.

Entre sus principales características destacan las siguientes:

- Licencia libre: R se distribuye gratuitamente bajo los términos GNU (General Public License).
- Idioma: inglés.
- Funciona en los siguientes sistemas operativos: Windows, Linux (Debian, Mandrake, RedHat, SuSe), Macintosh y Alpha Unix.
- Fácil instalación: los archivos necesarios para instalar R se distribuyen desde el sitio de Internet Comprehensive R Archive Network (CRAN).
- Continuo desarrollo del programa: su desarrollo técnico y distribución es llevado a cabo por estadísticos, conocidos como el Grupo Nuclear de Desarrollo de R.
- Dispone de numerosas librerías para aplicaciones estadísticas concretas: las librerías son elaboradas por los usuarios y, tras su correspondiente revisión, son compartidas con el resto, de acuerdo a la filosofía de proyecto colaborador de R.

## **5. APLICACIÓN DE TÉCNICAS DE MEDICIÓN DE RESERVAS-IBNR:**

### **5.1 Cálculo de reservas de siniestros ocurridos y no reportados – IBNR**

Lo que se pretende estimar son las obligaciones que la entidad aseguradora tiene a la fecha, por los pagos indemnizatorios brindados a sus afiliados pero que no le han sido reportados. Primero se va calcular con el método determinístico con el Modelo de Mack, donde no se utilizan hipótesis alguna sobre la naturaleza estadística de la distribución subyacente, lo que se pretende es simplemente obtener el valor previsible que deberían tener las reservas, siempre en función solamente de los datos pasados de liquidación. Si es que se apreciara un crecimiento negativo entre los pagos realizados en un año de desarrollo frente al siguiente, provocaría que la Distribución Libre de Mack no se pueda aplicar, Mack demostró que las estimaciones del Chain Ladder de pagos por siniestros acumulados son insesgados

Los modelos estocásticos facilitan mayor información. Permiten obtener una distribución completa de posibles resultados y un proceso formal para estimar al valor esperado. Asimismo, posibilitan conocer tanto la variabilidad de los pagos de siniestros de cada línea de negocio individual, como la correlación de la siniestralidad entre las distintas líneas de negocio. Esto facilita el cálculo de los requerimientos de capital para el riesgo de la reserva bajo Solvencia, a partir del resultado del desarrollo de la siniestralidad para cada línea de negocio. Se podrá disponer de una visión estocástica de sus pagos pendientes en horizontes temporales de un año, dos años, etc. hasta la liquidación de las reservas, además del efecto de su descuento y el cálculo de márgenes de riesgo.

**CUADRO N° 5.1 Triángulo Acumulado del Método de Grossing Up para Estimar el IBNR**

Originf	Años de Desarrollo										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2,584	11,525	16,987	21,598	25,673	29,228	32,917	36,593	39,912	42,874	<b>45,479</b>
1	2,360	9,821	14,152	17,104	19,731	22,338	24,428	26,194	27,663	<b>28,835</b>	
2	2,209	6,801	8,366	9,430	10,212	10,743	11,081	11,407	<b>11,631</b>		
3	2,853	10,961	16,522	21,078	25,449	29,544	32,660	<b>35,641</b>			
4	3,585	14,655	21,178	25,368	29,227	32,988	<b>36,797</b>				
5	4,323	17,238	25,787	31,665	36,547	<b>40,862</b>					
6	6,031	19,590	27,724	34,499	<b>40,322</b>						
7	4,936	19,871	29,304	<b>36,955</b>							
8	5,385	19,435	<b>27,352</b>								
9	5,291	<b>26,465</b>									
10	<b>3,205</b>										

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

	Años de Desarrollo											C <sub>0,∞</sub>
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>C<sub>0,j</sub></b>	2,584	11,525	16,987	21,598	25,673	29,228	32,917	36,593	39,912	42,874	45,479	45,479
<b>p<sub>i</sub>(%)</b>	<b>5.68%</b>	<b>25.34%</b>	<b>37.35%</b>	<b>47.49%</b>	<b>56.45%</b>	<b>64.27%</b>	<b>72.38%</b>	<b>80.46%</b>	<b>87.76%</b>	<b>94.27%</b>	<b>100.00%</b>	

	Años de Ocurrencia											IBNR
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>C<sub>0,10</sub></b>	45,479	30,587	13,253	44,296	50,840	63,582	71,429	77,816	73,229	104,434	56,409	<b>297,809.80</b>

**CUADRO N° 5.2 Triángulo Acumulado del Método de Link Ratio para Estimar el IBNR**

Originf	Años de Desarrollo											C <sub>0,∞</sub>
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	2,584	11,525	16,987	21,598	25,673	29,228	32,917	36,593	39,912	<b>42,874</b>	<b>45,479</b>	<b>45,479</b>
1	2,360	9,821	14,152	17,104	19,731	22,338	24,428	26,194	<b>27,663</b>	<b>28,835</b>		
2	2,209	6,801	8,366	9,430	10,212	10,743	11,081	<b>11,407</b>	<b>11,631</b>			
3	2,853	10,961	16,522	21,078	25,449	29,544	<b>32,660</b>	<b>35,641</b>				
4	3,585	14,655	21,178	25,368	29,227	<b>32,988</b>	<b>36,797</b>					
5	4,323	17,238	25,787	31,665	<b>36,547</b>	<b>40,862</b>						
6	6,031	19,590	27,724	<b>34,499</b>	<b>40,322</b>							
7	4,936	19,871	<b>29,304</b>	<b>36,955</b>								
8	5,385	<b>19,435</b>	<b>27,352</b>									
9	<b>5,291</b>	<b>26,465</b>										
10	<b>3,205</b>											

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

	Años de Desarrollo										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Rj</b>	3.950	1.432	1.227	1.158	1.122	1.094	1.076	1.055	1.058	1.061	1.000

	Años de Desarrollo										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Fj</b>	12.585	3.186	2.224	1.813	1.565	1.396	1.275	1.185	1.123	1.061	1.000

	Años de Ocurrencia											IBNR
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>C<sub>0,10</sub></b>	45,479	30,587	13,057	42,230	46,920	57,024	63,119	67,002	60,837	84,312	40,334	<b>217,357.00</b>

**CUADRO N° 5.3 Triángulo Acumulado del Método de Chain Ladder para estimar el IBNR**

Originf	Años de Desarrollo										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	2,584	11,525	16,987	21,598	25,673	29,228	32,917	36,593	39,912	42,874	<b>45,479</b>
1	2,360	9,821	14,152	17,104	19,731	22,338	24,428	26,194	27,663	<b>28,835</b>	
2	2,209	6,801	8,366	9,430	10,212	10,743	11,081	11,407	<b>11,631</b>		
3	2,853	10,961	16,522	21,078	25,449	29,544	32,660	<b>35,641</b>			
4	3,585	14,655	21,178	25,368	29,227	32,988	<b>36,797</b>				
5	4,323	17,238	25,787	31,665	36,547	<b>40,862</b>					
6	6,031	19,590	27,724	34,499	<b>40,322</b>						
7	4,936	19,871	29,304	<b>36,955</b>							
8	5,385	19,435	<b>27,352</b>								
9	5,291	<b>26,465</b>									
10	<b>3,205</b>										

