

Universidad de Buenos Aires



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Económicas
Escuela de Estudios de Posgrado



**Facultades de Ciencias Económicas,
Escuela de Estudios de Posgrado**

**Carrera de Maestría
en Seguridad Informática**

Tesis de Maestría

Tema

Criptografía

Título

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE HARDWARE PROTOTIPO
GENERADOR DE NÚMEROS ALEATORIOS RACIONALES POR
DECAIMIENTO CUÁNTICO. -**

Autor: Esp. Ing. Juan Manuel Beltrán

Tutor del Trabajo Final: Dr. Pedro HECHT

Año 2023

Cohorte 2013-2014

Declaración Jurada:

Por medio de la presente, el autor manifiesta conocer y aceptar el Reglamento de Trabajos Finales vigente y se hace responsable que la totalidad de los contenidos del presente documento son originales y de su creación exclusiva, o bien pertenecen a terceros u otras fuentes, que han sido adecuadamente referenciados y cuya inclusión no infringe la legislación Nacional e Internacional de Propiedad Intelectual

FIRMADO

Juan Manuel Beltrán

D.N.I. 18.580.646

*Agradecimientos: A mis hijos,
Juan Pablo, Paula y Laura y a
mi equipo de trabajo.*

RESUMEN

Los TRNG (True Random Number Generators) generalmente utilizan una fuente de señal no determinística en conjunto con funciones o procesos para generar la aleatoriedad. El objetivo de la función o proceso es el reducir o cancelar ciertas debilidades de la fuente de entropía tales como la generación de una secuencia no aleatoria de números; por ejemplo, conjuntos largos de bits ("1" o "0"). El origen de la fuente de entropía consiste de algún fenómeno o cantidad física, tales como ruido de un circuito electrónico, tiempo de algún proceso (movimientos de mouse, tecleo, tiempo de decaimiento en una señal radioactiva) o la combinación de diferentes metodologías. Por definición, el TRNG es completamente impredecible debido a que la fuente de entropía es una variable de un fenómeno físico. La mayoría de los RNG de consumo no utilizan decaimiento radioactivo, en cambio miden fenómenos macroscópicos, pero caóticos, por lo general, ruido eléctrico altamente amplificado. El presente trabajo pretende implementar un hardware generador por decaimiento cuántico que no solo genere números aleatorios, sino que mejore la tasa de obtención de bits, aumentando su velocidad de salida mediante el uso de contadores y osciladores de alta frecuencia, al mismo tiempo, utilizar una fuente radioactiva segura, debiendo el dispositivo ser apto para industria y consumo, con bajo costo y tamaño aceptable. Es decir, con una fuente muy reducida y segura de Americio 241 es posible realizar un QRNG que pueda ser utilizado directamente. Es importante remarcar que los TRNG son utilizados para la toma de decisiones críticas; por ejemplo, se aplican en sistemas de seguridad para cifrar claves de acceso en cuentas de banco y en sistemas de paridad (sincronización) para comunicaciones seguras.

Palabras clave: **Quantum True Random Number Generator; Generador Números Aleatorios Cuántico; PTRNG; QRNG.**

Capítulo 1 Cuerpo Introdutorio	7
1.1 Introducción	7
1.2 Justificación del tema elegido	8
1.3 Aportes y consecuencias prácticas a alcanzar	10
Capítulo 2	
2.1 Número Aleatorio.....	10
2.2 Generación de números aleatorios.....	12
2.3 Tipos de generador de números aleatorios	13
2.4 Soluciones de software.....	13
2.5 La salida está determinada por la semilla y algoritmo de generación	14
2.6 Fuentes físicas de aleatoriedad.....	15
2.7 Secuencias sesgadas e insesgadas.....	16
2.8 Procesos descritos por la física clásica	17
2.9 Procesos descritos por la física cuántica.....	19
Capítulo 3 Tipos de Generadores	21
3.1 Generador de Números Pseudoaleatorios (PRNG).....	21
3.2 Generador de Números Verdaderamente Aleatorios (TRNG)	23
3.3 Diferencias entre generadores PRNG y TRNG	24
3.4 Fuentes Físicas de Generadores no determinísticos	26
3.5 TRNG basado en Caos	26
3.6 TRNG basado en ruido.....	28
3.6.1 Ruido externo o interferencias.....	30
3.6.2 Ruido térmico.	31
3.7 TRNG basado en física cuántica	33
Capítulo 4. Nuevo Generador Propuesto	41
4.1 Diseño del Hardware	42
4.2 Decaimiento Cuántico y Contador Geiger	45

4.3 Optoacoplador	48
4.4 Oscilador de alta frecuencia	48
4.5 Contadores y Display Hexadecimales	49
4.6 Contador Decimal y Relays	49
4.7 Interface para conexión a PC	50
4.8 Software de la interface Arduino.....	51
Capítulo 5 vistas fotográficas del equipo armado	54
Capítulo 6 – Velocidad de Generación de Números	58
Capítulo 7 Resultados Obtenidos.....	61
7.1 Cálculos utilizando Excel.....	79
7.2 Tests NIST y entropía de Shannon	80
8. Conclusiones y Trabajos Futuros	89

Índice de Figuras

Figura 1 Evolución Determinista:	15
Figura 2 Evolución Caótica	18
Figura 3 Evolución Aleatoria	19
Figura 4 Tipos de Generadores de Números Aleatorios	21
Figura 5 Sensibilidad a una mínima diferencia en las condiciones iniciales.....	27
Figura 6 Espectro de Potencia en osciladores	28
Figura 7 Generador de ruido térmico con resistencia.....	31
Figura 8 Circuito Comparador	32
Figura 9 Tensión medida a la salida del generador digital mejorado.....	32
Figura 10 Niveles lógicos medidos a la salida del generador digital mejorado.....	33
Figura 11 Sistema óptico genérico	35
Figura 12 Sistema óptico utilizado para generar números aleatorios	35
Figura 13 Diagrama de bloques de un QRNG óptico	36
Figura 14 Ejemplo práctico de un QRNG óptico.....	36
Figura 15 – Diagrama en bloques del hardware.....	44
Figura 16 Circuito del detector Geiger-Müller, adquirido armado.....	47
Figura 17 – Foto del Detector Geiger-Müller	48
Figura 18 – Circuito adaptador de los pulsos provenientes del Detector	48
Figura 19 Circuito generador de clock a 1 MHz (Diseño y elaboración propia)	48
Figura 20 Contadores y Displays Hexadecimales MHz (Diseño y elaboración propia)	49
Figura 21 Contador decimal que controla los relés mediante transistores.....	49
Figura 22 – Interface Arduino	50
Figura 23 – Esquemático Arduino.....	50
Figura 24 Esquemático de los circuitos de diseño y elaboración propia.....	54
Figura 25 Equipo general (tapa abierta)	54
Figura 26 – Placa Oscilador de alta frecuencia y contador con display alfanuméricos	54
Figura 27 - Equipo Sensor que posee el Am241 y el detector Geiger-Müller	55
Figura 28 - Vista interior del sensor	55
Figura 29 – Vista general del equipo	56
Figura 30 Equipo y su descripción.....	57
Figura 31 Reseteo del contador obtenido en la bibliografía existente.....	59
Figura 32 Método propuesto de “lectura/obtención” de cada contador.....	60
figura 33 Gráfico Entropía de Shannon	88

Índice de Tablas

Tabla 1 Características del Americio 241	45
Tabla 2 RESULTADOS (64*1084) 69.399 Valores Hexadecimales.....	61

Capítulo 1 Cuerpo Introductorio

1.1 Introducción

En los últimos años la investigación de los sistemas caóticos se ha incrementado en virtud de las variadas aplicaciones potenciales; por ejemplo: sistemas biológicos, toma de decisiones críticas en eventos económicos, robótica, circuitos y sistemas electrónicos para obtener generadores de números aleatorios utilizados principalmente en sistemas comunicaciones para el aumento del ancho de banda y de la seguridad en la encriptación de información.

Los generadores de números aleatorios se utilizan en múltiples aplicaciones como pueden ser simulaciones y modelado, juegos de computación, criptografía, generación de claves y muestreo aleatorio.

Existen dos tipos principales de generadores de números aleatorios, una de ellas es computar bits de manera determinística, utilizando un algoritmo; esta clase de generador es conocida como pseudoaleatorio o determinístico (poseen de una semilla inicial y generan números pseudoaleatorios utilizando un algoritmo determinado)

La otra es producir bits en forma no determinística, donde cada bit de salida surge de un proceso físico que es impredecible; esta clase de generador se denomina no determinístico o RACIONAL.

En los determinísticos o pseudoaleatorios (DRNG, Deterministic Random Number Generator) la seguridad de los mismos dependerá de la complejidad computacional de posibles atacantes.

Cuando se utilizan generadores de números pseudoaleatorios es fundamental la elección del valor inicial. Una solución, que no siempre es satisfactoria, es utilizar la recolección de entropía. La información del

sistema (el reloj, el intervalo de tiempo entre las pulsaciones de teclas, etc.) se combina para producir una semilla.

1.2 Justificación del tema elegido

Un problema de seguridad encontrado por Netscape con su navegador en 1995 ilustra los riesgos asociados con el uso de números pseudoaleatorios en criptografía. Netscape había desarrollado un protocolo, llamado SSL el cual se sigue utilizando a la fecha, para asegurar las comunicaciones a través de la web.

Como en el caso de otros protocolos criptográficos, la seguridad de SSL depende fundamentalmente de la imprevisibilidad de la clave. La empresa implementó este protocolo en su navegador, pero se basó en un generador de números pseudoaleatorios para la generación de claves.

Dos estudiantes graduados de Berkeley hicieron ingeniería inversa del código del navegador y revelaron una falla de seguridad grave. Se dieron cuenta de que la semilla utilizada por el generador de números pseudoaleatorios dependía de la hora del día y de cierta información del sistema (la identificación del proceso y la identificación del proceso principal). Demostraron que era relativamente fácil adivinar estas cantidades y, por lo tanto, reducir la cantidad de claves posibles que uno debería intentar para descifrar el protocolo.

Este ataque redujo el tiempo para un ataque de fuerza bruta del protocolo de más de treinta horas a unos pocos minutos, y tan solo a unos pocos segundos en algunos casos especiales.

A mediados de agosto 2013 surgió un caso de robo de bitcoins que afectó a aquellos usuarios que disponían de un monedero generado a través de una aplicación ejecutada sobre un teléfono con sistema operativo Android.

El algoritmo de curva elíptica utilizado para generar las claves privadas exige que los números aleatorios que se utilizan sean utilizados una única vez ya que, de no ser así, las claves privadas pueden ser obtenidas.

Estos números aleatorios reciben el nombre de **nonce** y son ampliamente utilizados en sistemas criptográficos para, entre otras utilidades, evitar los ataques de reinyección de tráfico.

Así pues, la pobre capacidad e implementación de la generación de números aleatorios de Android provocó la reutilización de los **nonce** utilizados en la generación de claves creando colisiones en las claves privadas de los usuarios.

Esto permitió el **robo masivo de monederos de bitcoins**, mediante el acceso ilegítimo a los monederos pertenecientes a algunos usuarios que habían creado su monedero a través de su teléfono móvil. Con el acceso a los monederos se realizaron las transacciones fraudulentas de bitcoins.

En 2014, un grupo de piratas informáticos logró ganar millones hackeando máquinas tragamonedas de una marca conocida en la industria del juego. Los casinos desde Estados Unidos hasta Rumania y Macao fueron las principales víctimas de la estafa. Los hackers lograron descubrir cómo predecir el comportamiento PRNG de las máquinas tragamonedas.

Después de una observación y un análisis prolongados del comportamiento de las máquinas tragamonedas, pudieron identificar el patrón del algoritmo del PRNG que se utilizó en las máquinas tragamonedas. Esta falla de seguridad ilustra por qué los generadores de números pseudoaleatorios generalmente se consideran inapropiados para aplicaciones criptográficas u otras aplicaciones de alta seguridad.

La segunda clase abarca a los generadores racionales, los cuales a su vez se pueden dividir en dos subclases: los físicos (PTRNG, Physical True Random Number Generator) y no físicos (NPTRNG, Non Physical True Random Number Generator)

Los primeros, utilizan efectos no determinísticos de los circuitos integrados o fenómenos físicos; mientras que los NPTRNG utilizan eventos no determinísticos como la interacción del usuario. En el caso de los generadores racionales, su seguridad dependerá de la impredecibilidad de la salida generada.

En ambos casos, se pueden mencionar los generadores híbridos los cuales contienen elementos de un generador determinístico y de uno racional. Si únicamente están conformados por elementos de su clase son denominados puros.

1.3 Aportes y consecuencias prácticas a alcanzar

Principalmente demostrar que se pueden ensamblar un equipo generador que puede tener un uso generalizado de números aleatorios cuánticos, con impacto en la seguridad de la información

Asimismo, demostrar que el generador de números aleatorios de origen cuántico, utilizando tecnología electrónica, puede configurar un equipo de consumo e instalable en otros sistemas, a nivel de prototipo.

Capítulo 2

2.1 Número Aleatorio

Un número aleatorio es un número generado por un proceso, cuyo resultado es completamente impredecible y que no se puede reproducir posteriormente de forma fiable.

Aunque puede parecer simple a primera vista proporcionar esta definición de lo que es un número aleatorio, resulta bastante difícil en la práctica.

Esta definición funciona bien siempre que uno tenga algún tipo de caja negra, tal caja negra generalmente se llama generador de números aleatorios, que cumpla con esta tarea.

Sin embargo, si a uno se le diera un número, es simplemente imposible verificar si fue producido por un generador de números aleatorios o no. Por tanto, es absolutamente esencial considerar secuencias de números para estudiar la aleatoriedad de la salida de dicho generador.

Es bastante sencillo definir si una secuencia de longitud infinita es aleatoria o no. Esta secuencia es aleatoria si la cantidad de información que contiene, en el sentido de la teoría de la información de Shannon, también es infinita.

En otras palabras, no debe ser posible que un programa de computadora, cuya longitud sea finita, produzca esta secuencia. Curiosamente, una secuencia aleatoria infinita contiene todas las posibles secuencias finitas.

Una secuencia tan infinita contiene, por ejemplo, el código fuente de Microsoft Windows o el texto de las convenciones de Ginebra.

Desafortunadamente, esta definición no es muy útil, ya que en la práctica no es posible producir y procesar secuencias infinitas. Una secuencia infinita no debe ser comprimible por ninguna técnica conocida o desconocida.

En el caso de una secuencia finita de números, es formalmente imposible verificar si es aleatoria o no. Solo es posible verificar que

comparte las propiedades estadísticas de una secuencia aleatoria, como la equiprobabilidad de todos los números, pero esta es una tarea difícil.

Para ilustrar esto, consideremos, por ejemplo, un generador de números aleatorios binarios que produce secuencias de diez bits.

Aunque es exactamente tan probable como cualquier otra secuencia de diez bits, 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 parece menos aleatorio que 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0.

Para hacer frente a esta dificultad, se han propuesto definiciones para caracterizar secuencias de números aleatorios "prácticas".

Según Knuth¹, una secuencia de números aleatorios es una secuencia de números independientes con una distribución específica y una probabilidad específica de caer en cualquier rango de valores dado, por lo tanto, una secuencia que tiene las mismas propiedades estadísticas que los bits aleatorios, es impredecible y no se puede reproducir.

Un concepto que está presente en ambas definiciones y que debe enfatizarse es el hecho de que los números en una secuencia aleatoria no deben estar correlacionados. Conocer uno de los números de una secuencia no debe ayudar a predecir los demás.

Siempre que se mencionen números aleatorios en el resto de este documento, se asumirá que cumplen con estas definiciones "prácticas".

2.2 Generación de números aleatorios

En un escenario binario, la probabilidad de obtener 1 vs 0 debería ser igual a $\frac{1}{2}$. Un generador de números aleatorios es un dispositivo que produce secuencias de números que cumplen con las definiciones propuestas anteriormente.

¹ The Art of Computer Programming Vol 2 – Donald E. Knuth

2.3 Tipos de generador de números aleatorios

Se pueden clasificar en tres grandes tipos:

- PSEUDO RNG
- RNG FÍSICO CAÓTICO
- RNG FÍSICO CUÁNTICO

Existen dos clases principales de generadores: generadores de software y físicos. Desde un punto de vista general, los generadores de software producen los llamados números pseudoaleatorios.

Aunque pueden ser útiles en algunas aplicaciones, no deben usarse en la mayoría de las aplicaciones donde se requiere aleatoriedad. Estas dos clases, así como sus respectivas ventajas, se analizan a continuación.

2.4 Soluciones de software

Las computadoras son sistemas deterministas, dada una determinada entrada, un programa siempre producirá la misma salida.

Debido a esta propiedad fundamental, es imposible que un programa produzca una secuencia de números aleatorios.

La secuencia puede tener algunas de las propiedades de una secuencia aleatoria y, por lo tanto, pasar algunas pruebas estadísticas de aleatoriedad, pero siempre es posible reproducirla.

Como las secuencias que producen parecen secuencias aleatorias, estos generadores se denominan generadores de números pseudoaleatorios. Sin embargo, está claro que no cumplen con las definiciones antes mencionadas.

Los generadores de números pseudoaleatorios consisten en un algoritmo en el que se alimenta algún valor inicial, llamado semilla, y que produce por iteración una secuencia de números pseudoaleatorios.

Aunque su período puede ser muy largo, la secuencia producida por dicho generador es siempre periódica. Cuando se trabaja con grandes conjuntos de números aleatorios o secuencias largas, es importante verificar que el período es lo suficientemente grande.

Una de las propiedades de las secuencias así producidas es que, tan pronto como se conoce un elemento de la secuencia, se pueden determinar todos los demás elementos de la secuencia, tanto los anteriores como los siguientes.

Es inmediatamente obvio que esta propiedad es especialmente crítica cuando tales números se utilizan en criptografía para la generación de claves.

Las secuencias producidas por un buen generador pseudoaleatorio inicializado con una semilla apropiada pasan la mayoría de las pruebas estadísticas.

Sin embargo, también es importante darse cuenta de que, si la secuencia considerada es lo suficientemente larga, siempre fallará al menos algunas pruebas, debido a la periodicidad.

2.5 La salida está determinada por la semilla y algoritmo de generación

Un tema importante cuando se utilizan generadores de números pseudoaleatorios es la elección del valor inicial. Si uno no desea realizar un ciclo continuo a través de la misma secuencia, es esencial cambiar periódicamente el valor de la semilla.

Idealmente, debería ser aleatorio. Como se utiliza un generador pseudoaleatorio, es probable que no se disponga de un generador de números aleatorios. Una solución, que no siempre es satisfactoria, es utilizar la recolección de entropía.

La información del sistema (el reloj, el intervalo de tiempo entre las pulsaciones de teclas, etc.) se combina para producir una semilla. Sin embargo, esta técnica requiere mucha precaución.

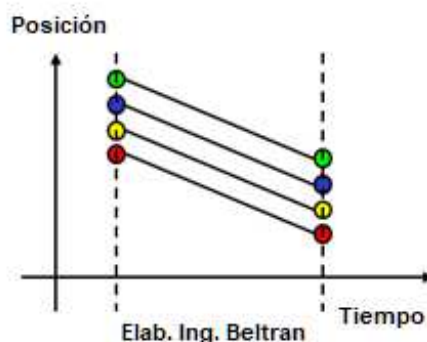


Figura 1 Evolución Determinista: La misma semilla siempre generará el mismo resultado

La generación de números pseudoaleatorios (PRNG) es una función f computable en tiempo polinomial que asigna una cadena aleatoria corta x en una larga $f(x)$ que parece aleatoria para cualquier observador externo, existiendo generadores PRNG estadísticamente sólidos y basados en la intratabilidad de un problema de teoría de números para proporcionar seguridad criptográfica, se conocen como generador de “números pseudoaleatorios criptográficamente seguro (abreviado CSPRNG)”.²

2.6 Fuentes físicas de aleatoriedad

En aplicaciones donde los números pseudoaleatorios no son apropiados, se debe recurrir al uso de un generador físico de números aleatorios. Cuando se utiliza un generador de este tipo, es fundamental considerar el proceso físico utilizado como fuente de aleatoriedad.

Esta fuente puede basarse en un proceso descrito por la física clásica o por la física cuántica. La física clásica es el conjunto de teorías

² Di Mauro, J., Salazar, E. & Scolnik, H.D. Design and implementation of a novel cryptographically secure pseudorandom number generator. J Cryptogr Eng 12, 255–265 (20 22). <https://doi.org/10.1007/s13389-022-00297-8>

desarrolladas por físicos hace cientos de años, que describe sistemas macroscópicos como monedas que caen.

La física cuántica es un conjunto de teorías elaboradas por físicos durante la primera mitad del siglo XX y describe sistemas microscópicos como átomos o partículas elementales.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de generadores basados en cada una de estas teorías, junto con sus ventajas, después de una breve discusión de las secuencias de números aleatorios sesgadas.

2.7 Secuencias sesgadas e insesgadas

Un problema que se encuentra con los generadores físicos de números aleatorios es su sesgo. Se dice que un generador binario está sesgado cuando la probabilidad de un resultado no es igual a la probabilidad del otro resultado.

El sesgo surge debido a la dificultad de diseñar procesos físicos equilibrados con precisión. Sin embargo, es un problema menor de lo que cabría esperar a primera vista. Existe algún algoritmo de posprocesamiento que se puede utilizar para eliminar el sesgo de una secuencia o números aleatorios.

Von Neumann propuso por primera vez el más simple de estos procedimientos sin prejuicios. Los bits aleatorios de una secuencia se agrupan en subsecuencias de dos bits. Siempre que los dos bits de una subsecuencia sean iguales, se descarta.

Cuando los dos bits son diferentes y la subsecuencia comienza con un 1, la subsecuencia se reemplaza por un 1. Cuando comienza con un 0, se reemplaza por un 0. Después de este procedimiento, el sesgo se elimina de la secuencia.

El costo de aplicar un procedimiento imparcial a una secuencia es que se acorta. En el caso del procedimiento de Von Neumann, la longitud de la secuencia insesgada será como máximo el 25% de la longitud de la secuencia sin procesar.

Anteriormente mencionamos que las pruebas de aleatoriedad básicamente equivalen a verificar si la secuencia se puede comprimir. Un procedimiento imparcial puede verse como un procedimiento de compresión.

Después de su aplicación, se elimina el sesgo y no es posible una mayor compresión, lo que garantiza que la secuencia pasará las pruebas.

2.8 Procesos descritos por la física clásica

Los procesos macroscópicos descritos por la física clásica se pueden utilizar para generar números aleatorios. El generador de números aleatorios más famoso, el lanzamiento de monedas, pertenece a esta clase.

Sin embargo, es muy importante darse cuenta de que la física clásica es fundamentalmente determinista. Se puede predecir la evolución de un sistema descrito por la física clásica, asumiendo que se conocen las condiciones iniciales.

En el caso de una moneda, un físico conociendo con precisión su peso, su posición inicial, la fuerza que se le aplica con la mano, la velocidad del viento, así como todos los demás parámetros relevantes, deberían en principio poder predecir el resultado del lanzamiento.

Lanzar monedas es un proceso caótico. El caos es un tipo de comportamiento observado en sistemas cuya evolución muestra una extrema sensibilidad a las condiciones iniciales.

Lanzar monedas no es el único sistema físico con una evolución caótica. Las turbulencias en un flujo (las turbulencias en una lámpara de lava se han utilizado para generar números aleatorios) o los fenómenos meteorológicos son buenos ejemplos de sistemas caóticos.

La evolución de estos sistemas es tan sensible a las condiciones iniciales que simplemente no es posible determinarlas con la suficiente precisión para permitir una predicción confiable de las transformaciones futuras.

A pesar de su popularidad, el lanzamiento de monedas claramente no es muy práctico cuando se requieren muchos eventos aleatorios.

Otros ejemplos de generadores físicos de números aleatorios basados en procesos caóticos incluyen el monitoreo de una corriente de ruido eléctrico en una resistencia o en un diodo Zener.

Formalmente, la evolución de estos generadores no es aleatoria; simplemente muy compleja. Se podría decir que el determinismo se esconde detrás de la complejidad.

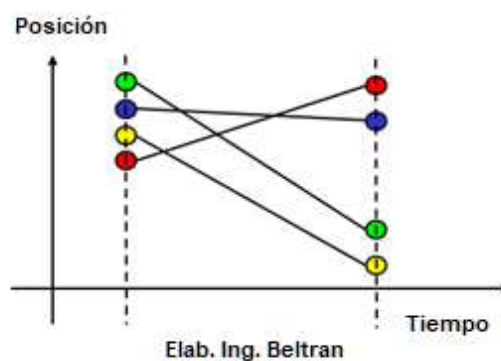


Figura 2 Evolución Caótica

Aunque es probable que sus números aleatorios pasen las pruebas de aleatoriedad, estos generadores son difíciles de modelar. Esto significa que es imposible verificar, al adquirir números, que estén funcionando correctamente.

Además, es difícil asegurarse de que el sistema no interactúe, incluso de manera sutil, con su entorno, lo que podría alterar la calidad de su salida.

2.9 Procesos descritos por la física cuántica

Al contrario de la física clásica, la física cuántica es fundamentalmente aleatoria. Es la única teoría dentro del tejido de la física moderna que integra la aleatoriedad.

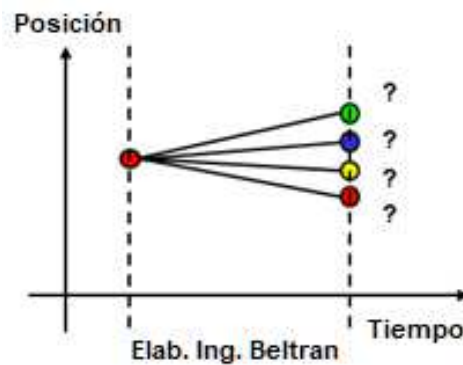


Figura 3 Evolución Aleatoria

Este hecho fue muy perturbador para físicos como Einstein, sin embargo, su aleatoriedad intrínseca ha sido confirmada una y otra vez por investigaciones teóricas y experimentales realizadas desde las primeras décadas del siglo XX.

Al diseñar un generador de números aleatorios, es una elección natural aprovechar esta aleatoriedad intrínseca y recurrir al uso de un proceso cuántico como fuente de aleatoriedad. Formalmente, **los generadores cuánticos de números aleatorios son los únicos verdaderos generadores de números aleatorios.**

Aunque esta observación puede ser importante en ciertos casos, los generadores de números aleatorios cuánticos tienen otras ventajas.

Esta aleatoriedad intrínseca de la física cuántica permite seleccionar un proceso muy simple como fuente de aleatoriedad.

Esto implica que dicho generador es fácil de modelar y su funcionamiento se puede monitorear para confirmar que está funcionando correctamente y que en realidad está produciendo números aleatorios.

Al contrario del caso en el que se utiliza la física clásica como fuente de aleatoriedad y donde el determinismo se esconde detrás de la complejidad, se puede decir que con la física cuántica la aleatoriedad se revela por la simplicidad.

Hasta hace poco, el único generador cuántico de números aleatorios que existía se basaba en la observación de la desintegración radiactiva de algún elemento.

Aunque producen números de excelente calidad, estos generadores son bastante voluminosos y el uso de materiales radiactivos puede causar problemas de salud.

El hecho de que no existieran generadores de números aleatorios cuánticos simples y de bajo costo impidió que la física cuántica se convirtiera en la fuente dominante de aleatoriedad.

Los generadores de números aleatorios se utilizan en múltiples aplicaciones como pueden ser simulaciones y modelado, juegos de computación, criptografía, generación de claves y muestreo aleatorio, y en virtud de esta diversidad, existen dos clases principales de generadores de números aleatorios (**Koç, 2009**), como hemos mencionado en la introducción.

Los primeros, utilizan efectos no determinísticos de los circuitos integrados o fenómenos físicos; mientras que los NPTRNG utilizan eventos no determinísticos como la interacción del usuario.

En el caso de los generadores racionales, su seguridad dependerá de la impredecibilidad de la salida generada. En ambos casos, se pueden

mencionar los generadores híbridos los cuales contienen elementos de un generador determinístico y de uno racional. Si únicamente están conformados por elementos de su clase son denominados puros.

En la Figura 1 se muestra una clasificación general de los tipos de generadores mencionados.

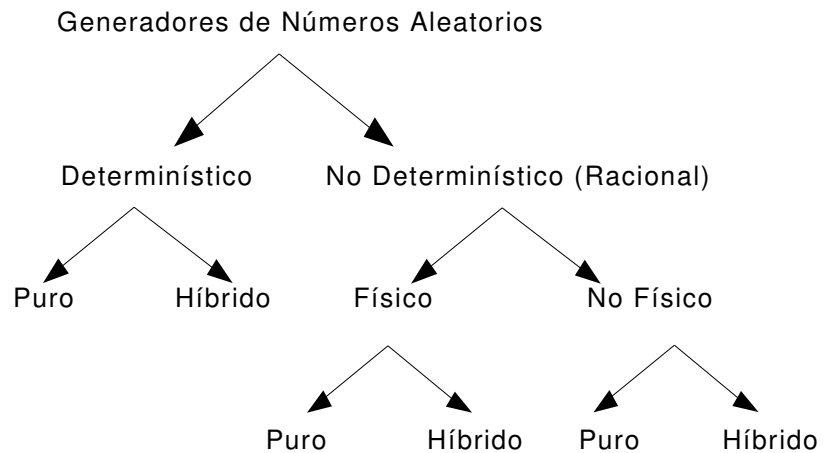


Figura 4 Tipos de Generadores de Números Aleatorios traducido [2009-Koç, "Cryptographic Engineering"]

Capítulo 3 Tipos de Generadores

3.1 Generador de Números Pseudoaleatorios (PRNG)

El generador de números pseudoaleatorio (Pseudorandom Number Generator, PRNG) no es estrictamente aleatorio debido a que la generación de las secuencias de bits no depende de una fuente de entropía proveniente de un fenómeno físico, contrario a los TRNG. En cambio, los PRNG son sistemas deterministas (predecibles) desde el punto de vista que son calculados mediante la utilización de un algoritmo matemático.

Además, requiere de una semilla (secuencia de bits iniciales) para su operación, la cual por sí misma debe de ser aleatoria e impredecible. Por lo tanto, un PRNG debe obtener su semilla a partir de un TRNG. Consecuentemente, si el algoritmo y semilla usados son previamente

conocidos, entonces el generador es completamente predecible e inservible para fines prácticos.

El objetivo de los PRNG es obtener secuencias que se comporten como si fueran aleatorias. Por definición, la máxima cantidad de secuencias de bits producidas por este tipo de algoritmos son finitas y completamente reproducibles, por lo tanto, solo serán aleatorias en un sentido limitado.

Un ejemplo de un PRNG es el Generador Lineal de Congruencias de Lehmer, el cual es el más común dentro de los PRNG, este se define por la siguiente ecuación de recurrencia:

$$X_{j+1} = (aX_j + c) \bmod(m)$$

(donde para la primera iteración $j = 0$ y X_0 es el valor inicial o semilla, a es el multiplicador, c es el incremento, y m es el módulo.)

Si un PRNG se diseña para tener un periodo máximo posible se denomina PRNG de periodo completo. Sin embargo, no todos los PRNG de periodo completo son adecuados.

Por lo tanto, los PRNG con menores valores de auto correlación entre números sucesivos son preferibles. Considerando el PRNG de Lehmer, si utilizamos la siguiente ecuación de recurrencia

$X_n = (5X_{n-1} + 1) \bmod(16)$ con condición inicial de $X_0 = 5$, los primeros 32(16 + 16) números generados son: 10, 3, 0, 1, 6, 15, 12, 13, 2, 11, 8, 9, 14, 7, 4, 5, 10, 3, 0, 1, 6, 15, 12, 13, 2, 11, 8, 9, 14, 7, 4, 5.

Se observa que los números generados son enteros entre 0 y 15. Este es un generador de periodo completo ya que en la secuencia generada transcurren dieciséis números hasta que la secuencia es repetida, lo cual es mayor o igual al valor del argumento del módulo.

Transcurrida esta secuencia el PRNG es completamente predecible. Debido a que diversos PRNG no son de periodo completo se compromete la aleatoriedad de la secuencia generada como se observa en el ejemplo descrito previamente.

Regularmente, los PRNG de periodo completo son utilizados combinando diferentes tipos de generadores; por ejemplo, contrario a la operación de suma se cambia por operación de multiplicación, conocido como Generador de Método Multiplicativo de Congruencias.

Actualmente, el generador de Lagged-Fibonacci es ampliamente utilizado, el cual está familiarizado con la serie de Fibonacci y se basa en un valor adicional para reducir las correlaciones de las secuencias generadas al incrementar el periodo y utilizar cualquier operación aritmética entre los valores secuenciales.

Este tipo de generadores se aplican exclusivamente en simulaciones numéricas, donde se requiere emular un comportamiento aleatorio con capacidad de reproducir su resultado en diferentes condiciones limitándolo a aplicaciones sin impacto.

Aunque la elección de los valores a usarse en un PRNG es un tema importante, ya que deben de satisfacer ciertos aspectos tales como ser números primos no relacionados, mantener en secreto el valor de la semilla (condición inicial) es un tema prioritario

3.2 Generador de Números Verdaderamente Aleatorios (TRNG)

El generador de números verdaderamente aleatorios (True Random Number Generator, TRNG) generalmente utiliza una fuente de señal no determinística en conjunto con funciones o procesos para generar la aleatoriedad.

El objetivo de la función o proceso es el reducir o cancelar ciertas debilidades de la fuente de entropía tales como la generación de una

secuencia no aleatoria de números; por ejemplo, conjuntos largos de bits de únicamente "1" o "0".

Además, generalmente, el origen de la fuente de entropía consiste de algún fenómeno o cantidad física, tales como ruido de un circuito electrónico, tiempo de algún proceso (movimientos de mouse, tecleo, tiempo de decaimiento en una señal radioactiva) o la combinación de diferentes metodologías.

Por definición, el TRNG es completamente impredecible debido a que la fuente de entropía es una variable de un fenómeno físico. Por lo tanto, el resultado de este generador puede ser utilizado directamente como un número aleatorio o puede ser aplicado para ser la fuente de señal de entrada a un pseudogenerador de números aleatorios.

Para que el TRNG pueda ser utilizado directamente, su secuencia aleatoria de bits debe satisfacer estrictos criterios de aleatoriedad como los establecidos por el NISTⁱ para evaluar si el fenómeno físico realmente es aleatorio.

Es importante remarcar que los TRNG son utilizados para la toma de decisiones críticas; por ejemplo, se aplican en sistemas de seguridad para cifrar claves de acceso en cuentas de banco y en sistemas de paridad (sincronización) para comunicaciones seguras.

En resumen, los TRNG son los generadores más complejos de diseñar e implementar, sin embargo, son los que tienen mayor aplicación en la actualidad.

3.3 Diferencias entre generadores PRNG y TRNG

En general los generadores TRNG poseen fuentes de entropía físicas, no obstante, ello, la secuencia binaria o de salida, para resultar verdaderamente aleatoria, también depende del post procesamiento de dicha fuente, especialmente al ser evaluada por los estándares del NIST.

El equilibrio debe buscarse, ya que, al emplear demasiadas reglas de pertenencia, incide negativamente en el tiempo de procesamiento, requisito que debe ser minimizado para aplicaciones que requieren cantidades grandes de secuencias aleatoriasⁱⁱ.

En virtud de ello, a veces, los PRNG parecen ser realmente aleatorios, ya que si una secuencia binaria pseudo-aleatoria es construida adecuadamente, cada valor en la secuencia se genera mediante una transformación agregando una aleatoriedad adicional.

Sin embargo, debe tenerse muy presente que los PRNG de la misma manera en que se pueden producir algoritmos para aumentar la aleatoriedad, también se pueden crear algoritmos capaces de descifrar su regla de operación, invalidando así el rendimiento estadístico satisfactorio debido a que sus secuencias binarias serían completamente predecibles³.

Acorde a lo expuesto y para aplicaciones de criptografía, seguridad informática e incluso sistemas de menor importancia como los diseñados para suplantar los equipos mecánicos de asignación al azar, la utilización de los TRNG es la única opción científicamente comprobada, hasta el momento.

Ventajas

- No periódicos
- No predecibles sin importar la cantidad de secuencias binarias precedentes
- Sin dependencia en su salida, (secuencia binaria es no correlacionada)
- El nivel de seguridad es altísimo y óptimo
- No se basan en algoritmos para generación de las secuencias binarias

³ Charmaine Kenny, Random Number Generators An Evaluation and Comparison of Random. org and Some Commonly Used Generators, Trinity College of Dublin, Project Report 2005.

Desventajas

- Procesamiento lento
- Inconvenientes para la instalación y ejecución del método
- Secuencias irreproducibles (no apto para propósitos de simulación)
- Costosos (en hardware y computacionalmente)

3.4 Fuentes Físicas de Generadores no determinísticos

Entre las principales fuentes físicas para generadores no determinísticos, podemos clasificar las siguientes:

- Basado en Caos
- Basado en ruido térmico en circuitos o componentes electrónicos
- Basado en el decaimiento de una señal radioactiva

Se desarrollan en forma básica los tres procedimientos, a saber:

3.5 TRNG basado en Caos

Lorenz, entendió que el comportamiento de un sistema caótico puede ser determinado por sus condiciones iniciales, no obstante, la complejidad con que el sistema puede ser determinado crece exponencialmente con la exactitud de la predicción.

Un sistema caótico exhibe aleatoriedad en el dominio del tiempo debido a que las condiciones iniciales no pueden ser especificadas con la suficiente exactitud para hacer una predicción a largo termino, conduciendo a la definición de que un sistema caótico está inmerso en un sistema dinámico no lineal determinista, pero con dependencia sensitiva a sus condiciones iniciales.

Este determinismo puede ser observado mediante la representación en fase de las trayectorias del sistema dinámico generando un atractor caótico. En la Figura 1 se puede observar la respuesta de un oscilador caótico con condiciones iniciales que varían en 0.01 %.

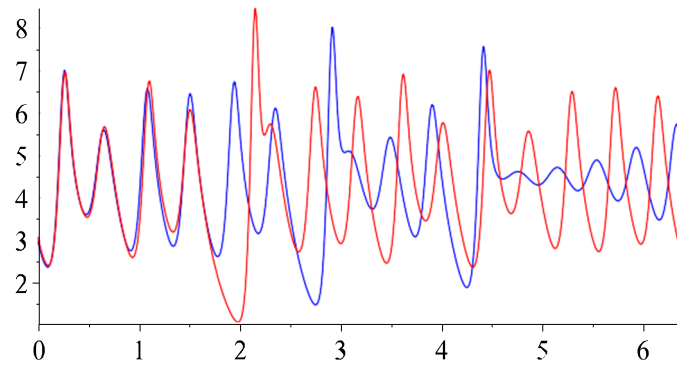


Figura 5 Sensibilidad a una mínima diferencia en las condiciones iniciales.

Fuente: M. Cencini, F. Cecconi and A. Vulpiani, Chaos: From Simple Models to Complex Systems, Series on Advances in Statistical Mechanics: Volume 17, 480pp, World Scientific Publishing,

A pesar de esta mínima variación las trayectorias divergen un valor aproximado de 5s. La evolución temporal de las trayectorias de un sistema dinámico puede orientar la observación del fenómeno caótico, es decir, que la evolución temporal de un oscilador caótico difiere de un oscilador típico (respuesta es periódica o cuasi-periódica).

La Transformada Rápida de Fourier (FFT) de las señales temporales, se muestran en la Figura 5. En la representación superior de la misma (oscilador periódico) obtenemos un pico de potencia en la frecuencia fundamental y sus armónicos respectivos, mientras que en la representación central, el espectro de potencia se distribuye en más de un pico de potencia (intervalo de frecuencia más amplio) y por último, en la representación inferior, obtenemos el espectro de potencia de un oscilador caótico (distribuido sobre un rango amplio de frecuencias), análogamente al espectro generado por ruido blanco, pero con un determinado ancho de banda.

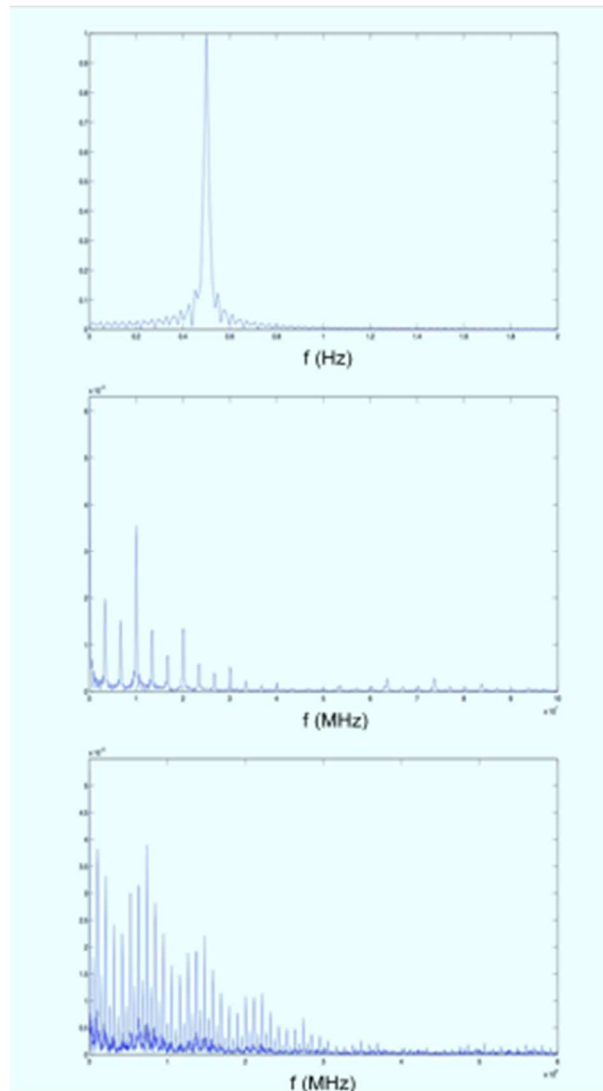


Figura 6 Espectro de Potencia en osciladores

(Fuente: Michael Peter Kennedy, Three Steps to Chaos Part I Evolution, IEEE Transactions on Circuit and Systems, vol. 40, no. 10, 1993)

El principio más utilizado para generadores TRNG es la señal en tiempo continuo, proveniente del oscilador caótico y mediante un establecimiento de comparadores de voltaje y reglas de asociación se obtiene el valor final de la cadena de bits

3.6 TRNG basado en ruido

El ruido es toda aquella señal anómala o perturbación en un sistema de transmisión que provoca que la información no llegue con claridad o se distorsione.

Este tipo de señales, que no contienen información, están compuestas por una mezcla aleatoria de longitudes de onda. En sistemas de comunicación se le asigna el término ruido a la falta de información en una señal.

En general el ruido eléctrico se define como cualquier energía eléctrica no deseada presente en la banda útil de un circuito de comunicaciones o, en términos físicos, como toda fluctuación aleatoria de una magnitud eléctrica, (ya sea corriente, tensión, etc.), que tienda a enmascarar la señal de interés.

Otra manera de definir al ruido es como "señales eléctricas indeseables que penetran en los equipos, o perturbaciones naturales que degradan el comportamiento deseado de un componente electrónico.

En la toma de datos digital, los errores que son causados por ruidos se manifiestan como bits adicionales o faltantes. Para que algo perturbe a una señal debe tener:

1. Una energía indeseada de la misma naturaleza que la señal perturbada.
2. Se debe encontrar presente en la misma banda de frecuencia que la señal.

El ruido en un canal de comunicación es aditivo, esto quiere decir que habrá una variación en la amplitud de la señal transmitida, lo que proporciona un error, esto podrá evitarse al limitar la amplitud, pero dado que el ruido es una señal aleatoria, su amplitud y su fase también son aleatorias.

El ruido se representa como un vector que se suma a la señal, dando como resultado una portadora con una amplitud y una fase variable, lo que dificulta la transmisión de la información dado que esta se transmite en la fase, en la amplitud y en la frecuencia de la portadora.

A continuación, veremos, divididos en secciones, los diferentes tipos de ruido que pueden existir.

3.6.1 Ruido externo o interferencias.

Es el ruido producido por el medio de transmisión, es decir corresponde al que se genera en un punto del sistema como consecuencia de acoplamiento eléctrico o magnético con otro punto del propio sistema, o con otros sistemas naturales (tormentas, etc.) o construidos por el hombre (motores, equipos, etc.).

El ruido de interferencia puede ser periódico, intermitente, o aleatorio.

Normalmente, se reduce minimizando el acoplo eléctrico o electromagnético, bien a través de blindajes, o bien, con la reorientación adecuada de los diferentes componentes y conexiones.

Este ruido incluye:

a) Ruido artificial.

b) Ruido atmosférico.

Se produce por la estática que se encuentra dentro de la atmósfera terrestre, la cual está cargada de estática que se manifiesta habitualmente en forma de relámpagos, centellas, rayos, etc.

La respuesta de estos ruidos no es plana, sino creciente desde frecuencias bajas hasta los 20 MHz y decreciente de allí en adelante, con valores por encima de los 30 MHz.

c) Ruido espacial.

3.6.2 Ruido térmico.

Este ruido está asociado con el movimiento browniano de electrones dentro de un conductor.

El movimiento aleatorio de los electrones en un conductor produce fluctuaciones en la tensión medidas en sus extremos.

El espectro es proporcional a la temperatura absoluta, esto quiere decir que cuanto menor sea la temperatura, menor será el ruido térmico. Se puede describir como una fuente de tensión o de corriente cuya polaridad será arbitraria.

Este tipo de ruido no aparecerá en capacitores ni en inductores.

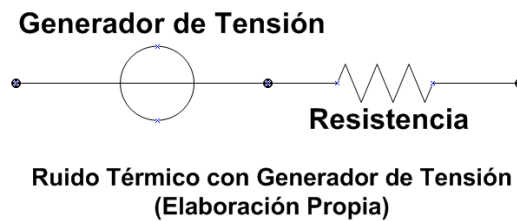


Figura 7 Generador de ruido térmico con resistencia

Este ruido está caracterizado por la siguiente ecuación:

$$\overline{V_n^2} = 4kTR\Delta f = 4kTR(V^2/Hz)$$

$$\overline{I_n^2} = \frac{4kT}{R}\Delta f = \frac{4kT}{R}(A^2/Hz)$$

Donde $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, T es la temperatura absoluta en grados Kelvin y Δf es el ancho de banda del canal en Hz.

El ruido térmico se puede reducir enfriando la fuente de ruido y este mismo principio se está aplicando en algunos receptores de radio utilizando enfriadores criogénicos, para mejorar la sensibilidad del receptor

Usualmente se utiliza un comparador, en uno de los puertos conectaremos la salida de nuestro generador y, en el otro conectaremos la salida de un divisor de tensión en el cual, en una de las resistencias, pondremos una resistencia variable para poder adecuarlo a la tensión media medida.

A fin de aumentar los niveles de salida, se deberá conectar esta salida a la salida de un nuevo comparador para tener variaciones aún más grandes. El circuito quedaría como el que aparece a continuación:

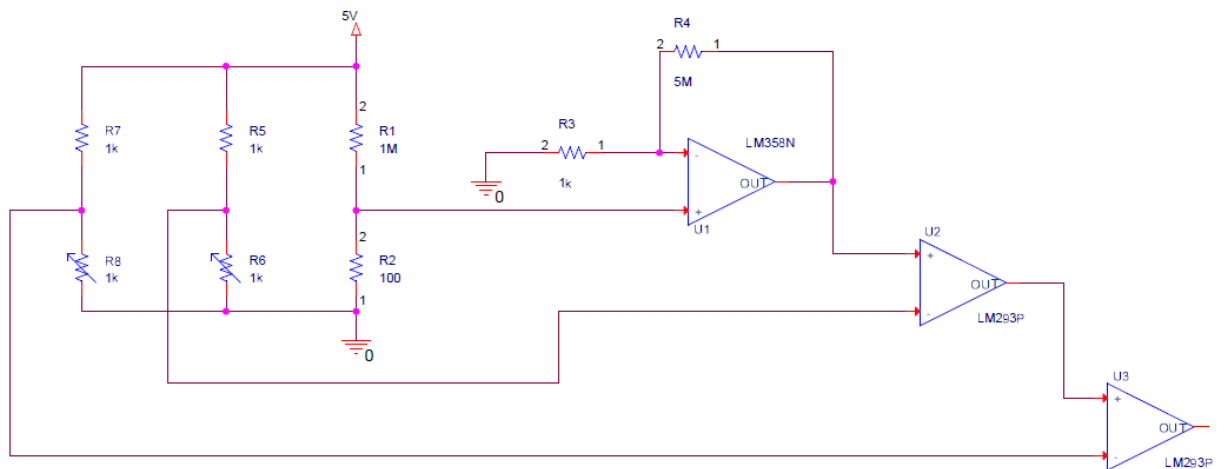


Figura 8 Circuito Comparador para obtener valores a partir del ruido térmico de las resistencias

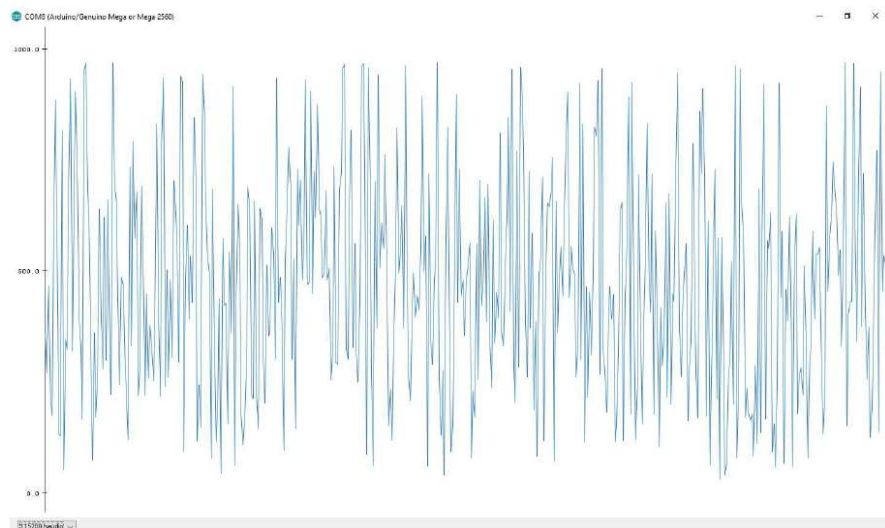


Figura 9 Tensión medida a la salida del generador digital mejorado

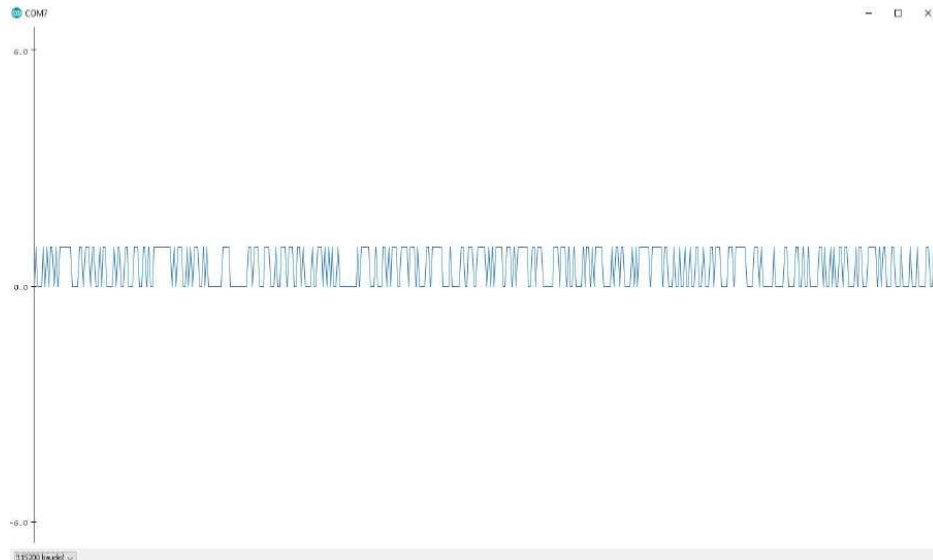


Figura 10 Niveles lógicos medidos a la salida del generador digital mejorado

3.7 TRNG basado en física cuántica

Al contrario de la física clásica, la física cuántica es fundamentalmente aleatoria. Es la única teoría dentro del tejido de la física moderna que integra la aleatoriedad. La física cuántica garantiza la evolución aleatoria

Este hecho fue muy perturbador para físicos como Einstein, sin embargo, su aleatoriedad intrínseca ha sido confirmada una y otra vez por investigaciones teóricas y experimentales realizadas desde las primeras décadas del siglo XX.

Al diseñar un generador de números aleatorios, es una elección natural aprovechar esta aleatoriedad intrínseca y recurrir al uso de un proceso cuántico como fuente de aleatoriedad.

Formalmente, los generadores cuánticos de números aleatorios son los únicos verdaderos generadores de números aleatorios.

Aunque esta observación puede ser importante en ciertos casos, los generadores de números aleatorios cuánticos tienen otras ventajas. Esta

aleatoriedad intrínseca de la física cuántica permite seleccionar un proceso muy simple como fuente de aleatoriedad.

Esto implica que dicho generador es fácil de modelar y su funcionamiento se puede monitorear para confirmar que está funcionando correctamente y que en realidad está produciendo números aleatorios.

Al contrario del caso en el que se utiliza la física clásica como fuente de aleatoriedad y donde el determinismo se esconde detrás de la complejidad, se puede decir que con la física cuántica la aleatoriedad se revela por la simplicidad.

Aquí, debemos diferenciar dos grupos de QRNG, los ópticos y los radioactivos o por decaimiento cuántico, propiamente dicho.

a) QRNG ópticos

La óptica es la ciencia de la luz. Desde el punto de vista de la física cuántica, la luz consta de "partículas" elementales llamadas fotones.

Los fotones exhiben, en determinadas situaciones, un comportamiento aleatorio.

Una de estas situaciones, que se adapta muy bien a la generación de números aleatorios binarios, es la transmisión sobre un espejo semitransparente.

El hecho de que un fotón incidente en tal componente sea reflejado o transmitido es intrínsecamente aleatorio y no puede ser influenciado por ningún parámetro externo.

Una fuente de luz débil envía un estado con un fotón a un divisor de haz equilibrado. El camino que toma el fotón en la salida es aleatorio y habrá una detección con la misma probabilidad en cada detector.

Podemos considerar que un clic en el detector D0 se registra como un bit 0 y una detección en D1 es un 1

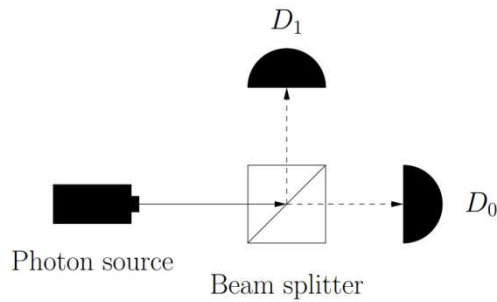


Figura 11 Sistema óptico genérico

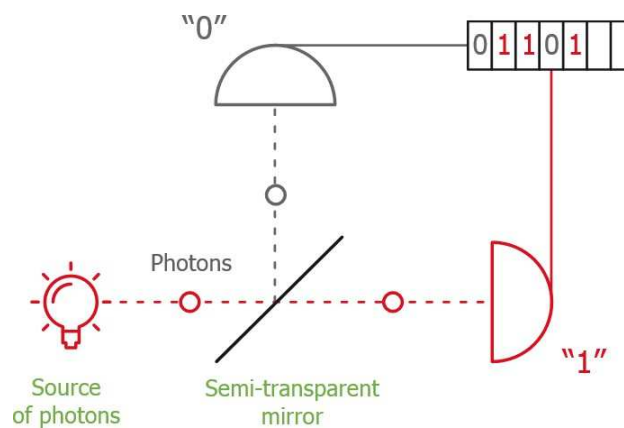


Figura 12 Sistema óptico utilizado para generar números aleatorios

A continuación se detalla un diagrama de bloques del generador de números aleatorios óptico, que consta de tres subsistemas.

El primero es el núcleo del generador y contiene los elementos ópticos que se utilizan para implementar el proceso aleatorio y producir los resultados aleatorios.

Consta de un diodo emisor de luz que produce los fotones, un elemento de transmisión, donde tiene lugar el proceso aleatorio, y dos detectores de fotón único, detectores con resolución de fotón único, para registrar los resultados.

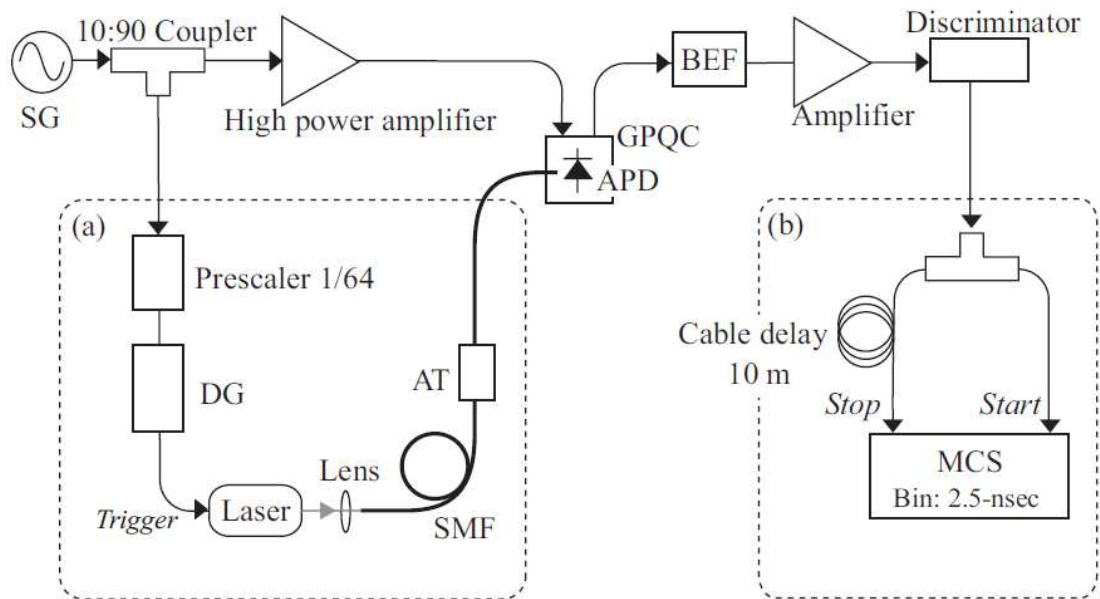


Figura 13 Diagrama de bloques de un QRNG óptico

El subsistema óptico está controlado por un circuito electrónico de sincronización y adquisición. Este subsistema comprende un reloj y una electrónica de activación para la fuente de fotones, así como la electrónica de adquisición para los detectores de fotón único. El subsistema de procesamiento e interconexión realiza comprobaciones estadísticas y de hardware, además de eliminar el sesgo de la secuencia. Estas operaciones se tratan con más detalle en la siguiente subsección. Este subsistema también da forma a las señales electrónicas de salida.

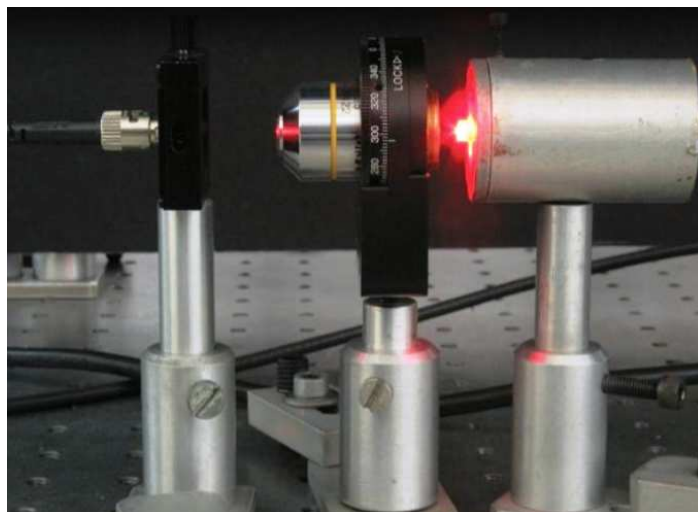


Figura 14 Ejemplo práctico de un QRNG óptico (laser y fibra óptica), de grandes dimensiones

b) QRNG cuánticos (por decaimiento radioactivo)

La ventaja de implementar el fenómeno de la desintegración radiactiva es el hecho de que proporciona eventos únicos detectables bastante buenos, ya sea con un tubo Geiger-Müller o un sensor semiconductor. Este último es más sensible a los errores por amplificar y procesar el ruido (un elemento semiconductor es muy sensible a las perturbaciones electromagnéticas, que a su vez son muy frecuentes)

Por otro lado, siempre hay que lidiar con una sustancia radiactiva, por lo que es un poco más difícil de manejar que un circuito simple con un diodo de ruido especial.

Para simplificar, la mayoría de los generadores de números aleatorios cuánticos basados en radiactividad se basaron en la detección de radiación β (electrones emitidos).

En un detector Geiger-Müller, GM, una sola partícula produce un evento de ionización que se amplifica en una avalancha de Townsend (Friedman, 1949). El resultado es un dispositivo que, cuando está configurado correctamente, produce un pulso por cada partícula detectada.

La probabilidad de que un átomo determinado decaiga en un intervalo de tiempo $(t, t+dt)$ viene dada por una variable aleatoria exponencial de modo que:

$$P(t)dt = \lambda_m e^{-\lambda_m t} dt$$

(para un material con una constante de decaimiento λ_m).

Si la muestra retiene muchos de sus átomos originales (estamos en tiempos mucho más pequeños que la vida media) y el sistema detector de muestras no sufre prácticamente ningún cambio durante nuestro intervalo de tiempo (la posición de la muestra es constante, el gas en el GM tubo no se contamina, etc.), el tiempo entre los pulsos detectados también es una variable aleatoria exponencial.

Los tiempos son independientes de los resultados anteriores y el número de pulsos que llegan en un período de tiempo fijo sigue una distribución de Poisson. La tasa exacta depende de muchos factores, pero se puede determinar experimentalmente y podemos estar satisfechos de que los pulsos lleguen en momentos independientes (Silverman et al., 1999).

La probabilidad de encontrar m pulsos en un período de observación de T segundos es $P_m(T) = \frac{(\lambda T)^m e^{-\lambda T}}{m!}$

donde λ da el número medio de pulsos que detectamos en un segundo para nuestra fuente y corresponde al parámetro de la distribución exponencial.

Los primeros QRNG basados en la desintegración radiactiva comparten muchos elementos comunes. La mayoría usa contadores digitales para convertir los pulsos del detector en dígitos aleatorios. Un contador digital aumenta su valor de salida en 1 cuando recibe un pulso en su entrada y se puede restablecer para iniciar el conteo desde 0. Otro elemento clave es la sincronización con un reloj digital.

Estos QRNG se pueden explicar mejor si hablamos en términos de relojes (clock) rápidos y lentos para describir relojes con una frecuencia ν significativamente mayor o menor que la tasa media de detección.

Un reloj rápido, con $\nu > \lambda$, genera muchos pulsos entre conteos Geiger y cuando un reloj lento, con $\nu < \lambda$, produce un pulso, ha habido tiempo suficiente para haber registrado muchos conteos en el detector GM.

El método para secuencias binarias es mirar la paridad del valor del contador, verificando si el número de pulsos contados es par o impar

(Vincent, 1970). Este tipo de corrección se basa en resultados previos para verdaderos generadores de números aleatorios que enfrentan problemas similares (Thomson, 1959).

Una segunda opción es usar un reloj lento para determinar cuándo leer el contador. En el generador de Schmidt (Schmidt, 1970b), los pulsos del detector GM aumentan el valor de un contador. Cuando el reloj lento produce un nuevo pulso, el valor del contador se usa como un dígito aleatorio y el conteo comienza de nuevo desde 0.

La salida corresponde al número de conteos de partículas en cada período de reloj. Limitamos a un contador que genera valores de 0 a $M-1$, un contador de módulo M . Cuando $M = 2$ tenemos un generador de números aleatorios binarios. La distribución de los dígitos muestreados no es uniforme, pero si tomamos la suma módulo M de múltiples salidas, podemos obtener una distribución con un sesgo tan pequeño como se desee. Esto se llama "contracción" y se analiza en detalle en el artículo de Schmidt (Schmidt, 1970b).

Si bien los QRNG basados en la desintegración radiactiva son una buena manera de obtener números aleatorios verdaderos de alta calidad, tienen algunos inconvenientes que limitan su uso práctico. Una barrera importante es la baja tasa de bits que pueden alcanzar, generalmente por debajo de unos pocos cientos de kilobits por segundo.

El primer problema es la necesidad de una fuente radiactiva. En principio, todos los QRNG basados en desintegración podrían funcionar con la radiación de fondo. A menos que esté aislado, un detector contará los rayos cósmicos extraviados, la radiación de radio, torio u otros materiales radiactivos en la corteza terrestre o partículas de radón en el aire.

Sin embargo, la actividad natural rara vez produce suficientes partículas para provocar más de unos pocos recuentos por segundo. Esto

plantea un problema fundamental para el uso generalizado de QRNG de desintegración radiactiva.

Para lograr una velocidad rápida, el QRNG necesita una fuente altamente radiactiva. Una segunda limitación de la tasa de bits generada es el tiempo muerto de los detectores. En los contadores Geiger, la avalancha que amplifica cada conteo ioniza el gas dentro del tubo GM. La avalancha se detiene cuando los iones positivos rodean el cátodo dentro del tubo.

Estos iones previenen nuevas avalanchas hasta que vuelven a su estado normal (Friedman, 1949). El tiempo muerto es el tiempo mínimo para que el tubo GM recupere su capacidad de detección completa y puede pasar de decenas de nanosegundos a unos pocos microsegundos.

Esto limita la tasa de conteo al rango de MHz. Los detectores de semiconductores también necesitan reponer los portadores después de cada detección y tienen tiempos muertos en el rango de microsegundos.

El tiempo muerto y otras fuentes de falta de uniformidad deben corregirse al generar bits aleatorios. Vincent describe algunas advertencias importantes en un artículo de seguimiento (Vincent, 1971) a su propuesta original de generador.

En general, la calidad de los bits generados será buena y, cuando hay algún sesgo residual, existen métodos simples de posprocesamiento para recuperar una salida aleatoria.

Un último problema específico de los detectores de semiconductores es el daño que sufren por la radiación. Los tubos Geiger también se degradan con el tiempo, pero el efecto de la radiación sobre ellos se ha estudiado ampliamente, mientras que los semiconductores utilizados específicamente para la detección de radiación son relativamente nuevos.

Siempre que el daño produzca una reducción progresiva y lenta de la eficiencia, la salida mantendrá la aleatoriedad, pero se necesitan más estudios sobre el comportamiento a largo plazo de estos detectores.

A pesar de estas limitaciones, la desintegración radiactiva es una fuente adecuada de aleatoriedad para aplicaciones de baja velocidad. Puede, por ejemplo, usarse para proporcionar entropía para la semilla de generadores de números pseudoaleatorios.

Capítulo 4. Nuevo Generador Propuesto

Aunque producen números de excelente calidad, los generadores por decaimiento radioactivo eran bastante voluminosos y el uso de materiales radiactivos podía causar problemas de salud (con aquellos elementos altamente radioactivos). No obstante, ello, salvo un desarrollo particular y costoso, los QRNG ópticos también suelen poseer grandes dimensiones.

El hecho de que no existieran generadores de números aleatorios cuánticos simples y de bajo costo impidió que la física cuántica se convirtiera en la fuente dominante de aleatoriedad.

Por todo lo expuesto es que se optó por el diseño de un desarrollo **de un hardware QRNG intentando compensar con herramientas actuales las desventajas mencionadas**, ya que los ópticos suelen ser de grandes dimensiones y aquellos pocos productos comerciales (ópticos) para el uso y consumo son extremadamente costosos.

La inmensa mayoría de la bibliografía consultada habla de interfaces RS232 (actualmente se utiliza USB) y en un tema más específico e importante, se procede a resetear los contadores, a diferencia del diseño propuesto en el cual, los contadores funcionan

permanentemente y ante la detección (Geiger-Müller) se “extrae” el valor del contador.

Asimismo, para que el circuito no sea exclusivamente electrónico, además del tubo Geiger-Müller) se procedió a implementar relays (para tomar el dato del contador) los cuales con su accionar electromecánico agregan entropía al sistema, y, por lo tanto, aleatoriedad RACIONAL.

4.1 Diseño del Hardware

Para el diseño del sistema, se proyectó la implementación de un detector Geiger-Müller, aislado al circuito por un optoacoplador. Este detector va a manejar un contador decimal CD4017 cuya función se explica a posteriori de las siguientes etapas. Asimismo, a unos cm del detector se montan dos pastillas de Americio 241.

A fin de establecer el circuito de clock (reloj) se implementó mediante dos compuertas inversoras del tipo Smith-Trigger CD40106, con un cristal de 1 MHz para obtener dicho valor de clock en forma altamente estable, a su salida.

Esta salida (de 1MHz) ingresa a la entrada de clocks de dos contadores binarios de cuatro bits (de 0000 a 1111), que se encuentran en un mismo chip (CD4520). Es decir, estos contadores funcionan a 1 MHz, cada valor probable (son 16), cambia 62.500 por segundo, y todos los valores en su conjunto, 1 millón de veces por segundo. Estos son los contadores principales, contadores Nro. 1 y 2.

Para visualizar en forma local (sin conectar a la computadora) se conectaron las salidas de los contadores a dos display hexadecimales (1 y 2) de muy moderno diseño e importados exclusivamente para este Trabajo Final, (TIL311). En paralelo se conectaron dichas salidas (de los contadores) a 8 entradas de la placa Arduino Uno (para visualizar y exportar los resultados a una computadora mediante la interface USB del mismo).

Lógicamente, mientras los contadores funcionan, los Display 1 y 2 encienden todos sus puntos, o mejor expresado, es imposible observar el cambio en los Display en virtud de la elevada velocidad de clock.

Volviendo al primer contador (CD4017), posee 10 salidas que avanzan por cada flanco de reloj. Al mismo está conectado el detector Geiger-Müller (mediante Optoacoplador) y en cada detección se activa una salida, conectándose de la siguiente forma:

1ª Salida: Led verde (solo de testeo)
2ª y 3ª Salida: activa el primer relay (mediante un transistor)
4ª y 5ª salida: activa el segundo relay (mediante un transistor)
6ª salida: se conecta al reset del propio contador (comienza de la primera salida)

De esta forma, a medida que se detecta el decaimiento cuántico del Am241, durante dos detecciones (ya que suelen ser muy próximas cuando el material mencionado está cerca, como es el caso) van a “detener” el contador Nro. 1

En este preciso instante se puede observar el valor en el Display 1. Asimismo, se exportará el valor a la computadora (se describirá al momento de describir a la interface Arduino)

Luego, en dos detecciones siguientes, van a “detener” esta vez al contador Nro. 2, pudiéndose observar el valor en el Display 2 y al igual que en el paso anterior, se exportará en la computadora (se describirá al momento de exponer la interface Arduino)

Repitiéndose el ciclo indefinidamente, con lo cual en minutos se pueden obtener una cantidad importante de valores.

Como el hardware fue diseñado y armado, estas condiciones se pueden modificar para obtener aún mayor velocidad o bien, que en lugar de obtener valores en binario 0000 al 1111 o expresados en Hexadecimal

del 0 al F (en decimal 16 valores, del 0 al 15), se puede optar por tomar **“ambos dígitos”** en cada pasada del contador CD4017, obteniendo valores del 00000000 al 11111111 en binario o en Hexadecimal del 00 al FF (en decimal 256 valores, del 0 al 255) con la única diferencia de utilizar el doble de valores en el primer caso.

Por ejemplo, en unos pocos minutos se pueden obtener 1.600 valores, para el primer uso, en la segunda opción serían 800 valores los que se tomarían para cada dígito.

A continuación, se muestra un diagrama en bloques de la solución propuesta:

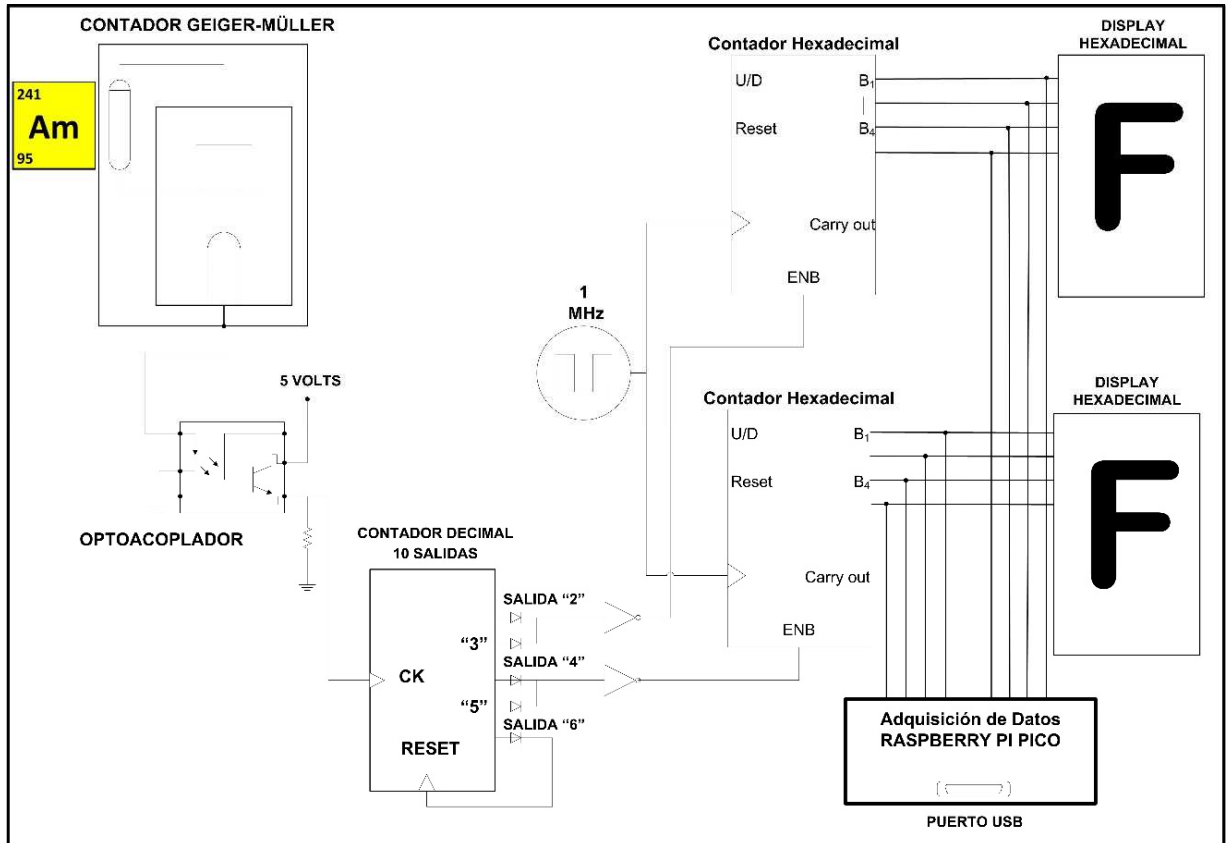


Figura 15 – Diagrama en bloques del hardware

4.2 Decaimiento Cuántico y Contador Geiger

Se utilizan dos pastillas de 0,29 microgramos, cada una, de Am241 (Tabla 1), es decir, un total de 0,58 microgramos en forma de dióxido de americio, como generador de radiación alfa. El Am-241 es un isótopo de americio. Como todos los isótopos del americio, es radioactivo, con una vida media de 432,2 años. Sus nucleidos progenitores comunes son β^- desde ^{241}Pu CE desde ^{241}Cm y α desde ^{245}Bk .

El Americio-241 tiene una actividad específica de 3,43 Ci/g (curies por gramo o 126,8 gigabecquerels (GBq) por gramo). Se encuentra comúnmente en forma de dióxido de americio-241 ($^{241}\text{AmO}_2$).

Tabla 1 Características del Americio 241

Símbolo	AM241
Nombres	americio-241, Am-241
Protones	95
Neutrones	146
Abundancia natural	0 (sintético)
Media vida	432,2 años
Isótopos parentales	^{241}Pu (β^-)
	^{241}Cm (CE)
	^{245}Bk (α)
Productos de descomposición	Neptunio 237
Masa de isótopos	241.056829144 tu
Vuelta	5/2-
Exceso de energía	52936.008 keV
Energía de unión	7543.272 keV
Modo de decaimiento	Energía de descomposición (MeV)
decaimiento α (alfa)	5.486
emisión γ (gama)	0.0595409

Este isótopo también tiene un estado meta, Los ^{241m}Am , con una energía de excitación de 2,2 MeV y una media vida de 1,23 μs .

La presencia de americio-241 en plutonio se determina por la concentración original de plutonio-241 y la edad de la muestra. Debido a

la baja penetración de la radiación alfa, el americio-241 **solo representa un riesgo para la salud cuando se ingiere o inhala.**

Las muestras más antiguas de plutonio que contienen plutonio-241 contienen una acumulación de Am241. El americio-241 se desintegra principalmente a través de decaimiento alfa, con un débil rayo gamma subproducto.

Las energías de desintegración α son 5.486 MeV durante el 85% del tiempo (el que es ampliamente aceptado para la energía de desintegración α estándar), 5,443 MeV el 13% del tiempo y 5,388 MeV el 2% restante.

El segundo tipo más común de descomposición que sufre el americio-241 es fisión espontánea, con una relación de ramificación de $3,6 \times 10^{-12}$ y pasando 1,2 veces por segundo por gramo de Am241. El tipo menos común (más raro) de descomposición del americio-241 es ^{34}Si decaimiento del racimo, con una relación de ramificación de menos de $7,4 \times 10^{-16}$.

La muestra utilizada de 0,58 microgramos (aproximadamente 2/3 tercios del peso de un grano de arena) posee una actividad de 1 microcurio/37 kilobecquerels ($1.0 \mu\text{Ci}/37 \text{ kBq}$). El número de desintegraciones por unidad de tiempo predicho por la ley exponencial es un valor medio estadístico, sobre el cual puede fluctuar, por lo tanto, el número de desintegraciones en un tiempo determinado t (supuesto mucho menor que la vida media de la muestra) va a oscilar en torno a un valor medio.

Si realizamos un número muy grande de medidas todas durante t , el número de veces que obtenemos un número de cuentas n puede aproximarse a una distribución de Poisson:

$$P_n = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}$$

donde μ es el número medio de cuentas en el tiempo t .