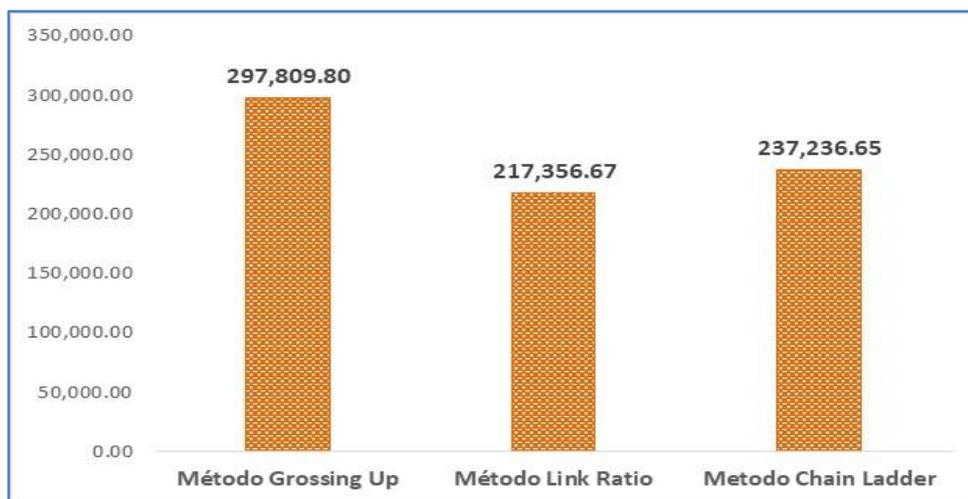
Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

	Años de Desarrollo									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>R<sub>j</sub></b>	3.95	1.44	1.24	1.16	1.13	1.10	1.09	1.07	1.06	1.06

	Años de Desarrollo									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>F<sub>j</sub></b>	13.348	3.377	2.341	1.895	1.627	1.442	1.306	1.202	1.126	1.061

	Años de Ocurrencia											IBNR
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
<b>C<sub>0,10</sub></b>	45,479	30,587	13,092	42,830	48,046	58,927	65,619	70,024	64,030	89,367	42,780	<b>237,236.65</b>

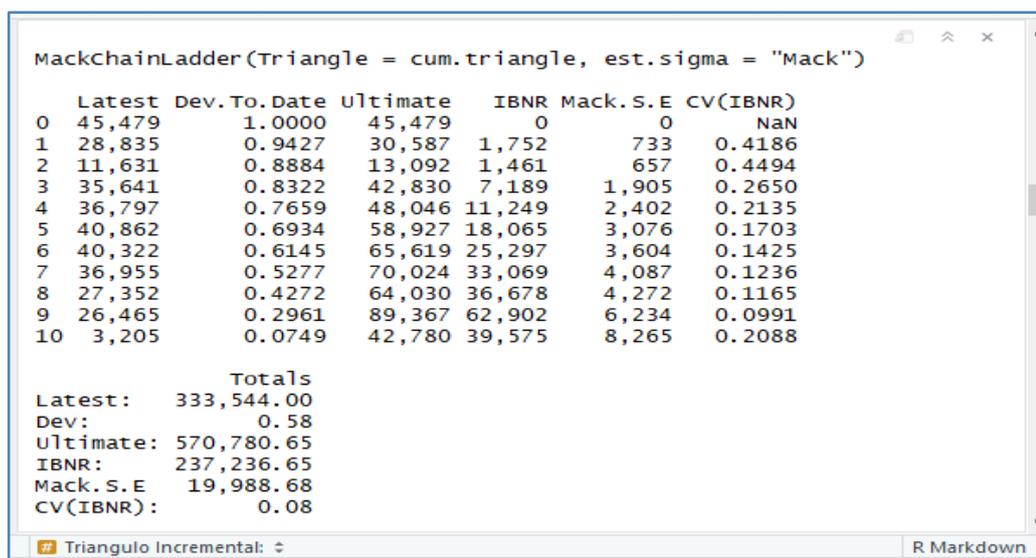
### GRÁFICO N°30: Métodos Clásicos de Estimación de IBNR



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

La estimación determinística clásica no provee de información estadística sobre el nivel de suficiencia de las reservas contables, nos referimos además de proveer información del error estándar y el coeficiente de variabilidad. Asimismo, tampoco facilita la explicación la variabilidad inherente en las reservas. Sin embargo, el Modelo de Mack Chain Ladder se basa en establecer el error de predicción del Chain Ladder, con este dato se puede comparar con los modelos estocásticos.

### GRÁFICO N°31: IBNR con el Modelo Mack Chain Ladder en el Programa R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

El modelo de Mack proporciona la misma estimación de las reservas de seguros de no vida que la versión determinista de Chain Ladder, define una medida de dispersión o variabilidad de la estimación de reservas, concretamente, calcula el error cuadrático medio; suponiendo para todo ello que los datos observados no van a seguir una

distribución de probabilidad concreta (“distribution-free”), en el Gráfico N°31 se aprecia la salida de resultados del Programa R, donde el error estándar o típico de las reservas IBNR es de S/. 19,988.68.

## 5.2 Estimación de la reserva de siniestros ocurridos y no reportados – IBNR con Modelos MGL

El MLG se trata de una técnica de modelización estadística aplicable al cálculo de provisiones técnicas o reservas de seguros de no vida o patrimonial. Estos modelos generalizan el método Chain Ladder desde el punto de vista estocástico. Así pues, si utilizamos MLG para modelar los datos del triángulo de siniestros en el cálculo de provisiones técnicas, no se va a imponer que la distribución del error sea cualquiera se va a estimar el criterio de información de AIC para determinar la distribución. Además, junto con una función de enlace canónica logarítmica que ya se demostró en la sección 3.6.2; entonces, se obtendrían las mismas estimaciones que en Chain Ladder clásico, pero con las particularidades de los modelos estocásticos.