A continuación, se describe el circuito del detector Geiger-Müller que fue adquirido armado e importado exclusivamente para el presente proyecto:

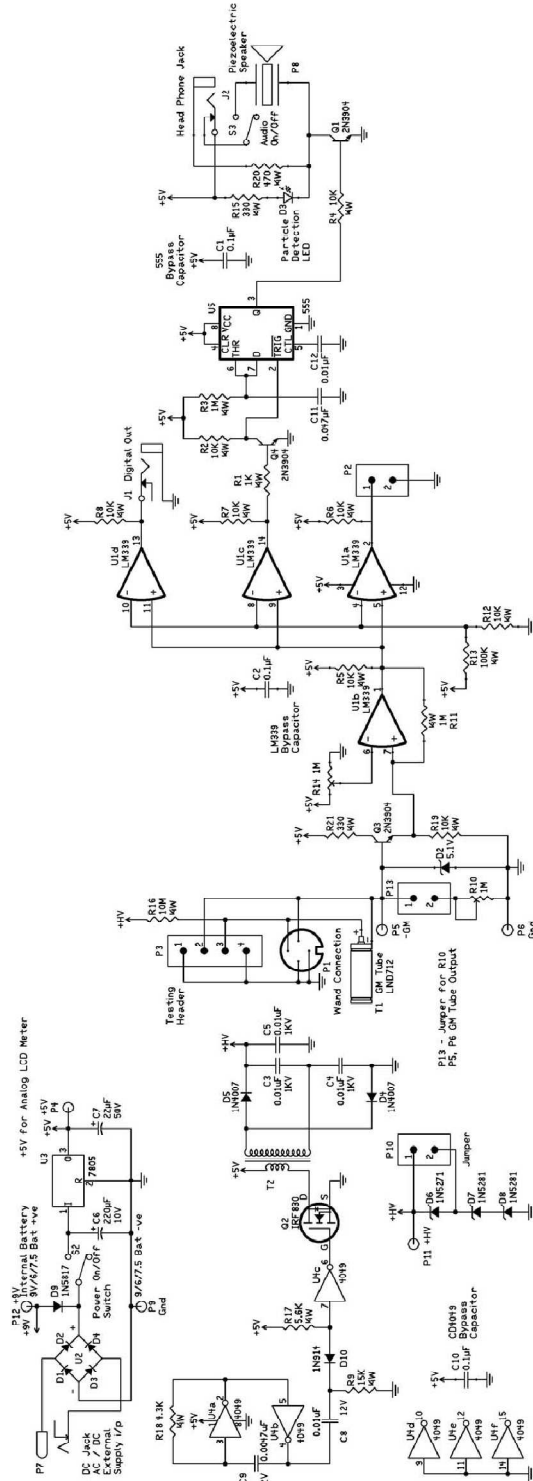


Figura 16 Circuito del detector Geiger-Müller, adquirido armado



Figura 17 – Foto del Detector Geiger-Müller

4.3 Optoacoplador

La salida del detector se contacta a través del siguiente circuito:

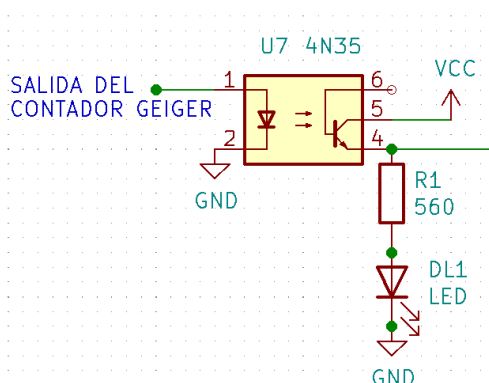


Figura 18 – Circuito adaptador de los pulsos provenientes del Detector (Diseño y elaboración propia)

4.4 Oscilador de alta frecuencia

Para obtener una señal de clock de 1 MHz, se implementó el siguiente circuito:

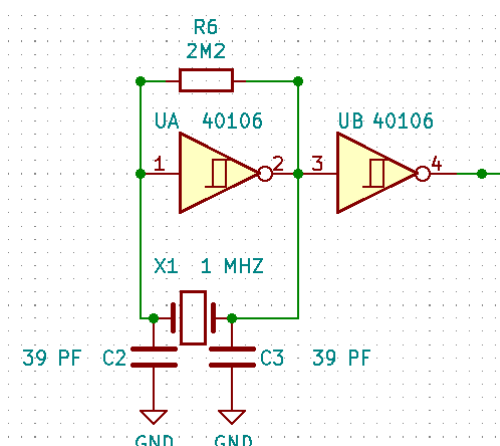


Figura 19 Circuito generador de clock a 1 MHz (Diseño y elaboración propia)

4.5 Contadores y Display Hexadecimales

Los contadores Nro. 1 y Nro. 2 se implementaron con el siguiente circuito:

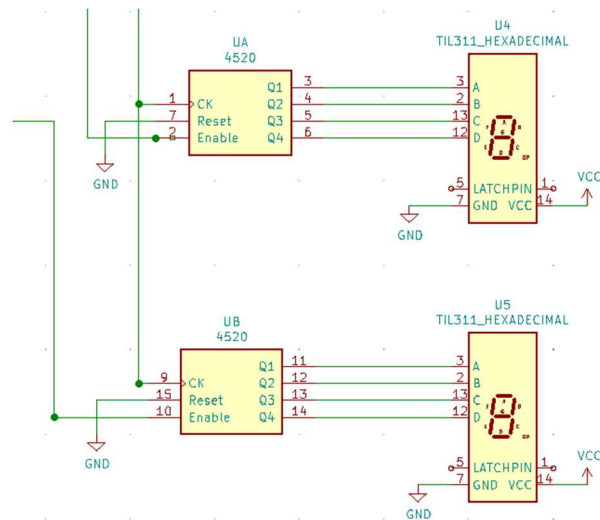


Figura 20 Contadores y Display Hexadecimales MHz (Diseño y elaboración propia)

4.6 Contador Decimal y Relays

Esta etapa del circuito se encarga de administrar los pulsos provenientes de la detección (decaimiento cuántico):

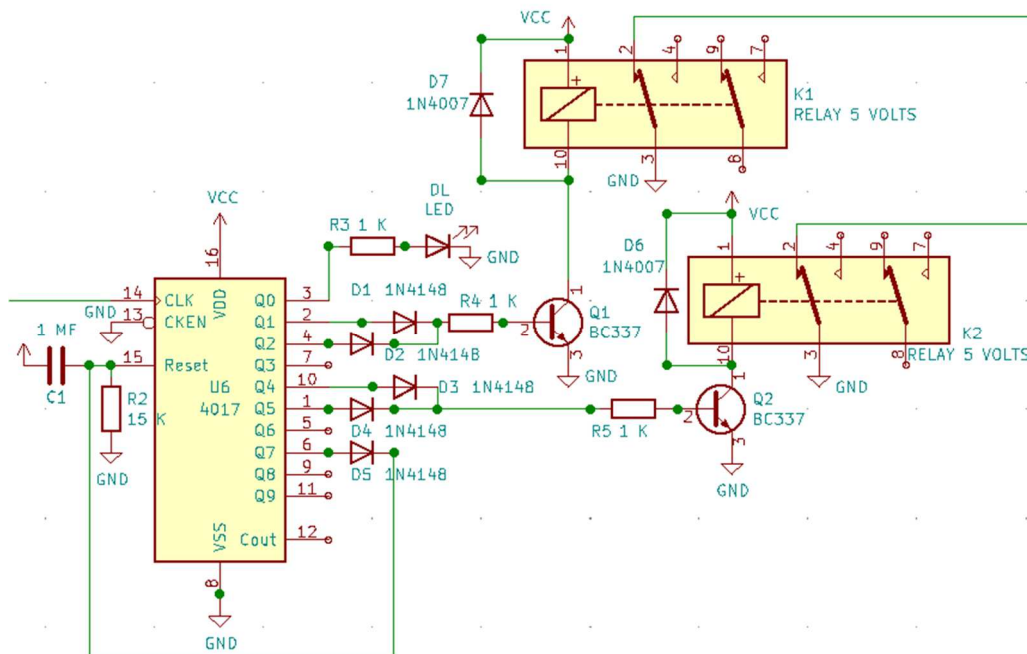


Figura 21 Contador decimal que controla los relés mediante transistores (Diseño y elaboración propia)

4.7 Interface para conexión a PC

Para esta interface se implementó una placa “Arduino Uno”:

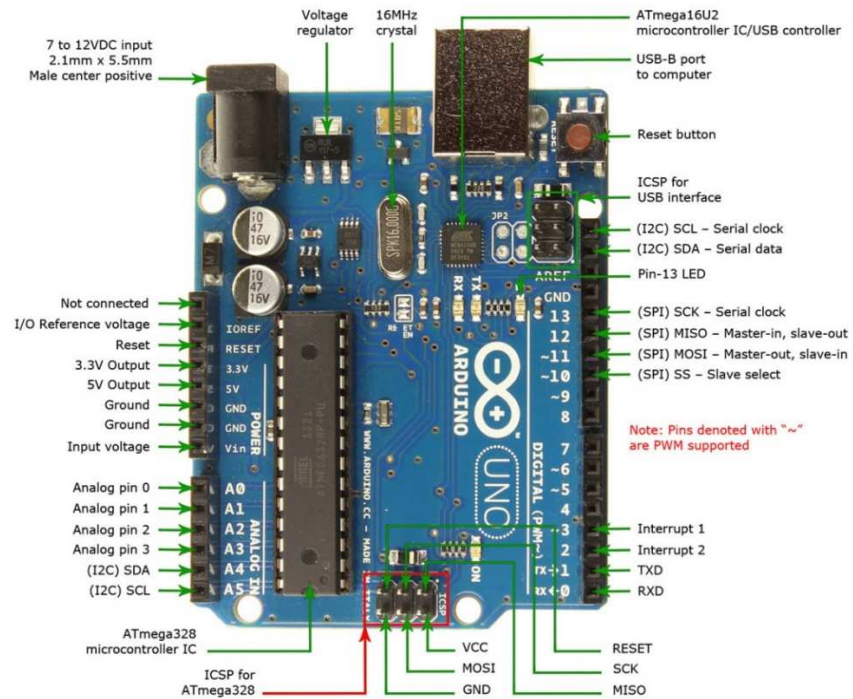


Figura 22 – Interface Arduino

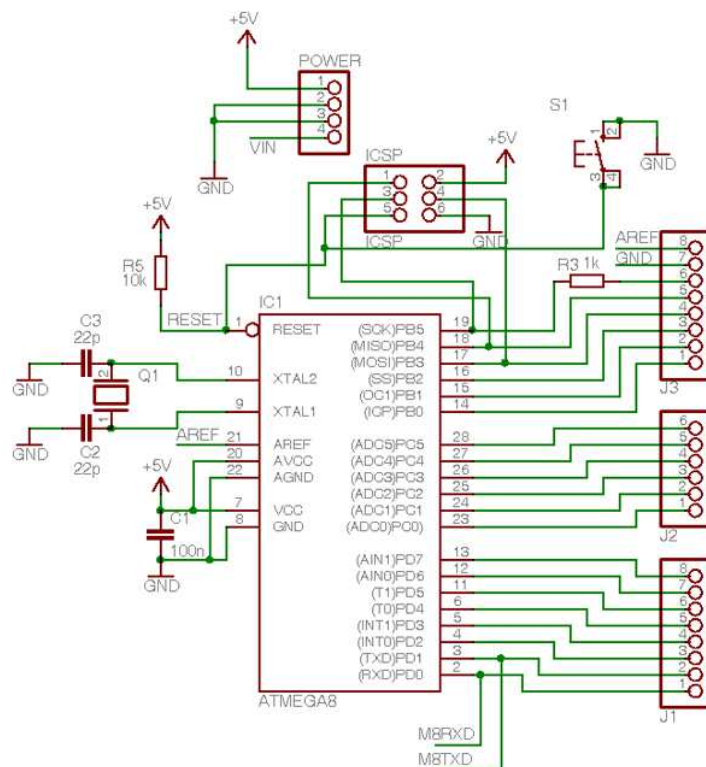


Figura 23 – Esquemático Arduino

4.8 Software de la interface Arduino

La interface Arduino permite el manejo de sus entradas y salidas mediante las instrucciones específicas que se programen a tal fin.

En tal sentido, el siguiente programa también es de elaboración propia:

```
void setup() {

pinMode(2, INPUT); // pin 2 como entrada
pinMode(3, INPUT); // pin 3 como entrada
pinMode(4, INPUT); // pin 4 como entrada
pinMode(5, INPUT); // pin 5 como entrada
pinMode(6, INPUT); // pin 6 como entrada
pinMode(7, INPUT); // pin 7 como entrada
pinMode(8, INPUT); // pin 8 como entrada
pinMode(9, INPUT); // pin 9 como entrada
pinMode(11, INPUT_PULLUP); // pin 11 como entrada
pinMode(12, INPUT_PULLUP); // pin 12 como entrada
Serial.begin(9600); // se setea el puerto serie para poder monitorear
los datos

}

void loop()
{

if (digitalRead(11) == LOW) // evalúo si la entrada 11 está en nivel
bajo (activado por el Relè 1)=> SI: LEE CONTADOR 1.

{

    delay (10);
    Serial.print (digitalRead (2)); // envío dato al puerto serie (msb)
    Serial.print (digitalRead (3)); // envío dato al puerto serie
    Serial.print (digitalRead (4)); // envío dato al puerto serie
    Serial.print (digitalRead (5)); // envío dato al puerto serie (MSB)
    Serial.println ();
    delay (50);

}
```

label:

```
if (digitalRead(11) == LOW) // evalúo si la entrada 11 está en nivel bajo; si no vuelve. Hasta que no es en alto no sigue.
```

```
{
```

```
    goto label;
```

```
}
```

```
if (digitalRead(12) == LOW) // evalúo si la entrada 12 está en nivel bajo (activado por el Relè 2)=> SI: LEE CONTADOR 2.
```

```
{
```

```
    delay (10);
```

```
    Serial.print (digitalRead (6)); // envío dato al puerto serie (msb)
```

```
    Serial.print (digitalRead (7)); // envío dato al puerto serie
```

```
    Serial.print (digitalRead (8)); // envío dato al puerto serie
```

```
    Serial.print (digitalRead (9)); // envío dato al puerto serie (MSB)
```

```
    Serial.println ();
```

```
    delay (50);
```

```
}
```

label2:

```
if (digitalRead(12) == LOW) // evaluó si la entrada 12 está en nivel bajo; si no vuelve. Hasta que no es en alto no sigue.
```

```
{
```

```
    goto label2;
```

```
}
```

```
}
```

4.9 Esquemático del Circuito de elaboración propia

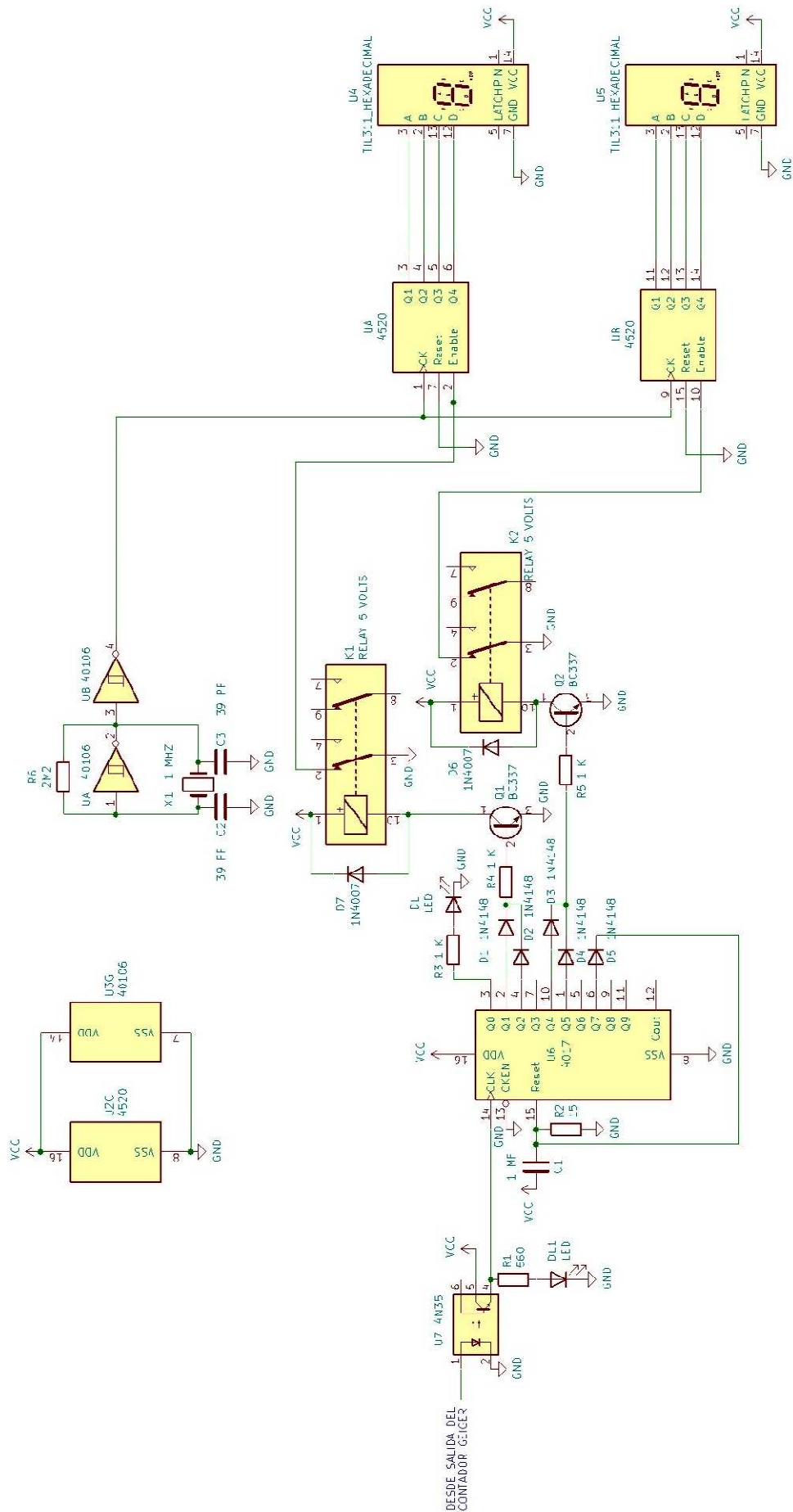


Figura 24 Esquemático de los circuitos de diseño y elaboración propia

Capítulo 5 vistas fotográficas del equipo armado

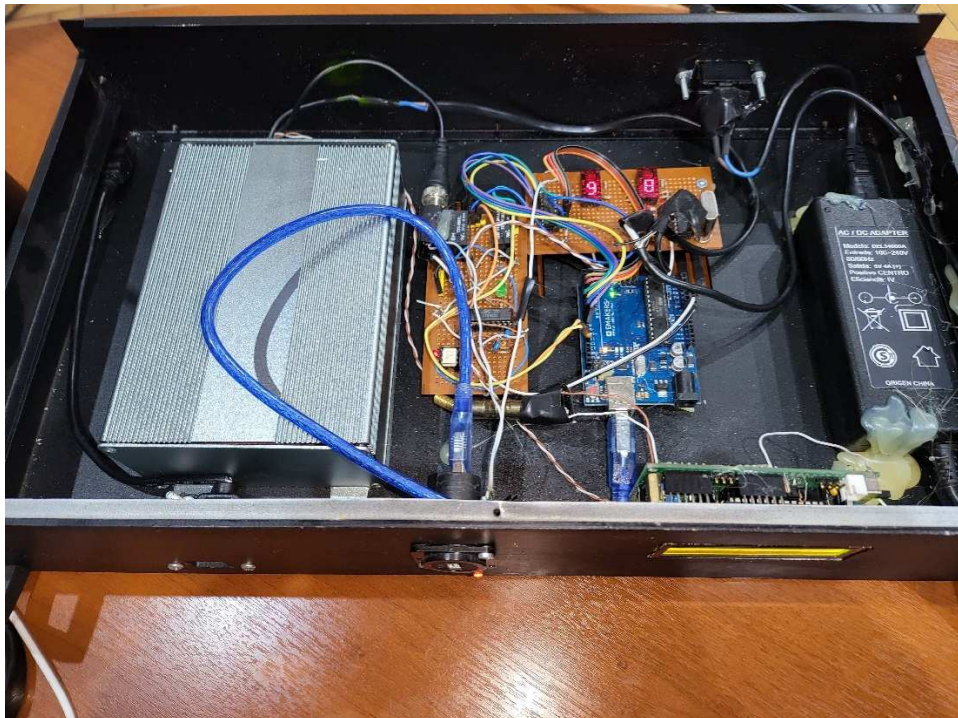


Figura 25 Equipo general (tapa abierta)

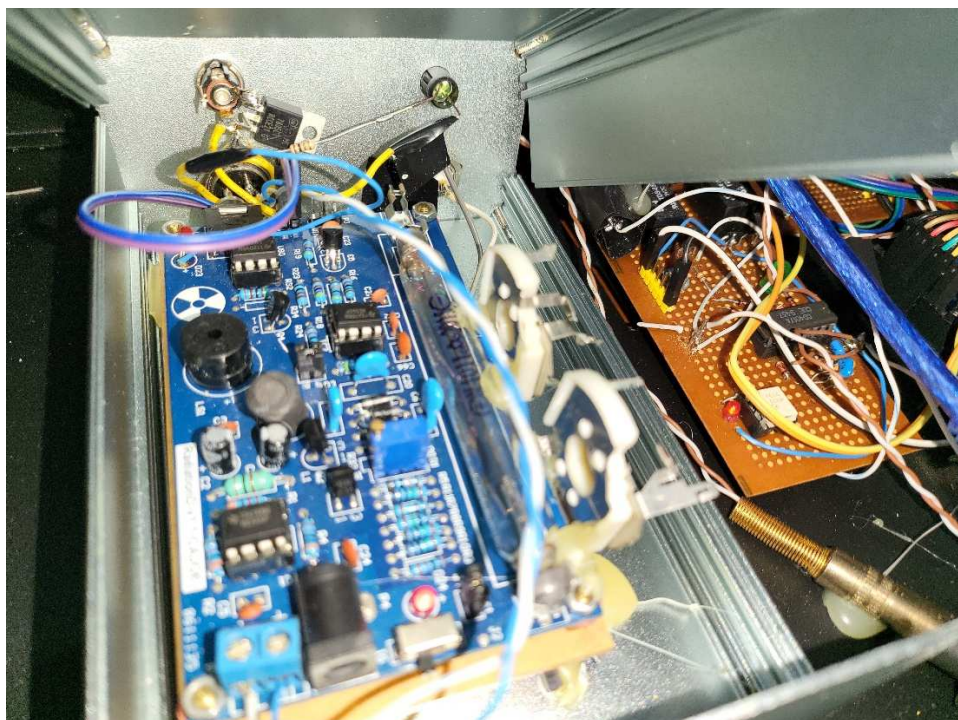


Figura 26 – Placa Oscilador de alta frecuencia y contador con display alfanuméricos (diseño y elaboración propia)



Figura 27 - Equipo Sensor que posee el Am241 y el detector Geiger-Müller

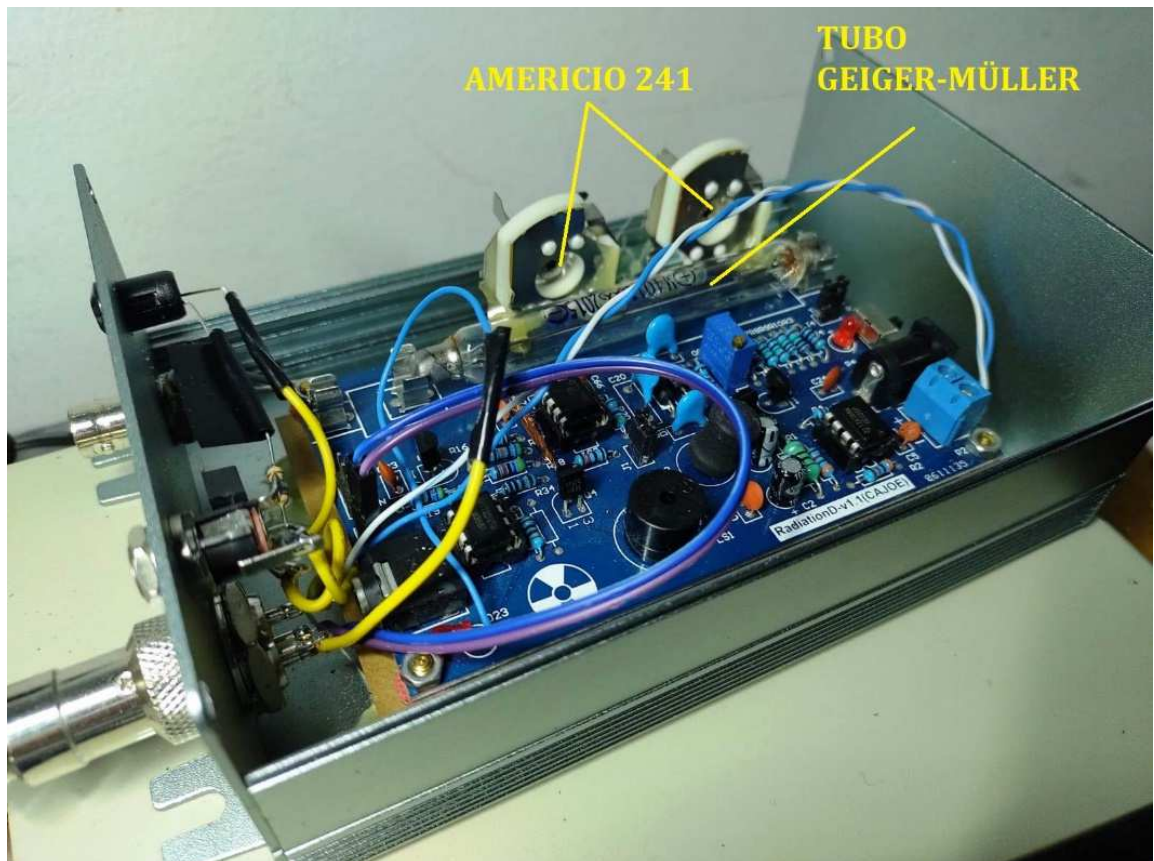


Figura 28 - Vista interior del sensor



Figura 29 – Vista general del equipo, conteniendo el monitor de la radioactividad interna del generador



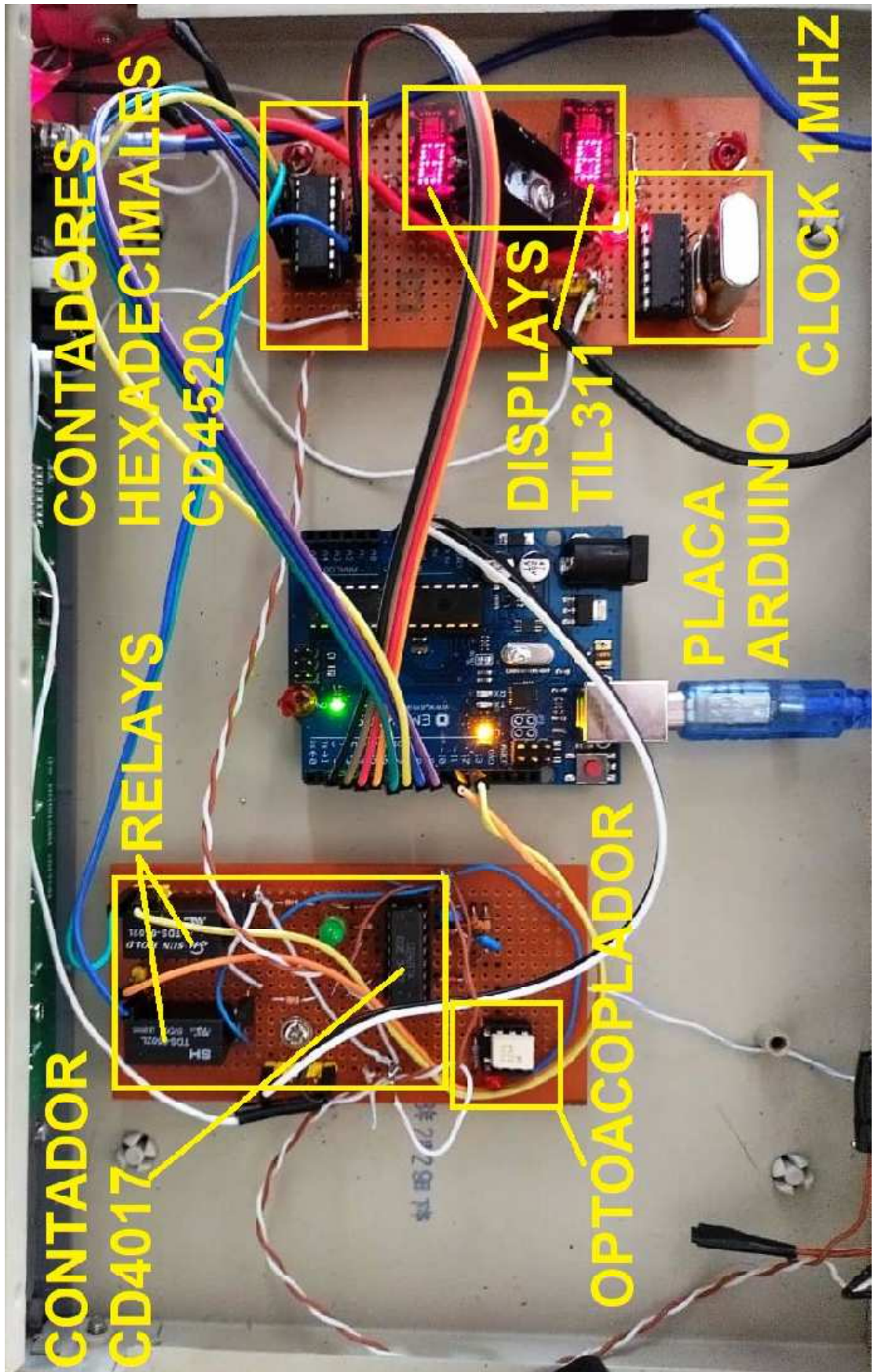


Figura 30 Equipo y su descripción

Capítulo 6 – Velocidad de Generación de Números

Si bien los QRNG basados en la desintegración radiactiva son una buena manera de obtener números aleatorios verdaderos de alta calidad, tienen algunos inconvenientes que limitan su uso práctico. Una barrera importante es la baja tasa de bits que pueden alcanzar, generalmente es muy baja.

El primer problema es la necesidad de una fuente radiactiva. En principio, todos los QRNG basados en desintegración podrían funcionar con la radiación de fondo. A menos que esté aislado, un detector contará los rayos cósmicos extraviados, la radiación de radio, torio u otros materiales radiactivos en la corteza terrestre o partículas de radón en el aire. Sin embargo, la actividad natural rara vez produce suficientes partículas para causar más de unos pocos recuentos por minuto. Esto plantea un problema fundamental para el uso generalizado de QRNG de desintegración radiactiva.

Para lograr una tasa rápida, el QRNG necesita una fuente altamente radiactiva. Los generadores revisados utilizaron Cobalt-60 (Isida e Ikeda, 1956), Estroncio-90 (Schmidt, 1970b), Cesio-137 (Walker, 1996), Americio-241 (Alkassar et al., 2005) o Nickel-63 (Duggirala et al., 2010).

Solo requiere mejores medidas de seguridad, si bien las fuentes α como Americium son más fáciles de aislar y son comunes en las alarmas de humo, con precauciones adicionales como el simple aislamiento en gabinete metálico aparte (como en el trabajo propuesto) se puede conectar a una computadora o bien como servidor dedicado aislado como HotBits (Walker, 1996).

Una segunda limitación de la tasa de bits generada es el tiempo muerto de los detectores. En los contadores Geiger, la avalancha que amplifica cada conteo ioniza el gas dentro del tubo GM. La avalancha se detiene cuando los iones positivos rodean el cátodo dentro del tubo.

Estos iones previenen nuevas avalanchas hasta que vuelven a su estado normal (Friedman, 1949). El tiempo muerto es el tiempo mínimo para que el tubo GM recupere su capacidad de detección completa y puede pasar de decenas de nanosegundos a unos pocos microsegundos. Esto limita la tasa de conteo y en el caso de los detectores con semiconductores (diodos PIN) también necesitan

reponer los portadores después de cada detección y tienen tiempos muertos en el rango de microsegundos.

En general, la calidad de los bits generados es muy buena y, según el método puede existir algún sesgo residual, los cuales, con métodos simples de posprocesamiento recuperan una salida aleatoria.

Un último problema específico de los detectores de semiconductores es el daño que sufren por la radiación. Los tubos Geiger también se degradan con el tiempo, pero el efecto de la radiación sobre ellos se ha estudiado ampliamente, mientras que los semiconductores utilizados específicamente para la detección de radiación son relativamente nuevos.

Siempre que el daño produzca una reducción progresiva y lenta de la eficiencia, la salida mantendrá la aleatoriedad, pero se necesitan más estudios sobre el comportamiento a largo plazo de estos detectores.

A pesar de estas limitaciones, la desintegración radiactiva es una fuente adecuada de aleatoriedad para aplicaciones de baja velocidad. Puede, por ejemplo, usarse para proporcionar entropía para la semilla de generadores de números pseudoaleatorios.

En la bibliografía existente y consultada, en su inmensa mayoría se procede a resetear el contador principal, ante cada decaimiento detectado.

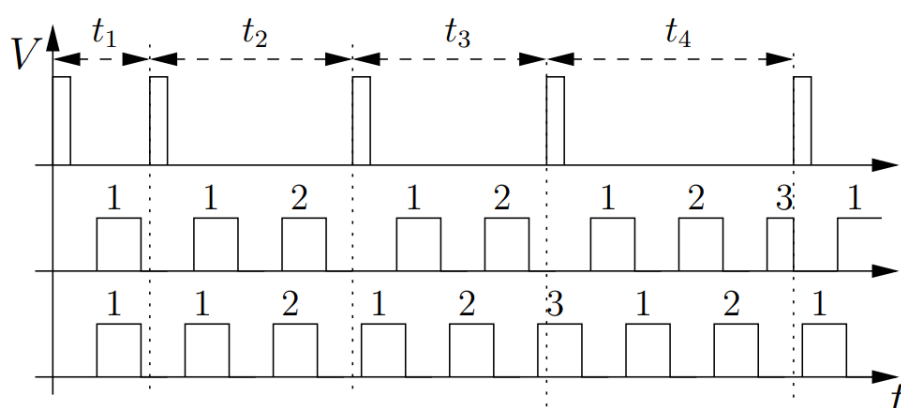


Figura 31 Reseteo del contador obtenido en la bibliografía existente

Los modelos de seguridad que se utilizan actualmente en criptografía incluyen seguridad computacional, seguridad computacional demostrable y seguridad incondicional en la terminología de Menezesⁱⁱⁱ.

Los números aleatorios generados para aplicaciones criptográficas deberían ser impredecibles. En ambos casos, si se desconoce la semilla, el próximo número de salida en la secuencia debe ser impredecible a pesar de cualquier conocimiento de números aleatorios previos en la secuencia. Esta propiedad se conoce como imprevisibilidad hacia adelante.

Se propuso un generador de números verdaderamente aleatorios por decaimiento cuántico, a través de un hardware minimalista y sencillo, capaz de proporcionar bits aleatorios, para su uso en generación de claves de encriptación y para la generación de semillas en generadores computacionales de muy alta velocidad, todo esto sin necesidad de post procesamiento, lo que le confiere característica, si bien de velocidad baja, de alta calidad aleatoria.

En este caso particular, se “extrae” el dato del contador de alta velocidad en el momento del decaimiento cuántico. Como este tiene un límite impuesto por el detector Geiger, el circuito electrónico asegura decenas o centenas de “cuentas completas” (de 0 a 15 de cada contador) entre cada detección del decaimiento cuántico lo que aumenta la entropía y asegura la aleatoriedad.



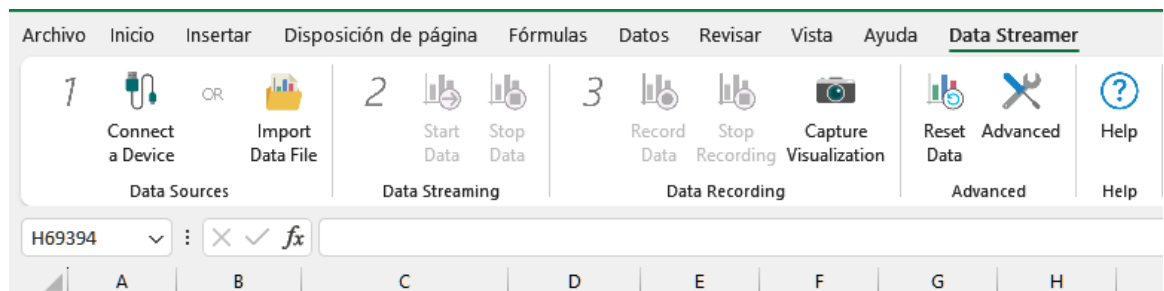
Figura 32 Método propuesto de “lectura/obtención” de cada contador

Para contrarrestar el límite impuesto por el detector Geiger, la velocidad se puede multiplicar exponencialmente al llevar la cantidad de contadores de 2 a la cantidad de 8 contadores, con los cuales se obtendrían o bien de 0 a FFFFFFFF, cuatro dígitos de 0 a FF u ocho dígitos de 0 a F, en decimal de 0 a 4.294.967.295;

4 dígitos de 0 a 255 u ocho dígitos de 0 a 15, calculándose una tasa de generación del orden de los Kilobits para 8 contadores, Megabits para 12 y Gigabits para 16 contadores, totalmente posible y económicamente viable dado que los contadores cuestan centavos de dólar, pero escapa al alcance del presente Trabajo Final.

Capítulo 7 Resultados Obtenidos

A los efectos de obtener y guardar en forma automática los resultados, se procedió a utilizar el Arduino conectado el puerto COM mediante USB e instalar el complemento de Microsoft Office Data Streamer que permite mostrar y almacenar los valores que ingresan por el Puerto COM elegido.



De esta forma, los datos del monitor serie se importaron en forma automática a una planilla Excel (en formato csv), lo que permitió fácilmente exportarlos a formato xls, para realizar cálculos como obtener una matriz de resultados la que se representa a continuación (de 69.399 valores, en formato de matriz 64*1085):

Tabla 2 RESULTADOS (64*1084) 69.399 Valores Hexadecimales

F	B	B	B	C	6	2	0	0	6	8	0	F	D	0	5	F	C	B	1	D	5	1	E	8	0	9	F	1	3	0	F	8	C	4	5	5	0	3	3	F	6	1	1	2	9	E	5	6	A	4	C	3	7	A	5	C	9	5	8	5	E	8	
C	2	2	6	1	E	2	7	0	A	B	4	8	9	B	D	2	8	0	0	F	3	8	8	2	3	7	1	7	8	3	0	B	A	E	1	1	D	8	4	B	7	1	3	4	4	8	E	F	C	3	2	5	D	F	D	F	4	C	B	E	E	3	
A	B	E	4	3	F	3	E	5	5	0	A	5	A	0	2	C	6	B	A	8	D	8	2	B	4	3	A	D	4	1	5	7	9	B	2	0	6	6	1	3	7	7	E	9	1	7	D	0	E	0	A	8	5	5	F	5	A	C	3	3	C		
F	3	7	A	4	5	9	5	8	C	7	8	B	A	7	2	9	8	9	D	C	4	A	9	B	C	E	Z	C	F	2	2	D	9	F	A	4	A	A	E	8	1	F	3	D	1	7	A	9	A	5	3	F	6	1	A	E	0	E	1	C	E		
1	1	D	E	8	E	2	2	0	C	S	D	C	9	6	9	C	E	3	5	A	F	B	F	1	4	9	8	0	B	4	0	E	9	9	4	4	F	B	D	5	6	D	D	4	A	F	8	C	4	7	B	0	1	4	D	8	D	2	2	4	F		
6	F	5	3	6	5	1	E	5	5	5	F	C	D	7	3	1	0	9	0	8	A	A	6	8	C	3	9	0	1	C	9	F	6	1	D	4	C	6	5	3	E	F	4	A	D	A	D	D	B	6	4	E	4	E	0	C	7	1	0	E			
7	3	7	F	3	5	2	2	E	2	E	5	6	F	7	2	0	B	8	1	2	6	7	D	2	4	0	F	D	C	7	2	1	A	7	B	9	8	9	B	7	C	2	3	B	B	E	B	9	7	2	F	8	7	7	0	6	3	9	D	0	8	9	
C	D	C	6	7	8	8	5	0	5	4	0	3	C	7	E	0	A	9	4	F	2	3	B	C	B	D	3	E	D	7	0	9	C	E	4	2	C	B	3	C	3	C	2	E	C	A	9	8	5	A	B	0	3	5	B	1	1	E	B	0	F		
3	8	8	6	D	2	5	A	5	F	7	3	E	4	7	3	0	4	E	9	E	B	B	C	5	E	D	6	3	7	6	B	0	0	F	1	5	8	D	8	D	1	0	F	0	7	4	0	6	7	0	0	6	1	D	3	2	9	3	9	3	D		
F	5	9	D	A	4	0	F	6	A	D	4	4	B	0	5	7	5	A	F	1	D	5	D	F	9	0	D	D	9	2	3	3	1	B	7	7	F	4	F	D	4	0	A	8	E	0	C	A	0	6	5	A	C	4	D	5	5	A	0	7	A	1	
4	8	7	B	B	E	7	D	E	D	5	E	4	5	A	B	9	8	D	5	F	6	4	C	9	6	5	0	F	2	4	C	3	2	C	0	9	4	5	0	5	0	F	9	A	E	B	C	2	2	4	9	7	D	3	2	5	D	F	0	4	6	8	
1	6	B	5	A	7	1	C	F	8	3	0	D	A	C	7	C	E	9	E	E	1	5	4	B	6	D	B	7	4	4	4	E	7	B	1	C	8	A	8	7	0	C	9	7	7	B	7	7	1	C	8	B	F	D	8	2	2	2	8	A	4	7	
3	6	8	1	8	5	3	7	C	3	2	0	D	9	E	9	D	2	1	6	B	3	0	1	D	9	A	8	F	4	B	A	C	D	4	5	F	A	6	7	4	8	5	1	8	B	D	2	A	D	9	2	1	E	5	8	3	C	1	4	8	2	5	
F	A	3	6	B	3	7	A	7	D	F	6	C	D	7	C	B	4	C	8	4	6	B	6	B	F	6	8	0	8	0	6	2	6	D	0	3	5	4	4	4	6	3	D	6	6	8	7	9	3	F	9	1	B	B	6	B	0	1	E	8	3		
5	6	A	2	6	D	8	C	7	A	9	B	F	0	5	6	B	4	7	1	E	D	1	F	3	D	4	2	9	D	B	F	4	0	D	E	A	1	1	4	B	0	6	6	8	3	8	B	A	5	F	6	6	3	E	6	4	3	9	2	F	7	B	
4	B	A	A	1	B	9	C	4	9	1	2	2	F	3	7	6	7	6	3	4	E	3	3	B	5	9	0	C	1	1	8	B	8	2	7	7	D	5	C	6	6	B	8	8	F	A	F	A	4	2	6	8	F	6	8	0	8	E	4	8	7	2	
C	3	E	D	C	6	A	B	7	7	B	1	7	D	6	F	4	D	2	0	7	6	1	2	C	C	7	1	5	A	5	D	B	0	0	2	8	5	2	C	8	1	2	3	5	5	0	7	D	4	F	F	A	B	9	A	2	9	6	C	D	7	0	
9	5	7	6	3	4	F	3	2	9	4	0	1	8	D	2	B	1	0	4	7	1	1	3	B	B	D	1	8	2	0	F	0	4	A	4	F	9	3	0	2	2	C	C	A	4	0	9	3	3	1	E	C	F	E	8	D	9	5	B	4	B	3	
7	6	F	8	5	7	C	5	D	5	D	9	5	8	3	7	3	1	1	2	0	D	C	3	3	4	2	1	5	B	B	3	2	0	7	5	0	D	2	7	0	5	7	0	6	0	E	C	9	8	2	7	B	8	6	6	2	4	1	1	0	E		
7	E	3	5	7	5	0	0	6	1	2	4	A	7	F	B	1	D	C	A	F	8	3	B	A	A	A	1	F	2	2	8	F	4	3	D	8	3	7	A	F	2	6	B	8	E	B	5	5	7	2	B	9	A	F	A	7	C	3	1	C	6	8	
9	E	D	C	A	2	C	E	8	E	8	7	9	B	1	D	2	9	E	2	4	F	4	3	2	0	4	1	9	0	7	2	2	A	7	E	2	1	0	5	D	7	8	2	0	D	4	3	D	D	7	D	2	D	8	9	1	3	3	9	3	9	5	
F	3	4	3	D	9	D	3	4	C	3	1	5	E	F	4	F	2	2	4	A	0	7	1	5	4	C	B	C	9	0	B	9	9	4	3	B	E	A	4	6	8	4	3	A	6	F	7	0	A	6	A	E	5	6	A	7	8	E	B	E	E	B	
3	B	4	4	4	F	4	6	1	A	9	0	3	9	2	E	8	7	6	C	4	6	E	3	A	F	4	5	0	0	5	6	5	B	A	F	E	6	4	F	4	E	8	D	3	9	8	D	F	F	0	C	F	D	5	B	5	E	1	2	6	C		
7	1	2	F	8	D	6	7	7	D	0	A	B	C	B	2	A	8	C	C	8	D	6	E	C	F	B	5	0	7	4	1	2	4	C	5	6	3	E	B	C	8	9	A	4	8	9	F	D	6	C	0	7	7	8	E	2	C	C	4	9	4		
9	D	E	D	0	2	C	8	4	6	F	0	B	0	1	8	E	B	3	E	6	1	0	0	F	9	B	5	D	F	C	4	1	B	9	1	0	E	1	4	D	6	0	7	7	A	7	F	6	9	B	4	0	C	F	1	F	F	7	E	9	9	1	
2	9	4	5	F	8	9	0	3	6	6	1	F	2	1	9	8	7	0	7	2	3	0	2	9	7	2	0	5	D	6	3	A	3	2	C	6	C	F	C	F	9	5	8	5	E	5	5	A	E	A	9	1	E	9	4	C	2	7	1	C	4		
3	7	F	0	9	8	8	5	8	C	B	2	D	F	3	D	0	D	5	A	2	4	F	4	6	1	5	F	E	F	F	E	4	E	7	D	E	B	5	7	8	9	D	A	8	0	E	7	9	B	E	0	F	5	2	2	5	6	9	6	3			
0	3	D	1	1	2	B	0	A	6	A	3	4	6	3	0	0	6	1	7	9	C	E	E	8	A	C	6	A	C	0	C	0	D	B	9	F	0	0	1	A	0	D	3	F	3	6	E	A	E	A	2	D	A	4	3	A	A	1	8	9	B	8	2
4	B	2	7	1	F	2	E	0	9	B	A	9	F	8	A	E	8	A	3	6	B	2	7	6	2	A	4	D	8	F	2	5	A	B	7	9	1	4	A	A	4	0	4	6	0	C	4	F	8	0	6	C	A	4	6	C	8	2	0	1	6		
C	5	C	C	9	6	0	F	4	4	2	9	0	F	8	B	9	7	4	3	0	9	7	D	A	6	B	5	3	5	8	8	2	F	5	B	B	3	7	D	E	D	2	0	3	0	E	C	5	9	D	2	7	4	2	B	E	C	F	D	2	1	5	
D	2	5	2	8	0	5	F	7	6	B	C	1	D	4	4	1	8	5	6	8	B	9	7	E	3	9	0	8	F	A	3	1	1	A	F	4	A	A	3	2	D	E	0	7	8	D	8	8	1	3	9	A	F	C	2	7	E	E	B	6	1	9	
5	D	9	8	4	5	7	B	2	B	C	2	B	6	6	4	4	E	4	0	8	2	3	E	B	7	0	7	F	8	9	8	5	0	9	9	E	3	B	E	F	8	C	4	E	6	C	7	7	6	7	1	5	1	8	4	C	9	F	3	E	8	8	
2	5	4	F	D	4	B	A	5	8	5	8	4	3	8	5	9	F	E	A	5	7	0	0	7	6	6	3	E	4	2	C	0	3	2	4	7	7	E	3	C	6	7	9	4	C	F	D	C	2	3	4	3	9	0	9	0	6	7	5	B	2	A	
4	6	5	B	D	3	C	B	0	C	0	E	E	F	7	3	B	4	D	1	2	1	A	2	A	D	6	4	D	B	3	0	9	9	6	D	3	1	C	6	3	4	9	9	F	1	A	6	7	2	9	8	B	C	8	2	2	8	4	B	7	8		
2	A	B	8	3	8	4	9	C	B	E	6	3	8	2	4	5	B	1	5	8	F	5	5	9	7	9	B	A	2	7	3</																																

8	A	F	F	2	9	5	B	8	6	1	0	4	6	7	D	F	8	D	C	3	4	F	5	F	F	3	0	0	D	1	D	A	B	7	7	8	6	E	4	3	6	0	7	4	0	B	7	B	8	2	2	8	D	2	5	E	A	E	E	D	3	F	
9	6	4	4	4	A	9	B	5	A	D	9	E	B	C	0	5	C	E	C	A	8	8	F	7	C	9	8	F	3	A	E	3	4	6	3	1	2	B	0	1	2	6	9	8	3	4	B	8	B	4	1	9	A	C	3	6	7	2	8	6	6	9	
8	4	0	5	6	C	9	E	E	0	4	B	9	1	8	6	5	E	F	5	1	B	8	9	D	F	3	8	0	A	0	6	B	B	2	7	5	3	A	E	5	A	3	5	B	0	1	C	7	A	4	E	D	B	8	B	7	4	1	E	E	7	9	
E	F	E	2	5	D	0	0	1	D	9	9	F	7	2	A	E	E	C	E	A	A	5	C	E	9	E	9	4	7	8	B	4	2	4	E	D	9	1	6	5	1	E	3	D	5	1	6	7	C	F	C	1	E	1	4	4	9	F	E	4	C	6	
B	3	4	8	F	8	D	4	9	2	9	D	6	5	9	1	1	5	9	1	F	A	8	7	3	1	E	8	1	0	E	5	2	0	6	7	C	B	D	2	3	D	6	1	4	2	1	A	C	9	9	1	8	1	9	6	5	4	1	E	8	6	D	F
1	8	5	7	4	A	3	2	B	A	A	C	D	0	B	4	E	3	B	9	2	D	7	B	3	D	1	9	8	1	8	1	0	4	0	C	E	A	C	C	6	D	E	8	E	6	9	9	8	E	6	9	9	8	5	7								
A	3	1	0	9	2	E	A	B	3	4	F	C	7	8	4	5	C	0	C	F	A	D	6	C	A	F	1	6	A	8	2	2	2	A	F	9	1	5	F	0	E	4	6	4	8	8	D	8	F	E	D	B	7	7	9	5	2	2	E	F	0		
8	F	A	7	2	D	4	2	8	2	3	1	F	3	1	9	A	6	B	6	F	9	1	2	C	C	C	6	C	7	9	4	9	9	5	D	B	7	C	9	2	3	8	C	3	A	2	2	6	5	C	8	B	3	F	C	4	6	3	9	4	8		
0	9	1	8	F	9	F	8	6	5	2	A	0	0	9	7	3	9	2	3	5	D	4	D	B	6	9	F	4	8	2	F	8	8	A	B	5	4	A	C	1	2	1	E	6	9	B	5	C	6	4	E	3	9	2	D	E	6	F	1	F	1	4	
5	6	0	B	9	1	0	7	A	9	B	D	0	7	D	9	6	D	0	2	2	D	8	4	D	B	6	3	8	1	6	8	F	7	6	B	8	D	0	2	3	C	6	7	C	6	8	A	5	F	6	9	C	4	2	0	4	9	B	E	F	6		
9	F	7	9	A	E	F	C	4	5	5	9	1	D	E	C	D	0	6	0	0	9	7	B	C	1	1	8	4	6	1	6	4	B	5	B	3	8	4	A	8	4	C	2	3	7	8	2	8	9	7	2	7	8	5	A	7	F	1	D	6	7	5	
2	6	5	B	6	B	1	B	7	F	1	C	9	1	9	B	1	1	C	3	D	E	F	9	2	6	8	3	E	D	4	9	D	F	5	8	8	6	6	3	3	8	B	0	2	1	0	9	3	8	D	3	C	5	1	7	0	E	E	0	9	F	1	
3	E	6	7	1	5	3	A	2	5	5	B	C	F	1	8	F	8	5	7	E	4	7	9	A	6	3	F	4	C	0	F	4	D	6	D	2	A	F	4	6	B	D	C	A	6	A	2	3	D	6	0	2	B	F	0	8	9	0	5	D	E	C	
2	2	5	4	9	6	0	9	7	9	3	B	A	8	C	2	8	8	C	0	1	4	9	9	9	2	7	B	6	D	7	D	4	8	3	6	B	F	6	0	9	B	F	9	C	7	3	C	5	1	E	1	5	2	8	2	D	A	2	8	A			
7	1	F	C	4	6	F	9	6	5	C	F	7	D	0	E	3	C	F	1	D	E	A	D	5	1	B	A	E	D	2	A	D	F	2	C	F	B	F	A	0	8	9	D	0	D	9	0	7	E	B	E	C	1	5	E	8	7	9	F	D	7		
4	0	7	4	2	5	B	4	0	2	5	B	1	9	E	E	2	1	1	F	5	D	4	C	7	7	6	D	6	0	5	1	A	C	7	A	4	7	6	4	9	E	A	2	B	F	2	1	0	4	B	4	6	A	4	5	5	9	2	0	0	9	A	
1	4	E	B	7	9	D	9	9	4	A	0	8	C	B	8	0	A	F	D	2	A	A	1	9	A	6	7	0	D	6	C	D	5	7	8	C	F	4	9	8	0	A	E	7	7	D	0	B	C	5	6	5	B	9	1	B	C	0	2	7	6		
E	F	3	1	0	6	A	0	2	7	6	D	2	7	2	F	D	A	5	0	3	D	1	2	7	3	A	D	F	E	7	6	C	E	2	D	3	9	8	C	9	F	B	2	7	D	8	3	1	9	7	0	E	8	6	0	5	8	A	D	9	B		
9	A	3	B	4	2	3	8	6	E	F	9	F	C	4	2	0	7	5	2	5	4	A	2	8	2	F	D	1	8	6	5	6	3	E	E	B	6	0	E	0	D	6	7	7	B	A	0	7	E	1	A	7	4	8	6	7	A	5	F	2	3	0	
6	2	5	C	B	6	9	7	B	2	1	6	C	D	C	C	1	A	A	7	A	F	7	3	5	B	6	4	0	5	3	9	3	A	B	7	F	D	C	B	5	1	5	A	5	C	4	3	B	9	8	4	B	C	3	E	C	4	A	0	5	B	D	
D	2	3	E	5	F	0	F	4	0	C	B	A	F	A	2	C	1	A	4	5	4	5	0	8	4	F	6	C	F	8	1	B	1	7	6	5	0	F	6	A	2	5	F	C	5	A	7	2	D	B	E	0	1	D	F	4	7	B	0	4	4	1	
4	0	1	7	8	F	A	C	1	2	8	6	B	A	C	0	8	6	F	8	6	D	A	6	2	8	5	E	8	5	C	4	8	0	2	8	6	C	9	0	F	2	4	A	1	1	5	6	0	0	2	2	0	D	0	4	3	1	8	2	4	5		
1	E	D	E	0	1	C	5	D	7	6	6	D	7	F	7	7	0	5	B	7	D	9	1	1	5	0	9	E	7	0	9	5	2	6	2	2	8	6	1	A	D	C	8	8	9	7	4	0	6	4	8	0	7	1	4	C	2	B	4	7	2		
F	F	5	F	C	F	7	D	B	E	E	C	9	3	8	D	B	4	5	1	B	2	7	F	4	3	D	A	8	0	4	1	9	B	8	E	9	6	F	1	2	5	8	2	2	B	B	A	F	D	4	5	8	0	9	4	8	3	2	0	2	6	3	
B	4	E	F	2	2	5	2	1	0	F	C	B	8	4	2	9	B	A	6	0	6	C	7	0	6	3	B	B	9	A	1	E	4	2	2	3	2	5	0	C	B	C	7	3	A	A	4	0	B	1	B	A	9	3	2	A	5	E	8	2	5	7	
5	0	5	2	A	1	4	1	8	9	5	6	7	E	B	E	C	0	8	A	0	0	D	F	9	0	1	3	1	0	A	7	5	2	5	9	8	7	D	C	B	9	E	D	7	D	5	2	8	2	5	9	3	A	4	9	F	6	4	F	2	5	7	
6	0	8	2	3	0	D	5	4	9	6	0	5	F	D	A	0	4	2	D	0	3	B	0	D	D	2	1	0	0	C	B	D	B	5	A	8	F	4	7	5	3	6	6	2	2	8	B	B	E	7	D	6	6	4	D	A	2	6	5	9	5		
5	4	A	D	8	3	8	F	7	7	8	A	6	F	6	D	B	1	A	8	A	8	2	5	8	3	0	2	5	3	E	1	F	5	3	5	4	4	E	2	B	4	4	2	4	D	3	F	7	8	6	1	C	0	B	9	9	5	A	1	6	7		
A	2	0	3	4	0	2	1	3	F	9	D	D	1	9	6	D	2	9	2	8	9	3	C	F	9	3	D	1	F	C	8	4	D	0	3	A	5	5	A	6	9	9	5	F	9	F	8	1	8	0	6	5	6	F	4	A	E	1	9	F	6		
5	7	3	6	4	C	1	B	C	7	B	8	3	B	2	8	8	5	3	B	2	4	E	0	9	8	5	5	3	4	9	5	A	2	6	E	5	7	B	F	C	F	9	D	1	0	B	C	0	8	D	A	5	1	1	7	1	E	F	3	9	B	9	
E	C	8	0	F	9	3	4	4	7	7	0	A	A	A	5	7	D	0	3	3	D	9	E	5	E	A	0	C	A	C	3	4	A	E	3	E	D	2	6	4	A	9	7	F	6	9	1	3	E	1	B	D	C	1	9	6	2	6	4	1	4	1	
6	7	3	E	7	9	4	5	4	2	1	B	9	0	8	3	1	7	6	7	7	1	B	8	C	D	7	7	A	D	E	F	7	B	6	C	6	D	A	1	D	9	D	8	C	8	5	F	3	E	F	9	3	1	4	2	4	D	A	6	F	6		
4	A	4	C	C	4	A	7	F	F	7	C	9	3	1	7	E	D	9	5	7	A	B	7	E	0	B	E	A	4	5	4	0	8	B	6	2	1	B	2	4	8	C	6	4	D	0	0	4	D	F	6	7	5	9	6	2	6	D	B	2	A	4	
9	7	B	C	6	3	A	1	2	A	D	8	9	D	B	1	6	7	3	B	8	8	5	C	0	A	D	8	E	1	5	3	E	6	7	7	4	0	3	9	5	F	7	F	4	7	D	A	2	B	2	7	E	5	9	1	A	1	8	F	3	2	5	
D	3	B	E	C	7	0	6	0	0	7	6	E	5	D	B	6	A	0	8	9	8	6	4	B	C	8	F	2	1	1	2	2</																															

5	9	C	1	4	E	8	B	A	B	B	F	2	E	B	E	B	9	8	A	8	D	1	3	E	0	E	9	E	8	A	2	0	0	5	F	8	D	E	F	6	2	5	C	2	7	C	2	A	5	9	9	5	6	E	0	0	4	2	A	D	B	D
E	2	5	C	5	F	F	D	7	5	6	1	B	E	6	F	C	D	A	8	A	B	4	3	0	9	6	4	0	C	C	F	6	2	B	7	8	7	9	F	0	1	4	B	F	4	C	2	B	4	4	C	E	3	3	6	C	4	8	F	6	7	9
C	3	B	C	4	0	1	8	D	A	1	1	4	B	1	7	3	1	1	4	2	8	E	4	8	D	0	5	8	C	4	9	9	9	6	3	3	6	1	9	2	4	F	0	1	2	3	E	8	B	4	5	4	3	6	D	E	2	7	3	8	F	A
1	A	0	3	1	6	1	A	4	7	4	2	5	2	F	C	F	B	9	0	8	5	B	B	A	5	0	B	9	6	5	F	D	3	2	A	2	D	2	E	7	6	6	F	2	8	C	3	0	A	8	5	5	2	4	6	4	B	2	2	6	1	F
6	5	A	0	5	D	8	D	3	9	3	3	B	9	B	A	7	B	6	0	A	E	F	F	8	6	C	D	C	B	E	2	C	A	F	8	8	0	9	9	0	E	7	A	C	E	4	0	B	8	3	E	B	0	0	6	B	8	6	0	0	F	E
C	0	B	A	D	3	E	C	E	1	5	9	9	A	7	2	5	2	4	B	1	1	B	7	7	D	F	6	5	3	0	D	8	E	4	E	2	A	9	6	9	8	A	7	C	1	7	0	2	8	B	8	E	0	1								
D	B	7	1	F	E	A	A	A	E	A	5	0	9	D	9	B	9	7	3	B	F	A	2	0	1	F	3	7	5	C	2	7	0	3	F	0	2	5	A	8	9	F	9	1	4	6	F	1	2	6	5	5	B	8	A	9	E	2	C	B	6	5
1	9	C	E	9	4	2	6	8	5	7	4	F	3	B	8	6	6	8	6	4	8	3	D	0	4	8	D	4	9	B	0	5	F	C	2	C	5	F	B	8	D	7	B	1	7	5	C	F	0	1	3	4	8	6	7	0	B	3	0	C	F	C
8	7	1	1	6	9	C	9	B	7	A	0	2	4	C	F	F	D	D	1	E	E	6	A	9	F	A	6	D	7	2	1	2	5	9	A	C	5	B	9	6	C	3	E	2	F	C	8	F	8	D	9	3	B	3	5	A	F	3	5	8	1	9
7	A	5	1	D	E	5	5	8	A	F	9	A	C	C	B	9	1	0	0	9	2	3	9	B	2	D	9	E	5	3	9	3	E	7	6	F	5	9	7	6	B	1	C	9	8	0	7	8	A	0	C	C	8	D	E	C	F	5	8	3	6	
D	8	D	7	4	3	3	4	9	D	2	5	7	6	E	6	B	8	7	C	D	4	8	A	F	6	E	4	4	7	2	1	4	B	6	4	E	1	6	0	0	1	E	1	7	6	4	6	2	2	3	4	B	B	C	A	5	C	A	E	0	1	B
C	6	F	6	1	A	D	2	0	6	9	A	D	6	D	6	3	7	E	B	5	3	C	1	5	1	5	E	9	F	0	5	A	1	A	5	A	6	4	9	2	3	5	1	D	4	C	9	D	3	9	2	3	9	D	B	2	F	C	0	A	5	E
3	B	F	3	5	B	6	D	B	0	5	0	9	5	4	5	2	E	0	B	D	6	4	7	D	5	9	B	B	4	E	B	D	1	B	7	0	6	0	5	8	2	E	8	3	1	4	A	F	0	7	1	E	4	0	6	A	6	B	F	A	3	F
C	2	F	A	0	3	3	6	7	A	0	7	B	9	B	3	1	6	9	1	C	D	A	D	7	2	C	5	8	C	7	3	A	3	E	4	0	9	2	B	E	B	5	C	7	F	6	4	2	0	4	0	4	E	0	B	3	C	3	0	0	4	B
2	8	2	F	7	B	4	7	2	B	E	0	1	C	1	6	D	8	8	3	5	7	8	8	3	1	4	E	6	3	1	E	2	7	5	B	2	B	6	B	4	2	E	3	5	3	5	5	4	3	6	4	D	3	9	3	B	B	6	1	6	B	
6	4	1	C	0	C	8	B	E	D	2	1	7	3	9	9	D	0	1	C	8	9	A	0	7	6	A	3	2	C	3	7	1	4	2	6	0	9	9	4	F	7	9	8	F	8	F	B	0	E	1	6	7	B	2	A	6	7	3	4	5	3	
B	2	B	0	E	7	F	A	6	8	2	3	9	2	4	6	8	8	B	1	0	F	8	D	9	0	1	1	3	3	5	4	D	8	D	A	0	2	4	9	D	A	5	6	E	5	5	B	1	C	5	3	3	F	9	A	4	8	6	6	B	C	D
9	2	D	5	8	B	F	B	D	2	A	B	9	E	6	B	2	6	4	1	6	0	B	4	6	2	1	0	9	E	E	D	4	5	0	8	9	B	9	3	3	B	F	E	E	9	7	B	5	B	A	8	D	D	6	B	4	8	C	3	D	3	F
A	8	5	3	9	5	E	9	F	4	C	4	D	9	D	3	5	6	8	A	8	B	4	8	0	D	F	B	2	E	C	D	F	6	8	2	5	F	F	4	B	9	F	A	3	B	C	5	5	8	8	5	B	C	7	E	2	7	C	1	1	6	E
5	8	D	F	9	5	5	7	9	3	5	F	E	5	7	D	6	3	A	6	1	E	E	A	9	1	6	5	F	1	D	5	B	4	3	2	D	8	A	1	D	2	4	8	F	D	C	A	7	6	5	A	A	6	0	5	5	B	1	0	F	0	3
C	B	7	1	5	1	F	F	0	D	7	B	C	9	0	3	8	B	2	C	9	6	B	2	8	E	7	1	9	D	4	1	5	2	F	4	4	8	2	A	9	B	E	1	4	E	C	4	F	F	8	7	1	0	1	F	4	B	8	D	D	3	9
3	B	E	5	B	A	4	1	3	5	9	4	B	4	9	E	D	A	C	C	3	0	4	3	E	C	7	F	D	9	4	D	8	A	8	D	2	0	6	5	B	E	F	1	3	4	E	D	7	B	B	A	9	9	4	A	C	4	A	B	5	9	A
D	1	1	5	D	8	1	8	7	0	C	6	C	5	7	1	9	8	2	9	9	0	5	E	0	3	6	A	C	0	0	A	4	E	C	4	9	A	2	6	B	D	6	9	7	0	2	3	F	A	F	D	8	B	3	5	9	5	E	D	3	0	
1	6	0	9	B	F	5	7	2	D	C	E	2	7	A	A	D	6	2	9	6	D	1	4	7	8	B	7	2	A	D	9	A	6	2	5	B	7	2	6	5	E	1	6	4	0	A	2	8	9	3	7	B	D	6	6	1	7	E	1	8	4	3
2	8	F	E	8	F	A	8	4	E	F	B	C	4	2	C	B	9	6	4	F	0	7	3	5	C	F	4	0	F	7	4	3	1	F	C	0	6	7	9	1	4	8	7	3	1	7	C	8	7	3	7	B	1	2	3	1	7	E	C	9	6	0
B	D	3	1	0	E	2	1	8	E	D	3	2	B	A	0	9	9	E	4	0	E	9	1	4	2	C	3	6	1	5	4	E	5	8	C	5	5	7	D	4	2	A	B	A	D	D	0	7	7	2	D	F	6	E	1	7	6	8	6	4	4	
1	2	E	1	C	8	7	5	5	5	8	B	B	3	4	A	D	2	1	3	E	D	1	A	6	8	C	D	A	6	B	7	C	3	4	5	A	B	1	3	5	B	B	8	E	4	7	9	4	F	0	2	D	1	3	5	4	D	2	6	6	C	
B	0	F	1	0	9	C	4	F	E	E	5	9	9	E	C	E	B	5	9	D	D	8	E	E	F	7	2	6	D	8	5	6	B	F	5	E	8	6	5	9	4	3	8	0	4	D	F	D	7	4	D	2	F	4	8	8	0	0	8	B	8	
2	0	1	E	0	6	C	3	A	E	F	9	5	8	4	6	0	8	B	0	2	0	3	1	9	8	0	E	E	A	B	6	6	2	8	C	D	8	0	E	5	3	0	8	1	B	3	4	9	7	2	A	6	C	2	5	A	1	5	C	4	9	B
B	9	E	3	6	0	6	5	4	8	8	4	0	5	0	1	4	D	7	8	D	0	2	2	1	1	A	2	D	2	6	B	5	2	9	0	C	0	4	6	3	1	6	F	D	9	4	0	4	C	9	D	B	3	C	9	7	2	9	5	0	5	7
B	2	9	0	A	7	E	5	5	A	1	F	C	2	6	F	E	5	9	2	3	E	9	4	2	0	0	A	9	9	8	7	9	C	1	A	4	C	0	E	E	C	0	D	6	8	A	A	1	3	B	9	1	8	C	8	8	4	0	8	D	8	0
E	D	5	3	8	B	3	0	D	9	3	7	1	2	C	1	B	3	6	9	C	6	F	C	2	D	E	8	8	4	A	1	6	1	3	2	9	3	8	1	9	E	0	4	A	D	4	7	F	A	8	2	4	9	D	E	2	0	C	E	7	8	2
6	8	1	6	4	8	7	0	C	9	1	D	2	E	7	F	9	5	F	D	C	D	0	2	2	A	5	3	B	6	7	B	9	8	6	3	C	D	D	0	D	7	B	3	9	4	0	F	F	7	7	2	4	3	C	C	F	2	D	1			
2	F	A	A	A	5	1	0	9	4	5	C	8	D	2	6	3	B	F	0	8	E	5	1	1	9	F	6	E	3	4	0	E	F	6	7	A	E	5	6	6	B	8	4	F	F	C	F	5	4	7	5	0	9	1	1	1	6	1	0	7	3	
5	1	1	A	C	6	9	C	D	3	F	6	D	A	C	1	0	D	8	D	A	6	3	5	E	6	5	0	8	6	F	6	1	D	1																												

99	C	E	8	E	1	A	3	2	9	A	B	0	8	2	B	F	E	8	6	5	4	8	D	C	3	D	2	4	0	6	0	8	0	7	9	8	1	B	1	3	1	9	2	8	C	7	7	9	9	4	C	A	0	B	6	7	B	B	4	5	8	
4	3	F	0	8	E	9	D	0	9	D	9	1	F	7	1	2	7	4	5	0	C	5	C	4	1	9	9	1	B	1	B	2	E	B	2	1	6	9	8	E	3	0	4	1	6	9	E	8	D	A	8	D	7	4	2	5	7	F	F	3	B	4
C	C	5	9	B	F	C	9	8	8	2	C	4	B	8	6	C	4	C	2	B	A	E	3	F	6	D	5	9	3	9	3	F	E	8	A	4	7	F	3	F	1	A	4	B	7	1	4	0	2	7	D	C	0	2	7	6	D	3	1	C	D	0
6	A	1	1	0	B	6	2	A	5	5	E	C	0	F	4	8	1	A	A	4	5	C	E	4	D	C	A	9	3	C	0	6	F	D	C	D	2	7	6	6	5	B	0	F	0	B	8	1	E	F	6	A	D	D	7	C	7	1	6	E	8	8
A	5	D	F	8	F	E	0	0	1	2	C	B	9	D	9	A	9	2	A	0	E	C	D	1	2	2	5	6	2	6	5	2	D	A	F	9	7	D	7	A	3	2	C	1	B	6	5	9	F	0	8	3	B	E	C	0	5	2	A	9	9	
2	A	8	3	D	6	B	3	A	4	D	D	6	4	E	F	3	E	3	2	C	A	5	6	D	0	C	E	8	B	A	4	F	9	A	2	9	7	D	3	D	2	A	A	0	4	3	1	8	7	8	3	B	1	2	5	1	E	1	1	2	4	C
5	7	9	8	3	E	6	F	7	7	0	7	4	4	1	4	A	F	E	6	F	F	A	5	A	B	F	D	0	0	C	8	0	2	5	B	2	9	A	A	3	2	4	7	5	3	3	F	A	F	B	C	2	2	2	A	A	1	9	F	C	D	
1	C	D	E	0	1	3	B	7	5	1	C	4	A	7	4	1	4	E	6	5	E	0	4	8	E	2	2	E	4	3	4	9	D	7	A	C	0	4	D	C	1	1	B	3	6	2	5	8	E	5	8	1	7	2	0	B	A	D	6	6	4	2
4	1	0	7	0	8	A	9	E	1	2	9	9	3	5	4	A	4	3	B	B	C	E	E	A	C	D	9	7	1	D	4	F	9	A	B	C	C	A	3	E	6	5	B	0	E	4	A	0	3	B	9	3	9	3	C	0	F	9	B	C	6	A
5	2	1	3	3	A	2	5	E	2	0	9	5	E	1	1	5	9	A	C	B	E	E	3	7	2	D	6	C	0	B	6	5	E	6	D	8	D	1	6	3	2	F	7	E	F	9	5	C	3	E	7	0	E	8	0	D	0	9	F	6	3	8
9	9	A	4	6	F	5	6	2	9	E	4	5	F	C	3	1	2	4	A	3	2	E	E	E	C	B	1	0	4	2	7	3	B	5	F	F	6	E	2	9	6	1	E	A	3	5	0	1	8	1	5	A	2	F	C	D	5	E	C	2	D	
1	1	3	8	2	8	F	9	6	C	B	F	C	7	8	6	0	0	2	C	9	F	8	8	F	B	3	6	9	8	4	4	6	6	5	A	6	5	F	E	F	4	9	2	2	B	4	4	5	F	3	7	0	7	A	E	6	F	0	4	1	8	A
A	B	1	1	C	A	4	4	4	3	D	1	0	1	0	E	C	8	4	3	2	C	C	4	2	4	4	E	B	C	0	7	5	3	F	F	B	C	B	8	4	F	D	9	0	7	2	6	1	6	8	9	6	C	A	3	E	2	1	6	C	6	4
4	3	6	3	C	7	5	8	4	E	5	D	A	B	1	D	C	B	C	4	D	D	0	9	9	8	A	8	9	F	A	9	9	4	5	3	D	C	0	2	6	7	A	0	D	C	1	1	7	2	4	F	4	4	1	6	C	F	1	F	C	A	4
7	B	6	5	6	D	3	6	0	F	F	0	8	1	2	A	8	1	0	0	7	8	3	0	D	0	A	F	6	F	A	D	A	D	S	1	B	8	6	8	4	9	7	1	5	F	8	1	F	E	E	7	C	A	7	2	3	B	A	A	0	7	F
B	A	C	8	F	1	A	D	D	8	0	7	E	9	4	D	C	C	0	B	6	A	6	8	0	9	F	F	D	F	2	1	4	E	9	0	A	B	2	2	1	3	D	D	A	E	A	7	4	D	3	7	D	5	B	9	C	0	4	9	1	0	E
2	D	7	9	8	4	0	F	7	7	C	C	3	1	F	9	6	F	C	6	3	F	5	A	3	F	7	1	8	B	7	A	B	7	2	D	D	2	F	6	F	8	F	6	6	C	D	2	0	1	1	B	F	2	5	4	C	5	E	4	A	A	7
2	A	6	4	4	1	F	0	2	9	A	7	0	D	7	8	2	4	6	2	F	F	1	E	6	A	1	9	6	B	5	6	5	6	E	6	D	6	A	E	4	6	7	5	0	4	C	2	B	9	2	3	9	8	D	E	3	0	2	6	4	2	6
4	D	8	B	C	3	3	7	7	6	3	2	D	B	C	2	4	8	8	2	4	5	6	3	0	D	5	4	D	A	4	2	D	3	D	1	8	2	F	B	9	6	D	4	F	5	3	F	A	D	8	5	7	9	1	9	1	2	0	1	E	2	D
E	C	A	8	E	A	D	C	3	C	4	1	0	D	6	1	1	2	9	3	A	F	2	E	3	9	7	8	A	4	2	5	0	E	7	F	5	B	0	E	D	3	2	F	E	5	6	2	3	D	0	C	C	7	D	8	0	7	F	8	4	8	C
D	1	4	E	0	A	9	C	E	B	7	7	6	2	3	D	A	C	D	C	4	6	1	6	3	A	D	2	2	2	5	D	8	D	0	D	A	8	E	6	C	F	2	4	D	8	5	5	A	4	C	4	5	6	0	F	4	B	8	2	7	8	4
B	F	D	8	D	B	C	E	9	D	F	2	8	3	2	3	9	1	2	9	9	D	3	B	2	8	B	A	5	D	0	9	4	0	2	E	C	D	0	6	7	5	6	6	8	8	5	F	7	D	B	5	4	7	7	1	9	7	9	1	5	B	4
B	7	A	E	5	9	4	0	0	7	C	3	4	A	7	B	7	1	D	2	5	0	7	9	9	E	9	0	8	8	7	E	9	0	F	6	C	3	2	C	0	1	3	B	3	8	B	C	A	0	4	7	4	7	5	3	5	5	3	B	5	A	
3	C	9	E	E	4	C	E	8	4	C	C	5	E	A	6	F	8	8	F	7	8	6	3	6	3	D	F	6	6	9	D	E	A	0	5	0	8	8	1	F	2	B	7	6	A	E	F	8	E	5	B	B	2	5	4	0	7	3	A	8	3	
6	D	3	C	4	5	B	E	7	6	4	A	2	0	8	7	6	8	0	4	A	1	0	7	A	C	A	9	F	D	9	A	4	F	2	7	6	2	4	9	7	A	A	0	5	F	5	6	6	7	E	2	D	A	9	1	C	E	E	A	3	7	6
5	7	1	7	D	7	F	1	3	C	D	0	B	7	E	2	2	D	B	C	F	5	2	2	E	0	5	D	F	F	C	7	5	2	3	0	8	B	D	E	B	8	7	5	E	4	0	9	C	8	E	B	1	5	6	D	C	1	4	8			
2	C	B	A	2	4	5	E	8	F	D	C	9	1	E	F	7	2	2	7	E	1	5	1	A	5	9	9	8	9	7	8	0	C	2	9	F	D	B	8	4	0	B	E	0	B	6	1	B	8	7	7	5	D	7	A	9	B	4	5	F	0	8
1	7	3	B	E	2	3	A	8	1	A	6	3	7	C	1	2	E	C	C	E	4	4	5	3	8	9	C	F	9	B	8	B	3	2	4	3	S	D	0	E	A	5	5	9	3	9	8	0	F	9	D	1	2	6	0	6	7	6	7	3	0	
C	2	A	5	C	7	C	8	6	9	8	0	1	A	E	3	4	D	1	0	A	F	7	D	4	5	A	4	6	7	E	0	7	3	C	3	F	B	A	4	7	8	1	2	D	4	C	E	4	0	D	9	0	0	1	A	4	9	A	7	3	3	3
9	D	9	E	7	C	4	7	9	8	8	E	4	4	3	0	F	E	4	3	9	4	7	A	7	8	A	0	0	E	C	E	2	F	5	A	E	3	5	0	5	E	8	F	3	8	D	E	8	F	B	E	3	C	B	4	6	6	B	F	6	A	7
F	2	0	6	A	2	E	D	C	6	2	0	2	B	5	4	4	9	3	9	6	5	6	A	F	C	A	2	8	B	1	7	0	0	9	9	9	2	5	E	5	C	9	B	0	2	E	B	4	3	4	7	C	0	4	E	1	0	3	2	B	6	
3	F	7	A	6	A	4	1	0	8	E	D	0	5	3	2	0	9	A	9	B	C	A	7	4	F	1	B	B	4	9	7	8	1	4	0	3	2	6	E	E	5	D	5	9	7	2	B	D	5	1	D	1	3	A	9	B	E	9	B	3	6	1
9	3	B	5	3	4	8	7	F	C	9	6	8	5	B	7	9	A	F	8	5	B	7	A	5	A	2	6	E	B	6	3	4	9	3	2	B	6	2	C	D	4	2	F	8	8	1	5	E	4	2	6	A	E	4	2	F	2	2	A	C	F	5
4	1	2	D	A	0	4	6	A	4	F	7	6	C	2	C	4	E	9	F	9	4	3	6	A	9	E	F	F	E	5	9	7	A	F	B	E	2	0	9	7	F	6	1	3	6	3	1	B	E	4	C	B	B	2	A	E	1	9	6	0	9	D
6	7	B	B	D	F	9	3	C	7	8	7	F	D	C	7	9	5	5	A	0	1	0	9	A	8	A	9	E	8	5	F																															