**GRÁFICO N°32:** Cálculo de Coeficientes–MLG con Modelo de Poisson en R

```

Residual deviance: 6910 AIC: 7616

call:
glm(formula = inc.paid ~ factor(originf) + factor(dev), family = poisson,
 data = claims)

Deviance Residuals:
 Min 1Q Median 3Q Max
-22.878 -5.758 -0.553 4.154 33.623

Coefficients:
 Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) 8.133651 0.007118 1142.684 < 2e-16 ***
factor(originf)1 -0.396676 0.007616 -52.084 < 2e-16 ***
factor(originf)2 -1.245213 0.010495 -118.643 < 2e-16 ***
factor(originf)3 -0.060022 0.007286 -8.238 < 2e-16 ***
factor(originf)4 0.054905 0.007280 7.542 4.62e-14 ***
factor(originf)5 0.259054 0.007145 36.258 < 2e-16 ***
factor(originf)6 0.366611 0.007222 50.766 < 2e-16 ***
factor(originf)7 0.431583 0.007436 58.042 < 2e-16 ***
factor(originf)8 0.342109 0.008123 42.117 < 2e-16 ***
factor(originf)9 0.675496 0.008341 80.988 < 2e-16 ***
factor(originf)10 -0.061183 0.019044 -3.213 0.00131 **
factor(dev)2 1.082763 0.005817 186.127 < 2e-16 ***
factor(dev)3 0.559039 0.006632 84.296 < 2e-16 ***
factor(dev)4 0.294536 0.007351 40.068 < 2e-16 ***
factor(dev)5 0.146505 0.008155 17.964 < 2e-16 ***
factor(dev)6 0.052309 0.009118 5.737 9.64e-09 ***
factor(dev)7 -0.033615 0.010430 -3.223 0.00127 **
factor(dev)8 -0.122417 0.012208 -10.027 < 2e-16 ***
factor(dev)9 -0.287225 0.015448 -18.593 < 2e-16 ***
factor(dev)10 -0.321001 0.016828 -19.075 < 2e-16 ***
factor(dev)11 -0.268463 0.020846 -12.879 < 2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Chunk 3 ↕
R Markdown ↕

```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

Respecto a la estimación del AIC, se tuvo que hacer uso de sintaxis del Lenguaje R con ayuda de algunas librerías, se obtiene las salidas en el GRÁFICO N°32, donde el AIC de Akaike bajo un supuesto de modelo de distribución de poisson es de 7,616.

**GRÁFICO N°33:** Cálculo de Coeficientes-MLG con Modelo de Gamma en R

```

Residual Deviance: 4.089 AIC: 1134

Call:
glm(formula = inc.paid ~ factor(originf) + factor(dev), family = Gamma(link = "log"),
 data = claims)

Deviance Residuals:
 Min 1Q Median 3Q Max
-0.69230 -0.12324 0.00000 0.06836 0.96635

Coefficients:
 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 8.39742 0.14449 58.118 < 2e-16 ***
factor(originf)1 -0.50388 0.14066 -3.582 0.000832 ***
factor(originf)2 -1.52990 0.14640 -10.450 1.29e-13 ***
factor(originf)3 -0.11746 0.15253 -0.770 0.445280
factor(originf)4 -0.06613 0.15960 -0.414 0.680583
factor(originf)5 0.11252 0.16823 0.669 0.507011
factor(originf)6 0.23932 0.17930 1.335 0.188668
factor(originf)7 0.26679 0.19442 1.372 0.176801
factor(originf)8 0.15883 0.21697 0.732 0.467928
factor(originf)9 0.37335 0.25572 1.460 0.151236
factor(originf)10 -0.32496 0.34612 -0.939 0.352822
factor(dev)2 1.02524 0.14066 7.289 3.81e-09 ***
factor(dev)3 0.42563 0.14640 2.907 0.005642 **
factor(dev)4 0.13109 0.15253 0.859 0.394652
factor(dev)5 -0.03375 0.15960 -0.211 0.833467
factor(dev)6 -0.15461 0.16823 -0.919 0.362962
factor(dev)7 -0.30899 0.17930 -1.723 0.091686 .
factor(dev)8 -0.43737 0.19442 -2.250 0.029413 *
factor(dev)9 -0.67360 0.21697 -3.105 0.003291 **
factor(dev)10 -0.59321 0.25572 -2.320 0.024949 *
factor(dev)11 -0.53224 0.34612 -1.538 0.131123

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

**GRÁFICO N°34:** Cálculo de Coeficientes-MLG con Modelo de LogNormal en R

```

Residual Deviance: 19410000 AIC: 1062

Call:
glm(formula = inc.paid ~ factor(originf) + factor(dev), family = gaussian(link = "log"),
 data = claims)

Deviance Residuals:
 Min 1Q Median 3Q Max
-1495.4 -423.8 0.0 247.0 1438.6

Coefficients:
 Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 8.0401341 0.0686178 117.173 < 2e-16 ***
factor(originf)1 -0.3195432 0.0767366 -4.164 0.000139 ***
factor(originf)2 -1.0573218 0.1394306 -7.583 1.40e-09 ***
factor(originf)3 -0.0548187 0.0674277 -0.813 0.420499
factor(originf)4 0.1154797 0.0630706 1.831 0.073733 .
factor(originf)5 0.3156999 0.0590816 5.343 2.91e-06 ***
factor(originf)6 0.3920200 0.0584673 6.705 2.79e-08 ***
factor(originf)7 0.4785046 0.0579439 8.258 1.46e-10 ***
factor(originf)8 0.3912104 0.0616605 6.345 9.60e-08 ***
factor(originf)9 0.7825385 0.0574505 13.621 < 2e-16 ***
factor(originf)10 0.0323333 0.2161231 0.150 0.881744
factor(dev)2 1.1144119 0.0533324 20.896 < 2e-16 ***
factor(dev)3 0.6113171 0.0608590 10.045 4.52e-13 ***
factor(dev)4 0.3593032 0.0692842 5.186 4.94e-06 ***
factor(dev)5 0.2063455 0.0810667 2.545 0.014413 *
factor(dev)6 0.1078334 0.0963639 1.119 0.269068
factor(dev)7 0.0611632 0.1164701 0.525 0.602063
factor(dev)8 -0.0002292 0.1451128 -0.002 0.998747
factor(dev)9 -0.1361679 0.1989866 -0.684 0.497291
factor(dev)10 -0.2176612 0.2221070 -0.980 0.332334
factor(dev)11 -0.1749461 0.2613142 -0.669 0.506606

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

En estos dos últimos gráficos se aprecian las estimaciones del AIC, primero con un modelo de distribución de Gamma y luego con LogNormal, con ayuda de sintaxis en Lenguaje R se muestran los valores 1,134 y 1,062 respectivamente. Si comparamos estas tres últimas salidas del Programa R, según el criterio de Akaike (AIC) el que presenta menor valor es el mejor modelo ajustado. Por lo tanto, se puede apreciar que los datos de ajustan mejor a una distribución LogNormal.

**CUADRO N° 5.4: Modelos Estocásticos, Cálculo del Estimador de AIC**

Modelo	IBNR	S.E	AIC
Mack Chain Ladder	237,236.65	19,988.68	-
<b>Modelos Estocásticos:</b>			
Poisson	237,237	18,924.12	7,616.0
Gamma	196,439	25,496.92	1,133.9
<b>LogNormal</b>	<b>119,404</b>	<b>18,678.05</b>	<b>1,062.4</b>

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

La estimación que presenta un menor AIC (Criterio de Información de Akaike) 1,062.4, es el modelo estocástico de la distribución logNormal, quiere decir los datos recolectados se ajustan a esta distribución. Por lo tanto, el error estándar correspondiente a este modelo es de 18,678.05 es el más bajo y su importe de provisión técnica de seguros es de S/. 119,404. Así pues, desde el punto de vista de la eficiencia estadística, la estimación proporcionada por este modelo sería la más adecuada.