6	3	E	D	A	2	6	A	D	8	B	B	3	2	6	5	8	F	C	E	2	7	9	7	F	A	B	F	B	6	8	1	F	5	C	E	9	7	5	5	8	6	8	9	6	0	4	4	D	3	5	2	2	4	6	2	0	D	F	C	B	2	7
8	9	B	A	D	4	A	F	B	D	2	6	3	4	B	6	3	B	2	A	C	9	5	4	B	5	9	B	6	F	D	9	0	6	3	9	9	2	7	C	A	1	D	8	E	1	B	0	6	3	A	0	4	3	3	4	5	2	A	4	C	2	5
0	F	8	0	B	A	C	9	C	F	0	9	B	B	4	F	E	D	3	5	6	E	8	3	D	E	B	7	9	B	2	0	D	1	0	B	B	3	1	3	6	8	1	F	8	2	F	E	6	0	9	7	5	3	8	0	D	5	B	B	A	6	0
2	B	3	9	D	1	9	0	7	D	5	D	A	4	9	F	3	3	2	D	7	3	2	9	8	E	4	7	7	C	2	9	2	2	5	0	F	C	B	E	1	4	1	7	A	6	B	4	3	9	C	8	A	B	9	D	3	5	B	A	6	F	8
6	7	6	0	7	9	0	E	9	4	B	3	4	0	3	A	2	5	0	7	9	8	2	5	A	F	E	B	C	4	C	3	3	4	6	2	7	B	7	E	A	5	0	9	A	D	5	5	7	C	4	E	9	9	0	E	5	D	E	D	E	C	3
9	F	4	9	4	E	C	1	B	8	5	2	C	0	1	F	9	1	B	9	5	7	5	9	6	2	2	E	6	F	0	1	D	8	E	B	2	E	F	F	6	3	5	B	2	2	2	6	F	F	6	8	F	3	2	1	6	5	A	8	9	4	B
9	2	1	6	0	A	0	F	2	B	6	E	B	6	A	2	E	0	F	5	E	4	F	F	5	D	C	1	0	4	D	1	E	1	5	9	3	F	A	0	D	7	5	C	0	C	0	F	2	0	6	1	A	8	A	E	9	8	7	C	3	8	
C	9	9	B	F	C	F	E	C	A	9	7	E	6	7	0	1	5	3	0	0	2	8	8	0	0	B	A	5	9	8	5	7	6	C	E	8	D	B	0	B	7	B	A	1	A	E	5	D	C	9	3	0	9	6	0	E	0	7	E	7	0	
0	0	C	0	8	4	B	8	5	C	4	F	5	E	E	6	2	B	2	C	5	4	0	2	9	D	4	8	0	0	4	B	0	5	C	8	3	4	0	0	3	7	5	D	5	5	0	5	F	5	B	8	2	A	7	D	D	F	D	B	E	4	D
4	2	4	2	F	9	6	4	7	8	6	0	7	C	2	5	8	A	C	1	1	7	1	7	0	9	E	C	F	7	C	0	2	5	9	0	5	2	3	2	E	E	7	8	6	0	2	2	4	9	6	F	4	0	2	A	F	0	3	B	0	C	
4	8	2	2	2	7	3	A	2	3	3	5	B	1	1	8	0	4	0	6	3	4	B	7	9	0	7	C	5	5	0	8	0	B	5	7	9	6	B	5	8	F	A	2	3	E	6	7	F	7	4	F	3	7	1	2	2	B	8	D	B	5	6
6	1	4	D	1	1	6	D	7	D	8	6	F	2	C	B	7	2	2	F	E	B	1	4	F	8	F	E	6	7	8	2	1	C	3	7	C	E	A	9	3	8	2	8	0	9	8	5	3	7	E	D	0	B	2	D	4	1	4	6	0	2	8
3	8	C	7	7	5	5	7	2	1	3	A	E	E	0	8	1	2	8	C	5	5	E	6	D	2	D	1	E	E	8	0	C	2	5	3	3	C	5	C	B	A	D	F	8	3	D	9	6	F	5	1	3	B	E	9	8	C	5	5	E	0	
9	1	0	D	2	3	8	0	E	1	1	1	B	1	7	7	2	B	F	B	2	D	8	8	8	8	E	B	3	8	1	4	B	3	6	8	A	9	9	8	2	9	3	4	8	C	4	A	F	3	7	6	8	D	2	F	A	1	2	E	6	7	D
B	6	0	5	8	F	F	0	D	F	4	6	D	2	D	2	1	7	D	3	1	C	8	3	2	0	B	C	1	F	4	A	B	9	6	4	2	F	7	5	0	7	5	8	6	0	7	9	C	9	1	9	C	F	D	7	3	3	D	B	C	8	4
2	5	E	0	A	1	2	F	F	2	E	6	6	F	3	3	5	B	2	1	8	7	E	8	F	3	C	F	D	6	C	9	B	4	E	D	2	3	E	2	7	9	B	B	2	F	C	9	5	3	4	A	1	F	5	F	A	2	7	0	B	9	
4	9	5	0	9	0	B	6	5	2	9	F	D	E	D	E	A	9	6	C	F	B	E	B	8	F	0	7	7	C	6	4	4	4	E	8	E	F	5	D	C	8	C	0	5	3	4	0	E	0	7	B	7	A	7								
3	A	E	8	D	4	4	6	D	4	0	2	B	6	6	6	B	B	9	E	7	B	3	4	2	4	2	2	A	3	C	7	4	6	5	9	F	B	0	4	5	E	1	7	9	1	6	2	D	6	D	0	2	F	2	6	F	E	1	F	A	2	
5	9	9	9	A	F	A	B	A	8	C	B	7	3	B	2	0	5	2	4	C	D	4	6	6	6	E	9	F	7	6	C	C	0	3	D	2	9	2	6	5	A	0	6	5	0	9	9	F	6	7	2	6	A	B	4	4	2	8	A	2	B	4
5	8	B	1	A	B	4	5	4	6	F	1	9	A	4	E	3	7	F	A	5	A	2	1	3	C	4	E	7	9	C	1	6	5	D	3	B	F	6	1	1	8	A	2	6	B	B	4	C	4	1	E	2	8	A	B	5	A	A	5	E	D	9
0	C	E	F	A	D	B	C	8	9	3	A	1	F	F	B	2	5	B	C	0	B	8	9	7	8	8	7	6	0	1	0	E	2	F	F	C	7	0	7	D	E	3	1	3	0	8	F	F	8	C	2	5	4	F	C	0	3	7	0	8	6	
D	5	D	8	A	F	4	9	0	B	7	5	2	2	4	A	F	B	1	D	C	C	7	8	B	9	A	9	D	5	2	6	6	2	5	0	D	2	3	8	0	2	B	3	F	3	9	1	C	C	E	F	E	4	6	7	3	8	7	5	0	F	6
1	D	C	2	2	B	9	5	3	E	3	6	3	E	9	2	1	2	9	5	E	4	7	1	5	2	F	A	2	B	C	2	C	2	7	4	5	5	4	4	1	4	B	9	D	9	A	1	1	9	1	E	E	C	6	2	0	8	F	B	6	0	9
F	D	6	5	2	2	C	0	6	4	2	7	4	E	2	0	7	6	0	4	A	2	3	9	B	C	2	F	8	7	7	E	0	9	6	4	F	3	4	F	2	C	A	0	2	8	4	7	1	D	0	2	8	9	6	E	F	F	8	6	C	E	5
2	4	C	B	7	6	0	D	2	A	E	D	B	2	E	A	D	D	9	E	3	1	E	A	6	2	4	B	9	8	2	5	B	8	0	3	9	C	E	4	9	2	0	1	0	2	9	0	F	4	B	4	4	2	2	6	8	C	0	9	B	A	5
8	1	B	9	3	5	D	2	A	D	6	A	C	8	B	9	9	9	7	C	E	D	B	9	6	A	4	6	F	1	3	4	B	9	7	E	5	B	5	7	2	8	D	4	4	F	2	5	5	6	1	1	1	3	D	E	4	5	7	7	D	0	6
3	6	0	3	A	1	4	B	B	4	2	B	3	4	3	7	E	C	7	3	2	A	E	A	1	C	4	8	0	7	4	6	F	0	9	1	1	F	3	5	5	F	5	1	3	A	E	A	2	A	5	8	2	8	F	2	2	B	B	E	0	9	D
4	9	C	1	7	E	6	C	S	D	B	4	B	D	2	E	4	8	2	3	3	C	7	B	C	A	A	E	8	B	3	A	1	9	4	F	3	5	5	7	6	1	A	4	4	2	6	F	5	C	8	D	E	9	F	8	8	B	B	A	1	1	7
1	3	8	1	F	9	C	B	8	C	5	6	4	5	4	4	F	D	8	E	3	D	3	0	1	D	A	1	6	1	5	A	B	1	0	E	9	8	9	F	5	2	4	9	D	D	A	0	9	D	7	4	A	C	6	C	F	7	F	B	B	3	
D	B	2	D	D	5	8	C	8	1	1	C	7	A	4	9	8	E	0	F	0	2	7	5	5	3	F	6	1	3	6	6	2	5	F	D	D	A	A	B	A	E	1	C	7	9	6	9	C	6	6	B	5	3	C	D	9	8	1	1	B	9	C
8	7	D	C	C	1	7	D	A	2	1	9	E	7	7	F	5	B	2	8	9	4	1	1	7	5	C	E	A	7	1	2	D	1	3	4	6	C	0	7	3	6	0	1	8	0	8	D	F	B	F	2	D	B	8	0	0	6	0	3	A	C	F
B	C	E	5	0	C	7	2	D	A	F	2	B	D	3	0	0	6	E	2	5	E	6	8	6	D	9	A	6	9	4	D	1	6	C	5	3	E	D	8	4	5	4	9	2	F	6	B	5	F	D	1	3	F	1	3	B	5	6	8	5	0	B
7	F	5	A	2	D	2	5	9	D	A	0	C	A	8	A	4	9	9	6	A	4	D	9	D	F	E	B	A	F	B	A	E	8	F	A	5	9	8	9	8	4	D	C	D	8	5	8	2	9	5	9	4	6	4	D	D	3	F	6	3	B	4
D	5	4	F	8	7	3	8	5	A	E	8	2	8	1	E	F	9	1	F	B	A	1	E	4	A	4	2	C	3	7	1	C	1	7	7	B	5	4	2	B	E	A	6	6	8	4	B	3	A	5	D	4	F	3	C	5	8	4	5	F	4	A
1	D	2	8	D	D	3	6	E	C	E	1	6	D	2	3	E	5	1	3	7	B	8	F	B	6	3	C	D	9	6	A	0																														

6	3	D	E	4	9	6	6	E	5	6	3	8	7	9	5	2	B	6	0	2	1	7	1	8	C	5	9	D	9	1	6	C	6	9	7	2	A	D	5	5	0	5	4	C	7	9	F	C	4	0	2	E	4	D	F	0	7	2	F	2	2	A	
3	2	8	4	A	E	4	B	C	0	2	E	2	8	C	A	0	1	8	B	F	C	B	2	E	6	D	F	5	9	7	C	0	C	F	7	C	4	3	0	D	E	1	4	F	3	A	2	6	7	8	9	1	E	4	A	D	D	7	4	9	B	D	
1	D	6	6	A	7	A	4	1	8	D	4	3	8	4	6	D	6	4	8	1	5	F	8	E	2	D	1	1	A	5	2	5	7	4	A	5	E	B	0	7	C	9	F	5	C	1	C	3	6	1	8	6	E	D	A	E	0	6	9	9	C	8	
4	1	B	A	E	2	7	A	5	0	B	4	D	2	3	4	7	6	7	8	C	6	D	E	7	1	C	6	2	4	3	0	1	A	B	6	9	4	1	6	2	5	9	4	F	4	C	9	E	4	7	7	2	7	8	B	F	3	3	E	4	D	F	
D	B	7	3	9	1	6	7	A	9	0	B	4	E	E	8	4	C	2	7	6	4	0	E	A	0	1	5	5	0	D	F	B	7	D	6	4	C	9	3	9	4	0	A	7	C	0	4	2	4	E	6	A	1	C	0	C	4	3	3	3	6	D	
8	4	1	D	4	E	6	C	8	4	7	A	3	9	A	5	F	9	3	5	E	9	2	9	A	E	A	4	C	E	2	F	0	D	6	2	5	1	7	1	A	6	D	2	F	B	8	9	D	0	E	4	5	0	7	4	5	7	0	B	9	8	7	
0	6	7	C	8	0	6	9	8	A	4	8	7	1	E	4	9	4	0	0	B	B	0	7	B	0	1	2	A	A	6	F	E	9	8	F	B	3	2	E	8	7	D	E	9	3	5	D	5	E	1	8	0	7	6	8	4	6	C	D	E	1	9	
1	2	E	C	6	1	6	B	A	8	B	1	C	9	9	E	F	7	4	7	2	B	D	D	F	B	B	5	8	3	9	3	1	A	9	6	2	4	0	3	F	A	0	F	2	4	C	7	B	E	B	1	C	2	8	9	2	2	8	1	6	9	0	
2	5	2	F	2	8	6	D	0	D	C	A	3	E	7	4	7	F	B	C	B	9	7	E	2	8	7	D	E	3	D	7	2	4	8	7	F	2	4	A	E	3	C	9	A	0	D	9	4	4	0	6	F	8	1	A	9	3	7	A	8	8	0	
6	1	0	1	2	F	D	9	9	1	8	A	5	E	4	3	2	A	3	8	E	C	3	8	8	4	0	F	B	0	D	F	F	8	7	0	3	D	9	A	A	8	F	3	E	1	D	F	0	8	A	B	F	F	B	7	B	F	6	C	A	8		
A	F	6	A	F	C	E	E	0	D	S	D	6	E	5	D	1	2	B	D	3	5	B	1	0	1	8	C	8	3	8	5	E	8	7	F	4	3	8	4	9	7	5	5	0	A	3	6	0	0	A	5	8	4	B	9	8	7	3	5	C	A	0	
0	D	6	1	0	5	4	7	6	8	C	B	4	7	2	F	5	E	E	C	2	6	7	4	1	0	A	1	E	F	6	E	3	C	B	1	B	A	C	A	1	F	7	2	C	F	5	4	2	A	F	8	5	A	D	C	8	4	5	1	6	5		
1	1	2	2	1	4	5	B	8	4	C	D	0	1	9	9	4	C	2	E	0	0	5	E	2	C	F	E	C	E	2	D	F	3	F	5	1	4	6	6	3	4	3	E	9	E	F	4	7	F	9	9	5	6	6	E	0	9	1	7	2	1	D	
F	C	7	8	E	0	F	0	1	D	E	1	7	F	1	8	C	1	2	2	0	3	1	1	5	A	6	0	D	D	0	1	B	2	9	4	B	6	6	4	8	C	F	3	5	1	2	A	5	B	C	2	6	C	A	A	1	8	A	8	B	3	1	
0	D	5	0	7	C	D	0	D	6	1	D	6	3	6	D	5	C	5	9	5	2	0	0	4	7	3	D	6	C	B	2	9	7	1	F	5	2	0	4	B	7	8	3	B	C	3	9	8	C	2	6	4	C	1	4	5	0	6	E	8	C	5	
F	E	0	B	5	1	F	2	A	9	9	7	3	7	B	F	8	2	2	2	A	C	3	B	3	6	8	6	5	6	A	7	7	D	4	8	C	2	9	7	6	8	0	6	1	0	2	5	B	6	D	4	9	0	A	C	A	A	9	F	5	C		
5	1	9	4	D	2	4	3	2	D	0	6	4	2	4	2	4	7	7	1	B	3	7	8	9	B	8	E	6	7	8	9	D	C	5	C	3	2	F	C	2	E	4	6	9	4	8	B	E	6	3	F	8	0	2	9	0	B	4	2	3	3	5	
5	4	1	9	4	E	E	B	0	7	9	F	6	6	4	6	2	6	3	F	7	8	6	F	5	4	8	3	D	9	5	7	E	3	A	A	7	0	0	7	4	4	6	A	B	7	8	2	2	1	D	4	1	9	6	2	5	1	C	F	1	D	9	
9	7	E	B	8	F	4	7	9	9	2	9	D	7	2	7	2	3	5	5	4	7	A	6	8	B	1	8	E	4	0	0	1	8	9	8	5	0	2	6	E	E	4	E	2	E	2	4	7	5	4	F	7	2	7	F	5	6	8	1	6	E		
3	7	E	7	C	D	0	3	6	9	3	3	C	2	F	6	8	B	5	B	3	6	6	5	5	9	E	4	2	E	0	B	A	A	0	3	D	E	6	E	3	9	B	4	8	7	6	5	3	2	5	8	9	2	A	0	1	2	7	F	5	4	0	
E	A	5	D	A	9	7	7	2	4	A	6	C	1	3	1	A	2	F	2	2	0	A	1	D	6	D	8	B	D	7	6	3	B	D	6	7	8	1	9	0	4	2	3	E	0	C	A	2	C	7	A	1	D	8	9	5	6	9	F	B	C	6	
5	C	1	A	0	E	6	7	4	9	2	5	9	D	3	E	C	3	2	B	7	C	D	3	8	9	3	C	2	5	1	0	A	1	A	0	8	F	8	7	4	9	5	A	D	5	E	D	C	4	5	3	C	0	8	F	A	B	9	B	8	6	3	
2	9	4	A	A	B	9	6	3	D	5	E	2	3	9	9	6	7	0	7	4	D	F	3	E	5	B	2	0	6	0	2	2	6	F	6	7	1	9	2	2	B	E	3	A	C	E	3	9	C	4	6	8	D	A	F	6	3	6	E	2	4	D	
0	B	4	5	7	F	3	8	2	2	D	3	1	D	A	4	F	5	9	9	9	C	B	E	3	D	0	A	4	2	4	2	9	5	8	8	C	7	B	A	0	4	D	9	3	8	3	A	2	C	D	5	9	6	A	0	8	E	3	B	C	3	3	
6	1	3	F	D	B	F	E	C	4	F	A	2	F	0	C	3	F	0	1	5	E	9	E	0	8	9	D	C	0	3	1	9	9	F	F	7	5	F	E	5	A	F	C	D	6	2	2	E	8	D	F	3	D	0	F	6	9	8	5	9	8	A	
C	C	D	0	C	4	B	C	6	2	A	3	4	F	C	8	3	2	F	E	D	C	A	B	C	E	3	0	3	F	F	B	0	4	1	3	3	1	5	F	7	3	9	C	6	F	2	D	7	C	3	1	1	8	5	5	1	3	9	B	A	6	F	
9	D	2	4	E	8	4	2	9	0	4	0	D	B	3	C	B	3	2	A	8	4	C	E	F	4	2	C	2	6	0	5	8	2	3	1	F	E	7	9	E	6	1	1	8	5	C	C	4	B	9	7	2	A	0	D	6	F	6	0	9	3	5	C
8	F	4	7	8	3	9	C	B	4	6	9	B	5	7	1	A	6	A	5	4	4	8	6	C	E	B	E	7	F	1	A	7	2	5	B	2	1	A	C	E	0	5	3	2	1	2	6	6	0	F	7	0	E	D	7	E	0	A	7	A	C		
9	C	5	6	5	0	9	C	E	7	7	1	3	A	0	A	F	D	5	1	2	2	E	C	5	E	F	6	D	5	3	3	2	3	4	1	5	D	D	9	9	4	2	E	3	F	4	B	0	7	2	4	6	E	7	D	C	0	6	E	C	8		
C	2	3	6	3	D	7	F	6	5	7	7	4	0	4	E	C	8	7	0	1	8	0	B	1	7	0	B	5	0	0	7	A	8	2	F	3	2	4	8	7	3	F	1	1	3	B	4	B	3	0	8	B	9	5	D	E	9	8	E	3	2	0	
5	9	6	B	4	F	3	7	E	B	8	6	7	D	1	D	6	0	F	D	D	7	E	A	1	9	7	5	5	1	C	C	2	6	3	0	0	E	D	A	8	B	D	5	3	2	5	4	E	0	C	A	3	4	E	9	1	D	E	A	D	2		
3	3	E	9	0	E	E	3	0	7	5	D	3	0	2	F	4	8	F	E	B	4	2	7	0	0	A	4	F	4	D	0	9	6	B	2	E	8	6	1	0	5	0	F	9	2	5	7	B	0	7	E	2	7	4	B	0	1	8	6	B	1	C	
D	C	9	9	1	8	0	9	8	3	4	4	3	1	3	A	7	4	F	F	0	3	8	E	8	0	1	2	B	0	4	2	8	9	9	E	E	4	9	C	6	2	0	D	A	8	3	F	2	0	3	1	2	C	E	3	5	6	D	A	B	3	7	
F	F	9	8	9	F	8	D	E	4	5	2	3	C	B	1	B	8	1	5	1	8	3	1	8	C	D	2	5	D	0	4	4	3	1	1	1	5	A	F	0	D	5	6	2	D	6	C	9	E	1	B	9	0	F	B	3	D	B	F	5	1	2	
1	B	C	5	C	2	2	0	2	8	4	F	5	F	4	E																																																

F	1	0	8	B	9	F	1	D	0	F	D	C	C	1	F	5	7	4	4	E	B	A	2	0	C	3	7	A	5	F	4	3	A	2	9	C	0	A	9	F	1	7	3	2	0	1	7	2	0	4	9	8	5	8	5	D	5	0	E	1	8	3					
4	C	1	8	A	5	6	3	5	5	4	C	2	1	B	A	E	6	8	9	9	6	3	3	D	6	B	3	A	B	2	B	8	6	7	4	2	0	C	5	4	8	2	3	8	1	8	D	4	4	A	5	9	7	2	6	5	9	B	E	5	2	7					
2	B	9	4	F	C	8	6	C	7	9	5	4	B	7	A	7	C	A	8	5	7	A	D	F	3	F	B	8	4	8	8	6	6	2	A	8	7	A	9	B	7	8	E	D	7	4	8	F	5	1	E	1	C	5	4	F	2	6	F	E	F	9					
3	5	A	A	B	8	4	C	A	A	0	C	D	C	F	E	7	0	5	E	7	3	8	4	B	0	D	5	9	D	A	4	1	B	A	9	A	0	C	8	E	A	4	F	2	E	4	1	5	0	8	9	8	C	A	A	E	D	7	A	1	6	4					
8	E	A	0	6	1	6	A	D	A	6	5	1	2	2	C	B	4	6	9	6	1	8	9	B	1	3	1	1	C	7	A	6	2	E	C	9	7	0	5	0	1	1	A	8	4	3	C	9	8	3	6	C	C	3	3	5	7	5	F	B	6						
A	C	0	E	F	2	5	2	2	2	8	1	D	0	C	8	0	A	A	B	E	8	C	6	6	A	0	7	3	A	A	C	7	C	8	5	A	6	2	6	2	C	E	F	4	0	6	2	0	D	E	2	0	F	A	7	3	0	F	E	9	D	B					
5	8	5	B	2	B	1	4	3	C	5	D	1	2	2	7	2	C	2	4	C	B	2	F	9	5	E	3	8	1	9	C	4	C	8	B	D	6	A	4	C	8	B	E	2	A	3	9	A	4	0	1	3	3	4	3	3	5	D	C	A	6						
E	3	D	8	D	E	4	C	7	D	B	4	2	F	3	7	5	3	E	2	D	1	C	8	4	9	D	E	5	E	8	D	2	C	8	7	2	3	5	9	A	7	4	0	6	B	2	F	2	B	2	E	6	F	A	1	6	F	4	5	D	5	E					
7	9	6	6	6	4	B	4	9	D	1	F	F	8	8	D	1	2	1	E	5	8	A	6	6	B	6	7	7	2	B	8	E	1	B	C	9	F	6	7	D	3	D	B	2	A	2	6	A	1	5	D	E	A	A	3	7	0	1	6	C	8	D					
E	C	8	0	4	0	1	A	E	7	4	D	5	9	0	2	D	0	F	F	1	6	7	B	A	D	5	4	B	B	1	5	D	C	4	6	6	C	7	6	3	1	C	B	9	F	E	B	2	A	6	7	4	B	9	C	F	6	2	2	3	2	1					
A	0	7	9	6	9	C	2	4	7	6	1	3	7	6	1	F	0	F	9	B	A	9	6	B	0	4	E	3	C	6	0	5	2	0	1	4	2	C	0	4	B	A	3	6	1	7	A	8	C	2	F	3	B	4	8	7	2	7	2	C	2	0					
2	F	8	6	1	F	8	B	3	A	1	7	A	5	F	5	0	4	6	2	A	F	F	C	2	6	0	0	3	9	4	F	A	B	5	C	5	0	C	B	6	F	8	E	5	4	4	5	3	1	E	D	C	C	E	C	7	3	A	2	6	2	4					
3	3	4	F	A	2	3	6	2	D	2	3	D	5	A	7	F	B	9	1	8	4	E	D	1	E	8	E	4	4	D	C	4	E	F	8	F	4	5	1	9	2	D	C	D	0	F	E	D	7	B	5	C	E	6	2	E	4	2	6	B	5						
E	C	0	E	D	3	3	5	2	4	5	5	3	9	D	F	4	4	A	7	1	A	0	6	E	9	D	8	9	9	C	2	C	F	E	C	A	9	6	5	6	0	2	6	1	3	6	6	2	5	7	A	F	5	5	A	2	C	D	E	7	3	4					
B	8	2	8	7	C	A	E	C	7	E	2	1	C	F	6	8	0	7	0	E	B	8	5	C	3	0	A	6	0	8	6	A	A	D	1	B	9	5	F	E	4	B	9	0	2	2	0	0	7	E	F	B	2	0	E	0	A	A	1	1	D	0					
C	2	9	9	1	6	A	E	0	D	7	D	7	6	E	8	2	0	1	B	4	3	7	7	F	1	E	2	C	3	9	9	A	9	A	F	6	6	9	3	8	6	4	4	6	6	9	E	4	5	4	0	B	9	E	0	F	C	F	2	6	0						
B	8	B	C	C	1	1	2	8	0	4	8	2	4	3	4	2	0	9	0	6	8	4	2	4	1	1	7	F	9	E	3	5	0	F	B	F	A	3	B	C	0	8	5	5	1	3	A	9	3	7	E	B	1	9	B	0	B	0	6	5	3						
2	C	0	4	E	D	8	5	F	D	9	1	0	8	4	7	2	6	A	6	5	4	7	6	E	E	9	2	2	7	1	6	2	F	6	D	4	7	F	4	B	1	A	C	0	1	0	8	D	9	0	A	C	5	C	F	A	7	3	E	9	1	8					
F	6	7	4	6	A	9	0	B	A	4	6	E	3	6	D	E	E	C	7	0	0	8	9	B	C	D	0	B	E	C	B	0	9	0	E	7	0	F	2	4	A	D	C	E	C	0	B	E	C	3	1	5	6	7	5	4	D	5	8	F	5	5					
C	D	3	4	F	1	F	9	B	2	9	2	8	A	3	8	C	2	B	6	E	0	7	0	4	4	2	B	C	8	5	0	9	0	1	A	9	E	7	9	6	C	9	F	0	4	8	D	A	D	F	6	3	9	F	1	B	E	3	C	8	1	3					
B	6	B	B	1	2	A	1	5	B	3	2	E	9	1	B	2	D	9	3	4	B	C	5	0	D	4	F	A	4	A	9	9	5	6	6	0	9	3	C	8	6	F	E	F	4	0	7	8	2	6	5	2	1	E	C	E	0	6	6	D	7	A					
7	5	F	1	F	9	F	E	1	0	4	D	7	F	6	D	8	2	5	A	1	B	6	3	0	E	F	5	F	A	A	8	9	F	7	F	A	6	A	A	2	8	6	7	C	5	E	4	1	D	C	E	8	F	4	9	5	B	0	0	0	2	6					
C	C	C	8	E	1	7	D	2	B	1	D	3	3	0	E	0	3	0	1	3	3	5	E	0	E	C	E	2	F	B	6	C	C	F	C	9	3	E	2	2	F	8	2	6	F	2	7	8	9	8	F	1	0	2	4	5	F	3	D	0	5						
8	3	6	B	C	7	F	C	1	5	2	2	B	5	8	B	9	D	3	F	3	F	2	A	B	4	5	D	1	B	3	9	7	2	8	7	A	C	B	4	E	5	7	2	6	0	D	6	E	9	3	5	2	8	8	B	E	3	4	0	1	0						
E	9	C	6	C	D	8	9	0	F	8	B	C	1	7	1	F	C	8	8	4	0	B	7	7	6	D	E	3	8	2	F	8	4	E	E	1	B	C	0	B	A	E	8	3	4	0	E	9	0	6	A	E	E	0	9	9	D	6	5	3	7						
D	A	E	6	6	0	5	1	6	4	7	2	0	1	4	F	3	8	B	0	7	0	A	B	3	9	8	7	C	4	B	0	7	B	D	A	1	1	2	A	B	A	B	D	A	1	1	2	A	B	A	8	7	5	A	C	2	9	F	E	E	6	0	1	A	8	1	3
2	B	1	A	F	1	3	C	7	B	7	5	B	5	1	8	8	9	4	6	7	5	9	B	2	E	2	6	C	A	2	B	0	5	C	E	F	0	1	0	4	C	5	1	C	B	C	7	4	E	D	C	0	6	4	8	F	F	F	A	F	9	9					
0	5	8	6	3	8	0	5	8	F	4	6	8	3	6	A	8	8	B	F	2	C	F	C	3	6	D	4	0	E	4	E	E	C	1	3	6	6	5	4	6	4	2	4	2	9	E	C	A	D	0	F	6	8	7	1	5	4	B	B	3	9	F					
3	2	9	9	B	E	0	8	5	1	1	F	4	9	9	C	E	3	1	0	8	B	B	A	0	8	0	A	A	A	C	7	6	0	6	9	3	1	6	D	5	A	E	7	E	9	2	7	6	7	C	F	9	8	D	E	D	3	5	3	F	F	A					
8	7	1	F	C	B	D	8	7	E	F	6	1	2	A	8	A	6	6	C	C	7	B	9	B	8	E	D	C	D	0	C	5	A	1	F	E	9	C	4	2	4	3	5	8	D	2	9	9	C	2	9	B	6	7	2	0	B	A	5	9	A						
0	E	A	F	8	B	2	3	0	3	1	D	C	A	F	0	A	F	D	B	0	4	2	F	5	A	9	9	F	A	5	0	4	5	8	5	C	5	C	0	E	2	6	A	6	3	8	E	F	2	D	A	A	4	C	3	E	5	2	0	4	C	6					
4	3	2	B	D	3	0	F	A	8	8	6	4	E	4	D	9	1	2	8	0	8	B	C	D	1	9	6	6	1	0	A	F	8	5	D	E	F	8	3	9	3	D	9	0	6	2	4	2	F	C	7	A	A	2	4	4	B	F	1	2	4						
9	B	3	2	8	E	3	8	C	F	6	F	E	0	2	A	1	6	D	7	4	D	2	E	9	B	2	7	8	5	E	C	1	E	C	4	C	E	0	D	B	8	B	2	1	B	9	3	5	4	D	0	5	0	3	0	7	6	5	3	2	2						
4	8	A	8	D	2	8	7	6	E	S	D	4	C	D	2	6	C	7	A	4	A	1	F	B	B	0	9	E	2	8	A	9	5	A	A	C	4	9	8	0	4	3	6	A	3	5	5	0	3	8	E	2	1	E	9	F	0	B	0	F	C	0					
3	1	4	F	7	1	3	D	D	8	B	4	5	E	9	C	0	7	E	E	C	0	C	D	1	1	D	2	4																																							

1	7	A	D	D	1	7	9	9	6	F	8	B	4	0	D	9	9	A	A	8	1	C	C	B	1	E	8	5	4	3	2	9	7	7	6	8	0	0	F	8	B	1	3	D	4	F	C	D	7	F	5	9	C	1	0	0	8	E	1	C	C			
A	3	3	B	9	C	B	4	6	0	D	A	7	B	1	7	3	6	4	3	B	8	D	E	3	B	2	B	2	1	C	6	8	F	9	3	3	9	1	5	A	C	0	D	B	5	F	6	A	E	C	2	2	3	2	D	3	2	F	4	9	4	F		
2	7	F	5	7	8	1	5	1	5	D	6	D	4	0	4	B	C	5	6	2	1	A	8	5	8	2	3	8	0	0	5	C	A	F	B	3	B	B	7	3	0	A	8	1	3	4	8	0	F	6	4	8	5	3	7	4	2	C	2	F	A	B		
6	4	7	B	C	F	E	3	2	0	0	D	5	2	0	C	9	8	E	2	9	8	1	A	6	9	F	D	2	C	D	4	2	6	D	2	A	A	B	1	2	C	7	9	8	7	2	B	7	E	B	F	F	E	E	1	0	B	2	6	1	7	A		
0	8	3	F	D	5	B	5	F	D	6	8	E	B	9	7	2	C	E	0	C	2	D	0	C	5	2	C	F	6	1	E	F	9	5	5	7	A	F	B	1	A	3	0	5	3	C	9	4	E	3	E	6	5	C	6	2	2	7	8	8	4	A		
C	C	3	0	1	3	F	A	A	1	F	8	B	D	2	4	9	0	0	F	0	1	E	9	4	2	4	8	2	D	F	3	1	B	F	E	1	4	1	9	9	7	2	3	E	B	7	F	9	F	0	5	3	2	8	8	6	B	3	F	6	6	4		
0	8	3	6	7	0	1	7	2	7	0	A	7	3	0	3	9	B	7	C	9	D	0	8	3	E	F	2	2	5	A	4	7	7	B	F	6	7	3	3	D	6	0	2	9	1	F	3	9	A	0	0	F	6	C	0	6	9	5	8	2	4	7		
3	C	B	7	E	C	E	1	6	B	8	3	B	4	8	8	7	A	A	8	2	4	8	8	3	C	4	5	6	A	4	9	2	8	1	4	8	B	2	8	1	B	E	7	3	6	4	2	0	E	0	B	F	8	B	1	7	1	D	5	B	5	1		
2	3	0	2	5	3	4	C	A	9	9	2	7	1	5	C	F	2	8	4	C	A	F	C	A	E	4	1	0	B	B	7	2	8	3	D	5	3	2	6	6	3	0	3	8	A	0	D	8	9	B	6	D	D	9	C	C	6	8	4	1	3	0		
C	3	7	C	1	4	A	1	4	3	7	D	7	3	A	1	D	4	C	C	7	D	4	D	A	A	0	E	1	B	9	D	F	A	0	E	E	5	6	A	A	9	0	1	7	A	C	7	0	1	E	C	E	4	2	8	B	F	4	D	6	E	F		
1	6	F	D	A	B	2	0	5	E	0	5	F	D	5	8	3	9	3	9	E	C	F	A	8	9	3	0	2	F	0	3	E	B	D	A	D	S	A	6	2	0	B	F	1	7	5	9	6	6	A	A	4	7	3	3	E	0	B	3	2	0	9		
7	4	E	B	3	7	C	3	A	4	C	1	C	F	4	5	D	F	4	4	6	1	E	8	E	E	F	C	5	F	6	9	F	6	C	D	2	F	0	4	6	4	0	D	0	2	9	6	E	B	D	6	7	4	1	3	E	9	5	9	E				
8	4	1	6	D	A	E	E	A	C	F	1	3	F	1	A	A	0	C	3	6	B	F	F	2	C	A	2	1	B	9	4	5	D	B	3	F	0	4	8	B	3	E	A	A	1	7	9	C	2	9	5	B	F	4	A	0	E	F	B	3	C	8		
7	4	D	8	0	3	5	0	3	C	A	A	7	F	E	3	1	E	B	2	6	7	6	9	3	4	0	7	E	8	1	C	C	0	4	9	0	E	F	5	7	2	F	C	4	0	0	A	E	2	B	E	6	5	1	B	0	B	A	E	F	D	9		
7	1	4	A	1	3	9	B	8	2	5	4	S	B	E	5	A	C	0	5	E	0	5	C	D	A	0	A	E	1	A	4	8	3	C	9	A	D	0	B	D	C	0	7	C	F	2	C	5	2	3	B	9	F	F	8	0	0	1	4	9	C			
5	D	4	1	C	0	B	7	9	2	5	4	9	8	D	2	D	E	1	E	6	3	6	C	9	2	A	C	2	B	F	C	5	D	A	9	B	B	9	0	0	C	A	5	7	3	A	0	9	F	A	7	4	1	A	0	7	8	7	B	2	C			
2	5	8	1	B	3	2	2	7	A	6	0	A	0	A	0	A	0	7	D	A	D	1	B	2	8	2	F	5	6	0	0	4	1	4	9	9	E	3	6	3	B	3	F	5	8	4	2	0	6	7	B	A	D	9	A	E	F	C	4	2	E			
0	7	E	F	1	4	C	C	A	B	1	C	D	B	E	C	6	F	6	1	3	5	7	5	E	6	0	8	E	5	9	7	E	4	4	6	B	4	6	8	F	6	5	3	C	5	3	F	3	8	6	0	3	D	4	E	4	3	4	1	C	3	0		
4	D	4	2	B	1	F	4	A	9	7	9	D	3	A	F	C	0	C	A	7	6	5	8	C	9	C	0	D	0	9	A	4	D	2	A	B	4	1	8	B	2	9	7	E	F	6	E	E	9	8	E	F	5	D	E	8	1	1	C	E	9	6		
2	A	B	C	0	D	C	0	A	8	3	4	2	8	6	F	4	6	7	D	2	F	C	7	B	F	4	A	A	7	F	C	B	F	C	1	C	3	9	0	A	3	D	3	3	4	C	9	B	1	5	2	1	9	8	B	5	7	4	F	8	5			
6	5	B	8	E	7	3	D	F	9	2	3	A	E	7	7	D	3	F	8	1	6	6	E	E	1	6	2	4	3	8	A	5	C	3	3	6	9	6	9	3	D	4	4	5	1	1	6	6	6	E	5	0	8	F	4	7	C	4	7	D	0			
B	3	C	2	3	9	8	E	B	E	3	4	2	E	D	5	0	5	A	F	1	C	4	D	A	C	1	7	7	4	7	9	8	2	2	5	6	6	C	B	C	6	4	D	F	7	D	D	0	2	C	0	5	6	F	7	4	7	6	B	C	8	7		
3	4	D	B	D	1	D	0	E	3	3	0	F	B	B	0	2	0	C	7	E	5	D	3	F	1	D	5	A	9	D	E	1	5	2	3	E	D	2	3	5	E	4	E	1	1	B	F	8	8	E	A	5	C	C	C	B	1	B	3	E	C	2		
5	A	B	B	B	A	F	B	2	F	5	2	7	2	B	B	D	B	B	D	E	A	1	9	C	C	8	F	3	3	C	D	7	E	A	A	8	2	7	B	3	C	D	F	D	E	C	F	8	C	3	1	E	6	4	D	9	7	A	5	C	E	2		
F	7	4	4	F	E	7	D	8	6	1	8	C	4	0	9	E	6	4	3	A	8	D	D	4	E	2	F	6	D	3	3	2	3	A	8	6	F	2	3	9	7	4	2	B	9	2	5	2	A	6	7	9	F	A	7	0	6	5	F	9	3	E		
D	1	5	7	3	2	F	D	B	C	1	F	9	E	B	0	1	7	2	4	0	2	F	D	1	C	D	D	E	1	2	8	4	9	C	2	E	2	5	6	E	6	7	C	4	D	8	8	1	4	C	6	6	8	1	5	3	C	2	A	2	D			
6	4	6	9	B	1	F	D	5	9	E	D	3	7	8	B	4	8	1	B	A	4	1	9	0	D	4	0	5	3	A	8	5	7	0	3	A	6	3	5	8	1	2	A	6	5	2	8	0	1	B	7	E	0	5	3	A	F	E	4					
8	7	0	2	9	1	9	F	B	0	A	D	7	1	8	4	F	D	2	4	D	C	F	A	5	9	C	2	2	8	2	C	C	E	4	4	8	2	9	D	2	8	D	F	1	8	1	0	9	A	7	5	D	9	A	6	5	6	3	1	5	4	7	F	E
1	7	9	B	7	D	8	9	3	B	C	0	1	A	9	6	D	C	D	0	C	D	1	2	B	A	3	2	A	2	9	E	1	A	A	D	A	C	0	2	4	5	B	B	7	9	8	2	0	9	6	B	9	A	4	6	5	C	3	C	A	4			
F	2	3	7	2	6	0	D	3	0	1	4	5	C	D	6	D	C	5	C	3	9	9	1	0	8	B	8	F	1	8	C	4	A	7	A	5	0	C	E	B	6	0	4	6	5	C	9	C	1	7	A	E	4	2	2	A	1	7	F	0	D	0		
8	2	4	3	C	E	B	E	2	B	5	D	5	6	9	D	B	F	5	D	E	C	A	D	7	B	B	9	1	D	4	5	1	B	D	E	2	2	4	A	4	0	8	0	7	7	A	4	0	8	1	A	A	9	7	E	A	F	3	6	F	B			
6	D	0	3	B	0	3	8	2	8	D	3	B	8	F	4	7	B	F	6	E	B	8	B	2	9	5	B	1	0	9	8	6	A	9	B	C	6	0	F	2	7	7	1	3	E	1	C	1	8	D	0	5	7	8	7	C	1	4	3	A	E	B		
C	D	2	2	4	2	3	F	B	9	7	1	F	7	2	5	D	1	4	3	D	6	D	3	5	E	9	0	1	8	9	1	5	F	D	7	7	5	A	3	C	5	F	6	2	0	4	0	D	4	5	3	1	1	D	3	5	A	C	0	4	F	C		
6	3	C	C	0	7	6	4	D	9	E	9	1	0	3	0	A	6	2	1	4	D	1	A	F	9	0	C	B	6	1	A	2	C	6	4	5	9	6	8	B	2	9	B	1	A	B	5	4	A	C	9	3	6	C	2	5	5	C	0	A	6	1		
B	D	9	7	5	4	B	7	B	A	A	F	3	2	F	9	E	E	3	B	B	2	A	0	6	1	3	1	B	B	E	0	6	D	4	2	3																												

0	1	5	E	E	4	E	B	4	8	F	4	B	3	4	1	2	B	B	9	F	1	5	2	0	3	1	7	C	2	D	0	C	4	C	B	9	1	1	6	B	4	B	6	4	9	E	4	A	8	7	C	5	6	D	F	6	6	2	A	5	6	B		
3	0	0	0	5	E	5	9	A	3	2	7	4	7	8	7	1	4	D	6	C	D	9	4	6	1	9	7	E	5	3	F	A	E	9	0	4	5	9	F	9	7	2	3	E	7	6	7	C	3	1	5	C	E	6	5	7	6	8	7	4	C	C		
5	0	8	C	1	8	0	E	4	3	5	F	5	9	A	F	E	E	2	7	C	D	B	2	1	B	5	0	9	F	4	C	F	9	4	2	6	F	B	C	B	3	2	F	D	4	B	F	D	8	8	D	9	A	F	E	F	0	3	9	3	9	3		
E	1	B	B	3	5	B	C	E	9	C	A	F	A	9	E	E	6	D	E	E	5	F	5	E	D	F	0	F	2	7	8	7	4	A	B	7	D	2	1	1	B	F	3	7	2	7	E	F	C	5	3	2	D	D	5	D	1	6	F	1	1			
1	3	7	6	C	9	9	F	9	F	8	1	4	0	F	D	A	9	8	1	9	9	5	C	7	7	2	D	2	C	8	7	E	5	9	1	6	7	E	E	4	D	2	1	D	B	5	F	1	2	6	7	3	5	2	5	5	5	A	A	F				
2	2	8	5	E	2	7	2	2	3	D	0	B	B	1	D	A	D	B	E	1	6	E	5	D	7	C	8	6	5	F	6	B	A	8	C	0	F	0	E	0	8	0	0	D	F	9	A	7	E	F	4	3	A	1	5	2	9	E	3	8	2	C		
1	6	8	F	C	7	6	2	B	0	D	B	6	5	A	1	C	F	6	3	3	8	1	9	8	8	C	7	4	8	5	C	4	5	0	2	6	E	C	D	7	0	6	9	0	E	1	C	3	1	C	5	E	C	D	8	E	8	4	3	F	6	2		
A	1	3	2	8	F	4	F	9	C	A	F	F	6	5	E	E	4	6	2	9	C	7	C	C	D	2	E	7	D	6	B	3	6	3	0	1	A	9	2	C	F	2	E	8	2	0	4	A	0	2	4	D	8	C	D	8	C	A	D	B	9			
9	6	A	2	0	E	E	7	D	D	9	0	4	5	6	2	F	5	7	7	F	5	E	0	D	F	8	8	F	4	E	D	8	D	4	C	7	4	D	6	2	D	2	B	D	4	6	D	9	B	6	A	9	2	7	1	D	B	2	C	8	3			
D	4	9	F	0	0	D	1	F	8	D	7	5	F	5	F	2	9	2	0	4	A	8	0	0	3	1	D	6	6	1	2	B	F	E	4	C	E	D	B	1	E	8	3	3	0	F	0	1	7	B	C	1	A	8	A	0	0	0	4	F	0			
7	1	F	1	E	4	5	0	1	7	A	7	D	C	3	6	1	7	1	9	8	D	4	D	5	9	8	F	1	6	C	9	E	6	5	7	A	2	6	A	3	7	6	5	E	0	5	4	5	1	8	9	7	4	F	D	D	3	7	5	C	F	9		
E	6	C	F	0	8	9	F	6	5	C	4	2	B	3	5	3	4	F	1	F	4	9	5	F	A	8	9	0	6	F	2	6	7	8	1	C	5	E	3	9	F	9	D	2	1	C	7	F	A	0	A	C	B	B	9	7	6	2	9	2	A	E		
0	C	7	3	A	A	A	D	7	D	9	8	A	7	F	3	D	9	6	9	C	8	2	6	6	1	7	7	C	E	D	0	F	B	1	4	0	A	E	9	2	8	5	6	C	E	0	A	1	6	9	4	A	A	A	1	1	2	C	E	A	5	0		
A	8	0	F	A	5	7	4	8	C	D	0	D	E	F	8	1	A	8	4	8	D	3	B	B	A	9	2	D	C	5	2	E	2	3	F	C	F	5	5	A	1	A	1	6	7	3	A	6	3	A	2	1	C	1	8	8	8	0	9	7	1	2		
B	0	2	6	6	D	B	4	B	7	C	9	A	4	0	C	4	9	2	7	E	A	B	8	3	3	8	9	5	A	7	B	F	D	8	D	F	A	6	9	8	7	F	3	7	1	B	0	5	7	9	A	6	F	3	7	7	0	0	8	E	B	5		
5	3	5	D	4	6	D	3	4	F	E	9	3	1	9	9	B	2	8	C	B	1	E	0	4	3	B	3	3	F	D	A	2	4	9	1	7	B	F	9	C	0	3	8	1	9	C	E	1	9	0	0	9	D	E	4	6	B	C	0	D	E	1		
3	C	D	8	2	6	0	7	D	2	E	5	F	4	4	0	C	E	5	0	F	1	D	0	4	6	F	E	E	7	D	9	9	0	4	5	C	E	7	7	C	3	8	3	4	A	9	3	6	F	5	2	1	0	D	A	0	0	3	5	5	6	9		
7	3	4	C	E	E	2	6	1	E	6	2	F	3	B	A	9	3	5	2	9	0	C	9	C	3	8	2	F	B	9	2	F	F	A	6	6	1	3	D	0	F	A	8	0	1	A	8	8	9	5	2	1	4	5	3	F	5	3	8	6	3	2		
F	6	6	0	6	5	4	B	B	A	4	B	5	0	2	3	D	B	7	8	0	6	5	4	3	A	5	0	7	B	E	C	6	A	3	1	D	1	5	3	A	A	E	1	E	9	E	1	8	3	9	E	C	6	D	1	1	F	8	9	C	6	A		
8	B	6	C	0	D	3	9	4	C	B	2	C	4	9	3	9	8	7	1	E	2	4	1	7	E	D	5	0	5	B	1	1	E	2	5	6	E	8	0	E	A	B	D	9	5	1	3	D	7	7	3	B	C	F	5	F	C	F	C	F	3	3		
1	3	0	8	4	5	0	1	E	A	9	F	3	9	B	5	2	1	5	A	2	8	0	B	B	3	0	A	2	8	B	3	3	2	3	F	6	8	0	E	D	6	3	8	E	0	F	0	5	6	B	6	3	4	A	5	D	B	9	B	6	8	F		
C	E	6	D	0	5	2	1	C	A	5	8	4	0	C	F	2	8	C	B	E	7	1	B	A	D	3	D	8	9	9	C	0	5	3	C	F	0	B	F	F	2	D	3	2	F	1	A	9	0	4	2	2	3	C	E	F	7	7	B	8	4	5		
C	E	E	7	A	3	D	3	D	E	A	2	D	D	F	D	B	3	E	1	A	6	E	9	6	D	1	1	9	B	8	E	1	7	D	B	7	6	0	B	0	A	D	A	7	B	2	1	1	F	D	F	F	4	8	4	2	8	3	0	2	9	3		
B	0	C	9	3	E	E	4	A	9	E	A	F	4	8	9	5	1	9	E	9	B	3	7	D	D	4	E	7	8	5	B	D	A	A	6	3	8	B	1	5	E	9	5	7	0	2	A	E	3	A	8	5	E	7	0	5	F	6	F	C	0	D		
2	B	D	F	8	9	4	E	D	6	0	0	B	3	F	F	1	9	9	4	F	7	2	9	4	5	3	4	8	C	7	D	B	8	7	6	3	3	F	A	2	A	B	C	A	A	F	8	6	F	6	B	E	7	1	7	D	E	3	E	9	6	8		
B	C	3	9	2	D	6	2	9	C	1	3	F	A	2	D	B	E	8	B	4	5	F	9	1	C	7	C	1	D	C	7	8	B	0	C	A	9	8	B	5	7	7	6	E	3	D	C	2	3	6	9	2	5	B	9	F	0	A	C	7	2			
7	6	4	7	B	3	A	2	6	2	8	A	4	2	9	A	1	A	8	3	E	E	0	7	B	D	1	E	4	0	A	F	E	A	4	A	3	F	1	1	A	7	7	9	9	C	D	7	8	E	9	C	8	6	C	A	E	9	D	B	7	5			
F	A	F	C	B	6	0	C	8	5	0	E	4	5	7	D	A	9	F	3	7	9	D	1	C	A	6	0	7	F	5	9	0	C	A	7	0	D	B	8	F	E	8	2	2	6	F	F	D	0	0	9	1	D	A	0	0	3	5	5	0	E	D	7	7
C	1	2	F	7	1	0	1	2	9	6	4	A	6	9	D	6	6	9	F	4	D	0	7	D	B	4	C	F	0	0	6	2	7	7	4	3	0	6	B	2	4	6	5	2	D	8	2	C	A	F	0	2	0	9	2	6	1	3	7	E	1	2		
B	4	6	2	B	5	1	7	F	3	S	E	1	8	8	3	A	5	6	5	4	C	4	2	4	C	6	4	4	6	A	2	D	8	8	2	0	6	4	9	F	B	1	0	B	0	5	8	B	8	3	C	7	A	1	6	B	0	3	F	7	2	C		
A	9	7	E	B	5	D	2	6	2	9	6	0	A	F	3	2	6	7	E	D	0	E	7	5	7	C	A	1	F	0	C	1	D	6	9	8	E	2	4	D	4	6	A	2	0	5	8	2	0	5	2	2	A	3	7	6	F	8	E	D	E	1		
2	D	4	F	5	1	F	D	5	D	E	7	E	7	9	6	6	3	E	1	D	1	0	8	7	8	6	7	5	4	B	7	F	4	2	5	A	8	0	8	E	0	8	2	B	B	E	9	3	4	8	5	2	F	D	4	3	9	7	0	5	D	8		
A	E	4	5	4	7	6	D	1	3	A	E	4	F	E	E	B	6	C	A	C	6	A	7	D	9	D	7	3	7	9	1	E	C	A	9	B	E	4	8	B	5	E	A	F	6	A	4	2	D	C	3	E	6	4	A	D	D	C	B	1	8	D		
A	9	A	0	8	2	F	B	9	E	5	8	9	1	7	C	5	4	F	8	8	A	D	7	B	F	B	E	8	5	3	A	E	0	D	7	2	A	1	D	8	3	6	8	C	8	D	C	9	4	7	D	6	D	3	6	D	5	8	5	B	5	1		
1	2	1	9	0	5	D	9	1	6	0	2	B	1	5	0	F	D	2	C	B	3	4	C	D	A	0	6	9	9																																			

3	8	A	3	C	4	3	9	4	8	C	6	5	3	6	5	0	6	1	F	0	7	4	D	A	A	D	8	4	8	A	0	7	4	8	6	D	3	8	0	1	0	4	A	C	E	F	C	E	A	0	5	D	6	9	8	C	F	9	E	9	E	4				
B	B	A	D	7	7	5	3	7	E	B	4	8	8	4	7	5	7	4	1	8	1	2	2	B	8	5	B	0	7	D	5	D	F	E	7	1	B	4	8	D	D	7	B	F	8	4	4	A	C	A	0	3	8	2	6	B	F	3	6	B	1					
2	1	8	6	C	A	6	A	1	1	1	6	B	F	6	5	0	F	E	2	C	B	4	E	4	5	B	3	6	1	2	A	1	4	3	0	D	9	A	7	6	4	1	E	3	3	C	3	D	9	B	7	D	D	2	2	2	E	8	D	A	9	1				
1	F	A	2	8	2	6	2	8	1	1	4	F	0	9	1	A	B	4	2	2	E	0	7	2	1	E	1	B	F	7	0	2	4	8	E	1	0	E	A	5	F	F	2	D	4	2	C	9	1	C	9	2	E	9	F	3	9	5	C	5	E	B				
B	5	C	8	5	A	2	0	0	9	6	7	C	3	6	1	E	0	4	E	F	A	4	D	7	9	8	5	1	9	3	5	8	4	1	6	8	9	0	3	3	7	C	8	4	9	7	3	4	D	3	B	E	1	0	0	E	F	3	8	4	9	A				
8	C	9	B	9	F	7	6	1	7	D	8	0	4	6	D	4	0	2	0	7	9	7	F	7	0	5	6	1	4	C	A	1	5	B	5	A	A	1	2	F	1	D	1	9	A	E	A	6	0	E	0	F	E	1	5	2	E	5	2	8	3	4				
A	0	D	1	D	3	5	9	1	0	F	0	4	8	2	7	A	7	1	6	3	9	0	3	2	2	F	5	0	F	2	F	8	E	S	4	4	B	D	A	1	6	B	C	5	8	3	3	A	C	5	C	B	D	0	D	2	7	7	A	6	5	7				
1	5	B	0	E	A	1	8	F	D	D	4	6	D	D	9	C	7	1	4	8	9	4	B	5	4	D	E	3	D	5	2	C	6	C	F	B	1	D	A	6	3	5	3	E	5	0	2	5	6	E	B	2	E	D	A	D	6	0	7	2	2					
E	4	4	6	8	2	5	B	7	D	A	2	C	3	1	6	D	5	3	4	C	E	8	B	E	2	3	1	6	C	8	9	2	0	E	B	E	D	E	3	9	F	6	9	E	9	1	4	C	0	4	9	4	8	5	8	5	C	2	E	9	B	3				
3	D	E	4	4	B	4	8	2	B	A	F	B	1	B	D	C	5	7	5	9	E	C	4	A	0	9	9	5	2	A	5	A	A	4	1	D	0	4	3	B	7	D	F	F	A	E	F	A	6	5	S	C	D	5	2	D	7	1	4	B	E	8				
1	9	9	D	4	E	9	7	7	8	5	9	D	1	0	3	9	1	8	7	8	C	D	E	6	A	7	B	6	F	E	3	7	F	6	E	S	3	0	A	0	7	5	2	8	D	7	4	8	F	9	6	3	B	E	D	2	7	7	9	1	0	F				
6	3	9	8	F	0	9	7	3	3	1	F	7	7	6	E	F	B	0	E	6	3	6	A	4	F	7	F	6	9	0	6	C	7	D	1	E	9	C	0	4	3	4	8	6	3	8	4	3	A	D	5	9	D	1	1	1	3	A	C	3	2	3				
F	C	F	0	1	4	3	E	4	4	B	B	B	6	8	9	D	1	C	7	9	2	4	C	7	A	8	1	0	D	C	2	5	1	1	D	D	A	B	E	0	9	E	F	E	7	3	5	D	4	2	2	3	0	1	7	4	4	B	B	B	3	2				
4	F	3	8	0	5	8	F	7	1	1	1	7	4	D	9	3	0	B	3	8	0	A	4	5	8	2	7	C	4	A	5	3	F	A	6	3	6	F	F	9	9	B	6	7	2	1	2	8	8	C	2	C	F	1	B	E	6	C	D	5	A					
A	3	7	F	F	A	D	C	F	3	A	1	D	D	8	D	E	8	1	E	E	A	2	6	0	F	1	E	3	9	7	2	F	3	5	0	F	3	4	0	6	4	A	7	4	C	8	8	E	9	A	C	F	F	B	3	2	F	A	1	6	E					
D	8	5	2	E	F	A	A	5	D	A	E	9	A	1	A	E	6	8	9	7	8	0	A	F	3	0	B	2	0	8	0	3	D	C	9	4	C	E	C	9	D	3	6	3	2	B	B	6	4	C	F	F	D	A	7	D	8	B	2	4						
6	2	B	E	8	8	3	1	4	1	7	0	4	8	3	A	D	4	F	1	3	3	8	D	D	B	F	2	3	E	D	E	D	A	C	4	E	4	7	6	8	A	8	1	B	3	7	3	2	6	9	3	1	8	D	5	D	F	E	9	1	6	5	C			
1	A	C	3	5	0	8	F	1	6	9	6	8	4	D	5	5	E	2	6	A	A	6	E	1	3	1	4	4	F	7	D	9	A	0	C	8	0	E	B	7	2	D	2	5	0	7	7	6	F	8	0	2	3	D	3	2	2	B	A	F	E	1	E	B	0	F
3	0	B	2	7	2	3	9	2	E	7	F	B	C	F	8	B	1	7	B	8	0	5	B	4	7	6	2	0	2	0	4	8	C	5	A	A	8	8	2	E	1	D	2	9	A	3	9	4	D	9	D	4	A	B	2	2	C	3	5	6	7	1				
C	4	8	5	B	B	8	5	0	5	4	9	E	4	6	B	A	5	A	D	D	6	7	1	C	A	3	0	7	D	2	9	A	9	D	C	0	6	C	9	C	D	D	3	B	1	1	2	6	F	D	C	A	8	5	9	5	6	7	B	A	B	C				
C	B	8	0	5	D	4	5	9	A	6	A	8	7	0	E	9	4	4	A	5	C	F	D	1	4	0	4	1	F	D	A	F	2	4	9	D	0	2	5	5	3	5	F	4	C	9	D	3	5	9	4	E	C	2	9	C	A	E	4	3	B					
8	C	F	7	C	2	2	8	6	B	A	6	5	0	1	3	D	8	8	5	C	2	8	F	0	1	A	2	8	6	7	B	8	B	1	F	5	B	F	2	2	C	A	2	E	9	3	4	A	B	6	2	2	D	6	F	6	1	E	A	C	5	F				
0	D	D	C	D	5	1	4	2	1	E	7	8	2	C	9	1	1	8	B	6	2	9	7	0	3	B	8	D	9	6	0	A	A	D	6	A	5	2	9	0	2	2	5	D	C	C	D	A	8	0	D	8	E	B	D	3	7	7	3	9	D	2				
F	1	5	A	6	D	A	5	0	7	3	2	F	C	8	B	2	0	7	A	3	2	B	6	D	3	5	B	6	E	D	2	5	6	8	E	4	F	1	5	C	D	6	E	6	B	0	F	A	6	C	9	1	9	A	2	D	4	8	9	7	1	F				
1	3	D	3	3	A	B	F	D	4	3	A	D	2	0	0	B	6	6	D	9	3	1	A	0	B	9	F	D	3	7	1	B	5	4	4	8	6	4	A	7	B	D	1	F	C	5	7	E	4	4	6	A	8	C	A	E	F	5	E	8	7					
B	E	D	9	3	0	9	8	3	D	3	A	D	E	6	D	7	A	2	B	C	0	3	7	5	9	B	2	C	0	8	0	F	C	C	2	8	1	B	8	3	4	4	1	D	B	1	A	9	A	8	2	1	F	1	7	4	5	4	C	F	F					
6	C	D	1	3	E	C	4	9	1	4	C	D	7	6	7	0	F	F	E	6	A	F	0	B	6	E	8	F	C	E	4	F	C	A	3	9	8	3	F	9	8	5	F	A	7	C	7	2	8	9	4	C	8	7	3	C	2	E	D	7	8					
5	3	F	3	7	5	0	6	1	B	D	2	3	E	1	1	C	9	F	9	A	3	B	D	6	8	4	2	F	1	C	D	C	D	C	9	C	1	8	8	C	C	E	2	7	2	A	3	E	7	A	A	F	E	A	A	E	B	B	3	0						
D	D	4	C	1	3	F	6	8	C	E	3	A	1	8	D	F	F	8	7	6	A	0	9	E	9	4	9	5	E	F	0	E	D	7	E	6	9	C	D	A	2	E	5	7	B	F	F	9	D	E	2	C	3	7	B	5	E	B	C	8	1	5				
A	D	7	5	1	9	5	0	3	C	5	2	3	F	D	1	C	D	A	9	B	D	2	7	8	6	0	9	1	4	B	6	3	9	D	E	C	0	A	7	E	C	D	8	7	1	0	6	F	9	4	D	8	4	C	D	A	C	4	2	4	A	9				
C	6	7	7	3	F	2	F	D	C	3	B	A	7	8	8	2	8	1	1	C	F	C	0	4	C	E	D	A	6	2	C	D	9	5	4	C	8	A	F	0	F	B	7	6	A	6	0	E	2	E	8	3	9	4	C	B	7	5	2	C						
E	E	6	A	1	0	6	0	5	1	D	F	4	C	8	4	6	5	5	D	0	F	8	4	E	8	E	8	9	B	2	3	5	E	6	D	5	4	2	F	4	9	4	9	5	2	4	C	3	8	5	2	1	0	F	8	1	4	F	8	A	6	8				
E	8	D	6	5	9	A	5	A	0	8	3	9	D	R	2	3	E	A	A	E	D	2	2	6	A	F	F	5	1	E	0	2	B	F	9	B	9	0	6	C	6	0	5	0	6	A	1	1	E	F	2	C	F	7	3	E	0	7	3	2	5	4				
B	0	0	C	A	E	D	9	3	8	5	6	5	1	5	6	D	D	2	6	0	A	8	4	E	6	A	7	F	1	4	4	A	1	9	0	1	0	C	A	F	3	5	F	F	0	6	C	3	1	5	E	9	A	6	9	6	D	C	E	D	3					
9	C	0	5	E	C	F	7	4	3	9	6	F	E	E	A	5	D	7	6	3	6	2	3	0	6	B	2	F	8	6	9	0	5	C	2																															

F	4	1	0	4	1	F	A	4	2	F	6	8	1	1	2	6	2	4	E	5	D	E	8	1	3	3	A	B	9	B	6	E	4	A	8	5	8	F	6	3	A	8	6	5	6	D	D	F	4	E	8	B	F	2	9	E	4	7	7	C	E		
2	A	2	C	0	9	D	E	2	3	6	3	8	4	2	A	3	6	F	8	1	1	E	4	A	D	7	D	2	2	C	7	C	7	D	5	B	D	4	1	5	2	A	D	3	D	A	7	7	D	6	E	0	7	0	0	F	1	3	0	6	6	D	
7	2	C	E	0	4	4	D	C	B	0	4	0	2	3	2	A	F	D	2	D	E	9	E	A	5	C	1	E	1	4	4	8	D	7	A	F	1	F	B	B	8	A	4	B	1	4	2	0	9	D	7	6	0	0	F	8	7	3	7	B	6	0	
D	5	5	9	D	5	F	D	F	B	2	3	B	2	3	7	7	F	F	2	E	4	0	A	0	7	D	1	D	8	2	9	7	E	5	1	A	C	C	D	5	A	5	E	7	C	3	6	E	C	6	6	5	4	2	C	5	2	4	C	9	3	D	
3	7	B	0	A	6	3	4	5	B	E	F	7	6	2	4	5	F	9	8	4	A	A	5	3	8	1	8	D	5	F	7	1	1	D	5	6	0	9	7	D	0	F	2	2	E	E	2	4	B	F	8	0	4	1	3	7	D	4	4	8	0	5	
B	B	C	D	B	0	9	4	7	0	6	5	7	7	4	E	E	F	9	E	3	5	E	0	3	D	7	B	5	4	9	7	8	A	D	0	B	7	2	C	0	E	0	6	4	2	4	4	3	7	D	6	F	2	0	C	D	C	5	3	D	A	A	
8	6	0	C	F	4	B	8	5	0	5	1	B	4	D	8	5	0	2	7	A	6	0	E	D	8	1	D	6	A	1	5	B	2	4	3	C	D	E	9	0	D	B	A	6	9	A	1	A	C	A	C	D	4	E	E	F	3	C	8	3	B	3	
8	B	D	2	F	B	9	F	4	5	4	D	2	9	2	2	4	8	B	0	6	2	5	C	B	7	2	6	7	4	9	7	D	D	6	2	7	8	6	F	8	F	E	0	3	3	6	6	F	B	6	4	1	6	0	0	4	F	7	D	D	F	2	
6	7	0	6	6	C	8	9	E	4	4	E	F	7	6	C	2	3	F	2	4	C	B	4	C	B	8	8	5	C	C	4	6	A	7	B	0	7	5	1	D	2	5	1	1	2	E	8	1	A	3	E	5	F	2	F	3	A	B	3	4	7	1	
8	8	9	1	3	8	3	8	3	C	A	0	8	9	2	1	7	E	7	C	8	D	4	3	E	C	0	6	9	3	0	A	1	0	B	F	2	1	6	0	3	4	3	4	E	2	D	0	4	A	A	2	C	7	0	5	D	1	F	3	6	8	5	
4	7	C	5	9	C	9	2	F	5	7	8	4	C	8	F	A	E	7	5	2	C	4	D	2	6	8	2	7	C	6	2	4	A	F	7	A	6	3	0	A	8	7	9	4	1	B	3	0	5	B	0	6	2	B	8	E	F	3	C	8	B	7	
8	1	E	5	8	6	4	4	6	E	9	B	B	0	D	8	D	8	F	B	A	0	B	1	E	A	0	1	1	9	A	0	A	B	A	9	B	3	D	F	4	9	7	F	2	6	6	3	8	0	E	8	6	1	F	D	B	8	6	7	7	8		
B	F	4	4	2	4	1	0	1	3	F	0	6	3	3	F	F	B	8	E	D	C	6	2	0	B	4	C	A	7	F	A	4	F	A	4	4	D	4	A	9	F	D	E	6	7	C	A	2	3	9	C	A	E	0	B	8	1	D	8	1	C	7	
C	5	4	C	8	D	A	5	F	6	A	E	C	F	8	5	A	D	5	C	0	B	D	1	1	E	4	6	9	5	C	C	8	4	C	8	9	B	4	1	5	6	3	7	E	E	7	3	9	1	2	8	0	B	3	E	D	D	6	B	8	F	E	
E	A	D	9	5	D	0	8	B	A	1	2	2	C	3	7	6	9	B	A	9	B	1	7	A	5	7	F	5	F	A	1	7	8	6	5	B	F	D	2	E	E	5	B	1	7	9	3	6	0	B	7	A	9	E	E	1	5	A	3	D	5		
A	D	6	1	B	0	6	3	A	2	B	6	2	D	B	2	B	C	5	2	7	1	B	5	7	1	B	5	5	4	2	C	F	B	7	0	1	E	3	9	A	A	0	F	3	E	D	1	D	8	2	1	A	D	7	E	A	9	1	7	7	8	7	
5	8	D	D	C	0	9	1	2	6	E	C	D	E	5	D	A	0	5	C	4	F	C	1	0	B	9	9	3	7	D	1	0	7	E	A	8	3	A	E	C	D	0	9	D	5	1	6	8	9	9	F	3	7	0	3	0	4	3	7	1			
E	9	2	1	4	9	A	D	C	1	7	0	2	9	8	3	5	6	4	A	2	8	3	9	E	4	3	2	B	3	D	0	1	8	A	9	3	6	8	7	1	2	6	5	D	4	5	A	D	9	D	1	7	3	C	2	7	3	8	9	F	F	C	3
6	7	F	9	E	A	B	9	D	E	A	5	3	9	8	E	C	5	5	C	E	7	0	6	F	D	0	3	4	A	F	5	F	6	B	7	7	5	C	0	7	A	3	F	8	F	1	2	9	0	A	D	D	E	C	1	C	7	3	5	3	9	2	
3	0	1	5	7	E	5	6	F	7	7	3	D	2	A	D	8	6	E	9	E	B	6	6	5	B	F	9	6	D	6	2	3	A	9	9	4	4	A	0	0	9	2	C	3	A	D	6	4	C	F	A	2	2	A	9	B	D	4	6	5	1	2	
7	3	6	9	B	E	2	7	1	E	9	2	F	9	3	A	7	1	6	2	3	0	0	B	0	2	3	E	A	8	D	1	3	8	8	6	5	9	F	C	A	C	4	A	5	0	C	1	8	C	5	9	5	D	5	A	D	2	A	2	5	8	3	
D	6	C	D	F	8	3	A	F	5	1	F	6	5	6	F	2	A	8	E	D	1	9	B	D	B	A	3	4	6	7	A	B	2	6	0	B	E	9	A	6	C	1	1	0	6	B	3	5	B	C	8	D	4	7	F	E	A	5	4	9	3	3	
6	1	F	2	8	3	D	1	0	3	4	A	B	0	E	5	2	1	6	3	0	C	7	A	D	0	6	D	1	7	E	E	4	4	F	D	D	2	6	8	9	7	1	3	A	7	B	9	E	4	3	D	F	9	3	5	B	3	E	F	B	B		
A	0	4	2	C	8	E	0	F	8	8	7	1	4	6	3	B	B	7	F	0	B	0	3	D	E	6	6	9	9	8	6	D	0	4	4	4	C	0	B	A	F	9	3	A	A	9	C	0	5	5	E	7	A	4	5	A	E	D	1	9	2	F	
B	F	D	0	A	D	1	4	1	0	F	A	B	2	2	5	2	7	A	F	B	1	6	3	2	5	1	5	1	9	2	7	C	5	B	D	F	E	6	6	8	C	A	B	F	9	B	3	F	F	8	D	3	D	5	5	C	1	3	F	8	1	8	
B	A	0	F	9	F	9	C	3	3	5	9	1	4	B	6	D	B	A	8	8	7	6	2	8	6	2	9	1	B	D	F	8	B	B	1	0	0	C	1	F	3	0	B	0	4	5	1	5	1	E	1	8	2	6	5	1	0	6	7	9	5	E	
1	A	1	6	E	B	6	5	3	B	8	C	0	C	2	F	5	2	F	5	2	0	7	3	A	5	4	5	0	B	C	4	B	4	0	2	3	C	6	7	E	E	5	3	7	3	D	2	B	5	6	7	5	7	3	C	2	7	0	3	6	4	8	
5	D	1	0	F	2	A	4	1	B	C	A	B	F	0	8	5	A	3	B	A	2	8	F	0	F	E	9	C	7	4	8	2	8	E	9	A	D	8	A	6	D	8	5	3	9	8	1	E	3	2	1	1	3	A	8	C	5	9	8	9	F	1	4
0	B	4	8	2	E	3	E	D	E	8	3	2	D	0	F	5	A	3	E	6	0	2	2	3	7	D	9	C	8	1	1	1	9	6	F	2	6	B	0	4	C	0	C	B	C	9	E	D	7	4	5	0	3	B	2	8	7	4	D	5	1	2	
7	3	B	3	D	E	8	1	B	6	4	5	1	3	9	6	A	6	4	A	B	9	D	E	0	6	B	6	2	4	C	F	C	2	B	A	1	8	3	4	1	6	F	8	9	0	4	F	0	9	F	2	C	8	D	5	D	8	C	D	0	3		
5	9	4	D	4	1	7	F	F	7	2	5	D	B	3	2	6	4	0	2	E	2	3	A	1	B	8	2	4	4	F	C	1	B	4	2	7	E	F	9	1	6	D	E	2	5	7	D	1	C	6	1	D	2	9	8	0	A	6	0	9	E	6	
3	7	2	B	3	F	2	1	5	F	F	8	A	A	5	C	F	D	1	2	E	7	9	6	E	4	0	2	2	0	A	8	6	8	5	5	0	1	6	D	C	3	8	9	0	D	7	8	2	8	E	E	3	5	4	E	D	C	7	9	2	A	1	
C	0	0	F	F	8	0	E	3	3	5	1	5	9	2	6	9	7	A	5	0	B	8	9	A	3	5	0	0	2	2	F	1	E	6	D	A	A	1	D	B	A	9	7	9	1	A	7	0	E	B	8	D	F	D	4	F	B	7	1	9	D	4	
C	3	7	7	F	1	B	C	2	4	E	8	5	6	C	2	B	9	D	A	F	0	8	2	1	C	E	C	3	D	B	5	B	6	5	6	9	1	C	0	8	D	9	5	8	0	6	C	2	0	7	4	A	9	3	E	E	A	0	9	6	A	9	
1	3	8	5	9	5	F	4	1	8	4	E	D	4	8	D	6	2	C	3	8	5	5	6																																								

6	2	6	A	4	E	5	0	B	1	E	F	7	D	5	3	8	A	0	7	5	6	8	B	8	F	3	E	9	3	5	E	F	3	8	7	7	D	6	5	C	6	6	2	A	5	1	E	7	0	F	8	2	C	D	A	A	F	2	1	0	B	
A	2	4	8	8	F	0	F	5	A	C	C	6	1	0	8	D	8	5	8	C	6	E	A	B	D	1	E	0	7	8	9	F	9	8	B	4	A	8	A	8	0	8	B	2	5	F	D	7	9	9	9	4	C	E	8	1	F	7	6	0		
F	4	0	3	D	B	E	3	2	B	1	6	7	C	1	D	B	9	1	8	0	C	9	8	8	3	4	7	D	8	6	A	5	5	F	9	A	9	3	3	2	A	8	6	8	7	A	4	F	B	4	6	7	5	4	7	5	C	0	F	1	A	
9	A	7	C	1	6	1	A	E	B	6	0	2	B	0	D	3	D	6	2	B	3	0	1	8	6	7	5	6	7	5	5	5	E	2	7	D	E	4	5	B	E	C	3	C	D	C	3	0	3	0	4	B	5	2	D	B	1	2	8	B	C	5
8	0	D	0	D	3	5	D	3	6	E	D	B	D	9	C	F	7	9	1	E	1	8	A	6	A	F	2	C	D	B	A	A	2	1	B	4	E	8	6	5	4	B	4	E	D	3	D	3	A	6	6	4	D	9	7	E	5	9	C	D	2	0
D	9	9	0	6	E	4	6	0	D	F	1	C	9	9	4	2	8	4	2	E	C	9	6	0	2	A	1	5	0	4	5	3	8	4	7	E	7	2	A	D	A	F	8	B	3	8	7	2	6	A	0	A	4	7	D	2	0	1	E	D	7	
D	1	A	7	F	B	0	9	2	F	F	4	F	8	4	8	6	A	7	4	E	1	0	F	1	F	E	7	2	2	4	B	3	C	8	D	E	3	2	4	1	8	9	F	B	3	7	8	D	6	2	5	C	6	8	2	D	6	4	3	1	2	B
4	9	E	6	A	C	3	4	D	A	5	4	E	8	4	3	B	F	D	8	E	D	B	F	1	2	0	2	F	5	1	A	C	0	5	9	2	0	3	E	6	6	4	7	0	7	6	5	B	4	1	6	F	9	D	7	3	5	F	6	5	6	8
A	D	0	1	E	B	F	5	2	B	5	3	6	B	F	4	8	7	5	1	9	9	1	5	F	1	B	F	2	E	2	D	C	9	E	0	9	A	9	0	A	2	5	0	3	9	1	5	8	5	A	D	3	6	0	A	3	6	F	1	0	D	F
2	D	9	7	A	1	C	B	1	3	B	C	9	9	5	3	E	A	1	7	5	9	1	A	5	C	0	3	E	9	8	1	1	2	9	F	C	A	0	9	D	F	D	4	6	4	0	C	4	B	3	9	2	C	E	7	B	A	9	E	8	D	D
A	2	6	A	1	0	2	B	2	4	1	B	D	2	5	3	5	3	E	6	E	6	F	B	7	A	E	8	F	7	1	2	A	8	5	D	D	4	F	7	D	F	B	7	9	1	5	7	7	8	8	5	1	D	5	6	1	0	5	E	8	F	3
5	0	2	6	F	4	2	7	4	8	7	2	9	F	9	C	5	F	4	5	B	5	4	9	7	0	C	D	A	A	2	5	2	F	6	E	9	B	A	F	C	4	C	7	D	1	B	B	C	1	7	0	C	B	5	E	3	8	B	1	9	A	
8	D	2	C	6	5	6	9	7	E	B	4	0	2	0	B	A	1	C	0	5	C	6	9	6	7	C	9	5	6	F	A	A	C	2	5	2	0	0	D	0	8	6	8	D	A	B	8	D	F	A	7	C	6	8	2	0	D	F	F	C	A	6
F	5	8	8	8	4	D	C	3	F	8	2	1	0	4	F	0	D	3	D	9	0	E	C	0	4	1	7	E	F	6	F	1	C	5	D	8	F	3	D	1	0	F	2	C	F	F	8	F	5	D	E	F	D	1	1	E	A	C	2	E	0	A
1	A	A	1	A	9	F	F	2	F	3	E	D	7	1	C	B	4	2	2	8	7	8	5	E	F	7	3	2	8	1	2	E	0	F	8	0	4	2	E	B	7	B	C	0	C	8	D	9	7	9	1	3	7	7	D	2	E	7	4	C	1	
F	C	0	D	B	7	0	2	F	8	5	F	C	2	8	0	C	8	B	2	2	D	1	F	E	8	E	7	0	7	E	1	C	0	8	6	2	C	4	9	7	F	9	F	0	8	0	9	1	D	B	2	5	0	A	2	E	7	B	1	C	D	
B	2	0	7	D	5	6	8	6	6	E	5	B	E	D	D	B	5	4	8	A	1	C	D	A	5	C	A	8	B	6	6	F	2	E	7	5	2	9	8	4	7	6	A	7	1	0	C	8	6	6	A	7	2	6	2	6	B	2	D	4	6	
D	0	1	3	8	E	1	F	F	7	5	8	D	4	7	D	0	8	1	4	5	9	D	E	1	3	4	4	A	4	8	9	6	7	4	F	0	E	2	6	9	8	D	9	4	A	9	7	4	6	E	F	0	C	2	4	8	9	3	8	6	4	
3	4	A	3	B	7	2	2	A	9	A	7	4	D	0	8	9	6	2	2	D	4	E	E	C	F	5	5	9	6	F	8	7	8	F	5	4	5	2	2	5	2	0	D	9	A	D	4	5	2	9	A	3	8	C	A	D	1	6	D	9	1	7
2	E	6	6	7	9	8	B	1	A	D	D	A	8	F	A	A	6	E	6	A	F	2	B	6	9	7	C	E	A	7	F	1	0	6	1	A	3	9	2	F	9	4	A	3	C	1	6	B	6	A	5	C	B	3	2	D	5	1	0	2	F	5
C	0	0	A	8	E	C	5	E	C	D	4	A	4	2	B	5	D	1	5	F	D	8	B	6	C	E	1	5	D	4	0	D	E	0	F	2	8	0	A	7	0	F	8	F	7	6	C	9	1	7	6	8	B	A	D	C	D	B	4	E	5	1
4	1	6	E	B	D	6	1	0	1	4	4	8	1	3	F	5	4	4	A	7	D	C	3	F	7	D	9	1	5	1	C	2	E	5	3	3	6	D	B	B	7	D	3	E	8	9	8	4	2	8	1	2	A	F	E	1	4	F	8	D	3	0
7	5	7	B	2	9	5	1	4	C	4	6	7	3	1	B	F	1	F	F	2	9	8	0	C	E	7	A	9	F	7	1	C	3	F	5	C	3	0	B	0	E	1	C	3	4	5	3	2	C	7	A	9	0	F	4	D	8	E	E	F	B	C
E	C	0	0	F	B	1	6	E	9	C	8	D	2	0	C	7	F	0	B	5	7	2	A	9	9	7	2	2	5	D	E	C	6	C	5	C	9	E	3	B	3	9	0	0	2	A	C	D	2	7	A	8	5	9	F	D	E	F	9	6	B	A
6	6	1	2	7	A	A	C	E	A	0	D	9	6	F	3	6	F	4	D	5	6	1	E	A	6	1	D	2	A	8	2	6	4	F	3	C	B	E	7	9	B	5	4	7	6	3	D	5	B	3	3	2	F	0	5	B	6	1	5	0	3	7
1	8	B	4	C	7	8	5	4	3	A	5	B	E	2	B	5	6	6	F	E	8	A	C	A	D	B	B	9	2	A	7	5	B	6	F	5	F	D	2	2	E	1	0	D	1	7	D	9	3	5	B	7	4	A	E	3	8	E	5	9		
2	6	6	5	F	0	4	E	5	E	2	8	0	F	5	F	0	4	0	D	B	F	9	E	9	9	D	5	2	C	C	A	4	7	B	A	D	E	C	B	D	E	E	8	5	D	7	E	8	3	1	1	C	A	8	6							
A	1	2	5	D	A	0	0	0	8	0	9	C	9	6	C	5	4	3	6	E	E	8	F	3	9	3	9	0	C	E	E	A	C	B	D	2	8	B	0	F	D	0	6	0	E	C	A	9	1	C	9	2	A	F	0	D	9	5	0	E	7	D
1	3	F	A	A	5	9	9	4	6	E	3	8	0	4	6	7	C	0	8	C	F	2	F	1	4	6	3	0	7	7	6	9	3	1	5	F	E	2	8	7	F	6	C	7	6	5	4	0	E	4	1	9	F	3	F	2	8	D	A	4	2	B
D	1	B	E	7	F	0	C	1	4	9	C	D	A	1	F	C	7	5	D	F	6	4	2	B	B	8	0	A	C	A	E	3	4	E	E	4	D	7	8	0	1	8	5	0	5	5	4	D	D	B	7	6	C	5	0	1	1	8	7	5	1	4
0	F	5	8	7	9	6	8	9	A	E	9	0	4	1	0	2	6	C	B	1	A	9	E	A	0	F	6	A	E	8	3	B	B	1	D	0	6	5	2	D	5	F	C	1	7	0	C	9	2	2	D	6	7	1	2	5	B	3	3	7	E	D
4	C	0	D	C	D	B	8	F	6	B	F	1	E	6	9	7	B	5	3	5	F	E	0	6	5	B	F	E	D	2	A	2	3	F	B	D	2	D	2	F	9	4	5	7	6	F	A	A	8	7	A	F	C	1	3	3	1	2	5	D	D	
F	0	F	8	1	8	2	4	B	9	E	2	5	E	8	3	1	6	8	1	0	E	F	3	9	E	8	E	7	9	4	4	C	E	7	4	7	B	B	1	8	5	5	A	1	3	8	A	B	0	8	D	6	A	F	E	6	8	9	D	7	1	
7	6	2	5	4	0	5	D	6	0	A	2	5	C	4	1	3	1	D	4	F	9	2	2	6	D	9	A	4	7	D	2	1	C	8	A	9	C	F	D	8	8	5	9	A	2	A	3	8	C	3	3	0	7	8	D	3	0	2	7	1	0	F
1	0	A	0	2	3	1	B	2	E	2	F	B	F	E	1	5	F	6	6	D	0	1	9	F	0	1	F	A	B	B	6	3	5	1	9	4	E	C	8	E	8	4	C	F	3																	