**GRÁFICO N°35: Cálculo del IBNR-MLG con Modelo LogNormal en R**

```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO LOGNORMAL (Averiguar=3)
{r}

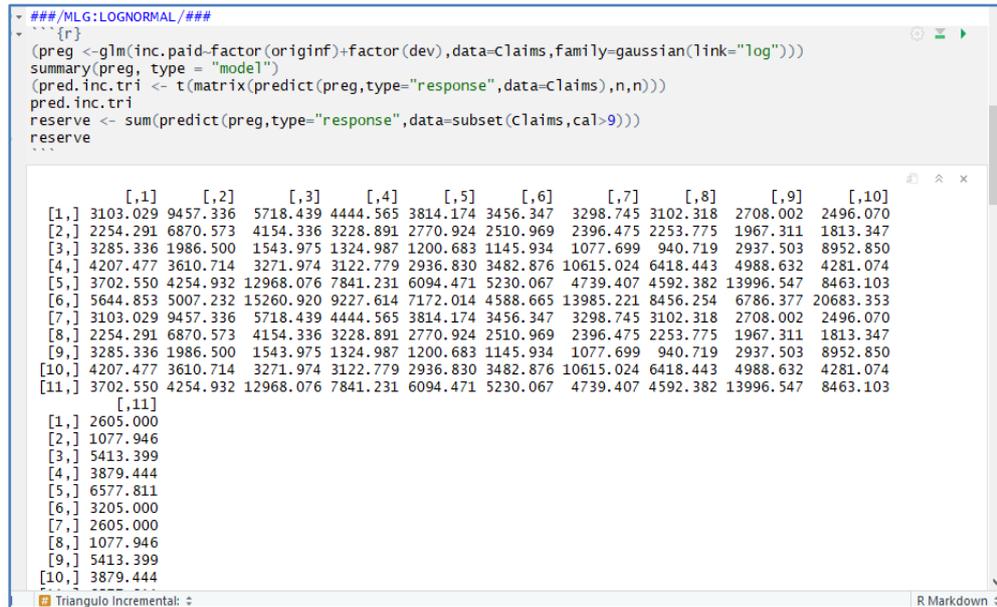
modelognormal=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=3,cum=FALSE)
modelognormal
```

	Latest	Dev. To. Date	Ultimate	IBNR	S.E	CV
1	28835	0.9566068	30143	1308	514.4054	0.3932763
2	11631	0.9540645	12191	560	119.2656	0.2129742
3	35641	0.8675576	41082	5441	1335.1243	0.2453822
4	36797	0.8295460	44358	7561	1756.5430	0.2323162
5	40862	0.8042276	50809	9947	2412.8555	0.2425712
6	40322	0.7428382	54281	13959	3865.7799	0.2769382
7	36955	0.6725817	54945	17990	5729.8339	0.3185011
8	27352	0.5984727	45703	18351	6330.8088	0.3449844
9	26465	0.5217554	50723	24258	10568.0484	0.4356521
10	3205	0.1379444	23234	20029	8388.4341	0.4188144
total	288065	0.7069618	407469	119404	18678.0483	0.1564273

# Calculamos el error estandar del IBNR ↕ R Markdown

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

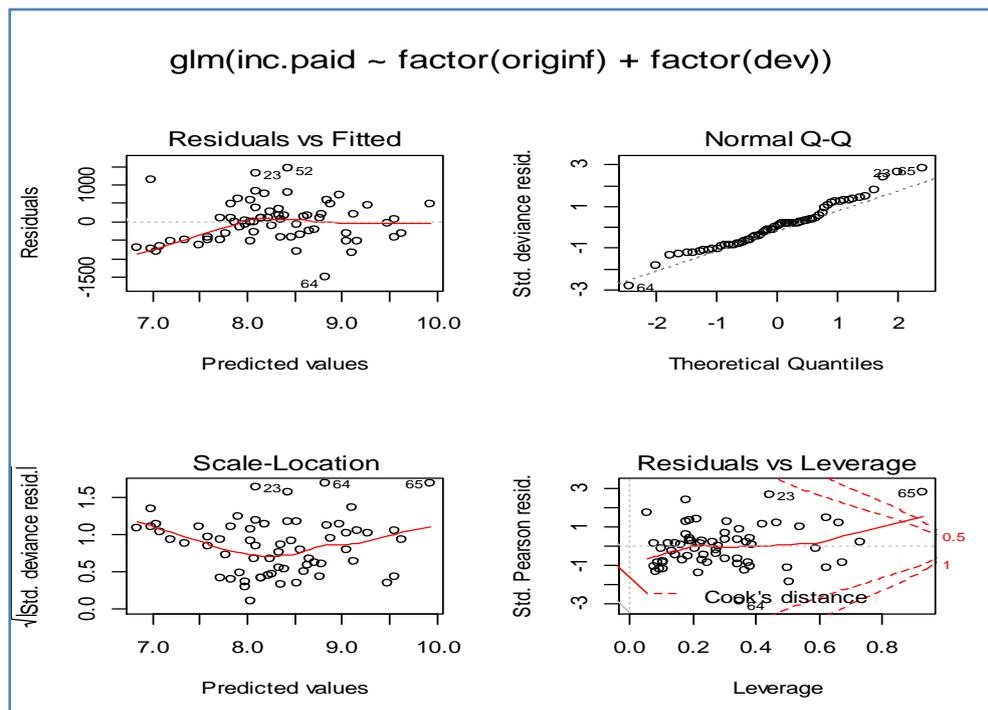
## GRÁFICO N°36: Triángulo Completo–MLG con Modelo LogNormal en R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

En el GRÁFICO N°37 se puede apreciar el análisis de residuales en el gráfico de QQ-plot, donde la mayoría de puntos no están pegados a la línea, quiere decir que no se ajustan a una distribución normal. En el tercer grafico la mayoría de los valores predecidos están dentro del rango [-2, 2] de desviación estándar residual, por lo tanto, se puede afirmar que no se aprecia algún comportamiento anómalo.

## GRÁFICO N°37: Gráfico de Residuales –MLG con Modelo LogNormal en R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

**CUADRO N° 5.5: Métodos Bootstrap, Cálculo del Estimador de IBNR**

Modelo	Mean IBNR	S.E	CV. %
Quasi-Poisson	236,661	18,791	0.079
Gamma	236,740	18,890	0.080

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

Se compara los modelos estocásticos aplicando las técnicas bootstrap, se aprecia que el modelo Quasi-Poisson su Coeficiente de Variabilidad es el más bajo con una eficiencia relativa de 7.9%, su estimación puntual de la provisión técnica de los pagos de siniestros es de S/. 236,661. La estimación que presenta un menor error estándar es la correspondiente a este modelo de Quasi-Poisson, con un error de 18,791. Así pues, desde el punto de vista de la eficiencia estadística, la estimación proporcionada por este modelo sería la más adecuada.