5	B	1	2	5	E	0	D	4	6	D	B	5	A	1	F	1	B	2	6	4	7	8	8	E	B	6	B	C	4	1	B	7	4	3	4	D	A	A	6	0	2	F	7	4	4	4	4	1	4	3	8	B	0	B	1	7	9	7	0	D	0	7
F	0	0	7	F	C	5	0	5	D	B	4	2	D	4	6	9	D	8	7	3	9	E	C	B	F	0	7	A	D	3	7	4	A	8	6	7	A	1	8	3	0	6	A	2	E	3	1	2	C	F	E	0	4	B	9	3	8	3	E	F	0	6
E	7	4	A	1	D	6	6	0	C	0	3	B	A	3	7	1	6	F	B	0	F	1	B	2	2	A	D	7	7	9	8	A	D	2	F	7	E	7	5	C	6	9	8	4	6	D	A	F	5	5	7	9	F	7	2	A	1	3	5	3	D	2
B	5	2	D	4	4	9	B	1	A	8	F	2	D	7	9	7	A	B	C	C	E	3	5	B	2	E	5	8	7	9	F	1	7	3	5	0	0	5	B	7	A	7	7	A	C	8	B	6	B	7	6	5	2	D	C	E	D	F	E	B	7	
C	D	1	7	B	5	5	0	3	8	6	2	2	9	1	C	B	7	B	E	0	E	D	E	C	9	2	E	0	0	2	A	E	8	1	4	8	D	0	1	2	9	A	7	5	E	9	D	8	D	0	F	1	4	7	8	4	4	5	3	8	F	A
2	F	B	8	1	A	6	C	C	2	B	4	4	1	A	F	9	7	3	7	D	C	8	4	1	D	0	4	F	B	3	7	7	4	6	D	1	B	9	8	4	6	F	3	E	0	8	7	C	5	E	1	6	1	F	9	8	C	2	9	0	E	1
2	F	7	5	C	9	2	C	0	C	A	2	A	6	7	9	E	1	2	F	8	5	D	B	D	8	4	1	E	9	0	9	2	0	5	4	5	1	F	1	A	9	9	3	1	6	3	8	7	0	D	A	D	A	F	2	3	C	9	7	A		
C	E	9	F	F	8	0	E	F	E	9	2	4	8	0	6	3	C	E	5	3	9	6	E	4	5	3	D	8	8	F	D	C	8	0	A	0	7	1	7	6	9	C	9	C	0	8	A	B	B	8	E	C	4	B	F	F	8	F	C	2		
4	A	5	0	D	B	3	1	0	8	7	8	E	6	8	1	3	3	3	D	E	1	7	C	7	C	4	6	D	F	0	D	7	3	7	F	1	E	5	6	C	7	E	1	2	E	4	6	C	7	1	7	0	5	F	9	C	3	8	E	B	8	
0	5	0	C	2	6	0	4	F	B	4	0	6	0	A	3	D	8	B	C	8	2	3	B	F	0	9	C	0	1	D	9	2	7	7	9	3	8	8	7	0	C	B	D	6	8	2	0	2	6	4	0	A	1	6	B	9	0	A	F	A	0	D
4	1	C	7	A	1	F	7	D	1	E	9	7	D	0	3	D	E	6	4	6	1	4	B	1	6	0	5	4	6	4	E	3	B	E	C	4	3	5	B	F	E	2	2	8	0	D	F	C	E	2	0	3	5	5	E	4	A	E	9	4	1	B
7	5	8	D	9	0	9	9	3	C	F	6	8	3	0	1	0	1	2	C	3	B	A	9	7	2	1	8	1	7	A	2	7	F	D	1	2	A	4	5	2	B	7	E	6	5	A	2	1	4	D	C	E	E	2	1	D	8	B	7	2	9	9
7	8	5	C	7	4	9	A	6	A	1	2	2	1	A	9	D	3	3	E	0	9	3	2	D	2	F	5	F	1	B	7	C	0	9	A	D	C	B	4	7	0	3	2	2	C	A	C	5	D	2	2	0	2	F	0	6	5	0	E	1	7	5
4	3	0	6	5	E	3	4	1	F	E	1	B	5	5	7	6	5	5	0	9	1	7	1	4	C	3	C	1	8	8	9	1	B	8	D	6	5	C	E	C	0	F	1	1	D	6	9	7	A	C	7	0	8	8	7	6	0	3	F	1	B	3
9	F	A	3	3	F	C	F	5	2	1	5	9	8	3	0	5	1	1	B	0	F	F	7	A	0	E	7	3	C	7	4	8	A	5	9	F	6	E	4	C	D	C	2	C	7	1	7	B	1	F	3	F	4	C	5	0	5	0	D	D	C	2
5	C	9	3	F	E	5	5	B	4	0	1	A	E	D	5	D	4	4	6	7	7	3	4	9	5	C	4	A	4	9	6	F	6	1	8	A	3	A	9	B	8	B	A	1	F	3	5	5	8	F	6	8	1	A	4	F	1	C	1	F	3	C
3	A	5	B	8	7	3	6	C	7	F	3	2	5	1	4	3	C	2	5	6	D	F	D	7	5	0	E	2	D	9	A	4	C	5	2	F	5	A	F	8	1	8	6	7	6	2	9	8	A	1	C	0	B	D	5	D	0	6	5	D	6	
A	D	5	1	9	B	8	F	1	E	4	0	4	F	6	8	A	7	0	3	9	0	E	8	D	C	E	C	D	B	0	5	4	1	7	1	3	1	7	1	0	7	5	8	D	7	B	3	2	4	1	6	E	8	7	0	D	E	C	7	2		
F	C	4	5	D	5	1	0	5	3	6	F	4	C	4	9	2	0	D	C	D	A	A	A	C	9	0	0	9	B	4	7	4	D	3	3	0	2	9	D	7	D	2	3	F	1	9	5	6	4	A	B	1	2	B	D	A	4	6	E	4	1	A
5	4	5	8	3	B	5	0	9	5	1	4	4	3	9	D	9	B	B	A	9	7	7	1	C	2	1	6	0	8	4	6	E	B	9	6	A	8	A	3	6	A	B	F	9	A	0	8	9	2	6	7	A	B	4	E	7	9	F	C	5	1	7
6	B	2	A	3	9	8	8	8	4	7	6	E	F	4	0	E	2	4	9	D	8	B	D	3	C	C	7	D	7	A	2	2	1	5	D	E	2	9	4	9	A	0	9	3	2	5	6	8	C	0	8	9	6	0	4	8	4	F	3	1	A	4
9	F	8	C	0	D	8	1	C	D	E	4	F	9	8	0	4	5	6	C	D	F	4	7	9	0	C	4	D	1	5	A	8	4	1	0	2	B	C	A	F	9	0	6	4	E	D	7	A	9	B	A	4	2	0	0	F	D	5	E	8		
B	3	4	F	D	A	B	F	3	0	E	F	7	1	3	1	2	7	0	A	C	C	9	3	7	7	A	1	F	B	8	D	D	F	C	F	B	D	8	D	6	B	9	1	8	3	0	4	3	C	F	A	3	8	4	1	4	4	2	8	1	7	C
2	3	3	0	B	0	8	D	B	D	3	0	D	4	4	F	A	3	7	1	9	8	E	A	D	3	3	5	D	E	8	3	D	6	D	F	5	9	A	0	3	D	C	7	D	3	E	4	E	2	C	7	4	1	1	E	4	9	0	D	E	0	F
A	D	E	6	B	1	A	4	1	7	2	B	4	8	F	B	4	3	8	4	B	4	D	9	7	D	A	7	F	4	6	C	2	2	A	B	7	B	6	3	E	A	A	2	E	1	4	0	C	1	0	4	F	D	8	0	F	1	1	A	C	D	
7	5	E	4	1	0	1	0	5	8	2	5	5	8	D	7	6	5	F	F	8	9	5	2	1	1	B	6	4	0	6	4	9	8	B	A	7	5	7	C	0	A	F	8	1	4	2	E	B	D	C	5	D	4	5	5	8	5	A	6	6	3	7
5	5	7	F	9	A	3	8	C	D	B	2	7	F	5	2	0	F	F	4	2	4	2	A	6	3	4	F	2	5	A	4	E	F	C	D	6	2	0	0	4	C	8	F	B	5	2	2	F	C	4	F	D	9	7	8	8	E	F	0	2	F	1
9	E	0	6	2	B	1	9	A	1	8	E	C	3	7	7	5	E	D	6	4	F	C	7	2	E	0	1	B	A	C	D	2	9	5	2	5	D	7	1	B	B	6	3	C	E	2	B	1	9	4	0	1	6	5	3	0	A	D	7	2	B	4
0	7	B	E	5	4	D	3	5	0	E	E	4	5	C	8	4	3	0	F	5	9	D	A	8	0	7	C	C	2	6	7	B	1	B	0	4	B	9	C	2	4	5	8	C	1	4	D	2	F	B	2	2	3	9	B	3	F	D	F	E	7	3
A	2	2	E	A	5	5	8	9	C	6	C	7	E	A	C	E	F	4	7	2	0	D	A	9	0	B	6	D	0	F	A	5	A	D	0	1	F	9	2	0	A	3	5	0	6	4	4	0	D	A	2	A	2	0	3	1	9	7	9	5	1	9
F	5	6	2	0	A	A	A	F	F	9	6	D	6	8	C	6	6	C	0	B	1	C	7	6	1	E	9	3	7	D	B	B	B	9	2	7	A	6	9	B	3	2	6	2	4	B	5	A	C	3	B	B	F	E	6	2	0	B	F	4	6	
6	9	0	6	0	7	3	0	F	6	D	C	6	3	2	E	6	7	F	2	8	4	D	B	C	7	F	4	3	1	D	9	4	3	9	6	D	E	1	A	9	C	2	F	D	0	A	2	B	D	0	E	0	A	B	8	5	E	F	8	4	0	3
2	9	3	0	F	7	8	3	D	5	9	7	4	B	9	3	0	7	2	A	B	C	1	8	6	0	9	9	6	E	2	9	2	C	D	1	4	A	A	7	F	1	B	C	6	F	3	2	6	E	7	8	C	F	A	2	5	4	F	4	F	3	1
4	3	D	2	6	A	8	9	4	E	0	F	2	4	F	5	B	3	3	7	0	3	9	6	B	6	0	E	1	C	D	8	8	9	3	A	A	3	C	3	0	4	8	C	F	A	6	6	7	6	6	8	A	A	2	6	C	B	8	9	F	4	
4	2	0	7	9	E	A	B	6	5	A	6	4	E	B	8	F	7	7	3	F	7	F	8	8	D	9	4	5	2	D																																

C	7	C	E	F	1	8	5	1	2	C	2	5	F	E	9	F	2	8	1	2	F	9	2	7	D	3	B	7	4	1	7	1	A	7	F	D	1	0	2	D	5	A	3	8	D	6	C	1	4	D	C	4	9	4	A	5	8	D	E	9	D	0
6	B	B	5	0	8	1	7	0	E	D	9	C	5	1	5	7	D	C	8	E	F	6	B	C	0	A	7	B	E	9	E	9	6	6	4	F	0	A	7	4	1	C	F	A	E	9	2	C	A	F	5	B	7	4	C	8	A	9	5	4	5	4
E	5	0	F	8	E	0	D	1	A	D	D	E	1	4	2	C	5	8	D	9	7	9	4	D	8	D	A	6	7	8	1	A	6	3	B	1	9	E	9	0	5	0	5	0	D	4	7	E	1	3	0	8	F	9	9	8	1	A	2	A	6	C
8	4	0	9	5	A	E	3	D	3	5	A	D	4	3	F	2	7	E	8	8	7	1	8	D	A	E	6	D	B	2	6	D	3	2	5	D	8	6	F	C	8	8	D	5	A	7	C	5	4	E	3	9	8	9	2	3	F	F	E	8		
F	D	9	1	A	E	3	D	3	3	2	9	8	1	D	7	C	D	7	2	0	7	2	1	3	A	4	E	9	E	6	7	A	7	C	0	1	B	9	5	F	8	9	2	E	4	9	7	4	B	7	5	7	9	B	7	2	1	9	F	C	2	A
8	B	8	5	A	F	0	C	1	6	8	8	2	B	6	3	7	B	4	A	4	D	0	D	D	C	7	0	6	B	5	B	2	B	4	6	3	B	9	E	4	5	8	F	9	9	D	E	C	1	6	2	3	F	F	6	2	2	7	A	2	B	E
1	9	9	C	E	F	8	D	B	4	6	C	D	1	3	D	A	0	6	B	0	5	8	2	1	A	B	E	7	2	0	1	8	A	B	4	4	2	B	3	9	2	7	6	6	D	9	0	7	8	4	6	F	6	B	6	D	A	6	A	8	9	1
5	1	E	C	9	9	5	F	C	B	0	0	E	E	E	4	6	4	C	2	1	A	3	4	1	8	4	E	1	7	3	A	2	9	2	B	D	9	0	4	7	9	7	8	2	C	9	8	2	6	1	4	7	9	3	3	7	0	A	5	F	A	A
C	F	F	E	A	F	1	E	7	6	D	1	C	3	3	7	0	A	7	E	1	5	5	8	D	4	C	D	A	7	7	F	A	B	4	2	A	F	3	A	9	9	6	0	3	6	9	B	2	1	5	5	C	7	B	A	4	1	7	0	A	3	
C	1	E	B	5	1	4	6	3	A	A	4	5	3	9	E	A	F	F	5	3	1	7	E	D	7	6	5	1	4	9	D	A	7	7	9	9	6	4	9	1	D	B	4	0	6	6	A	1	7	1	7	F	A	6	F	C	9	7	A	4	7	B
C	0	2	4	C	5	B	4	4	F	7	1	1	3	6	5	4	D	4	F	7	0	6	C	0	D	C	A	7	1	F	A	8	C	F	0	8	7	E	D	1	5	7	3	5	4	2	0	C	4	A	5	B	F	1	F	0	2	5	4	D	E	E
2	5	7	E	5	6	A	F	8	2	9	B	7	1	5	4	8	1	B	1	2	5	5	B	E	2	1	9	1	C	A	3	7	8	5	7	F	4	4	D	9	0	9	9	8	1	6	9	4	8	C	1	E	5	C	5	D	1	6	D	3	B	C
4	D	8	5	4	8	2	D	2	3	4	8	7	F	D	8	6	1	2	F	0	E	4	4	6	3	6	5	B	D	A	8	A	8	C	D	4	6	F	6	C	3	2	0	4	5	2	F	7	E	F	4	F	B	6	E	3	C	5	2	F	E	7
1	1	E	3	6	E	8	E	4	A	9	1	2	7	B	3	7	6	6	6	9	B	9	8	C	0	1	5	6	4	B	6	F	5	8	A	0	0	E	B	6	F	B	1	C	E	6	2	0	0	A	A	0	1	9	D	0	9	1	1	2	9	D
4	C	4	1	F	C	1	5	D	4	C	E	0	9	C	2	B	3	7	6	6	4	B	5	7	F	B	2	A	6	D	E	3	B	2	B	9	3	1	9	E	9	3	D	6	2	A	F	B	7	A	8	D	2	8	1	A	A	1	0	9	B	
C	9	5	6	F	0	C	F	1	8	A	1	5	8	6	2	A	4	5	4	1	E	D	E	A	8	6	A	A	C	4	3	3	5	B	4	0	7	6	6	5	1	3	8	F	B	C	8	1	D	E	F	5	E	C	3	2	B	0	3	A	2	
3	7	A	8	8	2	3	7	3	7	E	E	B	D	D	1	5	F	8	4	6	5	9	5	E	1	5	2	B	F	8	D	4	B	3	7	3	B	E	3	6	5	3	9	2	0	3	4	A	8	A	9	2	F	F	1	C	C	E	A	B	4	E
F	5	0	A	1	E	6	A	5	C	F	9	B	8	A	4	C	5	B	8	3	B	D	A	6	D	9	A	2	3	C	F	C	B	9	3	F	B	C	B	5	0	4	3	E	B	9	9	4	6	5	3	B	2	A	E	C	1	5	7	D	B	7
5	9	4	5	7	2	9	E	7	0	C	F	A	8	2	1	4	6	7	A	F	9	E	A	1	4	5	4	D	1	4	5	0	E	5	7	1	D	B	8	6	0	F	B	7	3	9	3	0	7	8	9	F	7	3	4	B	D	4	6	8	2	6
0	E	9	F	5	0	9	7	7	C	B	4	9	C	1	A	A	0	2	6	2	C	4	E	3	E	E	6	1	2	E	7	A	9	2	E	4	A	5	F	E	2	C	E	E	3	A	5	8	9	3	D	7	8	D	1	B	0	4	4	4	8	
9	4	4	F	8	6	C	3	5	C	C	5	7	5	0	F	6	5	A	0	0	7	7	B	A	D	3	C	2	0	3	C	7	5	3	C	8	F	7	9	2	5	B	C	7	C	D	6	E	0	9	7	7	5	7	9	7	0	0	A	1	0	
5	3	4	5	7	2	8	C	4	C	D	D	3	1	1	C	D	A	C	5	F	2	1	7	F	F	0	C	1	F	A	8	B	8	A	C	F	2	8	E	3	F	1	8	7	7	B	7	6	B	6	1	C	E	1	A	F	A	8	7	3	7	4
1	C	B	C	7	2	D	0	5	D	B	B	5	4	E	9	C	E	6	6	1	8	3	6	0	3	9	8	D	0	7	3	5	6	D	1	A	E	F	D	4	C	4	A	C	6	6	E	7	6	2	F	A	0	C	9	1	C	B	0	F	2	C
2	8	C	0	6	6	A	5	A	F	B	F	7	6	3	C	8	5	B	9	7	F	1	3	A	F	B	C	8	4	A	0	5	D	9	B	5	B	3	C	E	A	F	4	0	0	5	2	9	7	C	E	0	8	7	7	2	5	A	8	3	7	A
3	2	5	3	4	A	3	E	E	D	4	D	2	1	2	5	E	3	D	1	F	E	F	3	6	5	9	0	0	2	0	3	B	2	0	8	2	6	2	4	8	5	F	5	A	B	9	7	8	1	C	1	3	8	2	0	C	9	5	9	1	F	9
0	5	4	F	8	B	E	4	E	3	4	7	D	D	8	9	9	9	F	D	4	0	C	6	4	8	E	6	B	5	8	9	F	4	B	0	2	5	6	C	F	F	2	A	F	A	4	5	2	C	A	5	5	E	1	8	C	2	2	0	0	1	5
6	D	9	2	5	3	4	6	7	F	8	5	9	D	8	6	0	0	0	F	6	8	7	B	4	7	0	0	F	D	6	2	7	E	4	C	3	B	C	4	3	1	4	4	D	B	B	0	4	7	F	5	A	9	1	6	D	7	C	6	E	2	
8	A	9	8	1	D	4	3	D	F	C	F	4	B	2	1	A	3	A	F	A	C	3	D	1	8	6	C	7	A	6	2	4	1	F	C	F	A	5	0	5	F	6	3	F	1	5	B	2	A	1	3	5	7	9	7	1	C	E	E	4	1	D
1	3	0	8	1	4	8	E	8	8	1	2	6	E	0	2	6	3	B	E	D	4	C	4	F	8	A	7	7	3	9	6	1	2	6	7	6	5	E	6	4	B	8	0	A	7	2	3	2	7	E	2	5	3	2	0	B	5	5	B	8	E	0
B	E	9	6	F	5	4	7	3	9	A	1	B	C	7	A	7	1	0	D	7	B	3	E	D	E	6	5	B	6	8	A	B	F	0	E	7	C	0	E	3	8	0	1	7	9	A	9	B	1	5	7	6	3	0	A	D	9	E	3	5	7	C
F	F	E	F	7	C	0	E	7	8	5	6	F	0	7	5	6	5	3	E	F	A	0	6	A	A	E	B	9	1	2	C	6	5	3	6	2	F	0	E	4	5	9	E	6	8	0	B	8	A	9	D	7	F	A	F	8	9	A	4	7	4	B
0	D	1	D	5	F	B	2	2	E	0	4	1	7	B	E	E	0	A	B	8	1	E	F	4	5	C	F	9	3	1	8	1	5	3	2	3	C	4	A	2	7	9	E	3	1	0	E	5	E	3	2	F	C	5	5	0	1	A	F	F	4	7
B	8	2	D	5	E	1	B	E	C	D	2	A	F	B	3	1	5	B	8	E	F	7	D	A	1	F	2	D	9	6	D	7	3	D	E	6	3	4	A	E	1	F	0	F	0	A	6	A	8	1	6	E	3	B	4	7	0	6	9	D	A	1
B	2	B	9	2	C	9	4	C	9	A	F	8	C	6	4	7	7	8	6	F	9	4	3	7	E	5	5	6	B	6	0	1	D	1	1	1	E	9	A	6	A	7	5	8	2	5	3	D	E	1	3	6	7	3	5	E	F	2	F	D	4	
B	5	8	7	5	4	9	E	4	2	B	9	A	F	4	B	7	C	3	F	3	C	A	7	A	B	1	B	9	2																																	

3	0	6	4	A	A	4	9	D	1	7	F	0	4	7	8	7	2	8	4	F	1	9	1	F	4	8	C	B	7	4	3	2	9	A	8	D	1	F	E	5	2	C	3	C	6	5	B	0	8	9	7	5	5	A	1	C	9	E	F	6		
E	8	A	2	B	7	8	1	0	8	A	5	1	8	9	7	1	E	F	F	2	B	4	A	5	1	F	3	F	B	3	1	7	F	4	7	1	2	7	F	4	C	A	F	B	2	F	2	1	D	D	A	2	8	3	2	7	C	2	1	7	B	3
8	9	3	B	5	B	8	B	B	9	9	2	E	C	A	9	A	9	7	B	6	F	8	8	3	4	4	1	1	5	D	D	3	A	8	C	A	E	B	E	7	C	8	1	E	1	D	D	A	1	E	1	5	6	B	C	A	5	1	C	2	A	C
7	A	B	A	9	6	7	7	C	1	A	C	9	4	5	8	4	7	C	B	1	E	F	2	C	8	E	4	3	F	8	3	4	A	9	D	8	4	1	1	8	2	C	3	8	3	D	4	A	2	2	1	8	E	A	0	4	7	2	7	F	6	C
9	1	2	B	2	5	F	0	0	4	9	0	6	0	5	8	5	6	D	C	A	D	5	1	B	D	4	3	7	9	F	A	7	4	7	5	8	2	6	7	1	D	8	A	4	1	4	E	F	5	E	4	5	3	1	0	C	3	8	0	C	9	D
8	4	6	E	0	8	6	6	6	C	8	1	7	D	7	5	A	7	4	D	C	2	5	0	0	2	3	B	7	B	1	5	0	1	0	D	A	F	8	3	2	1	2	6	B	E	4	1	D	1	5	C	F	4	C	0	2	5	2	8	9	D	8
7	4	C	7	4	4	1	6	A	0	5	8	3	4	5	9	6	F	8	8	F	6	9	8	E	0	5	B	D	7	9	0	1	8	A	5	C	7	9	7	B	2	2	4	B	8	0	8	9	6	9	1	9	D	9	3	4	7	F	A	4	1	9
8	7	3	E	5	2	5	6	3	7	7	B	7	3	5	8	9	6	7	5	F	4	C	5	E	4	7	2	9	E	B	7	2	4	A	3	0	C	B	F	D	0	F	1	5	F	C	9	2	5	8	E	D	0	5	4	2	4	B	0	F	4	8
B	E	4	C	C	3	7	A	6	D	1	7	3	8	7	B	7	9	3	1	2	E	A	9	D	4	1	6	7	4	8	7	5	8	F	6	A	F	6	1	0	1	3	9	3	5	2	A	9	3	5	A	9	2	B	2	0	3	1	A	F	7	7
F	2	A	5	C	F	0	7	4	E	C	C	B	3	9	B	6	4	A	B	6	3	6	0	D	B	8	E	4	1	4	2	7	3	9	4	C	0	4	1	6	0	E	4	C	C	0	9	E	6	7	C	B	E	2	2	B	F	5	5	6	B	8
3	0	E	1	A	7	2	9	1	C	0	4	C	E	C	D	D	B	7	7	1	B	6	0	3	1	2	4	4	8	2	8	A	4	8	0	5	7	5	4	B	3	C	B	2	3	2	3	5	C	0	0	A	F	0	1	2	8	9	7	4	B	
F	F	C	E	6	C	6	B	6	A	8	A	0	5	6	2	2	F	6	8	F	E	5	8	7	0	C	2	5	B	F	7	A	E	E	A	8	F	9	A	6	1	E	0	D	3	0	9	9	F	6	D	2	D	C	0	9	1	2	5	3	3	B
B	F	F	0	8	F	B	0	5	6	2	3	2	4	D	D	C	A	1	2	A	0	C	9	3	F	3	6	8	D	C	7	4	4	A	A	B	D	B	6	5	2	9	8	C	E	5	8	6	2	B	6	9	3	A	8	8	1	4	5	5	E	
E	5	A	E	9	8	7	1	7	0	C	B	6	4	0	B	7	7	5	8	F	9	D	C	A	D	F	2	5	D	0	7	6	2	7	0	F	B	C	3	C	1	4	3	4	9	D	A	8	D	1	C	5	4	2	A	D	6	2	B	B	A	F
E	9	7	3	5	6	A	1	E	6	E	7	F	C	5	1	B	A	2	5	3	E	8	E	2	8	2	6	B	D	8	9	2	7	0	4	B	0	2	1	7	E	2	3	7	9	0	A	9	D	7	4	4	A	C	6	E	3	D	4	9	4	6
2	6	9	1	3	8	4	7	4	0	B	0	B	A	5	F	1	0	9	3	C	C	6	8	B	1	4	9	8	8	4	0	9	3	9	6	F	9	D	6	9	2	1	2	F	5	9	8	A	9	D	5	F	A	1	3	C	B	E	9	8	B	
D	9	B	B	3	2	C	2	1	9	C	3	1	F	2	E	B	1	8	4	4	3	8	C	6	A	0	0	9	4	1	7	7	8	1	7	2	A	7	2	8	5	1	B	7	0	A	1	6	0	8	2	E	B	F	0	6	4	F	0	3	3	1
C	D	B	9	E	8	0	0	9	2	E	4	1	F	1	B	F	F	5	0	5	A	5	C	E	1	3	8	1	B	A	C	D	F	7	7	A	1	3	E	3	A	5	1	5	8	2	8	8	0	0	3	9	4	E	7	0	0	2	5	D	8	
0	2	6	2	7	5	D	C	B	4	9	D	A	8	8	3	6	5	1	3	4	E	1	7	0	8	3	7	1	E	E	E	9	3	8	4	2	E	C	F	A	4	9	D	2	E	6	B	D	B	A	4	4	3	E	3	D	0	E	6	E	A	6
6	F	6	C	5	D	4	C	1	6	B	D	1	9	A	2	9	0	F	4	0	2	0	F	3	8	6	6	D	0	2	E	0	E	F	E	D	7	4	5	9	C	D	2	4	9	B	B	C	E	C	7	2	4	F	2	1	D	9	1	3	5	
6	D	B	2	A	F	E	2	B	0	3	3	2	D	5	8	F	4	1	2	7	5	2	D	F	2	B	E	E	8	1	A	4	0	1	B	5	D	1	9	C	9	F	1	1	B	8	F	9	9	D	E	F	9	0	F	D	2	7	1	4	B	C
0	8	D	A	B	E	B	3	7	B	3	8	A	6	F	2	4	5	D	F	B	4	C	4	1	B	5	3	8	5	D	E	0	C	D	7	0	C	8	6	6	E	E	A	A	0	4	9	C	5	F	F	B	D	2	4	0	B	D	0	5	D	C
9	1	5	B	E	3	D	C	5	D	4	7	8	0	A	4	5	8	E	6	5	A	4	C	0	D	A	9	E	9	2	C	3	7	6	5	5	7	9	F	1	A	D	B	B	9	7	8	1	6	D	3	9	0	3	E	5	4	2	1	3	F	3
C	E	7	6	9	9	5	0	7	7	A	E	4	9	5	F	D	9	E	E	6	D	0	7	5	3	7	5	4	A	2	9	9	7	F	D	B	1	C	A	4	1	5	1	2	7	1	F	C	4	1	E	7	B	C	B	4	6	3	8	0	6	A
F	B	6	0	6	A	D	5	2	5	2	F	C	5	7	1	9	3	0	E	2	E	3	6	5	3	E	5	B	A	6	1	F	4	3	4	A	B	C	0	4	6	E	A	9	0	D	7	B	D	B	F	0	4	4	2	C	B	6	F	8	8	
4	B	A	1	4	1	1	A	C	3	B	A	B	4	0	5	4	5	7	5	8	A	0	6	9	C	5	7	2	B	8	A	9	2	2	7	A	F	2	F	A	0	E	D	2	F	2	A	C	6	0	1	4	8	E	7	6	A	9	C	C	F	
C	C	4	A	6	8	9	9	F	5	3	B	A	E	7	B	0	6	6	7	E	F	9	6	C	E	4	9	9	2	B	1	3	3	B	6	0	0	1	4	6	B	6	9	5	4	E	4	0	F	B	C	D	D	9	5	D	1	1	F	A	3	4
F	B	7	A	D	4	6	C	E	0	6	3	C	B	A	2	A	A	C	6	8	8	8	B	A	F	C	C	E	B	7	1	4	B	8	A	4	2	A	E	5	F	B	9	9	E	3	D	D	9	8	D	2	C	5	A	B	A	4	4	F	A	4
E	E	A	4	6	A	0	1	E	4	6	8	3	5	D	8	8	9	2	1	E	6	B	B	6	C	3	4	6	1	9	6	4	6	7	6	7	B	2	1	2	7	4	6	1	7	7	9	2	0	7	6	5	D	6	8	5	D	C	A	D	4	8
1	A	5	9	B	7	E	F	B	9	2	5	D	C	2	8	5	3	E	1	C	0	3	F	C	C	E	4	0	8	D	F	B	D	A	F	8	0	6	C	5	3	6	A	8	F	3	D	1	D	0	1	B	3	8	B	C	F	C	C	8		
8	A	B	7	0	B	3	E	1	4	D	4	D	E	A	4	C	7	C	9	6	2	E	4	3	9	5	A	2	0	C	5	F	1	C	F	2	6	5	8	3	5	0	6	5	9	8	0	6	2	E	8	E	4	1	4	0	C	E	E	3	B	
A	5	1	D	B	9	B	4	7	1	4	6	D	D	7	8	7	C	3	A	7	E	9	D	F	1	C	4	2	E	C	9	9	1	0	9	A	F	4	0	8	F	2	3	B	9	7	5	8	8	8	C	C	F	2	F	A	A	1	1	B	E	D
5	B	D	0	F	1	3	9	2	0	3	9	5	7	6	B	3	8	B	9	9	1	6	7	6	B	3	1	5	F	7	5	3	9	7	D	A	A	0	D	4	A	7	5	2	8	2	9	6	7	3	F	D	4	B	C	8	4	7	0	7	9	
9	6	D	1	2	B	9	9	F	B	1	A	0	4	9	E	C	5	D	E	6	D	0	7	7	1	6	C	7	8	8	1	1	5	8	D	5	E	6	1	6	E	3	8	1	B	7	1	D	9	6	0	C	D	4	E	B	8	3	D	8	7	7
2	A	C	4	A	1	B	D	A	0	8	E	B	6	2	A	8	5	8	5	8	8	D	3	D	A	9	7	8	9	1</																																

4	4	7	A	1	A	4	9	A	5	6	1	0	A	4	7	4	4	6	B	C	C	F	1	6	3	8	5	8	9	A	C	7	6	B	8	E	C	9	1	7	7	7	6	B	2	B	1	F	D	8	C	0	5	A	8	8	0	2	5	F	1	7
9	5	A	2	D	5	6	0	B	A	8	A	B	E	6	7	2	C	1	C	8	B	F	5	4	E	8	0	4	9	5	4	9	2	6	1	E	9	9	6	D	5	4	5	2	A	A	B	9	F	B	D	B	3	9	B	3	1	2	1	6	5	
D	9	2	1	9	B	9	1	6	7	0	2	1	4	5	7	A	5	F	0	E	4	3	3	F	3	E	0	F	2	F	F	6	C	9	C	3	1	C	C	C	8	6	E	5	8	F	3	6	6	1	E	4	2	6	5	E	2	7	6	2	D	A
F	C	3	7	3	8	8	D	E	4	E	1	7	B	5	E	9	2	4	D	5	3	5	4	8	F	A	0	9	7	A	F	7	6	A	9	5	F	A	1	C	6	2	9	D	3	E	D	1	E	9	2	C	9	0	D	1	D	9	C	5	B	9
6	D	5	B	3	F	2	7	6	C	6	C	3	9	9	5	1	3	D	D	4	6	2	3	6	2	F	F	9	9	8	3	E	C	A	A	6	9	A	2	6	8	C	3	0	C	9	E	D	4	3	E	B	C	0	3	0	8	6	0	E	2	8
5	F	F	4	9	7	1	0	E	4	8	C	7	A	3	F	5	9	1	7	8	B	7	6	0	9	5	9	F	1	2	9	9	1	3	2	8	C	6	6	3	D	8	3	C	7	0	E	E	2	4	0	C	6	8	4	9	F	C	2	7	8	8
1	5	C	B	E	6	0	6	2	0	B	E	B	2	2	5	A	5	D	B	B	2	A	6	4	2	9	F	4	B	1	5	1	D	4	9	6	2	C	3	0	A	8	3	3	9	3	2	8	2	C	0	5	F	C	6	9	F	8	3	8	0	8
8	F	5	5	A	A	0	D	C	A	2	6	1	F	1	3	7	2	9	1	8	3	9	3	3	D	F	1	F	7	9	F	7	5	F	1	B	B	6	1	E	8	5	5	1	3	A	A	1	D	8	4	7	D	6	8	3	4	6	0	6	D	3
1	7	4	F	B	2	A	5	1	7	3	A	F	B	C	C	6	2	7	2	C	B	C	D	6	6	B	C	B	A	2	8	4	B	4	A	B	9	6	7	B	C	5	B	9	8	9	8	0	A	B	1	F	1	9	9	7	1	D	1	D	B	
7	0	1	1	E	1	4	4	D	4	8	E	F	2	B	8	1	F	1	C	7	3	C	2	B	3	D	7	9	6	B	3	E	1	1	3	A	A	B	B	F	8	A	E	D	4	4	8	1	D	D	9	2	0	2	B	E	1	5	4	0	5	1
1	3	5	1	3	7	0	1	2	7	4	F	3	8	F	8	9	C	F	3	0	0	2	A	2	0	8	B	2	1	0	2	7	8	0	6	3	9	7	D	A	1	4	A	5	1	D	7	8	F	5	C	4	4	4	C	7	A	7	A	6		
F	0	9	B	B	4	2	1	7	3	1	1	0	5	2	7	7	5	8	5	A	9	5	A	E	B	8	C	5	C	A	9	2	6	9	9	4	A	2	D	A	B	3	4	0	0	B	1	4	A	8	5	D	0	A	F	B	8	0	4	7		
3	8	9	1	9	2	2	E	F	4	5	A	9	3	0	1	2	6	A	C	2	0	E	D	7	3	A	C	D	D	7	4	1	0	E	0	2	4	E	F	7	6	9	9	3	6	E	D	F	2	5	C	A	0	7	2	D	1	5	8	9	3	D
0	F	4	B	9	6	1	3	5	9	E	2	B	7	E	D	C	E	1	E	1	A	0	6	6	8	D	B	E	F	4	A	B	3	C	B	6	2	4	C	5	2	D	2	9	4	A	1	A	6	8	7	F	9	8	D	3	5	C	5	9	B	5
F	E	5	A	0	0	5	6	2	7	D	5	4	1	0	6	D	5	A	F	9	F	A	0	8	3	2	1	D	F	6	E	6	E	B	1	7	7	0	A	1	0	0	6	9	1	2	4	7	9	B	F	F	B	A	9	C	F	0	A	4	4	
7	6	C	D	0	9	3	7	F	6	9	0	8	E	D	F	5	5	4	1	4	7	4	7	5	2	7	1	C	6	4	C	C	B	3	2	A	B	A	E	1	7	9	2	1	8	7	6	E	2	C	5	F	F	8	4	2	D	C	F	D	F	D
6	8	0	2	9	6	D	2	F	6	3	9	E	E	8	3	8	1	7	B	A	3	8	2	6	C	1	F	6	7	4	9	8	0	C	B	7	0	A	3	9	F	B	1	5	4	6	1	6	0	1	8	0	1	3	9	F	7	8	1	4	6	
0	D	E	9	1	B	1	8	4	0	1	F	B	F	0	4	0	6	6	B	6	B	4	B	B	0	2	1	7	B	3	7	3	5	D	9	C	A	1	1	3	D	1	B	8	A	0	9	2	8	7	D	1	0	F	7	6	B	0	D	C	D	A
C	8	C	3	0	4	E	7	9	D	1	0	2	6	A	B	E	7	6	A	3	B	B	C	8	1	7	3	8	D	2	B	C	1	F	1	4	B	4	4	0	D	F	D	8	F	1	D	8	2	7	8	9	5	C	0	A	0	9	0	B	3	B
7	0	7	E	E	3	7	B	E	3	3	B	B	8	0	0	7	2	1	3	6	F	D	0	5	B	4	3	0	E	7	E	3	1	8	B	C	B	0	A	D	7	E	4	0	3	E	3	D	C	0	2	9	4	C	0	6	2	D	9	E	F	F
A	D	6	8	0	B	C	6	4	0	3	1	B	9	1	6	8	D	F	E	5	6	C	B	D	C	6	D	1	C	2	3	2	9	9	A	B	3	F	3	F	8	1	0	C	0	D	E	B	D	A	C	2	7	F	0	3	C	2	6	9	1	6
2	5	6	7	0	9	5	1	6	0	2	C	A	7	4	8	E	F	8	9	D	9	5	F	B	3	1	E	F	5	5	1	A	B	7	C	D	4	8	0	0	0	9	8	7	7	1	7	2	A	5	8	3	B	4	F	7	8	C	E	F	5	5
C	F	A	E	5	1	A	4	8	3	C	F	7	5	6	6	9	8	B	C	6	B	0	4	5	C	6	3	5	A	3	1	C	7	4	8	4	6	E	2	B	0	9	5	F	A	2	5	9	A	A	E	0	A	A	D	0	9	2	D	F	3	8
7	4	C	2	4	6	B	5	F	E	E	8	F	F	E	2	B	3	2	A	2	5	6	E	9	3	F	B	2	B	D	F	A	4	9	3	D	4	A	B	6	D	1	2	3	C	6	6	6	8	0	C	C	0	3	C	A	C	9	2	9	6	C
5	1	F	0	C	2	A	D	C	E	8	1	4	0	F	8	0	0	1	B	3	D	F	0	1	F	6	1	9	F	1	E	1	D	2	9	1	B	B	9	E	C	4	6	3	C	E	C	5	3	F	D	4	F	1	1	D	0	1	8	7	8	9
A	4	3	4	0	0	1	2	9	0	E	F	A	0	6	8	A	B	1	B	5	A	D	5	9	4	F	2	0	F	C	6	4	4	E	E	6	1	0	9	D	7	4	B	C	D	3	A	1	9	5	F	A	8	D	7	9	4	A	D	0	F	1
4	A	B	C	3	2	6	4	0	4	3	9	1	6	5	F	4	A	7	B	4	1	6	5	A	4	9	0	0	E	7	2	9	B	6	4	3	4	9	7	B	8	D	D	E	A	0	9	A	4	7	2	3	D	C	8	2	5	E	5	4	4	D
7	C	3	B	E	7	8	B	D	7	C	E	A	7	8	2	5	8	4	E	D	2	D	3	0	9	D	A	1	3	8	F	3	3	7	3	E	B	A	F	4	B	3	E	C	F	0	A	7	0	3	8	7	2	2	C	6	9	D	0	E	B	
3	4	5	2	8	A	D	2	8	6	F	8	3	6	6	1	5	A	1	F	6	A	8	F	0	E	F	3	C	0	0	C	3	5	D	9	C	7	6	7	A	9	4	1	8	F	1	2	3	F	5	9	8	8	9	C	7	F	7	1	D	1	
4	C	C	3	1	9	F	3	9	B	3	4	D	C	9	E	8	5	E	B	0	F	8	D	C	C	3	9	9	8	6	0	1	6	C	9	C	6	C	1	F	E	B	F	C	5	C	D	8	4	F	E	6	A	9	B	C	8	2	E	6	7	B
C	3	B	4	6	9	3	A	0	5	E	0	5	B	8	B	B	A	1	B	A	3	4	F	5	3	8	B	C	0	3	4	A	C	4	E	5	4	C	8	E	8	B	0	4	1	7	9	0	7	2	A	E	2	B	8	9	9	3	B	D	9	
C	7	5	6	B	8	2	F	B	4	C	5	4	5	E	2	D	9	1	6	7	F	F	9	E	1	7	A	1	2	0	7	2	5	A	E	F	3	0	C	F	C	7	3	F	E	4	6	D	F	3	E	6	1	8	B	D	C	1	2	4	7	7
D	5	B	7	5	4	D	8	6	B	0	1	1	2	C	5	C	7	C	6	F	7	3	C	8	B	C	6	F	5	9	5	8	2	4	6	1	0	A	D	7	7	D	3	7	2	0	1	6	C	3	5	C	5	3	2	8	D	E	9	8	7	
7	0	9	1	8	4	C	4	A	5	7	0	5	9	C	8	9	D	8	2	9	6	6	1	2	D	3	5	5	6	2	E	D	A	B	8	F	C	2	1	4	0	A	2	2	2	4	9	E	D	2	4	E	5	5	E	4	0	A	D	5	6	7
8	D	1	C	5	5	A	1	C	0	9	C	7	9	B	3	7	A	C	F	8	1	4	3	F	9	1	F	D																																		