**CUADRO N° 5.6: Salidas de Distintos Métodos, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad**

Modelo	Mean IBNR	S.E	CV.
<b>Método Determinístico</b>			
-Mack Chain Ladder	237,236.65	19,988.68	0.084
<b>Modelos Estocásticos:</b>			
-Poisson	237,237	18,924.14	0.080
-Gamma	196,439	25,496.92	0.130
-LogNormal	119,404	<b>18,678.05</b>	0.156
<b>Modelos Bootstrap:</b>			
-Quasi-Poisson	<b>236,661</b>	<b>18,791.00</b>	<b>0.079</b>
-Gamma	236,740	18,890.00	0.080

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

Sin embargo, el modelo Mack Chain Ladder, el importe de la estimación puntual de la provisión técnica de los pagos de siniestros es de S/. 237,237.65. Por su parte, la estimación del coeficiente de variabilidad es de 8.4% y su error estándar con 19,988.68 es uno de los más alto que supera al modelo de Quasi-Poisson, por lo tanto, no es el más adecuado.

### Ejemplos Adicionales:

En este apartado se pretende ampliar, mediante ejemplos adicionales en R, la explicación de las posibilidades que ofrece los modelos estocásticos en la estimación de las provisiones técnicas de seguros.

#### Ejemplo 2.

Los datos se encuentran en el artículo “*Introducción al Calculo Actuarial*”, de Leonardo Lozano Ching (2015). (<https://es.scribd.com/document/463180836/201602-IBNR-Caso-Practico>). Se tratan de la empresa de seguros Hangsur S.A, tiene una base de datos de siniestros desde el año 2008, son 55 datos de pagos de siniestros. Esta base de datos se encuentra triangulada en un triángulo por desarrollo e incremental. El encargado del área actuarial solicita enviar a contabilidad las reservas estimadas de IBNR.

**CUADRO N° 5.7: Salidas de Ejemplo N°2, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad**

Modelo	Mean IBNR	S.E	CV.
<b>Método Determinístico</b>			
-Mack Chain Ladder	50,011.98	5,878.02	0.12
<b>Modelos Estocásticos:</b>			
-Poisson	50,012.00	7,236.32	0.14
-Gamma	48,456.00	6,207.00	0.13
-LogNormal	<b>46,953.00</b>	<b>5,786.54</b>	<b>0.12</b>
<b>Modelos Bootstrap:</b>			
-Quasi-Poisson	50,594.00	7,263.00	0.14
-Gamma	50,569.00	7,096.00	0.14

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

Si se compara los modelos estocásticos, se aprecia que el modelo LogNormal, el Coeficiente de Variabilidad es uno de los más bajo con una eficiencia relativa de 1.2% igual valor se obtuvo con el modelo de Mack Chain Ladder, la estimación puntual de la provisión técnica de los pagos de siniestros de este modelo estocástico bajo una distribución de LogNormal es de S/. 49,953. La estimación que presenta un menor error estándar es la correspondiente a

este modelo, con un error de 5,786.54, sin embargo, el de Mack Chain Ladder su error estándar es más alto con 5,878.02. Así pues, desde el punto de vista de la eficiencia estadística, la estimación proporcionada por el modelo con distribución LogNormal sería la más adecuada.

### Ejemplo 3.

Los datos se encuentran en el artículo “Individual lass reserving using paid-incurred”, de Pigeon (2014). ([https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=2404394](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2404394)). Se trata de datos sobre pagos de siniestros de seguros de no vida, son 45 pagos y la cifra de los datos de este caso están en miles de dólares.

**CUADRO N° 5.8: Salidas de Ejemplo N°3, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad**

Modelo	Mean IBNR	S.E	CV.
<b>Método Determinístico</b>			
<b>-Mack Chain Ladder</b>	<b>134,759.18</b>	<b>4,748.85</b>	<b>0.04</b>
<b>Modelos Estocásticos:</b>			
<b>-Poisson</b>	134,759.00	5,107.79	0.04
<b>-Gamma</b>	131,212.00	5,091.48	0.04
<b>-LogNormal</b>	128,059.00	6,763.80	0.05
<b>Modelos Bootstrap:</b>			
<b>-Quasi-Poisson</b>	135,010.00	5,329.00	0.04
<b>-Gamma</b>	134,970.00	5,352.00	0.04

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

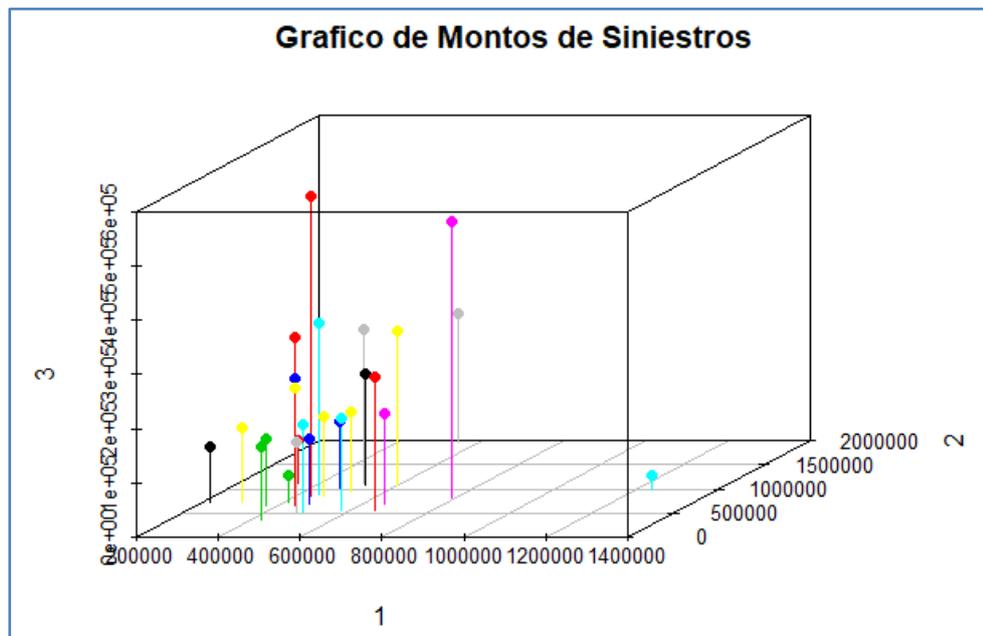
Si se compara los modelos estocásticos, se aprecia que el modelo Mack Chain Ladder que es determinístico, el Coeficiente de Variabilidad es uno de los más bajo con una eficiencia relativa de 4.0% igual valor se obtuvo con la mayoría de los demás modelos, la estimación puntual de la provisión técnica de los pagos de siniestros de este modelo de Mack Chain Ladder es de S/. 134,759.18. La estimación que presenta un menor error estándar es la correspondiente a este modelo, con un error de 4,748.85, si se compara por ejemplo con el modelo estocástico con la distribución de Gamma su error estándar es más alto con 5,091.48

y su coeficiente de variabilidad es de 5.0%. Así pues, desde el punto de vista de la eficiencia estadística, la estimación proporcionada por el modelo de Mack Chain Ladder sería la más adecuada.

#### Ejemplo 4.

Los datos se encuentran en el artículo “*Introducción al Calculo Actuarial*”, de Leonardo Lozano Ching (2015) (<https://es.scribd.com/document/463180836/201602-IBNR-Caso-Practico>). El nombre de la data se llama “CasoPrac” con 841 datos de un triángulo de datos trimestrales de pago de siniestros desde 2008-IV hasta 2015-II.

**GRÁFICO N°38:** Ploteo del Monto de Siniestros en el Programa R



Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

En el Gráfico de ploteo de montos de siniestros se puede apreciar que si hay presencia de valores atípicos en el triángulo incremental. Si se desagregan los resultados en función de la ocurrencia de los siniestros, se puede apreciar la variabilidad. Se observa la evolución de los pagos por siniestros en el patrón de pagos. Se puede apreciar además que algunos trimestres se ha producido un estancamiento o decremento en los pagos por siniestros debido a que en esos periodos en algunos casos no se han producido mayores pagos de siniestros por parte de la compañía.

**CUADRO N° 5.9: Salidas de Ejemplo N°4, Cálculo del Estimador de IBNR, Error Estándar y Coeficiente de Variabilidad**

Modelo	Mean IBNR	S.E	CV.
Método Determinístico			
-Mack Chain Ladder	5,031,654.00	872,677.68	0.17
Modelo Estocástico:			
- Poisson	<b>5,031,654.00</b>	<b>639,179.20</b>	<b>0.13</b>
Modelo Bootstrap:			
- Quasi-Poisson	5,044,795.00	706,605.00	0.14

Fuente: Elaboración Propia con datos obtenidos del Sistema de Seguros y Reaseguro del Perú.

En el GRAFICO N°38 se concluye que se tiene presencia de valores atípicos, cabe resaltar que en las salidas del programa R ya no se muestra las estimaciones de la IBNR con los modelos estocásticos de Gamma y LogNormal porque los datos no se ajustan a esos modelos, las salidas de resultados se muestran en el Cuadro N°5.9. Si se compara los modelos, se aprecia que el modelo de Poisson, su Coeficiente de Variabilidad es el más bajo con una eficiencia relativa de 1.3%, la estimación puntual de la provisión técnica de los pagos de siniestros de este modelo es de S/. 5,013,65400. La estimación que presenta un menor error estándar es la correspondiente a este modelo, con un error de 639,179.20, sin embargo, si se compara con el modelo de enfoque determinístico de Mack su error estándar es más alto con 872,677.68 y su coeficiente de variabilidad es de 1.7%. Así pues, desde el punto de vista de la eficiencia estadística, la estimación proporcionada por el modelo de Poisson sería la más adecuada.

## 6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES:

Los métodos clásicos han mostrado en los casos prácticos resultados dispares, en el caso de Chain Ladder y el método Link Ratio son los más extremos en el caso práctico N°1. No obstante, el principal inconveniente de estas técnicas lo encontramos en que las estimaciones no van acompañadas de sus correspondientes errores estándar, lo cual, dificulta la comparativa y elección estadística del método o modelo más adecuado para estimar las reservas de seguros (IBNR).

En cuanto a los métodos estocásticos, los resultados en las estimaciones de los importes de las provisiones han sido similares los coeficientes de variación y en algunos casos los errores muestrales. Sin embargo, las estimaciones han resultado ser la más precisa, con un menor error típico. Ha sido muy interesante el haber podido contar con más de un caso práctico de datos reales y practicar múltiples ejemplos con los que se ha podido comprobar estos resultados. Se podría aplicar el método Double Chain Ladder que proporciona también estimaciones precisas. Esto no ha sido posible ya que el acceso a la información de número de siniestros de las Compañías Aseguradoras no es fácil de accederla, tienen una estricta política de seguridad. Habría sido interesante el haber podido contar con esas dos variables (triángulo de frecuencia de reclamaciones y el triángulo de pagos) de datos reales y practicar con los que se compararían los resultados de este modelo con los métodos clásicos.

A continuación, se detallan las principales conclusiones:

- Uno de los criterios para seleccionar un potencial modelo estocástico en la reserva técnica, es minimizando el error estándar de los parámetros. Es importante destacar que no se debe suponer o postular una distribución de probabilidad, por lo tanto, se debe determinar la distribución utilizando el Criterio de Información de Akaike (AIC).
- El principal inconveniente de utilizar un método clásico para la estimación de las reservas técnicas (IBNR), lo encontramos en que las estimaciones no tienen asociados sus errores estándares, por lo tanto, dificulta realizar una comparación y posteriormente, la elección del método más adecuado para la estimación de las reservas técnicas.

- En cuanto a los métodos estocásticos, con la muestra obtenida se ha podido obtener las estimaciones para inferir a los parámetros para poder contrastar los resultados entre las estimaciones que nos ayudan una mejor evaluación de las reservas de siniestros. Sin embargo, la estimación de estos modelos estocásticos ha resultado más precisos.

En cualquier caso, parece claro que las empresas deben optar por los métodos estocásticos en lugar de los clásicos, además es una buena opción para estimar las reservas de seguros patrimonial (no vida) minimizando el error estándar. En definitiva, los métodos de estimación de reservas de seguros deben de ir acercándose a las necesidades de las compañías aseguradoras y estas tratar de trabajar conjuntamente por un futuro armonizado y objetivo, que repercuta en el bien común de las partes del sector asegurador.

Ahora, se detallan las principales recomendaciones:

- Se recomienda aparte de minimizar riesgo se debe realizar una prueba de backtesting para evaluar la suficiencia de la estimación.
- Además, se recomienda en caso de que la información histórica no sea lo suficientemente robusta, utilizar el método bayesiano, dado que dicha metodología se ajusta cuando la información histórica de la aseguradora es limitada.

## 7.- BIBLIOGRAFÍA:

- Albarrán Irene y Gonzales Pablo. (2010). *Métodos Estocásticos de Estimación de las Provisiones Técnicas en el Marco de Solvencia*. Primera Edición. Madrid, España: Fundación Mapfre.
- Cid, A.I., Ibarra, J.A. (2010). *Una estimación óptima de los ratios de enlace para el cálculo de la provisión para reclamaciones pendientes*. España: Departamento de Economía Financiera y Contabilidad II, Universidad Rey Juan Carlos.
- Bousoño Carlos, Heras Antonio, y Tolmos Piedad (2008). Factores de Riesgo y Cálculo de Primas Mediante Técnicas de Aprendizaje. Recuperado de <https://www.researchgate.net>
- Colina Jorge (2008). *Propuesta para un sistema de cobertura de enfermedades catastróficas en Argentina*. Instituto de Ciencias del Seguro. Fundación Mapfre. Madrid, España.
- Corazza Marco y Pizzi Claudio. (2010). *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences*. Primera Edición. Milan, Italia: Springer-Verlag.
- Cuevas María Claudia (2011). Aspectos Financieros: El Régimen de Reservas Técnicas en Colombia-Retos Futuros. Recuperado de <http://www.fasecolda.com>
- Charpentier Arthur (2015). *Computational Actuarial Science with R*. University of Quebec-Montreal, Canada: CRC Press Taylor & Francis Group.
- Denuit Michel, Dhaene Jan, Goovaerst Marc y Kaas Rob. (2008). *Modern Actuarial Risk Theory Using R*. Segunda Edición. Berlín, Alemania: Springer Science.
- Gabriel Núñez Antonio (2010). Actuarios Trabajando: Revista Mexicana de Investigación Actuarial Aplicada. Año 3, N°5 Recuperado de [http://conacmexico.org.mx/wpcontent/uploads/2016/03/ActuariosTrabajando\\_2010Num5.pdf](http://conacmexico.org.mx/wpcontent/uploads/2016/03/ActuariosTrabajando_2010Num5.pdf)