1	9	C	C	1	B	B	7	4	B	A	3	7	D	7	7	5	A	9	0	9	7	2	1	4	F	7	E	B	7	3	3	A	8	8	0	4	3	B	7	D	9	A	7	1	C	A	2	8	7	7	8	E	3	C	C	0	5	E	A	3	9	1	
C	6	0	2	5	A	E	6	5	1	D	0	B	6	E	E	0	5	9	4	A	B	2	F	9	0	E	C	8	1	E	F	A	2	4	1	6	A	2	6	9	7	8	B	D	5	C	4	9	9	A	1	0	1	6	7	B	E	3	F	9	0	1	
9	7	1	F	6	F	E	8	5	5	1	1	2	A	6	7	8	9	F	8	1	6	F	8	B	6	E	F	5	6	0	E	A	4	B	2	4	0	4	E	5	2	D	B	0	6	E	3	0	4	6	8	5	7	C	C	E	C	2	2	9	C	2	
B	C	3	4	0	3	E	5	C	7	F	6	5	4	5	E	2	5	4	9	C	9	E	0	8	A	S	0	8	5	E	E	0	3	4	1	9	0	1	9	C	C	0	7	6	1	8	B	A	4	E	8	7	1	1	C	0	0	F	3	6	D	4	
5	7	8	C	D	3	7	A	C	C	2	A	2	A	7	D	6	E	E	6	8	F	5	F	B	3	E	4	E	E	C	B	3	3	C	4	5	B	2	B	4	A	0	B	A	D	C	4	D	0	B	3	B	3	B	E	2	A	E	D	B	F	E	
F	F	D	3	4	A	A	4	7	5	1	A	8	4	2	D	6	0	F	2	9	A	0	7	8	5	0	5	A	F	9	8	2	D	2	7	4	7	5	A	C	E	4	7	A	B	A	2	A	2	E	3	B	C	E	B	F	E	4	C	5	5	3	
5	C	9	5	F	9	2	5	D	4	2	0	6	7	8	F	7	8	3	8	6	9	D	0	2	F	9	A	A	F	8	8	E	D	E	4	F	3	D	7	A	8	E	8	2	0	3	7	7	9	F	0	0	E	C	2	B	7	D	0	5	F	9	
B	6	E	8	E	B	D	C	D	A	6	6	D	6	3	7	1	1	5	4	F	C	F	2	5	3	F	6	3	C	6	9	6	F	8	3	8	F	9	9	D	8	F	9	1	6	F	B	B	D	8	F	1	E	6	4	5	3	B	A	E	0		
A	1	6	B	B	E	E	1	8	D	6	2	2	7	4	B	5	4	1	1	A	F	9	B	4	1	9	B	1	8	6	0	F	I	D	C	2	9	5	C	E	4	8	7	D	5	1	6	0	8	F	6	9	F	1	A	7	A	8	D	D	F	E	
0	8	F	5	E	8	E	C	7	9	7	2	4	B	5	9	9	7	D	1	0	5	2	6	F	E	B	0	3	F	8	E	F	4	2	6	C	4	7	6	0	4	B	6	F	C	7	C	9	2	C	7	C	0	C	1	D	D	2	8	B	B		
A	4	D	7	4	A	F	B	3	8	C	F	4	2	4	9	E	4	3	7	2	B	A	D	A	1	D	6	A	8	0	C	0	F	9	D	4	F	5	F	7	4	C	4	9	8	4	3	7	8	E	F	6	2	0	4	1	9	1	D	A	4	2	
4	2	5	4	3	4	8	5	4	A	0	D	3	D	A	1	6	6	C	D	A	7	8	1	6	E	0	8	A	C	3	D	1	2	2	F	8	E	9	A	5	4	D	1	C	0	5	9	F	3	0	E	C	D	E	C	9	6	5	D	0	1	C	
A	3	3	D	8	6	C	7	8	E	C	2	4	8	B	9	A	7	B	C	3	F	2	1	7	A	A	C	2	9	A	D	1	0	6	1	6	E	7	E	8	F	C	D	5	A	C	9	5	B	8	3	9	B	7	5	0	B	A	9	7	A		
3	3	4	2	E	6	1	2	7	6	A	8	A	0	9	6	C	F	4	A	4	A	C	D	0	1	7	1	E	A	7	9	B	8	2	6	8	7	7	9	6	9	8	5	C	7	9	6	D	C	F	1	C	2	1	1	2	D	7	3	3	B	F	
F	3	4	4	D	A	0	8	4	6	6	5	E	8	C	B	C	8	7	5	3	B	3	2	1	3	0	9	B	D	F	7	2	6	A	2	0	D	C	6	F	C	D	2	8	2	B	F	A	3	B	8	7	E	1	3	7	D	1	2	0	7	4	
A	9	2	4	B	7	4	9	1	F	9	A	3	9	8	A	F	E	5	4	1	E	E	C	C	A	3	2	B	3	2	4	B	B	4	5	7	D	6	6	9	5	3	7	A	F	B	A	D	8	3	B	0	A	2	3	4	6	3	8	6	C	2	
8	1	7	F	6	0	C	D	2	1	8	4	D	B	2	7	D	5	2	5	8	2	3	4	8	3	F	B	2	0	E	9	7	9	3	C	8	8	7	3	A	A	1	5	8	8	0	D	2	A	D	C	D	A	7	2	A	F	D	D	8	9	5	
A	9	3	8	9	4	5	5	C	B	6	F	F	0	E	B	9	5	E	2	E	7	3	A	D	D	2	8	E	B	2	1	4	B	5	7	F	3	E	2	4	8	5	9	B	7	7	9	2	B	9	D	A	2	E	2	0	6	5	D	2			
E	E	D	F	4	3	9	6	D	9	D	E	4	3	B	1	F	F	6	4	0	5	2	9	6	9	A	2	3	7	2	8	2	7	C	2	8	5	B	E	6	B	4	C	A	9	5	2	4	4	A	9	F	0	0	4	E	F	E	6	2			
8	5	2	C	F	9	8	A	6	A	A	7	1	3	A	6	F	F	1	B	2	5	1	7	A	7	A	0	E	9	D	C	9	2	B	3	4	1	9	F	7	D	4	F	5	9	3	3	7	B	5	C	C	1	C	A	5	8	0	4	4	6	2	
C	5	F	4	B	D	A	1	6	3	2	0	5	6	8	5	2	D	8	F	8	4	6	A	5	E	C	1	4	C	3	1	D	C	D	9	D	E	4	4	D	B	2	D	F	3	E	D	5	0	4	7	0	3	2	A	3	4	E	5	0	5	F	
3	8	D	6	4	7	A	E	2	2	F	B	F	1	4	5	9	E	8	5	6	1	C	D	7	C	1	F	A	D	A	3	5	4	0	D	9	8	9	0	C	6	4	6	9	7	E	1	5	E	A	7	6	E	B	B	2	C	8	B	9	2	8	
4	1	F	A	5	2	8	4	9	C	8	E	0	1	2	2	D	E	0	8	2	F	9	B	D	4	5	1	1	B	C	5	2	4	9	1	2	C	B	5	1	8	1	5	F	D	C	1	C	6	F	0	A	4	2	D	D	9	D	1	7	2	1	
B	5	3	1	9	B	D	2	5	4	9	8	A	C	A	1	E	4	E	3	9	4	7	0	1	F	1	B	1	3	E	7	1	C	C	2	A	1	D	1	F	8	7	2	D	E	6	C	4	6	B	A	A	F	7	D	5	5	9	D	F	8	7	
0	4	D	9	1	F	F	8	2	B	B	E	E	8	2	0	7	C	2	0	8	3	F	6	C	6	A	D	7	3	D	4	E	C	8	D	9	0	F	A	A	F	3	9	2	B	8	C	9	8	1	5	2	8	1	E	8	C	7	5	2	3	4	
1	7	5	0	4	7	3	8	3	F	4	6	D	1	C	C	2	7	0	C	6	4	E	D	E	C	6	6	E	1	6	2	E	9	5	7	6	1	9	5	0	2	D	8	6	7	3	6	D	0	F	4	A	1	C	A	4	9	E	9	D	F	6	
F	F	2	B	6	4	8	5	6	5	5	3	2	5	8	3	0	4	8	7	2	6	9	6	2	1	8	F	0	1	D	0	F	6	3	B	E	F	3	C	2	D	D	A	D	2	3	5	A	8	E	3	1	F	B	0	E	E	C	9	9	D	D	
F	4	8	3	0	E	C	D	0	4	D	B	F	C	7	1	9	B	4	9	3	5	2	3	0	7	6	1	E	A	5	7	A	F	0	2	0	0	7	3	9	0	7	4	3	4	9	E	9	8	D	E	B	1	A	4	6	F	7	4	D	5		
2	4	9	8	8	1	8	E	6	5	B	E	A	D	3	F	7	3	8	1	8	E	C	7	D	3	4	4	D	0	C	B	C	9	5	4	C	6	0	6	E	4	0	2	B	E	9	3	C	4	C	5	8	C	2	F	6	E	4	3	8	9	0	A
8	D	9	C	6	E	7	6	B	2	C	2	0	F	A	B	0	8	3	7	4	5	6	4	1	F	F	C	3	2	6	0	1	8	9	6	B	E	0	7	4	4	0	E	A	A	6	C	7	B	A	E	8	F	3	9	5	1	6	F	6	E	B	
F	9	7	4	7	F	0	2	5	6	6	E	2	2	3	7	0	9	B	D	0	8	6	8	4	B	2	C	2	2	F	E	1	6	C	3	D	C	5	7	3	B	E	7	D	A	4	6	8	2	2	3	3	6	4	E	A	3	8	C	9	0	9	
C	0	8	9	5	6	7	7	9	2	9	6	8	5	0	8	E	C	6	D	9	E	2	E	3	8	3	3	5	6	E	9	8	1	3	9	B	B	A	3	9	C	A	D	0	5	5	3	8	E	B	1	5	3	7	7	B	A	0	1	7	8	D	
0	1	E	2	5	E	9	7	E	A	7	4	B	B	9	F	0	A	1	D	2	2	A	B	A	5	F	B	B	E	2	A	6	D	8	B	F	9	B	D	9	D	A	E	A	B	8	5	9	D	4	B	D	E	3	8	D	0	7	B	3	C		
C	4	D	A	8	E	C	9	6	C	B	0	1	3	F	9	D	9	1	F	0	1	1	5	4	D	3	8	F	0	6	C	D	1	4	3	7	8	3	8	6	D	4	0	D	A	A	C	5	4	6	A	8	B	7	B	1	0	E	A	3	9	E	
5	2	3	0	A	2	4	2	6	5	0	0	8	D	9	E	9	2	E	4	F	4	5	2	9	F	6	F	7	3	4																																	

7.1 Cálculos utilizando Excel

69391	1000	8	8
69392	1111	F	15
69393	1001	9	9
69394	0000	0	0
69395	0101	5	5
69396	0000	0	0
69397	0110	6	6
69398	0100	4	4
69399	1010	A	10
ORDEN	BINARIO	HEXADECIMAL	DECIMAL
MEDIANA (ENTRE 0 Y 15)			7,0000
MEDIA (ENTRE 0 Y 15)			7,3874
VARIANZA			21,2878
DESVIACIÓN ESTÁNDAR			4,6139
COEFICIENTE DE VARIACIÓN			0,6246

La media de la variable aleatoria x es: $E[X] = \frac{a+b}{2}$

La media arrojó un valor de 7,0000, y es exactamente lo que se espera en una serie de números aleatorios, que tenga la misma representación de números hacia ambos extremos, resultado improbable en un generador pseudoaleatorio, aún más en series de baja cantidad como la Tabla 2.

La varianza de la variable aleatoria x es: $\sigma^2 = \frac{\sum_1^N (x_i - \bar{X})^2}{N}$

La varianza, entonces, arrojó un valor de 21,2878

La desviación estándar $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_1^N (X_i - \bar{X})^2}{N}}$ resultó de 4,6139

El coeficiente de variación $CV = \frac{\sigma_x}{|\bar{X}|}$ resultó de 0,6246

Es decir, en ambos casos, no se observan patrones ni sesgos.

7.2 Tests NIST y entropía de Shannon

Para realizar se descargó un programa que corre la suite de los test de NIST (<https://github.com/stevenang/randomness testsuite>) el cual permite cargar un string de datos (0 y 1) pero en una cantidad limitada, no obstante ello, se obtuvieron excelentes indicadores, se adjunta tanto captura de pantalla como resultado de texto que permite exportar el programa en cuestión:

Captura de pantalla de los resultados con un string reducido (realizada el 7/10/2023 – 18:36 hs)

Resultados exportados de *Test Suite for NIST Random Number*

```
Test
Data:00001110111110101110100011111110101011100110010111000000110001010100110011111000011101
01001111010011110110001011101100110100010011100110010111110110110111001000110010111000001100
00111101101000000010001111110110001110000110111000110100000111100010111011110101011100011110
11111011011100100100000110101111011011000110010010011101011100011011010001101110011011101110
001110110010101100100011000001011101000111000001001011101101010011100011100001011110001100
00010001010101101111010011101100100000011011101101111010100000011000011110100001001100111
```


100101110011001011101110101111100000001100001011100001000101010000000100010001010101001101
01100101010100101111000111001000010100011101000111111100000010001100011001110111001010
11010111010010011101110100101011110111101010010101101000110010000001000010110001100101100001
10101101111010000001101111011111001001101100000001100011101110101111011110101100101101
0001110101100000001011110110111100010001010100110010001111000001011101110100011010111101001
001110110110100100101110100011001000010100000101000011101001000111011111011110000110100000
00100100101110100011000100001110001010110011110000100110101111000011011010011101101000001011
0000000110001010110011100011101001001000100101000010010000100101111011010100000101100111011
10100001101110011010001110000110011110011101010001101110110000001100010100011011101000000001
1100011101101000100101011010101111010001001000101000001010011110001111011011010100000111111
1001111010100111001101000010010011000111010100010010101101101110010010110111101111001
01001010111101001100010110010111100010100011110100001101000101010111000001001000000000011
001011000100101011110001000101110110101000001100000111000001011001000000001000100001111101
1110101000001011001110111110010110010010001011001001100100100100010111100111101110101010010
100011101110111011001101101100011101100000110100100011110101110100011010110001010011011000
1000011010000000001100011001010110011011101111001011100111001000010000111111001010110001111
101111001100101110111111010011100101100000111011100011000001110111000111111100100101011100
11101010001011100101110001011100100100110000000100011011000001110101000001101001010000001110
110000100110111110111010111010010001110011011000110100110010110111010100010011100101001001
011010110100001010001100011101110000010100011111011010111100000010010101011001101101000111
1010001001000010100100010111101110100010100100000111110110011001110000110111111110000110110
1111010101010000010110100010001010100010001011110011000100000111001100001010110110111101111
1111100011000010101110101100001101011000000110000100011001110011001010010001011110001011000
011110110001110011011011101111100000100011100011110101011000001011111101111110110000110
011011111100110100001000111101110010000110100000010101101011101101100111101100000111101
101111001011001110000011100111001110111010011000110001111000001100111010111101101100101001
1100100111000000001100010001111001011011001101110101110111011010100110110100000000100010
0110011011011111000001001001101011000010111110011011100011110001010011001001110001100101000
1010000000101101111101110000100010001111110111110100010101000001011010111001010011010101000
11100111101101011001110001011101100100000010110011011010001110011100100111001000111010110111
0110000000110001100011100011000100100010100110000010110011110110011001001101110000101000000
10011101101000111001101011010000011110011010110001100111110110000011010100001111101101110000
1111001100000110111001111010010001001011010001011011100000000010010101000011000000100100110
111111100010110110111000101001010110001111111100110010111111110100011010001111110011001111
0101111001000111110110111011100001100001110000011110000001110100011110110010011011101111111
11000100100101101110000100101100100111111011101110110100000000011010101101011101110010111
11000011010111110110011000111001110001110110001000010100100000100010110111100100100111010111
011010100010000011110010110010001011100001101100111000111010001100111101011101001110100
011101111100011001101100100000100101100110001010101000110010011011111101101100110100001001
11100101000000011100100100000000110010101000111001100110010001001100000100000011001000011111
010110000011110001010110010011111101110011000001110010011110000010110111100110110111111
01110100100011010011110100011011010001011111000110011100000100100101101101101101101100
0111011001000111111100111010100100010111001100010110001010001110000001110101000000001110111
011101011001000010101100111010100110101010010001011000110001010001010001001110000100010011
11110110011000100000010111001000111100111011111001010000101101110111000110110110011111001001
01100000101001111111000011001010110000001000100000001111010101110001101000111110001010101
001010001100011100000110011101100101100100101000111100100110010101110010110110000100111
111011011000011110011101011010011010111110100100011000001001101001100111101001011100010010

000111100101100110011101000100000111101000010000011001100011101000101111101111001010111010
01000001111000011100011101110000111101000111100000011101111110111101010000001000110110101
000010100000101101011100010000101111100101110110101000001000100110111100010100110111100111
000011100101110100011100111110111110110111011100011011000100000000010010011011000101011100
0011000000010010111101110010001110110111001011110000000001011001010010011001010000101101110
111100000010110101111101011110001110101101000111010110000110110000001110100100110001111001
011110011000110101110110000100010010011100110101010111001011010100100111010100011000110111
1111100111110101001111100111100010110101111111011010100001000100101011010001010101110101
101011111100001110001101111101011000101111010101001011001010110101100010001011001111111111
00101011000000010101101001110101101001001011100111110000000110000100100000011101111000001
110010000010001010101101110000110001001101010000110110001100111111000100101000101001010
011110110000010110100100001101100001001010101110010100101100110000100001010011001110111000
1010100000101111000100010100100010111100111010111011111000100100010001010100011111101
010001100100011101011000110100011101100011010100110000110111011011011110101000011101010101
00010100010001101011001011100011001010110100001101010001001010010010101100110011111000100011
010001011111001100100011110111011100000001001001101111100011111000001110111011101100001001
0001000011111001110110101101100101100101101111100000110010000001010010011111011011011101000
11110111011101011100111110100001101001111000100000011010001001000100000100111110001010011110
11010101001000100111011011000010110100010110001011100010100000111011100110000111100111101011
101001011101110110001111010101011010010010101000011001011001100010011101110110100111010011
11001111010000111000110100010001101110110000110101001100101100110010010110111001101101101
001010110011011000001000000010100101110111000101000110111011100001010111110001011111011101
10111010101101001001001111100101110101001000011010110011011101100100111001111101011000110111
001001011100011101100110110110000011111111111100110100010100101000010010111001110100110110
011100010100001010000110010011000001000110100011101000011001010101101010101110000001111010
11011001011011100110000101000000111110101100010001000111100110101110001011101110011101001100
0101010011011100001100011110010000011011100110111100010110010011001001100000110101000111010
00100000101110010110101110100110000001101110001010100101111110010010101010000101111110101001
00111010100000111010100100010000011000001000001101011100011000011101011100110101101001010001
000011111100001101000000111010111000101111000010001011110010011100100001011010001110111010
00001101000001011000101011010111000011110011000000010111011110001110100111011100001000100111
111001011000101000001110101010011000011000011000101110000001100001011111000100101111101100
0111010001010000010100010000110100101110110101110011010100010001011000001101100000000
1000011110010101110001000110001010111100110011011001000100100110011111011110100010010001000
00011011101100101100100100101110100110001010001110111100011011010100110110010010110001111
11111010000100010101000001111111011011101001111100111110101001101100011010100000001000100
11101000110101011000100110000100100110111100001101100100101011000010010011001011100101010
00001110110011110101011010000100011101001101011100111100001011100001001100101101000001110100
0100011101000101111001111001110100111111000101110001101010001100111001101110011101100110111
11111100011011011010000101101101011000101010001000100100000010100100111010000110111111011110
00111010001001011011000001000110111011110100011011100000010101010000010011000111111001100011
110001111110010011111000110001100010101001110001100000010000101001110001101101011000011011100
1111110011100000101101101010010100111101010111100110111001101011101111110011110100101001
010000110100111101000110110111001011000010011111101111010011000010101100101001111010101001
1110010101100010000110111010010100101011100000011001111100100000101111110110011101011001100
111111110100110110001100100101110011010010111110100101000011110001100000101000101110000110
110001011101111001100111000100101110111101100000000101010110011111010111010111000011111100
0101100011111101001111000000010110000000101101001111110111011001001000100101011110100011

1001011011110001010000100100000110101001011111111000010001100111010101111010100001111010
10101011100000111000111000101110111001001101011101000010110110101000011011000011110100101
011010011110111011101111100000010011011001011000110111010100010000111100000100001110010000
10011000001011010001010110010001111110011010100100111101111001001111011000111010100110100
10010100010010001100110100000101111001111000000111010011100100110100110011010100110111101011
110011110011011001111101100001111101001101000101110110100110011001100100101011100111100111
00010011101101101011010110000101100110101000110101001101101100000111100000000010000000110
00011101110101010001000110011001011000100111100100001000110010111001001010110010000110100101
011010011111100111111010100011111010100111101101011010101000000100011010011011000101110000
1110100001000110111110110000000111000001011101011110010011011100001100001101011000011111110
0000111000001100110000111111110010110010110110101000100011100101001001011011010011010011010
100111111011110011101000100001010011101010111100000001110011101010111001000001101111010100
00111001011111110111001100011010110000110110101000100000000100010000111010000011100111110
101001000111101010101001011101001011101011100101011001001000000000111000110000010000110
0001011000111000111011110101100010100101001101111011100111110110100111000010010010101000
001101101100100111011011100100110010001001001001100010011010010000011111001001100110011010
01101110000000111111010110001010000001110111100100100110100110100110100110100011010110100011010
10110000110000011000011100101010100101101000111101110101011100001100100001001011101010011
0101101110110110100000011011000100110001011101000111110010000101111000101111011100111111
101010011011001010110101101001100100000010001011010001000010111100110010001010110010110001
010001111011101110110001100010110010001111111101111101001001100101000111110001101110001100
10000101100011000111111100011110000111111000110001010100111000110001011100111100111100110
100100010000101000011010110100110000011001111111101111101001011110100101110100101100101101
010101011100000111001011110001010001011011101011001111000111101110110000011001001111111010
10100111110011000011000100101010001111011001111110101101011100110001110101000001000001000
1000010011110000001000111100100010001010111010000011011110110011010000011000000100010010111
1000111011100110010011000111011111010001110110011001000111100001111110010000110101101010100
10101110111010110111000111000000011010110101101110110000111101011000001011011111100110110010
11111110011011100100110101010001001100111100001011010010001110010001001111001101011011000101
1111101001000011011111001101010000011101110100001001100010110100101110000110101100111000010
101110000110100100010010101100100111101111001011111100111011001101111011101101111100110111
00100000001010101110011111011110110010111100001001010001111110000000010111001100110000100
1001011011101111010001111101001010100010110100011010111010001100111111010100110110000
110101000000110111000110101110101110110010000001110011010100001101011110010110011001101000
10011100001111111000110010110111000110010101011100000010100011010011000011110100000100010100
001110101100101100001111110010101101001001110101011101110101110110001001110100100000011111
01101001101010001010111001011001111010000001101000011010011110011110111001000001110000001000
0110000111111101110101011000010111010010001001010111000110010011101100101000101111000101100
1011100110011001000110110111000000010000011011011011110111010000010100001011110101110010011
00000010000101011000000001111101111000100011011011100111001100100000110010000011011011010111
10111011011110011111100001000100110011000001110110101111001100000101001110001010000101000001
0011101011000100110010010111100111110000111110010111011000010000010101101001011010011010010
0101010001001010001111010010100101101111110010000011101110010010110000111111001010001010010
01000001110010101001101100001001110100010100110001100101101000100010000011101111011100110111
01001001111001011010111100111001101011100111010100111011100011100110011110100111001110110000
10100001011011000001010110111010111011110111101110100101011101111001001000011001100001010111
000101110101011011100111110101011010100001111100000111010100011010001001011001010101010100
0001000110011110000000011010101111011010010011011010001010000111000100100010001111100001010

000000101010000101111000110111000101101000100000111010101000010110011111100011110111101111
11010110110011100111110001011000011101001100110010111011101101111011001101111010000001110101
11010111101010000101011011110001100011010101110101010100100011101001110100010000000111000111
11100011111010001001100111010111001000010000110010000110011101011000000010001100001100100000
11011111110010101101001100000110011100100100010100111010001100110100110010000111010101000101
0111110111100111111000101011101101001101001100110100100111000000000101001011100111101000101
0101000110000011101101111001110000010111110011101110010110001110111110001000001101100010111
1110101000000001011001111010110101111110100111110010110011011111100000011110001011000101
111000011110110001110110111001101110111111100110011000100100010001000000100100010101111001
11111011100011101111100000010010001011001011010101000010010010011001010010101010011110101001
0000001110010101010100000110011001101110110100011010011011110110100000100000100100001011101
01100100100010100001011001010000110101110010011001100010010100001000111011110110011011101101
10101100010001011110001111000010111110010111100011101100111010000101101000100100010111001
111000011011101000000110001011100011000101110111111001001100111001000111101111010001010100
101000010011111111100110000000011100011110111101110000101100111001000011101110111001011000
001000100000110000111101001001000000010100111101001100011001111101011101000011010010101110
00111001100010101110001101101001010011000110000000010011010000010001001000001010000001011110
01010110111010111101001000101110000100011101101111010001100001110001011100000100100111000011
10001011111101011000111011011011100000110000011111010000000011001010111100000101100001101001
0010110011011010100111000100011111001100100100001000101011000011111101011001100101100000111
0000000011111001101100100101101110111100111000110000111001000010010011010010000111111110
1000100101001000101100011111011011000101001101000101110110010011100100001101101111001000101
1100010110110111010110000010100001100000101011010111011100111100100111010110101101101110100
11110101101101001110011000010101111001110000101111011011101011000110000111000011000010001
101100101010010100100110010101100101000111010111101011000111111011111100100000010000000111
01110001010100111010110010010100010100010010001000100101100000011110001100111011000010101000
110111111111100110011000000000111111110001000101001110100011101100111100001101101111100
0000001001011010010100011111001000010011101100010010011110001101011001101011111100011010010
10010001001100100111001101110000000010110110000101100001100001110101000001000110111001110100
1110110011110011000010011101000010111011001000110100100111001111101101111000011010000010100
1010100011100100101011111111010011100001010001000111001100101000000100011100100101111110101
00001101000100000111010111100000010011001010001001110101100111011011111000101000101100111100
0110001110010010001010101000010000011101111100100110001110011110100101111111100000011100111
1110101100000111011110110110001100010000100101110110100011001011110111111010001001001110110
10000101011111111010001001100011101111110000101110100100011000111000010001000110101111111010
01011110001000100010101100000100111010000010101010000001001101001011000001010001110000100001
0100001000100101010001101111000010110100101101111011111001100101101100011011001011100100111
11101101001100110111001101101010110010100000010100110101101110110011110111101100111101000110
100011100111000011010110100000001110010001111010000110100011101100001010011001001010100101
00110001111010010110011111010111000110001001100001110110010001000011101111101001100110110011
11000010110010110011100000011000000011011100011010001110011101011110010001000011110110110000
11111000101111100000100001101101011110001101001101101100010010001100100100000001111101000110
0001110110011110000000101011011111000011110000011101001011010001010111001011011000110110001
1001101000100111000000111111111111011000000001111011100101110001110000101000011110011100
01100010010110000110101101111100010011001110101000100111101011000100111011100110110001110110
010001011001110111011010001001101100100011010011010101100101000010010010000111110110011101110
000010111111101001011100000010011101000100101100101101011111100101001101000101011001110110
1110110011001101111111001001011000100100100100100101100100111001101011011001001110010011000000

10111001011011000011011100110010011001011010111000011000011101011101100110111010110001100111
10100010100100001000001101011100001101100100011111100101000100011010011110001100001110010001
10001000011101100111001111101001001000001111010011000011101000110001111010100100011011110011
1110110011010001

Type of Test	P-Value	Conclusion		
01. Frequency (Monobit) Test	0.8484197176885531	Random		
02. Frequency Test within a Block	0.7567833272894753	Random		
03. Runs Test	0.20617031027754673	Random		
04. Test for the Longest Run of Ones in a Block	0.4487843115830922	Random		
05. Binary Matrix Rank Test	0.48170897434039867	Random		
06. Discrete Fourier Transform (Spectral) Test	0.26857319664618673	Random		
07. Non-overlapping Template Matching Test	0.7035894223308092	Random		
08. Overlapping Template Matching Test	0.7575666451733545	Random		
09. Maurer's "Universal Statistical" Test	-1.0	Non-Random		
10. Linear Complexity Test	0.8786873811291925	Random		
11. Serial Test:				
	.8265139231614322	Random		
	0.7238700739447089	Random		
12. Approximate Entropy Test	0.05896332755537364	Random		
13. Cumulative Sums Test (Forward)	0.9993278388082505	Random		
15. Random Excursions Test:				
	State	Chi Squared	P-Value	Conclusion
	-4	2.5431082673271583	0.7699893466083501	Random
	-3	4.980318584070798	0.41828686117423763	Random
	-2	7.371827087657962	0.19442282607538883	Random
	-1	7.595870206489676	0.17995950580283138	Random
	+1	1.5368731563421827	0.9087758382010029	Random
	+2	2.583743035070469	0.7638337483208891	Random
	+3	2.755752212389379	0.7375790658968397	Random
	+4	8.902149915411352	0.11303129750920145	Random
16. Random Excursions Variant Test:				
	State	COUNTS	P-Value	Conclusion
	-9.0	375	0.7373815328279056	Random
	-8.0	384	0.6554361069626367	Random
	-7.0	373	0.7172375083707637	Random
	-6.0	351	0.8894867509626403	Random
	-5.0	323	0.8377085158325817	Random
	-4.0	321	0.7938754424887108	Random
	-3.0	349	0.8636330167657331	Random
	-2.0	328	0.8073059157885543	Random
	-1.0	328	0.6726947973645743	Random
	+1.0	338	0.9693649589699848	Random
	+2.0	305	0.4509200082542685	Random
	+3.0	262	0.1860065781616559	Random
	+4.0	218	0.07902146128577259	Random
	+5.0	187	0.05167376854671892	Random

inicialización y K ($\approx 1000 \cdot 2^L$) bloques de test, es decir, se analiza la muestra que se divide en bloques de una longitud determinada y se busca la última repetición de cada bloque, debiendo cumplirse con las siguientes características sobre los bits:

n	Número de bits a analizar. Se especifican distintos rangos de números de bits de la muestra para definir los parámetros utilizados en el test. En este diseño se elige el mínimo valor de muestra posible para garantizar el análisis estadístico correcto, $n = 387840$.
L	Número de bits de cada bloque en el que se divide n . Para el valor n elegido, $L = 6$.
Q	Número de bloques de la etapa de inicialización, $Q = 10 \times 2^L = 640$.
K	Número de bloques de la etapa de análisis, $K = 1000 \times 2^L = 64000$.
i	Índice que señala el bloque de L bits que se está analizando en un momento determinado del test, $i = \{1, 2, 3, \dots, (Q + K)\}$.
j	Representación decimal del contenido de cada bloque de L bits, $j = \{0, 1, 2, 3, \dots, 63\}$.
T_j	Tabla que contiene la última ocurrencia de cada bloque de L bits, $T_j = i$. La dimensión de la tabla T_j corresponde con el máximo valor decimal que se puede representar con L bits, $\dim(T) = 2^L = 64$.

Esto implica que se debería adaptar la salida de datos para realizar este Test de Maurer, estimándose que conforma un tema completo para un trabajo posterior.

Test de entropía de Shannon

Asimismo se realizó el cálculo de entropía de Shannon mediante el sitio de calculadoras en línea <https://es.planetcalc.com/2476/> pudiéndose ingresar un string mucho más reducido aún, no obstante arrojando 1.00 de resultado:

Entropía de Shannon

Mensaje

```
0011101110110100010011011001000110100110101011001010000100100100011111011001110111000001011111110
100101110000001001110100010010110010110101011111001010011010001010110011101101110110011001101111
111001001011000100101001001000101001011010101110010011100110101101100000101110010110110000110111
0011001001100101101011100001100001110101110110011011101011000110011110100010100100001000001101011
1000011011001000111111001010001000110100111100011000011100100011000100001110110011100111110100100
10000011110100110000111010001100011110101001000110111100111110110011010001
```

Casos a ignorar

Ignorar espacios

Cálculo preciso
 Dígitos después del punto decimal: 2

CALCULAR

Entropía, bits
 1.00

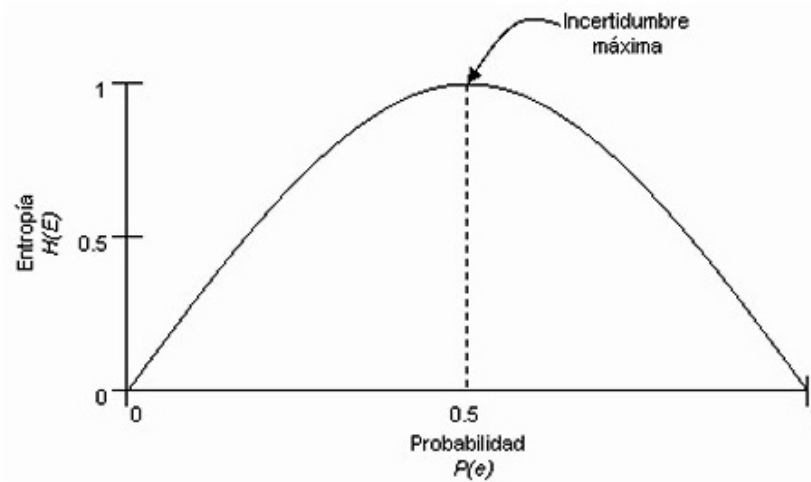


figura 33 Gráfico Entropía de Shannon

La reproducción del acopio de datos y realización de los test NIST se puede reproducir en cualquier momento o al momento de la defensa del presente trabajo final.

Además de los resultados arriba representados, se puede mencionar las siguientes características del hardware desarrollado:

- *Alta calidad de datos aleatorios para aplicaciones criptográficas.*
- *No es necesario utilizar post procesamiento*
- *Datos aleatorios listos para usar, no se necesitan transformaciones de software*
- *No se registran sesgos de ningún origen*
- *Costo accesible*
- *Interface USB para una máxima independencia del sistema operativo*
- *Fácil de reproducir, componentes estándar*
- *Cierta inmunidad frente a las influencias ambientales*

8. Conclusiones y Trabajos Futuros

Este Trabajo Final de Maestría se enfocó en desarrollar un generador de números aleatorios que no implique grandes instalaciones en un laboratorio (como los ópticos), reflatar la posibilidad de la generación por decaimiento cuántico, al menos experimental, o bien para realizar mediciones y evaluaciones mediante los algoritmos propuestos por el NIST y otros tests estadísticos publicados, entre ellos, producidos por científicos nacionales, pero principalmente realizar el trabajo final de la Maestría, volcando los conocimientos adquiridos en la misma, en virtud del elevado nivel del plantel docente de la misma.

El mismo se basó en la implementación de un Hardware que no solo genere números aleatorios, sino que mejore la tasa de obtención de bits mediante el decaimiento cuántico aumentando su velocidad de salida mediante el uso de contadores y osciladores de alta frecuencia, al mismo tiempo, utilizar una fuente radioactiva segura,

De toda la literatura, publicaciones y papers leídos por el autor de este trabajo, específicamente a los generadores por decaimiento cuántico y más acotado, en dos papers^{iv} que utilizan el Am241, estos utilizan el reseteo de los contadores de alta velocidad.

En cambio, el presente Hardware, **nunca resetea los contadores, sino que los “detiene” para registrar y exportar, el “VALOR” donde transcurría el contador de alta velocidad, en el preciso instante en que ocurre la detección del decaimiento cuántico.**

Por último y menos importante, se proyectó que el dispositivo debería ser apto para industria y consumo, es decir, con un bajo costo y reducido o aceptable tamaño.

En cuanto a trabajos futuros, se proyecta ampliar la velocidad de salida de datos y verificar otros test desarrollados por científicos nacionales sobre los resultados obtenidos, a los efectos de publicar un paper o bien que pueda ser utilizado en la práctica, por ejemplo, en un procesador criptográfico de una tarjeta inteligente como parte de la generación de semillas aleatorias para un generador PRN para obtener un generador de números pseudoaleatorios criptográficamente seguro (abreviado CSPRNG)⁴

⁴ Di Mauro, J., Salazar, E. & Scolnik, H.D. Design and implementation of a novel cryptographically secure pseudorandom number generator. J Cryptogr Eng 12, 255–265 (20 22). <https://doi.org/10.1007/s13389-022-00297-8>

Referencias

ⁱ (National Institute of Standards and Technology) es una agencia de la Administración de Tecnología del Departamento de Comercio de los Estados Unidos. La misión de este instituto es promover la innovación y la competencia industrial mediante avances en metrología, normas y tecnología.

ⁱⁱ Juan Soto, et al., A Statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications, NIST, National Institute of Standards and Technology, Reports on Computer Systems Technology, 2010

ⁱⁱⁱ Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot y Scott A. Vanstone. Handbook of Applied Cryptography. CRC Press, 1996.

^{iv} Kyung Hwan Park, Seong Mo Park, Byoung Gun Choi, Jong Bum Kim, and Kwang Jae Son , "High rate true random number generator using beta radiation", AIP Conference Proceedings 2295, 020020 (2020)
<https://doi.org/10.1063/5.0031879>

Bibliografía

[1] Di Mauro, J., Salazar, E. & Scolnik, H.D. Design and implementation of a novel cryptographically secure pseudorandom number generator. J Cryptogr Eng 12, 255–265 (20 22). <https://doi.org/10.1007/s13389-022-00297-8>

[2] 2009-Koç, "Cryptographic Engineering" ISBN: 978-0-387-71816-3 e-ISBN: 978-0-387-71817-0, DOI 10.1007/978-0-387-71817-0

[3] R. J. Baker, CMOS Circuit Design, Layout and Simulation, 3era ed. Wiley-IEEE Press, 2010.

[4] C. S. Petrie, "A noise-based ic random number generator for applications in cryptography," IEEE Transactions on Circuits and Systems - I: Fundamental Theory and Applications, vol. 47, pp. 615–621, Mayo 2000.

[5] C. S. Petrie y J. A. Conelly, "The sampling of noise for random number generation," Proceedings of the 1999 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, vol. 6, pp. 26–29, Julio 1999.

-
- [6] M. Bucci et al., "A high-speed oscillator-based truly random number source for cryptographic applications on a smart card ic," IEEE Transactions on computers, vol. 52, pp. 403–409, Abril 2003.
- [7] S. Ergün, "A truly random number generator based on a pulse-excited cross-coupled chaotic oscillator," Proceedings of the 25th International Symposium on Circuits and Systems, pp. 415–420, Septiembre 2010.
- [8] P. K. B. Jun, "The Intel random number generator," Cryptography Research, INC. White Paper Prepared for Intel Corporation, Abril 1999.
- [9] B. Sunar. State of the art in true random number generation.
- [10] B. Razavi, Design of Analog CMOS Integrated Circuits. McGraw-Hill Companies, 2003.
- [11] A. Hastings, The Art of Analog Layout, 2da ed. Prentice Hall, 2005.
- [12] C. Saint y J. Saint, IC Mask Design. McGraw Hill, 2002.
- [13] Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot y Scott A. Vanstone. Handbook of Applied Cryptography. CRC Press, 1996.
- [14] A Statistical Test Suite for Random and Pseudorandom Number Generators for Cryptographic Applications –
https://github.com/stevenang/randomness_testsuite