- Giraldo Gómez Norman. (2011). *Modelos Estocásticos en Econometría Financiera-Gestión de Riesgos y Actuaría*. Primera Edición. Medellín, Colombia: Centro Documentación Rafael Botero.
- Gonzales Pablo Alonso y Albarrán Irene (2008). *Análisis del Riesgo en Seguros en el Marco de Solvencia II: Técnicas Estadísticas Avanzadas Monte Carlo y Bootstrapping*. Primera Edición. Madrid, España: Fundación Mapfre.
- Juárez Hermosillo Miguel A. (2010). *Un Modelo Bayesiano para el Cálculo de Reservas de Siniestros Ocurridos y No Reportados*. Primera Edición. México: Comisión Nacional de Seguros y Fianzas.
- Kaas Rob, Goovaerts Marc, Dhaene Jan, Denuit Michel (2008). *Theory Modern Actuarial Risk Using R*. Segunda Edición. Berlín Heidelberg, Alemania: Springer-Verlag.
- Martínez-Miranda, M.D., Nielsen, J.P. and Verrall, R. (2013b) R package DCL: Claims Reserving under the Double Chain Ladder Model. Recuperado de <http://cran.rproject.org/web/packages/DCL/index.html>.
- Quarg, G., Mack, T. (2004) *Munich Chain Ladder: A reserving method that reduces the gap between IBNR projections based on paid losses and IBRN projections based on incurred losses*. Casualty Actuarial Society.
- Vegas Asencio Jesús (1995). Análisis Metodológico de los Métodos Estadísticos en el Cálculo de las Reservas o Provisiones Técnicas de Prestaciones en los Seguros No Vida. Recuperado de <https://www.fundacionmapfre.org>.
- Wütrich, M., Merz, M. (2008) *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*. Wiley Finance. ISBN: 978-0-470-72346-3.

## ANEXO N°01: Sintaxis en Lenguaje R del Caso Práctico N°1

```
#####Caso Práctico 1#####.
Claims = read.csv("Caso_Practico1.csv")
library(ChainLadder)
tri <- Claims[,-1]
tri <- as.matrix(tri)
dimnames(tri) <- list(origin=Claims[,1], dev=1:ncol(tri))
tri <- as.triangle(tri)
tri
plot(tri)
plot(tri,lattice=TRUE)
q()

#Triangulo Incremental#
(inc.triangle <- with(Claims, {M <- matrix(nrow=n, ncol=n,
dimnames=list(origin=levels(originf),dev=1:n))
M[cbind(originf, dev)] <- inc.paid
M
}))

library(scatterplot3d)
library(ChainLadder)

with(Claims , {
 scatterplot3d(dev, # x axis
 originf, # y axis
 inc.paid, # z axis

 color="blue",pch=19,
 type="h",
 main="Grafico de Montos de Siniestros")
})
```

```

#Triangulo Acumulado#.
cum.triangle <- t(apply(inc.triangle,1,cumsum))
cum.triangle

inc.triangle<-as.triangle(Claims,origin="originf",dev="dev","inc.paid")
cum.triangle<- t(apply(inc.triangle,1,cumsum))
mack<-MackChainLadder(cum.triangle,est.sigma="Mack")
mack
plot(mack)
plot(mack,lattice=TRUE)

#####/MLG/#####.

#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO POISSON#.

modelopoisson=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=1,cum=FALSE)
modelopoisson

#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO GAMMA#.

modelogamma=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=2,cum=FALSE)
modelogamma

#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO LOGNORMAL#.

modelognormal=glmReserve(as.triangle(inc.triangle), family=gaussian(link="log"),
var.power=0,cum=FALSE)
modelognormal

```

```
#####/BOOTSTRAP/#####.
```

```
#BOOTSTRAP: MODELO QUASI-POISSON#.
```

```
set.seed(1)
```

```
(B <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="od.pois"))
```

```
plot(B)
```

```
quantile(B,c(0.75,0.95,0.99,0.995))
```

```
Comparar con MackChainLadder
```

```
MackChainLadder(cum.triangle)
```

```
quantile(B, c(0.75,0.95,0.99, 0.995))
```

```
#BOOTSTRAP: MODELO GAMMA &("od.pois" (over-dispersed Poisson))#.
```

```
set.seed(1)
```

```
(B2 <- BootChainLadder(cum.triangle, R = 1000,process.distr=c("gamma", "od.pois")))
```

```
plot(B2)
```

```
set.seed(1)
```

```
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle,R=1000, process.distr=c("gamma", "od.pois"))
```

```
set.seed(1)
```

```
(B3 <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="gamma"))
```

```
plot(B3)
```

```
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle,R=1000, process.distr="gamma")
```

```
#####//FIN//#####.
```

## ANEXO N°02: Sintaxis en Lenguaje R del Caso Práctico N°2

```
#####Caso Práctico 2#####.
```

```
Claims = read.csv("Caso_Practico2.csv")
library(ChainLadder)
tri <- Claims[,-1]
tri <- as.matrix(tri)
dimnames(tri) <- list(origin=Claims[,1], dev=1:ncol(tri))
tri <- as.triangle(tri)
tri
plot(tri)
plot(tri,lattice=TRUE)
q()

#Triangulo Incremental#
(inc.triangle <- with(Claims, {M <- matrix(nrow=n, ncol=n,
dimnames=list(origin=levels(originf),dev=1:n))
M[cbind(originf, dev)] <- inc.paid
M
}))

library(scatterplot3d)
library(ChainLadder)

with(Claims , {
 scatterplot3d(dev, # x axis
 originf, # y axis
 inc.paid, # z axis

 color="blue",pch=19,
 type="h",
 main="Grafico de Montos de Siniestros")
})
```

```
#Triangulo Acumulado#.
```

```
cum.triangle <- t(apply(inc.triangle,1,cumsum))
```

```
cum.triangle
```

```
inc.triangle<-as.triangle(Claims,origin="originf",dev="dev","inc.paid")
```

```
cum.triangle<- t(apply(inc.triangle,1,cumsum))
```

```
mack<-MackChainLadder(cum.triangle,est.sigma="Mack")
```

```
mack
```

```
plot(mack)
```

```
plot(mack,lattice=TRUE)
```

```
#####/MLG/#####.
```

```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO POISSON#.
```

```
modelopoisson=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=1,cum=FALSE)
```

```
modelopoisson
```

```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO GAMMA#.
```

```
modelogamma=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=2,cum=FALSE)
```

```
modelogamma
```

```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO LOGNORMAL#.
```

```
modelognormal=glmReserve(as.triangle(inc.triangle), family=gaussian(link="log"),
```

```
var.power=0,cum=FALSE)
```

```
modelognormal
```

```
#####/BOOTSTRAP/#####.

#BOOTSTRAP: MODELO QUASI-POISSON#

set.seed(1)
(B <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="od.pois"))
plot(B)
quantile(B,c(0.75,0.95,0.99,0.995))

Comparar con MackChainLadder
MackChainLadder(cum.triangle)
quantile(B, c(0.75,0.95,0.99, 0.995))

#BOOTSTRAP: MODELO GAMMA &("od.pois" (over-dispersed Poisson))#

set.seed(1)
(B2 <- BootChainLadder(cum.triangle, R = 100
000,process.distr=c("gamma", "od.pois")))
plot(B2)

set.seed(1)
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle,R=1000, process.distr=c("gamma", "od.pois"))

set.seed(1)
(B3 <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="gamma"))
plot(B3)
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle, R = 1000, process.distr="gamma")

#####//FIN//#####.
```

### ANEXO N°03: Sintaxis en Lenguaje R del Caso Práctico N°3

```
#####Caso Práctico 3#####.
Claims = read.csv("Caso_Practico3.csv")
library(ChainLadder)
tri <- Claims[,-1]
tri <- as.matrix(tri)
dimnames(tri) <- list(origin=Claims[,1], dev=1:ncol(tri))
tri <- as.triangle(tri)
tri
plot(tri)
plot(tri,lattice=TRUE)
q()

#Triangulo Incremental:
(inc.triangle <- with(Claims, {M <- matrix(nrow=n, ncol=n,
dimnames=list(origin=levels(originf),dev=1:n))
M[cbind(originf, dev)] <- inc.paid
M
}))

library(scatterplot3d)
library(ChainLadder)

with(Claims , {
 scatterplot3d(dev, # x axis
 originf, # y axis
 inc.paid, # z axis

 color="blue",pch=19,
 type="h",
 main="Grafico de Montos de Siniestros")
})
```

```
#Triangulo Acumulado#.
```

```
cum.triangle <- t(apply(inc.triangle,1,cumsum))
```

```
cum.triangle
```

```
inc.triangle<-as.triangle(Claims,origin="originf",dev="dev","inc.paid")
```

```
cum.triangle<- t(apply(inc.triangle,1,cumsum))
```

```
mack<-MackChainLadder(cum.triangle,est.sigma="Mack")
```

```
mack
```

```
plot(mack)
```

```
plot(mack,lattice=TRUE)
```

```
#####/MLG/#####.
```

```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO POISSON#.
```

```
modelopoisson=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=1,cum=FALSE)
```

```
modelopoisson
```

```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO GAMMA#.
```

```
modelogamma=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=2,cum=FALSE)
```

```
modelogamma
```

```
#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO LOGNORMAL#.
```

```
modelognormal=glmReserve(as.triangle(inc.triangle), family=gaussian(link="log"),
```

```
var.power=0,cum=FALSE)
```

```
modelognormal
```

```
#####/BOOTSTRAP/#####.

#BOOTSTRAP: MODELO QUASI-POISSON#

set.seed(1)
(B <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="od.pois"))
plot(B)
quantile(B,c(0.75,0.95,0.99,0.995))

Comparar con MackChainLadder
MackChainLadder(cum.triangle)
quantile(B, c(0.75,0.95,0.99, 0.995))

#BOOTSTRAP: MODELO GAMMA &("od.pois" (over-dispersed Poisson))#

set.seed(1)
(B2 <- BootChainLadder(cum.triangle, R = 100
000,process.distr=c("gamma", "od.pois")))
plot(B2)

set.seed(1)
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle,R=1000, process.distr=c("gamma", "od.pois"))

set.seed(1)
(B3 <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="gamma"))
plot(B3)
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle, R = 1000, process.distr="gamma")

#####//FIN//#####.
```

## ANEXO N°04: Sintaxis en Lenguaje R del Caso Práctico N°4

```
#####Caso Práctico 4#####.
```

```
Claims = read.csv("Caso_Practico4.csv")
library(ChainLadder)
tri <- Claims[,-1]
tri <- as.matrix(tri)
dimnames(tri) <- list(origin=Claims[,1], dev=1:ncol(tri))
tri <- as.triangle(tri)
tri
plot(tri)
plot(tri,lattice=TRUE)
q()

inc.triangle<-as.triangle(tri,origin="originf",dev="dev","inc.paid")
plot(inc.triangle)
cum.triangle<- t(apply(inc.triangle,1,cumsum))
modelo1<-MackChainLadder(cum.triangle,est.sigma="NA")
modelo1
plot(modelo1)

mack<-MackChainLadder(cum.triangle,est.sigma="Mack")
mack
plot(mack)
plot(mack,lattice=TRUE)

#Triangulo Incremental:
(inc.triangle <- with(Claims, {M <- matrix(nrow=n, ncol=n,
dimnames=list(origin=levels(originf),dev=1:n))
M[cbind(originf, dev)] <- inc.paid
M
}))
```

```

library(scatterplot3d)
library(ChainLadder)

with(Claims , {
 scatterplot3d(dev=1:ncol(tri), # x axis
 origin=Claims[,1], # y axis
 inc.triangle, # z axis

color="blue",pch=19,
 type="h",
 main="Grafico de Montos de Siniestros")
})

#####/MLG/#####.

#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO POISSON#.

modelopoisson=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=1,cum=FALSE)
modelopoisson

#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO GAMMA#.

modelogamma=glmReserve(as.triangle(inc.triangle),var.power=2,cum=FALSE,mse.meth
od="boot")
modelogamma

#MODELO LINEAL GENERALIZADO-MLG: MODELO LOGNORMAL#.

modelognormal=glmReserve(as.triangle(inc.triangle), family=gaussian(link="log"),
var.power=0,cum=FALSE)
modelognormal

```

```
#####/BOOTSTRAP/#####.
```

```
#BOOTSTRAP: MODELO QUASI-POISSON#.
```

```
set.seed(1)
```

```
(B <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="od.pois"))
```

```
plot(B)
```

```
quantile(B,c(0.75,0.95,0.99,0.995))
```

```
Comparar con MackChainLadder
```

```
MackChainLadder(cum.triangle)
```

```
quantile(B, c(0.75,0.95,0.99, 0.995))
```

```
#BOOTSTRAP: MODELO GAMMA &("od.pois" (over-dispersed Poisson))#.
```

```
set.seed(1)
```

```
(B2 <- BootChainLadder(cum.triangle, R = 1000,process.distr=c("gamma", "od.pois")))
```

```
plot(B2)
```

```
set.seed(1)
```

```
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle, R = 1000, process.distr=c("gamma", "od.pois"))
```

```
set.seed(1)
```

```
(B3 <- BootChainLadder(cum.triangle,R=1000,process.distr="gamma"))
```

```
plot(B3)
```

```
BootChainLadder(Triangle=cum.triangle, R = 1000, process.distr="gamma")
```

```
#####/FIN/#####.
```